

**ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE LA COOPERACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LA
MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA SOLUCIÓN COLABORATIVA DE CASOS**

ADRIANA ROCÍO LIZCANO DALLOS

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
MAESTRÍA EN GESTIÓN, APLICACIÓN Y DESARROLLO DE SOFTWARE
BUCARAMANGA**

2013

**ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE LA COOPERACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LA
MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA SOLUCIÓN COLABORATIVA DE CASOS**

ADRIANA ROCÍO LIZCANO DALLOS

**Trabajo de grado para optar al título de Magister en Gestión, Aplicación y Desarrollo
de software**

Director

Jorge Andrick Parra Valencia

Ph. D. M.Sc. S.E.

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
MAESTRÍA EN GESTIÓN, APLICACIÓN Y DESARROLLO DE SOFTWARE
BUCARAMANGA
2013**

Nota de Aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Bucaramanga, Julio de 2013

A Gabriel Eduardo y Andrés Felipe, que dan alegría y amor a mi vida, cada minuto, cada día.

A Ricardo, por su paciencia y amor.

A mi familia: mi madre, mis hermanos, cuñadas, abuelos, tíos, primos; todos ellos, que me han hecho lo que soy.

A tí, por estar siempre presente.

AGRADECIMIENTOS

La autora expresa sus agradecimientos a:

A todas las instituciones que facilitaron espacios de diálogo, experimentación y colaboración que han servido como base para el desarrollo de este trabajo: Universitaria de Investigación y Desarrollo UDI, la Universidad Autónoma de Bucaramanga y la Institución Educativa Aurelio Martínez Mutis.

Al Ph. D. Jorge Andrick Parra Valencia por su invaluable colaboración y enriquecedoras orientaciones.

Al docente de la Facultad de Ciencias Básicas Orlando Muñoz por colaborar en los procesos de experimentación y análisis de datos y al auxiliar de investigaciones Freddy Corzo por su apoyo durante todo el proceso.

A los profesores Luis Facundo Maldonado y David Macías por su gran colaboración, ayuda y generosidad con su conocimiento, que sentó las bases para este trabajo.

CONTENIDO

	Pág
1 INTRODUCCIÓN.....	12
1.1 PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN	14
1.2 OBJETIVOS	24
1.2.1 Objetivo General.....	24
1.2.2 Objetivos específicos.....	24
1.3 PERSPECTIVA TEÓRICA.....	25
1.3.1 Aprendizaje cooperativo y colaborativo	25
1.3.2 Evaluación del Aprendizaje Colaborativo.....	27
1.3.3 Dilemas sociales, Cooperación y Gestión de la Cooperación	32
1.4 CONCLUSIONES.....	34
1.5 SIGNIFICANCIA DEL TRABAJO	35
2 REVISIÓN DE LA LITERATURA	36
2.1 CONDICIONES DE LA REVISIÓN	36
2.2 RESULTADOS DE LA REVISIÓN	38
2.2.1 Técnicas de aprendizaje cooperativo/colaborativo.....	39
2.2.2 Variables relacionadas con el aprendizaje cooperativo/colaborativo.....	46
2.2.3 Aspectos metodológicos.....	57
2.2.4 Tecnologías utilizadas para el aprendizaje cooperativo/colaborativo en matemáticas.	58
2.3 CONCLUSIONES DE LA REVISIÓN.....	59
3 MÉTODO.....	61

3.1	DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.....	61
3.2	VARIABLES DEL ESTUDIO	62
3.3	HIPÓTESIS	62
3.4	POBLACIÓN	63
3.5	INSTRUMENTOS Y MATERIALES	65
3.6	PROCEDIMIENTO	70
3.6.1	Revisión de la literatura.	71
3.6.2	Construcción del estado del arte.	71
3.6.3	Formulación de la estrategia.....	71
3.6.4	Identificación de línea de base	72
3.6.5	Aplicación de la estrategia.....	72
3.6.6	Revisión del impacto de la estrategia	72
3.6.7	Redacción de conclusiones	73
3.7	Técnicas de análisis de datos.....	73
4	RESULTADOS	74
4.1	ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE BASADA EN LA COOPERACIÓN.....	74
4.1.1	Formulación de la estrategia.....	75
4.2	ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE DATOS.....	78
4.2.1	Identificación de la línea de base.....	79
4.2.2	Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos Individuales del desempeño en el trabajo cooperativo	83
4.2.3	Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos grupales del desempeño en el trabajo cooperativo.....	86
4.2.4	Ambiente cooperativo de aprendizaje y Resultados globales del desempeño en el trabajo cooperativo.....	88

4.2.5	Análisis de post-test	90
4.3	ANÁLISIS CUALITATIVO	94
4.3.1	Secuencia de procesos: Grupo Control sin utilización de roles y umbrales.	95
4.3.2	Secuencia de procesos: Grupo experimental con uso de estrategia basada en la cooperación.	97
4.4	SÍNTESIS DE RESULTADOS	99
5	DISCUSIÓN Y PROYECCIONES.....	101
5.1	Trabajos futuros.....	103
	ANEXO A. RÚBRICA DE EVALUACIÓN	110
	ANEXO B. FORMATO DE PLANTEAMIENTO DE ACTIVIDAD CON INCORPORACIÓN DE ROLES Y UMBRALES.....	112
	ANEXO C. FORMATO DE PLANTEAMIENTO DE ACTIVIDAD SIN INCORPORACIÓN DE ROLES Y UMBRALES.....	115
	ANEXO D. PRE-TEST	117
	ANEXO E. POST TEST	119

LISTA DE TABLAS

Pág

Tabla 1	Deserción por semestre y área de conocimiento.....	18
Tabla 2	Categorías de las métricas de colaboración.....	29
Tabla 3	Caracterización de los dilemas sociales de pequeña y gran escala	33
Tabla 4	Resultados de la búsqueda por palabras claves	37
Tabla 5	Síntesis de técnicas de aprendizaje cooperativo.....	43
Tabla 6	Formulación de técnicas desde la teoría de la cooperación	46
Tabla 7	Síntesis de variables relacionadas en los estudios de aprendizaje cooperativo y cooperación.....	55
Tabla 8	Modelo del trabajo de grado.....	61
Tabla 9	Distribución de género y cantidad de sujetos por grupo	63
Tabla 10	Distribución de subgrupos.....	65
Tabla 11	Organización de la Rúbrica de Evaluación.....	66
Tabla 12	Referentes metodológicos de la propuesta	74
Tabla 13	Síntesis de variables de énfasis del trabajo desde el aprendizaje y la cooperación.....	75
Tabla 14	Ejemplo de definición de umbrales en forma de parámetros de evaluación	77
Tabla 15	Estrategia de aprendizaje cooperativo	78
Tabla 16	Resumen Estadístico para prueba t de Pre_test	82
Tabla 17	Desempeño en trabajo cooperativo - Aspecto individual para el Ambiente cooperativo de aprendizaje con incorporación de estrategia basada en cooperación	83
Tabla 18	Desempeño en trabajo cooperativo - Aspecto individual para el Ambiente cooperativo de aprendizaje sin asignación de roles ni umbrales.....	84
Tabla 19	Resumen Estadístico para prueba t de Indicador de Trabajo Individual	84
Tabla 20	Desempeño en trabajo cooperativo - Aspecto grupal para el Ambiente cooperativo de aprendizaje sin asignación de roles ni umbrales.....	86
Tabla 21	Desempeño en trabajo cooperativo - Aspecto grupal para el Ambiente cooperativo de aprendizaje con uso de estrategia basada en cooperación	86
Tabla 22	Resumen Estadístico de prueba t para Indicador de trabajo Grupal.....	86
Tabla 23	Desempeño en trabajo cooperativo – Resultado global para el Ambiente cooperativo de aprendizaje sin asignación de roles ni umbrales.....	88
Tabla 24	Desempeño en trabajo cooperativo – Resultado global para el Ambiente cooperativo de aprendizaje con uso de estrategia basada en la cooperación.....	88
Tabla 25	Resumen Estadístico de prueba t para Indicador Global de trabajo cooperativo.....	89
Tabla 26	Resumen Estadístico de prueba t para Post_Test	90
Tabla 27	Síntesis de resultados estadísticos	99

LISTA DE FIGURAS

	Pág
Figura 1 Determinantes de la deserción	17
Figura 2 Esquema de revisión para la formulación de la estrategia	38
Figura 3 Aplicación del pre-test en los grupos experimental y de control	64
Figura 4 Sesión de solución del caso.....	65
Figura 5 Pantalla de administración de Google Drive	67
Figura 6 Pantalla de edición de documentos en Google Docs	68
Figura 7 Etapas de desarrollo del trabajo de grado.....	70
Figura 8 Disponibilidad de computador e internet	80
Figura 9 Sitio de acceso a internet.....	80
Figura 10 Porcentajes de uso semanal de internet	81
Figura 11 Valoración del nivel de experticia en internet	81
Figura 12 Gráfico de cajas y bigotes para prueba t de pre-test.....	83
Figura 13 Gráfico de cajas y bigotes para prueba t de Indicador de desempeño en trabajo cooperativo – Aspecto individual.....	85
Figura 14 Gráfico de cajas y bigotes para prueba t de Indicador de desempeño en trabajo cooperativo – Aspecto grupal.....	87
Figura 15 Gráfico de cajas y bigotes para prueba t de Indicador de desempeño en trabajo cooperativo – Resultado global.....	90
Figura 16 Secuencia de procesos. Grupo Control.....	96
Figura 17 Secuencia de procesos. Grupo Experimental.	98

RESUMEN

Este trabajo de Maestría en Gestión, Aplicación y Desarrollo de software presenta los resultados de la formulación y experimentación de una estrategia de aprendizaje que integra los conceptos sobre cooperación en dilemas sociales de pequeña escala, la gestión de la cooperación, el conocimiento como recurso común, los procesos de aprendizaje de la matemática y la incorporación de tecnologías de información y comunicación. El trabajo realiza una revisión de la literatura sobre los procesos de cooperación, orientado específicamente a los trabajos en el área de matemáticas con incorporación tecnológica, como base para la formulación de la estrategia. La estrategia de aprendizaje basada en la cooperación está estructurada en 4 momentos: Definición de la actividad, Reglas de la cooperación, Solución del problema y Socialización de resultados y premiación. La estrategia fue implementada en un grupo de estudiantes de grado undécimo de una institución educativa pública de Bucaramanga, mediante un estudio cuasi-experimental. Los resultados estadísticos no muestran diferencias significativas entre los grupos de estudiantes que implementan la estrategia basada en cooperación, con respecto a los estudiantes que trabajan aprendizaje cooperativo sin definición de roles ni umbrales. La discusión de resultado identifica la falta de claridad en los objetivos grupales, la falta de entrenamiento en el uso de la herramienta tecnológica Google Docs y la falta de continuidad en la implementación de la estrategia como aspectos a superar en futuros trabajos.

Palabras clave: cooperación, aprendizaje cooperativo, enseñanza de las matemáticas, estrategia de aprendizaje, TIC en matemáticas

1 INTRODUCCIÓN

El trabajo de grado Estudio de la dinámica de la cooperación en el aprendizaje de la matemática a través de la solución colaborativa de casos se formula con la intención de integrar los trabajos sobre el fenómeno de la cooperación que sirven como referentes al Grupo de Investigación en Pensamiento Sistémico de la Universidad Autónoma de Bucaramanga - UNAB, en la línea de investigación Pensamiento Sistémico y Educación, con los estudios realizados sobre el aprendizaje cooperativo aplicados al caso específico del aprendizaje de la matemática, con la incorporación de tecnologías, con el fin de proponer lineamientos tanto tecnológicos como metodológicos que mejoren el desempeño de los estudiantes en los cursos de matemáticas, al inicio de los estudios de educación superior.

En el ámbito de los estudios sobre aprendizaje cooperativo, por el impacto de sus resultados y la aplicación de los mismos en el contexto regional, son de relevancia las conclusiones obtenidas en el desarrollo del proyecto de investigación “Efecto del ejercicio de la argumentación y del monitoreo de las variables centralidad y cohesión de grupo sobre el desarrollo de competencias matemáticas y la deserción estudiantil” realizado en conjunto por la Universitaria de Investigación y Desarrollo UDI, la Universidad Central y el Grupo Kishurim de la Universidad Hebrea de Jerusalem (Maldonado et al., 2012), con aprobación en la Convocatoria RENATA 2010 y desarrollado desde Septiembre de 2010 hasta Marzo de 2012, que abordó la problemática de la deserción estudiantil mediante la formulación de una estrategia de aprendizaje basada en la argumentación y colaboración con el uso de ontologías, además del monitoreo de la misma, enfocada en los cursos de matemáticas.

En este estudio los resultados del análisis estadístico proporcionaron evidencias para afirmar que existen diferencias significativas entre las características de aprendizaje colaborativo desarrolladas por los estudiantes que realizan discusión de problemas matemáticos con el uso de un software basado en categorías ontológicas (Dígalo) y los que utilizan foros en la solución de problemas matemáticos orientados a la

argumentación. Esta diferencia se presenta a favor del uso de categorías ontológicas en la realización de discusiones para la solución de problemas matemáticos.

Adicionalmente el análisis de contenido realizado a los registros obtenidos en Dígalo y los Foros de discusión, muestra que el uso de categorías ontológicas en ambientes colaborativos para la solución de problemas matemáticos incentiva una mayor participación de los estudiantes en las discusiones, la utilización de expresiones que promueven el monitoreo de la solución y la formulación de estrategias para la orientación del trabajo del grupo.

Con respecto a la formulación de actividades de aprendizaje colaborativo que incorporan ambientes tecnológicos, se encontró que es necesaria una clara definición de los objetivos (Collazos, Guerrero, Pino, & Ochoa, 2002), una adecuada planeación, el aseguramiento de la funcionalidad del dispositivo tecnológico y un reconocimiento de la importancia de las intervenciones de los docentes en la discusión, pues esto constituye en un factor clave en el proceso de enriquecimiento del trabajo de los estudiantes.

En lo relacionado a la medición del aprendizaje cooperativo se requiere de una especificación cuidadosa de los instrumentos de valoración, que consideren tanto los aspectos individuales como grupales, que sean factibles de aplicar y con unos requerimientos de información apropiados, que permitan superar los inconvenientes planteados por (Noble & Letsky, 2005): la tendencia de las investigaciones a evaluar el impacto del aprendizaje colaborativo a través de pruebas individuales, el gran número de factores que afectan el aprendizaje colaborativo y la necesidad de recopilar para ello una amplia cantidad de información.

Este trabajo de grado integra aspectos sobre la cooperación y dilemas sociales que sirven como fundamento para los trabajos realizados por el Grupo de Investigación en Pensamiento sistémico, se abordan los planteamientos realizados por (Elinor Ostrom & Hess, 2007) acerca del conocimiento considerado como un común y la síntesis realizada por (Peter Kollock, 1998) sobre la investigación en dilemas sociales, que se integran con

la dinámica de sistemas y el concepto de Gestión de la cooperación, en la tesis doctoral de (Parra Valencia, 2010).

En este sentido, para este trabajo de grado la integración de conocimiento teórico, tecnológico y pedagógico se ha constituido en un reto fundamental. A continuación se presentan los componentes de formulación del trabajo, desde el planteamiento del problema y justificación, incluyendo los objetivos y la perspectiva teórica, como marco necesario para la presentación de los resultados que se realizará en las siguientes secciones.

1.1 PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

La disminución de la deserción estudiantil en educación superior, más que un interés de un gobierno en particular, es una estrategia de todo el sistema educativo que busca mejorar su cobertura, calidad y eficiencia; pues este fenómeno compromete no solo las metas nacionales sino también las institucionales, con altos costos tanto económicos como sociales para las instituciones de educación superior, las familias y los individuos.

Según estadísticas del Ministerio de Educación Nacional de cada cien estudiantes que ingresan a una institución de educación superior, cerca de la mitad no logran culminar su ciclo académico y obtener la graduación (MEN, 2009), más específicamente en el período 2002-2007 la deserción estudiantil en Colombia fue del 47%, cifra que encuentra cerca del 50% del promedio latinoamericano, y constituye un reto para el sistema educativo nacional (MEN, 2008a), pues si bien las tasas de cobertura promedio pasaron del 20% en 2002 al 31.8% en el 2007, el impacto de este incremento no es tan positivo si se analiza que las tasas de deserción solo han bajado del 48% en el 2004 al 46.4% en el 2007 (MEN, 2008a), esto se traduce en una disminución de la eficiencia del sistema de educación superior y expresa dificultades para el cumplimiento de la función social de la educación, especialmente en lo relacionado con la equidad social, la eficiencia en el uso de los recursos públicos, de las Instituciones y de las familias colombianas. De acuerdo con el Instituto Internacional para la Educación Superior en América Latina y el Caribe –

IESALC, en 2005 el costo de la deserción en 15 países de América Latina y el Caribe fue estimado en US\$11.1 billones de dólares al año (MEN, 2008a).

Una herramienta fundamental para la definición de políticas en este campo lo constituye el Sistema para la Prevención y Análisis de la Deserción en las Instituciones de Educación Superior – SPADIES, que proporciona un seguimiento detallado de la deserción estudiantil, a partir del registro de información de cada una de las Instituciones de Educación Superior (IES) y que ha servido como herramienta para la formulación de política pública y la recomendación de estrategias de retención a las IES; con miras a avanzar en el cumplimiento de la meta nacional expresada en el documento de “Visión Colombia II Centenario 2019”, reducir a un 25% la deserción en educación superior para el año 2019.

Este interés por la problemática de la deserción ha aunado esfuerzos desde diferentes frentes con la firme convicción de que la calidad educativa es fundamental para el desarrollo económico nacional y que es una problemática multicausal, compleja; que implica la interacción de diversidad de actores: públicos, privados, individuos, familias y estado, interviniendo en diferentes dimensiones. (MEN, 2009).

Según los planteamientos de (Tinto, 1989) la definición de la deserción estudiantil puede analizarse desde varias perspectivas y de acuerdo con los diferentes tipos de abandono, que dependen de las partes relacionadas con el proceso: los estudiantes, los funcionarios de las IES y los responsables de la política nacional en educación.

Desde el punto de vista individual o del estudiante la deserción se relaciona con el no cumplimiento de las metas y propósitos que se había fijado al ingresar a la educación superior, es decir, obtener un título de idoneidad intelectual ante la sociedad, por tanto, un desertor es aquel que ha tenido un fracaso en el alcance de esta meta. Desde la perspectiva institucional, la deserción corresponde al número de estudiantes que abandona la IES en un período determinado, sin obtener el título correspondiente. Un análisis de las razones por las cuales el estudiante desiste de continuar sus estudios, permite identificar tendencias, para la formulación de política pública e institucional al

identificar los factores del fracaso institucional. Finalmente, desde la perspectiva estatal o nacional, el concepto de deserción está ligado al abandono del estudiante de todo el sistema educativo, en este sentido un estudiante puede salir de una institución pero ingresar a otra, y por tanto no se consideraría desertor. Con esta última definición las acciones de política pública se orientan a la armonización de los flujos de estudiantes entre instituciones, evitando la pérdida de estudiantes del sistema (Tinto, 1989).

Adicional al problema del fracaso individual y de la relación de la IES con los estudiantes, la deserción también afecta las relaciones entre el Estado y las IES tanto públicas como privadas, pues no permiten el cumplimiento de las políticas y las metas sociales establecidas y generan grandes pérdidas financieras. Otra relación que también se ve afectada es la que se establece entre la familia y la IES, pues la deserción implica pérdida de la productividad laboral debida al menor crecimiento del recurso humano, lo que se refleja en las diferencias de ingreso entre los estudiantes graduados y aquellos que no lo hacen (MEN, 2009).

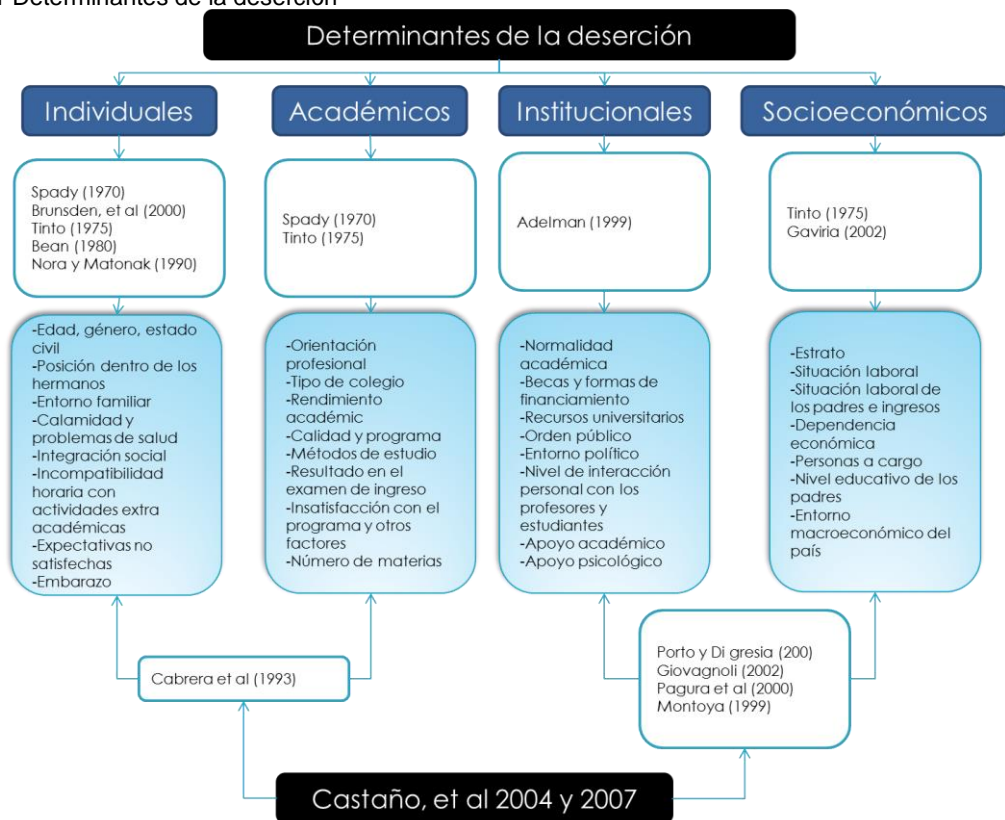
La definición que ha adoptado el Ministerio de Educación Nacional entiende la deserción como la situación de un estudiante cuando aspira y no logra cumplir su proyecto educativo, de manera que se considera un desertor al individuo que no presenta actividad académica durante dos semestre académicos consecutivos (MEN, 2009). En este orden de ideas, (MEN, 2009) clasifica la deserción con respecto al tiempo como:

- Deserción precoz: un individuo que una vez pasado el proceso de admisión, no se matricula.
- Deserción temprana: individuo que abandona sus estudios en los primeros semestres.
- Deserción tardía: individuo que abandona sus estudios en los últimos semestres.

Según (Tinto, 1989) existen dos períodos críticos en que el riesgo de deserción es más alto. El primero es el momento en el cual el estudiante realiza el primer contacto con la IES y se forma las primeras ideas acerca de las características de la institución. Este período se presenta durante el proceso de admisión, en el cual si hay falta de información adecuada y veraz sobre el programa académico, se puede caer en la deserción precoz. El

segundo se presenta durante los primeros semestres en los cuales el estudiante no logra adaptarse al ambiente universitario, debido entre otras razones a que se ha formado expectativas equivocadas sobre las condiciones de la vida estudiantil en la institución, a la ausencia de compatibilidad entre los intereses personales y las exigencias del programa universitario seleccionado, o la conclusión de que la obtención de su título universitario no es un meta personal deseable, lo cual conlleva a la deserción temprana. Los determinantes ya mencionados son solo algunos de los individuales e institucionales, pero una visión más amplia de los mismos, que incluye una clasificación en: individuales, académicos, institucionales y socioeconómicos, se sintetiza en la Figura 1.

Figura 1 Determinantes de la deserción



Fuente: (Castaño, Gallón, & Gómez, 2006)

Se ha encontrado en los resultados de seguimiento a la deserción estudiantil en educación superior en Colombia que el principal factor determinante se sitúa en la dimensión académica y está asociado al potencial o capital cultural y académico con el

cual ingresan los estudiantes a la educación superior. Los factores financieros y socioeconómicos están a continuación, seguidos por los institucionales y los de orientación vocacional y profesional (MEN, 2008a).

Este trabajo de maestría se enfoca en 4 de los determinantes mostrados en la Figura 1: Integración social (dimensión individual), Métodos de estudio y Rendimiento académico (dimensión institucional) y Nivel de interacción personal con los profesores y estudiantes (dimensión institucional). La idea fundamental es aportar nuevos métodos de estudio para el mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes, basados en estrategias de trabajo cooperativo que aproveche las posibilidades de la tecnología, e incentiven la interacción con sus pares y docentes.

Ahora bien, retomando los dos períodos críticos de deserción: precoz y temprana, esta tendencia igualmente se ve reflejada en las estadísticas nacionales proporcionadas por (MEN, 2008a)

Tabla 1 Deserción por semestre y área de conocimiento

Área de conocimiento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Agronomía	23%	29%	34%	37%	39%	42%	44%	46%	47%	48%
Matemáticas	22%	29%	33%	37%	39%	42%	44%	45%	46%	47%
Bellas Artes	20%	28%	33%	37%	40%	44%	45%	47%	48%	50%
Educación	18%	25%	30%	33%	36%	38%	39%	41%	42%	44%
Salud	15%	19%	24%	27%	30%	31%	32%	33%	34%	36%
Sociales	20%	26%	30%	33%	36%	38%	39%	41%	42%	46%
Ingeniería	23%	31%	37%	41%	44%	47%	49%	51%	52%	54%
Economía	18%	26%	31%	35%	38%	40%	42%	43%	45%	48%
Humanidades	11%	17%	22%	24%	28%	30%	32%	34%	35%	40%

Fuente: (MEN, 2008b)

En la Tabla 1 se aprecia que la mayor deserción acumulada a décimo semestre se presenta en los programas académicos del área de Ingeniería, Arquitectura, Urbanismo y afines con un 54%. En esta misma área de conocimiento al 3er semestre se ha acumulado el 69% de la deserción del área y a partir del tercer semestre se suaviza el

crecimiento de la tasa de deserción. Una posible explicación puede estar relacionada con la claridad que tiene el estudiante sobre las características y requerimientos que demanda el programa que está cursando, con respecto a contenidos curriculares, conocimientos y habilidades necesarias, competencias que desarrollará, perfil laboral, demanda del mercado y sector de la economía en el cual se podrá ocupar (MEN, 2008b).

Además, es de resaltar que dicho comportamiento es similar al observado en el área de Matemáticas, lo que puede presentar una connotación especial dada por la alta exigencia y los conocimientos requeridos para el éxito académico en los primeros semestres, el cual se supone debería venir asimilado desde la educación media (MEN, 2008b).

Estos dos aspectos le dan relevancia a la implementación lograda en este trabajo de grado en el área de matemática y especialmente orientada a una población de estudiantes de primer semestre de Ingeniería, que como se ha mostrado son puntos clave en la problemática de la deserción en la educación superior.

