“APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE PITÁGORAS UTILIZANDO LA ESTRATEGIA DE MODELACIÓN A TRAVÉS DEL USO DE *APPLETS* GEOMÉTRICOS”

“María del Rosario Arenas Montaño”

Trabajo de grado para optar al título de:

Magister en tecnología educativa y medios innovadores para la educación

“Lorenza Illanes”

Asesor tutor

“Ruth Rodríguez”

Asesor titular

TECNOLÓGICO DE MONTERREY
Escuela de Graduados en Educación
Monterrey, Nuevo León. México

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
Facultad de Educación
Bucaramanga, Santander. Colombia

2016

Dedicatoria

Este trabajo se la dedico con todo cariño a mi familia, (mamá, papá, hermanos y sobrinos) quienes con su esfuerzo y sobre todo comprensión, supieron brindarme el apoyo necesario en todo momento para culminar mis estudios de Maestría.

También están mis más sinceros agradecimientos a mi pueblo Heliconia que me vio nacer y que hoy busca afanosamente una educación de calidad y cambios nuevos en el milenio que apenas comienza.

Agradecimientos

A la Maestra Lorenza Illanes como Asesor tutor de la investigación, por sus esfuerzos, fortalezas, y su disposición siempre. A la Asesor titular. Doctora Ruth Rodríguez por su apoyo y acompañamiento, así como por revisar el trabajo.

Aprendizaje del Teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos

Resumen

El objetivo es aprender a hacer y conocer; pero sobre todo aprender a vivir juntos y aprender a ser lo mejor de sí mismo (Delors, 1996). Para lograr esto es necesario que el quehacer áulico evolucione en sus prácticas con respecto al desarrollo de habilidades, destrezas y actitudes, formando hombres creativos, críticos y reflexivos. El teorema de Pitágoras, es una relación matemática, de auténtica complejidad, que se aprende en la formación básica y brinda, un considerable valor práctico, teórico y didáctico, tanto en su versión aritmético-algebraico $a^2 + b^2 + c^2$; como en su versión geométrica (Martínez, 2000). Haciendo referencia a la modelación se entiende como el proceso que tiene su génesis en la conceptualización de una situación real, utilizando las matemáticas como herramienta de modelación para otras ciencias (Rodríguez, 2010). En el aula, los alumnos construyeron sus conocimientos, favoreciendo el desarrollo de una matematica funcional en el sistema educativo (Rodríguez, 2010). La modelación es un puente entre las matemáticas y las experiencias de la vida real de los alumnos; por lo cual es un aprendizaje que contiene un gran apoyo cognitivo (Rodríguez, 2010). Por su parte la tecnología es un actor esencial en el aula para trabajar con modelos matemáticos, (Jacobini, 2007), es un apoyo para lograr superar muchos obstáculos, enfatizando en el uso del *applets* (Bishop, 1994) como elementos de las páginas *webs* (Berners, 1989); su valor educativo es desarrollar un aprendizaje activo (Borromeo, 2006). Los *applets*

(Bohigas, Jaén y Novell, 2003), secundan al alumno en el proceso de aprender a visualizar figuras geométricas resultado de la demostración de este teorema, de manera vivencial a través de la tecnología; haciendo participe al alumno se su aprendizaje, provocando darles forma a sus creencias, actitudes y a percatarse de la importancia del área para sí mismo y su comunidad.

Índice

Índice de tablas

Índice de figuras

Capítulo I. Planteamiento del Problema

Es necesario el desarrollo del sentido de realidad, el cual se entiende como la sensibilidad que un maestro debe tener frente a la realidad, que además incluye la intuición y la capacidad de detectar las situaciones y oportunidades del contexto sociocultural frente a las cuales se pueda movilizar el conocimiento de los alumnos, dicho sentido incluye una buena dosis de imaginación y creatividad (Villa, Bustamante y Berrio, 2009).

Esta investigación estudia la modelación como estrategia de enseñanza del Teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets* geométrico; haciendo énfasis en la aplicación que tendrá en los escenarios áulicos. Este capítulo contiene los aspectos que describen este estudio, ellos son: el marco contextual, los antecedentes del problema, el planteamiento del problema, los objetivos de la investigación, la hipótesis de investigación, la justificación, las limitaciones y, por último, las delimitaciones.

La sociedad cambia y uno de los fenómenos más trascendentales asociados a este conjunto de transformaciones es la introducción generalizada de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en todos los ámbitos de nuestras vidas; las cuales cambiando nuestra manera de hacer las cosas: de trabajar, de divertirnos, de relacionarnos y de aprender. De un modo sutil también están cambiando nuestra forma de pensar (Adell, 1997). Con base a lo anterior y para darle continuidad a la investigación se plantea el marco contextual.

1.1. Marco Contextual

Esta investigación se realiza en una institución pública, rural, de muy pocos alumnos; 150 alumnos desde preescolar al grado once, del sistema nacional de educación colombiano (con respecto a México segundo de secundaria), los adultos no ingresan a sus hijos a la institución, ya que no ven la educación como el medio principal para poder superarse. La población estudiantil se encuentra ubicada en el Sistema de Selección de Beneficiarios para Programas Sociales (SISBEN) Consejo Nacional de Política Económica y Social (Conpes, 2008), es en su mayoría el nivel uno, encontrándose muy pocos en el nivel dos.

Aunque un 80% de las familias se caracterizan por pertenecer a hogares nucleares (formados por papá, mamá y los hijos, o sólo mamá con hijos) y el resto, el 20%, a hogares ampliados (hogar nuclear más otro pariente: tíos, primos, hermanos, suegro, abuelos, etc.). (Sistema integrado de matrícula SIMAT, 2011), se le clasifican como hogares disfuncionales toda vez que proliferan los conflicto, la mala conducta y en muchas ocasiones el abuso tanto físico como verbal (Institución Educativa Rural Alto del Corral, 2011).

El medio se caracteriza por tener poca inclinación a lo académico y a lo cultural, por consiguiente los alumnos no demuestran buena actitud hacia este aspecto, y más aún hacia el área de las matemáticas, considerándolas poco importantes e inutilizables, en su contexto. La institución educativa posee una dotación tecnológica muy restringida, la cual se limita solo a unos cuantos computadores y a una conexión de internet de poca cobertura.

La sociedad ha experimentado en los últimos tiempos un cambio de una sociedad industrial a una sociedad basada en la información; dicho cambio implica una transformación de las matemáticas que se enseñan en la escuela, si se pretende que los alumnos de hoy sean ciudadanos realizados y productivos en el siglo actual. En esta época, con la aparición de la era informática, uno de los énfasis que se hace es la búsqueda y construcción de modelos matemáticos. La tecnología moderna sería imposible sin las matemáticas y prácticamente ningún proceso técnico podría llevarse a cabo en ausencia del modelo matemático (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Es indispensable en el nuevo milenio recontextualizar conceptos y estructuras matemáticas en el ámbito del aula con la finalidad de propiciar la formación de pensamiento matemático en los alumnos. El énfasis en la enseñanza ya no se centra en la formalización, la rigurosidad en la sintaxis y la abstracción, las actuales concepciones sobre matemática permiten al alumno posibilidades de actuación y de modelación de significados al enfrentarse a situaciones que le exijan usar conceptos, establecer relaciones, hacer razonamientos, aplicar procedimientos y construir estrategias para validar, explicar o demostrar (Ministerio de Educación Nacional, 1997).

En el Plan Educativo Municipal, se plantea: El convencimiento de la educación como tarea primordial para facilitar el desarrollo social y económico de Heliconia, es el horizonte de este (Plan Educativo Municipal, 2012); hacer que los Heliconenses crean en las bondades de esta investigación y en el sistema educativo. La educación como objetivo de todos se plasmará en la vida de esta comunidad que luchará por mejorarla, por ampliar su cobertura, propiciar la permanencia de los niños y los jóvenes en un sistema que evidencie indicadores de eficiencia y calidad. Porque existe una relación directa entre los deprimentes niveles de pobreza y los bajos índices de educación, la cual tiene una tarea liberadora, exteriorizada en los resultados de eficiencia y creatividad y en las actitudes claras de sana convivencia, en el ejercicio pleno de la democracia y la participación activa de la comunidad unida en torno a ideales de progreso y desarrollo humano (Plan Educativo Municipal, 2012).

El aprendizaje no es un mero sumar conocimientos, y sí un proceso de crecimiento, el saber es un proceso y no un producto Bruner (1987). En este sentido, el docente debe proveer elementos para que el alumno desarrolle sus potencialidades, propiciándole capacidad para pensar crítica e independientemente y con ello aumentar el interés por la aplicación de ésta en situaciones cotidianas. Salett y Hein (2004). Con las observaciones anteriores se da lugar al Antecedente del Problema del estudio a realizar.

1.2. Antecedentes del problema

Una de las oportunidades que pretende ofrecer la educación en este milenio en nuestro país, Colombia, es transformar al individuo en un ser autónomo, independiente, crítico, reflexivo y consciente del aprendizaje que se adquiere en la vida cotidiana; su énfasis es entonces en cuanto al pensamiento matemático en los alumnos, es darle significación a estos conocimientos, como acciones cognitivas y que se pueda servir de ellos en su cotidianidad (Ministerios de Educación Nacional, 1998); El planteamiento anterior solo es posible si se asume una evaluación por competencias, haciendo referencia a las posibilidades de actuación de los alumnos en las matemáticas, poniéndose en evidencia cuando logran construir y enfrentarse a diferentes situaciones problema (Ventura, 2006).

Puesto que el objetivo ya no es sólo aprender a hacer (adquirir y desarrollar una competencia profesional), sino también a conocer (aprender a aprender), aprender también a vivir juntos y por último aprender a ser lo mejor de sí mismo. Comisión Internacional sobre la Educación para el siglo XXI (Delors, 1996), es cuando el que hacer áulico requiere de una evolución en sus prácticas, referente a lo que se relaciona con el desarrollo de habilidades, destrezas y actitudes y así formar seres creativos, críticos y reflexivos (Ventura, 2006).

Con las evaluaciones externas practicadas por el Ministerio de Educación Nacional (Ministerio de Educación Nacional, 2011), se vislumbra en la institución educativa, una praxis en su sistema de aprendizaje que discrepa con las pretensiones de las políticas gubernamentales. Plan decenal de educación, Pacto por la educación 2006-2016, (2008); Plan de desarrollo, Antioquia para todos, manos a la obra 2008-2011, (2008); Plan Educativo Municipal 2012-2022, (2010).

Los alumnos solo logran alcanzar el nivel bajo en el desempeño de estas competencias, relacionado con la interpretativa, la cual se devela cuando el alumno puede comprender la estructura de un problema y los datos que se brindan en él; la competencia interpretativa se ubica en el primer nivel de las tres que evalúa el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, (ICFES, 1999) (Figura. 1)

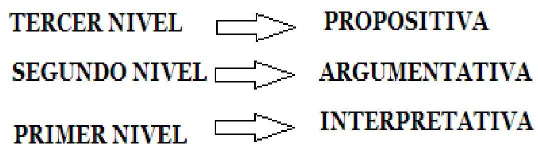


Figura 1. Clasificación de las competencias de matemáticas. (Ministerio de Educación Nacional, 1997).

En los últimos años la modelación matemática (MM) (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo, 2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) viene siendo defendida como un proceso que al incorporarse en las clases de matemáticas ofrece diversas ventajas debido a las relaciones que establece entre las matemáticas y la realidad asociada a los contextos extraescolares (Ver *Fig 7*. pág. 52).

Aprender a conocer va más allá de la simple transmisión de conocimientos y supone el aprender a lo largo de toda la vida. Además, aprender a conocer implica aprender a aprender (Novak y Gowin, 1988), ejercitar la memoria y el pensamiento. Estos cuestionamientos construyen una reflexión profunda para conocer dónde nos encontramos y hacia dónde vamos (Celis y Matilde, 2008). Hechas las consideraciones anteriores se continúa con el planteamiento del problema

1.3. Planteamiento del problema

En la institución, es imprescindible crear una cultura de cambio hacia una nueva meta en la educación, la cual debe de estar centrada en la persona, una educación para la vida, con un currículo con alto significado que garantice el desarrollo de un pensamiento riguroso y creativo; una educación que vea el contexto global planetario y que desarrolle todas las potencialidades del cuerpo y de la mente de cada uno. Una educación en y para los valores, en la que el alumno tenga su forma personal de buscar la información, buscar los patrones mentales, extraer el significado, hacer los procesos mentales, formar nuevos modelos y utilizar lo aprendido de manera inteligente y creativa (Ventura, 2006).

Para lograr lo anterior, es indispensable crear transformaciones en el sistema educativo institucional, ya que a cada instante es indispensable obtener nuevos conocimientos y habilidades, aplicarlos y socializarlos; con ese pretexto, modelación en el área de matemática se define como método de enseñanza (Salett y Hein, 2004). Entendiendo que la modelación es un proceso involucrado en la obtención de un modelo matemático, llámese fenómeno o situación; este por su parte es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa de alguna manera el fenómeno en cuestión; es así como la modelación matemática (MM) permite obtener no solo una solución específica sino también servir de soporte para otras aplicaciones o teorías (Salett y Hein, 2004).

Al hablar de la MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo, 2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) y en especial en una de sus ramas, la Geometría, la cual es considerada el prototipo de una teoría axiomática, reconocida universalmente, (Cabello, 2006).

Sobre ello, en el siglo pasado y específicamente durante las últimas décadas Berkeley (1980) sostuvo que la Geometría, desde sus estrechos confines tradicionales ha revelado sus poderes ocultos y su extraordinaria versatilidad y adaptabilidad, transformándose así en una de las herramientas más universales y útiles en todas las partes de las matemáticas. La Geometría es considerada como una herramienta para el entendimiento, es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad (Cabello, 2006).

Es reconocida la importancia que la tecnología tiene en el sistema educativo para contribuir a la satisfacción de necesidades de aprendizaje bien definidos (Informe mundial sobre la educación, 1998). Si se dispone de material multimedia en el aula la formación se centrará especialmente en el alumno, se acrecienta su participación en la tarea, se desarrolla su iniciativa y se le impulsa a tomar sus propias decisiones o a seleccionar y elegir la información (Palomo, Ruiz y Sánchez, 2006). Por supuesto, en todas estas actividades la Geometría está profundamente involucrada tanto para promover la habilidad de usar herramientas tecnológicas apropiadamente, como para interpretar y entender el significado de las imágenes producidas. (Cabello, 2006).

Por motivo de lo afirmado anteriormente se planteó la siguiente pregunta de investigación: ¿En qué medida la modelación como estrategia de enseñanza del Teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets* geométricos mejora el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria?; (grado noveno sistema nacional colombiano)

En el ambiente áulico se debe promover un cambio, el cual no debe consistir únicamente en transformar el papel y el lápiz por la computadora, el cambio debe de ser más trascendental para que se pueda ver reflejado en su actuar diario (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo, 2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010). Teniendo en cuenta las observaciones anteriores se continúa con la formulación de los objetivos

1.4. Objetivos

La Geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y, es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad; por otra parte, la Geometría como una disciplina, se apoya en un proceso extenso de formalización que se ha venido desarrollando por más de 2000 años en niveles crecientes de rigor, abstracción y generalidad (Cabello, 2006). Una de las metodologías recomendadas para impartirla es la modelación (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo, 2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) respalda por la tecnología y exclusivamente en lo que se refiere a los *applets*.

Atendiendo a lo manifestado anterior se plantean el objetivo general y los particulares que se establecen a continuación:

Objetivo general: Investigar si la modelación matemática como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras con el uso de *applets* geométrico mejora el aprendizaje en los alumnos de segundo de secundaria (grado noveno sistema nacional colombiano).

Las matemáticas deben ser pensadas para ser útiles, esto no puede ser alcanzado simplemente por la enseñanza de herramientas matemáticas; debe ser inevitablemente resultado de una clase de matemáticas que puede ser útil en un conjunto limitado de contextos. (Freudenthal 1968). Por consiguiente como se expresa a continuación aspectos como la (MM) (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y

Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo,2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) las situaciones problema y la tecnología en su representación de los *applets* (Sancho, 1994; Escudero, 1995; Gros, 2000;Santos, 2001;Area, 2002; Bohigas, Xavier; Jaén, Xavier y Novell, 2003; Castillo 2008), en relación con la temática mencionada anteriormente resulta oportuno tener en cuenta en esta investigación los objetivos particulares.

Objetivos particulares:

Con la aplicación de la (MM) (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo, 2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) del teorema de Pitágoras se espera propiciar para el alumno (Salett y Hein, (2004):

- Identificar las diferentes clases de triángulos teniendo en cuenta sus lados y sus ángulos;
- Distinguir cuando un triángulo es rectángulo;
- Reconocer las diferentes características de un triángulo rectángulo;
- Estimular la creatividad en la formulación y resolución de problema;
- Aumentar la habilidad del alumno en el uso de la tecnología (*applets* geométrico).
- Integrar el área de geometría con otras áreas del conocimiento.

La MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo, 2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) mejora la capacidad de reflexión, de conceptualización y de comprensión de los alumnos en problemas geométricos, puesto que incrementan la exploración y la emisión de posibles resultados, tomando un papel más activo e independiente en su proceso de enseñanza aprendizaje (Hitt, 1994). Esta idea respalda la hipótesis que se propone continuación.

1.5. Hipótesis

El uso de la estrategia MM (Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) como método para la enseñanza del teorema de Pitágoras con el uso de *applets* mejora el aprendizaje del alumno en el nivel de segundo de secundaria.

La construcción de modelos y su comparación con la realidad intervienen en cada etapa de la resolución de problemas del teorema de Pitágoras, no sólo en situaciones donde está involucrada la tecnología, sino también en la tarea del trabajo teórico, donde se comprometan situaciones del contexto de la vida real.

La Geometría ayuda a estimular, a ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas. Da oportunidades para observar, comparar, medir, conjeturar, imaginar, crear, generalizar y deducir. Tales oportunidades pueden ayudar al alumno a aprender cómo descubrir relaciones por ellos mismos y tornarse mejores solucionadores de problemas (Bressan, Bogisic y Crego, 2000). En los marcos de las anotaciones anteriores se pasa hacer referencia a la justificación de esta investigación.

1.6. Justificación

Teniendo en cuenta que el aula es un ambiente indicado para la creación y evolución de MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo,2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010), es conveniente que se les permita a los alumnos del primer grado de preparatoria la oportunidad de un cambio de metodología para estudiar la temática del teorema de Pitágoras, a través de la MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo,2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) asistida por tecnología basado en *applets* (Sancho, 1994; Escudero, 1995; Gros, 2000;Santos, 2001;Area, 2002; Xavier, Xavier y Montse 2003;Castillo 2008); toda vez que en los últimos años la implementación de la MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo,2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) como estrategia metodológica ha tenido un significativo desarrollo en todas las áreas del conocimiento de las matemáticas.

Es considerado pertinente este cambio, puesto que es necesario implementar un método de enseñanza que mejore la eficiencia de la educación matemática en la institución teniendo presente que el alumno considera las matemáticas poco aplicables a su realidad, impidiendo con esta actitud que se logre cumplir lo que está estipulado en dos documentos obligatorios de la institución (Proyecto Educativo Institucional, 2011) y el (Plan de Área de Matemáticas, 2011).

En lo que respecta al (Proyecto Educativo Institucional, 2011) y en lo planteado dentro del perfil del alumno se hacen notar tres aspectos que tiene mucho que ver con esta investigación:

- Domina procesos de pensamiento que le permiten ser creativo, toma decisiones y soluciones a los problemas de su vida cotidiana.

- Aprende de las experiencias propias y de los demás, aplica el pensamiento estratégico en diferentes situaciones, orientándolos al desarrollo de proyectos comunitarios y de responsabilidad ambiental.
- Construye nuevos conocimientos y es gestor de su propio aprendizaje Institución Educativa Rural Alto del Corral (2012).

Con relación al (Plan del área de Matemática, 2011) en los objetivos propone para el grado segundo de secundaria entre otros:

- Apropiación de estrategias que le permita al alumno resolver situaciones matemáticas, traduciéndolas numéricamente.
- Aplicación del Teorema de Pitágoras, que le facilite al alumno justificar el valor aproximado de la medida de un lado de un triángulo rectángulo. Institución Educativa Rural Alto del Corral (2011).

Los dos documentos mencionados hacen notar, lo acertado de investigar la MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo,2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) como estrategia de enseñanza del Teorema de Pitágoras (Waerden, 1979), con el uso de pequeñas aplicaciones escritas en Java (*applets)* (Bishop, 1994) para la realidad que vive la institución; corroborándole a la comunidad educativa la importancia que tiene en la actualidad el trabajo intelectual personal y grupal al cual no le prestan ninguna interés, teniendo de manifiesto que a partir de este trabajo puede empezar y cuestionarse las preconcepciones, a incrementar las potencialidades y a modificar las actitudes para que el progreso en los saberes conceptuales y procedimentales le vayan dando seguridad y confianza al alumno para avanzar hacia nuevos aprendizajes.

Por otro lado, es justificable la metodología de la MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo, 2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) con la utilización de *applets* (Sancho, 1994; Escudero, 1995; Gros, 2000; Santos, 2001; Area, 2002; Xavier, Xavier y Montse 2003; Castillo 2008) por las siguientes razones:

En este mismo sentido Araújo (2009) resalta la importancia de abordar situaciones escogidas por los mismos alumnos acordes con sus intereses y a sus condiciones culturales, y en ese contexto. Uno de los aspectos que asume la MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo,2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) tiene que ver con que los alumnos puedan ser críticos frente al papel de la matemática en la sociedad, teniendo conciencia de su papel en la construcción de la misma y reconociendo y valorando aspectos culturales de la suya propia, problematizando las relaciones de poder, ahí existentes (Araújo, 2009).

La MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo,2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) pretende ayudar a los alumnos a comprender mejor el mundo permitiendo que en el aprendizaje de matemáticas se dé la motivación, la formación de concepto, la comprensión y la retención; construyendo de esta forma mecanismo para desarrollar diversas competencias matemáticas y actitudes apropiadas, proporcionando dar una imagen más positiva y adecuada de las matemáticas. Es así como con la modelación matemáticas se vuelve más significativo para los alumnos los conocimientos matemáticos. (Borromeo, 2009).

La tecnología prepara alumnos para un trabajo cada vez más versátil, capaz de responder a las cambiantes necesidades, mediante las destrezas básicas necesarias (educación para el empleo), además colabora a que entienda la realidad que le corresponde vivir y como vivir en una sociedad tecnificada (educación para la vida); la tecnología le proporciona los medios para comprender el impacto de la ciencia y la tecnología en todos los aspectos de la sociedad (Salinas, 1996). Le desarrolla al alumno el análisis crítico de tal manera que sea capaz de entender conceptos y desarrollarlos por ellos mismos, favoreciendo la creatividad, las destrezas físicas y sociales, y en particular las comunicativas y organizativas (educación para el auto-desarrollo) (Salinas, 1996).

Se han realizado numerosos estudios y experiencias de utilización de los computadores en la enseñanza. Guisasola (2000) clasifica en tres grandes grupos las diferentes maneras de utilizar la computadora en el aula:

- Empleo de software de propósito general. Se refiere a aquellas herramientas que no están diseñadas para aplicarlas en un contexto específico, sino que el alumno puede utilizar para efectuar cálculos, organizar y visualizar datos o redactar textos (Bacon, 1993). Se relaciona más concretamente a hojas de cálculo, procesadores de texto y bases de datos. El alumno utiliza la computadora como una herramienta más, como puede ser la regla y el compás en un aula de dibujo. En estos momentos se puede considerar que la mayoría de los alumnos manejan o fácilmente pueden aprender a manejar con suficiente soltura la computadora.