Ahora bien, al seleccionar el área de Matemáticas para este de trabajo de grado, se encuentra una problemática particular relacionada con los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, lo cual añade una serie de elementos particulares a la propuesta.

(Farhadian, Eslami, & Fadaee, 2007) plantean que uno de los deberes básicos de los docentes es formar creencias correctas y corregir las creencias falsas que tienen los estudiantes acerca de las matemáticas. Algunas de las creencias incorrectas que mencionan son:

- Las matemáticas son difíciles, tediosas y áridas
- No hay una relación entre los problemas de la vida real y los ejercicios matemáticos,
- Las preguntas y los problemas de las pruebas matemáticas deberían ser los mismos que se encuentran en los libros o que fueron asignados en tareas. Cualquier otro problema es considerado difícil y fuera de contexto.

Estas creencias generan desmotivación en los estudiantes y por ende son algunas de las causas por las cuales el rendimiento académico en esta área no es satisfactorio.

La preocupación por mejorar la enseñanza de la matemática ha generado iniciativas como la del Comité de las Ciencias Matemáticas¹ que en el año 2000 reconoció la necesidad de mejorar la enseñanza de las matemáticas en los programas de pregrado (Moore, 2005). Dicho Comité reconoció las debilidades de los currículos de matemáticas y de la forma como esta disciplina estaba siendo enseñada, recomendando que los miembros de Facultades de Matemáticas se involucraran en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, así como en la investigación y creación de nuevo conocimiento. Más de una década después estas recomendaciones siguen siendo vigentes, si se considera que el Comité de Educación en Ciencias de Pregrado (Committee on Undergraduate Science Education) del Consejo Nacional de Investigación (National Research Council) de los Estados Unidos reconoció la necesidad de elevar la importancia de la enseñanza matemática en pregrado y sugiere a las facultades fortalecer la infraestructura institucional para mejorar la calidad de la enseñanza y preparar mejor a sus estudiantes (Moore, 2005).

Por otro lado, (Bergeson, 2000) proporciona una recopilación de los resultados de múltiples investigaciones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, identificando lo que según las investigaciones se debe y no se debe hacer, desde los estudiantes y los docentes para lograr una apropiación adecuada de esta disciplina. Entre los muchos puntos relevantes presentados, se seleccionan los más relacionados con este trabajo de grado:

- De la investigación de (Nickson, 1992) se concluyó que la linealidad y la formalidad asociada con la mayoría de los procesos de enseñanza de las matemáticas se obtienen de los esquemas de los libros de texto y tienden a reproducir la aceptación pasiva de las matemáticas desde lo abstracto, con muy poca relación entre el trabajo de los estudiantes y la vida real. Los estudiantes aceptan la naturaleza de las matemáticas en términos correctos o incorrectos y su principal preocupación consiste en corregir las matemáticas que están incorrectas.

¹ Es un proyecto conjunto del Mathematical Sciences Education Board y el Board on Mathematical Sciences.

- Los estudiantes que trabajan en solución de problemas matemáticos en pequeños grupos exhiben comportamientos y procesos que son esencialmente similares a los expertos. En general las conclusiones de la investigación en aprendizaje cooperativo de las matemáticas es consistente en que se aprecian diferencias positivas con respecto a las actitudes, mejora en las habilidades para la solución de problemas y comprensión de las matemáticas.
- Los profesores pueden maximizar el aprendizaje de las matemáticas en ambientes en pequeño grupo que motiven a los estudiantes con actividades que promuevan la elaboración de preguntas, explicaciones y otras acciones que involucren la expresión de sus ideas a los miembros del grupo y la recepción de realimentación.
- El uso de ambientes basados en computador impacta las actitudes de los estudiantes y la respuesta afectiva a la instrucción en álgebra y geometría. Adicionalmente, para cambiar el contexto social asociado con la instrucción tradicional, el acceso al computador proporciona un mecanismo para que los estudiantes descubra sus propios errores, haciendo a un lado la necesidad de un profesor como autoridad en el tema.
- Uno de cada dos estudiantes piensa que el aprendizaje de las matemáticas es básicamente memorización. Los estudiantes pierden rápidamente el significado de las matemáticas o lo ignoran y terminan considerando que los símbolos tiene vida propia, guardando muy poca relación con el problema que originó la representación.
- Los profesores de matemáticas necesitan enfocar la motivación y persistencia de sus estudiantes en dos aspectos: identificar el significado de la tarea matemática, más que en hacer la tarea y desarrollar competencias de pensamiento independiente y estrategias para la solución de problemas, más que en obtener la respuesta correcta al problema matemático.

Finalmente, la revisión teórica realizada por (Moore, 2005) reporta que se presentan mejoras en el aprendizaje de las matemáticas cuando dicho proceso se realiza en contextos que tienen significado sociocultural y cognitivo para el estudiante, con una pedagogía que hace énfasis en el discurso del estudiante, la solución de problemas de la vida real y la creación de ambientes de aprendizaje, que involucran el trabajo colaborativo en grupo y la interacción estudiante-docente.

Los dos aspectos mostrados hasta ahora: la problemática de la deserción en educación superior con sus costos y características, y la problemática de la enseñanza- aprendizaje de la matemática, dan origen a la pregunta que orienta la formulación de este trabajo de grado de maestría: ¿Cuáles son las características a incorporar en una estrategia de

aprendizaje cooperativo que utilice las tecnologías de la información y la comunicación, y que busca incrementar el desempeño en los cursos de matemáticas de primer semestre de ingeniería?

Con este trabajo se aportan elementos que favorecen:

- La integración de los estudios sobre cooperación, desde la perspectiva del aprendizaje y desde la perspectiva de los dilemas sociales, dando continuidad a los trabajos de la Línea de Investigación en Pensamiento sistémico y Educación del Grupo en Pensamiento Sistémico de la UNAB.
- La formulación de lineamientos para la incorporación de las Tecnologías de la Información y la comunicación en los procesos de aprendizaje de la matemática, que son de especial interés para las Red Iberoamericana de Informática Educativa, la Red Nacional de Tecnología avanzada RENATA y en general para la comunidad de Informática Educativa.
- La disminución de la mortalidad académica y la deserción en los cursos de matemáticas de primer semestre de ingeniería, que es de interés fundamental para el Ministerio de Educación Nacional y las Instituciones de Educación Superior.
- La calidad de la enseñanza en matemáticas, a través de la formulación de estrategias pedagógicas y tecnológicas, que son relevantes para el Ministerio de Educación Nacional, la comunidad de docentes de matemáticas en educación superior y los grupos de investigación en didáctica de la matemática.
- La innovación docente en el aula de clase y por ende una mayor motivación y aceptación de los estudiantes por los cursos de matemáticas, es un aspecto fundamental para las Instituciones de educación Superior y los docentes del área de matemáticas, en Educación Superior.

Como consecuencia, este trabajo de grado, se encuentra alineado con las políticas del orden nacional y regional. En la política nacional, es coherente con los propósitos de “Educar con pertinencia para la innovación y la productividad” y “Cerrar brechas con enfoque regional en educación superior” que hacen parte de la Política Educativa del Ministerio de Educación Nacional 2011- 2014: "Educación de Calidad, el Camino para la Prosperidad".

En el propósito de “Educar con pertinencia para la innovación y la productividad”, cuyo enfoque es formar ciudadanos dispuestos a aprovechar su capacidad de construcción de conocimiento para transformarla en innovaciones con la finalidad de mejorar la calidad de vida, se encuentra coherencia especial con el proyecto “Consolidar el sistema de innovación educativa”, por los alcances que se plantean para el desarrollo de la innovación docente.

En el propósito de “Cerrar brechas con enfoque regional en educación superior”, cuyo objetivo consiste en cerrar brechas de inequidad garantizando oportunidades de acceso y permanencia en el sistema educativo con un enfoque regional, se aprecia una relación muy estrecha con el proyecto “Incentivar la permanencia en el sistema de educación superior”, pues como ya se mencionaba, el trabajo se encuentra alineado con 4 determinantes de deserción (1 desde la dimensión individual, 2 desde la dimensión académica y 1 desde la dimensión institucional).

En la política regional, el trabajo de grado aporta al logro de los objetivos planteados por la Gobernación de Santander en su plan de desarrollo “Santander en serio, el gobierno de la gente”, 2012-2015 especialmente en la Línea Estratégica “Santander con Ciencia, Tecnología e Innovación”, cuyo objetivo es propiciar el acceso y uso masivo de herramientas tecnológicas de apoyo al desarrollo en Ciencia, Tecnología e Innovación.

Para terminar, este trabajo de grado es un ejemplo de la formulación de lineamientos para adopción de tecnologías en procesos de aprendizaje, lo cual va en coherencia con el objetivo de la maestría en Gestión, Aplicación y Desarrollo de Software, específicamente en lo relacionado con la evaluación e implantación de tecnologías de punta de productos software; mediante la aplicación de herramientas y metodologías que cumplan con los estándares de la disciplina.

En este contexto, este trabajo de grado proporcionó la posibilidad para realizar la transferencia del conocimiento generado en las investigaciones sobre dilemas sociales de pequeña escala y el conocimiento como recurso común, a una problemática educativa, con el fin de definir estrategias que permitan mejorar los procesos de aprendizaje de la

matemática, enriqueciendo además la investigación en el campo educativo con los aportes desde la cooperación. Adicionalmente, este trabajo de grado se propuso aportar una visión sistémica desde la cooperación al proceso de aprendizaje para identificar aspectos que puedan facilitarlos y por ende mejorar las estrategias pedagógicas que dan soporte a los estudiantes, favoreciendo su logro académico y por ende la permanencia en el sistema educativo.

1.2 OBJETIVOS

El trabajo de grado involucró un (1) objetivo general y tres (3) objetivos específicos, que definieron los compromisos adquiridos para su desarrollo.

1.2.1 Objetivo General

Proponer lineamientos de la teoría de la cooperación que permitan mejorar el aprendizaje cooperativo en la solución de casos matemáticos utilizando herramientas tecnológicas, como un aporte a las políticas nacionales de disminución de la deserción estudiantil y a la consolidación de la innovación educativa mediante la incorporación de tecnologías.

1.2.2 Objetivos específicos

Revisar artículos de investigación sobre estrategias y mecanismos de aprendizaje colaborativo y cooperativo que son aplicables a experiencias de solución de casos para el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de ingeniería.

Diseñar una estrategia para el mejoramiento de los procesos de solución colaborativa de casos matemáticos, basada en la revisión de la literatura.

Evaluar la capacidad de la estrategia propuesta para mejorar el nivel de cooperación alcanzado por grupos de estudiantes que resuelven casos matemáticos.

1.3 PERSPECTIVA TEÓRICA

En esta sección se sintetizan los principales referentes teóricos que se toman como base para el trabajo de grado, en las temáticas correspondientes a: Aprendizaje cooperativo y colaborativo, evaluación del aprendizaje cooperativo, dilemas sociales, cooperación y gestión de la cooperación.

1.3.1 Aprendizaje cooperativo y colaborativo

Según lo planteado por (De Pepa, 2005) y (Barkley, Cross, & Howell, 2007) los términos cooperación y colaboración se tienden a utilizar indistintamente. Sin embargo, el aprendizaje cooperativo requiere de una división de tareas entre los integrantes del grupo y una especificación de roles por parte del docente, en este sentido el aprendizaje cooperativo se concibe como una forma particular de aprendizaje colaborativo.

Por esta cercanía de los conceptos de aprendizaje cooperativo/colaborativo, se utilizarán indistintamente en el contexto de este trabajo.

En la definición de aprendizaje colaborativo se identifican 3 características esenciales (Barkley et al., 2007):

- La primera característica es el diseño intencional. Es necesario estructurar las actividades de aprendizaje intencional, si es posible seleccionándolas de una serie de técnicas preestructuradas y documentadas o creando estructuras propias, lo importante es que dicha estructura sea intencional.
- La segunda característica es la colaboración. Esto significa que todos los miembros del grupo se deben comprometer activamente en alcanzar los objetivos señalados, cuando alguno de ellos se limita a ser observador, no se realiza aprendizaje colaborativo.
- La tercera característica es que tenga lugar un proceso significativo. Desde el punto de vista educativo, todas las actividades planeadas deben enfocarse al logro de los objetivos de enseñanza definidos, aun cuando la actividad genere un

trabajo en grupo motivado y activo, si no se consiguen una modificación del conocimiento que tiene el estudiante, no se es exitoso en el aprendizaje colaborativo.

Adicionalmente, el trabajo realizado por (Johnson & Johnson, 2002) define 3 orientaciones del aprendizaje: cooperativo productivo, competitivo e individualista. El aprendizaje cooperativo productivo es aquel que logra las metas de aprendizaje propuestas tanto a nivel individual como de grupo, con la interacción de todos los miembros del mismo a través del reconocimiento de los objetivos comunes y el trabajo mancomunado por alcanzarlos. El aprendizaje competitivo es aquel donde se incentiva la competencia entre individuos para el logro de los objetivos de aprendizaje a través de incentivos o premiación. El aprendizaje individualista es aquel que incentiva el trabajo del individuo para el logro de los objetivos de aprendizaje.

Los resultados de los trabajos realizados por (Johnson & Johnson, 2002) muestran mejoras en el desempeño académico de los estudiantes que realizan aprendizaje cooperativo productivo con respecto a las experiencias de trabajo competitivo e individualista.

Por otra parte, James, McInnis, & Devlin (2002) afirman que cuando se emplean procesos eficaces de gestión del grupo, cuando se desarrollan y comunican pautas claras de evaluación y cuando los procesos de clasificación empleados son válidos y justos, la probabilidad de obtener resultados positivos en el aprendizaje y la satisfacción de los estudiantes, con las actividades del grupo, se incrementa significativamente.

Por otra parte, si los estudiantes no pueden ver el objetivo del trabajo en grupo, no están seguros de lo que se espera de ellos, o creen que los métodos de evaluación no son válidos o justos, simplemente, los beneficios educativos son bajos y las tensiones suelen emerger. Las condiciones, en las que se lleva a cabo el trabajo en grupo, son cruciales para su éxito. El trabajo en grupo, en condiciones adecuadas, favorece el aprendizaje entre compañeros y grupos de colaborativos y muchas investigaciones validan la eficacia del aprendizaje entre pares. Bajo unas condiciones no ideales, el trabajo en grupo puede

llegar a ser el vehículo para generación de conflictos y la proliferación de holgazanes. También puede imponer una serie de tensiones inesperadas, por ejemplo, en el caso de estudiantes con horarios recargados viviendo a grandes distancias de la Universidad.

El diseño de la evaluación es fundamental para aprovechar los beneficios del trabajo en grupo y evitar el fracaso. La evaluación define el carácter y la calidad del trabajo en grupo. Para ello es importante establecer directrices explícitas para el trabajo en grupo que aseguren que los objetivos de aprendizaje se cumplan y para garantizar que éstos sean transparentes y equitativos, y garantizar la gestión de la planificación, el desarrollo e implementación de procesos y procedimientos para el aprendizaje a través del trabajo y la evaluación del grupo. Una de las mayores preocupaciones que tienen los estudiantes sobre el trabajo en grupo es la posibilidad de que las prácticas de evaluación de trabajo grupal no evalúan las contribuciones individuales, de allí la necesidad de establecer estrategias de evaluación más completas.

1.3.2 Evaluación del Aprendizaje Colaborativo

La evaluación del aprendizaje colaborativo es un problema que ha tomado relevancia especial en los últimos años, considerando la tendencia de las investigaciones hacia la indagación del proceso mismo de aprendizaje colaborativo en términos de la interacción y la sinergia que se da dentro del grupo de trabajo; un aspecto diferente de las investigaciones tradicionales en las que se valoraba el aprendizaje o desarrollo cognitivo alcanzado por cada uno de los integrantes que adelantaron actividades en grupo. Esto supone un problema que ha sido abordado por varias investigaciones, de las cuales se toman como referentes los trabajos realizados por (Baeza-Yates & Pino, 2006; Collazos et al., 2002; Noble & Letsky, 2005).

(Baeza-Yates & Pino, 2006) presentan un intento inicial de evaluar formalmente medidas de desempeño relacionadas con aplicaciones de trabajo colaborativo soportado en el computador, que son útiles en la gestión de proyectos dentro de las organizaciones. El trabajo mide la eficiencia en el desarrollo de la tarea de recopilación de información en grupo, a partir de 3 componentes: Calidad, Tiempo y Trabajo. De acuerdo con estos autores los proyectos de trabajo cooperativo soportado por computador son difíciles de

evaluar cuando se implementan en las organizaciones, pues se relacionan muchas variables y algunas de ellas son cualitativas y difíciles de evaluar. Sin embargo, hay otras variables que podrían medirse y más aún, para un sistema específico de trabajo cooperativo soportado en computador, la administración podría tener una estimación de desempeño.

La experiencia modela una aplicación de groupware, enfocándose en los aspectos de trabajo realizado y tiempo dedicado a la colaboración, para lo cual estudian las siguientes variables y sus relaciones: calidad de los resultados, número de personas involucradas y tiempo dedicado a toda la tarea y tiempo total de trabajo. La aplicación generada ilustra el modelo de evaluación, proponiendo una heurística específica, al caso cuando mucha busca por la misma información, así se incrementa el llamado y la precisión de la respuesta. La metodología de evaluación es aplicada a un caso, mostrando algunos resultados experimentales.

El trabajo se concentra en un escenario de colaboración limitado, y puede ser aplicable a casos donde el trabajo puede ser intercambiando entre la gente. El caso de recuperación de información colaborativa es un ejemplo de este tipo de trabajo. Otra instancia puede ser el trabajo almacenado por empleados que responden preguntas en un call center, donde el mismo tipo de trabajo puede ser resuelto en paralelo.

La recuperación de información colaborativa muestra que es posible aplicar una evaluación formal y el análisis de una aplicación groupware. Este tipo de análisis puede implicar: el total de tiempo utilizado, número de personas involucradas en el proyecto, etc y puede complementar la evaluación cualitativa hecha sobre el proyecto. Evaluaciones de este tipo pueden ser útiles para gerentes organizacionales y directores de proyecto para implementar acciones de mejora de los indicadores.

Por otra parte, (Noble & Letsky, 2005) reportan una investigación de tres años para desarrollar, probar y aplicar un conjunto de métricas diseñadas, en un ambiente de operaciones militares con el fin de mejorar la colaboración entre equipos. El artículo describe la estrategia basada en un modelo para seleccionar las métricas y describe las

ocho clases de métricas definidas para medir la efectividad de la colaboración y los factores que contribuyen a la efectividad. Las categorías definidas para las métricas son: Comprensión, Interacción con la información, Desempeño en la tarea y Productos, tanto para el trabajo individual, como para el trabajo grupal.

La colaboración en el marco de (Noble & Letsky, 2005) corresponde a “los aspectos fundamentales de la solución conjunta de problemas para el propósito de mejorar la comprensión compartida, toma de decisiones y la creación de un producto”. Esta definición hace énfasis en el aspecto cognitivo y los aspectos de la solución de problemas en colaboración. La siguiente figura presenta la organización de la métricas propuestas:

Tabla 2 Categorías de las métricas de colaboración

	Comprensión	Interacción con la información	Desempeño en la tarea	Productos
Individuos	Comprensión individual	Información Individual Interacción con soportes	Desempeño individual en la tarea	Productos individuales
Equipos	Comprensión grupal	Información grupal Interacciones	Trabajo en equipo	Productos del grupo

Fuente: Traducido de (Noble & Letsky, 2005)

- **Métricas de Producto.** Estas métricas miden la calidad del producto, los tiempos de entrega y la eficiencia con que se producen. La medida de la calidad del producto no debe depender de cómo se realizó el producto.
- **Métricas de Desempeño en la tarea.** Estas métricas miden los procesos de crear y ensamblar los productos del trabajo colaborativo. Cuando se aplican a individuos miembros del equipo, se mide el desempeño en la tarea, cumplimiento de calendario, carga de trabajo, nivel de compromiso y flexibilidad. Cuando se aplica a un equipo se mide la sincronización del equipo, el ajuste y construcción de los productos. Define dos categorías de métricas de desempeño de tareas a nivel de equipo. El primer tipo de métricas incluyen las métricas de desempeño individuales. En algunos casos, se propone tomar el promedio de carga de trabajo de los miembros del equipo. El segundo tipo de métricas emergen del comportamiento del equipo, como un todo pero no se definen a nivel individual.

- **Métricas de Interacción con la información.** Estas métricas aplican para evaluar la conveniencia de las tormentas de ideas, negociación y los demás procesos empleados para adquirir una visión compartida y el consenso del equipo. A nivel individual, estas métricas miden la contribución individual para soportar el desarrollo de la comprensión grupal y el consenso. A nivel grupal, ellas evalúan la efectividad de varios procesos grupales en sí mismo. Estas métricas a nivel individual se enfocan en la efectividad de la transferencia del significado, de forma que cada uno de los miembros del equipo adquiera la información correcta de la fuente adecuada, y por extensión, que proporcione la información necesaria al miembro apropiado.
- **Métricas de comprensión.** Estas métricas buscan evaluar la forma en que el equipo comprende sus necesidades para ser más efectivo. Estas métricas se pueden orientar hacia la tarea o hacia el trabajo en equipo, a partir de siete procesos de toma de decisiones: formulación de objetivos, monitoreo, diagnóstico de la situación, identificación de oportunidades/problemas, identificación de posibles acciones, evaluación de posibilidades y selección de la acción.

Las métricas definidas fueron probadas experimentalmente en dos ambientes militares en Camp Smith, Hawaii y Suffolk, Virginia, los que confirmaron la factibilidad de las métricas, pues permiten medir no solo la comprensión total de la efectividad del equipo y además proporcionan una percepción de las razones internas que generan esa efectividad. Aunque se encontraron algunas limitaciones debido al amplio número de factores que se evalúan y la necesidad de recolectar para ello una amplia cantidad de información.

Finalmente, (Collazos et al., 2002) presentan un conjunto de métricas para evaluar el trabajo colaborativo de grupos en la solución de un problema, en este caso "Sacar el ratón del laberinto", que fue implementado como un juego informático. El artículo plantea 5 métricas que permiten la medición de 5 aspectos del trabajo colaborativo: aplicación de estrategias, cooperación al interior del grupo, revisión de los criterios de éxito, monitoreo y desempeño. Para la experimentación se seleccionaron 11 grupos de diferentes poblaciones: estudiantes de educación media, estudiantes de pregrado, conocidos entre sí y no conocidos, que fueron sometidos a un proceso que implicó: 1) Breve descripción

del software, 2) asignación de los miembros a los computadores en cuartos separados, para la interacción sincrónica. 3) El grupo intentó resolver el laberinto. 4) Análisis de datos grabados por la herramienta y de las entrevistas realizadas a los participantes para la auto-evaluación de la experiencia.

Una conclusión importante del trabajo es que los 5 indicadores proporcionan alguna información acerca del trabajo colaborativo realizado por los grupos, pueden utilizarse para detectar las debilidades en el proceso de aprendizaje colaborativo.

El análisis de los resultados sugiere que compartir la construcción de una estrategia que guíe el trabajo de grupo, la cual se comprendida y adoptada por todos los miembros del grupo, está relacionada con un proceso exitoso, tanto en la construcción individual de un contexto cognitivo y en las experiencias compartidas por los miembros del grupo. En este artículo se resalta que los procesos de trabajo cooperativo están influenciados por el estilo personal y el comportamiento individual de cada uno de los miembros del grupo.

De acuerdo con los resultados obtenidos tanto en el puntaje del juego, como en los 5 indicadores definidos, se concluye que los grupos más efectivos son aquellos que tienen claros los objetivos y los van modificando a medida que avanza el trabajo, esto involucra una buena coherencia entre los objetivos individuales y los objetivos grupales. Adicionalmente, los resultados muestran que los grupos inefectivos presentan una pobre comunicación y tienden a mantener la estrategia. En el caso de las actividades colaborativas, desarrollar una tarea implica no solo tener las habilidades para ejecutar la tarea, sino también colaborar para que todos los compañeros del equipo lo hagan.

Este artículo aporta el análisis de los 5 indicadores de trabajo colaborativo: uso de estrategias, cooperación del grupo, revisión de los criterios de éxito y monitoreo, donde el indicador final de desempeño corresponde al promedio de los 4 anteriores y constituye un ejemplo completo de medición del trabajo colaborativo, aunque no proporciona mayores elementos acerca del cálculo de los indicadores intermedios.

1.3.3 Dilemas sociales, Cooperación y Gestión de la Cooperación

Los dilemas sociales (social dilemma) son situaciones en que la racionalidad individual conduce a la irracionalidad colectiva (Peter Kollock, 1998), es decir, un comportamiento que individualmente es razonable conduce a una situación en la que todos en el grupo están peor que al comienzo, lo que se expresa en conflictos entre la racionalidad individual y el bienestar colectivo, estos conflictos pueden afectar la apropiación y la provisión de los recursos comunes (commons) (Parra Valencia, 2010). Se entienden los recursos comunes como facilidades compartidas que se pueden agotar (agua, medio ambiente, vida salvaje, etc) y que son objeto de dilemas sociales si su apropiación supera el límite sostenible o hay desequilibrio en el aprovechamiento (Elinor Ostrom & Hess, 2007). La teoría de la cooperación se enfoca en proporcionar lineamientos para dirimir los dilemas sociales, logrando el máximo de beneficios para el colectivo.

(Elinor Ostrom & Hess, 2007) introducen una nueva forma de ver el conocimiento como un recurso compartido, enfocándose en explorar los enigmas y problemas que tiene el conocimiento compartido, particularmente en la era digital. Lo anterior, con la intención de ilustrar las ventajas que puede proporcionar la aplicación de un enfoque de varios niveles para abordar profunda e interdisciplinariamente el conocimiento como un recurso común. Según (Elinor Ostrom & Hess, 2007) la exploración de la información y el conocimiento como un recurso común es realmente reciente (aproximadamente desde 1995), sin embargo, tiene un conjunto creciente de académicos que se interesan en el concepto y que han observado el crecimiento de la distribución de la información digital, las comunidades virtuales, la web, desde diferentes disciplinas, buscando proporcionar sugerencias para unificar la forma como se asumen todos los recursos comunes, que están administrados por grupos de varios tamaños e intereses.

Para (Elinor Ostrom & Hess, 2007) el conocimiento se refiere a todas las comprensiones obtenidas a través de la experiencia o el estudio, esto incluye conocimiento indígena, científico, académico y no académico, trabajos creativos como la música, las artes visuales y teatrales. En este sentido, el conocimiento tiene una funcionalidad dual como

necesidad humana y bien económico, que se adquiere o se descubre como parte de un proceso social y un proceso profundamente personal. Otra característica del conocimiento es que es acumulativo y un bien público, por tanto la gente debería tener fácil acceso y garantizar su preservación, lo cual es un problema que se espera asumir con el uso de las tecnologías digitales.