- Obtención de datos experimentales. La computadora puede utilizarse tanto como elemento de control de los experimentos como para la obtención de datos experimentales. La computadora se ve como un aparato más integrado en el equipo experimental de medida, con algunas utilidades específicas de control del experimento que permiten la obtención de datos de una forma automatizada.
- Aplicaciones específicas. Comúnmente suele denominarse enseñanza asistida por la computadora (EAO) y denota, de forma genérica, una metodología que posibilita y facilita la adquisición de unos contenidos de formación a través de la computadora. Se ha visto que la utilización de la computadora mejora la actitud del alumno hacia el aprendizaje de la disciplina y que los alumnos valoran positivamente su utilización. El *software* tiene como principal objetivo la introducción de conceptos nuevos y suele seguir el esquema conductista de la enseñanza programada, basado en un modelo de enseñanza transmisión-recepción donde el alumno actúa como receptor de la información, utilizando simulaciones con las que trabaja de forma interactiva (Bohigas, Jaén y Novell, 2003).

En este orden de ideas el aprendizaje de las matemáticas se constituye en una modalidad de pensamiento, favoreciendo la construcción de nuevos conocimientos. Hay una visión de la matemática (conducida por la tecnología) como un campo de la creación y la invención humana en continua expansión, en el cual los patrones son generados y luego convertidos en conocimiento. Así, la matemática es un proceso de conjeturas y acercamientos al conocimiento (Ernest, 1988).

Hoy en día nos enfrentamos a nuevos retos que exigen una revisión de los paradigmas de aprendizaje que han prevalecido en ellas. Es necesario atender una nueva complejidad y aprovechar las nuevas formas de comunicación. La perspectiva de construir conocimiento parece ser una necesidad común y un enfoque adecuado para enfrentar la complejidad actual. Este enfoque requiere un nuevo paradigma de aprendizaje; los paradigmas que hoy prevalecen no parecen estar enfocados a este propósito y pueden volverse obsoletos (Sánchez, 2009). De acuerdo a los razonamientos plateados se procede a nombrar las limitaciones y delimitaciones de la investigación.

1.7. Limitaciones y delimitaciones

La limitación más significativa de esta investigación viene a ser los escasos recursos tecnológicos que posee la institución, unido a esta figura se tiene la poca capacitación docente con relación a este tema (La tecnología-*applets*) además se cuenta con escaso material bibliográfico, caracterizado por no ser especializado; lo anterior se presenta por motivo del contexto rural en el que se encuentra la institución educativa, debido a esto los servicios educativos brindados por la institución no responden a las necesidades ni del medio ni de la época.

La investigación está delimitada en el grado segundo de secundaria de la institución (grado noveno, último grado de la educación básica colombiana); se eligió este grupo considerando que desde que ingresan al grado sexto inician un trabajo con fundamentación geométrica en un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos.

Al proponer a los alumnos el trabajo en grupos no necesariamente desarrollan habilidades de buen grupo; al invitar a los alumnos para resolver problemas, no necesariamente desarrollan habilidades de resolución de problemas (Maderas, 1993a-d; Norman y Schmidt, 1993), no obstante, en ningún momento se puede ignorar que la educación del siglo XXI reclama un sistema adaptado a las demandas de una nueva realidad que se transforma constantemente y que defiende la diversidad y las características personales del alumnado por encima de todo.

Tomando como base en la MM las ocho categorías del modelo matemático que se va a utilizar en esta investigación (Rodríguez, 2010): Situación real; El modelo pseudoconcreto; Modelo físico; Modelo matemático; Estudio matemático, (resultado matemático); Resultado físico; Resultados pseudoconcretos; Confrontación modelo-situación real. Con lo anterior se da inicio al capítulo II, donde se presenta la sustentación teórica del estudio, la Modelación Matemática estrategia de enseñanza del Teorema de Pitágoras mediante el uso de *Applets*.

Capítulo II. Marco teórico

Este segundo capítulo del estudio de modelación como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets*; dedica su espacio a ofrecer una visión general de la técnica de la modelación en la educación matemática, refiriéndose específicamente a uno de los cinco sistemas que componen el currículo del área, el sistema geométrico en la temática del triángulo rectángulo del grado segundo de secundaria de secundaria básica; además brinda en sus líneas una reflexión sobre tres aspectos a saber:

El teorema de Pitágoras, (Pitágoras 2000 a.C.; Platón 369/368 a.C. y Euclides 300 a.C.) La modelación matemática (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo, 2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) y la tecnología refiriéndose a uno de sus tres grupos en especial en los que se clasifica, el *applets* (Sancho, 1994; Escudero, 1995; Gros, 2000; Santos, 2001; Area, 2002; Xavier, Xavier y Montse 2003; Castillo 2008).

La Geometría tiene dos grandes tesoros: uno es el teorema de Pitágoras (S. VI a.C.) el otro, la división de una línea entre el extremo y su proporcional (300-265 a. C.). El primero lo podemos comparar a una medida de oro; el segundo lo debemos denominar una joya preciosa Kepler (1596). Con la frase anterior se introduce en este estudio la temática del teorema de Pitágoras.

2.1. Teorema de Pitágoras

Para hacer mención al teorema de Pitágoras hay que hablar inevitablemente de la ciencia de la Geometría, para lo cual se hace referencia a la inteligencia espacial

(Gardner, 1983) y al pensamiento geométrico, unido a este pensamiento se encuentra la enseñanza de la Geometría fundamentada en los elementos de Euclides (300 a.C.), así como aquellas proporciones de la matemática que provienen de él y tratan de, estimular la capacidad del hombre para explorar racionalmente el espacio físico en que vive, la figura, la forma física De Gusman (2007).

Proclo (V.a.C.), opina sobre los orígenes de la Geometría: de acuerdo con la mayoría de las versiones, la Geometría fue primeramente descubierta en Egipto, teniendo su origen en la medición de áreas, ya que ésta era una necesidad para los egipcios, debido a que el Nilo, al desbordarse, barría con las señales que indicaban los límites de los terrenos de cada cual (Proclo,V.a.C).

La enseñanza de la Geometría es una de las áreas de las Matemáticas que cuenta con más puntos de desencuentro entre matemáticos y docentes, no sólo en relación con sus propósitos y contenidos sino además con la manera de enseñarla; debido a los aspectos que abarca: por un lado la Geometría es considerada como una herramienta para el entendimiento, siendo la parte de las Matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Por otra parte, la Geometría como disciplina se apoya en un proceso extenso de formalización, el cual se ha venido desarrollando por más de dos mil años en niveles crecientes de rigor, abstracción y generalidad. (García, López, 2008).

La Geometría es imprescindible enseñarla y aprenderla por las siguientes razones:

- Para conocer una rama de las Matemáticas más instructivas.

- Para cultivar la inteligencia y desarrollar estrategias de pensamiento.
- Para descubrir las propias posibilidades creativas.
- Para fomentar una sensibilidad hacia lo bello.
- Para trabajar Matemáticas experimentalmente. Para agudizar la visión del mundo que nos rodea.
- Para gozar de sus aplicaciones prácticas.
- Para disfrutar aprendiendo y enseñando. (Alsina y Pérez, 1997).

Si bien es cierto que esta ciencia modela entorno circundante, es importante mencionar que la Geometría es sólo una de las representaciones de ese entorno, una manera de modelar el espacio. Esta investigación, ofrece la oportunidad de conocer a la primera ciencia en la que, a partir de unas cuantas definiciones, teoremas y postulados considerados verdaderos, se construye un sólido edificio de afirmaciones cuya veracidad puede demostrarse.

En esta oportunidad se hace referencia, a uno de los teoremas más representativos, El teorema de Pitágoras. Este teorema es el legado más representativo de la tradición pitagórica. Como recuerdo inolvidable de los tiempos escolares pertenece a la base cultural común de la humanidad. Su enorme grandeza introduce una radical inflexión intelectual entre la práctica empírica e inductiva y la argumentación deductivo-demostrativa, tanto en el marco histórico cultural matemático como en el ámbito escolar de la educación matemática (González, 2008).

La cantidad de demostraciones realizadas en torno a él, donde se percibe un gran entusiasmo matemático, por una extenso y diversos tipos de talentos de personajes ilustres, realza la idea de que hay muchas formas de alcanzar la misma verdad. El teorema de Pitágoras pertenece a la figura cultural de casi todos los pueblos de la tierra (Artmann, 1996).

El teorema de Pitágoras, ha sido conocido por las primeras civilizaciones de la humanidad (Mesopotamia, Egipto, India, China), desde un punto de vista práctico Allman (1976) se inclina por atribuir el descubrimiento de este teorema a los egipcios, en cuanto el teorema concierne a la Geometría de áreas, y en cuanto el método usado sea el de disección de las figuras (Allman, G.1976). en el que los egipcios eran famosos.

Los registros más antiguos que se conocen de la actividad del hombre en el campo de la Geometría datan aproximadamente de 3000 a.C. Consisten en unas tabletas de arcilla cocidas al sol descubiertas en Mesopotamia y en las que se encuentran grabados caracteres cuneiformes. Registros posteriores muestran que entre 1600 y 1800 a.C., los habitantes de Mesopotamia desarrollaron una Geometría íntimamente ligada a las necesidades de la medición práctica y estaban familiarizados, entre otras cosas, con las reglas para calcular el área de rectángulos, triángulos rectángulos e isósceles y, quizá, triángulos generales; además podían obtener el volumen de un paralelepípedo y algunos prismas (Alarcón, Bonilla, Nava, Rojano y Quintero 1994).

Asimismo, los pueblos de Mesopotamia sabían que los lados correspondientes de triángulos rectángulos semejantes son proporcionales, que el ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto y otros resultados que exceden los límites de este estudio, por lo cual sólo mencionaremos el Teorema de Pitágoras, conocido por ellos alrededor de 2000 a.C. (Alarcón et al, 1994).

Battista (2007) manifiesta que la Geometría es una compleja red formada por interconexiones entre conceptos, formas de razonamiento y sistemas de representación útil para conceptualizar y analizar entornos espaciales físicos o imaginados. Esta complejidad de la Geometría hace que la investigación sobre su enseñanza y aprendizaje tenga numerosos tipos de problemas planteados como en el caso de esta investigación, el teorema de Pitágoras; así como diversas perspectivas desde las que son pertinentes abordarlos mediante la MM (Rodríguez, 2010).

Si en el aula sólo se ha tenido experiencias con la Geometría poniendo el énfasis en el proceso deductivo, en la terminología correcta o destacando su aspecto estructural, esta conducta origina la creencia de que la Geometría es una materia estéril, no interesante a la que se debe dar muy poco énfasis en el aula (Guillén, 2010).

En la enseñanza de la Geometría se debe cumplir con los siguientes principios:

- Poner énfasis en el aspecto creativo, toda vez que es la introducción a cómo hacer matemáticas;
- Considerar su aspecto lógico, centrando la atención en los razonamientos lógicos de describir, clasificar, en diversos métodos de probar y los diferentes niveles de rigor en la prueba;
- Calificarla como una herramienta que matemáticamente modela la realidad.

- Dar la oportunidad de aproximarse al simbolismo geométrico, de un modo experimental y directo, a partir de problemas concretos que se simbolicen o manipulen (Guillén, 2010);

Considerando que los alumnos necesitan fundamentalmente una comprensión geométrica del espacio, se concibe la Geometría como ciencia del espacio físico, del espacio en el que el alumno vive y se desarrolla y que sirve como puente para desarrollar el pensamiento lógico. La Geometría es una ciencia necesaria, siendo un vehículo para extraer y estimular experiencias generales de razonamiento y de pensamiento lógico, leer e interpretar argumentos matemáticos. Aunque el razonamiento es esencial en toda actividad humana en ningún lugar es tan esencial como en el estudio de las ciencias y, particularmente de las matemáticas (Guillén, 2010).

Introduciendo a este escrito el teorema de Pitágoras, se manifiesta que es la relación matemática, de auténtica complejidad, más conocida por personas con una formación básica y que brinda, al mismo tiempo, un considerable valor práctico, teórico y didáctico, tanto en su versión aritmético-algebraica $a^2 + b^2 + c^2$ siendo a, la medida de la hipotenusa de un trianguló rectángulo y, b y c las medidas de los catetos del mismo) como en su versión geométrica, teniendo en cuenta que a^2 es el área de un cuadrado construido tomando como lado la hipotenusa y que b^2 y c^2 son las áreas respectivas de los cuadrados construidos sobre cada uno de los catetos (Martínez, 1998).

Burton (1991) sostiene que un diagrama en la Aritmética Clásica (china) representa la más antigua demostración conocida del teorema de Pitágoras, admirada por su simple elegancia, y más tarde expuesta en el Vijaganita (Cálculo de Raíces) del matemático hindú Bhâskara (1114-1185), (ver figura 2), punto de partida de una demostración de Bhâskara que reestructurada (ver figura 3) conduce al teorema: observe dice Bhâskara, sin añadir otra palabra de explicación (Burton, 1991).

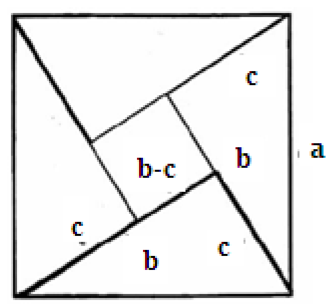


Figura 2 Punto de partida de una demostración de Bhâskara (1150)

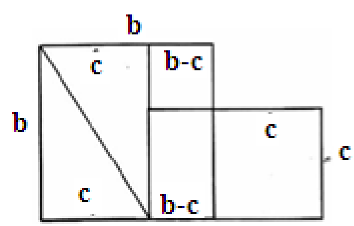


Figura 3. Reestructuración de la Figura. (Bhâskara 1150)

La traducción en 1945 de la tablilla de arcilla babilonia Plimpton (322- 1900 a. C) establece más allá de toda duda que el teorema de Pitágoras era muy bien conocido por los matemáticos babilonios más de mil años antes de que naciera Pitágoras (Gillings,1972); Los datos sobre el origen egipcio y babilonio del teorema de Pitágoras y de gran parte de la doctrina pitagórica y sobre la base práctica del mismo, conducen a pensar que este teorema estuviera planteado, en términos exclusivos para triángulos rectángulos no isósceles (en particular el triángulo 3-4-5), con lo que resultaría no posible un razonamiento deductivo a partir de un triángulo isósceles (a pesar de que su figura facilita el razonamiento sobre las áreas referidas en el teorema) (Martínez, 1998).

Comas (1923), después de resaltar, para la escuela primaria, el carácter experimental de las matemáticas y de manifestar que los axiomas, son, hijos de la experiencia, sostiene que a los alumnos les interesa mucho los teoremas, como el de Pitágoras, que les enseña algo nuevo, inesperado y susceptible de numerosas aplicaciones prácticas, mientras que les aburre buscar demostraciones a otros que conocen por experiencia y creen evidentes (ejemplo: la igualdad de ángulos rectos). Bouligand (1934), considera que este teorema es la fuente de todas las relaciones métricas establecidas en Geometría elemental.

La importancia del teorema de Pitágoras, el más famoso teorema de Geometría (Schaaf, 1951), en la etapa escolar según resultado obtenido en una encuesta, realizada por H. J. Vollrath (1976), evidencia que los teoremas que más distinguen los alumnos del nivel medio son el de Thales y el de Pitágoras, y que también para los alumnos el teorema de Pitágoras ocupa el primer plano en el recuerdo de sus tiempos escolares (Artmann ,1994).

El teorema de Pitágoras presenta también interesantes conexiones con otros problemas y teorías, tales como la sección áurea (Livio, 2002), la simetría dinámica (Spinadel, 2007), espirales logarítmicas (Thompson, 1917), trisección del ángulo (Delattre y Bkouche, 1997), duplicación del cubo (Boyer 1986), cuadratura del círculo (Ribnikov. 1991), determinación del valor de π (Rodríguez, 2008), concepto de número irracional (Rojas, 1985), polígonos (Collantes, 2005) y poliedros regulares (Echegaray, José (2001), teoría de números (Collette,1985), constructibilidad de ángulos (Potrie, 2006), fracciones continuas, (Schaaf, 1951), trigonometría (Boyer,1991), Geometría analítica (Gordon y Tarwater,1995), vectores (Flores, 1993), espacios de Hilbert (Fernandez 2002,) demostración del teorema de Cauchy-Schwarz-Bouniakowsky (Bouniakowsky, 1859) y aspectos de ortogonalidad del desarrollo de funciones en series de Fourier (Languereau, 1998), por eso se hace tan fundamental su estudio mediante la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).

Con referencia al teorema de Pitágoras otros matemáticos opinan:

- Este teorema con la multitud de demostraciones del mismo ilustra de forma sorprendente el hecho de que hay muchas formas de alcanzar la misma verdad. (Loomis, 1968).
- El teorema de Pitágoras ha tenido ocupados a los matemáticos desde la época clásica hasta el presente (Dunham, 1995).
- El teorema de Pitágoras es un activo cultural de primer orden que pertenece a la base intelectual común de la humanidad. Es con razón un símbolo de todas las Matemáticas (Artmann, 1996).

El teorema de Pitágoras es la relación matemática que ocupa el primer lugar en el recuerdo de los tiempos escolares. Es, sin duda alguna, la más importante, conocida, útil y popular en casi todas las civilizaciones; la que más nombres, atención, curiosidad y pruebas ha recibido a lo largo de los siglos. Es un teorema que ha causado una gran admiración a todo tipo de personas, matemático y no matemático, pero también una gran extrañeza (Martínez, 1988).

Aparentemente no existe ninguna razón intuitiva para que los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo, la hipotenusa y los catetos, deban tener un vínculo tan estrecho entre sí. La verosimilitud del teorema de Pitágoras no depende de un dibujo bien ilustrado sino que obedece por completo a un ejercicio intelectual puro alejado de lo sensorial, la deducción lógica (Alarcón et al, 1994).

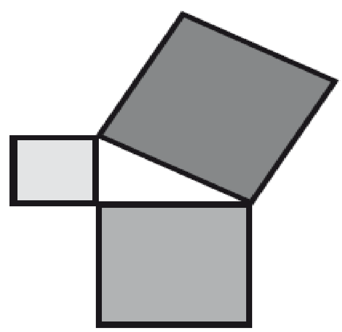


Figura 4. Teorema de Pitágoras (300 a.C.)

El horizonte histórico cultural, señala el primer salto intelectual entre los confines de la especulación empírica e inductiva y los dominios del razonamiento deductivo. En efecto, el teorema de Pitágoras está en el origen de la demostración, que caracteriza a la Matemática con respecto a las demás ciencias, siendo este teorema el que ocupa el primer lugar en el recuerdo de los tiempos escolares. Es, sin duda alguna, la más importante, conocida, útil y popular en casi todas las civilizaciones; la que más nombres, atención, curiosidad y pruebas ha recibido a lo largo de los siglos. Es una demostración que ha causado un gran encanto a todo tipo de personas, matemáticas y no matemáticas, pero también una gran extrañeza y perplejidad a otras, como Hobbes (1629), Schopenhauer (1958), Einstein (1890).

El teorema de Pitágoras ha tenido múltiples demostraciones, dentro de ellas se encuentra la de la Academia de Platón (369/368 a.C.) y la realizada por el matemático Euclides, (300 a.C. Proposición I.47, I.48), las cuales se ampliaran a continuación.

El teorema de Pitágoras y la Academia de Platón (369/368 a.C.) en el caso particular del triángulo rectángulo isósceles aparece en Platón a propósito del problema de la duplicación del cuadrado que es la antesala del famoso problema délico de la duplicación del cubo. DiAmOnD (2007).

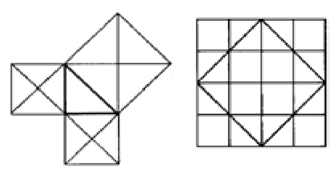


*Figura 5.*Demostración de teorema de Pitágoras (c. 582-c. 500 a.C.). Platón

En la búsqueda de ternas pitagóricas, Platón encontró una ley de formación que se puede expresar en la forma:

$$\left\{\begin{array}{l} \mathbf{a = 2m} \\ \mathbf{b = (m^2 - 1)} \\ \mathbf{c = (m^2 + 1)} \end{array}\right\}$$

m	a	b	c
2	4	3	5
3	6	8	10
4	8	15	17
5	10	24	26
6	12	35	37

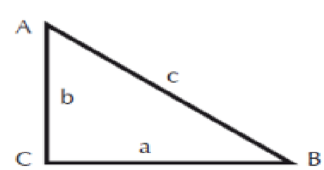


Figura 6. Ternas Pitagóricas de Platón (369/368 a.C.)

En las ternas pitagóricas de Platón la hipotenusa y uno de los catetos se diferencian en dos unidades. González (2008).

El teorema de Pitágoras y Euclides (300 a.C. Proposición I.47, I.48) de Los Elementos de Euclides, el primer Libro I de Los Elementos de Euclides termina con el teorema más importante de la Geometría elemental (300 a.C.): el teorema de Pitágoras y su recíproco (las Proposiciones I.47 y I.48), donde alcanza una verdadera apoteosis geométrica (González, 2008), la forma con que el maestro alejandrino realiza la proeza de demostrar el legendario teorema, con una lógica impecable, una inusitada elegancia y una modesta economía de elementos geométricos construidos de forma muy cuidadosa en las proposiciones anteriores (González, 2008).

Euclides enuncia el teorema de Pitágoras en la forma siguiente (Euclides: Elementos. Traducción y notas de M.L. Puertas. Gredos. Madrid, 1996. Libro I, p.260, Proposición I.47): En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es equivalente a los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto.

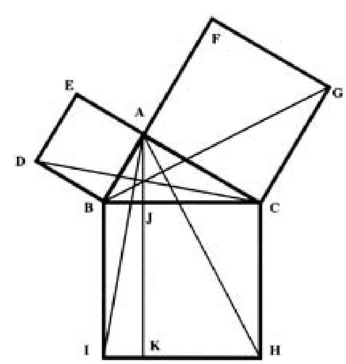


Figura 7. Demostración del teorema de Pitágoras de Euclides (300 a.C.).

Después de las consideraciones anteriores se introduce la modelación con esta proposición: Existen diversos argumentos para la enseñanza de la modelación como un elemento integrado en la educación matemática en general; uno es que la MM (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj,2008; ALME, 2009, Borromeo,2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) es un puente entre las matemáticas y las experiencias de la vida real de los estudiantes; por lo cual el aprendizaje de matemáticas se torna motivante, siendo un gran apoyo cognitivo directo a concepciones de los estudiantes; es así como ubica las matemáticas en la cultura como un medio para describir y comprender situaciones de la vida real.

La modelación se considera de vital importancia en el desarrollo de las sociedades altamente tecnológicas, para establecer, analizar y criticar los modelos matemáticos (Blomhøj, 2004). Con la idea anterior se introduce como segundo tema la modelación:

2.2. La Modelación Matemática

Las matemáticas se usan en variados campos, pero aun así, cuando se les interroga a los alumnos por situaciones en las que utilizan las matemáticas sus respuestas más frecuentes es en las compras o en la cocina (Maaβ, 2004); lo que demuestra que sólo piensan en cálculos que son de uso directo en la vida diaria. Algunos, muy pocos, tienen impresión vaga de la relevancia de las matemáticas para la sociedad, pero la mayoría no son capaces de dar ejemplos. Los alumnos de segundo de secundaria al final de la investigación estarán en la capacidad de describir la importancia de las matemáticas, tanto para ellos como individuos como para la sociedad, haciéndolas vivenciales a través de la tecnología (Maaβ, 2007).

La palabra modelo tiene distintas interpretaciones entre las que se encuentra: Blum (1985; 1996) considera la modelación matemática, todo proceso esencial. Joly (1988) mencionó que un modelo es una representación simplificada de la realidad, en la que aparecen algunas de sus propiedades. La actividad matemática se puede identificar con una actividad de modelación (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997). El modelo puede representarse en variados sistemas de signos: imágenes, patrones, idiomas o simbolismos, registrando en diferentes representaciones (Henry, 2001).

Del mismo modo MaaB (2004), describe la modelización como esas capacidades, habilidades, actitudes que son importantes para el proceso de modelado y la disposición de los alumnos a implementarlos. Niss (2007) manifiesta que la actividad de modelización matemática en términos generales puede verse principalmente como un medio o un fin para fines educativos. Para Blum, Galbraith, Henn y Niss (2007), la modelación se considera como un proceso que tiene génesis en la conceptualización de una situación o problema de la realidad; por último se retoma la idea que resalta el aspecto utilitario de las matemáticas como herramienta de modelación para otras ciencias (Rodríguez, 2007).

Según Israeli (1996) la historia del uso de los modelos matemáticos para describir el mundo puede dividirse en cuatro etapas:

- La época pitagórica en la Grecia antigua (VII a.C.-II d.C.) en la que se consideraba que el mundo podía describirse aplicando relaciones entre números o, dicho de otra forma, se consideraba a los números como la forma perfecta para describir al universo. En esta época el uso de las matemáticas estaba ligado a una visión de tipo religiosa y dominada por los mitos.

- La revolución científica de Galileo (siglos XI y XII) impuso una visión distinta de la relación de las matemáticas con la descripción de los fenómenos naturales. Esta visión considera que las leyes que rigen a la naturaleza están escritas en lenguaje matemático y que la tarea del investigador es develar las leyes escondidas que la regulan. Este punto de vista se refuerza con la aparición del trabajo de Newton (siglo XVIII) que da origen a lo que puede llamarse un programa mecanicista.
- La visión mecanicista del universo, muy influida por la mecánica de Newton (Siglos XVII-XVIII), domina el pensamiento científico por muchos años, se considera incluso, en ocasiones, que aún no ha muerto. En la concepción mecanicista todos los fenómenos del universo resultan del movimiento de los cuerpos: de alguna manera, al inicio de esta época, todos están regidos por las leyes de la mecánica de Newton (Siglos XVII-XVIII), que se expresan en términos de las matemáticas o se pueden relacionar de alguna manera con éstas. Aunque después se abandonó la relación específica con las leyes de la mecánica clásica, se preservó la idea de que la ciencia debe ofrecer una imagen unitaria y objetiva del universo.
- Desde principios del siglo XX, cuando la física clásica entró en crisis y hasta la actualidad, el punto de vista dominante se opone a la idea mecanicista. Se habla de modelos matemáticos o de matemáticas aplicadas, en plural, lo que niega la visión unitaria de la ciencia. Se dejó, paulatinamente, de mencionar modelos de

tipo mecánico para dar lugar a formas de describir los fenómenos a partir de la analogía de las estructuras matemáticas subyacentes a éstos.

Todas las etapas anteriores ofrecen un apoyo histórico a la investigación, dado que comparten, de alguna manera, el énfasis en la utilidad de la modelación en la enseñanza de las matemáticas; cuando se aprenden directamente los conceptos de las matemáticas no es fácil aplicarlos a la solución de situaciones de su vida diaria. Si se desea que las matemáticas tengan valor, para los alumnos, deben estar conectadas con la realidad, permanecer cercanas a ellos y ser relevantes para la sociedad en la que viven (Freudenthal, 1991).

El diseño de la modelación esta guiado por seis principios (Borromeo, 2000):

- el principio de la realidad: la situación debe aparecer significativa para los alumnos y conectarse con sus experiencias anteriores;
- el principio de construcción del modelo: la situación debería crear una necesidad para los alumnos a desarrollar importantes construcciones matemáticas;
- el principio de autoevaluación: la situación debe permitir a los alumnos a evaluar sus modelos;
- el principio de la documentación de construcción: generalizar el modelo a otras situaciones similares;
- el principio de generalización de construcción: hace posible la generalización originando otras situaciones similares;
- el principio de simplicidad: la situación problema debe ser simple.

Modelos matemáticos y modelización suelen encontrarse en todo lo que nos rodea, en relación con poderosas herramientas tecnológicas. Preparar alumnos para una ciudadanía responsable y a la participación en acontecimientos sociales obliga a las instituciones instaurar la modelación en términos más generales en sus aulas de matemáticas teniendo presente que la modelación matemática pretende:

- Ayudar a los alumnos a comprender mejor el mundo;
- Contribuye al aprendizaje de matemáticas en cuanto a la motivación, la formación de concepto, la comprensión y retención;
- Aporta para el desarrollo de diversas habilidades matemáticas y actitudes apropiadas tanto para el buen desempeño en el aula como fuera de ella;
- Da elementos al alumno para tener una imagen adecuada de las matemáticas;
- Permite que el alumno adquiera un aprendizaje significativo;
- Aporta elementos valiosos para que la educación matemática sea de carácter integral en los alumnos (Borromeo y Niss, 2009);

En los últimos tiempos, la sociedad ha privilegiado la utilización de las matemáticas como disciplina al servicio de otras ciencias, se resalta el aspecto utilitario de las matemáticas como herramienta de modelación en otras disciplinas científicas (Rodríguez, 2003 y 2007). Haciendo referencia a la ciencia de la matemática. (Blum/Niss, 1991; Kaiser, 1986; Maaβ, 2004; Niss, 2007) citan varios argumentos para la integración de la modelación y de las aplicaciones, que los alumnos hacen de esta:

- Aplicar las matemáticas en su vida cotidiana.

- Observar críticamente las matemáticas usadas por otras personas.
- Comunicarse con otras personas.
- Ver la relevancia de las matemáticas en la sociedad.
- Desarrollar actitudes positivas hacia las matemáticas (incrementa la motivación.
- Desarrolla la capacidad en el alumno de utilizar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones fuera del aula.
- Motiva a aprender conceptos matemáticos, métodos, técnicas, terminología y resultados y a participar activamente en las actividades propuestas; favoreciendo al alumno a dar forma a sus creencias y actitudes.
- Los modelos pueden ser un vehículo para facilitar y apoyar al estudiante en su aprendizaje de las matemáticas.
- Ayuda a darle sentido e interpretación a los conceptos y actividades matemáticas.
- Crea, actitudes y emociones las cuales desempeñan un papel importante en el desarrollo del sentido crítico y creativo en todos los aspectos de las matemáticas.
- Ofrece a los alumnos una mejor aprehensión de conceptos matemáticos, enseñándoles a formular y resolver problemas situados en contextos específicos, dando forma a su actitud hacia las matemáticas y su imagen de ella.

El cambio de prácticas en el aula de matemáticas por la implementación de aplicaciones de modelización es un desafío importante, puesto que afecta a muchas partes diferentes con intereses parciales (Niss, 2007). Una de las partes que se beneficiarían con esta transformación sería la evaluación de aplicaciones y modelos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles, ella se encuentra estrechamente relacionado con la evaluación de logros de los alumnos; para evaluar el desempeño en la modelización matemática no es fácil, cuanto más complicado un problema, más complicado se hace evaluar la calidad de una solución y cuando la tecnología está disponible, la evaluación se vuelve aún más compleja. (Niss, 2007).

La modelación en esta investigación se plantea con diferentes intenciones: para motivar el tema del teorema de Pitágoras, siendo este solo un ejemplo de la aplicación de la (MM) (Kaiser y Srirama, 2006; Henning y Keune, 2007; Niss, Blum y Galbraith, 2007; Blomhoj, 2008; ALME, 2009, Borromeo, 2009; Rodríguez, 2003, 2007 y 2010). En el transcurso del trabajo en el aula los alumnos construiran sus conociminetos del tema propuesto, favoreciendo de esta manera el desarrollo de una matematica funcional en el sistema educativo (Rodríguez, 2009). Permitiendo la aplicación de los conceptos Geometría a la vida real, cambiando el esquema que ha prevalecido en las instituciones, enseñar sin ninguna aplicación (Rodríguez, 2010).

En esta construcción los alumnos podrán dar sentido e interpretar las actividades matemáticas y los conceptos impartidos en ellas; por otra parte, ofrece motivación a al alumno comprometido en el proceso para participar en el estudio de las matemáticas, ayudando a dar forma a sus creencias y actitudes (Niss. 2007).

La modelización matemática, además de ser una importante herramienta matemática aplicada para resolver problemas reales, también crea la necesidad para la recopilación de datos y simplificación de situaciones reales.

Después de estudiar las variantes de la modelación se seleccionó en la investigación: La modelación matemática como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *Applets*, las ocho etapas de modelación matemática, determinadas por Rodríguez (2010), por considerarse la más adecuada para el problema de investigación que nos ocupa; los cuales se describen a continuación:

- Situación real (SR): en esta etapa el enunciado del ejercicio se presenta en lenguaje común. Es parte de una situación real que incluso pertenece a una realidad compleja y abierta. (SR) podrá presentarse a través de un texto verbal, pero a menudo escrito descriptivo (actividad o declaración del problema).
- Representación mental de la situación (RMS): en esta etapa, el alumno ya tiene cierta comprensión de la situación dada en el problema, en ella se vislumbra una preferencia personal del alumno de cómo negociar el problema.
- Modelo Pseudoconcreto (MPC). En esta fase es donde se presenta la mayor parte de la construcción internamente por el alumno. Esto significa que los niveles de las representaciones externas (mirada de gráficos, fórmulas) también pueden representar un modelo. En esta etapa, los supuestos del modelo son (en general) implícito o explícito (de contexto).
- Modelo matemático: en esta etapa, se establecen un conjunto de cuestionamientos o formalismos matemáticos que representan las propiedades del modelo y las hipótesis seleccionadas. En esta fase, los temas son principalmente las representaciones externas, como las fórmulas y gráficos. Declaraciones verbales de los sujetos pertenecen a un nivel matemático y hacen la menor referencia a la realidad.

- Resultados matemáticos (RM): en este paso, es dirigido el trabajo puramente matemático. Se trabaja con y en las propiedades del modelo matemático derivadas de las teorías matemáticas y supuestos utilizados. Los alumnos escriben sus hallazgos matemáticamente.
- Resultados Pseudoconcrete (RPC): en esta etapa, el alumno tendrá que interpretar los resultados matemáticos en cuanto a la situación pseudoconcrete. Esto se hace la mayoría del tiempo casi inconscientemente.
- Confrontación de los resultados reales (RR): en esta etapa se hace una recontextualización del modelo base. También se encuentra en esta etapa una confrontación de los resultados del modelo con la información disponible de la realidad; en esta parte se determina si es válido el modelo construido: Si el modelo es aceptable (la cuestión de la adecuación del modelo es necesaria aquí), el sujeto debe buscar y comunicar los resultados. Si el modelo no es aceptable, necesitará hacer preguntas (donde está el problema) y comenzar nuevamente el ciclo.
- Generalizaciones y predicciones (GP): la extensión del modelo se válida para otras situaciones análogas, así como sus condiciones de generalización, serán consideradas.

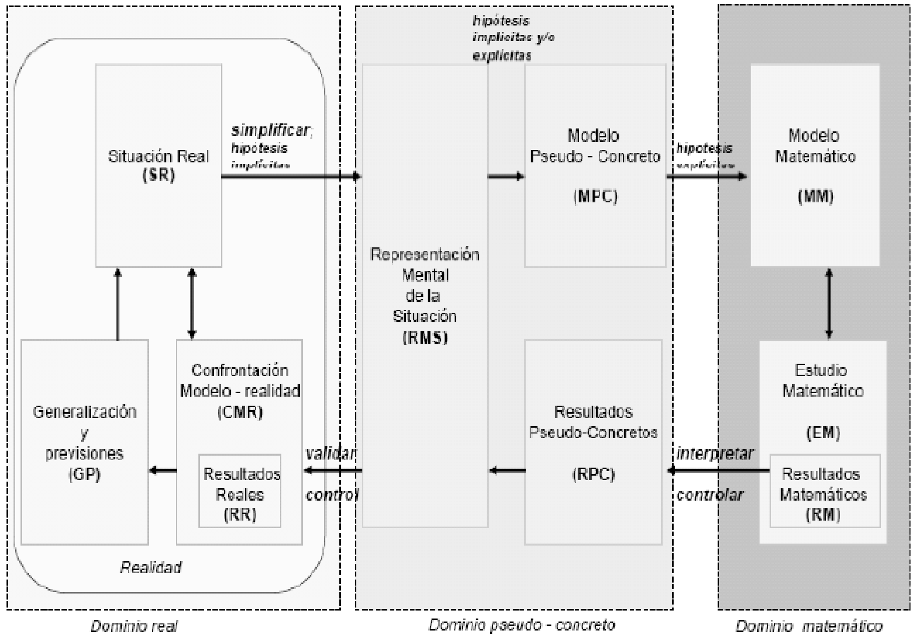


Figura 8. Etapas de modelación de Rodríguez (2010)

Sobre la base de las consideraciones anteriores que apoyan la modelación, el estudio de la Modelación como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *Applets* se decide tener en cuenta el modelo de (Rodríguez, 2010), dado que las etapas que ella plantea para la modelación en el aula son muy apropiadas para cristalizar los objetivos propuestos en el estudio. Además, es pertinente justificar esta elección con esta cita.

El cambio globalizado en el que se encuentra actualmente la sociedad conlleva a que se generen nuevos sistemas educativos que contemplen no solo la adquisición de conocimientos básicos en el alumno, sino una educación integral, en donde el sujeto además de adquirir los contenidos educativos básicos, desarrolle habilidades y actitudes que fortalezcan su actuar en su vida cotidiana, lo que en conjunto se define como competencias. (Medina, Rendon, Rodríguez, 2010).

A modo de conclusión se plantean las afirmaciones siguientes:

Si la matemática en el aula se aprendiera de una manera donde predomina lo teórico, lo tradicional, ajustada solo a conferencias de maestros, centrada totalmente en material puramente matemático, en donde las situaciones y el entorno estarían ubicados en un segundo plano, el alumno no estaría en capacidad de aplicar matemáticas, analizar y construir modelos matemáticos, dado que la modelización implica una serie de prácticas que no son parte de la clase de matemáticas tradicionales (Niss, 2007).

La modelación se encuentra en auge en las actividades de aprendizaje de las matemáticas, sobre todo cuando se le incorpora tecnología la modelación es una aplicación de la matemática (Cordero, Suárez, Mena, Arrieta, Rodríguez, Romo, Cârsteanu, Solis, 2009).

La modelación matemática se traslapa en gran medida con todo el contenido de las matemáticas, en particular, y de las demás ciencias exactas, en general, ya que todas las leyes de la naturaleza que se conocen se expresan por medio de modelos matemáticos (Cordero, Suárez, Mena, Arrieta, Rodríguez, Romo, Cârsteanu, Solis, 2009).

Teniendo presente la modelación en matemáticas se continua con el tercer tema, la tecnología anotando que la aparición de lo que en su momento se llamaron Nuevas Tecnologías en la última décadas del siglo XX ha sido la causa de la llamada Revolución Digital (Mayer, 1993) revolución que, a diferencia de otras anteriores, ha conseguido que los cambios y las transformaciones derivados de lo que hoy se llaman Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC), se hayan produciendo muy rápidamente en todos los ámbitos de la sociedad (Hernández, 2008).

2.3. La tecnología

La tecnología se presenta como un actor indispensable y necesario para trabajar con modelos matemáticos, siendo una herramienta de apoyo operacional o como un instrumento que se presenta para contribuir a superar muchos retos que se encuentra frecuentemente en el aula tradicional, como la falta de interés o falta de habilidades necesarias para el entorno de trabajo del alumno (Jacobini, 2009).

El intento de incrementar la eficacia de la enseñanza a través de procesos de aprendizaje que supusieran la interacción de los sujetos con nuevos recursos tecnológicos comenzó a denominarse como Tecnología Educativa (Area, 2002). Entre algunas definiciones clásicas de la Tecnología Educativa se tiene:

- Puede ser entendida como el desarrollo de un conjunto de técnicas sistemáticas y acompañantes de conocimientos prácticos para diseñar, medir y manejar colegios como sistemas educacionales (Gagné, 1968).
- Tecnología Educativa: en un nuevo y más amplio sentido, como el modo sistemático de concebir, aplicar y evaluar el conjunto de procesos de enseñanza y aprendizaje, teniendo en cuenta a la vez los recursos técnicos y humanos y las interacciones entre ellos, como forma de obtener una más efectiva educación Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 1984).

- La tecnología educacional, entonces, está definida como la aplicación de un enfoque organizado y científico con la información concomitante al mejoramiento de la educación en sus variadas manifestaciones y niveles diversos (Chadwick, 1987).
- La Tecnología Educativa debe ser: un saber que posibilite la organización de unos entornos de aprendizaje (físicos y simbólicos) que sitúen al alumnado y al maestro en las mejores condiciones posibles para perseguir las metas educativas consideradas personal y socialmente valiosas (Sancho, 1994).
- Una mirada y un conjunto de procesos y procedimientos, no sólo aparatos, con vocación de conformar tanto un modo de pensar la educación como una línea operativa de ordenación y actuación en este ámbito, llevando asociada, por tanto, relaciones entre los sujetos usuarios y aquellos que detentan el poder político, económico y organizativo para su diseño, desarrollo y control (Escudero, 1995).

Bosco (1995), ha destacado la importancia de los efectos de la deslocalización del conocimiento y, por tanto, del aprendizaje: las instituciones educativas no son el único lugar en el que aprenden los niños. La tecnología educativa ha reavivado el interés por el aprendizaje natural, y por utilizar la tecnología para promoverlo con un menor compromiso para con el lugar en el que se produce o cómo se conforma a las expectativas de la institución educativa. El papel de las instituciones está cambiando y la tecnología puede contextualizar el aprendizaje, convirtiéndolo en parte de la vida cotidiana.

Cabero (1996) ha sintetizado las características más distintivas de la tecnología educativa en los siguientes rasgos: inmaterialidad, interactividad, instantaneidad, innovación, elevados parámetros de calidad de imagen y sonido, digitalización, influencia más sobre los procesos que sobre los productos, automatización, interconexión y diversidad.

La tecnología educativa no sólo va a incorporarse a la formación como contenidos a aprender o como destrezas a adquirir. Será utilizada de modo creciente como medio de comunicación al servicio de la formación, es decir, como entornos a través de los cuales tendrán lugar procesos de enseñanza-aprendizaje (Adell, 1997).

El desafío es emplear la tecnología de la información para crear en las instituciones entornos de aprendizajes que propicien el desarrollo de individuos que tengan la capacidad y la inclinación para utilizar los vastos recursos de la tecnología de la información en su propio y continuado crecimiento intelectual y expansión de habilidades. Las instituciones deben transformarse en lugares donde sea normal ver alumnos comprometidos en su propio aprendizaje (Bosco, 1995).

La introducción de la tecnología en la educación produce una serie de alteraciones, en los conceptos de educación, con referencia a lo anterior Collins (1998) plantea los siguientes cambios:

- De la instrucción global a la instrucción individualizada. Observándose una reducción de las actividades dirigidas por el profesor del 70% al 10% cuando se utilizan los computadores en el aula.

- De la clase magistral y la exposición oral al entrenamiento y la instrucción. El uso de los computadores favorece que el docente asuma el rol de instructor, encontrando un incremento del 20% al 50% en las actividades facilitadas por los docentes.
- De trabajar con los mejores alumnos a trabajar con los alumnos menos aventajados.
- De alumnos más comprometidos con las tareas.
- De una evaluación basada en exámenes a una evaluación basada en productos, en el progreso y en el esfuerzo del alumno.
- De una estructura competitiva a una estructura cooperativa.
- De programas educativos homogéneos a la selección personal de contenidos.
- De la primacía del pensamiento verbal a la integración del pensamiento visual y verbal.

La educación en tecnología está promoviendo una nueva visión del conocimiento y del aprendizaje (Bartolomé, 1996). En este cambio están, incluidos los roles desempeñados por las instituciones y por los participantes en el proceso de enseñanza/aprendizaje, la dinámica de creación y diseminación del conocimiento y muchas de las prioridades del currículo.

La idea tradicional del docente como única fuente de información y sabiduría y de los alumnos como receptores pasivos debe dar paso a papeles bastante diferentes. La misión del docente en entornos ricos en información es la de facilitador, la de guía y consejero sobre fuentes apropiadas de información, la de creador de hábitos y destrezas en la búsqueda, selección y tratamiento de la información. Los alumnos, por su parte, deben adoptar un papel mucho más importante en su formación, no sólo como meros receptores pasivos de lo generado por el docente, sino como agentes activos en la búsqueda, selección, procesamiento y asimilación de la información. Por otra parte, los nuevos canales abren un frente en los conocimientos y destrezas del maestro. Debe utilizarlos y ayudar a utilizarlos a sus alumnos, como una herramienta al servicio de su propia autoformación (Adell, 1997).

El uso de la tecnología ha generado cambios sustanciales en la forma de cómo los alumnos aprenden Geometría. Balacheff y Kaput (1994) afirman que una característica única de los ambientes de aprendizaje basados en la computadora es su carácter cognitivo intrínseco. La interacción entre un alumno y una computadora se basa en responder a la demanda de los alumnos vía una representación simbólica o de cálculo, donde la retroalimentación se realiza a través de un registro propio que permite leerse como un fenómeno matemático Balacheff y Kaput (1994).

Con base en argumentos de esta índole, algunos autores como Rojano (2006), opinan que para la enseñanza de la Geometría se necesita de modelos específicos con tecnología, bajo los siguientes principios:

- Didáctico, mediante el cual se diseñan actividades para el aula siguiendo un tratamiento fenomenológico de los conceptos que se enseñan.
- De especialización, por el que se seleccionan herramientas y piezas de software de contenido. Los criterios de selección se derivan de la didáctica de la matemática.

- Cognitivo, por cuya vía se seleccionan herramientas que permiten la manipulación directa de objetos matemáticos y de modelos de fenómenos mediante representaciones ejecutables. Empírico, bajo el cual se seleccionan herramientas que han sido probadas en algún sistema educativo.
- Pedagógico, por cuyo intermedio se diseñan las actividades de uso de las TIC para que promuevan el aprendizaje colaborativo y la interacción entre los alumnos, así como entre el maestro y los alumnos.
- De equidad, con el que se seleccionan herramientas que permiten a los alumnos de secundaria el acceso temprano a ideas importantes en ciencias y matemáticas (Guisasola, 2000).

Las consideraciones teóricas referente a la MM (Rodríguez, 2010) justifican el papel de apoyo que las herramientas tecnológicas poseen en la construcción del conocimiento, siendo uno de sus principales elementos, la visualización. Entendiendo la visualización matemática como el proceso de producir o usar representaciones geométricas y gráficas de conceptos o problemas matemáticos, ya sean hechas a manos o generadas por computadoras. Visualizar un problema es comprender el problema en términos de un diagrama o de una figura visual (Zimmermann y Cunningham, 1991).

Las innovaciones tecnológicas han modificado las técnicas y modelos didácticos que se aplicaban en la enseñanza de la matemática. Actualmente algunos conceptos matemáticos los presentan con mayor frecuencia través de distintas representaciones: en forma aritmética, gráfica y simbólica de una manera rápida y en forma sencilla con las calculadoras y computadoras. Las figuras geométricas construidas manualmente o en computadoras generan representaciones internas y, éstas fortalecen el proceso cognitivo que conduce al aprendizaje (Márquez, 2000).

Zimmermann & Cunningham (1991) señalaron que: Las computadoras tienen papel directo y concreto en este renacimiento de la visualización debido a las maneras en que las computadoras pueden generar graficas matemáticas. En este sentido los salones de clases intentan equipararse con la sociedad actual donde la percepción y la comunicación visual se han fortalecido a través de la misma tecnología (por ejemplo, el *Web*). La utilización de la tecnología permita, entonces la manipulación de gráficas y presentaciones dinámicas visuales puede propiciar estrategias innovadoras en la enseñanza del teorema de Pitágoras.

Enseñar Geometría con las computadoras no sólo es un asunto de poner Geometría en una máquina. Su estructura, sus procesos, y sus demandas para el conocimiento varían con el medio (Borba, 1994b, 1995b). Existen tres clases en los que se agrupan las diferentes maneras de utilizar la computadora en el aula.

- Empleo de *software* de propósito general. Hace referencia a aquellas herramientas que no están diseñadas para aplicarlas en un contexto específico, sino que el alumno puede utilizar para efectuar cálculos, organizar y visualizar datos o redactar textos (Bacon, 1993). La computadora es una herramienta más, como puede ser la regla y el compás en un aula de Geometría.
- Obtención de datos experimentales. La computadora puede utilizarse tanto como elemento de control de los experimentos como para la obtención de datos experimentales. La computadora se ve como un aparato más integrado en el

equipo experimental de medida, con algunas utilidades específicas de control del experimento que permiten la obtención de datos de una forma automatizada.