En este punto, cabe resaltar que la consideración del conocimiento como un recurso común y los resultados obtenidos en la investigación alrededor de los dilemas sociales, puede aportar al mejoramiento de los procesos de aprendizaje de la matemática, sugiriendo estrategias para lograr la apropiación del mismo por parte de un colectivo de estudiantes. De hecho, en la síntesis proporcionada por (Peter Kollock, 1998) se plantean algunas soluciones a los dilemas sociales, desde tres ámbitos: **motivacional, estratégico y estructural**, que asumen diferentes formas de participación de los involucrados, que se pueden relacionar con los resultados de las investigaciones realizadas por (Johnson & et al, 1981) desde el campo educativo, que involucran actores individualistas, competitivos y cooperativos. Estos aportes desde los dilemas sociales pueden facilitar la conformación de estrategias de aprendizaje cooperativo que se integren a la investigación ya existente, desde el campo educativo.

Por otra parte, en la caracterización de los dilemas sociales referenciada por (Parra Valencia, 2010) se puede identificar que el proceso de cooperación con el conocimiento como recurso común, que se presenta en un aula de clase se puede clasificar como un dilema social de pequeña escala, pues el contexto es el aula de clase que puede funcionar como campo o laboratorio, el tamaño de los grupos es inferior a 10 estudiantes (de hecho en la investigación en educación los grupos colaborativos se organizan entre 3-5 estudiantes) y la organización del aula permite una retroalimentación alta e inmediata, con encuentros frente a frente, o a través de mensajes mediados tecnológicamente.

Tabla 3 Caracterización de los dilemas sociales de pequeña y gran escala

Tipo	Pequeña escala	Gran escala
Contexto	Campo y laboratorio	Difícil de localizar
Tamaño de grupo	Menor de 10	Más de 10
Características de grupo	Homogéneas	Heterogéneas

Magnitud de retardo	Pocos minutos	Alta: días, meses o años.
Calidad de realimentación	Alta	Baja
Modelo de racionalidad	Acotado	Acotado
Encuentros	Uno, infinitos	Infinitos
Comunicación	Frente a frente	Mediada por medios masivos

Fuente: Referenciado por (Parra Valencia, 2010)

1.4 CONCLUSIONES

Los resultados estadísticos obtenidos en el desarrollo del trabajo mediante la aplicación de pruebas t no aportan concluyentemente a la hipótesis de trabajo, es decir, a partir del tratamiento estadístico no es posible afirmar que se presentó un impacto positivo con la implementación de la estrategia de aprendizaje basada en la cooperación, en el grupo de undécimo de la Institución Educativa Aurelio Martínez Mutis, donde se llevó a cabo la experiencia, es decir, se requieren trabajos adicional que permitan validar la hipótesis. Dentro de los factores que pudieron intervenir para la obtención de estos resultados se encuentran:

- Falta de entrenamiento en el uso de la herramienta tecnológica Google Docs.
- Falta de claridad en la identificación de los objetivos generales de la actividad y en los intereses individuales de los estudiantes.
- Falta de continuidad en el procesos de innovación pedagógica en el aula.
- No ejecución del momento de socialización de los resultados de la actividad.
- Necesidad de realizar pilotajes para afinar los tiempos y magnitud del problema.

El análisis cualitativo realizado a los registros de chat de los grupos muestra como factores comunes:

- La presencia de conflictos por el uso del documento compartido de Google Docs, que en esta actividad funciona como recurso común.
- Falta de entrenamiento en el manejo de la herramienta tecnológica.

- Reconocimiento de liderazgos al interior del grupo.
- La orientación del trabajo a la finalización de la tarea, sin importar la definición de los umbrales como parámetros para la evaluación.

1.5 SIGNIFICANCIA DEL TRABAJO

El trabajo constituye una experiencia de integración teórica desde la perspectiva del aprendizaje y la cooperación, además de promover la incorporación estructurada de herramientas tecnológicas para el aprendizaje de la matemática; un área que se considera decisiva en los niveles de deserción y mortalidad académica en los primeros semestres de educación superior.

2 REVISIÓN DE LA LITERATURA

Para proporcionar una visión del área de investigación se elaboró un análisis de trabajos publicados entre 2005 y 2012 que presentan resultados de investigaciones realizadas en el área de la cooperación, el aprendizaje cooperativo/colaborativo y el desarrollo de competencias matemáticas. La descripción de los hallazgos realizados incluye la presentación de los principales aspectos teóricos identificados en la revisión, que forman parte de la base conceptual del trabajo de grado.

2.1 CONDICIONES DE LA REVISIÓN

La construcción del estado del arte comenzó con la selección de artículos de investigación a partir de las consultas realizadas en el sistema de referenciación Scopus, contemplando los siguientes criterios de selección:

- Fechas de publicación: 2005 en adelante
- El artículo presenta una experiencia de aprendizaje colaborativo o cooperativo en matemáticas.
- El artículo describe estrategias docentes relacionadas con el aprendizaje colaborativo o cooperativo.
- El artículo corresponde a un meta-análisis o un estado del arte sobre aprendizaje cooperativo y/o colaborativo o sobre dilemas sociales.
- Se seleccionan solo artículos disponibles a texto completo.

Las búsquedas realizadas sobre Scopus con las diferentes palabras claves proporcionaron los resultados mostrados en la Tabla 4.

Tabla 4 Resultados de la búsqueda por palabras claves

Palabras claves	Referencias recuperadas	Referencias seleccionadas
Cooperation learning AND mathematics AND engineering	9	3
Cooperation learning AND mathematics AND engineering undergraduate	2	2
Cooperation learning AND mathematics	106	12
Cooperation computer-assisted instruction and mathematics	4	1
TOTAL DE REFERENCIAS	121	18

Fuente: Autora del trabajo

Las referencias recuperadas se organizaron primero por fecha de publicación para realizar un proceso de selección y posteriormente por relevancia, el interés fue seleccionar las 10 referencias más recientes y las 10 más relevantes. Con cada referencia que cumplía con los criterios de selección se procedía a realizar la búsqueda del artículo completo en las bases de datos Academic Search Complete (EbscoHost), Journal Storage, Compendex, Directory of Open Access Journals e Internet, en caso de que no se encontrara el artículo a texto completo se excluía la referencia.

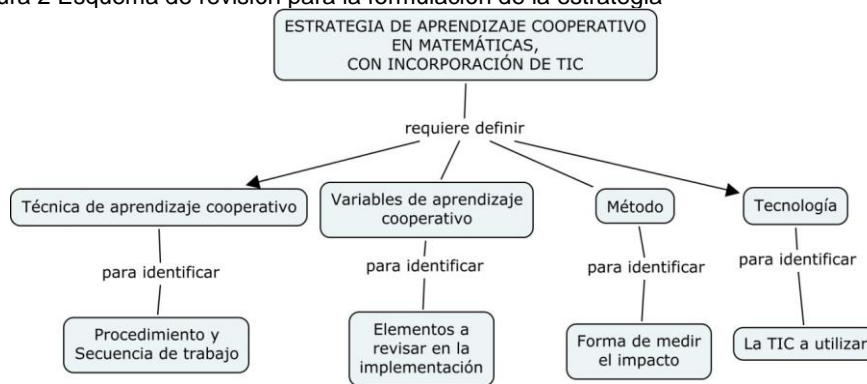
Los artículos seleccionados se revisaron completamente y se procedió a sintetizar los aspectos más relevantes de cada uno de los mismos registrándolos en una matriz de análisis que contiene los siguientes aspectos:

- Palabras de búsqueda
- Base de datos
- Palabras claves
- Referencia
- País
- Método
- Variables dep – indep

- Población
- Estrategia de aprendizaje cooperativo/colaborativo
- Conclusiones
- Utilidad para el trabajo de grado

El análisis de estos documentos sirvió para definir 4 aspectos fundamentales de la estrategia de aprendizaje cooperativo en matemática: las técnicas o procedimientos que se siguen en las actividades de aprendizaje cooperativo, las variables que intervienen en el aprendizaje cooperativo, la metodología de los estudios en el área y las tecnologías utilizadas en el aprendizaje cooperativo de la matemática, lo que proporciona un mapa para la organización de los resultados, que se observa en la Figura 2.

Figura 2 Esquema de revisión para la formulación de la estrategia



Fuente: Autora del trabajo

2.2 RESULTADOS DE LA REVISIÓN

Las conclusiones derivadas del análisis se presentan a continuación organizadas en los 4 aspectos mencionados en el Esquema: Técnicas de Aprendizaje cooperativo/colaborativo, Variables relacionadas con el aprendizaje cooperativo/colaborativo, Aspectos metodológicos (conformación de grupos, tipo de estudio, organización de la actividad), Tecnologías utilizadas para el aprendizaje cooperativo/colaborativo en matemáticas.

2.2.1 Técnicas de aprendizaje cooperativo/colaborativo

En la revisión se encuentra que la variedad de técnicas de aprendizaje cooperativo puede ser muy grande, si se considera que cada estudio puede asumir procedimientos de implementación de la cooperación diferentes, aun así, en la revisión se encuentra que hay tradicionalmente un conjunto de técnicas que han hecho parte de las experiencias y que (R. E. Slavin, 1981) clasifica como:

- STAD – Student teams-achievement divisions. En las experiencias que utilizan STAD, el profesor presenta una lección, luego los estudiantes se reúnen en equipos de 4-5 individuos para intentar realizar un conjunto de hojas de trabajo sobre la lección, posteriormente los estudiantes toman quizzes individuales sobre el material y los puntajes individuales contribuyen al de sus equipos, basados en el grado de mejora que presenten con respecto al promedio inicial. Los equipos con más altos puntajes en cada semana tienen algún tipo de reconocimiento en el curso (publicación en el diario, carteleras, etc).
- TGT – Teams-Games-Tournament. En las experiencias que usan TGT los estudiantes representan sus equipos en juegos académicos, compitiendo con compañeros que tengan un desempeño similar en los torneos anteriores. En estas competencias tanto los estudiantes de bajo desempeño como los de alto desempeño tienen las mismas oportunidades.
- Jigsaw. En esta técnica cada estudiante hace parte de un grupo de 5-6 miembros toma una pieza de información que corresponde a un tópico completo que estudia el grupo. Después de leer la sección que le corresponde, el se encuentra con sus contrapartes en los otros grupos para discutir su información como encuentros de expertos. Posteriormente los estudiantes retornan a sus grupos y les enseñan a sus compañeros de grupo lo que han aprendido sobre la sección que le correspondió. Finalmente toda la clase responde un test de promoción o acreditación individual.
- Jigsaw II. Es una modificación de la técnica de Jigsaw diseñada para integrar este método con otros métodos de aprendizaje por equipos de estudiantes y que simplifica a los profesores la preparación requerida para usar el método. En Jigsaw II, los estudiantes son asignados a equipos de 4-5 miembros, ellos leen

material narrativo, tales como capítulos de estudios sociales, historias cortas o biografías y cada uno de los miembros del equipo toma un tópico particular, convirtiéndose en experto del mismo. Posteriormente, los estudiantes discuten sus tópicos en grupos de expertos y vuelven a cada uno de grupos para enseñar lo que han aprendido. Finalmente, los estudiantes toman un quiz sobre el material y los puntajes individuales obtenidos son utilizados para definir el puntaje del grupo, al igual que en la técnica STAD.

- Learning together - LT. En esta técnica de aprendizaje cooperativo los estudiantes trabajan en grupos pequeños para completar una hoja de trabajo, con el fin de obtener reconocimiento a su trabajo.
- Group-Investigation - GI. Este modelo es considerado por (R. E. Slavin, 1981) como uno de los más complejos métodos de aprendizaje cooperativo. Consiste en que los estudiantes en pequeños grupos toman responsabilidades sustanciales para decidir los que ellos deberán aprender, se organizan internamente para aprender y luego comunican lo aprendido a sus compañeros de clase.

En la revisión realizada por (R. E. Slavin, 1981) de las 19 experiencias de aplicación de técnicas de aprendizaje en equipo, solo 3 no presentan diferencias significativas en el desempeño logrado por los estudiantes en el grupo experimental con respecto al de control.

(Asshaari et al., 2011) en su experiencia de implementación de trabajo colaborativo en el curso de matemáticas con estudiantes de primer y segundo año de ingeniería incluyen 3 técnicas adicionales, que utilizan en las clases de lectura matemática:

- Think-Pair-Share – TPS. Esta técnica involucra una estructura de 3 pasos cooperativos. En el primer paso los individuos piensan en silencio sobre una pregunta planteada por el docente. Durante el segundo paso ellos intercambian pensamientos en parejas de estudiantes. En el tercer paso, las parejas comparten sus respuestas con otras parejas, otros equipos y el grupo completo.
- Round Robin Brainstorming – RRB. Se presenta una pregunta con muchas respuestas posibles y los estudiantes se toman un tiempo para pensar acerca de

las respuestas. Una vez superado el “tiempo de pensar” los miembros del equipo comparten sus respuestas con otros, en un proceso de todos contra todos (Round Robin). Un designado del grupo como escritor escribe las respuestas de los miembros del grupo, al pasar el turno a la siguiente persona nuevamente se hace una ronda para tomar las respuestas de cada miembro del grupo, y se continúa la ronda hasta que se agota el tiempo y se toma una decisión de grupo.

- Three-Minutes Review (Mapping) – TMR. Los profesores detienen en cualquier momento durante una lectura o discusión y conforman equipos durante 3 minutos para revisar lo que se está diciendo, responder preguntas y hacer claridad sobre algunas ideas.

(Roger & Johnson, 2009) establecen algunas condiciones para que el trabajo sea considerado realmente cooperativo, al plantear que un grupo de estudiantes sentados en la misma mesa haciendo su propio trabajo, pero con la libertad de hablar acerca de cómo trabajan, no están estructurando un grupo cooperativo, pues no existe una interdependencia positiva. Para que se dé una situación de aprendizaje cooperativo, ellos necesitan aceptar el objetivo común por el cual el grupo dirige sus esfuerzos. Si un grupo de estudiantes tiene asignado un informe, pero solo uno hace todo el trabajo no es un grupo cooperativo. Un grupo cooperativo tiene sentido de la responsabilidad individual lo que significa que todos los estudiantes conocen el material y hablan por el éxito del grupo en su totalidad. Colocar estudiantes en grupos, no es necesariamente ganar en relación cooperativa, debe ser estructurado y administrado por el profesor. De hecho establecen 5 componentes básicos para considerar que se está realizando un trabajo cooperativo:

- Se percibe claramente la interdependencia positiva.
- Se promueve considerablemente la interacción cara a cara.
- Se percibe claramente la responsabilidad individual para lograr los objetivos del grupo.
- El uso frecuente de habilidades relevantes tanto interpersonales y en pequeño grupo.
- Revisión frecuente del funcionamiento actual del grupo para mejorar la efectividad futura del grupo.

Por otra parte, algunas experiencias aportan orientaciones para la aplicación de técnicas específicas para los cursos de matemáticas (Pons, González-Herrero, & Serrano, 2008) y con incorporación de tecnologías, como es el caso de (Farhadian et al., 2007) y (Zurita & Nussbaum, 2007).

En el trabajo de (Pons et al., 2008) con estudiantes de educación secundaria la interacción se produce como una relación de tutoría entre el alumno que pide ayuda y el que la suministra. Cada alumno es responsable del desarrollo del proceso de aprendizaje (académico y social) y cada grupo es responsable de la correcta resolución de las cuestiones planteadas. La secuencia incluye: comprensión de los materiales a nivel de grupo, resolución de las cuestiones a nivel individual, autoevaluación formativa grupal, entrega de la solución por parte del docente y análisis grupal de esos resultados, planteamiento de correcciones y aclaración de contenidos. En este caso los grupos que trabajan la estrategia cooperativa presentan diferencias significativas positivas con respecto al grupo de control, y dichas diferencias son más acentuadas en los bloques son mayor dificultad conceptual.

En la experiencia de (Farhadian et al., 2007) con 30 estudiantes de Maestría en Matemáticas con 10 años de experiencia en la enseñanza de las matemáticas, la técnica hizo énfasis en la enseñanza de estrategias heurísticas para la solución de problemas, para lo cual se apoyaron en un software de computador. El proceso se organizó en 5 pasos: Discusión del problema, Instrucción sobre las 3 estrategias para la solución de problemas, Revisión de la solución, Presentación de resultados y Discusión sobre la solución del grupo vs solución del experto.

Y en el caso de (Zurita & Nussbaum, 2007) la formulación del trabajo se realizó basado en la Teoría de la Actividad (AT -Activity Theory²) que implica 1) clarificar la naturaleza de las actividades colaborativas, 2) indicar como la gente puede socializar participando y cómo interactúan con la tecnología, 3) diseñar herramientas para dar soporte efectivo en varios

² La AT es un marco teórico para analizar las prácticas humanas como procesos de desarrollo que involucran niveles individuales y sociales al mismo tiempo. (Kuutti, 1996) Este marco usa la "actividad" como la unidad básica para el estudio de prácticas humanas, en un contexto específico.

contextos y 4) desarrollar métodos para colocarlos en práctica. Por lo tanto, los componentes del modelo de actividad basada en AT son: 1) Objeto de la actividad - objetivos e intenciones -, 2) sujetos en la actividad, 3) herramientas que median la actividad - tanto físicas, como mentales, modelos y heurísticas usados en el proceso de transformación -, 4) reglas y regulaciones, 5) división de tareas - tareas que son individuales y que son de responsabilidad del grupo -, 6) comunidad -individuos directa o indirectamente involucrados en las tareas-, 7) resultados y productos finales involucrados en los objetivos.

Tabla 5 Síntesis de técnicas de aprendizaje cooperativo

Autor	Técnica	Procedimiento
R. E. Slavin, 1981	STAD – Student teams-achievement divisions	<ul style="list-style-type: none"> • Lección general • Solución de hojas de trabajo en equipos • Quices individuales. • Reconocimiento semanal al mejor equipo.
R. E. Slavin, 1981	TGT – Teams games tournament	<ul style="list-style-type: none"> • Competencia por equipos en juegos. • Se elige un representante que compite con compañeros de desempeño similar.
R. E. Slavin, 1981	Jigsaw	<ul style="list-style-type: none"> • Distribución del material en cada uno de los miembros del equipo • Reunión de expertos para profundizar la sección correspondiente • Socialización en el grupo de lo aprendido. • Test individual
R. E. Slavin, 1981	Jigsaw II	<ul style="list-style-type: none"> • Distribución del material en cada uno de los miembros del equipo • Reunión de expertos para profundizar la sección correspondiente • Socialización en el grupo de lo aprendido. • Test individual
R. E. Slavin, 1981	Learning together - LT.	<ul style="list-style-type: none"> • Organización de grupos • Trabajo conjunto para completar una hoja de trabajo • Reconocimiento al grupo
R. E. Slavin, 1981	Jigsaw II	<ul style="list-style-type: none"> • Distribución del material en cada uno de los miembros del equipo • Reunión de expertos para profundizar la sección correspondiente • Socialización en el grupo de lo aprendido. • Test individual
R. E. Slavin, 1981	Learning together - LT.	<ul style="list-style-type: none"> • Organización de grupos • Trabajo conjunto para completar una hoja de trabajo • Reconocimiento al grupo
R. E. Slavin, 1981	Group-Investigation – GI	<ul style="list-style-type: none"> • Organización de grupos • Toma de decisiones: Objetivos y temas de aprendizaje. • Organización interna • Socialización de lo aprendido a la clase general.

Asshaari et al., 2011	Think-Pair-Share – TPS	<ul style="list-style-type: none"> • Formulación de una pregunta por el docente • Propuesta de solución individual. • Socialización en parejas de estudiantes. • Socialización entre parejas • Socialización entre equipos • Socialización en el grupo completo
Asshaari et al., 2011	Round Robin Brainstorming – RRB	<ul style="list-style-type: none"> • Formulación de una pregunta con varias respuestas posibles • Tiempo de pensar individualmente • Ronda de todos contra todos compartiendo respuestas. • Toma de decisión de grupo
Asshaari et al., 2011	Three-Minutes Review (Maping) – TMR	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura grupal. • Conformación en equipos durante 3 minutos • Respuesta a preguntas, discusión sobre la claridad de las ideas
Pons, González-Herrero, & Serrano, 2008	Técnica específica de la experiencia	<ul style="list-style-type: none"> • Comprensión de los materiales a nivel de grupo • Resolución de inquietudes individuales • Autoevaluación formativa grupal. • Entrega de la solución • Análisis grupal de resultados, correcciones y aclaraciones
Farhadian et al., 2007	Técnica específica de la experiencia	<ul style="list-style-type: none"> • Discusión del problema • Instrucción en estrategias • Revisión de la solución • Presentación de resultados • Discusión sobre solución de grupo vs solución de experto.
Zurita & Nussbaum, 2007	Técnica basada en la Teoría de la actividad, que incorpora tecnologías móviles	<ul style="list-style-type: none"> • Especificación de la naturaleza de las actividades colaborativas • Formulación de Reglas de participación • Diseño de herramientas para dar soporte a diferentes contextos • Desarrollo de métodos de solución

Fuente: Autora del trabajo

Como se ha venido planteando a lo largo del documento, un concepto que se integra al análisis para enriquecer la investigación en el campo educativo es el de dilemas sociales. Se reitera la definición de dilemas sociales (social dilemma) como situaciones en que la racionalidad individual conduce a la irracionalidad colectiva (P Kollock, 1998), es decir, un comportamiento que individualmente es razonable conduce a una situación en la que todos en el grupo están peor que al comienzo, lo que se expresa en conflictos entre la racionalidad individual y el bienestar colectivo, estos conflictos pueden afectar la apropiación y la provisión de los recursos comunes (commons) (Parra Valencia, 2010). Se entienden los recursos comunes como facilidades compartidas que se pueden agotar (agua, medio ambiente, vida salvaje, etc) y que son objeto de dilemas sociales si su apropiación supera el límite sostenible o hay desequilibrio en el aprovechamiento (Elinor Ostrom & Hess, 2007). La teoría de la cooperación se enfoca en proporcionar

lineamientos para dirimir los dilemas sociales, logrando el máximo de beneficios para el colectivo.

De forma complementaria y como ya se expuso en la Introducción, (Elinor Ostrom & Hess, 2007) introducen una nueva forma de ver el conocimiento como un recurso compartido, enfocándose en explorar los enigmas y problemas que tiene el conocimiento compartido, particularmente en la era digital.

Según la revisión realizada por (Peter Kollock, 1998) los dilemas sociales pueden enfrentarse mediante tres tipos de intervenciones: las intervenciones basadas en un agente externo (Hardin, 1968), las intervenciones basadas en derechos de propiedad privada y mercados (Smith, 1981), y las intervenciones basadas en cooperación (E Ostrom, Gardner, & Walker, 1994; Walker & Ostrom, 2007). Para (Parra Valencia, 2013) las intervenciones basadas en agentes externos y en derechos de propiedad privada pueden ser no aplicables en gran parte de los ámbitos de la gestión de dilemas sociales de pequeña escala. Adicionalmente, se ha presentado cómo la cooperación puede ser una alternativa para enfrentar los dilemas sociales (E Ostrom, 2000). No obstante, la promoción de la cooperación supone lidiar con entornos altamente complejos. La aplicabilidad de la cooperación ha sido hasta ahora un impedimento para la gestión de la cooperación que permita mejorar el desempeño de los grupos que enfrentan dilemas sociales, mediante la aplicación de mecanismos de cooperación.

Uno de estos mecanismos es la cooperación por confianza en donde los miembros del grupo cooperan en razón de la confianza de cooperación (E Ostrom & Walker, 2005), esto quiere decir que a mayor cooperación el grupo construirá más confianza en la cooperación futura, lo que a su vez promoverá y sostendrá nueva cooperación (E Ostrom, 2000), esto implica que la conformación inicial de los grupos es fundamental para definir la cooperación posterior de los mismos, si no se logra crear la suficiente confianza al inicio del proceso es posible que no se llegará a tener un buen nivel de cooperación. Una segunda dificultad de este mecanismo basado en confianza es que si los grupos e individuos no reciben realimentación sobre los resultados de la cooperación ellos podrían decidir no continuar con sus acciones cooperativas.

Para superar las deficiencias de los mecanismos basados en confianza, se integran otros mecanismos en un constructo para la cooperación efectiva, con la unión del mecanismo de cooperación por confianza, la cooperación por aprendizaje social, la cooperación por percepción de daño, lo que conforma una unidad para enfrentar la tentación de desertar del grupo. Esto implica que una técnica de aprendizaje cooperativo implica la definición de reglas de confianza mediante un proceso de selección adecuada, la continua retroalimentación del trabajo en equipo, el manejo de normas para el aporte colectivo y la promoción de habilidades de interacción social.

Tabla 6 Formulación de técnicas desde la teoría de la cooperación

Autor	Técnica	Procedimiento
Ostrom, 2005	Gestión de conocimiento basado en confianza	<ul style="list-style-type: none"> • Conformación de grupos • Trabajo en grupo • Realimentación sobre los resultados de la cooperación
Parra, 2013	Constructo para la cooperación efectiva	<ul style="list-style-type: none"> • Definición de reglas de confianza • Definición de normas para el aporte colectivo • Conformación de equipos • Realimentación sobre resultados de cooperación • Incentivos a la interacción

Fuente: Autora del proyecto

La síntesis realizada permite observar una coherencia entre el marco de actividades planteado por (Zurita & Nussbaum, 2007), soportado en la Teoría de la Actividad y con la incorporación de TIC, con el constructo para la cooperación efectiva de (Parra Valencia, 2013), lo que define un marco inicial para la formulación de la estrategia de trabajo cooperativo en matemáticas.

2.2.2 Variables relacionadas con el aprendizaje cooperativo/colaborativo

Los estudios sobre aprendizaje cooperativo y dilemas sociales seleccionados se enfocan en el análisis de dos tipos de variables: las de desempeño académico (Farhadian et al., 2007; Johnson & et al, 1981; Moore, 2005; Pijls, Dekker, & Van Hout-Wolters, 2007; Pons et al., 2008; Roger & Johnson, 2009; R. E. Slavin, 1981) y las de comportamiento (Ginsburg-Block, Rohrbeck, & Fantuzzo, 2006; Kim & Park, 2006; R. E. Slavin, 1981).

(Roger & Johnson, 2009) realizan una revisión de la literatura en la cual encuentran que hay tres formas básicas en las cuales los estudiantes pueden interactuar con otros para aprender:

- Ellos pueden competir para verse como el mejor. Desde la teoría de la cooperación en dilemas sociales, en este planteamiento los individuos buscan maximizar la diferencia relativa de sus resultados con respecto a los otros – Comportamiento competitivo (P Kollock, 1998).
- Ellos pueden trabajar de forma individual siguiendo un objetivo, sin poner atención en los otros estudiantes. Desde la teoría de la cooperación en dilemas sociales, en este planteamiento los individuos buscan maximizar los resultados propios sin considerar el resultado de los otros – Comportamiento individualista (P Kollock, 1998).
- Ellos pueden trabajar cooperativamente con un interés real en que los otros aprendan así como ellos mismos. Desde la teoría de la cooperación en dilemas sociales, en este planteamiento los individuos buscan maximizar los resultados de sus compañeros, sin perjuicio de los resultados propios – Comportamiento cooperativo o altruista (P Kollock, 1998).

Los resultados mostrados por (Johnson & et al, 1981) indican que a) La cooperación es considerablemente más efectiva que la competencia interpersonal y los esfuerzos individualistas, b) La cooperación con competencia intergrupos también fue superior a la competencia interpersonal y los esfuerzo individualistas c) No hay diferencias significativas entre competitividad individual y esfuerzos individualistas.