- El uso de la tecnología como un principio que le debe dar soporte a las propuestas curriculares. La computadora es una herramienta esencial para la enseñanza, aprendizaje y desarrollo de la Geometría. Generan imágenes visuales de las ideas geométricas, facilitan la organización y el análisis de datos, y realizan cálculos de manera eficiente y precisa.

Haciendo referencia a la primera clasificación, el empleo de *software* de propósito general se plantea el termino de Geometría dinámica (López, 2001) la cual posibilita a los alumnos inspeccionar un rango muy amplio de ejemplos geométricos, de esta manera ellos extienden sus habilidades para formular y explorar conjeturas, así como para juzgar, construir y comunicar argumentos geométricos apropiadamente. Finalmente, en estas clases el alumno deberá entender el rol de la experimentación, la conjetura y la prueba (Fritzler, 1997).

Aplicar el *software* en la enseñanza de la Geometría hace que se pueda dar solución a aquellos problemas más complejos y más apegados a la realidad; permitiendo que el alumno conozca el significado de las matemáticas y específicamente de la Geometría, para que sirven y como se emplean, quitándose de esta forma la idea de que las matemáticas no sirven para nada. Sintetizando lo anterior el *software* ayuda aumentar la capacidad en la comprensión de los conceptos y de sus aplicaciones.

El uso de software ayuda a desarrollar en los alumnos, buenas habilidades en la modelación, sin tener que introducir enormes cálculos, puede enriquecerse la solución de situaciones matemáticas (Oldknow, 1997). La existencia, versatilidad y potencia de la tecnología hacen posible y necesario reexaminar tanto lo que los estudiantes deben aprender de matemáticas como la forma en la que deben hacerlo (NCTM, 2000).

Sobre la base del *software* en el aula, se dirigirá el interés más concretamente en el uso del *applet* geométrico como elementos de las páginas *webs* que confieren a Internet gran parte de su valor educativo como contexto en el que desarrollar un aprendizaje activo y motivador. Los *applets* son programas escritos en lenguaje de programación *Java* (Gosling, J. 1995) que pueden ser incluidos en páginas de *HyperText Markup* (html), (Berners, T. 1991), lenguaje de marcado de hipertexto de forma similar a como se incluyen las imágenes, y que pueden ejecutarse fácilmente por medio de cualquier navegador que tenga instalada la máquina virtual de *Java*. (Gosling, J. 1995).

Los *applets* permiten, entre otras aplicaciones, la incorporación en páginas *web* de elementos móviles o mecanismos interactivos (Bohigas, Jaén y Novell, 2003). Su principal ventaja como instrumento educativo es que son fáciles de usar para los alumnos y el maestro, no siendo necesario emplear demasiado tiempo en su aprendizaje. Además, favorecen una metodología activa permitiendo al alumno ser el protagonista de su propio aprendizaje: investigando propiedades, aventurando y comprobando hipótesis, haciendo deducciones (Molina y Castro, 2002).

2.3.1. El *applet* y su influencia en el aprendizaje del teorema de Pitágoras.

En el caso del estudio, del Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos, apoyará al alumno en el proceso de aprender a visualizar las figuras geométricas que serán el resultado de la demostración de este teorema por medio de la modelación (Rodríguez, 2010) y en ellas se definirán sus propiedades a través de las relaciones establecidas entre sus partes (catetos, hipotenusa). Esta visión del teorema será más difícil de transmitir por medio de construcciones hechas con lápiz y papel. La observación de las propiedades que se mantienen invariables al modificar la forma y el tamaño de las figuras, motiva la explicación por parte del alumno en un ambiente de la Geometría dinámica (Santos, 2000).

Un aspecto notable en el uso de la tecnología es que permite establecer representaciones exactas de configuraciones geométricas que pueden ayudar a los alumnos en la visualización de relaciones geométricas; aquí los alumnos tienen la oportunidad de mover partes de estas configuraciones y observar cambios o invariantes, la observación de invariantes en una representación resulta fundamental en el desarrollo de conjeturas y en el proceso de argumentación y comunicación de esas conjeturas por parte del alumno (Santos, 2001).

En particular, el uso de *software* dinámico como el de los *applets* ofrece una herramienta poderosa para examinar relaciones geométricas desde diversos ángulos (Goldenberg & Cuoco, 1998). Por ejemplo, resulta difícil calcular el lado desconocido de un triángulo rectángulo. Situación real (Rodríguez, 2010) utilizando desde un principio la fórmula del teorema de Pitágoras, pero si se introduce con la ayuda de un *applets* geométrico este permitirá fácilmente trazar el camino para llegar a la última etapa de modelación (Rodríguez, 2010) confrontación modelo situación real, donde el estudiante puede ser propositivo en su aprendizaje confrontando su conocimiento con su entorno respecto a otros elementos dentro de esa misma configuración. Además, los alumnos pueden realizar variaciones precisas e instantáneas de sus propias representaciones visuales que se producen bajo el uso de este tipo de *software*.

Esto les permite realizar constantes exploraciones y probar sus ideas geométricas y conjeturas en una forma visual, eficiente y dinámica (Santos, 2001). Arcavi & Hadas (2000) afirman que: Los ambientes dinámicos no sólo permite a los alumnos construir figuras con ciertas propiedades y visualizarlas, sino que también les permite transformar esas construcciones en tiempo real. Este dinamismo puede contribuir en la formación de hábitos para transformar (mentalmente o por medio de una herramienta) una instancia particular, para estudiar variaciones, invariantes visuales, y posiblemente proveer bases intuitivas para justificaciones formales de conjeturas y proposiciones, es así que el uso de *applets* puede funcionar como una herramienta de gran utilidad para que los alumnos se enganchen en procesos de búsqueda y formulación de conjeturas o relaciones y argumentos o justificaciones geométricas y así le permita visualizar, explorar y construir relaciones en todo su entorno áulico (Santos, 2001).

En el proceso que enfrenta el alumno a visualizar, conjeturar, formular y utilizar argumentos geométricos en su aprendizaje del teorema de Pitágoras, el *applets* juega una función muy importante; pero es improbable que los estudiantes dirijan su experimentación de manera fructífera desde el inicio. Las actividades curriculares, que se plantearán como estrategias metodológicas estarán encauzadas en las siguientes ocho etapas de modelación (Rodríguez, 2010): Situación real (SR), representación mental de la situación (|RMS), modelo Pseudoconcreto (MPC), Modelo matemático (MM), resultados matemáticas (RM), confrontación de los resultados reales (RR), generalizaciones y predicciones (GP).

Estas etapas se encuentran diseñadas de tal manera que su ejecución pueda desempeñar un papel importante en la profundidad e intensidad de las experiencias de aprendizaje del teorema de Pitágoras, al final del proceso el alumno explicitara sus predicciones acerca del resultado de otras experiencias relacionadas a su contexto (Arcavi & Hadas, 2000).

Un paso común en el análisis de la información que se presenta alrededor de la construcción geométrica del teorema de Pitágoras mediante el uso de a*pplets* es el esbozar la representación a través de una situación real y así ir encadenando uno a uno los razonamientos de las otras siete fases de la modelación (Rodríguez, 2010) culminando significativamente el proceso de aprendizaje de esta temática. Resulta evidente que con la ayuda del *applets*, el alumno puede realizar una construcción exacta de la solución de la situación proyectada. Los alumnos promedio del *applets* no sólo pueden mirar, sino también medir, comparar y cambiar valores de manera directa; además tienen oportunidades de aprender a experimentar y detectar los casos que son susceptibles de un análisis geométrico.

El uso de la tecnología y fundamentalmente el del *applets* geométrico ofrece claras ventajas a los alumnos para identificar y explorar diversas relaciones geométricas. Cuando los estudiantes interactúan con las construcciones existe demasiada información que inicialmente podría ser relevante para ellos. Una meta importante es que los alumnos de la institución constantemente identifiquen el uso de la tecnología como una herramienta que les permita ampliar sus capacidades cognitivas.

Si lo que se pretende es formar adecuadamente a los alumnos para que sean ciudadanos responsables en esta sociedad de la era de la información, es necesario que la tecnología informática sea una herramienta que tanto alumnos como profesores usen rutinariamente La Asociación Internacional para la Tecnología en la Educación (ISTE, 1992). Para lo cual necesita desarrollar capacidad para visualizar relaciones geométricas a través de acciones como: doblar, modelar, dibujar, trazar, medir y construir, para tal fin es pertinente considerar la tecnología como un instrumento liberador, dado que si se utiliza en todo el amplio abanico de sus posibilidades y sin perder de vista los objetivos educativos, los medios tecnológicos van a cumplir efectivamente una función mediadora y facilitadora en el proceso de enseñanza de esta ciencia la Geometría (Loscertales, 2000).

Los planteamientos teóricos realizados en los párrafos anteriormente construidos, deben ser puestos a prueba, para poder elaborar una explicación e interpretación de dichos legados y así reafirmarlos poniéndolos en la puesta en práctica con la realidad (Rodríguez, 2010 y Rodríguez, Quiroz e Illanes, 2013). La estrategia de los pasos por cumplir para hacer la reafirmación mencionada en la investigación se nombra metodología, capitulo al cual se le dará inicio.

Capítulo III. Metodología

En el presente capítulo del estudio la modelación como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *Applets* geométricos, se integra en sus líneas una descripción detallada del tipo de investigación, los métodos que se implementarán para llevarla a cabo, así como los participantes, puntualizando la forma de elección y sus características específicas para ser elegidos entre otros aspectos. Para determinar lo antes mencionado se consideran los siguientes apartados: Método de investigación, población y muestra, categorías e indicadores de estudio, fuentes de información, técnicas de recolección de datos, prueba piloto, aplicación de instrumentos, captura y análisis de datos.

La descripción de los apartados en mención se iniciará con la especificación de la metodología de investigación considerando la investigación cualitativa la más apropiada para comprobar la hipótesis planteada en el Capítulo I: el uso de la estrategia MM (Rodríguez, 2003, 2007 y 2010) como método para la enseñanza del teorema de Pitágoras con el uso de *applets* mejora el aprendizaje del alumno en el nivel de segundo de secundaria y que se describirá en el siguiente apartado.

3.1. Método de investigación

El presente estudio dirigido a abordar la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *Applets*, se encuentra fundamentado en una investigación cualitativa, la cual se apoyó en el estudio de casos (Hernández, S. y otros 1994), como metodología de investigación, siendo esta la más pertinente por la cantidad de muestra con la cual se contó; constituyéndose un campo privilegiado para comprender en profundidad los fenómenos vividos en la experimentación de la investigación, tomando como base el marco teórico desde el que se analiza la realidad del alumno y la pregunta a la que se desea dar respuesta, además permitió seleccionar los escenarios reales que se constituyen en fuentes de información.

Este enfoque es la alternativa más conveniente para interpretar y comprender todas las actitudes y aptitudes que el alumno expreso en todo el proceso de la experimentación; en su desarrollo se requirió que el docente en su praxis áulica, tuviera un aporte gigantesco no solo para el alumno en la medida en que se vuelve para él más significativo lo que aprende, sino para que el maestro desarrollara un trabajo significativo (Villa, Rojas y Cuartas, 2010).

Se debe considerar como absolutamente necesario la interacción entre diferentes representaciones del objeto geométrico para su formación, centrando el modo educativo en el aprendizaje mismo. El cual deberá ser perseguido y propiciado por el maestro, implicando en ello todo su profesionalismo. El trabajo del maestro en esta investigación no fue enseñar, el concepto del teorema de Pitágoras, el trabajo del maestro fue propiciar que sus alumnos aprendieran por medio de la estrategia de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) el tema a enseñar.

El conocimiento que se iba adquirir consistió en unas construcciones respecto a las cuales existió un consenso entre el maestro y el grupo de alumnos comprometidos en el estudio. La voz del maestro investigador fue la de un participante entusiasta en el proceso, activamente comprometido en facilitar la reconstrucción en múltiples voces de su propia construcción, así como las de los demás participantes.

La función del trabajo del investigador no se redujo a la de simple transmisión de la información, ni a ser facilitador del aprendizaje. Antes bien, se constituyó en un mediador en el encuentro del alumno con el conocimiento. En esta mediación el investigador oriento y guío las actividades en la experimentación a sus alumnos, a quienes proporciono ayuda pedagógica ajustada a las necesidades del momento. Permitiendo una visión de la Geometría y en este caso del teorema de Pitágoras más amplia dado que se basó en experiencias y actitudes de los miembros del grupo involucrado.

Acorde con lo expuesto en el párrafo anterior se hace una precisión en lo que respecta con la investigación mixta y muy específicamente con el estudio del Modelación Matemática (Rodríguez, 2010), como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *Applets,* La elección de la muestra es de primera importancia. De su correcta comprensión depende el significado de toda la investigación, de esta forma se introduce la población y la muestra de este estudio.

3.2. Población y muestra

En este estudio de carácter mixto se utiliza una muestra pequeña no aleatoria, lo cual no significa que la investigación no se interese por la calidad de su muestra, sino que aplica criterios distintos para seleccionar a los participantes, no necesitando hacer esta selección debido a que el grupo de segundo de secundaria (grado noveno sistema nacional colombiano) de la institución cuenta con ese número tan reducido de alumnos.

La representatividad de los resultados, no se deben poner en duda por el número de muestra, teniendo en cuenta que el interés de la investigación mixta en ocasiones se centra en un caso que presenta interés propio para descubrir significado o reflejar realidades múltiples; por lo tanto, la generalización no es uno de sus objetivos.

El estudio del Modelación Matemática (Rodríguez, 2010), como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *Applets* cuenta con una muestra de seis (6) alumnos pertenecientes al segundo grado de secundaria. Dado que la muestra es muy pequeña el estudio será un estudio de casos (Hernández, Fernández y Baptista, 1994), para darle cumplimiento a los objetivos de la investigación.

Además, es de resaltar que en ella existen variabilidad de sexo, edad y nivel socioeconómico. Se hizo la elección de este grupo teniendo presente los objetivos de la investigación: reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos como el de Pitágoras.

La muestra base de estudio está conformada por seis estudiantes, cuya distribución por sexo se encuentra en una relación de dos mujeres y cuatro hombres (Tabla 1). De los seis alumnos, cuatro pertenecen a hogares nucleares (formados por papá, mamá y los hijos, o sólo mamá con hijos), los otros dos corresponden a hogares ampliados (abuela, padre, madrastra.).

Todos se encuentran ubicados en el nivel uno (familias con pocos ingresos económicos) según la clasificación del Sistema de Selección de Beneficiarios para

Programas Sociales (SISBEN) Consejo Nacional de Política Económica y Social (Conpes, 2008). Su edad promedio es de 13 años.

En este orden de ideas se pasa a indicar el tema, se estructura una miscelánea de categorías a partir de las diferentes temáticas que permiten el estudio del teorema de Pitágoras y su MM y un conjunto de indicadores que proporcionaran la evaluación del proceso.

Tabla 1.
Muestra base del estudio

Participantes	Alumnos		
Sexo	Hombres	Mujeres	Total
Totales	2	4	6

3.3. Temas, categorías e indicadores de estudio

Sobre lo anterior se hace referencia al tema de esta investigación: El teorema de Pitágoras. Las categorías o clasificación de contenidos, se agruparon en cuatro y tendrán nueve indicadores.

El tema es: MM como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *Applets.* Las categorías e indicadores. Este estudio, el Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos, las categorías son:

- Triángulo rectángulo y sus partes.
- Teorema de Pitágoras.

- Área del triángulo y del cuadrado.
- Manejo de *applets.*

Los logros a cumplir se determinarán a continuación:

- Define que es un triángulo rectángulo.
- Construye el grafico de la situación geométrica e identifica sus partes.
- Clasifica triángulos y ángulos.
- Identifica los datos necesarios para darle solución a una situación matemática de triángulos rectángulos.
- Determina la propiedad de suma de la medida de los ángulos internos de un triángulo.
- Calcula áreas.
- Interpreta lo que es el cateto opuesto, el cateto adyacente y la hipotenusa en un triángulo rectángulo.
- Aplica el teorema de Pitágoras para hallar el lado desconocido de un triángulo.
- Manipula e interpreta *applets.*

Esta investigación parte del tema de la modelación del teorema de Pitágoras, el cual se pretende que el estudiante comprenda, resuelva e infiere situaciones de su vida cotidiana, para que su aprendizaje se vuelva más rico, considerando que el alumno no sólo aprende Geometría inserta en el contexto de otra área del conocimiento, sino que también despierte su sentido crítico y creativo.

Adquiriendo el alumno de diversas formas el conocimiento geométrico en y para diferentes situaciones, tanto para su aplicación posterior como para fortalecer estrategias didácticas en el proceso de aprendizaje y enseñanza. Ello exige obviamente, profundizar sobre técnicas adecuadas para el desarrollo de la enseñanza.

Además, se trata de una forma altamente placentera de impartir el tema capaz de llevar al alumno a construir conocimientos que tiene significado o sentido mediante la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010), en el orden de las ideas anteriores y dándole continuidad al Capítulo III se prosigue con las fuentes de información.

3.4. Fuentes de información

Para probar que la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) del teorema de Pitágoras proporcione el cumplimiento de los objetivos particulares planteados en el Capítulo I, se emplearan tres actividades las cuales transitan por seis de las ocho etapas de la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) de las cuales se describe de una manera sintetizada, la actividad número uno a manera de ejemplo (Tabla 2); las tres actividades se pueden ver en el ANEXO 3.

Una vez hecha la descripción del método de investigación, población y muestra, categorías e indicadores de estudio y las fuentes de información se da paso al desglose paso a paso de todos los datos obtenidos en el proceso de investigación y así hacer una codificación detallada y poder construir las conclusiones del proceso.

3.5. Técnicas de recolección de datos

La observación participante, es la alternativa más conveniente para interpretar y comprender la realidad circundante por parte del investigador, el cual observo a la vez que participo activamente en los trabajos del grupo que se está investigando. Debido a que si se pretende tener en cuenta todos los detalles presentes en la investigación es necesario introducirse en ella y recoger los datos sobre cada uno detalle presente.

Para la recolección de los datos en el estudio del aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos y teniendo en cuenta la investigación mixta se utilizará:

3.5.1. la observación participante e intencionada.

Dado que el investigador será como otro miembro del grupo donde cumplirá con el rol de guía durante todo el proceso; se hará a cada alumno.

3.5.2. La bitácora (ANEXO 5).

Donde se relacionan los datos de la observación. La bitácora está conformada por ocho columnas; en la primera columna se encontrarán las diferentes conductas a observar en cada una de las cinco etapas de la experimentación (problema pretest, actividad uno, actividad dos, actividad tres y problema postest); las otras seis columnas le corresponderán a los seis alumnos involucrados en la experimentación, en ellas se especificará con una x si en el alumno se observó la conducta especificada.

La séptima columna y última estará la observación, teniendo muy presente que en esta columna se hará un comentario detallado del comportamiento del alumno al desarrollar el aspecto correspondiente, y será de vital importancia en el momento de hacer el análisis de los datos para determinar los resultados de la experimentación y poder concluir si se logró responder con la pregunta de investigación, ¿En qué medida la modelación como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets* geométrico mejora el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria?; (grado noveno sistema nacional colombiano) y se cumplieron de una manera global los objetivos planteados en el capítulo I.

Además, se podrán determinar las conclusiones y las recomendaciones para la investigación y para nuevas investigaciones, detectando de esta manera los temas posibles que se podrán tener en cuenta para hacerle una complementación al estudio con otras temáticas vistas en la experimentación que serían necesarias investigar en beneficio de la buena calidad de la educación de la institución.

Teniendo en cuenta todas las actividades que el alumno desarrollo durante la experimentación y según la planeación planteada; la información se registró lo más pronto y fielmente posible. Los aspectos observados hacen referencia a las actividades que se desplegaron de las seis etapas de la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).

Estas etapas son: Etapa N°1 uno. Situación real (SR); etapa N° dos. Modelo Pseudoconcreto (MPC); etapa N° tres. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico); etapa N° cuatro. Resultados Geométricos (RG); etapa N° cinco. Resultados del Pseudoconcreto (RPC) y etapa N° seis. Generalizaciones y predicciones (GP).

3.5.3. Hoja de observador de clase.

A cada una de las tres actividades, se diligencia una hoja de observador de clase, de carácter general; en ella se emplearon 10 aspectos relacionados con el comportamiento del grupo y del investigador en el curso de la experimentación de acuerdo al formato (ANEXO 7).

Ahora se pasa a plantear la prueba piloto con el objetivo de verificar los conocimientos que los alumnos adquiridos a través del proceso de la investigación.

Tabla 2

Síntesis de la actividad número uno

F e	Aprendizaje del Teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos				
	Ac- tivi- dad	**Inten- Sidad**	**Descripción**	**Etapa**	**Grupo experimenta**
II 4	N° Uno	Tres horas	A Camilo le da temor tirarse por la resbaladilla del parque de diversiones, una de las causas es su longitud, la cual ignora 	Etapa N° 1. (SR) Etapa N° 2. (MPC) Etapa N° 3. (MM) (MG) Etapa N° 4. (RG) Etapa N°5. (RPC) Etapa N° 6. (GP)	En cada una de las actividades se diligencia la hoja de observador de clase grupal (ANEXO 6). Se hace el registro de todo lo acontecido en el aula de clase en la bitácora (ANEXO N° 5). Teniendo en cuenta las seis etapas del MODELACIÓN MATEMÁTICA (RODRÍGUEZ, 2010)

3.6. Prueba piloto

La prueba piloto fue a través de un problema pretest (ANEXO 2). Cuyo objetivo era hacer un diagnóstico sobre los conocimientos previos que el alumno posee sobre el tema del teorema de Pitágoras: Una persona quiere cruzar un rio nadando, de A a B, y la corriente lo desvía en el camino, de A a C, como se muestra en la figura. Si el ancho del rio es 9 m, y la persona en total, nadando, recorre 16 m. ¿Cuánta distancia hay entre B y C? Pregunta 24. Primera fase. Prueba Supérate Con el Saber. Grado 9°. 2012 (Sistema Nacional de Compe-tencias Deportivas y Académicas)

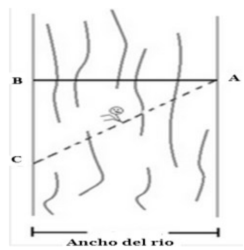


Figura 9. Problema pretest

También se contó con un postest, su fin fue verificar los conocimientos adquiridos del teorema de Pitágoras. (ANEXO 4): Un rayo parte un poste de 500 cm. de longitud cayendo uno de sus extremos sobre el piso, formando un triángulo donde la diferencias entre a y h es 150 cm.

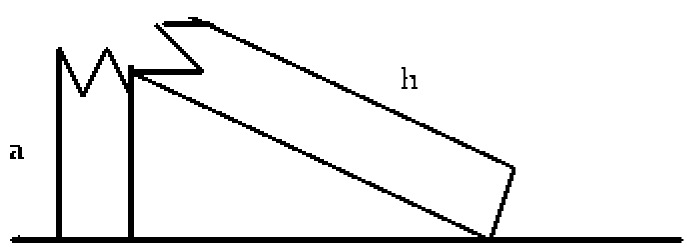


Figura 10. Problema postest

Cuando se habla de la actividad geométrica en el aula se destaca que el alumno aprende Geometría haciendo Geometría, lo que supone como esencial la resolución de problemas partiendo de una situación real, esto implica que desde el principio se integren al aula actividades variadas relacionadas con el contexto de los alumnos.

El proceso de la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) comprende una serie de actividades estratégicas, entrelazadas unas de otras, partiendo siempre de una situación real, para dar cumplimiento a un determinado objetivo. La tesis plateada anteriormente resulta oportuna, para continuar con la planeación de la investigación.

3.7. Planeación

La Planeación que se va a describir en el siguiente espacio fijara el curso concreto de las acciones que ha de seguirse en el ciclo de la experimentación, establecerá la secuencia del plan de acción propuesto; proponiendo a su vez el tiempo probable que será necesario para llevarlo a cabo.

Secuencia didáctica de aplicación del experimento.

El experimento se aplicó en cinco secciones. La primera sección se trató de una actividad diagnostica, Pretest (ANEXO 2), el objeto de esta sección era determinar los conocimientos previos que posee el alumno respecto a los temas geométricos que giran alrededor del teorema de Pitágoras para enfrentarse a la etapa de la experimentación; contara con una intensidad de tres horas.