(Peter Kollock, 1998) plantea que este tipo de comportamientos está íntimamente relacionado con los valores sociales y la personalidad del individuo, uno de los factores motivacionales en la solución de dilemas sociales, y se ha detectado que estos varían de un país al otro y a lo largo de la vida. En este sentido, la investigación sobre dilemas sociales aún no proporciona suficientes elementos que permitan orientar la intervención para lograr mayores niveles de cooperación.

En el trabajo realizado por (Moore, 2005) con estudiantes de cálculo de primer año de ingeniería que pertenecen al programa Emerging Ethnic Engineers-E3³ de la escuela de ingeniería de la Universidad de Cincinnati, durante los años académicos 200-2001, 2001-2002 y 2002-2003, se encuentra que en todas las comparaciones realizadas durante los diferentes períodos, el porcentaje de estudiantes del programa E3 que aprueban es superior, tanto comparado con el grupo de minoría étnica como con el grupo general que no usa aprendizaje cooperativo. El 100% de los estudiantes del programa aprobaron su curso de cálculo. En este trabajo cabe resaltar que la asignación de subgrupos de trabajo en el programa E3 se realiza basada en una combinación de indicadores académicos que incluyen: notas de educación secundaria, puntajes en pruebas SAT/ACT una evaluación escrita desarrollada por el programa y los puntajes obtenidos en un Test aplicado por el Dpto de Matemáticas, además de lograr equidad en género, etnia y raza, pero no son estáticos durante el programa.

En el trabajo realizado por (Farhadian et al., 2007) para el aprendizaje de estrategias heurísticas en la solución de problemas matemáticos, con 30 estudiantes de Maestría en Matemáticas, se encuentran los siguientes aspectos:

- La habilidad individual de cada miembro del grupo afecta la habilidad de grupo.
- El entrenamiento en estrategias heurísticas es efectivo en el mejoramiento de la solución de problemas matemáticos.
- Los estudiantes que utilizaron Cooperative Computer-assisted Instruction se sintieron más confortables que en las clases tradicionales.
- La incorporación de controles de tiempo permiten mantener la atención y generan una percepción de menor esfuerzo por parte de los estudiantes.

En la experiencia realizada por (Pijls et al., 2007) con el análisis de protocolos verbales utilizados por 2 estudiantes para la solución de problemas de probabilidad, se plantean 3 hipótesis acerca de las actividades claves en el crecimiento de nivel matemático:

³El programa implementa el estudio del cálculo utilizando estrategias de aprendizaje cooperativo. Para el programa las minorías étnicas se dividen en afroamericanos, negros o hispanos.

- Dar explicaciones acerca de un concepto puede facilitar un mayor crecimiento futuro del nivel matemático.
- La autocrítica es crucial para futuros crecimientos en el nivel matemático.
- La reconstrucción de la solución, que no está precedida por una explicación puede dar lugar a un semi-nivel o nivel intermedio en la continuación del proceso de aprendizaje.

Para (Roger & Johnson, 2009) la amplia investigación en aprendizaje cooperativo ha establecido que tener estudiantes que trabajan juntos de forma cooperativa es una forma poderosa de aprender y tiene efectos positivos en el aula de clase y en el clima de la escuela. Esto ha sido verificado por profesores desde el preescolar hasta la educación media. Sin embargo, la importancia de enfatizar en el aprendizaje cooperativo en el aula va más allá de los logros, las relaciones positivas y la salud psicológica.

De hecho, en las revisiones realizadas por (R. E. Slavin, 1981) los métodos de aprendizaje cooperativo arrojan efectos positivos en el desempeño académico de los estudiantes, en diferentes niveles educativos: escuelas básicas y secundaria, rurales, urbanas, suburbanas y en diferentes dominios de conocimiento: matemáticas, lenguaje, artes, estudios sociales y lectura. Por otra parte, los estudiantes que prefieren cooperar para aprender se sienten mejor en programas cooperativos, mientras los que prefieren competir, se sienten mejor en programas competitivos. Se tiene la hipótesis de que los métodos cooperativos altamente estructurados (STAD y TGT) pueden tener mayores efectos en el desarrollo de habilidades básicas, pero para habilidades cognitivas de alto grado puede ser necesario requerir métodos más abiertos como GI.

Pero a su vez (Roger & Johnson, 2009) resaltan el impacto social que genera el aprendizaje cooperativo, al considerar que la habilidad de todos los estudiantes para aprender a trabajar cooperativamente con otros es la piedra clave para construir y mantener matrimonios, familias, carreras y amistades estables. Hace posible el desarrollo de habilidades técnicas, tales como lectura, expresión, escucha, escritura, cómputo y solución de problemas que son muy valiosas, pero un pequeño grupo de personas no puede aplicar competencias en la interacción cooperativa con otra gente en su carrera,

familiar y ambientes de comunidad. La forma más lógica de enfatizar el uso del conocimiento de los estudiantes y las habilidades dentro de un marco cooperativo, es que ellos se sientan miembros de la sociedad, es que ellos pasen mucho tiempo aprendiendo estas habilidades en las relaciones cooperativas con otros. Y hacen énfasis en la necesidad de volver a lo básico, reconciliar las prácticas escolares con la investigación actual y alentar a que una saludable porción de instrucción sea cooperativa.

(Ginsburg-Block et al., 2006) realiza un metaanálisis de 36 artículos sobre aprendizaje asistido por pares (Peer-asisted learning - PAL⁴) en educación básica, que incluyen resultados experimentales y hace énfasis especialmente en los resultados no académicos relacionados con la interacción social, el auto-concepto y los resultados de comportamiento de los estudiantes, pues considera que estos aspectos pueden ayudar a clarificar los mecanismos subyacentes a la efectividad del PAL. En este estudio se encuentran los siguientes resultados:

- Cuando se incorporan estrategias de recompensa interdependientes del grupo, se proporcionan oportunidades de autonomía del estudiante, se presentan actividades de aprendizaje estructuradas, se individualiza el currículo y se definen procedimientos de evaluación, estos generan resultados socio-emocionales y de comportamiento positivos, como mejoras en la motivación, la curiosidad, el auto-concepto y la autonomía.
- Los grupos del mismo género tienen resultados significativamente mayores en los aspectos sociales y de auto-concepto, aunque existen pocos estudios que relacionan la conformación de género de los grupos con los resultados de aprendizaje.
- No hay relación significativa entre la duración de las actividades utilizando PAL y los resultados de los estudiantes.
- La intervención utilizando PAL tiene resultados positivos en los resultados socioemocionales de los estudiantes de educación básica, efectos pequeños a

⁴ El aprendizaje asistido por pares (peer-asisted learning PAL) es una forma de aprendizaje cooperativo en la que se ejecuta tutoría entre parejas de estudiantes o aprendizaje en pequeños grupos, donde la tutoría es realizada por integrantes del mismo grupo (Ginsburg-Block et al., 2006).

moderados en el componente social, auto concepto y comportamiento. Existe una relación significativa y positiva entre los resultados de autoconcepto y sociales y logros de los estudiantes.

- Se agrega nueva evidencia de que el PAL es un mecanismo prometedor para promover el cambio social y del comportamiento de los estudiantes, con mejoras académicas.

El trabajo de (Kim & Park, 2006) analiza los factores que contribuyen al alto rendimiento educativo de los estudiantes de Corea. Los autores subrayan las limitaciones de las teorías psicológicas y educativa que hacen énfasis en las bases biológicas (es decir, las habilidades innatas, el Coeficiente Intelectual) en los valores individualistas (por ejemplo, la motivación intrínseca, la atribución de habilidades y la autoestima) y en las características estructurales (por ejemplo, las altas inversiones en educación, el tamaño pequeño de los grupos y la instrucción individualizada). Si bien el gobierno de Corea invierte significativamente menos por estudiante, el tamaño de los grupos es mayor, se subraya el aprendizaje cooperativo y los estudiantes tienen conceptos más bajos de sí mismos, muestran un rendimiento mucho mayor que sus contrapartes occidentales en la lectura, las matemáticas y las ciencias, de acuerdo con las estadísticas proporcionadas por National Center for Educational Statistics y Organization for economic co-operation and development. En este trabajo se utiliza el enfoque de la psicología tradicional para revisar factores que explican el alto rendimiento académico de los estudiantes coreanos. Se revisan los estudios empíricos que analizan el papel de la eficacia del yo a nivel individual, el apoyo social a nivel de relaciones y los valores confucianos a nivel cultural. En primer lugar los coreanos ven la educación como parte de la cultura personal que persiguen para su propio bienestar y como un medio para alcanzar el éxito personal, social y laboral. En segundo lugar, los coreanos no creen en las habilidades innatas, pero creen que pueden ser adquiridas con esfuerzo y disciplina persistentes. En tercer lugar, los padres desempeñan un papel clave para mantener los lazos sólidos en sus relaciones y para influir en los logros de sus hijos durante toda su vida, el sacrificio y el apoyo de los padres son ingredientes básicos para el éxito de los hijos. En cuarto lugar, el apoyo emocional parece ser el más importante, más que el apoyo en información. En quinto lugar, no parece haber una tendencia egocéntrica: los estudiantes atribuyen su éxito al

esfuerzo y su fracaso a la falta de esfuerzo y de habilidades. Por último, aunque las teorías occidentales asumen que la culpa y la presión externa tienen consecuencias negativas, en realidad ocurre lo contrario. En Corea, los niños sienten que tienen una deuda hacia sus padres, por su devoción, su sacrificio y su apoyo, esto promueve la piedad filial y el logro académico. Las expectativas y presiones de los padres tuvieron un impacto positivo sobre los logros académicos de los hijos.

En la revisión realizada por (R. E. Slavin, 1981) concluye que las estrategias de aprendizaje cooperativo muestran tener un impacto significativo en el incremento del número de amigos de otros grupo étnicos, fuera de los amigos de su propio grupo étnico, más que los obtenidos en las clases tradicionales. Adicionalmente, la investigación muestra que se desarrollan relaciones intergrupales consistentemente más exitosas, de hecho se utilizan estas estrategias de aprendizaje para mejorar las relaciones en grupos con diversidad étnica: negros, blancos e hispanos. De igual forma se presenta un efecto positivo en el respeto que muestran los estudiantes con respecto a sus pares, cuando se asigna a los estudiantes a trabajar en una tarea común, con miras al logro de un objetivo común, donde cada individuo puede aportar a la meta deseada. Este tipo de estrategias ayuda a los estudiantes no integrados a aceptar a sus compañeros, además de proporcionar mejor desempeño en las clases y un incremento en la autoestima, estos efectos se aprecian igualmente al integrar niños con problemas de aprendizaje.

Un aporte adicional con respecto a variables de comportamiento lo realiza (Peter Kollock, 1998) al resaltar los efectos positivos de la comunicación y de la identidad de grupo en la cooperación. La comunicación se considera en dos categorías de solución de dilemas sociales: la motivacional y estratégica, por su parte la identidad de grupo se incluye en las tres categorías de solución: motivacional, estructural y estratégica.

Con respecto al impacto de la comunicación (Peter Kollock, 1998) plantea que puede deberse a 4 razones: 1) los individuos pueden tener información de la selección realizada por los otros, 2) la comunicación permite a los miembros del grupo hacer explícitos sus planteamientos, 3) la comunicación ofrece una posibilidad para la persuasión y 4) la comunicación puede crear o reforzar la sensación de identidad de grupo.

Desde el punto de vista de la identidad de grupo, se plantea que esta puede tener un efecto poderoso sobre los niveles de cooperación aún en ausencia de comunicación. Según los estudios de (Brewer & Kramer, 1986; Kramer & Brewer, 1986) los sujetos están más dispuestos a mostrar moderación personal en un dilema social solo como resultado de ser identificados como miembros de un grupo, adicionalmente la competencia entre grupos puede tener efectos aún más sorprendentes de cooperación al interior del grupo. Los experimentos clásicos en el campo de los dilemas sociales, como el de (Sherif et al., 1961), muestran los poderosos efectos de la competencia entre grupos para promover la cooperación dentro de los grupos. Más aún, de acuerdo con esto, la solución puede orientarse a incentivar o crear competencias entre grupos que ayuden a suplir las necesidades de los miembros del grupo, pero esto puede generar costos, representados en conflictos sociales entre los grupos, por el carácter competitivo del proceso.

Para concluir esta sección de resultados con respecto a las variables relacionadas con el aprendizaje cooperativo/colaborativo, se presentan las 5 perspectivas teóricas planteadas por (R. Slavin, 1996) para explicar los efectos del aprendizaje cooperativo en el desempeño académico de los estudiantes y los factores que se identifican como más relevantes:

- **Perspectiva motivacional:** se enfoca en la búsqueda o la estructura de objetivos sobre la cual operan los estudiantes.
- **Perspectiva de la cohesión social:** Relaciona el punto de vista motivacional con los efectos en logros académicos, planteando que están fuertemente mediados por la cohesión del grupo, en esencia que los estudiantes se ayudan mutuamente porque cuidan al otro y quieren que el otro sea exitoso. En general, los trabajos que se enfocan en esta perspectiva que trabajan con actividades grupales pero que no ofrecen recompensas basadas en el aprendizaje de todos los miembros del grupo, no son más efectivas que los enfoques de instrucción tradicional.
- **Perspectivas cognitivas:** Estas perspectivas son la principal alternativa a las perspectivas motivacionales y de cohesión social del aprendizaje cooperativo. Se enfoca en que la interacción entre los estudiantes por sí misma, incrementa el desempeño académico de los estudiantes, por razones que están relacionadas

directamente con el procesamiento de la información y con su desarrollo cognitivo. Dentro de esta perspectiva se identifican dos perspectivas teóricas: la de desarrollo y la de elaboración cognitiva.

- **Perspectiva de desarrollo:** La idea fundamental de esta perspectiva es que la interacción entre niños en tareas apropiadas para su desarrollo cognitivo incrementa su comprensión de conceptos críticos, lo cual según Vygotsky define la zona de desarrollo próximo. En esta perspectiva, la oportunidad de discutir, argumentar, presentar y escuchar los puntos de vista de sus compañeros es un elemento crítico para el logro académico de los estudiantes.
- **Perspectiva de elaboración cognitiva:** La información se retiene en memoria en la medida en que se relaciona con información que ya existe en la memoria, de forma que el aprendiz ordena, reestructura y/o elabora el material, a través de la explicación de esos mismos materiales a otros.

La gran disponibilidad de investigaciones acerca de las ventajas del aprendizaje cooperativo ya dan por descontado, que efectivamente este tipo de estrategias favorecen el desempeño académico, lo ha hecho desviar el foco de atención, hacia la identificación de los factores que hacen que este se de forma óptima y efectiva. (R. Slavin, 1996) identifica 2 factores que ha determinado como los más relevantes:

- **Objetivos grupales y responsabilidad individual (Group goals and individual accountability).** La investigación muestra consistentemente la importancia de este factor para proporcionar a los estudiantes un incentivo que los impulse a ayudar a los otros, fomentando a cada uno el dar el máximo esfuerzo. Únicamente se asegura el éxito del grupo si todos los miembros han aprendido el material, lo que motiva a los miembros a enseñar a su compañero, que es un comportamiento que incrementa el logro académico.
- **Interacciones grupales estructuradas (Structuring group interactions).** Las investigaciones proporcionan alguna evidencia de que la estructuración cuidadosa de las interacciones de los estudiantes en los grupos cooperativos puede ser efectiva, aún en la ausencia de recompensas grupales.

Según (R. Slavin, 1996) aún hace falta recopilar evidencias de investigación para identificar los efectos de las estrategias competitivas, la homogeneidad de los grupos en género, etnia o desempeño académico, también plantea que es necesario profundizar la investigación en condiciones en las cuales los objetivos grupales y la responsabilidad individual no son necesarias, como por ejemplo en los grupos de estudio voluntario o en actividades en las cuales no existen recompensas. Otro ámbito que requiere profundizar la investigación es el aprendizaje basado en proyectos, de forma que se puedan hacer inferencias para hacer que este tipo de aprendizaje sea más óptimo que la instrucción tradicional, proporcionando métodos replicables y condiciones necesarias para que sea exitoso.

Para (R. Slavin, 1996) la adopción generalizada del aprendizaje cooperativo en el currículo implica proporcionar lineamientos para el diseño y uso de materiales, selección de indicadores de resultados, estrategias de seguimiento y mantenimiento a lo largo del tiempo, programas de entrenamiento de docentes, que favorecerían la incorporación práctica en las aulas de clase. En general, se encuentra bastante investigación del aprendizaje cooperativo en educación básica y media, pero es necesario hacer énfasis en los niveles de educación superior para jóvenes y adultos, así como en métodos cooperativos para niños en edad preescolar.

Tabla 7 Síntesis de variables relacionadas en los estudios de aprendizaje cooperativo y cooperación

Autor	Estudio	Resultados
Johnson & et al, 1981	Meta-análisis de experiencias en aprendizaje cooperativo	a) La cooperación es considerablemente más efectiva que la competencia interpersonal y los esfuerzos individualistas b) La cooperación con competencia intergrupos también fue superior a la competencia interpersonal y los esfuerzo individualistas c) No hay diferencias significativas entre competitividad individual y esfuerzos individualistas.
Moore, 2005	Estudiantes de cálculo de primer año de ingeniería que pertenecen al programa Emerging Ethnic Engineers-E ³ de la escuela de ingeniería de la Universidad de Cincinnati. La asignación de estudiantes a los	El porcentaje de estudiantes del programa E ³ que aprueban es superior, tanto comparado con el grupo de minoría étnica como con el grupo general que no usa aprendizaje cooperativo.

<p>Farhadian et al., 2007</p> <p>Pijls et al., 2007</p> <p>Roger & Johnson, 2009</p> <p>R. E. Slavin, 1981</p> <p>R. Slavin, 1996</p> <p>Ginsburg-Block et al., 2006</p>	<p>grupos incluyó factores de rendimiento académico, género, etnia y raza, y no son estáticos durante el programa.</p>	
	<p>30 estudiantes de maestría en Matemáticas que se entrenaron en el aprendizaje de estrategias heurísticas en la solución de problemas matemáticos</p>	<p>La habilidad individual afecta la habilidad grupal. El entrenamiento en estrategias heurísticas es efectivo para la solución de problemas matemáticos. Los estudiantes que utilizaron Cooperative Computer-assisted instruction se sintieron más confortables que en las clases tradicionales. La incorporación de controles de tiempo fue positiva</p>
	<p>Análisis de protocolos verbales utilizados por 2 estudiantes para la solución de problemas de probabilidad</p>	<p>Los procesos de: dar explicaciones, autocrítica y reconstrucción de la solución, favorecen el desarrollo de competencias en la solución de problemas</p>
	<p>Meta-análisis sobre experiencias de aprendizaje cooperativo</p>	<p>El trabajo cooperativo genera efectos positivos en el aula de clase y en el clima de la escuela. El aprendizaje cooperativo genera habilidades técnicas y habilidades sociales.</p>
	<p>Revisión de estado del arte</p>	<p>El aprendizaje cooperativo genera efectos positivos en el desempeño académico en diferentes niveles educativos y dominios de conocimiento. Además genera impacto positivo en los siguientes aspectos: - El incremento del número de amigos de otros grupos étnicos. - Desarrollo de relaciones intergrupales más exitosas. - Mayor respeto y aceptación hacia los pares. - Incremento de la autoestima.</p>
	<p>Revisión de experiencias en aprendizaje cooperativo</p>	<p>2 factores como lo más relevantes en el desarrollo del aprendizaje cooperativo: - Objetivos grupales y responsabilidad individual. - Interacciones grupales estructuradas.</p>
	<p>Metaanálisis de 36 artículos sobre aprendizaje asistido por pares (Peer-asisted learning - PAL)</p>	<p>Incorporar estrategias de recompensa interdependientes del grupo, oportunidades de autonomía y actividades estructuradas mejoran la motivación, la curiosidad, el auto concepto y la autonomía. Los grupos del mismo género tienen resultados</p>

		<p>significativamente mayores en aspectos sociales y auto-concepto.</p> <p>No hay relación entre duración de actividades y resultados de los estudiantes.</p> <p>El uso de PAL tiene resultados positivos en aspectos socioemocionales de estudiantes de educación básica.</p>
<p>Kim & Park, 2006</p>	<p>Análisis de los factores que contribuyen al alto rendimiento educativo de los estudiantes de Corea</p>	<p>Concepción de la educación como medio para alcanzar el éxito personal, social y laboral.</p> <p>Creencia de que las habilidades se adquieren con esfuerzo y disciplina persistentes.</p> <p>Influencia de las expectativas y presiones de los padres en el logro académico de los hijos.</p> <p>Apoyo emocional.</p> <p>Atribuyen su éxito al esfuerzo.</p>
<p>Kollock, 1998</p>	<p>Revisión de trabajos sobre cooperación</p>	<p>Efectos positivos de la comunicación y de la identidad de grupo en la cooperación.</p> <p>Impacto positivo de la competencia entre grupos en la cooperación mostrada al interior del grupo, pero efecto negativo por la generación de conflictos sociales.</p>

Fuente: Autora del trabajo

El planteamiento de la estrategia de aprendizaje cooperativo en matemáticas, que hace parte del presente trabajo de grado de maestría, implica la intervención estructurada en el aula, lo que es coherente con los hallazgos del trabajo de (R. Slavin, 1996), de igual forma se identifica un punto de encuentro adicional entre los trabajos revisados sobre aprendizaje y cooperación; que se ubica en la creación de la identidad de grupo mediante la definición de objetivos grupales y la especificación de responsabilidades individuales.

2.2.3 Aspectos metodológicos

La primera revisión realizada a artículos de investigaciones sobre aprendizaje cooperativo en matemáticas, muestra la aplicación de métodos cuasi-experimentales y estudio de casos.

En los estudios cuasi-experimentales, se toman grupos ya conformados que cumplen con las características de la población (por ejemplo: el grupo de estudiantes que estudian

Cálculo I o que hace parte de un programa específico) y en otros casos como (Farhadian et al., 2007; Moore, 2005; Pons et al., 2008; Zurita & Nussbaum, 2007) se toman grupos de control, que igualmente ya están conformados, no se realiza asignación aleatoria a los grupos en estudio. El análisis de resultados se puede realizar a partir de pruebas MANOVA y t (Pons et al., 2008) y para el análisis cualitativo, como en (Zurita & Nussbaum, 2007) se utilizó el concepto de 4 expertos en aprendizaje cooperativo que evaluaron los videos de las sesiones de trabajo, teniendo en cuenta 6 aspectos cualitativos: 1) comunicación, 2) interacción, 3) coordinación, 4) discusión, 5) negociación y 6) apropiación tecnológica, evaluados mediante una escala de Linkert de 1-7.

Finalmente, en los estudios de caso, se muestran las observaciones realizadas al grupo que incorpora las estrategias de aprendizaje cooperativo o a individuos particulares, sin realizar comparaciones con grupos de control (Asshaari et al., 2011; Pijls et al., 2007), además, (Pijls et al., 2007) recurre al análisis de protocolos verbales para obtener conclusiones.

A partir de esta revisión y al considerar las características de los grupos universitarios de matemáticas, se definió que la validación de la estrategia de aprendizaje cooperativo diseñada se realice a partir de un estudio cuasi-experimental, como se mostrará en el capítulo correspondiente a Método.

2.2.4 Tecnologías utilizadas para el aprendizaje cooperativo/colaborativo en matemáticas.

Con respecto al uso de tecnologías en las experiencias de aprendizaje cooperativo, se encuentra una gran variedad de software, que se desarrollan específicamente para abordar el tema o involucrar las características específicas de cada uno de los trabajos, como se muestra a continuación.

En (Farhadian et al., 2007) se desarrolló un software multimedia producido por los instructores que mostraba los problemas, explicaba las estrategias heurísticas, controlaba el tiempo para la solución y mostraba la solución del experto.

La experiencia realizada por (Zurita & Nussbaum, 2007) implementa el uso de un software desarrollado para dispositivo móvil (PocketPC - Compaq iPAQ)) y que apoya la ejercitación en matemáticas a través de la solución colaborativa de problemas de suma, resta y multiplicación. En este estudio se obtuvieron resultados en dos áreas. Primero, los participantes en la actividad incrementaron su conocimiento de matemáticas básicas. Segundo, el uso de los computadores de mano facilitó la interacción social de los participantes e incrementa su interés en el aprendizaje. Los dispositivos inalámbricos facilitaron no solo la enseñanza de contenidos académicos, sino también fortalecieron las habilidades sociales y de comunicación.

En el trabajo de (Pijls et al., 2007), los estudiantes que resolvieron problemas de probabilidad utilizaron un software de simulación para el estudio de la probabilidad a través de un juego, que se complementó con un libro de texto que presentaba los ejercicios a resolver.

La tendencia encontrada hacia el desarrollo o uso de aplicaciones específicas orientadas hacia temáticas puntuales de la matemática, plantea amplitud en las posibilidades de incorporación tecnológica para el desarrollo de competencias matemáticas, de hecho, los estudios analizados muestran resultados positivos en el desarrollo de competencias matemáticas independientemente de la tecnología utilizada, además, se encuentra un incremento de la motivación de los estudiantes cuando se utilizan TIC (Farhadian et al., 2007).

2.3 CONCLUSIONES DE LA REVISIÓN

La investigación en aprendizaje cooperativo muestra una tradición en la implementación de técnicas, que muestran resultados generales positivos con respecto al logro académico y el desarrollo de habilidades personales y sociales, pero al plantear su aplicación en el área de matemáticas con la incorporación de tecnologías, se encuentran técnicas mucho más específicas que toman elementos teóricos adicionales, como en el caso de (Zurita & Nussbaum, 2007) que incluye aspectos de la Teoría de la Actividad.

En general los resultados obtenidos con la implementación del aprendizaje cooperativo con respecto al desempeño académico son positivos, además de desarrollar otra serie de habilidades individuales, sociales y de comportamiento. Sobresale en este punto la poca disponibilidad de trabajos en educación superior orientados a la matemática (solamente 3 (Asshaari et al., 2011; Farhadian et al., 2007; Moore, 2005) de los 18 trabajos analizados) y la evaluación del aprendizaje a través de pruebas individuales, más no del proceso cooperativo en sí (solamente 2 (Pijls et al., 2007; Zurita & Nussbaum, 2007) de los 18 trabajos analizados).

Con respecto a los métodos utilizados para el estudio de la cooperación en procesos de aprendizaje, se encuentra preferencia por los métodos cuasi-experimentales, que involucran en su estudio factores cuantitativos y cualitativos.

Las tecnologías utilizadas en el aprendizaje cooperativo de las matemáticas presentan una gran variedad de características, que está relacionadas con la temática a estudiar y el tipo de trabajo (ejercitación, revisión conceptual, control, etc) que va a realizar la tecnología en la actividad pedagógica.

La estrategia de aprendizaje cooperativo que se formula en este trabajo de maestría se orienta hacia la intervención intencionada y estructurada en el proceso, y utiliza como lineamientos básicos de la actividad, la creación de identidad de grupo a partir de la identificación de objetivos grupales y responsabilidades individuales, con uso o adecuación de tecnologías que permitan la comunicación entre los integrantes de los grupos. Dicha estrategia será valorada con la aplicación de un método cuasi-experimental que involucra el análisis de aspectos cuantitativos y cualitativos.

La identificación de componentes de la estrategia de aprendizaje en matemáticas con incorporación de TIC, muestra que la integración de factores motivacionales y estratégicos identificados como fundamentales en los trabajos sobre dilemas sociales de pequeña escala, a los procesos de aprendizaje cooperativo en matemáticas es posible, y su desarrollo e implementación en el aula constituye un aporte al mejoramiento de la calidad en la educación colombiana.

3 MÉTODO

En este capítulo se presentan los aspectos metodológicos involucrados en el desarrollo del trabajo de maestría e incluyen el diseño de la investigación, las variables e hipótesis, además de los instrumentos que se utilizaron en el procedimiento.

3.1 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Para la ejecución de esta propuesta de trabajo se usó un método cuasi-experimental, ya que se incorporan dentro del proceso dos grupos del curso de Matemáticas de grado undécimo de la Institución Educativa Aurelio Martínez Mutis.

De acuerdo con la clasificación planteada por (Campbell & Stanley, 1995) corresponde a un Diseño de grupo de control no equivalente. Este tipo de diseño cuenta con dos grupos, uno experimental y otro de control, formados naturalmente, la asignación no es aleatoria, lo que significa que no es posible garantizar la equivalencia de ambos grupos. En este diseño se especifica una medición previa a la introducción de la variable independiente. El modelo que describe el trabajo es:

Tabla 8 Modelo del trabajo de grado

Grupos	Asignación	Secuencia de registro		
		Pretest	Tratamiento	Postest
Grupo A	NA	O1	X	O2
Grupo B	NA	O3	-	O4

Fuente: Autora del trabajo basado en (Campbell & Stanley, 1995)

En el modelo descrito la X del tratamiento hace referencia al uso de la estrategia planteada basada en la literatura sobre cooperación para la solución del problema matemático.

El **Grupo A** se **asimila** en este caso al Grupo Experimental⁵, pues se resolvió el problema matemático mediante la aplicación de la estrategia basada en la cooperación, que incluye como aspectos fundamentales la asignación de roles y umbrales, es decir, se somete al tratamiento.

El **Grupo B** se asimila al Grupo de Control⁶, pues se resuelven los problemas matemáticos utilizando trabajo cooperativo sin asignación de roles ni umbrales.

Cada uno de los grupos se dividió en subgrupos de máximo 4 estudiantes, de acuerdo con las preferencias de los estudiantes, con el fin de que se asegurara un nivel mínimo de confianza al interior del grupo.

3.2 VARIABLES DEL ESTUDIO

Variable Independiente. El estudio plantea una variable independiente “Ambiente cooperativo de aprendizaje” que puede tomar dos posibles valores: Uso de estrategia basada en la cooperación con asignación de roles y umbrales; y Trabajo cooperativo sin asignación de roles ni umbrales.

Variable Dependiente: La investigación desea evaluar el “desempeño en el trabajo cooperativo” realizado por los estudiantes en la solución de casos matemáticos.

3.3 HIPÓTESIS

⁵ En el trabajo se asimila al Grupo Experimental considerando que es el Grupo que se va a comparar dentro del estudio cuasi-experimental.

⁶ El trabajo cuasi-experimental que se plantea incorpora para el denominado Grupo B o asimilado al Control la solución equivalente de los problemas y de sus reflexiones como parte importante de la revisión; es allí donde cobra importancia la noción de trabajo que compara los dos modelos y en consecuencia toma distancia del modelo experimental puro.

Las hipótesis de trabajo se plantearon de la siguiente manera:

H1: Los estudiantes que realizan la solución de casos matemáticos utilizando la estrategia basada en la cooperación tiene un mejor desempeño en el trabajo colaborativo, que los que realizarán en trabajo cooperativo sin asignación de roles ni umbrales.

H0: No existen diferencias significativas en el trabajo cooperativo mostrado por estudiantes de primer semestre de ingeniería que resuelven casos matemáticos, utilizando una estrategia basada en la cooperación y los que no.

3.4 POBLACIÓN

La población que participó en el estudio corresponde a estudiantes de undécimo grado del curso de Matemáticas de la Institución Educativa Aurelio Martínez Mutis, institución de educación media de carácter público de la ciudad de Bucaramanga. Se seleccionó esta población por ser los candidatos a ingresar a educación superior y presentar características poblacionales similares a los estudiantes de primer semestre universitario.

Los estudiantes tienen un promedio de 16 años de edad, incluyendo 25 hombres y 12 mujeres, distribuidos como se muestra en la Tabla 9. La asignación del Grupo Experimental se realizó de forma aleatoria.

Tabla 9 Distribución de género y cantidad de sujetos por grupo

	Hombres	Mujeres	Total
Grupo A	12	9	21
Grupo B	13	3	16
Totales	25	12	37

Fuente: Autora del trabajo

A todos los estudiantes se les realizó un pre-test que incluía 5 preguntas de selección múltiple sobre la temática a trabajar (Funciones) y 8 preguntas para identificar

características de uso de la tecnología (ver ANEXO D. PRE-TEST). La aplicación de este instrumento se realizó un día antes de la sesión de trabajo con el caso.

Figura 3 Aplicación del pre-test en los grupos experimental y de control



Fuente: Autora del trabajo

Al comienzo de la sesión de trabajo con el caso, se realizó una introducción sobre Google Drive y se distribuyó la formulación del problema matemático, con las reglas de trabajo dependiendo de si hacían parte del Grupo Experimental (ver ANEXO B. FORMATO DE PLANTEAMIENTO DE ACTIVIDAD CON INCORPORACIÓN DE ROLES Y UMBRALES) o de Control (ver ANEXO C. FORMATO DE PLANTEAMIENTO DE ACTIVIDAD SIN INCORPORACIÓN DE ROLES Y UMBRALES). Se resolvió un problema el 10 de julio de 2013, con la unidad del curso correspondiente a Funciones, con acceso individual a los computadores.

Figura 4 Sesión de solución del caso.



Fuente: Autora del trabajo

Cada uno de los grupos se subdividió aleatoriamente en pequeños grupos de entre 2-4 estudiantes de la siguiente forma:

Tabla 10 Distribución de subgrupos

	No. De Subgrupos
Grupo A	6
Grupo B	5
Totales	11

Fuente: Autora del trabajo

3.5 INSTRUMENTOS Y MATERIALES

Para evaluar el desempeño de los estudiantes que hicieron parte de los diferentes grupos, se elaboró una Rúbrica de Evaluación⁷ que se organiza a partir de categorías con aspectos individuales y grupales, además de los registros obtenidos en las herramientas tecnológicas, documento generado en Google Docs y reporte de participaciones en el chat.

⁷ Una Rúbrica de Evaluación es una guía de puntaje que permiten describir el grado en el cual un estudiante está ejecutando un proceso o producto (Díaz-Barriga, 2002).

De acuerdo con los planteamientos de (Pallof & Pratt, 2006) acerca de la dificultad de obtener un método estandarizado para la medición del aprendizaje colaborativo, se considera que el uso de las rúbricas proporciona al estudiante una forma concreta de evaluar su desempeño con respecto al desempeño de los otros miembros del equipo, de manera que tanto el docente como el estudiante pueden evaluarse usando la rúbrica e incluso comparar los resultados, para identificar sus diferencias de percepción en el trabajo realizado.

La rúbrica diseñada se basa en las categorías propuestas por (Noble & Letsky, 2005) para medir el aprendizaje colaborativo: Producto, Desempeño en la tarea, Interacción con la información y Comprensión, estableciendo elementos de evaluación para el trabajo individual y el trabajo grupal. En total la rúbrica valora 8 ítems de los cuales 4 son de trabajo individual y 4 son de trabajo grupal (ver ANEXO A. RÚBRICA DE EVALUACIÓN), para cada ítem se aplica una escala de 0 a 4 que describe un comportamiento observable tanto en los mapas argumentativos como en los foros de discusión. La organización de la métrica se observa en la Tabla 11.

Tabla 11 Organización de la Rúbrica de Evaluación

Categoría de la Métrica		Indicador
Individual	Producto	I1-Aporte a la solución del problema
	Desempeño en la Tarea	I2-Aportes en la búsqueda de la solución
	Interacción con la información	I3-Adquisición de información para la solución del problema
Grupal	Comprensión	I4-Claridad en el objetivo de la tarea
	Producto	G1-Solución acertada del problema
	Interacción con la información	G2-Procesos de crítica y enriquecimiento de la solución
	Comprensión	G3-Coordinación de la estrategia y el trabajo del grupo
	Comprensión	G4-Monitoreo

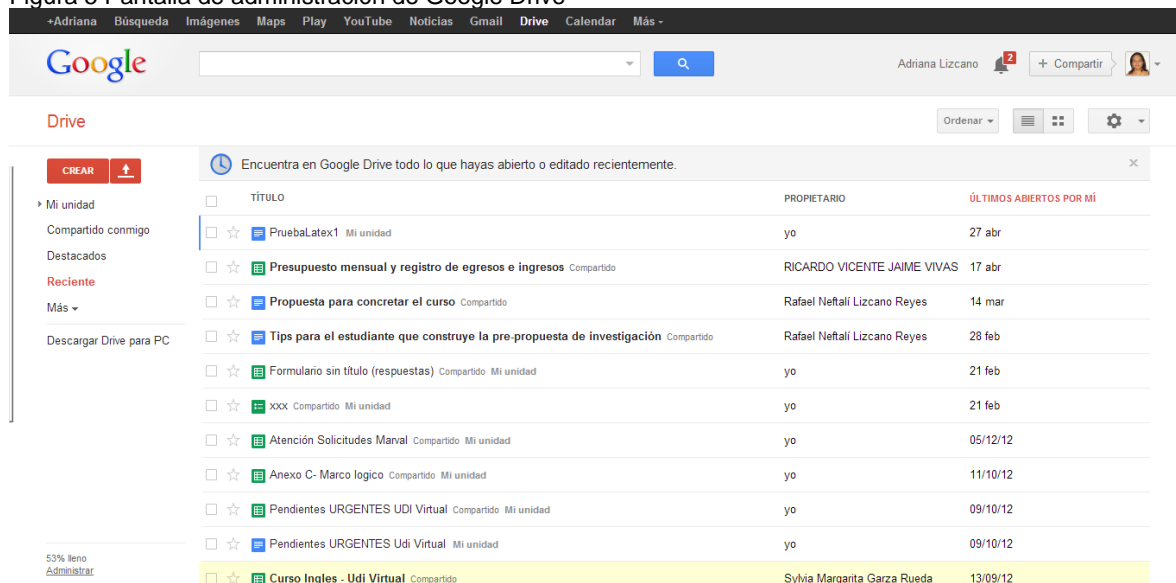
La rúbrica fue validada por el profesor de la Facultad de Ciencias Básicas: Orlando Muñoz que hacen parte del Grupo de Investigación FIELDS de la UDI, como experto en el dominio de conocimiento (Matemáticas) para el desarrollo del trabajo de grado.

La herramienta tecnológica seleccionada para la incorporación durante la actividad de aprendizaje es Google Drive, específicamente los Documentos de texto.

A continuación se presentan algunas de las características que favorecen el uso de Google Drive en la implementación de la estrategia de aprendizaje en matemáticas, basada en la cooperación (Google Inc., 2013).

Google Drive es un sistema de almacenamiento de archivos en la nube que permite almacenar, crear, modificar, compartir y acceder a documentos, archivos y carpetas de todo tipo en un único lugar. Cuando se crean documentos nuevos de Google Drive, se están creando documentos de Google Docs, Hojas de cálculo y Presentaciones online.

Figura 5 Pantalla de administración de Google Drive



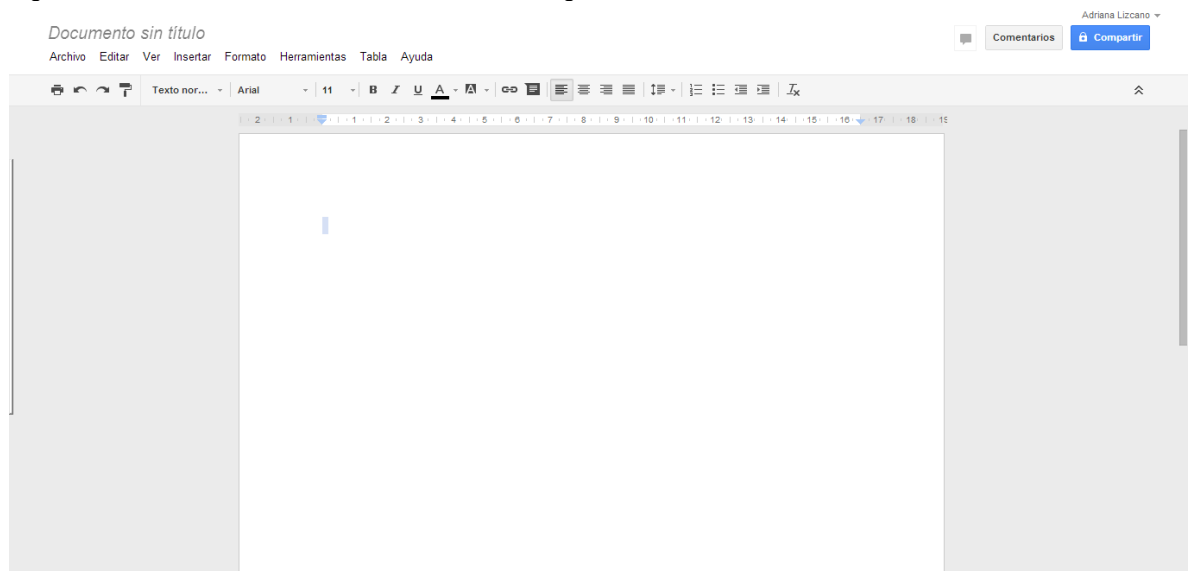
Fuente: Pantallazo obtenido de <https://drive.google.com/?tab=mo&authuser=0#recent>

Google Docs, Hojas de cálculo y Presentaciones son los editores web para crear, modificar y compartir documentos, hojas de cálculo, presentaciones y documentos de Google. También hay editores web que permiten crear dibujos, formularios y tablas de fusión. Estos documentos online están totalmente integrados con los otros servicios de Google Apps y ofrecen funciones para colaborar en tiempo real.

Con Google Docs se puede crear, compartir y editar documentos online. A continuación se enumeran algunas funcionalidades de Google Docs para los documentos de texto, tomadas de (Google Inc., 2013):

- Convertir la mayoría de tipos de archivos al formato de Google Docs
- Darle estilo y formato a los documentos con opciones como formato, márgenes, espaciado y fuentes
- Invitar a otros usuarios a colaborar en un documento y permitirles ver, modificar o comentar.
- Colaborar online en tiempo real y chatear con otros colaboradores
- Ver el historial de revisiones de los documentos y volver a cualquier versión anterior
- Descargar documentos de Google Docs en los formatos de Word, OpenOffice, RTF, PDF, HTML o ZIP.
- Traducir un documento a otro idioma.
- Enviar documentos como archivos adjuntos a otras personas.

Figura 6 Pantalla de edición de documentos en Google Docs



Fuente: Pantallazo obtenido de <https://docs.google.com/document/d/1ecRF8mYegWroHoaAkqOdSkJdlow3GU397yIlwplLLPI/edit>

Para utilizar Google Docs, se requiere iniciar sesión con la cuenta de Google en <http://docs.google.com> o ingresar al correo electrónico de Google Gmail. Todos los estudiantes que hicieron parte del estudio tenían cuentas de gmail creadas, en un ejercicio previo del curso de Informática.

Las ventajas que proporciona esta herramienta para su inclusión en la estrategia de aprendizaje de matemáticas basada en la cooperación son:

- No requiere de la instalación de software adicional para su utilización.
- No requiere infraestructura de hardware adicional, que puede no estar disponible en alguna institución educativa.
- Permite la opción de definir permisos a los colaboradores del documento.
- Proporciona el chat integrado a la interfaz de edición del documento, lo que permite organizar el trabajo del grupo.
- Es posible acceder al documento desde cualquier ubicación física, a través de la cuenta de correo electrónico o google drive.
- No tiene ningún costo adicional.
- Almacena versiones del documento a medida que van interviniendo los colaboradores.
- Su interfaz tiene la funcionalidad básica de un procesador de texto, el cual es de común uso entre los estudiantes y docentes.
- Permite la descarga de los archivos en diferentes formatos.
- Proporciona un editor de ecuaciones que facilita la utilización de la simbología matemática.
- Permite la inclusión no solo de texto, sino también de imágenes, tablas y gráficos para enriquecer la construcción del documento.

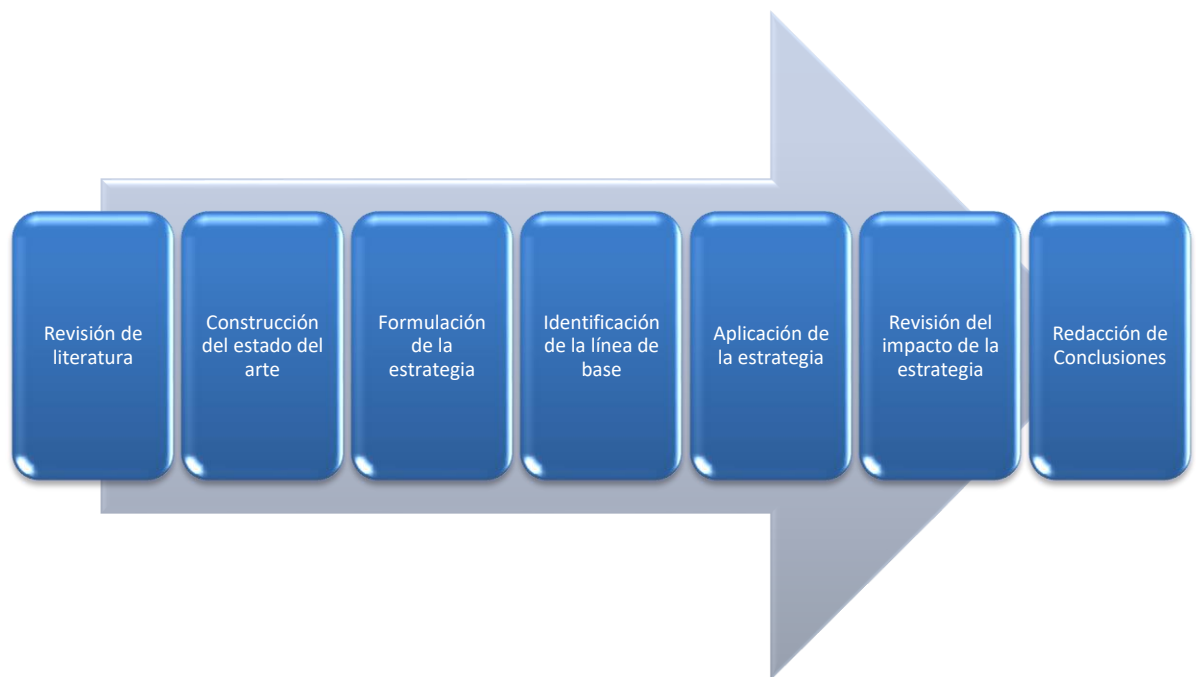
Para identificar la línea de base de los Grupos que hicieron parte del estudio se aplicó un pre-test, compuesto por 5 preguntas de selección múltiple y 8 preguntas para identificar el uso de la tecnología que tenían los estudiantes (ver ANEXO D. PRE-TEST). Adicionalmente para identificar el estado final de los Grupos y su opinión

acerca de la experiencia realizada se realizó un post-test conformado por 4 preguntas de selección múltiple (ver ANEXO E. POST TEST). Tanto el pre-test como el post-test fueron validados y revisados por el profesor de matemáticas Orlando Muñoz del Grupo de Investigación FIELDS de la UDI.

3.6 PROCEDIMIENTO

El trabajo de grado se ejecutó en un proceso de 7 etapas organizadas como se muestra en la siguiente figura:

Figura 7 Etapas de desarrollo del trabajo de grado



Fuente: Autora del trabajo

3.6.1 Revisión de la literatura.

Corresponde al proceso de búsqueda y selección de los artículos de investigación que se tomaron como base para la construcción del estado del arte. Esta etapa definió las siguientes actividades:

- Definición de parámetros de búsqueda
- Selección de artículos
- Definición de esquema de análisis
- Revisión de artículos y registro del análisis de los mismos.

3.6.2 Construcción del estado del arte.

Esta etapa buscó elaborar un mapa del estado del arte de la investigación en el área de la cooperación aplicada a la educación, y especialmente en el aprendizaje de la matemática. Esta etapa definió las siguientes actividades:

- Elaboración del mapa conceptual del estado del arte
- Identificación de conceptos y autores clave
- Redacción del artículo de estado del arte
- Selección de revista indexada para publicación
- Ajuste del artículo al formato de la revista
- Envío del artículo para estudio en la revista indexada seleccionada.

3.6.3 Formulación de la estrategia

Esta etapa estableció las características de la estrategia de trabajo cooperativo de acuerdo con los hallazgos realizados en el estado del arte. Para lo anterior, se realizaron las siguientes actividades:

- Definición del esquema de trabajo adicional del estudiante
- Establecer disponibilidad de equipos y tecnologías
- Identificación de docentes interesados
- Negociación de metas y trabajo con los docentes
- Formulación de 1 estrategia de mejoramiento

3.6.4 Identificación de línea de base

Esta etapa buscó establecer los aspectos claves de la población que participó en el estudio. Para obtenerlos se realizaron las siguientes actividades:

- Selección de grupos: experimental y de control.
- Construcción de una encuesta de características básicas
- Aplicación de la encuesta
- Identificación de características de la población
- Recolección de indicadores de desempeño base

3.6.5 Aplicación de la estrategia

Durante esta etapa se ejecutó la estrategia formulada con los grupos de estudiantes del grado undécimo de la Institución Educativa Aurelio Martínez Mutis y se recopiló la información generada durante el proceso. Lo anterior implicó la ejecución de las siguientes actividades:

- Organización de grupos
- Introducción a la tecnología
- Desarrollo del caso con el uso de Google Drive.
- Recopilación de información de desempeño y de cooperación. Se recopiló información correspondiente a los resultados del post-test, documentos creados en Google Docs para la solución cooperativa del problema y registros de chat de cada uno de los grupos.

3.6.6 Revisión del impacto de la estrategia

Durante esta etapa se realizó el análisis de toda la información recopilada y se concluyó con respecto a la pregunta de investigación y las hipótesis planteadas. Lo anterior implicó el desarrollo de las siguientes actividades:

- Análisis estadístico de datos de desempeño
- Análisis cualitativo del trabajo cooperativo

3.6.7 Redacción de conclusiones

En esta etapa se organizaron las conclusiones del trabajo, con el fin de socializarlas a la comunidad académica, para lo cual se realizaron las siguientes actividades:

- Redacción de conclusiones
- Redacción del artículo de investigación
- Identificación de revista para su publicación
- Ajuste del artículo de acuerdo al formato de la revista indexada
- Envío del artículo para su evaluación en la publicación

3.7 TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE DATOS

Para identificar las diferencias en el trabajo colaborativo realizado entre los dos grupos: Grupo A que usa la estrategia de aprendizaje basada en la cooperación y Grupo B que utiliza trabajo cooperativo sin roles ni umbrales, se aplicó la prueba T – Student, permitiendo las siguientes comparaciones:

- Ambiente cooperativo de aprendizaje y Puntaje obtenido en el pre-test
- Ambiente cooperativo de aprendizaje y desempeño en el trabajo cooperativo en aspectos individuales.
- Ambiente cooperativo de aprendizaje y desempeño en el trabajo cooperativo en aspectos grupales.
- Ambiente cooperativo de aprendizaje y desempeño en el trabajo cooperativo en resultados globales.
- Ambiente cooperativo de aprendizaje y Puntaje obtenido en el post-test.

Para el análisis de contenido se realizó el análisis de protocolos de las observaciones realizadas durante las actividades de trabajo de los grupos de trabajo.

4 RESULTADOS

En este capítulo se exponen los resultados del desarrollo del trabajo de grado, empezando con la descripción de la estrategia de aprendizaje basada en la cooperación que se formuló a partir de la revisión de la literatura, posteriormente se presenta el análisis estadístico de los datos obtenidos en la experimentación con la estrategia de aprendizaje planteada y finalmente se describen los resultados cualitativos.

4.1 ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE BASADA EN LA COOPERACIÓN

La estrategia de aprendizaje diseñada está definida a partir de 3 aspectos cuyo fin primordial es la integración de la teoría de la cooperación y los planteamientos sobre aprendizaje cooperativo. Los aspectos incluidos son: metodológico, variables de énfasis y tecnológico.

Desde lo metodológico la estrategia de aprendizaje se orienta hacia la integración de la teoría de la actividad, en el sentido planteado por (Zurita & Nussbaum, 2007) y el constructo para la cooperación efectiva descrito en (Parra Valencia, 2013), pues se encuentra un alto nivel de compatibilidad de los procedimientos propuestos, como se concluyó en el capítulo de Revisión de la literatura y que se sintetiza en la siguiente tabla.

Tabla 12 Referentes metodológicos de la propuesta

Autor	Técnica	Procedimiento
Parra, 2013	Constructo para la cooperación efectiva	<ul style="list-style-type: none">Definición de reglas de confianzaDefinición de normas para el aporte colectivoConformación de equiposRealimentación sobre resultados de cooperaciónIncentivos a la interacción
Zurita & Nussbaum, 2007	Técnica basada en la Teoría de la actividad, que incorpora tecnologías móviles	<ul style="list-style-type: none">Especificación de la naturaleza de las actividades colaborativasFormulación de Reglas de participaciónDiseño de herramientas para dar soporte a diferentes

- contextos
- Desarrollo de métodos de solución

Fuente: Autora del trabajo

Desde las variables de énfasis, que se promueven para lograr una cooperación efectiva, se seleccionó la identidad de grupo, a través de la definición de objetivos grupales y responsabilidades individuales en el desarrollo de la actividad de aprendizaje, buscando la integración de (Peter Kollock, 1998) y (R. Slavin, 1996), los cuales se sintetizan en la siguiente tabla.

Tabla 13 Síntesis de variables de énfasis del trabajo desde el aprendizaje y la cooperación

Autor	Estudio	Resultados
Kollock, 1998	Revisión de trabajos sobre cooperación	Efectos positivos de la comunicación y de la identidad de grupo en la cooperación. Impacto positivo de la competencia entre grupos en la cooperación mostrada al interior del grupo, pero efecto negativo por la generación de conflictos sociales.
R. Slavin, 1996	Revisión de experiencias en aprendizaje cooperativo	2 factores como lo más relevantes en el desarrollo del aprendizaje cooperativo: <ul style="list-style-type: none"> - Objetivos grupales y responsabilidad individual. - Interacciones grupales estructuradas.