La segunda, tercera y cuarta sección corresponderá a la implementación de las tres actividades, cuyo propósito es valerse de las seis etapas del Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) y así darle respuesta a la pregunta de investigación ¿En qué medida la modelación como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets* geométricos mejora el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria?; (grado noveno sistema nacional colombiano). Tendrá una intensidad de tres horas cada una.

La quinta y última sección, correspondió a un problema, donde se verifico el aprendizaje que el alumno logro adquirir después de haber terminado la experimentación, Postest (ANEXO 4), contará con una intensidad de tres horas. Es de anotar que el grupo estará asistido por el investigador.

El proceso de experimentación del estudio de la Modelación como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos, se fundamenta en las etapas del modelo de Rodríguez (2010), presentadas en el mapa descrito a continuación.

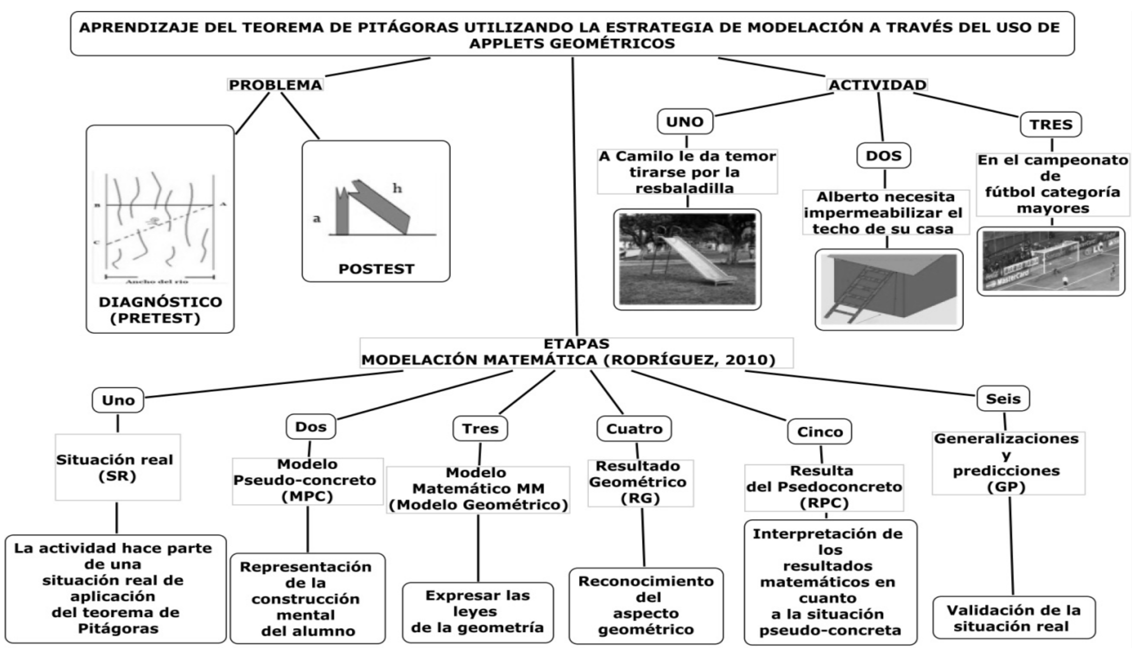


Figura 11. Mapa conceptual de la Experimentación

Se continúa con la exposición del análisis de datos de la investigación de corte cualitativa y por lo tanto aborda los diferentes tipos de estudio que se puede tener, cuadros comparativos y explicativos, gráficas y descripción de cada uno de estos instrumentos que, lógicamente están relacionados con la orientación de la investigación.

3.8. Análisis de los datos

El análisis de los datos de esta investigación resulta ser la tarea más fecunda en este proceso, en la medida en que, como consecuencia de ésta, se puede acceder a los resultados y a las conclusiones, profundizando en el conocimiento de la realidad vivida por el alumno en el objeto de estudio: el teorema de Pitágoras.

Se puede definir entonces el análisis de datos como un conjunto de manipulaciones, transformaciones, operaciones, reflexiones, comprobaciones que se realizan sobre los datos con el fin de extraer significado relevante en relación a la pregunta de investigación planteada en el Capítulo I.

Después de recopilar los datos en la bitácora y en las hojas de observación de clase del estudio del Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos, se pasa al procedimiento del análisis y posteriormente la reflexión de los datos más significativos y relevantes, codificando y disponiendo los resultados en tablas de comparación y de diagramas de barras.

En lo que respecta a las tablas son en total tres, relacionadas todas ellas con cada una de las seis etapas de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) tenidas en cuenta en el proceso de experimentación y una tabla donde se comparan los rendimientos de cada una de los seis estudiantes en los problemas pretest y postest, también basadas en las seis etapas de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).

Las tablas transmiten la información obtenida en el proceso de experimentación de una forma clara, directa y ordenada, reconociendo numerosos datos a primera vista, necesarios para al final construir las conclusiones de la investigación.

Para completar la presentación de resultados se construirán cuatro gráficos los cuales facilitarán leer y comprender con más precisión los rendimientos de los seis estudiantes en las tres actividades y en los dos problemas, fundamentados todos cuatro en las seis etapas de la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).

Unido a los gráficos anteriores se encuentra otros tres grafico correspondiente a las hojas de observador de clase de las tres actividades, con el fin de favorecer la visualización del comportamiento que el estudiante y el investigador presentará durante toda la experimentación. Los gráficos se diseñaron teniendo en cuenta la rúbrica (Tabla 10).

Las gráficas construidas son un complemento de las tablas, sirven para expresar relaciones entre dos elementos: alumnos y etapas de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010), su disposición permite captar, de inmediato las características más sobresalientes de las actividades de la planeación.

La elección del método mixto, mediante el estudio de casos (Hernández, S. y otros, 1994), para llevar a cabo la investigación del Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos, se hizo atendiendo al interés por comprender el comportamiento en el aula de matemáticas desde el marco de sus protagonistas.

Permitiendo en el alumno la promoción de la responsabilidad de su propio aprendizaje; desarrollando una base de conocimiento destacados por su profundidad y flexibilidad. Además, incrementa habilidades para las relaciones interpersonales e involucra al alumno en un reto (problema, situación o tarea) con iniciativa y entusiasmo; así como estimular el desarrollo del sentido de colaboración como un miembro de un equipo.

Este estudio dirige su atención a un caso particular de la Geometría, el teorema de Pitágoras; para llevarlo a cabo se selecciona un reducido espacio geográfico de la institución; para poder llevarlo a buen término fue indispensable la participación activa del grupo que se eligió como muestra.

Se pasa al Capítulo IV donde se construirá el análisis de estos resultados en dos etapas: la presentación de resultados y el análisis e interpretación de estos. En el sendero de este análisis se encontrará muy presenta la pregunta con la cual se inició este estudio: ¿En qué medida la modelación como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets* geométrico mejora el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria?; (grado noveno sistema nacional colombiano), a la cual se le podrá dar respuesta al final de este análisis.

Otras tres figuras que son importantes en el transcurso de toda la investigación son los objetivos, las categorías y los indicadores, criterios que se encuentran inmersos en cada instrumento de análisis.

Capítulo IV. Análisis de resultados

Una vez que se concluyó la fase de experimentación del estudio, Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos**,** con los seis alumnos del grado segundo de secundaria (grado noveno, último grado de la educación básica colombiana) (ver foto 1. ANEXO 8) como población y ejecutado un plan de recolección de información con rigurosidad, pero con la flexibilidad que todo proceso de investigación educativa exige, a través de: la observación participante e intencionada, teniendo en cuenta la bitácora (ANEXO 5) como instrumento de recolección de las observaciones. Sumada a la anterior se encuentra la hoja del observador de clase (actividad uno, dos y cuatro) del grupo en (ANEXO 7).

Luego de citar los dos instrumentos que se emplearon en la recolección de datos, se procederá a la presentación de resultados, con el objeto de extraer la información más relevante del proceso de experimentación y así hacer la formulación de las conclusiones del estudio Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos.

4.1. Presentación de resultados

Los instrumentos donde se recolectaron los datos son: tres tablas (Figura 4, Figura 5 y Figura 6), relacionadas todas ellas con cada una de las seis etapas de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) tenidas en cuenta en el proceso de experimentación y una tabla (Figura 8), donde se comparan los rendimientos de cada una de los seis estudiantes en los problemas pretest y postest, también basadas en las seis etapas de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).

Para completar la presentación de resultados se construirán tres gráficos (Figura 12, Figura 13, Figura 14) vinculados con las tres actividades, uno (Figura 15), donde se analizan los problemas pretest y postest. Unido a los gráficos anteriores se encuentra otros tres grafico (Figura 16, Figura 17, Figura 18), correspondiente a las hojas de observador de clase de las tres actividades.

A continuación, se encuentran las tablas donde se incorporan las tres actividades desarrolladas en el proceso de experimentación para lograr dar respuesta a la pregunta de investigación planteada al inicio: ¿En qué medida la modelación como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets* geométrico mejora el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria?

La etapa de experimentación estuvo conformada por tres actividades, construidas en base a las seis etapas de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) descritas en forma de síntesis (tabla 3)

Tabla 3
Síntesis de las tres actividades de la experimentación

Número de la etapa	**Nombre de la etapa**	**Número de la actividad**	**Nombre de la actividad**
1	Situación real (SR)	1	Camilo y la resbaladilla ANEXO N°3
2	Modelo Pseudoconcreto (MPC)		
3	Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico)		
4	Resultados Geométricos (RG)		
5	Resultados del Pseudo-concreto (RPC)		
6	Generalizaciones y predicciones (GP)		

Tabla 3

Síntesis de las tres actividades de la experimentación

Número de la etapa	Nombre de la etapa	Número de la actividad	Nombre de la actividad
1	Situación real (SR)	2	Alberto necesita impermeabilizar el techo de su casa ANEXO N°3
2	Modelo Pseudo-concreto (MPC)		
3	Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico)		
4	Resultados Geométricos (RG)		
5	Resultados del Pseudoconcreto (RPC)		
6	Generalizaciones y predicciones (GP)		
1	Situación real (SR)	3	En el campeonato de fútbol categoría mayores ANEXO N°3
2	Modelo Pseudo-concreto (MPC)		
3	Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico)		
4	Resultados Geométricos (RG)		
5	Resultados del Pseudo-concreto (RPC)		
6	Generalizaciones y predicciones (GP)		

La Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) permite plantear y darle solución a situaciones matemáticas relevantes sobre fenómenos que pueden dar lugar a la construcción de modelos explicativos coherentes con los de la cotidianidad; es así que mediante la actividad, Camilo y la resbaladilla (ANEXO 2) los hechos de la vida cotidiana se transforman en sucesos que permiten la construcción de un aprendizaje; mejorando con esto la aprehensión del concepto del teorema de Pitágoras, la capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones problemas y el interés por la Geometría frente a su aplicación.

Tabla 4

Actividad N°1.

ACTIVIDAD UNO							
ETA-PA	ALUMNOS						ANALISIS
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	
N° 1			X	x	x		Identifica la figura que se forma con la escalera y la resbaladilla como un triángulo y mencionan sus partes.
N° 2		x			x	X	Construye y describe lo construido.
N° 3	x						Demuestra habilidad en la manipulación de los *applets* y los interpreta correctamente.
N° 4			X		x		Tiene conocimiento del triángulo rectángulo y aplica correctamente el teorema de Pitágoras.
N° 5	x	x		x	x	x	Verifica el teorema de Pitágoras.
N° 6	x	x	X	x	x	x	Acierta en la mayoría de las respuestas de las situaciones planteadas.

Es de resaltar en esta actividad que todos los alumnos demuestran habilidad en la manipulación de los *applets*, teniendo presente que era la primera vez que se enfrentaba a una actividad de esta categoría y que en su mayoría no trabajan con frecuencias la computadora. El desempeño de los alumnos fue bueno, dado que en la mayoría de las etapas la mitad de los alumnos cumplió con lo esperado sino era todo el grupo, demostrando que el dominio sobre el tema del teorema de Pitágoras y su verificación, en la etapa N° 6 donde sólo un alumno acierta en todas las respuestas de las situaciones planteadas, los demás alumnos del grupo solo fallan en una pregunta.

En la actividad dos, Alberto necesita impermeabilizar el techo de su casa (ANEXO 3), se llega a la determinación, que los fenómenos cotidianos no deben servir sólo para introducir o motivar en el aula de matemáticas, sino para plantear situaciones problemáticas donde se presente la teoría aplicada a la vida diaria (Jiménez, Sánchez, De Manuel, 2002); puesto que en su ejecución se notó un interés de los alumnos muy evidente por la Geometría frente a su aplicación, logrando estimular la creatividad en la formulación y resolución de problema y la aplicación del teorema de Pitágoras para hallar el lado desconocido de un triángulo.

Tabla 5
Actividad N°2.

ACTIVIDAD DOS							
ETAPA	ALUMNOS						ANALISIS
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	
N° 1		x				x	Comprende el término de medidas y su ubicación en la figura.
N° 2		x	X	x	x	x	Clasifica el triángulo e identifica el ángulo resto y sus lados.
N° 3						X	Manipula, interpreta el *applets*. E identifica que debe de aplicar el teorema Pitágoras para hacer la elección de la escalera.
N° 4	x			x	x	x	Manipula *applets,* calcula áreas y aplica teorema de Pitágoras.
N° 5	x	x		x		x	Maneja con propiedad los conceptos de triángulo.
N° 6	x	x	X	x	x	x	Aplica parcial mente el teorema de Pitágoras. no identifica que si un triángulo tiene el cateto más grande que la hipotenusa no es posible resolver

En esta actividad es muy notorio el problema que tiene el estudiante cuando debe enfrentarse a la aplicación del teorema de Pitágoras para hallar el lado desconocido de un triángulo, además si se le cambia el esquema del problema no logra identificar lo que implica este cambio, como en el caso de colocar un cateto más grande que la hipotensa, opera normal sin detenerse a analizar que esta situación no se puede resolver.

En el aula de matemáticas se debe tender a un acercamiento al aprendizaje reflexivo, que establezca conexiones fuertes con la vida del alumno y con su necesidad de comprender el contenido más allá de su capacidad para repetir los enunciados de un libro (Bruner, 1997). En la actividad tres, el campeonato de fútbol categoría mayores (ANEXO 4) refleja la forma como la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010), sitúa al alumno en relación directa con sus preferencias y el mundo que lo rodea, mediante la incorporación de temas que le despiertan el interés en las nociones básicas de la Geometría, poniendo en evidencia sus aplicaciones en el mundo contemporáneo (Birch, 1986), integrando de esta forma el área con otras del conocimiento.

En la actividad número tres (Tabla 6), se manifiesta claramente el progreso que el alumno obtuvo en el desarrollo de las tres actividades, expresando claramente el dominio que adquirió sobre los conceptos del triángulo rectángulo y la construcción y aplicación del teorema de Pitágoras a través de la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).

A continuación, se hace una descripción paso a paso del análisis de las tres actividades apoyado en tres gráficos (Figuras 12, Figuras 13 y Figuras 14) con ellos se puede visualizar con más facilidad el rendimiento de los seis estudiantes involucrados en la experimentación. Se encuentran diseñados teniendo presente la adaptación de la rúbrica de (Barriga, 2004), hecha para esta investigación, la cual se detallada en la tabla 7.

Tabla 6.

Actividad N°3.

ACTIVIDAD TRES							
ETA PA	ALUMNOS						ANALISIS
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	
N° 1	x		X	x	x		Identifica claramente los datos necesarios en la situación.
N° 2	x	x	X	x		X	Domina con propiedad el concepto de triángulo.
N° 3	x		X	x		X	Tiene claro el concepto de triángulo rectángulo y el resultado de la suma de sus ángulos internos.
N° 4	x	x	X	x	x	X	Construye el teorema de Pitágoras. Halla áreas de triángulos. Identifica en qué momento recurrió al teorema de Pitágoras.
N° 5	x	x	X	x		X	Aplica el teorema de Pitágoras.
N° 6	x	x	X	x		X	Demuestra dominio del teorema de Pitágoras.

Tabla 7

Rubrica del grafico de las tres Actividades. Una adaptación de (Barriga 2004)

Concepto	4 Muy Bien	3 Satisfactorio	2 Puede Mejorar	1 Inadecuado
Contenido	Demuestra un completo entendimiento del tema.	Demuestra un buen entendimiento del tema	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema	No parece entender muy bien el tema
Compren-sión	El estudiante puede con precisión contestar todas las preguntas planteadas en la etapa de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).	El estudiante puede con precisión contestar la mayoría de las preguntas planteadas en la etapa de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).	El estudiante puede con precisión contestar unas pocas preguntas planteadas en la etapa de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).	El estudiante no puede contestar las preguntas planteadas en la etapa de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).

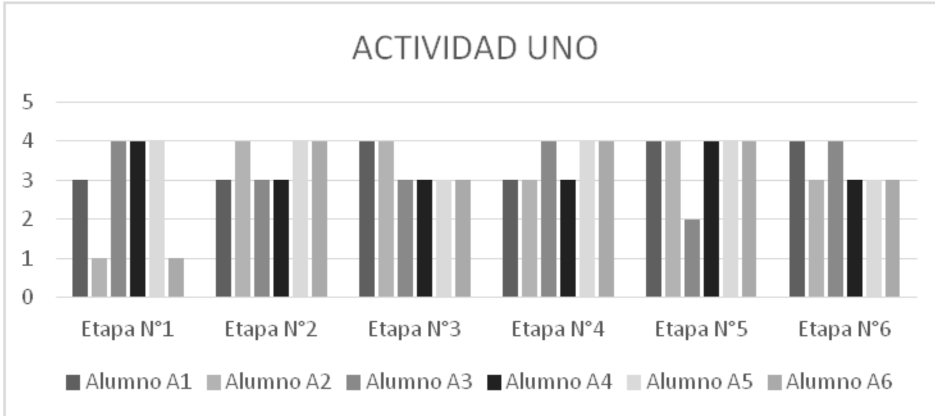


Figura 12. Actividad número uno

Actividad número uno (figura 12.). Para ser la primera actividad de la experimentación los alumnos manifestaron tener conocimientos necesarios para enfrentarse al tema del teorema de Pitágoras. En el grafico se visualiza que en la etapa donde la mayoría de los estudiantes obtiene más bajo rendimiento es en la etapa número uno, demostrando dificultad para leer e interpretar, la situación planteada. La etapa de mejor rendimiento es la número cinco donde en su totalidad los alumnos expresan interés por la Geometría frente a su aplicación en el desarrollo de las actividades de la etapa manifestándolo en la construcción que debió enfrentar y haciendo la verificación respectiva del teorema de Pitágoras.

En la actividad número dos (Figura 13), los alumnos continúan presentando problemas en la etapa número uno persistiendo con las dificultades en la interpretación de los datos que se plantean en la situación matemática, a pesar de la retroalimentación que se hizo en la actividad número uno. En esta actividad el alumno presenta su mejor rendimiento en la etapa número dos, demostrando especial interés en la construcción del grafico de la situación geométrica e identificando sus partes.

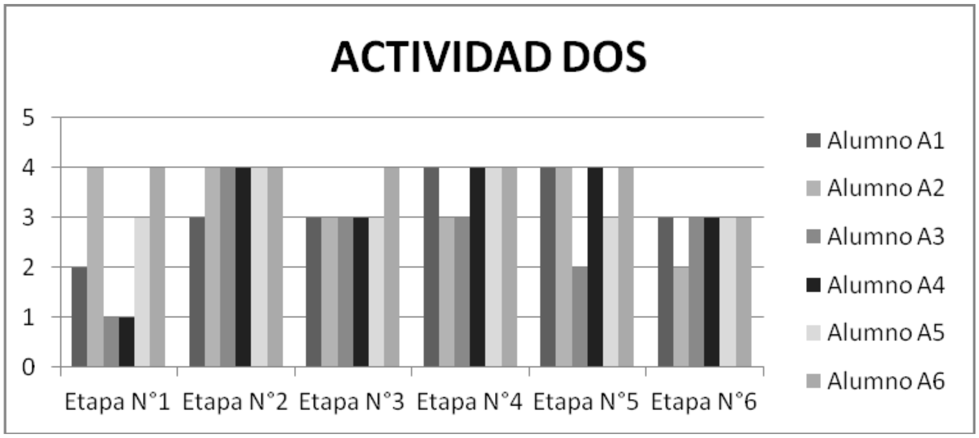


Figura 13. Actividad número dos

En la actividad número tres (Figura 14), se pone de manifiesto la superación de los logros de los alumnos, notándose en especial en la etapa número uno que era donde demostraban mayor dificultad. Las etapas donde su rendimiento fue superior fueron la cinco y la seis; en donde en su mayoría los alumnos alcanzan a identificar los datos necesarios para darle solución a una situación matemática de triángulos rectángulos, aplicando el teorema de Pitágoras.

Además, en la etapa número seis los alumnos pudieron observar que la Geometría es un área que se puede aplicar en otras áreas del conocimiento, es de anotar que no lograron comprender que la hipotenusa es el lado más largo de un triángulo rectángulo que si se plantea una situación donde los catetos son los que tiene esta característica con será posible resolverlo.

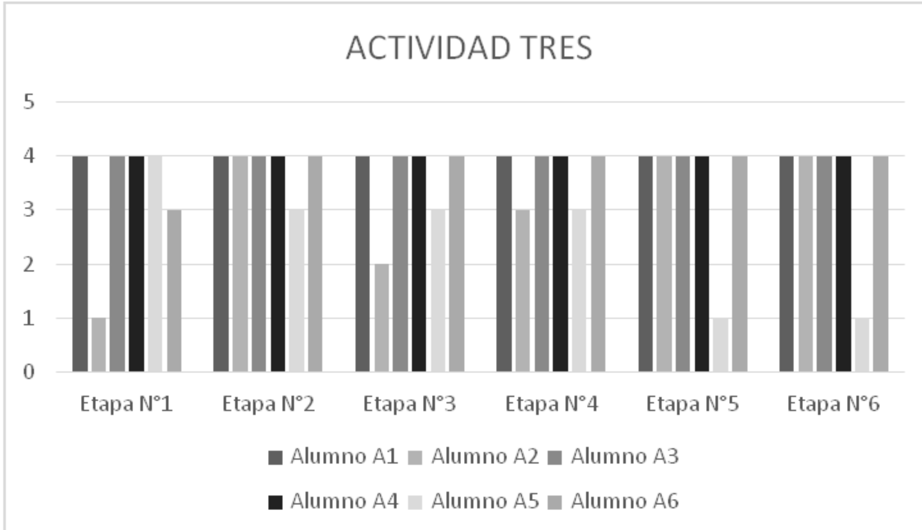


Figura 14. Actividad número tres

En las tres actividades se refleja la habilidad de los alumnos en el uso de la tecnología en la forma como manipulan los *applets* geométrico; además se observó al inicio de la experimentación, que el alumno no es hábil cuando se le solicita escribir un procedimiento, pero si en el momento de aplicarlo, obteniendo muy poco progreso durante todo el proceso.

En el proceso de la planeación se aplicaron dos problemas, uno al iniciar la fase: el pretest, cuyo objetivo era hacer un diagnóstico sobre los conocimientos previos que el alumno posee sobre el tema del teorema de Pitágoras y el otro al terminarla cuyo fin era verificar los conocimientos adquiridos del teorema de Pitágoras. (Tabla 8) donde se comparan los rendimientos de cada una de los seis estudiantes en los problemas pretest y postest. De acuerdo a las seis etapas de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010).