Fuente: Autora del trabajo

Desde lo tecnológico, se seleccionó la herramienta Google Drive, específicamente los documentos de texto Google Docs, pues permite la construcción cooperativa de documentos que muestren la solución de un caso o problema matemático y además proporciona un registro de chat que permite realizar seguimiento de la discusión planteada por los estudiantes y obtener datos de la evolución del proceso de comunicación al interior del grupo y por ende, del desempeño de la cooperación durante la actividad.

4.1.1 Formulación de la estrategia

La estrategia se define a partir de 4 momentos:

- **Momento 1: Definición de la actividad.** Tiene como objetivo lograr claridad sobre la intencionalidad de la actividad cooperativa, los resultados esperados y la descripción de la tecnología a utilizar. Para llevar a cabo este momento se proporciona el formato de la actividad (ver ANEXO B. FORMATO DE PLANTEAMIENTO DE ACTIVIDAD CON INCORPORACIÓN DE ROLES Y UMBRALES) con anticipación y se realiza una sesión de solución de preguntas al inicio de la actividad de aprendizaje cooperativo mediada, con el fin de lograr claridad con respecto a los requerimientos de la actividad.

El formato de la actividad diseñado incluye espacios para: información general de la actividad, competencias, resultado esperado, descripción general de la actividad, normas de participación y evaluación y problema de aplicación.

- **Momento 2: Reglas de la cooperación.** Establece las normas de participación y los roles de cada uno de los integrantes del grupo. Para esta estrategia de aprendizaje se han definido grupos de 3-4 estudiantes con los siguientes roles y funciones:
 - Líder: Coordinar la actividad del grupo controlando que se obtengan los resultados esperados en el tiempo definido.
 - Escritor: Registrar en el documento compartido la solución al problema planteada por el colectivo y garantizar que dicho documento cumpla con los requerimientos planteados.
 - Investigador: Realizar las consultas en internet, libros, apuntes, etc, necesarias para proporcionar la información que requiere el grupo para resolver el problema.
 - Vocal: Dinamizar la discusión en el grupo proponiendo nuevas alternativas de solución y discutiendo los planteamientos a los cuales ha llegado el grupo.

Adicionalmente se definieron las siguientes normas de cooperación:

- Una vez empiece el trabajo colaborativo el grupo solo puede utilizar como medio de comunicación el proporcionado por la herramienta tecnológica seleccionada. Por ejemplo: chat o foro.
- Se plantea la formulación de umbrales (Peter Kollock, 1998) en la forma de parámetros de mínimos para la obtención de la calificación, que incentivan la definición de objetivos grupales (R. Slavin, 1996) y hace parte de las soluciones estratégicas de aprendizaje social planteadas por (Peter Kollock, 1998) . Un ejemplo de estos umbrales se presenta en la tabla a continuación.

Tabla 14 Ejemplo de definición de umbrales en forma de parámetros de evaluación

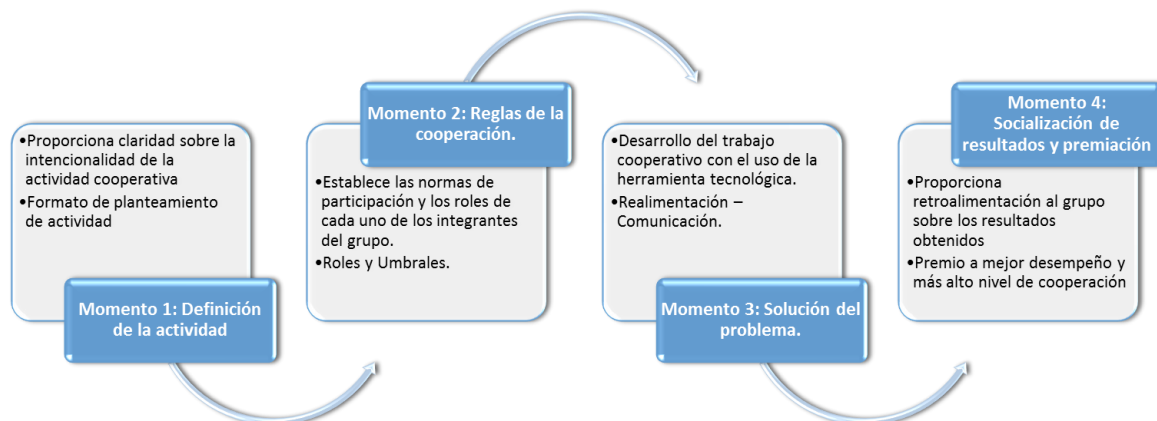
Parámetro	Calificación
Cumplimiento completo de normas y mínimo 2 características	3.0/5.0
Cumplimiento completo de normas y mínimo 3 características encontradas	4.0/5.0
Cumplimiento completo de normas y mínimo 4 características encontradas	5.0/5.0

Fuente: Autora del trabajo

- **Momento 3: Solución del problema.** Durante esta etapa se desarrolla el trabajo cooperativo con el uso de la herramienta tecnológica, con el fin de obtener los resultados especificados al inicio del proceso. En este momento es fundamental la realimentación que reciba el grupo acerca del trabajo que viene realizando, con el fin de incentivar la comunicación y continuar con la cooperación.
- **Momento 4: Socialización de resultados y premiación.** En este momento se proporciona retroalimentación al grupo sobre los resultados obtenidos en el proceso y se premia tanto en la calificación obtenida por los diferentes grupos, además de proporcionar una mención especial al grupo con mejor desempeño o que denotó un mayor nivel de cooperación.

En la siguiente figura se observa una síntesis gráfica de la estrategia propuesta.

Tabla 15 Estrategia de aprendizaje cooperativo



Fuente: Autora del trabajo

4.2 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE DATOS

Los datos obtenidos en el proceso de experimentación se organizaron y analizaron estadísticamente utilizando la hoja de cálculo Microsoft para las estadísticas descriptivas y en el software Statgraphics Centurion se realizó el procesamiento de la prueba T - Student, para determinar si existen diferencias significativas en cada una de las comparaciones realizadas, de acuerdo con la pregunta de investigación y la hipótesis alternativa. Las comparaciones fueron:

- Identificación de la línea de base. Se realizó un análisis de prueba t a los datos de pre-test, para identificar si existen diferencias significativas en los conocimientos previos acerca de la temática de Funciones, de los grupos experimental y de control.
- Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos Individuales del desempeño en el trabajo cooperativo, obtenidos a partir de la aplicación de la Rúbrica de Evaluación a los documentos obtenidos en Google Drive y los registros de chat de los grupos, en los ítems correspondientes al proceso individual.
- Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos Grupales del desempeño en el trabajo cooperativo, obtenidos a partir de la aplicación de la Rúbrica de Evaluación

a los documentos obtenidos en Google Drive y los registros de chat de los grupos, en los ítems correspondientes al proceso grupal.

- Ambiente cooperativo de aprendizaje y Resultados globales del desempeño en el trabajo cooperativo, obtenidos a partir de la aplicación de la Rúbrica de Evaluación a los documentos obtenidos en Google Drive y los registros de chat de los grupos, considerando tanto los ítems individuales como los grupales.
- Análisis de post-test. Se realizó un análisis de prueba t a los datos de post-test, para identificar si existen diferencias significativas en los conocimientos mostrados por los estudiantes una vez finalizada la actividad cooperativa.

En este análisis, la prueba T – Student, permite establecer si existe diferencia significativa al comparar dos grupos de muestras independientes, determinando un intervalo de confianza de 95% y una probabilidad de error P igual o menor de 0,05, si esta condición se cumple se rechazará la hipótesis nula y se aceptará la hipótesis alternativa. El valor de T se obtiene de la diferencia de medias de las dos muestras sobre la diferencia de la desviación estándar de ambas muestras.

4.2.1 Identificación de la línea de base

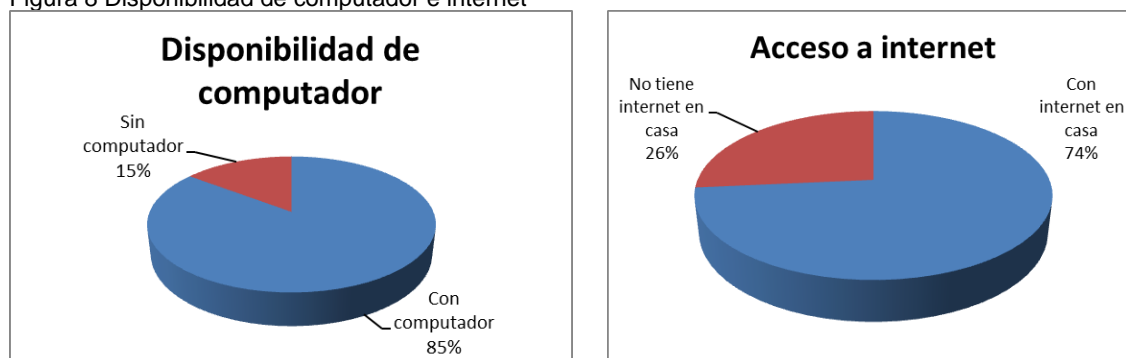
Para la identificación de la línea de base se realiza un análisis descriptivo de la información de uso tecnológico de los grupos experimental y de control, y un análisis de prueba t para verificar si existen diferencias significativas en las notas obtenidas en el pre-test con respecto a los conocimientos iniciales acerca del tema de Funciones de los dos grupos.

- Características de uso tecnológico

De los 37 estudiantes que participaron en el experimento solamente 3 no contestaron las preguntas relacionadas con la interacción y disponibilidad de internet en su entorno, porque faltaron a la sesión de clase anterior, donde se aplicó dicho instrumento; por esta razón el análisis descriptivo se realiza con 34 mediciones.

Con respecto a la disponibilidad de computador en la casa de los estudiantes se observa que la mayoría tienen acceso a este recurso en su vivienda (85%) y que igualmente la mayoría tiene acceso a internet allí mismo (74%). En las siguientes figuras se muestra la distribución de estos aspectos.

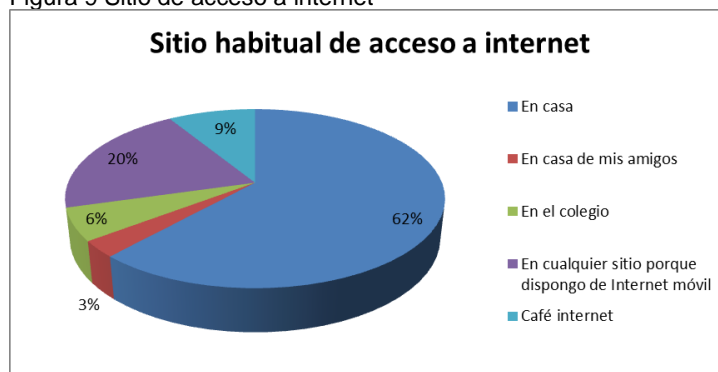
Figura 8 Disponibilidad de computador e internet



Fuente: Autora del trabajo

Como es de esperarse la mayoría hace uso habitual del acceso a internet desde su vivienda (62%), pero cabe resaltar un alto porcentaje de estudiantes que dispone de internet móvil (20%), como se muestra en la Figura 9.

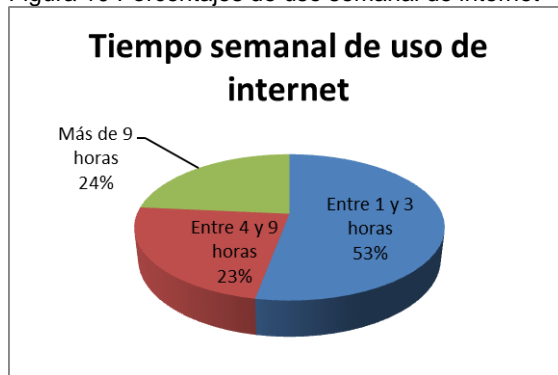
Figura 9 Sitio de acceso a internet



Fuente: Autora del trabajo

Aun cuando se tiene una alta disponibilidad de recurso informático con conectividad a internet, el tiempo semanal dedicado a su uso no es tan alto (53% lo utiliza de 1 a 3 horas semanales), como se observa en la Figura 10.

Figura 10 Porcentajes de uso semanal de internet



Fuente: Autora del trabajo

Entre los sitios preferidos por los estudiantes se encuentran los correspondientes a redes sociales en primer lugar: Facebook, Youtube y Twitter; siguen los servidores de correo electrónico como Hotmail y Gmail y Google, para realizar las consultas. Otros sitios consultados son orientados a contenidos específicos, relacionados con los gustos particulares de los estudiantes, como: Cuantarazon, memedeportes, guitarraviva, naruto shipudden, clipconuerter, gamestorrents, intercambiosvirtuales y anonis; finalmente se encuentran páginas de consulta general como wikipedia, el tiempo y tareasplus.

La última pregunta del pre-test pide valorar el nivel de experticia en internet, lo que arroja como valoración un alto porcentaje como usuario promedio (44%) y avanzado (29%).

Figura 11 Valoración del nivel de experticia en internet



Fuente: Autora del trabajo

En síntesis, los usuarios que hicieron parte del estudio tienen altas posibilidades de acceso a internet, con uso preferible hacia redes sociales y comunicación, valorando como media la experticia en el uso de internet.

- Conocimientos previos sobre la temática Funciones

La especificación de la línea de base incluye identificar si existen diferencias entre los resultados obtenidos en el pre-test por los dos grupos, experimental y de control, para valorar si las condiciones iniciales son las mismas, en lo referente a conocimientos previos del tema de Funciones. Al considerar la poca cantidad de mediciones disponibles en cada uno de los dos grupos, se aplica una prueba t-student con muestras independientes, obteniendo los resultados que se detallan a continuación.

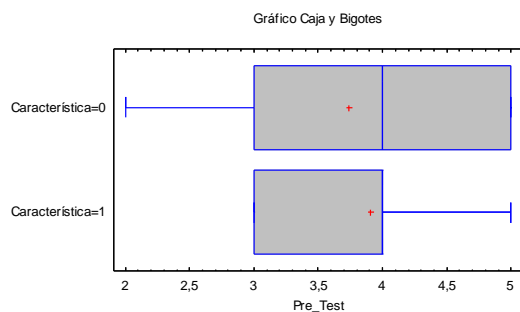
Tabla 16 Resumen Estadístico para prueba t de Pre_test

	Grupo control – Sin roles ni umbrales Característica = 0	Grupo experimental – Aplicación de estrategia basada en cooperación Característica = 1
Recuento	15	21
Promedio	3,73333	3,90476
Desviación Estándar	0,96115	0,70034
Coefficiente de Variación	25,7451%	17,9355%
Mínimo	2,0	3,0
Máximo	5,0	5,0
Rango	3,0	2,0
Sesgo Estandarizado	0,0926237	0,247066
Curtosis Estandarizada	-0,834054	-0,714331

Fuente: Autora del trabajo

En este caso, la prueba t se ha construido para determinar si la diferencia entre las dos medias es igual a 0,0 versus la hipótesis alterna de que la diferencia no es igual a 0,0. Puesto que el valor-P calculado no es menor que 0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula, con un nivel de confianza del 95%. Es decir, las medias de los dos grupos son estadísticamente iguales, con media de 3.9047 para el Grupo Experimental y 3.73 para el Grupo de control. Esto se puede observar igualmente en el gráfico de cajas y bigotes que se muestra en la Figura 12.

Figura 12 Gráfico de cajas y bigotes para prueba t de pre-test



Fuente: Autora del trabajo

4.2.2 Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos Individuales del desempeño en el trabajo cooperativo

Los resultados obtenidos para cada una de las categorías de la Rúbrica de Evaluación en los ítems correspondientes al Aspecto individual se muestran en la Tabla 17 y Tabla 18, la síntesis de los estadísticos obtenidos para la prueba t se muestran en la Tabla 19.

Tabla 17 Desempeño en trabajo cooperativo - Aspecto individual para el Ambiente cooperativo de aprendizaje con incorporación de estrategia basada en cooperación

Estudiante	Producto-Indiv	Desempeño en la Tarea-Indiv	Interacción con la Información-Indiv	Comprensión-Indiv	Indicador de Trabajo cooperativo - Aspecto Individual
1	4,0	4,0	4,0	2,0	3,5
2	2,0	3,0	2,0	2,0	2,3
3	4,0	4,0	4,0	3,0	3,8
4	0,0	1,0	0,0	1,0	0,5
5	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
6	4,0	4,0	2,0	2,0	3,0
7	3,0	4,0	3,0	1,0	2,8
8	3,0	4,0	4,0	3,0	3,5
9	1,0	3,0	2,0	4,0	2,5
10	4,0	4,0	3,0	4,0	3,8
11	4,0	4,0	3,0	4,0	3,8
12	3,0	4,0	2,0	4,0	3,3
13	4,0	4,0	3,0	4,0	3,8

14	2,0	2,0	1,0	1,0	1,5
15	4,0	4,0	3,0	4,0	3,8
16	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
17	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
18	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
19	1,0	1,0	2,0	1,0	1,3
20	3,0	4,0	3,0	3,0	3,3
21	0,0	1,0	0,0	0,0	0,3

Fuente: Autora del trabajo

Tabla 18 Desempeño en trabajo cooperativo - Aspecto individual para el Ambiente cooperativo de aprendizaje sin asignación de roles ni umbrales.

Estudiante	Producto- Indiv	Desempeño en la Tarea- Indiv	Interacción con la Información- Indiv	Comprensión- Indiv	Indicador de Trabajo colaborativo - Aspecto Individual
1	1,0	1,0	0,0	3,0	1,3
2	0,0	0,0	1,0	0,0	0,3
3	3,0	2,0	3,0	2,0	2,5
4	4,0	4,0	4,0	3,0	3,8
5	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
6	2,0	4,0	3,0	4,0	3,3
7	3,0	2,0	0,0	2,0	1,8
8	1,0	2,0	1,0	2,0	1,5
9	1,0	2,0	1,0	1,0	1,3
10	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
11	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
12	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
13	1,0	1,0	0,0	1,0	0,8
14	1,0	1,0	0,0	0,0	0,5
15	3,0	2,0	0,0	3,0	2,0
16	1,0	1,0	0,0	0,0	0,5

Fuente: Autora del trabajo

Tabla 19 Resumen Estadístico para prueba t de Indicador de Trabajo Individual

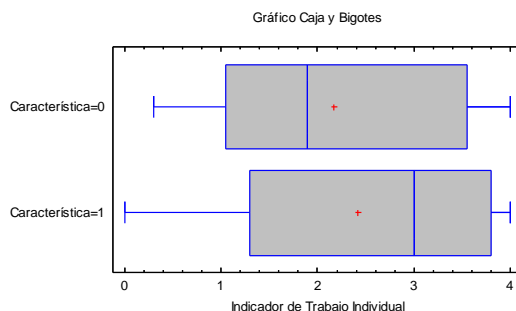
	<i>Grupo de control Sin asignación de roles ni umbrales Característica=0</i>	<i>Grupo experimental Con uso de estrategia basada en cooperación Característica=1</i>
Recuento	16	21

Promedio	2,1625	2,41905
Desviación Estándar	1,36278	1,48749
Coeficiente de Variación	63,0187%	61,4906%
Mínimo	0,3	0,0
Máximo	4,0	4,0
Rango	3,7	4,0
Sesgo Estandarizado	0,260291	-1,25542
Curtosis Estandarizada	-1,24404	-1,12384
Suponiendo varianzas iguales	t = -0,538609 valor -P = 0,593566	

Fuente: Autora del trabajo

En este caso, la prueba se ha construido para determinar si la diferencia entre las dos medias del indicador del desempeño en el trabajo cooperativo, que involucra los aspectos individuales, es igual a 0,0 versus la hipótesis alterna de que la diferencia no es igual a 0,0. Puesto que el valor-P calculado no es menor que 0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula. Esto quiere decir que no existen diferencias estadísticamente significativas entre los valores obtenidos para el indicador de desempeño en el trabajo cooperativo, en los aspectos individuales, mostrados por el Grupo experimental, que utiliza la estrategia basada en la cooperación y el Grupo de control, que no asigna roles ni umbrales. Esto se puede apreciar igualmente en el gráfico de cajas y bigotes que se muestra en la Figura 13.

Figura 13 Gráfico de cajas y bigotes para prueba t de Indicador de desempeño en trabajo cooperativo – Aspecto individual



Fuente: Autora del trabajo

4.2.3 Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos grupales del desempeño en el trabajo cooperativo

Los resultados obtenidos para cada una de las categorías de la Rúbrica de Evaluación en los ítems correspondientes al Aspecto Grupal se muestran en la Tabla 20 y Tabla 21, la síntesis de los estadísticos obtenidos para la prueba t se muestran en la Tabla 22.

Tabla 20 Desempeño en trabajo cooperativo - Aspecto grupal para el Ambiente cooperativo de aprendizaje sin asignación de roles ni umbrales

Subgrupo	Producto-Grupal	Interacción con la información-Grupal	Comprensión-Grupal	Indicador de Trabajo Colaborativo - Aspecto Grupal
1	4,0	3,0	2,0	3,0
2	2,0	3,0	4,0	3,0
3	1,0	0,0	3,5	1,5
4	2,0	4,0	4,0	3,3
5	3,0	1,0	1,0	1,7

Fuente: Autora del trabajo

Tabla 21 Desempeño en trabajo cooperativo - Aspecto grupal para el Ambiente cooperativo de aprendizaje con uso de estrategia basada en cooperación

Subgrupo	Producto-Grupal	Interacción con la información-Grupal	Comprensión-Grupal	Indicador de Trabajo Colaborativo - Aspecto Grupal
1	1,0	2,0	3,5	2,2
2	3,0	4,0	4,0	3,7
3	3,0	3,0	4,0	3,3
4	3,0	1,0	3,5	2,5
5	1,0	0,0	0,0	0,3
6	2,0	1,0	0,5	1,2

Fuente: Autora del trabajo

Tabla 22 Resumen Estadístico de prueba t para Indicador de trabajo Grupal

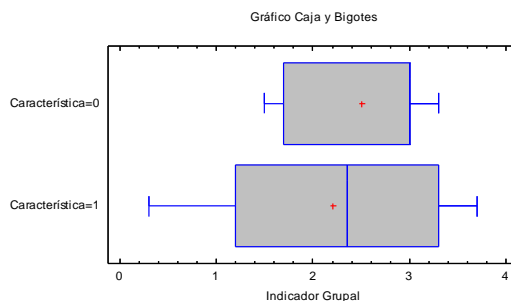
	<i>Grupo de control Sin asignación de roles ni umbrales Característica=0</i>	<i>Grupo experimental Con uso de estrategia basada</i>
--	--	--

		<i>en cooperación</i> <i>Característica=1</i>
Recuento	5	6
Promedio	2,5	2,2
Desviación Estándar	0,833667	1,2775
Coefficiente de Variación	33,3467%	58,0681%
Mínimo	1,5	0,3
Máximo	3,3	3,7
Rango	1,8	3,4
Sesgo Estandarizado	-0,492359	-0,449811
Curtosis Estandarizada	-1,35501	-0,422321
Suponiendo varianzas iguales	t = 0,449364 valor-P = 0,663795	

Fuente: Autora del trabajo

En este caso, la prueba se ha construido para determinar si la diferencia entre las dos medias del indicador del desempeño en el trabajo cooperativo, que involucra los aspectos grupales, es igual a 0,0 versus la hipótesis alterna de que la diferencia no es igual a 0,0. Puesto que el valor-P calculado no es menor que 0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula. Esto quiere decir que no existen diferencias estadísticamente significativas entre los valores obtenidos para el indicador de desempeño en el trabajo cooperativo, en los aspectos grupales, mostrados por el Grupo experimental, que utiliza la estrategia basada en la cooperación y el Grupo de control, que no asigna roles ni umbrales. Esto se puede apreciar igualmente en el gráfico de cajas y bigotes que se muestra en la Figura 14.

Figura 14 Gráfico de cajas y bigotes para prueba t de Indicador de desempeño en trabajo cooperativo – Aspecto grupal



Fuente: Autora del trabajo

4.2.4 Ambiente cooperativo de aprendizaje y Resultados globales del desempeño en el trabajo cooperativo

Los resultados obtenidos para cada una de las categorías de la Rúbrica de Evaluación en el resultado global, que promedia el indicador de aspectos individuales y el de aspectos grupales, se muestran en la Tabla 23 y Tabla 24, la síntesis de los estadísticos obtenidos para la prueba t se muestran en la Tabla 25.

Tabla 23 Desempeño en trabajo cooperativo – Resultado global para el Ambiente cooperativo de aprendizaje sin asignación de roles ni umbrales

Estudiante	Indicador Global
1	2,1
2	1,6
3	2,8
4	3,4
5	3,5
6	3,1
7	2,4
8	1,5
9	1,4
10	3,7
11	3,2
12	3,7
13	1,2
14	1,1
15	1,8
16	1,1

Fuente: Autora del trabajo

Tabla 24 Desempeño en trabajo cooperativo – Resultado global para el Ambiente cooperativo de aprendizaje con uso de estrategia basada en la cooperación

Estudiante	Indicador Global
1	2,8
2	2,2
3	3,0
4	1,3
5	3,8
6	3,3
7	3,2
8	3,6
9	2,9
10	3,5
11	3,5
12	3,3
13	3,1
14	2,0
15	3,1
16	0,2
17	0,2
18	0,2
19	1,2
20	2,2
21	0,7

Fuente: Autora del trabajo

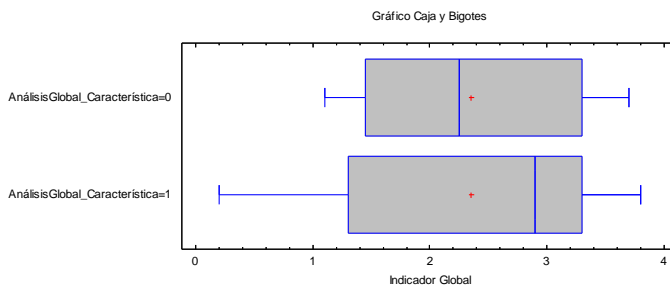
Tabla 25 Resumen Estadístico de prueba t para Indicador Global de trabajo cooperativo

	<i>Grupo de control Sin asignación de roles ni umbrales AnálisisGlobal_Característi ca=0</i>	<i>Grupo experimental Con uso de estrategia basada en cooperación AnálisisGlobal_Característi ca=1</i>
Recuento	16	21
Promedio	2,35	2,34762
Desviación Estándar	0,985224	1,22622
Coficiente de Variación	41,9244%	52,2326%
Mínimo	1,1	0,2
Máximo	3,7	3,8
Rango	2,6	3,6
Sesgo Estandarizado	0,159243	-1,40591
Curtosis Estandarizada	-1,3992	-0,831042
Suponiendo varianzas iguales	t = 0,00635373 valor-P = 0,994967	

Fuente: Autora del trabajo

En este caso, la prueba se ha construido para determinar si la diferencia entre las dos medias del indicador del desempeño en el trabajo cooperativo, que promedia los aspectos individuales y grupales, es igual a 0,0 versus la hipótesis alterna de que la diferencia no es igual a 0,0. Puesto que el valor-P calculado no es menor que 0,05, no se puede rechazar la hipótesis nula. Esto quiere decir que no existen diferencias estadísticamente significativas entre los valores obtenidos para el indicador de desempeño en el trabajo cooperativo, integrando los aspectos individual y grupal en el resultado global; mostrados por el Grupo experimental, que utiliza la estrategia basada en la cooperación y el Grupo de control, que no asigna roles ni umbrales. Esto se puede apreciar igualmente en el gráfico de cajas y bigotes que se muestra en la Figura 14.