Tabla 8

Análisis de los problemas (pretest y postest)

		PROBLEMA	
ETAPA	ALUMNO	PRETEST	POSTES
1	A1	Identifica los valores dados en el problema, dado que se encuentran en una forma explícita.	Se confunde y menciona área del triángulo
	A2		Tiene la idea, pero no explica con claridad su respuesta
	A3		Hay confusión en su explicación no entiende el problema.
	A4		Se confunde y menciona área del triángulo
	A5		Es confusa su explicación.
	A6		Describe con precisión los datos del problema y detallando paso a paso el procedimiento a seguir
2	A1	Demuestra dominio sobre los conceptos del triángulo	Domina con propiedad todo lo relacionado con los triángulos incluyendo la propiedad de la suma de sus anglos internos
	A2	Los conocimientos sobre el triángulo son muy vagos.	Domina con propiedad todo lo relacionado con los triángulos rectángulos
	A3	Demuestra dominio sobre los conceptos del triángulo, tiene dificultad en ángulos y en su clasificación según sus ángulos	Domina con propiedad todo lo relacionado con los triángulos incluyendo la propiedad de la suma de sus ángulos internos
	A4	Presenta dificultad al nombrar los lados más pequeños del triángulo	Domina con propiedad todo lo relacionado con los triángulos incluyendo la propiedad de la suma de sus ángulos internos
	A5	Presenta dificultades dominio sobre los conceptos del triángulo, tiene dificultad en ángulos y en su clasificación según sus ángulos	Demostró dificultad en la clasificación de triángulos según los lados
	A6	Presenta dificultad al nombrar los lados más pequeños del triángulo	Domina con propiedad los temas relacionado con los triángulos. No toma en cuenta la propiedad de la suma de sus ángulos internos

Tabla 8
Análisis de los problemas (pretest y postest)

ETAPA	ALUMNO	PRETEST	POSTES
3	A1	Su dominio del conocimiento del triángulo es muy vago.	Demuestra dominio sobre los conceptos del triángulo incluyendo su área y la aplicación del teorema de Pitágoras
	A2		Su dominio del conocimiento del triángulo ha mejorado.
	A3		Demuestra dominio sobre los conceptos del triángulo incluyendo su área y la aplicación del teorema de Pitágoras
	A4	Aun no adquiere el concepto de la clasificación del triángulo según sus lados.	Demuestra dominio sobre los conceptos del triángulo incluyendo su área y la aplicación del teorema de Pitágoras
	A5	Su dominio del conocimiento del triángulo es muy vago.	Su dominio del conocimiento del triángulo sigue siendo muy vago.
	A6	Demuestra dominio en el manejo de *applets*, clasificación de triángulos según sus lados, de la forma para hallar el área de un triángulo. Le da dificultad la interpretación de texto	Demuestra dominio sobre los conceptos del triángulo incluyendo su área y la aplicación del teorema de Pitágoras Al hacer la construcción propone soluciones: Para construir estos dos triángulos, podemos hacer un rectángulo y lo dividimos por una diagonal.
4	A1	No infiere que debe de aplicar el teorema de Pitágoras	Demuestra dominio en temas relacionados con el triángulo rectángulo; en hallar áreas y relacionarlas
	A2		Demuestra dominio en temas relacionados con el triángulo rectángulo; en hallar áreas y relacionarlas
	A3		Demuestra dominio en temas relacionados con el triángulo rectángulo; en hallar áreas y relacionarlas
	A4		Demuestra dominio en temas relacionados con el triángulo rectángulo; en hallar áreas y relacionarlas
	A5		Su dominio en temas relacionados con el triángulo rectángulo; en hallar áreas y relacionarlas, es regular.
	A6		Demuestra dominio en temas relacionados con el triángulo rectángulo; en hallar áreas y relacionarlas

Tabla 8

Análisis de los problemas (pretest y postest)

ETAPA	ALUMNO	PRETEST	POSTES
5	A1	Hace construcciones, explica el procedimiento y comprende su objetivo que es construir el teorema de Pitágoras	Gráfica y ubica correctamente las partes del triángulo
	A2		
	A3		
	A4		
	A5		
	A6		
6	A1	Se le dificulta hallar áreas, relacionarlas y justificar su relación	Aplica correctamente el teorema de Pitágoras y hace la comprobación respectiva
	A2	Se le dificulta hallar áreas, relacionarlas y justificar su relación	
	A3	Halla áreas, las relaciona y da razones	
	A4	Halla áreas, las relaciona y da razones.	
	A5	Se le dificulta hallar áreas, relacionarlas y justificar su relación	
	A6	Halla áreas, las relaciona y da razones.	

Cuando los estudiantes se enfrentaron al problema postest después de haber desarrollado las tres actividades de la experimentación su actuar fue diferente, mejoro sustancialmente el desempeño en las actividades relacionadas al teorema de Pitágoras lo que le atañe; unido a lo anterior se devela un avance en la capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones problemas, manifestando alguna dificultad cuando era necesario hacer inferencia en las actividades planteadas.

En el gráfico de los problemas pretest y postest, se emplea una rúbrica igual a la de las actividades, visualizándose con claridad que en el problema pretest cuyo objetivo era realzar el diagnostico, el alumno presente un rendimiento muy bajo, pero en el problema postest, donde se examinan los conocimientos adquiridos después de las tres actividades; aunque en la etapa N°1 el alumno obtiene el resultado más bajo, dado que le da dificultad comprender los datos dados en una situación cuando están expuestos de una forma implícita, en las etapas N°5 y N°6 subió notablemente su rendimiento siendo estas las etapas con un mejor resultado.

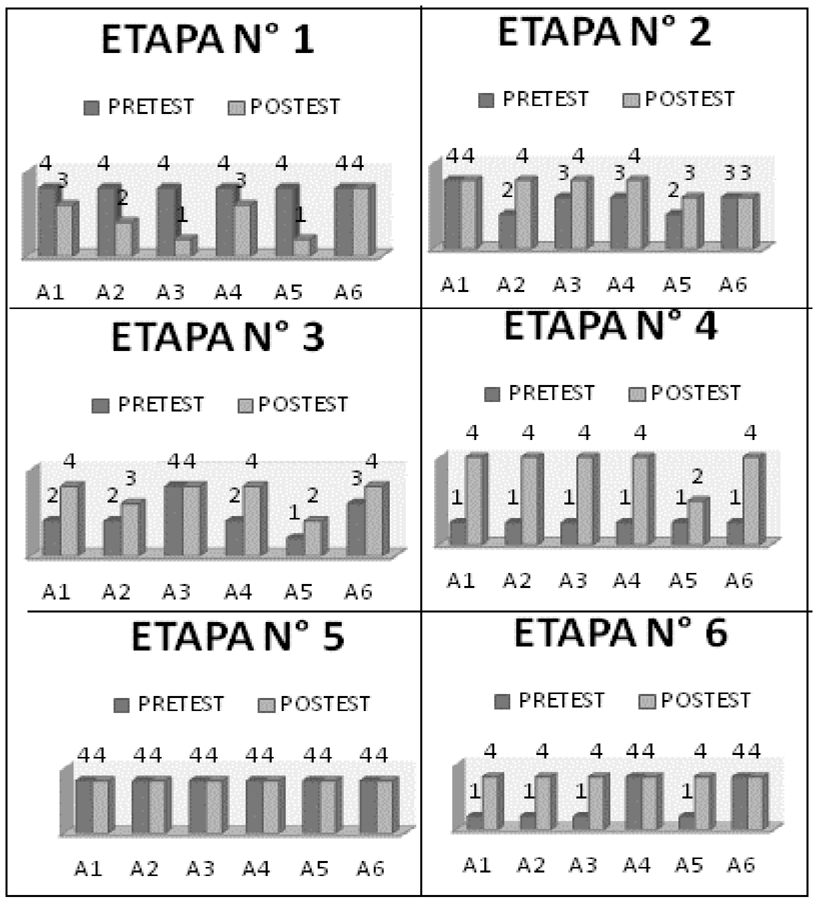


Figura 15. Análisis de los Problemas

Continuando con el análisis se pasa a los tres gráficos de la hoja de observador de clase de las tres actividades:

La rúbrica que se empleó en este análisis, de la hoja de observador de clase está relacionada con el ANEXO 5. Esta hoja se anexo al final; en ella se hace una reseña de todas las observaciones consignadas en la bitácora que se elaboraba en cada una de las actividades, con un carácter general del grupal, empleando 10 aspectos relacionados con el comportamiento del grupo y del investigador en el curso de la experimentación de acuerdo al formato (ANEXO 7).

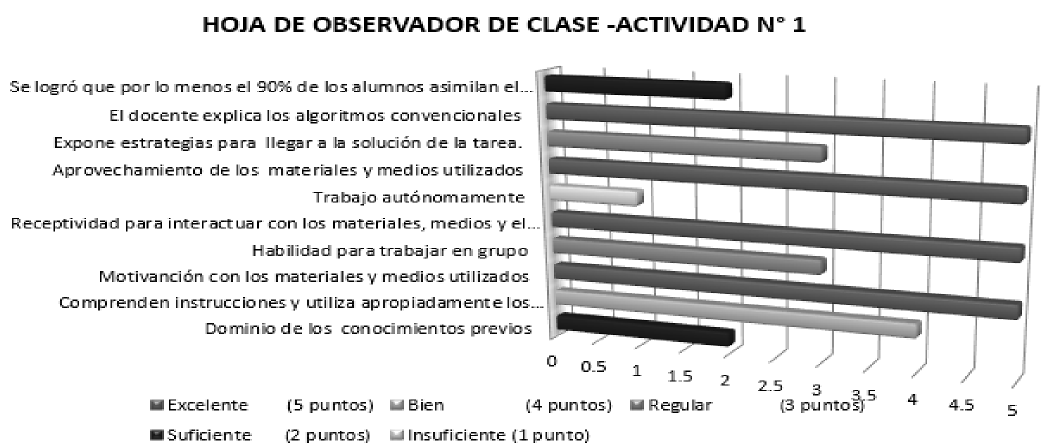


Figura 16 Hoja de observador de clase. Actividad N° 1

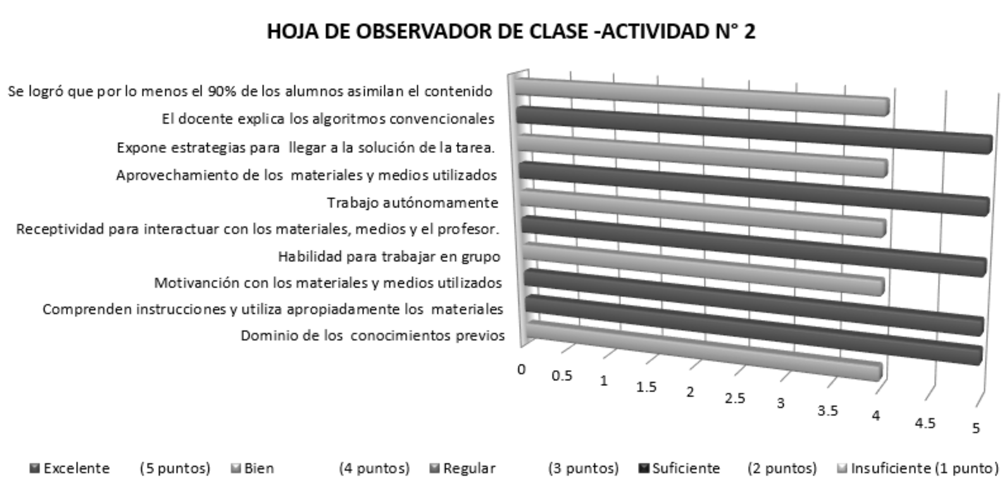


Figura 17 Hoja de observador de clase. Actividad N° 2.

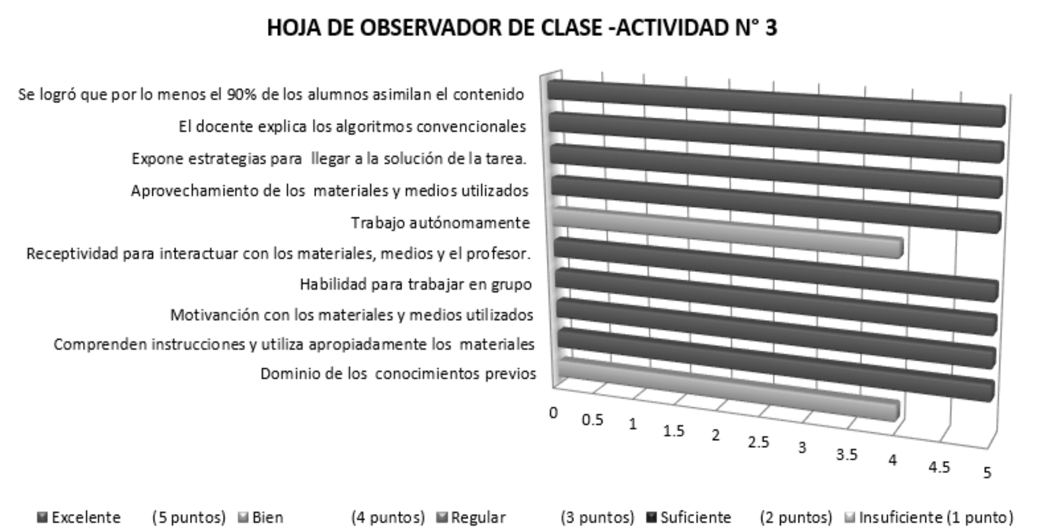


Figura 18. Hoja de observador de clase. Actividad N° 3.

Se puede visualizar en ellos que aspectos como: explicación de parte del docente de los algoritmos, aprovechamiento y receptividad para involucrarse con el material, además de la motivación que el alumno siente al interactuar con este, siempre estuvieron con su mayor puntaje en las tres actividades. Además, se ve que el trabajo autónomo fue uno de los aspectos que presento mayor progreso en el proceso, dado que en la primera actividad obtuvo el puntaje más bajo y en la tercera se superó hasta cuatro que es el máximo puntaje que puede tener un alumno.

4.1. Análisis e interpretación de los resultados

Así como lo manifestó Battista (2007) que la Geometría es una compleja red formada por interconexiones entre conceptos, formas de razonamiento y sistemas de representación útil para conceptualizar y analizar entornos espaciales físicos o imaginados.

Figura 19. Alumnos en la experimentación

Esa experiencia la vivieron los estudiantes en el proceso de experimentación de la investigación Aprendizaje del Teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos. En todas las actividades se cumplieron con principios propios de la enseñanza de la Geometría como los mencionados a continuación: se puso énfasis en el aspecto creativo; se consideró el aspecto lógico, centrando la atención en los razonamientos lógicos de describir y clasificar; además se le dio la oportunidad al estudiante de aproximarse al simbolismo geométrico, de un modo experimental y directo, a partir de dos problemas concretos que se lograron, simbolizar y manipular.

Otro logro alcanzado y que se puede visualizar en las gráficas, el llegar a la modelización de la realidad, para lo cual se implementaron seis etapas pertenecientes a la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010): Etapa N° 1. Situación real (SR);

Etapa N° 2. Modelo Pseudoconcreto (MPC); Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico); Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG); Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC); Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP).

Los instrumentos de recolección de información de la experimentación, sin perder el horizonte que encaminaba la pregunta de investigación ¿En qué medida la modelación como estrategia de enseñanza del Teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets* geométrico mejora el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria?, es posible afirmar que durante la experimentación y porque no decirlo, durante el curso de la construcción de conocimientos, los alumnos pidieron darle sentido e interpretarán a cabalidad las actividades geométricas y los conceptos impartidos en ellas.

En el momento que se les preguntaba a los alumnos ¿en qué momento se puede acudir al teorema de Pitágoras?, respondían más o menos así: A1. Se hizo en el momento de hallar las medidas de los catetos y la hipotenusa. A3. Cuando necesitaba hallar los catetos y la hipotenusa del triángulo. A4. Lo utilizamos en el momento de hallar la medida de los catetos o hipotenusa para poder tener una respuesta exacta de su área. A6. En el momento que debemos encontrar la altura del triángulo.

Otro interrogante que se les planteo a los estudiantes, era: ¿considera que el teorema de Pitágoras es útil para aplicarlo en diferentes situaciones de tu vida diaria?; a este todos respondieron afirmativamente, justificándolo así: A1. 'Porque es un teorema, que es un ejemplo de lo que nos pasa en nuestra cotidianidad y con el podemos resolver muchos problemas'. A2. 'Porque permite sacar el área a los triángulos y cuadrados'. A3. Hace la justificación desde la comprensión: 'Porque nos ayuda a comprender más como sacarle el área o encontrar un cateto a un triángulo y esto nos permite enriquecer nuestros conocimientos'. A4. 'Para poder hallar una medida en alguna situación; el quinto y sexto alumno están de acuerdo en que el teorema de Pitágoras sirve para poder darle solución a un problema y hallar medidas'.

Por otra parte, toda la experiencia vivida por los alumnos les ofreció un alto nivel de motivación, comprometiéndolos de una forma directa en la participación de sus procesos en el estudio de las matemáticas, en este caso de la Geometría y en particular del teorema de Pitágoras, ayudándolos a darle forma a sus creencias y actitudes respecto a esta área. Pudiendo así contestar de una forma positiva la pregunta construida al inició: La modelación como estrategia de enseñanza del teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets* geométrico si mejora el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria; (grado noveno sistema nacional colombiano).

Para concluir, los alumnos de segundo de secundaria (grado noveno sistema nacional colombiano), pudieron percatarse de la importancia de la Geometría, tanto para ellos como individuos como para la sociedad, haciéndola vivencia a través de la tecnología (Maaβ, 2007). Además, aprovechándose de la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) como la estrategia llena de capacidades, habilidades y actitudes que son importantes para lograr tal fin.

Con esta experimentación, se pudo constatar que la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) es un puente entre las matemáticas, la Geometría y las experiencias de la vida real de los estudiantes. Con estas etapas de Modelación

Matemática (Rodríguez, 2010), el aprendizaje se tornó motivante, en el cual al estudiante no le importo dedicar su tiempo libre para cumplir con todas las actividades. Estas etapas de Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) fueron un gran apoyo cognitivo para que alcanzara adquirir el concepto de del teorema de Pitágoras. Durante toda la fase de experimentación el alumno percibió momentos de triunfo y de fracaso concluyendo al final que el proceso de aprender está ligado a la habilidad que posee para aprender de la experiencia y de sus fracasos.

Figura 20. Alumna en la experimentación

De acuerdo con los razonamientos que se vinieron realizando en el trascurso de este escrito se da paso a las conclusiones de los hallazgos del estudio teniendo muy presente, si se le dio respuesta o no a la pregunta de investigación propuesta, si se acepta o no la hipótesis planteada y si hubo un cumplimiento de los objetivos. Al unir lo anterior se relacionan las recomendaciones tanto para los implicados de la investigación como para las futuras investigaciones realizadas sobre la modelación y el teorema de Pitágoras.

Capítulo V. Conclusiones

¿En qué medida la modelación como estrategia de enseñanza del Teorema de Pitágoras mediante el uso de *applets* geométrico mejora el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria?; (grado noveno sistema nacional colombiano), el interrogante anterior fue planteado para darle respuesta en el transcurso de la investigación a tal cuestionamiento, que se fue construyendo a medida que se describen los resultados de la experimentación y en el análisis de si se cumplió o no los objetivos propuestos al inicio de la investigación.

En el análisis de resultados de la investigación (Capítulo IV), se devela que los objetivos que propiciara esta investigación (Capítulo I) se cumplieron a satisfacción. Retomando en primera instancia el objetivo general, en donde se estableció que la estrategia de la modelación matemática mejora el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria (grado noveno sistema nacional colombiano), para enseñar el teorema de Pitágoras utilizando los *applets* geométricos. En el análisis del pretest (diagnostico), postest (verificación de conocimientos) (ver. Capítulo IV. *Figura* 15) y actividades de comprobación afirman el cumplimiento del objetivo.

Al iniciar con la experimentación se notaba en las actividades que el alumno desarrollaba, poco dominio de los conceptos que se encuentran involucrados con el teorema de Pitágoras: clasificación de triángulos según sus lados y sus ángulos, la manera de hallar áreas y el momento en que debe de recurrir al teorema de Pitágoras, haciendo la comprobación respectiva (ANEXO 5). Conceptos que a medida que avanzaba la experimentación y con la retroalimentación que se hacía en el momento oportuno el alumno los iba adquiriendo, hasta tal punto que ya en la última actividad y en el problema postest demostraba dominio de ellos. Solo A5, (ver capítulo IV. tabla 3. Actividad tres.) Continúo con la ignorancia de la clasificación de los triángulos según sus lados.

Se resalta que los alumnos desde el inicio de la experimentación manifestaron dominio y agrado al manipular los *applets* geométricos, así como en hacer las construcciones de las situaciones geométricas; aspecto que facilitó el desempeño del alumno en todas las actividades planteadas en la experimentación. Así mismo se percibió en el estudiante habilidad en el momento de interactuar con la tecnología (*applets* geométricos, ver ANEXO 8), a pesar de las limitaciones, con las que se cuentan por estar en una zona rural de muy pocos recursos en este campo; creando un ambiente de aprendizaje favorable en el aula para minimizar la ansiedad haciendo que los alumnos logren un mejor desempeño, alcanzando de esta forma aprender en conexión con contenidos o actividades específicas proyectando entusiasmo, induciendo curiosidad y disonancia; proporcionando retroalimentación de información que le ayudo al alumno a aprender con conciencia, sensatez y eficacia, incentivándolos hacia la búsqueda de nueva información disfrutando de su aprendizaje. (Ver fotografía 6,5, 37 y 46. ANEXO 8)

El alumno mismo al ir avanzando en las actividades iba adquiriendo una mayor conciencia de sus procesos de aprendizaje por medio de las actividades de construcción que le permitían la reflexión, estimulando su conciencia metacognitiva. A través de la tecnología (*applets* geométrico) se logró ampliar y mejorar el ámbito matemático (geométrico), incrementando así el conocimiento. (Ver fotografía 2, 3, 4, 7, 8, 10, 15, 16, 24, 27, 28, 39. ANEXO 8).

De igual manera se alcanza hacer la integración de la Geometría con otras áreas del conocimiento como son la tecnología por el manejo de computadoras, internet y los *applets*, dado que la tecnología ofrece magníficas y diversas posibilidades para tratar de enseñar diferente la Geometría en el aula, facilitando la motivación de los alumnos, (según lo develan las fotos 3, 4 5, 6, 7, 8, 15 del ANEXO 8).

Además, se logra también la integración con la educación física, en lo que respecta la unidad de deportes como el futbol (ver actividad número tres ANEXO 3) constatando de esta forma que el área de la Geometría y específicamente el teorema de Pitágoras es aplicable en muchos casos de la vida cotidianidad (ver problema pretest ANEXO 2, problema postest ANEXO 4 y actividades uno, dos y tres ANEXO 3). De esta forma se da importancia en la enseñanza de la Geometría la introducción de los conceptos de manera contextualizada los principios básicos de la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010), con la argumentación de que sí éstos se aprenden de una forma significativa. Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1983), además es de notar que por este aspecto se observó (ver ANEXO 8, fotos 42, 44 y 45) que los alumnos mostraron mayor interés por la solución de las situaciones planteadas dado que se encontraban relacionadas con su entorno y no únicamente centradas en actividades rigurosamente planeadas desde las matemáticas.

En el curso de la experimentación del estudio Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos, un total de cuatro de los seis alumnos, logran reconocer el momento en que deben recurrir al teorema de Pitágoras (Ver Capítulo IV, Tabla 5):

Además, cinco de los seis estudiantes ven el sentido, la importancia y la necesidad del estudio del teorema de Pitágoras para la aplicación de la vida diaria, (Ver Capítulo IV. Tabla 5) manifestando en general que le permite encontrar un lado desconocido de un triángulo y así poder hallar el área a triángulos y cuadrados (Capítulo IV).

Con las evidencias anteriores es factible expresar que el estudiante en su mayoría logro comprender en su forma rigurosa el teorema de Pitágoras y la aplicabilidad que este tiene en su cotidianidad, siendo una forma de lograr la contextualización del conocimiento con una apariencia particular, la de situaciones problemáticas reales representadas mediante modelos matemáticos; modelos que se manifiestan cuando se tiene la necesidad de responder preguntas específicas en situaciones reales (Rodríguez, 2010).

Fue así que se notó que cuando los alumnos enfrentaban situaciones problemáticas de momentos de su vida reales expresaban interés siendo capaces de explorar formas, de representarlas en términos matemáticos, de reconocer las relaciones que aparecen en esas representaciones, manipularlas y desarrollar ideas poderosas que se pueden canalizar de una forma positiva hacia la enseñanza de las matemáticas y en este caso particular a la enseñanza de la Geometría que se desea impartir. (Ver ANEXO 8. Fotos 10,13, 20, 24, 28, 29, 31, 33, 35 y 37).

El hecho mismo de que el estudiante tomara la decisión de enfrentar las situaciones problemáticas y fuera consciente de su importancia favoreció su aprendizaje; observándose al final en el desarrollo del postest (Ver Capítulo IV. *Figura* 15) que los alumnos en su mayoría lograron utilizar eficientemente el conocimiento aprendido en un contexto con una situación diferente y novedosa. Apreciándose que el alumno se torna creativo y logra la capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones problemas, viendo el estudio de la Geometría como algo práctico demostrando que ya no le son aburridas ni poco motivadoras, tornándose partícipe y activo en su proceso de enseñanza (Ver Capítulo IV. *Figuran* 14 y su análisis. ANEXO 8. Fotos 3, 4, 9, 11, 12, 14, 26, 41)

Modelar y manipular situaciones de la vida real (Rodríguez 2010) son mecanismos básicos para el conocimiento y dominio de conceptos y técnicas de trabajo necesarios en las matemáticas y en lo que se refiere a la Geometría (ver ANEXO 8. Fotos 3, 4, 10, 29, 31, 40). Es en este tipo de actividades donde puede apreciarse la socialización del conocimiento geométrico, ya que desde el enfoque de resolución de problemas se concibe al conocimiento como una construcción desde el paradigma del trabajo colaborativo, siendo este otro logro propuesto y superado en esta investigación. (Ver *Figuras* 16, 17 y 188. ANEXO N° 8. Fotos 8, 9, 10, 14, 23, 28, 32).

Promoviendo el logro de los objetivos propuestos en el estudio, permitiendo la obtención de los contenidos de una manera formal, pues reunió propuestas y soluciones de las situaciones de varias personas del grupo; aprendiendo cada uno a valorar el conocimiento de los demás miembros. Este trabajo de forma colaborativa incentivo el desarrollo del pensamiento crítico, donde cada uno tenía la oportunidad de evaluar el trabajo del otro y donde el más aventajado le proponía soluciones al menos aventajado: A6. ‘Para dividir el triángulo amarillo en estos dos se le saca la mitad a este cateto y ya queda’. A6. ‘Se puede construir un rectángulo y partirlo por las diagonales para sacar estos dos triángulos’ (ver Figura 14 y 18. ANEXO 8. Fotos 44 y 45) estimulando la apertura mental.

Esta forma de trabajo permitió que el alumno lograra conocer numerosas maneras de ver la información presentada teniendo en cuenta las diferentes presentaciones de la temática (teorema de Pitágoras), fortalece así el sentimiento de solidaridad y respeto mutuo, basado en los resultados del trabajo en grupo, posibilitando el aumento del aprendizaje de cada uno de los alumnos debido a que se enriquece la experiencia de aprender, manifestándose un compromiso de cada uno con todos (Ver fotografía 9, 14, 23, 28 ANEXO 8).

Para terminar, se plantean las recomendaciones para los que quieran replicar o extender este estudio y otro tanto para nuevas investigaciones.

Recomendaciones para los que quieran replicar o extender este estudio:

- La enseñanza de la Geometría debe basarse en la resolución de problemas siendo dinámicos más que estáticos propiciando que las actividades tiendan a enriquecer los conceptos y las imágenes conceptuales de los objetos geométricos que estudian.
- La enseñanza de la Geometría no se debe limitar a la forma como el maestro explica y los alumnos atienden a las explicaciones; se trata de que continuamente se enfrente a los alumnos a tareas que les brinden la oportunidad de construir conceptos, investigar relaciones y explicarlas, probarlas y, de ser posible,

demostrarlas a través de la modelación, haciendo que el aprendizaje se adquiera de una forma significativa.

- La modelación se debe de aplicar como estrategia de enseñanza en el aula de matemáticas, dado que tienda a desarrollar en los alumnos diferentes habilidades: visualización, de dibujo, de comunicación, de razonamiento y de aplicación.
- Hay que tener presente que lo más importante son los alumnos y fomentar el espacio para propiciar una actitud positiva hacia la Geometría en particular y hacia el conocimiento en general es la esencia de la labor del maestro. Y como lo señala Kline. M. (1972) La enseñanza constructiva, como ya hemos señalado, no es nada fácil. Pero no hay caminos fáciles. Para disfrutar la vista desde lo alto de una montaña es preciso escalarla.

Recomendaciones para próximas investigaciones de modelación matemática y del teorema de Pitágoras.

Para próximas investigaciones se propone trabajar los siguientes temas con la metodología de Modelación Matemática (rodríguez, 2010): forma como el alumno redacta por escrito un procedimiento a seguir en una situación matemática; la Clasificación de los triángulos según sus ángulos y según sus lados; el teorema de los catetos; la propiedad de la suma de los ángulos internos de un triángulo; el teorema de Tales.

Además, se propone buscar hacer la misma investigación con una muestra más representativa de alumnos para darle validez estadística a lo investigado y poder extender la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) más ampliamente.

Hacer el estudio en otra institución donde los alumnos tengan mejores recursos tecnológicos en sus hogares, para hacer una comparación de los resultados y así hacer una generalización más confiable de los logros obtenidos.

Empezar hacer una comparación de los resultados que, a obtener los participantes de la experiencia con los ya obtenidos, de las pruebas externas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional e ir elaborando conclusiones con respecto a los beneficios de la Modelación Matemática (Rodríguez, 2003, 2007 y 2010).

Referencias

Alarcón, J., Bonilla, E., Nava, R., Rojano, T. y Quinro, R. (2004). Libro para el maestro, Matemáticas secundaria [Versión electrónica]. Segunda reimpresión. Secretaria de Educación Pública. México. Recuperado Junio 20, 2012, de: http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/pdf/orientaciones/libromaestro.pdf

Allman, G. J. (1976). Greek Geometry from Thales to Euclid. *Arno Press, New York.*

Arcavi, A. y Hadas, Nurit. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. International Journal of Computers for Mathematical Learning.

Artmann. (1996). Euclid–The Creation of Mathematics. Springer. New York. Birch, W.; (1986); *Towards a model for problem-based learning*; Studies in Higher Education, 11, 73-82.

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1983): *Un punto de vista cognoscitivo*. 2° Edición. Editorial Trillas. México.

Azcárate, P. (1997). ¿Qué matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual? Madrid: Investigación en el aula, nº 32.

Bemers, L. (1989). Information Management: A Proposal. Recuperado Enero 29, 2013, de: http://cds.cern.ch/record/1405411/files/ARCH-WWW-4-010.pdf

Biembengut, M. y Hein, N. (2004). La modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática [Versión electrónica] En Educación Matemática 6 (2), 105-125. En http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40516206.pdf

Bishop, A. (1989). Review of Research on Visualitatión in Mathematies Education en Focus on Leaning Problems in Mathematics.

Bishop, A. (1994). Implicaciones didácticas de la investigación matemática. *Antología en Educación Matemática* (Compiladores: Cambray R., Sánchez E. y Zubieta G.).

Blomhøj, M. (2007). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling – Categorising the TSG21 papers en Mathematical applications and modelling in the.

Blum, W. y Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? In: Haines, C. et al. (Eds), Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics. Chichester: Horwood.

Blum, W., Galbraith, L., Henn, W., y Niss, M. (2007). Modelling and aplications in mathematics education.The 14th ICMI Study. New York: Springer.

Bohigas, Jaén y Novell. (2003). *Applets* en la enseñanza de la física. Montse Departament de física i enginyeria nuclear. Universitat Politècnica de Catalunya

Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Revista Internacional de Educación Matemática*

Borba, M.; Malheiros, P.; Zulatto, B. (2007). Educação a distancia online**.** 1 ed. belo

horizonte: autêntica, v. 1, 2007.
Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. ZDM.
Bruner, J. (1997); *La educación, puerta de la cultura*. Ed. Visor; Madrid.
Cabero, J. (1996). *Nuevas tecnologías, comunicación y educación*. EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa, nª 1. Febrero de 1996. URL:http://www.uib.es/depart/gte/revelec1.html.
Cabero Almenara, J. (2007). Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación, Madrid, España: Mc. Graw Hill.
Campos, R. (2007). Educação Estatística**:** uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação. Tese (Doutorado em Educação Matemática). 242 f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
Chadwick, CB: Tecnología educacional para el docente. Paidos Educador, Barcelona, 1987 (20 edc.).
Chevallard, Y. (1992). Concepts fonamentaux de la didactique: perspectives apportées par une aproche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques 121). L pensé Sauvage. Francia
Clame (2007), Acta Latinoamericana de Matematica Educativa. Vol. 20. Año 2007. http://www.clame.org.mx/acta.htm
Clame (2009), Acta Latinoamericana de Matematica Educativa. Vol. 22. Año 2009. http://www.clame.org.mx/acta.htm
Collins, A. (1998) El potencial de las tecnologías de la información para la educación. En C. Vizcarro y J.A. León (eds.): Nuevas tecnologías para el aprendizaje (pp. 29-51). Madrid: Pirámide
Cruz, D. J. (s.f.). La didáctica de las matemáticas: una visión general. Recuperado Octubre 23, 2011 de: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm
Delors, J. (1996). *La educación encierra un tesoro.* Informe a la Unesco de la Comisión Internacional sobre la educación para el siglo XXI, presidida por Jacques Delors. Madrid, Santillana-Unesco.
Díaz, F. (2004). Las rúbricas: su potencial como estrategias para una enseñanza situada y una evaluación auténtica del aprendizaje. Rev. *Perspectiva Educacional*, Instituto de Educación PUCV, Chile, No. 43, primer semestre, págs 51-62.
Duval, R. (1994). *Gráficas y Ecuaciones: Articulación de dos registros. Antología de Educación Matemática*. Departamento de Matemática Educativa. México.
Duval, R. (1998). *Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Investigaciones en Educación Matemática II*. México: Editor F. Hitt, Grupo Editorial Iberoamérica.
Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano, Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle, Instituto de Educación Matemática. Colombia.

Euclides. (300 a.C.). Elements. Opus Elementorum. Ratdol, 1482. Recuperado Octubre 24, 2010 de http://www.euclides.org/menu/edicions/ratdol/index.asp
Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: can it be taught and learnt? Recuperado Octubre 24, 2011 de: http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/viewFile/1620/1087
Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics as to be useful? Educational Studies in Mathematics.
Gagne, R. (1968). Educational technology as a technique. Educational Technology.
Goldenberg, P. y Couco, A. (1998). What is Dynamic Geometry? In: Lehrer, R. y Chazan, D. (Eds.), Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space. LEA, Hillsdale, NJ.
González, P. (2008). El teorema llamado de Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. Recuperado Enero 28, 2012 de: http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_32/8_pitagoras.pdf
Guzmán, de M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. Revista Iberoamericana de Educación. N° 43, pp. 19-5. Recuperado Febrero 24, 2012 de: http://www.rieoei.org/rie43a02.pdf.
Henry, M. (2001). Notion de modèle et modélisation dans l'enseignement. En M. Henry (Ed), Autour de la modélisation en probabilités. Besançon, Francia : Commission Inter-IREM Statistiques et Probabilités PUFC.
Hernández, Fernández y Baptista. (1994). Metodología de la investigación. México: Mc Graw Hill.
Hitt, F. (1997). Visualización matemática. Representaciones, nuevas tecnologías y currículum.
I, Om Og Med Matematik Og Fysik Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11t International Congress on
Mathematical ducation in Monterrey, Mexico, July 6-13, 2008
Jacobini, O. R. (2007). *A modelagem matemática em sua dimensão crítica: novos caminhos para conscientização e ação políticas*. V Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. *Anais.* Ouro Preto, Brasil.
Jiménez M.R.; Sánchez M.A.; De Manuel E.; (2002); *Química cotidiana para la alfabetización científica: ¿ realidad o utopía ?;* Educación Química; 13,(4), pág. 259-266.
Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of internatonal perspectives on modelling in mathematics education. ZDM.
Kepler. (1596). Mysterium cosmographicum. El misterio cósmico. Hay traducción en español publicada por Alianza Editorial, El secreto del Universo.
Loomis, E. S. (1968): The Pythagorean Proposition. Its Demostrations Analyzed and Classified. National.
M. Kline. (1972), *Mathematical thought from ancient to modern times.* Oxford University Press, New York.
Martínez, A. (2000). *Teorema de Pitágoras: originalidad de las demostraciones de E. García Quijano*. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, Vol. 3,

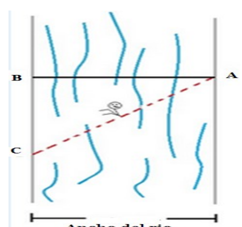
Nº. 2, pp. 277–296, 05–08.
Ministerio de Educacion Nacional.(1998). Lineamientos Curriculares. Recuperado Setiembre 15, 2011 *Ministerio de Educación Nacional* de http://menweb.mineducacion.gov.co/lineamientos/inicio.asp?s=1
Ministerio de Educación Nacional. (2011). Rendición de cuentas Agosto 2010 Noviembre 2011. Recuperado Enero 29, 2013 *Ministerio de Educación Nacional* de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-article-293186.html
National Councilof Teachersof Mathematics. (1989). Principlesand Standardsfor School Mathematics.Reston,VA:NCTM.
National Councilof Teachersof Mathematics. (2000). Principlesand Standardsfor School Mathematics.Reston,VA:NCTM.
Niss M. y Blum M. (2007). Assessing the "phases" of mathematical modelling. Modelling and Applications in Mathematics Education. Boston: Espringer.
Proclo. (V.a.C). En el Sumario de Eudemo.
OldknowA. (1997). Modellinga Garden Sprinkler. The International Journalof Computer Algebra in Mathematics Education 3, 253271.
Rodríguez, R. (2007). *Les équations différentielles comme outil de modélisation en Classe de Physique et des Mathématiques au lycée : une étude de manuels et de processus de modélisation en Terminale S*. Tesis doctoral. Escuela Doctoral de Matemáticas, Ciencias y Tecnologías de la Información. Universidad Joseph Fourier, Grenoble, Francia. Recuperado Febrero 6 ,2011 de: http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/29/22/86/PDF/TheseRuthRdz.pdf
Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y Enseñanza de la Modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* (RELIME), 13 (4-I), 191-210. México.
Rodríguez, R., Quiroz, S. e Illanes, L. (2013). *Competencias de modelación y uso de tecnología en Ecuaciones Diferenciales.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME 26). CLAME: Belo Horizonte, Brasil.
Rutherford, A. (1976). How to Get the Most Out of an Equation Without Really Trying, Chemical Engineering Education
Sancho, J. (1994). Para una tecnología educativa. Horsori, Barcelona.
Santos, Manuel. (2000). Students' approaches to the use of technology in mathematical problem solving.
Strathem, P. (1999). Pitágoras y su Teorema. Recuperado Febrero 26, 2012 de: http://books.google.com.co/books?id=hKYVu3VaWtMC&pg=PA94&lpg=PA94&dq=Strathern,+P.+(1999).+Pit%C3%A1goras+y+su+Teorema&source=bl&ots=x3Pz1msyhr&sig=qoPnmGOnlmFkHq_stEh4mhEj1tA&hl=es&sa=X&ei=B6FpUb2XOMer2QWbroDIDQ&ved=0CG4Q6AEwBw
Slavin, R. (1997). Cooperative Learning: Theory research and practice. Bacon: Ally&Bacon.
UNESCO. (1984). Glossary of educational technology terms. Unesco, París.
Vollrath, H.J. (1976). The place of geometry in mathematics teaching: An analysis of recent developments. Educational Studies in Mathematics, vol. 7.
W. Dunham (1995). El Universo de las Matemáticas. Pirámide.
Zbiek, M., Conner, A (2006). Beyond Motivation: exploring mathematical modeling

mathematical modeling as a context for deepening students' understanding of curricular mathematics. Educational Studies in Mathematics**.** v. 63, n. 1, p.

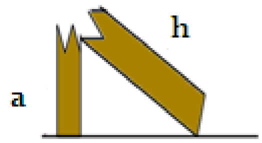
Apéndices

ANEXO 1

Planeación

F e	APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE PITÁGORAS UTILIZANDO LA ESTRATEGIA DE MODELACIÓN A TRAVÉS DEL USO DE *APPLETS* GEOMÉTRICOS				
	Acti-vidad	**Inten- Sidad**	**Descripción**	**Etapa**	**Grupo Experimenta**
II 1	**ACTIVIDAD DIAGNÓS-TICA (PRETEST)** Pregunta 24. Primera fase. Prueba Supérate Con el Saber. Grado 9°. 2012.(Sistema Nacional de Compe-tencias Deporti-vas y Acadé-micas)	Tres horas	Una persona quiere cruzar un rio nadando, de A a B, y la corriente lo desvía en el camino, de A a C, como se muestra en la figura. Si el ancho del rio es 9 m, y la persona en total, nadando, recorre 16 m. ¿Cuánta distancia hay entre B y C 	Etapa N° 1. (SR) Etapa N° 2. (MPC) Etapa N° 3. (MM) (MG) Etapa N° 4. (RG) Etapa N°5. (RPC) Etapa N° 6. (GP)	Hacer la consignación respectiva en la hoja de observador de clase individual y grupal (ANEXO 6 y 7). Revisar el problema Pretest resuelto haciendo el registro de los resultados en la bitácora
II 4	N° Uno	Tres horas	A Camilo le da temor tirarse por la resbaladilla del parque de diversiones, una de las causas es su longitud, la cual ignora 	Etapa N° 1. (SR) Etapa N° 2. (MPC) Etapa N° 3. (MM) (MG) Etapa N° 4. (RG)	De cada una de las etapas se diligencia la hoja de observador de clase individual y grupal (ANEXO 6 y 7).

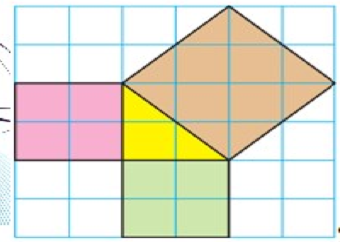
				Etapa N°5. (RPC) Etapa N° 6. (GP)	Hacer el registro de los resultados en la bitácora
II 5	N° Dos	Tres Horas	Alberto necesita impermeabilizar el techo de su casa y le pidió a Oscar una escalera para hacerlo. Alberto le dijo que la pared de su casa mide 2.4 m de alto y que es necesario que la base de la escalera este separada a un metro de la pared. 	Etapa N° 1. (SR) Etapa N° 2. (MPC) Etapa N° 3. (MM) (MG) Etapa N° 4. (RG) Etapa N°5. (RPC) Etapa N° 6. (GP)	De cada una de las etapas se diligencia la hoja de observador de clase individual y grupal (ANEXO 6 y 7). Hacer el registro de los resultados en la bitácora
II 6	N° tres	Tres horas	En el campeonato de fútbol categoría mayores, se hizo la definición del campeón entre los equipos finalistas por tiros de penalti. En la clase de educación física el profesor les pide a sus alumnos que determinen la distancia que recorrió el balón en el último tiro, sabiendo que se estrella en el punto central de la parte superior de la arquería. 	Etapa N° 1. (SR) Etapa N° 2. (MPC) Etapa N° 3. (MM) (MG) Etapa N° 4. (RG) Etapa N°5. (RPC) Etapa N° 6. (GP)	De cada una de las etapas se diligencia la hoja de observador de clase individual y grupal (ANEXO 6 y 7). Hacer el registro de los resultados en la bitácora.
II	**PROBLE-MA**	Tres	Un rayo parte un poste de 500 cm. de longitud cayendo uno de sus extremos sobre el piso, formando un triángulo donde la diferencias entre	Etapa N° 1. (SR) Etapa N° 2. (MPC)	Hacer la consignació n respectiva en la hoja de observador

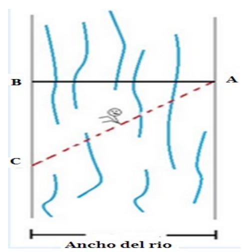
7	**POSTEST**	horas	a y h es 150 cm.  	Etapa N° 3. (MM) (MG) Etapa N° 4. (RG) Etapa N° 5. (RPC) Etapa N° 6. (GP)	de clase individual y grupal (ANEXO 6 y 7). Revisar el problema postest resuelto haciendo el registro de los resultados en la bitácora

ANEXO 2

Actividad diagnóstica (pretest)

Ficha Nº 1





Pregunta 24 Supérate. Grado 9°. Año 2012

Una persona quiere cruzar un rio nadando, de A a B, y la corriente lo desvía en el camino, de A a C, como se muestra en la figura. Si el ancho del rio es 9 m, y la persona en total, nadando, recorre 16 m. ¿Cuánta distancia hay entre B y C

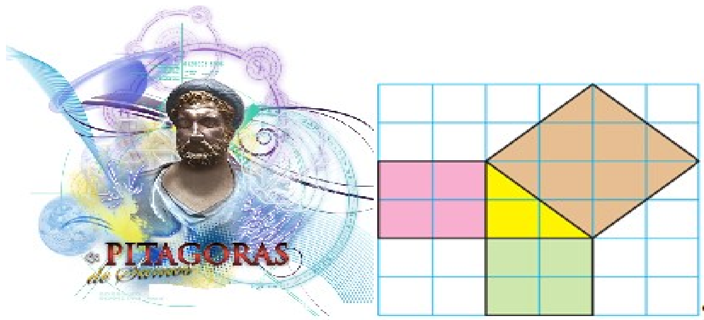
¿Los datos que se te dieron en el problema, son necesarios para averiguar la distancia entre B y C? Sí_____ No______

Justifica tu respuesta____

____

____

Ficha Nº 2



En el siguinte espacio

Dibuja la figura geométrica que se forma con los datos planteados en la situación anterior

¿Como se llama esta figura?:____

¿Cómo son sus lados? ____

¿Cómo se clasifica la figura teniendo en cuenta sus lados? __________________

Mide sus ángulos.

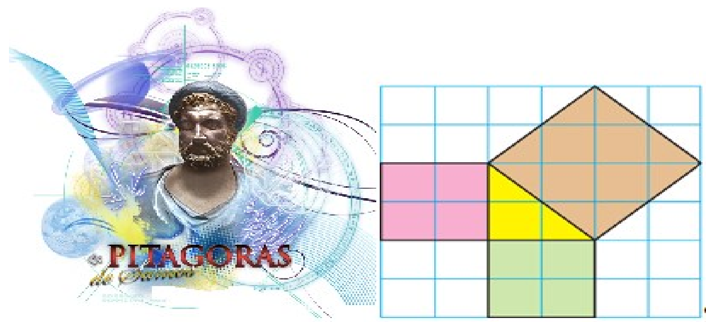
¿Qué nombre le darías a los ángulos que mediste? ________________________

¿Qué clasificación se merece la figura respecto a sus ángulos?

¿Cómo se llaman los dos lados más pequeños de la figura? __________________

¿Cómo se nombra el lado más grande de la figura? _______________________

Ficha Nº 3



Utiliza el siguiente *blog* http://matematicasbelleza.wordpress.com/2012/12/29/presentacion-del-teorema-de-pitagoras/teorema-de-pitagoras-2/, da *click* en el espacio de Teorema de Pitágoras para descargar la presentación. Obsérvala

¿Qué figuras puedes identificar? ____

¿Cómo podría clasificar las figuras teniendo en cuenta sus lados?

¿Cuál sería su clasificación según sus ángulos?

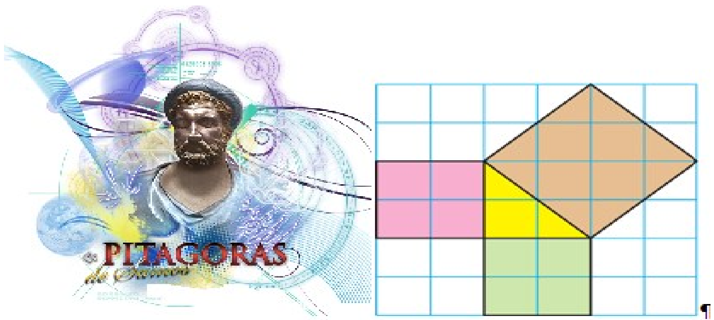
Nombre lo que poseen en común con la figura del problema planteado.