Figura 15 Gráfico de cajas y bigotes para prueba t de Indicador de desempeño en trabajo cooperativo – Resultado global



Fuente: Autora del trabajo

4.2.5 Análisis de post-test

Con fin de identificar si se presentaban diferencias significativas entre los grupos experimental y de control posterior a la aplicación de la estrategia, se aplicó un post-test que incluyó 4 preguntas de selección múltiple (ver ANEXO E. POST TEST), posteriormente los datos obtenidos se analizaron aplicando una prueba t-student. Los resultados estadísticos para este análisis se muestran en la Tabla 26.

Tabla 26 Resumen Estadístico de prueba t para Post_Test

	<i>Grupo de control Sin asignación de roles ni umbrales AnálisisPost_Característica=0</i>	<i>Grupo experimental Con uso de estrategia basada en cooperación AnálisisPost_Característica=1</i>
Recuento	15	21
Promedio	3,46667	3,71429
Desviación Estándar	1,35576	0,783764
Coefficiente de Variación	39,1086%	21,1013%
Mínimo	1,0	2,0
Máximo	5,0	5,0
Rango	4,0	3,0
Sesgo Estandarizado	-0,970081	-0,210358
Curtosis Estandarizada	-0,375247	-0,147244
Suponiendo varianzas iguales	t = -0,692671 valor-P = 0,49322	

Fuente: Autora del trabajo

En este caso, la prueba se ha construido para determinar si la diferencia estadística entre las dos medias es igual a 0,0 versus la hipótesis alterna de que la diferencia no es igual a 0,0. Puesto que el valor-P calculado no es menor que 0,05, no se puede rechazar la

hipótesis nula. Lo anterior implica que no existen diferencias significativas en las calificaciones obtenidas en el post-test entre los estudiantes que usaron la estrategia basada en la cooperación y los que realizaron el trabajo cooperativo sin asignación de roles ni umbrales.

4.3 ANÁLISIS ESTADÍSTICO ADICIONAL

En la sección anterior se observan los resultados estadísticos de las pruebas t aplicadas a los diferentes aspectos definidos para el análisis utilizando los datos obtenidos en toda la población. Estos resultados no arrojan diferencias significativas ni para las medias ni para las desviaciones estándar (prueba F) de las diferentes comparaciones:

- Análisis de pre-test
- Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos Individuales del desempeño en el trabajo cooperativo
- Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos grupales del desempeño en el trabajo cooperativo
- Ambiente cooperativo de aprendizaje y resultados globales del desempeño en el trabajo cooperativo
- Análisis de post-test

Sin embargo, una revisión de los registros de chat de los grupos permite identificar que uno de los subgrupos que hizo parte del grupo experimental no ejecutó ninguna actividad de comunicación, por tanto el análisis grupal es muy bajo. Por tal razón y para unificar la cantidad de subgrupos en cada uno de los grupos (experimental y de control), se decide excluir los datos de dicho grupo y ejecutar nuevamente los análisis estadísticos.

Este análisis adicional genera nuevamente que no existen diferencias significativas entre las medias de los grupos experimental y de control en todos los análisis realizados. Pero

al comparar las desviaciones estándar mediante prueba F, se encuentra que para el análisis de post-test existen diferencias significativas.

Los resultados de la aplicación de esta prueba se muestran en la Tabla 27 y Tabla 28.

Tabla 27 Resumen Estadístico Adicional para Post_Test

	<i>Característica=0</i>	<i>Característica=1</i>
Recuento	15	18
Promedio	3,46667	3,77778
Desviación Estándar	1,35576	0,808452
Coefficiente de Variación	39,1086%	21,4002%
Mínimo	1,0	2,0
Máximo	5,0	5,0
Rango	4,0	3,0
Sesgo Estandarizado	-0,970081	-0,519539
Curtosis Estandarizada	-0,375247	0,0212003

Fuente: Autora del trabajo

Tabla 28 Comparación de Desviaciones Estándar para Post_Test en el análisis adicional

	<i>Característica=0</i>	<i>Característica=1</i>
Desviación Estándar	1,35576	0,808452
Varianza	1,8381	0,653595
Gl	14	17
Rangos de desviación estándar	[0,992591, 2,13817]	[0,606652, 1,21199]
Razón de Varianzas	2,81229	
Intervalos de confianza	95,0%	

Fuente: Autora del trabajo

Prueba-F para comparar Desviaciones Estándar

Hipótesis Nula: $\sigma_1 = \sigma_2$

Hipótesis Alt.: $\sigma_1 \neq \sigma_2$

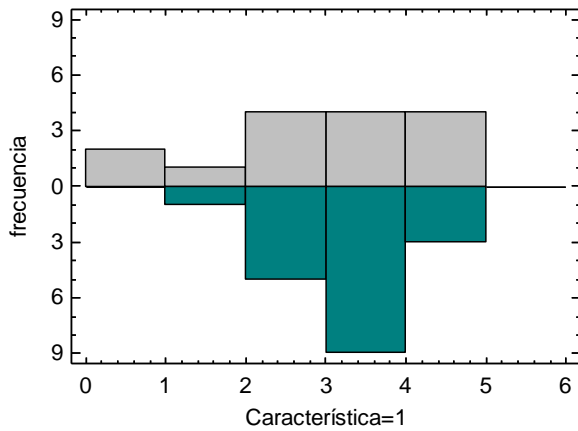
$F = 2,81229$ valor-P = 0,0454922

Se rechaza la hipótesis nula para $\alpha = 0,05$.

Los resultados de la ejecución de la prueba-F para comparar las varianzas de las dos muestras, identifican un particular interés es el intervalo de confianza para la razón de varianzas, el cual se extiende desde 1,02167 hasta 8,15636. Puesto que el intervalo no contiene el valor de 1, existe diferencia estadísticamente significativa entre las desviaciones estándar de las dos muestras con un 95,0%. Además, puesto que el valor-P calculado es menor que 0,05, se puede rechazar la hipótesis nula en favor de la alterna, lo que implica que si existen diferencias significativas en las desviaciones estándar de los dos grupos, siendo de menor valor la desviación estándar calculada para el grupo experimental que implementa la estrategia de aprendizaje basada en la cooperación.

Esta diferencia significativa se interpreta como una menor dispersión de los datos del post-test en el grupo experimental, es decir, se observa que los resultados de desempeño obtenidos por los estudiantes del grupo experimental, posterior a la ejecución de la actividad que incluyó estrategia de aprendizaje basada en la cooperación son más homogéneos, se disminuyeron las diferencias en las calificaciones obtenidas por todos los integrantes del grupo experimental. Lo anterior se puede observar en el gráfico de frecuencias de la Figura 16 .

Figura 16 Diagrama de frecuencias de post-test en el análisis adicional
Característica=0



4.4 ANÁLISIS CUALITATIVO

El análisis cualitativo busca complementar los resultados estadísticos mediante la revisión de los historiales de chat de los subgrupos que hicieron parte de cada uno de los Grupos, tanto experimental como de control, para identificar patrones o secuencias ejecutadas por los mismos durante la solución del problema. Para la revisión de dicha información se acude a la técnica de análisis de protocolos (Requena, 2003), que parte de las descripciones verbales para dar soporte a hipótesis sobre el procesamiento de información en la solución de problemas.

La revisión detallada de los registros de chat permite encontrar 4 aspectos que son comunes en todos los grupos:

- La presencia de conflictos por el uso del documento compartido, que en esta actividad funciona como recurso común. En los subgrupos experimentales se presentan con menor frecuencia y se dirimen de forma rápida por el Líder, pero en el caso de los subgrupos de control estas discusiones tienen una duración mayor.
- Algunos de los inconvenientes presentados para la finalización de la tarea están relacionados con la falta de entrenamiento en el manejo de la herramienta

tecnológica, pues aunque la línea de base da cuenta de una cultura tecnológica promedio y la usabilidad de los Google Docs es alta, se presentan inconvenientes en encontrar los recursos para escribir ecuaciones y dibujar gráficos, lo que impide avanzar adecuadamente en el desarrollo de la solución

- Existe un nivel de confianza inicial que da pie a la conformación del grupo, esto conlleva al reconocimiento de liderazgos, aun cuando dicho rol no se haga explícito dentro de la actividad.
- En ninguno de los subgrupos se evidenció que la existencia o no de umbrales, reflejados en los parámetros de evaluación haya generado cambios en las acciones de los subgrupos. No se encuentran comentarios relacionados con este aspecto en ninguno de los chat registrados, ni un interés específico por lograr una calificación, sino más bien por terminar la tarea.

Otro aspecto a considerar es que los registros de chat no permiten obtener toda información de la interacción del grupo, pues de todas formas se realizó comunicación oral con los compañeros, que no quedó registrada en el dispositivo.

4.4.1 Secuencia de procesos: Grupo Control sin utilización de roles y umbrales

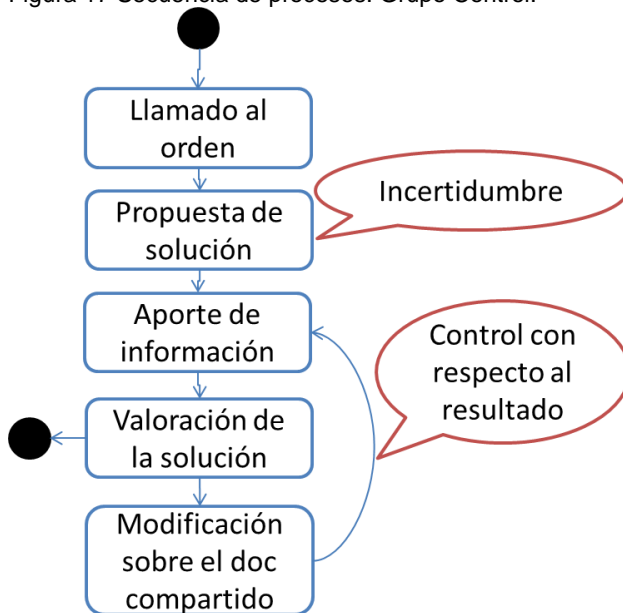
La revisión de los registros de chat de los subgrupos que hicieron parte del Grupo Control permitieron organizar una secuencia de los procesos ejecutados por el subgrupo para la solución del problema, que se muestra en la Figura 17.

Algunas de los aspectos observados en el Grupo de Control son:

- Una alta presencia de incertidumbre para formular la solución.
- Aun cuando no se define formalmente un Líder, esta figura se hace presente en la solución del problema. El Líder ordena a alguno de los integrantes la ejecución de una actividad, aporta información y resuelve dudas, además de que se presenta un reconocimiento de los demás integrantes ante la figura de autoridad.
- En este grupo no se hacen evidentes mensajes de modificación de la estrategia.

- La mayoría de mensajes de monitoreo del subgrupo se enfocan en controlar el avance del equipo con respecto al resultado solicitado, en el caso particular de este problema, la cantidad de puntos resueltos.
- Si bien la práctica de escribir todos sobre el documento compartido es común en los dos grupos (experimental y de control), en el grupo de control es especialmente notoria la existencia de conflictos por el uso de dicho recurso común. Dichos conflictos normalmente son dirimidos a través de órdenes proporcionadas por el Líder reconocido.

Figura 17 Secuencia de procesos. Grupo Control.



Fuente: Autora del trabajo

El proceso inicia con un llamado al orden, que implican expresiones de su jerga que busca que la actividad se enfoque. Después de un momento de incertidumbre donde la mayoría preguntan acerca de lo que hay que hacer, se presenta una propuesta de solución, normalmente escrita en el documento compartido y un aporte de información, el orden de estos dos procesos difiere entre los grupos. Posteriormente se realiza una valoración de la solución en forma de discusión, cuyos argumentos fundamentales son que otros grupos están resolviendo el punto de manera diferente o en la información que existe en alguna fuente consultada en internet, pero no se observan cuestionamientos

sobre los conceptos que se expresan en la propuesta de solución. Esta discusión genera una modificación de la solución propuesta, que es ejecutada directamente sobre el documento compartido y que genera nuevamente discusiones que valoran la nueva propuesta. Este ciclo de Aporte de información – Valoración – Modificación, se repite para cada uno de los puntos del problema y se esperaría que terminara al finalizar la solución de todos los puntos; en el caso de los resultados del experimento, no se observa dicha finalización pues ninguno de los grupos logró resolver los 4 puntos del problema propuesto.

Dentro de lo anteriormente expuesto, se encuentra una excepción en uno de los subgrupos, que no muestra la mayor parte de estos procesos y cuya discusión giró en torno a agresiones verbales, pero que paradójicamente fue el grupo que de forma global llegó más lejos en la solución del problema. Lo que se infiere de la bitácora del documento es que un integrante del grupo fue el encargado de ejecutar todo el proceso y que el mismo se apoyó en los compañeros que tenía alrededor suyo, por lo tanto no se registró esta actividad en el chat.

4.4.2 Secuencia de procesos: Grupo experimental con uso de estrategia basada en la cooperación.

La revisión de los registros de chat de los subgrupos que hicieron parte del Grupo Experimental permitieron organizar una secuencia de los procesos ejecutados por el subgrupo para la solución del problema, que se muestra en la Figura 18.

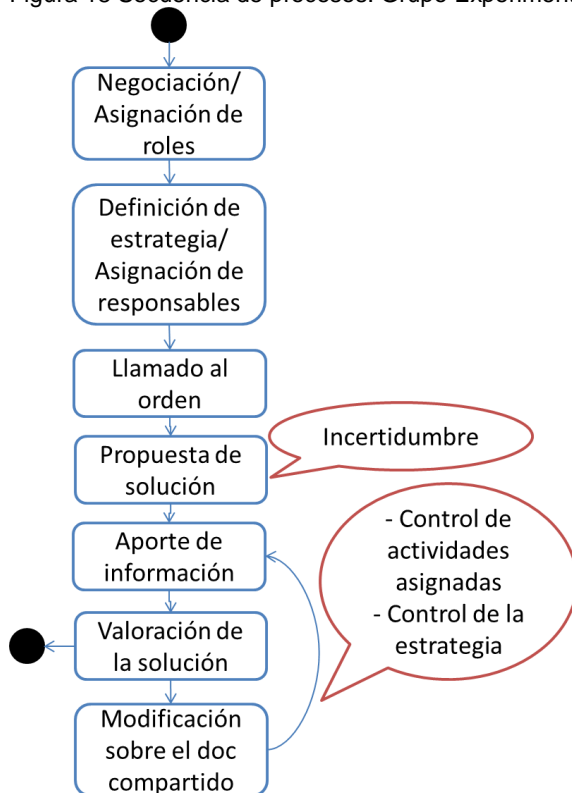
Algunas de los aspectos observados en el Grupo Experimental son:

- El liderazgo marcado ejercido por la persona que se seleccionó para dicho rol explícitamente en el proceso, o quién asumió dichas acciones durante la discusión. Esto conlleva que buena parte de las decisiones eran valoradas por esta figura decisoria.
- El monitoreo del trabajo en los subgrupos experimentales se manifestó con mensajes que buscaban controlar varios aspectos del ejercicio: la ejecución de las

actividades de cada uno de los responsables y la validación los resultados de la estrategia, esta última validación llevó en algunos casos a la toma de decisiones para modificar la estrategia. Algunas de las estrategias nuevas implementadas fueron: preguntar al docente, preguntar a un compañero, solicitar la solución a otro grupo.

- Un revisión detallada de los registros de chat de los dos subgrupos con mejor desempeño en el grupo experimental muestra que existe una comunicación constante entre los diferentes miembros del grupo, orientada en poner a consideración del colectivo las acciones a realizar sobre el documento compartido, desde aspectos de forma, como el tamaño de la letra, la organización de los encabezados, etc; hasta aspectos de fondo como la inclusión del menos en la fórmula utilizada.

Figura 18 Secuencia de procesos. Grupo Experimental.



Fuente: Autora del trabajo

La solución del problema para los subgrupos experimentales inicia con el proceso de negociación o asignación de roles, en algunos subgrupos dicha actividad se realiza de manera impositiva, en otros se negocia entre los miembros. Una vez se han definido los roles, se discute sobre la estrategia a adoptar para la solución. Este proceso no es notorio en los subgrupos de control, pero en el caso de los experimentales, se orienta la búsqueda de información, la inclusión de aspectos en el documento, entre otras. Los restantes aspectos descritos en el proceso se mantienen de manera general como ya se describió con anterioridad en el proceso de los subgrupos de control, con una variante en los controles planteados en el ciclo Aporte de Información – Valoración – Modificaciones es que evidencia un conjunto mayor de expresiones de monitoreo que se enfocan en otros aspectos del trabajo grupal, como verificar la eficacia de la estrategia adoptada y el seguimiento a las actividades propias de cada rol, se llama la atención a aquellos integrantes que no están cumpliendo adecuadamente con su rol; adicionalmente se observa la modificación de la estrategia en el caso de que no se aprecie un impacto positivo en el progreso de la solución.

4.5 SÍNTESIS DE RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos, a manera de tabla de síntesis para el análisis estadístico y la enumeración de las observaciones generales para el análisis cualitativo.

Tabla 29 Síntesis de resultados estadísticos

Comparación	Resultado Obtenido
Análisis de pre-test	No existen diferencias significativas en las calificaciones obtenidas en el pre-test, entre los estudiantes que usaron la estrategia basada en la cooperación y los que trabajaron cooperativamente sin asignación de roles ni umbrales.
Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos Individuales del desempeño en el trabajo cooperativo	No existen diferencias significativas en el desempeño del trabajo cooperativo, medido a través de los aspectos individuales de la rúbrica de evaluación; entre los estudiantes que usaron la estrategia basada en la cooperación y los que trabajaron cooperativamente sin asignación de roles ni umbrales.
Ambiente cooperativo de aprendizaje y Aspectos grupales del	No existen diferencias significativas en el desempeño del trabajo cooperativo, medido a través de los aspectos grupales de la rúbrica de evaluación; entre los estudiantes que usaron la estrategia basada en la

desempeño en el trabajo cooperativo	cooperación y los que trabajaron cooperativamente sin asignación de roles ni umbrales.
Ambiente cooperativo de aprendizaje y resultados globales del desempeño en el trabajo cooperativo	No existen diferencias significativas en el desempeño del trabajo cooperativo, medido a través del promedio de los aspectos individuales y grupales de la rúbrica de evaluación; entre los estudiantes que usaron la estrategia basada en la cooperación y los que trabajaron cooperativamente sin asignación de roles ni umbrales.
Análisis de post-test	No existen diferencias significativas en las calificaciones obtenidas en el post-test, entre los estudiantes que usaron la estrategia basada en la cooperación y los que trabajaron cooperativamente sin asignación de roles ni umbrales.

Fuente: Autora del trabajo

El análisis adicional realizado al excluir los datos de un subgrupo que no generó registros de chat en el grupo experimental, muestra que si existen diferencias significativas en las desviaciones estándar de los dos grupos en el post-test, siendo de menor valor la desviación estándar calculada para el grupo experimental que implementa la estrategia de aprendizaje basada en la cooperación. Esto se interpreta como un mayor nivel de uniformidad en el desarrollo de competencias en matemáticas, posterior a la implementación de la estrategia de aprendizaje basada en la cooperación.

Las observaciones generales desde el punto de vista cualitativo, que más impactan los resultados del trabajo son:

- El reconocimiento del documento compartido como un recurso común, que genera conflictos para su uso.
- La importancia de la figura del Líder para la regulación de los grupos.
- La necesidad de considerar una etapa completa de entrenamiento en la herramienta tecnológica antes de la ejecución de la actividad cooperativa.
- No se evidencian comentarios ni procesos relacionados con la existencia de umbrales en forma de parámetros de evaluación.

5 DISCUSIÓN Y PROYECCIONES

Los resultados estadísticos obtenidos en el desarrollo del trabajo no apoyan la hipótesis principal planteada, con respecto a la generación de un impacto positivo estadísticamente significativo, con la implementación de la estrategia de aprendizaje basada en la cooperación, en el grupo de undécimo de la Institución Educativa Aurelio Martínez Mutis, donde se llevó a cabo la experiencia. Dentro de los factores que pudieron intervenir para la obtención de estos resultados se encuentran:

- La falta de claridad en los objetivos grupales, pues aunque los mismos estaban expresados en términos de características de los resultados y parámetros de evaluación, el hecho de que no se haya discutido con los estudiantes esta formulación y que la actividad fuera considerada como una experiencia extracurricular, le hace perder claridad a los estudiantes acerca de los objetivos grupales y el reconocimiento de sus intereses individuales en la actividad, que constituyen uno de los factores más relevantes del aprendizaje cooperativo, según los planteamientos de (R. Slavin, 1996) y (P. Kollock, 1998). Se sugiere en estudios futuros definir un tiempo específico de lectura y solución de inquietudes sobre el planteamiento de la actividad, la normativa definida para la interacción y la evaluación de la misma.
- El desconocimiento por parte de algunos de los estudiantes de las características de manejo de la herramienta tecnológica influyó en que no se lograra responder algunos de los puntos planteados en el problema, por tal razón es fundamental definir un conjunto de actividades previas de entrenamiento. Este resultado ya había sido planteado en las experiencias de (Farhadian et al., 2007; Pijls et al., 2007; Zurita & Nussbaum, 2007) y se hace aún más evidente si se considera que el aprendizaje de la matemática ha estado desligado de dispositivos tecnológicos, diferentes a la calculadora, y usado métodos pedagógicos tradicionales (Bergeson, 2000).
- Aunque (Ginsburg-Block et al., 2006) plantea que no hay relación entre la duración de las actividades y los resultados de los estudiantes, se hace necesario

establecer tiempo suficiente en el diseño de la estrategia, para la socialización de los resultados obtenidos en el aprendizaje cooperativo y la solución del problema, en coherencia con las experiencias planteadas por (Farhadian et al., 2007; Nopiah, Zainuri, Asshaari, Othman, & Abdullah, 2009; Pons et al., 2008) y con la formulación de (Parra Valencia, 2013) acerca de la importancia de proporcionar información sobre los resultados de la cooperación previa, para hacer sostenible la cooperación futura, en términos de (P Kollock, 1998), las soluciones estratégicas denominadas reciprocidad y selección de parejas. Dicho componente no se pudo implementar en la experiencia por la extensión en el tiempo asignado para la solución del problema.

- La construcción de confianza hace posible una mayor cooperación entre los miembros del grupo y esta se obtiene a través de la creación de reputación por la interacción repetida de los miembros del grupo (Parra Valencia, 2013). En el caso de la experiencia realizada, si bien se asumió un nivel de confianza por la conformación de los grupos de acuerdo con los intereses de los estudiantes, esta no fue suficiente para incentivar un mayor logro en la solución de problemas, e incluso en algunos casos influyó de manera negativa al favorecer el intercambio de agresiones por el nivel de amistad existente entre los miembros. En este sentido, las actividades de socialización de resultados y la implementación de sanciones (E Ostrom, 2000) para este tipo de comportamientos puede ayudar a mejorar el clima de cooperación. También se recomienda la continuidad de la aplicación de la estrategia, con el fin de que se vaya superando la cantidad de incertidumbre que se genera al cambiar la metodología de trabajo tradicional en el aula (Bergeson, 2000).

A pesar de que los resultados obtenidos durante la experimentación realizada en este trabajo no ofrecen el suficiente soporte a la hipótesis, este tipo de experiencias de incorporación de tecnologías en el aprendizaje de la matemática y la integración teórica del aprendizaje y la cooperación se apoya en literatura con resultados experimentales positivos. Por lo que se espera que un ejercicio continuo de transformación de las prácticas educativas en la enseñanza de la matemática, desde la educación básica hasta la educación superior, genere una disminución de la deserción académica y una mejora

en la percepción de los estudiantes por esta disciplina, lo que implica que se hacen necesarias nuevas experiencias con la aplicación de la estrategia basada en la cooperación, que permitan validar o rechazar la hipótesis de manera más concluyente. Especialmente si se considera que el análisis estadístico adicional muestra una disminución significativa en la dispersión de los datos del post-test, lo que implica que se percibe un impacto positivo de la implementación de la estrategia basada en la cooperación, que se refleja en una menor diferencia en las competencias individuales desarrolladas por los integrantes del grupo experimental.

Definir las condiciones específicas que la cooperación requiere para su aparición y sostenimiento en entornos virtuales para la enseñanza de la matemática, es un proceso complejo, en el que intervienen una gran cantidad de variables; entre ellas, la cultura tecnológica y las características de los procesos de comunicación de la población, la historia de cooperación de los grupos, las ideas preconcebidas alrededor de la disciplina matemática, la tradición alrededor de las prácticas pedagógicas y el rol del docente, además de las características propias de los dispositivos tecnológicos como tiempos de respuesta, usabilidad, disponibilidad, formas de moderación, entre otras, que los autores que estudian los procesos de aprendizaje y de la cooperación han identificado. Lo anterior proporciona a esta área de estudio vastas posibilidades para la realización de trabajos de investigación que propongan lineamientos tanto tecnológicos como pedagógicos, que generen un impacto positivo en el desarrollo de competencias por parte de los estudiantes y mejoras en los indicadores de calidad educativa.

5.1 TRABAJOS FUTUROS

Durante el proceso de observación de la experiencia se denota un menor interés por la matemática en los estudiantes de género femenino, quienes asumieron preferiblemente roles de escritores, investigadores o vocales, dejando el rol de liderazgo en los estudiantes de género masculino, de hecho el único grupo conformado únicamente por mujeres obtuvo el puntaje más bajo en todos los indicadores. Nuevas investigaciones pueden abordar estudios que indaguen sobre las condiciones previas de los ambientes y

la conformación de los grupos, por ejemplo, la distribución de género en los grupos cooperativos y den cuenta de los aspectos sociales y de auto-concepto que se involucran en el desarrollo del aprendizaje cooperativo, haciendo énfasis en el aprendizaje de la matemática, lo que permitiría aportar a los planteamientos de (Ginsburg-Block et al., 2006) y (R. Slavin, 1996) sobre la poca existencia de estudios que relacionan la conformación de género de los grupos con los resultados de aprendizaje.

La revisión de la literatura aporta muchas evidencias acerca del impacto positivo del aprendizaje cooperativo (Ginsburg-Block et al., 2006; Roger & Johnson, 2009; R. Slavin, 1996) que hacen esperar que la implementación continuada de estrategias de aprendizaje cooperativo proporcionen mejoras en el desempeño académico y social de los estudiantes. Un elemento que se podría incluir dentro de las normas de cooperación y los objetivos grupales es la competencia entre grupos, para validar el planteamiento de (P Kollock, 1998) con respecto al impacto positivo de esta configuración con respecto a la cooperación mostrada al interior de los grupos y de igual forma analizar su impacto en la generación de conflictos. Algunos lineamientos para la implementación de estos aspectos dentro de las estrategias pedagógica son: asignación de calificaciones diferenciales dependiendo de los resultados grupales, concursos de resolución de problemas que premien a los mejores grupos tanto en calificación como en reconocimiento del grupo y publicación en carteleras públicas del grupo con mejor desempeño.

El trabajo realizado utilizó como elementos de cohesión de grupo la generación de un nombre de grupo, de objetivos grupales en términos de resultados a lograr y parámetros de evaluación, además de facilitar la conformación de los grupos de acuerdo con las preferencias de los estudiantes, lo que implica que dicha selección se hizo de acuerdo con una afinidad personal o amistad que existía previamente entre los integrantes. En este sentido, se propone la inclusión de nuevos aspectos que faciliten la cohesión social entre los integrantes de los grupos, como la asignación de umbrales o parámetros de evaluación basados en el aprendizaje de todos los miembros del grupo. Este aspecto permitirá aportar a las formulaciones realizadas por (R. Slavin, 1996) con respecto a la perspectiva de la cohesión social como uno de los fundamentos teóricos planteados para explicar el aprendizaje cooperativo, además de complementar las soluciones estratégicas

basadas en el aprendizaje social de (P Kollock, 1998) y motivacionales basadas en la identidad de grupo (Brewer & Kramer, 1986).

Al considerar el documento compartido como un recurso común, es posible probar nuevas estrategias de aprendizaje basadas en la cooperación, que establezcan una mayor regulación al acceso y uso de los recursos comunes (P Kollock, 1998), por ejemplo mediante la asignación de permisos de edición solamente a quién el líder del grupo considere pertinente o al integrante que haya sido seleccionado en el rol de escritor; que de igual forma es acorde con la idea de (Hess, Ostrom, & McCombs, 2007) del conocimiento como recurso común.

BIBLIOGRAFÍA

- Asshaari, I. . b, Othman, H. . b, Razali, N. . b, Tawil, N. M. . b, Ariff, F. H. M. . b, & Ismail, N. A. . b. (2011). Cooperative learning on mathematics engineering courses at UKM: Students' response toward cooperative learning. *International Conference on Engineering Education and International Conference on Education and Educational Technologies - Proceedings* (pp. 186–190). Corfu Island. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-82955173852&partnerID=40&md5=a201c71d3a4f2ab0dd439d2e4893d3d0>
- Baeza-Yates, R., & Pino, J. A. (2006). Towards formal evaluation of collaborative work. *Information Research*, 11(4).
- Barkley, E., Cross, K. P., & Howell, C. (2007). *Técnicas de aprendizaje colaborativo*. Madrid,: Ediciones Morata S.L.
- Bergeson, T. (2000). *Teaching and Learning Mathematics* (Superinten.). Washinton. Retrieved from <http://www.k12.wa.us/research/pubdocs/pdf/MathBook.pdf>
- Brewer, M. B., & Kramer, R. M. (1986). Choice behavior in social dilemmas: Effects of social identity, group size, and decision framing. *Journal of personality and social psychology*, 50(3), 543.
- Campbell, D., & Stanley, J. (1995). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*. (Amorrortu editores, Ed.) (p. 79). Buenos Aires.
- Castaño, E., Gallón, S., & Gómez, K. (2006). Análisis de los factores asociados a la deserción y graduación estudiantil universitaria. *Lecturas de economía*, 65(65), 9–36.
- Collazos, C. A., Guerrero, L. A., Pino, J. A., & Ochoa, S. F. (2002). Evaluating collaborative learning process (pp. 203–221). La Serena, Chile,: Springer Verlag.
- De Pepa, M. T. (2005). Foros virtuales en la universidad como metodología de aprendizaje colaborativo. Retrieved from Disponible
- Diaz-Barriga, F. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México,: Mc Graw-Hill Interamericana Editores S.A.
- Farhadian, M., Eslami, E., & Fadaee, M. R. (2007). The cooperative computer-assisted instruction in mathematical education. *Information Technology Journal*, 6(1), 82–88. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-33947164277&partnerID=40&md5=8007c59e14e3a653797d55f30dac05c8>
- Ginsburg-Block, M. D. . d g, Rohrbeck, C. A. . e, & Fantuzzo, J. W. . f. (2006). A meta-analytic review of social, self-concept, and behavioral outcomes of peer-assisted

learning. *Journal of Educational Psychology*, 98(4), 732–749. doi:10.1037/0022-0663.98.4.732

Google Inc. (2013). Descripción general de Google Drive.

Hardin, G. (1968). The tragedy of the commons. The population problem has no technical solution; it requires a fundamental extension in morality. *Science (New York, NY)*, 162(859), 1243.

Hess, C., Ostrom, E., & McCombs, G. M. (2007). *Understanding knowledge as a commons: from theory to practice*. MIT Press.

Johnson, D. W., & et al. (1981). Effects of cooperative, competitive, and individualistic goal structures on achievement: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 89(1), 47–62. doi:10.1037/0033-2909.89.1.47

Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2002). Cooperative learning and social interdependence theory. *Social psychological applications to social issues*, 4, 9–35.

Kim, U. . b, & Park, Y.-S. . (2006). Indigenous psychological analysis of academic achievement in Korea: The influence of self-efficacy, parents, and culture. *International Journal of Psychology*, 41(4), 287–292. doi:10.1080/00207590544000068

Kollock, P. (1998). Social dilemmas: The anatomy of cooperation. *Annual Review of Sociology*, 24(1), 183–214.

Kollock, Peter. (1998). Social Dilemmas: The Anatomy of Cooperation. *Annual Review of Sociology*, 24(1), 183–214. doi:10.1146/annurev.soc.24.1.183

Kramer, R. M., & Brewer, M. B. (1986). *Social group identity and the emergence of cooperation in resource conservation dilemmas*. Graduate School of Business, Stanford University.

Kuutti, K. (1996). Activity theory as a potential framework for human-computer interaction research. *Context and consciousness: Activity theory and human-computer interaction*, 17–44.

Maldonado, L. F., Drachman, R., DeGroot, R., Lizcano, A., Muñoz, O., Jaime, R., & Gutiérrez, J. (2012). *Argumentación para el aprendizaje colaborativo de la matemática*. (U. Central, Ed.) (1st ed., p. 198). Bogotá.

MEN, M. de educación nacional. (2008a). *Deserción en la Educación Superior Colombiana. Elementos para su diagnóstico y tratamiento* (p. 132). Bogotá.

MEN, M. de educación nacional. (2008b). *Análisis de determinantes de la deserción en la Educación superior colombiana con base en el SPADIES*. (p. 96). Bogotá.

- MEN, M. de educación nacional. (2009). *Deserción estudiantil en la educación superior colombiana* (1st ed., p. 158). Bogotá.
- Moore, J. (2005). Undergraduate mathematics achievement in the emerging ethnic engineers programme. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(5), 529–537. doi:10.1080/00207390500063975
- Nickson, M. (1992). The culture of the mathematics classroom: An unknown quantity. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 101–114.
- Noble, D., & Letsky, M. (2005). Cognitive-based metrics to evaluate collaboration effectiveness. *Defense Technical Information Center*, 1–14.
- Nopiah, Z. M., Zainuri, N. A., Asshaari, I., Othman, H., & Abdullah, S. (2009). Improving generic skills among engineering students through problem based learning in statistics engineering course. *European Journal of Scientific Research*, 33(2), 270–278. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-68349133202&partnerID=40&md5=3d5ba59d07c3021e04228a9f0250d02a>
- Ostrom, E. (2000). Collective action and the evolution of social norms. *The Journal of Economic Perspectives*, 14(3), 137–158.
- Ostrom, E, Gardner, R., & Walker, J. (1994). *Rules, games, and common-pool resources*. University of Michigan Press.
- Ostrom, E, & Walker, J. (2005). *Trust and reciprocity: Interdisciplinary lessons from experimental research*. Russell Sage Foundation Publications.
- Ostrom, Elinor, & Hess, C. (2007). *Understanding Knowledge as a Commons* (1st ed., p. 383). Cambridge: MIT Press.
- Pallof, R. M., & Pratt, K. (2006). How do we know? Student assesment online. Retrieved from <http://www.uwex.edu/disted/conference>
- Parra Valencia, J. A. (2010). *Constructo para la evaluación de la cooperación en dilemas sociales de gran escal* (p. 283).
- Parra Valencia, J. A. (2013). GESTIÓN DE LA COOPERACION EN DILEMAS SOCIALES : UN APORTE DESDE LA INGENIERÍA DE SISTEMAS. In Universidad Francisco de Paula Santander (Ed.), *Primer Congreso Internacional y Nacional . Innovación en Gestión*. Cúcuta.
- Pijls, M., Dekker, R., & Van Hout-Wolters, B. (2007). Reconstruction of a collaborative mathematical learning process. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 309–329. doi:10.1007/s10649-006-9051-3

- Pons, R. M., González-Herrero, M. E., & Serrano, J. M. (2008). Cooperative learning in mathematics: A intra-contents study [Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido]. *Anales de Psicología*, 24(2), 253–261. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-78649276110&partnerID=40&md5=dafcba9101e193abfbc8ff53c921e4ae>
- Requena, M. (2003). El análisis de protocolo como técnica para la comprensión de los procesos de razonamiento. *Laurus*, 9(16), 79–96.
- Roger, T., & Johnson, D. W. (2009). An overview of cooperative learning. In A. V. and A. N. J. Thousand (Ed.), *Creativity and Collaborative Learning* (pp. 1–21). Baltimore: Brookes Press.
- Sherif, M., Harvey, O. J., White, B. J., Hood, W. R., Sherif, C. W., & others. (1961). *Intergroup conflict and cooperation: The Robbers Cave experiment* (Vol. 10). University Book Exchange Norman, OK.
- Slavin, R. (1996). RESEARCH FOR THE FUTURE Research on Cooperative Learning and Achievement : What We Know , What We Need to Know. *CONTEMPORARY EDUCATIONAL PSYCHOLOGY*, 21, 43–69.
- Slavin, R. E. (1981). Sythesis of research on cooperative learning. *Educational Leadership*, 38(May), 655–660. Retrieved from http://www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed_lead/el_198105_slavin.pdf
- Smith, R. J. (1981). Resolving the tragedy of the commons by creating private property rights in wildlife. *Cato Journal*, 1(2), 439–468.
- Tinto, V. (1989). Definir la deserción: Una cuestión de perspectivas. *Revista de la Educación Superior*, XVIII(3), 71.
- Walker, J., & Ostrom, E. (2007). Trust and reciprocity as foundations for cooperation: Individuals, institutions, and context. *Capstone Meeting of the RSF Trust Initiative at the Russell Sage Foundation*, May.
- Zurita, G. . b, & Nussbaum, M. . d e f. (2007). A conceptual framework based on Activity Theory for mobile CSCL. *British Journal of Educational Technology*, 38(2), 211–235. doi:10.1111/j.1467-8535.2006.00580.x

ANEXO A. RÚBRICA DE EVALUACIÓN

Categoría de la Métrica		Indicador	Escala de valoración				
			Aprobado			No aprobado	
			4	3	2	1	0
			Superior	Alto	Aceptable	Bajo	Insuficiente
Individual	Producto	Aporte a la solución del problema	Los aportes realizados individualmente son coherentes con la solución del problema.	Algunos aportes realizados individualmente son coherentes con la solución del problema.	Solo uno de los aportes realizados es coherente con la solución del problema.	Los aportes individuales realizados no son coherentes con la solución del problema.	No realizó aportes en la discusión.
	Desempeño en la Tarea	Aportes en la búsqueda de la solución	Presenta más de 4 aportes a la búsqueda de la solución	Presenta entre 3 y 4 aportes a la búsqueda de la solución	Presenta entre 2 y 3 aportes a la búsqueda de la solución	Presenta un aporte a la búsqueda de la solución	No presenta mensajes de aporte
	Interacción con la información	Adquisición de información para la solución del problema	El estudiante realiza aportes evidenciando la lectura, revisión de la bibliografía y materiales de apoyo.	El estudiante realiza aportes individuales. No evidencia adecuadamente la lectura y la revisión de la bibliografía y materiales de apoyo.	El estudiante realiza aportes individuales pero no evidencia la lectura y revisión de la bibliografía ni materiales de apoyo. Repite ideas sin dar un aporte propio a la discusión.	El estudiante realiza aportes individuales pero desconoce conceptos básicos implícitos en las discusiones. Repite ideas ya mencionadas por otros, limitando su aporte a citar o afirmar que está de acuerdo o desacuerdo con otros compañeros.	El estudiante no realiza aportes individuales a la solución del problema.
	Comprensión	Claridad en el objetivo de la tarea	En los aportes del estudiante se observa una comprensión del objetivo de la actividad y aclara las dudas de sus compañeros con respecto al mismo	En los aportes del estudiante se observa la comprensión del objetivo de la actividad pero no aclara dudas a sus compañeros	En los aportes del estudiante se observa una comprensión parcial del objetivo de la actividad y solicita colaboración, por lo tanto mejora con el proceso de discusión	En los aportes del estudiante se observa que no comprende el objetivo de la actividad, no solicita colaboración y no se aprecia que mejore este hecho durante la	No se presentan aportes del estudiante

						discusión	
Grupal	Producto	Solución acertada del problema	El conjunto de todos los aportes realizados al grupo presenta una solución pertinente y suficiente al problema planteado.	El conjunto de todos los aportes realizados al grupo presenta la mayor parte de la solución pertinente para el problema planteado.	El conjunto de todos los aportes realizados al grupo presenta solo la parte más evidente de la solución al problema planteado.	El conjunto de todos los aportes realizados al grupo, no proporciona un acercamiento a la solución del problema planteado.	No se presentan aportes para la solución del problema.
	Interacción con la información	Procesos de crítica y enriquecimiento de la solución	En la discusión se presentan varios mensajes de diversos integrantes que critican los puntos débiles y proponen nuevas opciones a la solución	En la discusión se presentan algunos mensajes de varios integrantes que critican los puntos débiles y proponen nuevas opciones a la solución	En la discusión se presentan pocos mensajes del mismo integrante, que critica los puntos débiles de la solución	En la discusión solo se presentan mensajes tangenciales y de alerta que no critican ni aportan a solución	En la discusión no se presentan mensajes que critiquen las propuestas de solución.
	Comprensión	Coordinación de la estrategia y el trabajo del grupo	En la discusión se presentan mensajes de coordinación del trabajo de los integrantes y se muestran acciones para encontrar la solución	En la discusión solo se presentan 2 mensajes que proponen acciones para el trabajo en grupo y se evidencia que el grupo las acepta y ejecuta	En la discusión solo se presenta 1 mensaje que propone una forma de trabajo y no se evidencia una aceptación del mismo	En la discusión solo se presentan mensajes tangenciales y de alerta que no se enfocan en la organización del trabajo en grupo	No hay coordinación ni estrategia en el grupo
	Comprensión	Monitoreo	En la discusión se presentan varios mensajes que valoran lo completo y correcto de la solución	En la discusión solo se presentan 2 mensajes que valoran lo completo y correcto de la solución	En la discusión solo se presenta 1 mensaje que valora lo completo y correcto de la solución	En la discusión solo se presentan mensajes tangenciales y de alerta que no se enfocan en la valoración de la solución	No hay mensajes que valoren la solución

ANEXO B. FORMATO DE PLANTEAMIENTO DE ACTIVIDAD CON INCORPORACIÓN DE ROLES Y UMBRALES

NOMBRE DEL GRUPO:

INFORMACIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD	
Título	Problema de la Ley de Hooke
Curso	Matemáticas
Unidad	Funciones
Fecha	Julio 10 de 2013
Duración estimada	1.5 horas
COMPETENCIAS	
<ul style="list-style-type: none"> • Identifica las funciones lineales a través de relaciones de proporcionalidad directa entre dos variables. • Construye las gráficas de diferentes clases de funciones y las analiza. • Da argumentos geométricos y analíticos para construir las gráficas de las diferentes clases de funciones • Utiliza la función lineal para resolver problemas simples en diferentes situaciones reales. 	
RESULTADO ESPERADO	
<p>1 Documento de texto de Google Drive, para cada Grupo de Trabajo de 3-4 estudiantes, construido con la colaboración de todos y que muestre el resultado del problema planteado.</p> <p>El documento debe contener un encabezado donde se especifique:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Nombre del grupo. • Integrantes del Grupo con su respectivo rol y correo electrónico. Los roles a definir son: Líder, Escritor, Investigador y Vocal (para el caso de grupos de 4 estudiantes). Las función de cada uno de los roles es: <ul style="list-style-type: none"> ○ Líder: Coordinar la actividad del grupo controlando que se obtengan los resultados esperados en el tiempo definido. ○ Escritor: Registrar en el documento compartido la solución al problema planteada por el colectivo y garantizar que dicho documento cumpla con los requerimientos planteados. ○ Investigador: Realizar las consultas en internet, libros, apuntes, etc, necesarias para proporcionar la información que requiere el grupo para resolver el problema. ○ Vocal: Dinamizar la discusión en el grupo proponiendo nuevas alternativas de solución y discutiendo los planteamientos a los cuales ha llegado el grupo. • Solución del problema. • Fuentes de información consultadas. 	
DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD	
<p>La actividad consta de 4 pasos, así:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Paso 1: (15 min) Lectura del planteamiento del caso antes de iniciar la sesión. • Paso 2 (15 min): Solución de dudas sobre el procedimiento y objetivos de la actividad. 	

- Paso 3 (30 min): Discusión de todo el grupo para encontrar la solución del caso utilizando el Documento de Texto de Google Drive. El resultado de este momento es el documento compartido con la solución del caso, siguiendo las normas descritas.
- Paso 4 (30 min): Revisión de la discusión. Realimentación de la solución y premiación a los grupos con resultado sobresaliente.

NORMAS DE PARTICIPACIÓN Y EVALUACIÓN

- Una vez empiece el trabajo colaborativo el grupo solo puede utilizar como medio de comunicación el chat proporcionado por el documento de Google Drive.
- Se debe utilizar el editor de ecuaciones de Google Drive para la escritura de las fórmulas y símbolos que se requieran en el documento.
- Los siguientes son los criterios de evaluación:

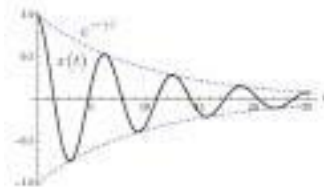
Parámetro	Calificación
Cumplimiento completo de normas y mínimo 2 características	3.0/5.0
Cumplimiento completo de normas y mínimo 3 características encontradas	4.0/5.0
Cumplimiento completo de normas y mínimo 4 características encontradas	5.0/5.0

PROBLEMA DE APLICACIÓN

Problema de la Ley de Hooke

La Ley de elasticidad de Hooke o Ley de Hooke, originalmente formulada para casos de estiramiento longitudinal establece que: la fuerza necesaria para mantener un resorte estirado x unidades más allá de su longitud natural es directamente proporcional a x . Aquí la constante de proporcionalidad se conoce como la constante del resorte.

- Plantee la ley de Hooke como una función del alargamiento del resorte con una constante de proporcionalidad β conocida.
- Si un resorte tiene una longitud natural de 8 centímetros y se requiere una fuerza de 40 Newton para mantener el resorte estirado a una longitud de 18 centímetros, podría determinar la constante del resorte y realizar una gráfica de la función en un intervalo $[2, 18]$ centímetros.
- De la gráfica que acaba de realizar, deduzca que fuerza se necesita para mantener estirado en resorte 11 centímetros.



- La grafica de la función representa el movimiento de un resorte, que conclusiones puede deducir.

ANEXO C. FORMATO DE PLANTEAMIENTO DE ACTIVIDAD SIN INCORPORACIÓN DE ROLES Y UMBRALES

NOMBRE DEL GRUPO: _____

INFORMACIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD	
Título	Problema de la Ley de Hooke
Curso	Matemáticas
Unidad	Funciones
Fecha	Julio 10 de 2013
Duración estimada	1.5 horas
COMPETENCIAS	
<ul style="list-style-type: none"> • Identifica las funciones lineales a través de relaciones de proporcionalidad directa entre dos variables. • Construye las gráficas de diferentes clases de funciones y las analiza. • Da argumentos geométricos y analíticos para construir las gráficas de las diferentes clases de funciones • Utiliza la función lineal para resolver problemas simples en diferentes situaciones reales. 	

RESULTADO ESPERADO
<p>1 Documento de texto de Google Drive, para cada Grupo de Trabajo de 3-4 estudiantes, construido con la colaboración de todos y que muestre el resultado del problema planteado.</p> <p>El documento debe contener un encabezado donde se especifique:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Nombre del grupo. • Integrantes del Grupo con su respectivo correo electrónico. • Solución del problema. • Fuentes de información consultadas.

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD
<p>La actividad consta de 4 pasos, así:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Paso 1: (15 min) Lectura del planteamiento del caso antes de iniciar la sesión. • Paso 2 (15 min): Solución de dudas sobre el procedimiento y objetivos de la actividad. • Paso 3 (30 min): Discusión de todo el grupo para encontrar la solución del caso utilizando el Documento de Texto de Google Drive. El resultado de este momento es el documento compartido con la solución del caso, siguiendo las normas descritas. • Paso 4 (30 min): Revisión de la discusión. Realimentación de la solución y premiación a los grupos con resultado sobresaliente.

NORMAS DE PARTICIPACIÓN Y EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> • Una vez empiece el trabajo colaborativo el grupo solo puede utilizar como medio de comunicación el chat proporcionado por el documento de Google Drive.

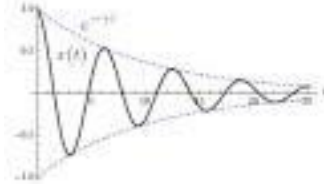
- Se debe utilizar el editor de ecuaciones de Google Drive para la escritura de las fórmulas y símbolos que se requieran en el documento.

PROBLEMA DE APLICACIÓN

Problema de la Ley de Hooke

La Ley de elasticidad de Hooke o Ley de Hooke, originalmente formulada para casos de estiramiento longitudinal establece que: la fuerza necesaria para mantener un resorte estirado x unidades más allá de su longitud natural es directamente proporcional a x . Aquí la constante de proporcionalidad se conoce como la constante del resorte.

- Plantee la ley de Hooke como una función del alargamiento del resorte con una constante de proporcionalidad β conocida.
- Si un resorte tiene una longitud natural de 8 centímetros y se requiere una fuerza de 40 Newton para mantener el resorte estirado a una longitud de 18 centímetros, podría determinar la constante del resorte y realizar una gráfica de la función en un intervalo $[2, 18]$ centímetros.
- De la gráfica que acaba de realizar, deduzca que fuerza se necesita para mantener estirado en resorte 11 centímetros.



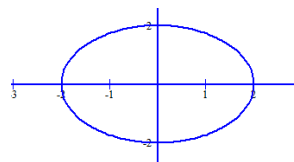
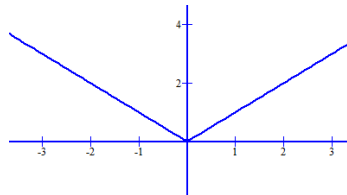
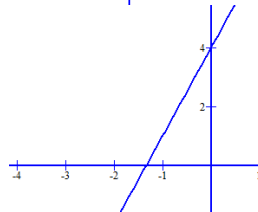
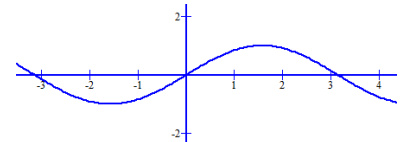
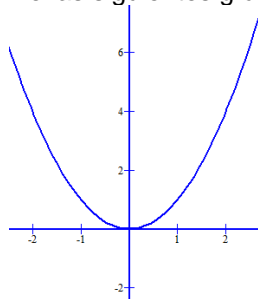
- La grafica de la función representa el movimiento de un resorte, que conclusiones puede deducir.

ANEXO D. PRE-TEST

Nombre: _____

En los ítems 1 y 2 complete con la palabra correcta.

1. Una función es _____ si cualquier cambio o incremento de la variable independiente ocasiona un cambio proporcional o incremento en la variable dependiente.
2. La relación $f(x) = 2x + 1$, es una función del tipo _____.
3. De las siguientes gráficas, cual o cuales no son funciones.



En los ítems 4 y 5 diga si es verdadero o falso.

4. La relación $A = \pi r^2$ (área del círculo) es función. (____)
5. La relación $\{(3,5), (-3,8), (1,3), (8,-3), (2,2)\}$ es función. (____)

DATOS GENERALES

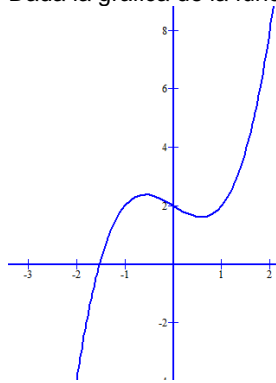
Género: Hombre ____ Mujer ____	Edad:
Tienes computador en tu casa: Si ____ No ____	Tienes conexión a internet en tu casa: Si ____ No ____
¿Cuánto tiempo te conectas a Internet a la semana? • ____ Entre 1 y 3 horas • ____ Entre 4 y 9 horas • ____ Más de 9 horas	¿Desde dónde te conectas habitualmente? * • ____ En casa • ____ En casa de mis amigos • ____ En el colegio • ____ En cualquier sitio porque dispongo

<ul style="list-style-type: none"> • ____ Otra. Cuál? ____ 	<p>de Internet móvil</p> <ul style="list-style-type: none"> • ____ En otro lugar. Cuál? _____
<p>Los sitios de internet que más visitas son:</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>Como te calificarías como usuario de tecnología:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Nunca la uso. • Se lo mínimo para defenderme. • Estoy en el promedio. • Soy un usuario avanzado.

ANEXO E. POST TEST

Nombre: _____

1. Dada la gráfica de la función, se puede deducir que esta es:

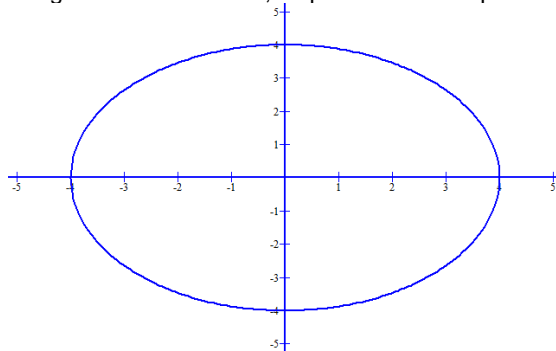


- a. Creciente
- b. Decreciente
- c. Cíclica
- d. Par
- e. Impar

2. La temperatura T (medida en grados Celsius), de un alimento en el refrigerador t (*tiempo medido en horas*) después de ser colocado en él, está dado por la función $T(t) = \frac{20}{t^2+2t+1}$ para $t \geq 0$.

- a. La temperatura del alimento después de que éste ha permanecido en el refrigerador por 2 horas es: _____
- b. ¿Cuál es la temperatura del alimento en el momento de colocarlo dentro del refrigerador? _____

3. Dada la gráfica de la función, se puede concluir que el dominio está dado por.



- a. Los Reales
- b. $[-4, 4]$
- c. $(-4, 4)$
- d. $(-4, 4]$
- e. $[-4, 4)$

4. Realice la gráfica de la función $f(x) = x^2$