Nombra cada una de las diferencias.

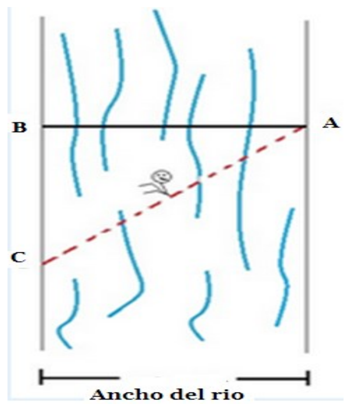
¿Qué procedimiento aplicarías para encontrarle el área a uno de los triángulos?

¿Qué podrías hacerle a la figura para que sea equivalente a la del problema planteado?

Ficha Nº 4



Retomando el dibujo



Colócale a cada lado el nombre que le corresponde. Y los valores que conoces

¿Cuál de estos valores consideras tendrá la distancia entre B y C?

a. $35\sqrt{7}m$

b. 25 m

c. 175 m

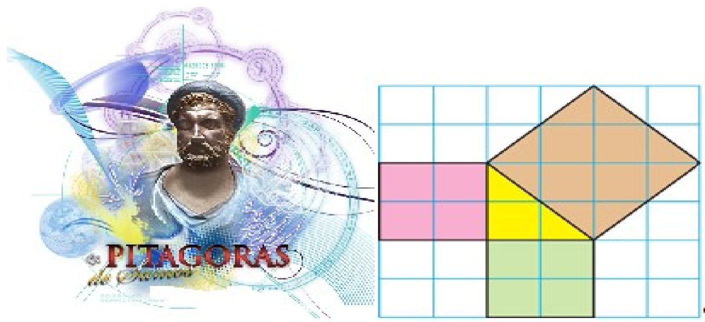
d. $5\sqrt{7}m$

e. 87.5m

Comenta el procedimiento que hiciste para hallar la respuesta correcta

____

Ficha Nº 5

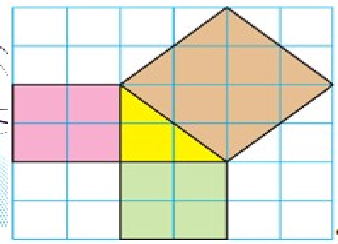


Teniendo en cuenta el triángulo del problema inicial idéate la manera de construir uno de igual forma al de la presentación que descargaste.

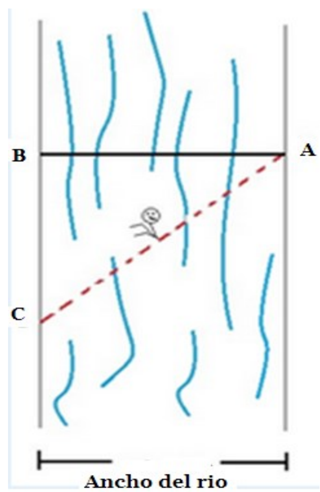
Haz 5 triángulos idénticos a los de la presentación y construye paso a paso el modelo que muestra la presentación.

Explica por escrito todos los pasos que hiciste para poder hacer la construcción y el objeto de esta. _______________________________________

Ficha Nº 6



Ubica todos los valores en el lugar correspondiente en el dibujo,



Retoma la construcción que hiciste

Halla el área del triángulo de la situación

Halla el área de la construcción

¿Encuentras alguna relación entre las dos áreas?

¿Por qué crees que se dio esta relación?

ANEXO 3

Actividades: uno, dos y tres

Actividad uno

Etapa N° 1. Situación real (SR)

Camilo no está seguro de tirarse por la resbaladilla (deslizadero) del parque de diversiones, una de las causas es su longitud, la cual ignora.

¿Cómo le ayudarías a Camilo, a tomar seguridad y poder divertirse?

¿Qué medidas y que puntos puedes ver que nos ayudarían a colaborarle a Camilo a tomar esa seguridad que necesita adquirir?

Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC):

De forma individual en un cartel, van a dibujar la resbaladilla, mencionada en la etapa (SR) y posteriormente da respuesta a las siguientes preguntas:

¿Qué figura ven?

¿Cuántos ángulos?

¿Cuántos lados?

¿Los ángulos son iguales?

¿Los lados son iguales?

¿Qué medida se puede hallar de la resbaladilla para que Camilo con esta dimensión adquiera seguridad?

Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico).

Utiliza el siguiente recurso disponible en internet:

http://www.ies.co.jp/math/java/geo/pythaprob/pythaprob.html

¿Qué figuras ves?

¿Tienen ángulos rectos?

¿Cuánto?

¿Puedes nombrar los lados de la figura?

¿En qué lado de la figura se puede dibujar la resbaladilla?

Dibújala

¿Qué pasa si con el *clic* sostenido mueves el punto P?

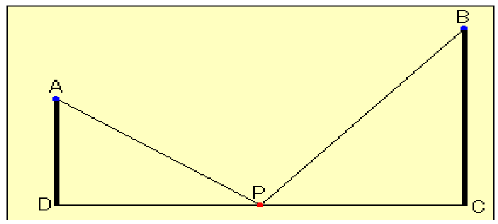
¿Qué lados son los que sufren un cambio al hacer este movimiento?

Elabora una tabla donde registres estos cambios en orden ascendente.

¿Sí pulsas el botón de *Init* en la parte inferior, que valor toma AP+BP?

¿Por qué crees que toma este valor?

¿Qué le dirías a Camilo sobre la dimensión de la resbaladilla para que tenga seguridad y pueda divertirse?



Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG):

A cada estudiante se le entrega una hoja con el dibujo de la resbaladilla

Con la siguiente información:

Alto de la resbaladilla: 1.5 metros.

Distancia de la base de la escalera al final de la resbaladilla: 2.5 metros.

¿Qué figura se forma en la resbaladilla?

¿Qué clasificación le puedes dar y por qué?

¿El alto de la resbaladilla a qué lado de la figura corresponde?

¿La distancia de la base de la escalera al final de la resbaladilla, que lado de la figura remplaza?

¿Cuál de los lados de la figura corresponde a la resbaladilla?

Encuentra el largo de la resbaladilla y escribe lo que tuviste que hacer

Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)

Cada estudiante recortará en cartulina un triángulo (de diferentes dimensiones) colocando en él, la resbaladilla y contestará las siguientes preguntas:

Clasifica los ángulos

Coloca en el dibujo los catetos y la hipotenusa

¿Cuáles son sus medidas?

Con el Teorema de Pitágoras, verifica que se cumpla que: la suma del cuadrado de los dos catetos de un triángulo rectángulo resulta igual al cuadrado de la hipotenusa.

Al final cada estudiante le dirá al grupo el resultado de su verificación.

Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP):

Tienes cuatro resbaladillas halla la medida de daca una de ellas; ¿en cuál o en cuáles le aconsejarías a Camilo que utilice para divertirse?, justifica tu elección

1

Dimensión de la resbaladilla:

¿Le aconsejarías esta?

2

Dimensión de la resbaladilla:

¿Le aconsejarías esta?

¿Por qué?

3

Dimensión de la resbaladilla:

¿Le aconsejarías esta?

¿Por qué?

¿Por qué?

4

Dimensión de la resbaladilla:

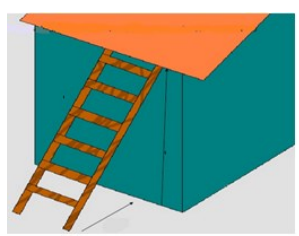
¿Le aconsejarías esta?

¿Por qué?

Actividad dos

Etapa N° 1. Situación real (SR)

Alberto necesita impermeabilizar el techo de su casa y le pidió a Oscar una escalera para hacerlo. Alberto le dijo que la pared de su casa mide 2.4 m de alto y que es necesario que la base de la escalera este separado a un metro de la pared.



¿Cómo le ayudarías a Oscar para que le entregue a Alberto la escalera correcta?

¿Qué medidas puedes encontrar en el problema que le pueda ayudar a Oscar a escoger la escalera para darle a Alberto?

¿Puedes identificar que figura forma la escalera, con la pared y parte del piso?

Si tu respuesta es afirmativa, ¿cuál es esa figura?

Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC):

Haz un dibujo de la figura que se forma con la escalera, la pared y parte del piso.

Mide sus lados, según sus medidas clasifica la figura.

Mide sus ángulos.

¿Hay algún ángulo recto?; si contestaste sí, ¿Cuál? y ¿por qué?

¿Cuáles son los nombres de los lados de la figura?

¿Cuál es el nombre del lado más largo?

¿Qué lado de la figura le corresponde a la escalera?

Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico)

Abre en un navegador de internet la dirección:
http://maralboran.org/wikipedia/index.php/Teorema_de_Pit%C3%A1goras._Aplicaciones

En el título número uno de nombre, Actividad interactiva: Teorema de Pitágoras , da *click* en la palabra mostrar.

¿Qué figuras ves en el dibujo?

Concéntrate en la figura central

Los lados verde y azul ¿cómo los nombrarías?

Al lado rojo ¿Qué nombre le darías?

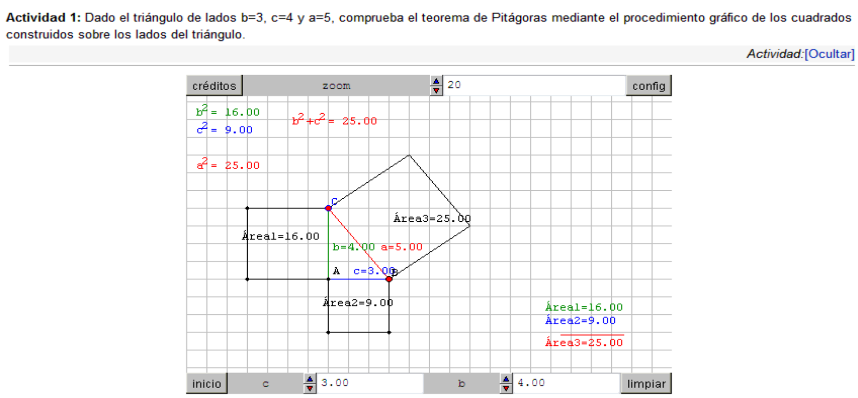
¿Cuál de los lados de la figura central podrían remplazar la escalera que Oscar le debe dar a Alberto para poder impermeabilizar el techo de su casa?

Mueve el vértice C, ¿Qué cambios ves en el dibujo?

Mueve el vértice B, ¿Qué cambios se pueden ver en el dibujo?

¿Qué puedes decir de los cambios que sufre la línea roja?

Supón que los cambios se están haciendo en el alto de la pared y en la separación de la escalera con la pared ¿Qué le recomendarías a Oscar para que la escalera que le entregue a Alberto sea la correcta?



Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG):

Retoma la ayuda de internet de la dirección:

http://maralboran.org/wikipedia/index.php/Teorema_de_Pit%C3%A1goras._Aplicaciones

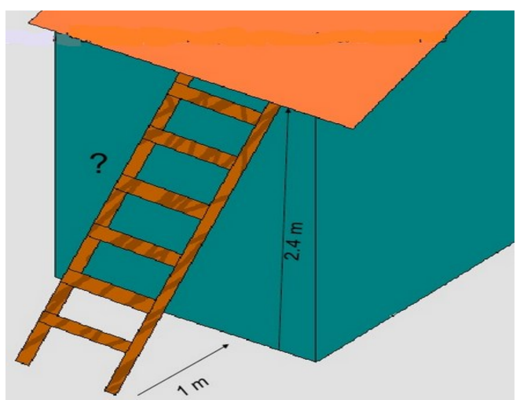
En el título número uno de nombre, Actividad interactiva: Teorema de Pitágoras, da *click* en la palabra mostrar.

Completa la tabla

N°	Cateto a	Cateto b	Hipotenusa	Área del cuadrado pequeño	Área del cuadrado mediano	Área del cuadrado grande
1						
2						
3						
4						
5						

¿Encuentras alguna relación entre las áreas de los cuadrados pequeños y medianos con el cuadrado grande?

Sí tu respuesta es afirmativa escribe esta relación



¿Le podría ayudar a Oscar a escoger la escalera correcta?

¿Cómo lo harías?

¿Cuál sería la longitud de la escalera?

Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)

Dibuja el triángulo que se forma con la escalera, la pared y parte del piso, dibuja en él la escalera que Alberto necesita. Toma una regla y un trasportador y contesta:

¿Cuál es el valor de sus ángulos?

¿Según sus ángulos que nombre recibe este triángulo?

¿Cuál es el valor del cateto mayor?

¿Cuál es el valor del cateto menor?

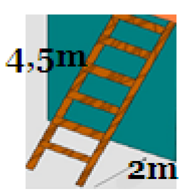
¿En este caso, que dimensión tendría la escalera que necesita Alberto?

Teniendo en cuenta la información de los lados del triángulo ¿cuál sería la clasificación del triángulo?

Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP):

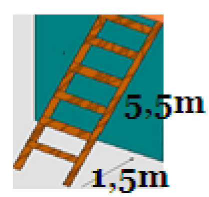
Se te presentan tres escaleras diferentes en posiciones diferentes de la pared y el piso, a los tres ejercicios les falta un dato diferente lo podrías hallar y decir cuál es la más parecida a la que Oscar le entregó a Alberto y por qué?

1



2

3



Dato faltante:	Dato faltante:	Dato faltante:
Es la más parecida	Es la más parecida	Es la más parecida
Por qué	Por qué	Por qué

Actividad tres

Etapa N° 1. Situación Real (S.R)

En el campeonato de fútbol categoría mayores, se hizo la definición del campeón entre los equipos finalistas por tiros de penalti. En la clase de educación física el profesor les pide a sus alumnos que determinen la distancia que recorrió el balón en el último tiro, sabiendo que se estrella en el punto central de la parte superior de la arquería.

¿Qué procedimiento aplicarías para poder dar una respuesta acertada a lo que el profesor te pide?

¿Qué medidas son necesarias para hallar esta distancia? ¿Qué medidas son necesarias para hallar esta distancia?

Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC):

Dibuja en un cartel el gráfico que se formaría con la altura de la arquería, la distancia de la arquería al punto penalti y la distancia que recorrería el balón. Con el gráfico, hecho da respuesta a las siguientes preguntas:

¿Qué figura formaste?

¿Cómo clasificarías la figura?

Nombra los lados de la figura

¿Cuál es el lado de la figura por la que remplazarías la distancia que recorre el balón?

Etapa N° 3: Modelo matemático (Modelo geométrico)

Abre en un navegador de internet la siguiente dirección:

http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/activities/Pyth/Index.html

Mirar en la parte superior de la pantalla los tres interrogantes: ¿Qué?, ¿Cómo? y ¿Por qué?

Observa el gráfico.

Explorar el enunciado ¿Qué? Dando *clic* en él.

En la parte inferior de la pantalla aparece la siguiente información

Recursos para la clase

- Preguntas de exploración
- Discusión Teorema de Pitágoras
- Discusión sobre El explorador de figuras
- El explorador de Pitágoras

Da *clic* en preguntas de exploración y responde estas preguntas por escrito, (si es necesario vuelve a la dirección http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/activities/Pyth/Index.html):

¿Qué define a un triángulo rectángulo?

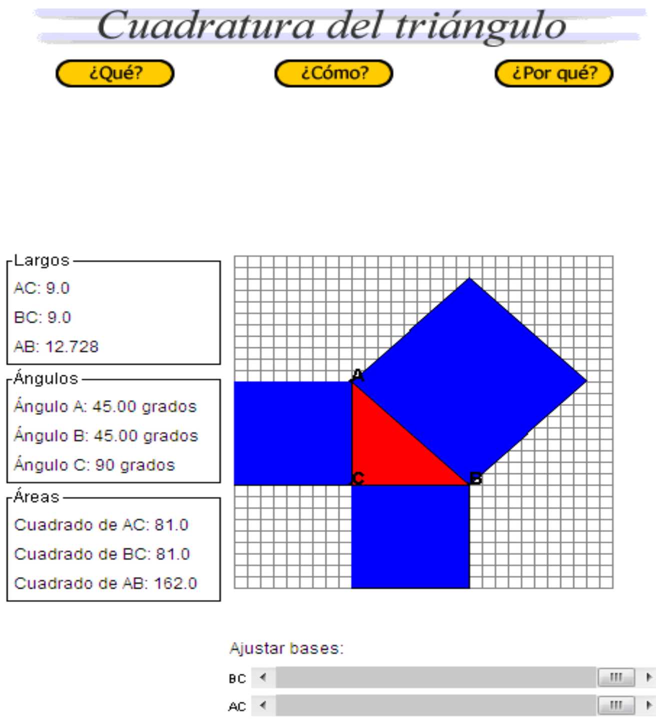
¿Cuál es el área de un cuadrado?

¿Cómo se relacionan los ángulos y sus lados opuestos?

¿Cómo se relacionan los cuadrados azules?

¿Cómo se relacionan los dos ángulos que no son rectos?

¿Cómo se relacionan los lados en el triángulo rectángulo?



Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG):

Abre en un navegador de internet el *blog*: http://rosa-matemtica.blogspot.com/

Da *clic* en el aparte Teorema de Pitágoras y mira el video

Luego de ver el video responde:

¿Clasifica los triángulos que se ven en el video?

¿Cuáles tienen la forma igual al formado con la arquería, la distancia al tiro de penalti y la distancia recorrida por el balón?

¿Por qué?

Construye los triángulos vistos en el video y los que son de igual forma del construido con la arquería, la distancia al tiro de penalti y la distancia recorrida por el balón píntalo de color rojo.

A cada triángulo encuéntrale el área.

Construye el arreglo del video. Dejando una ficha como evidencia donde se muestre todo el proceso de la construcción.

¿Cuántas áreas encuentras en el proceso de su construcción y cuáles son sus valores?

¿Describe el momento en que debiste recurrir al Teorema de Pitágoras para poder encontrar el área determinada?

¿Consideras que el teorema de Pitágoras es útil para aplicarlo en diferentes situaciones de tu vida diaria? Sí, No

¿Por qué?

Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)

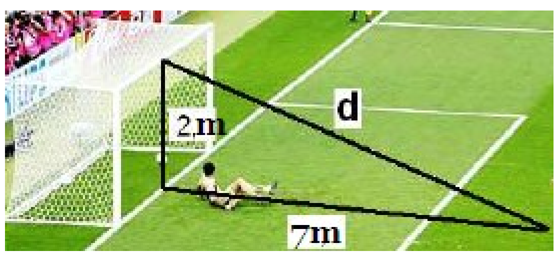
El estudiante construye el triángulo que se formó en la arquería. Colocándole en los catetos respectivos las medidas: alto de la arquería 2.4 m; punto de tiro penalti 10.8m.

La distancia recorrida por el balón ¿a qué elemento del triángulo corresponde?

Utilizando el teorema de Pitágoras, halla la distancia recorrida por el balón.

Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP):

El profesor de educación física les propone a los estudiantes, que ahora hagan la práctica, como si el campeonato fuera en la categoría infantil con las medidas como se muestra en el dibujo.



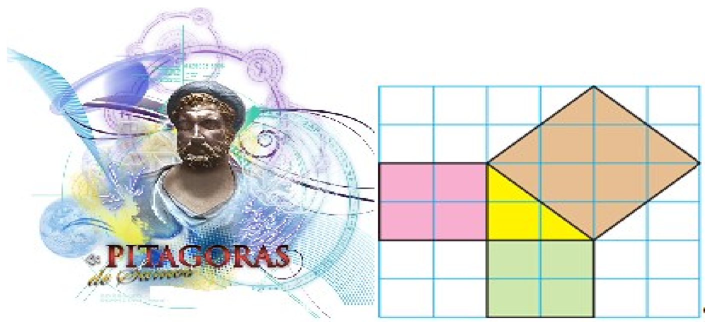
¿Cuál es la distancia recorrida en este caso por el balón?

Describe el proceso que hiciste para encontrar este valor

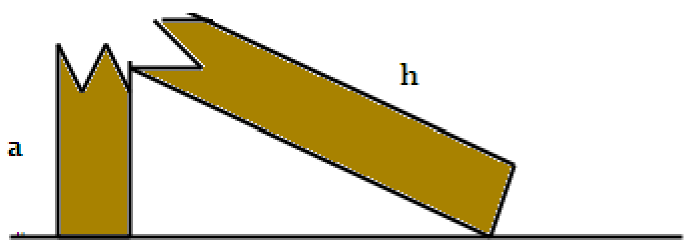
ANEXO 4

Problema postest

Ficha Nº 1



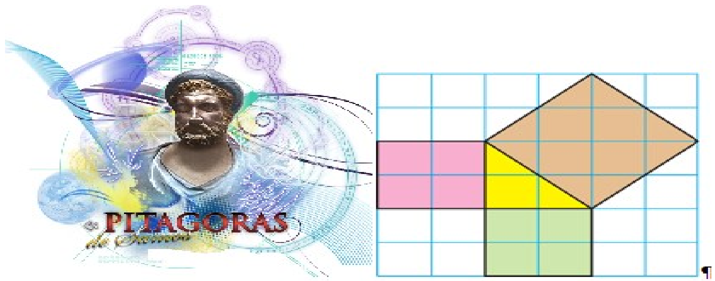
Un rayo parte un poste de 500 cm. de longitud cayendo uno de sus extremos sobre el piso, formando un triángulo donde la diferencias entre a y h es 150 cm.



¿Puedes averiguar cuál es la altura del trozo del poste que quedó en pie?______________

¿Cómo lo harías?____

Ficha Nº 2

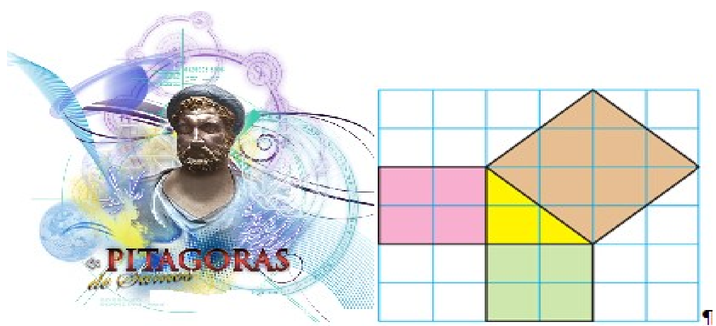


Teniendo en cuenta la situación anterior utiliza cartulina y haz la figura que formo el poste al caer.

¿Como se le puede clasificar a la figura, y por qué?:________________________

Con tus propias palabras haz una descripción de esta figura__________________

Ficha Nº 3



Utiliza este recurso de internet que tiene como fin demostrar el Teorema de Pitágoras blo*g*: http://rosa-matemtica.blogspot.com/, da *clic* en el espacio de rompecabezas. Observa el video detenidamente.

Se les hace entrega a los estudiantes de las piezas que muestra el video, para que responda:

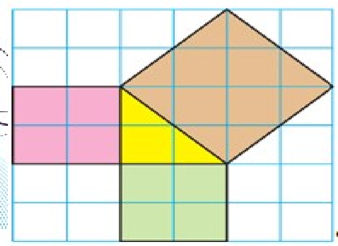
¿Qué figuras puedes identificar? ____

¿Cuál de las cuatro piezas tienen algunas similitudes con la que formó el poste al caer? ____

Nombra las similitudes____

¿Qué recursos utilizarías para hallarle el área a cada pieza? __________________

Ficha Nº 4



Retoma la pieza vista en el video similar a la formada en el poste caído.

Dibuja, en ella el poste caído.

¿Qué nombre le darías a la parte del triángulo que corresponde al poste que quedó en pie?____

¿Cuál es el nombre de la parte del triángulo que corresponde al poste caído? _____

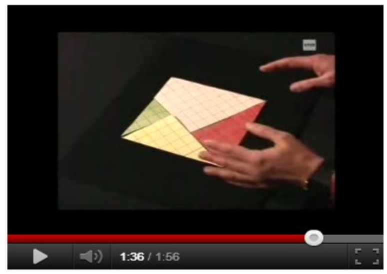
¿Qué podrías decir de este lado del triángulo? ______________________________

¿Cuál sería el área del triángulo que se forma con el poste? __________________

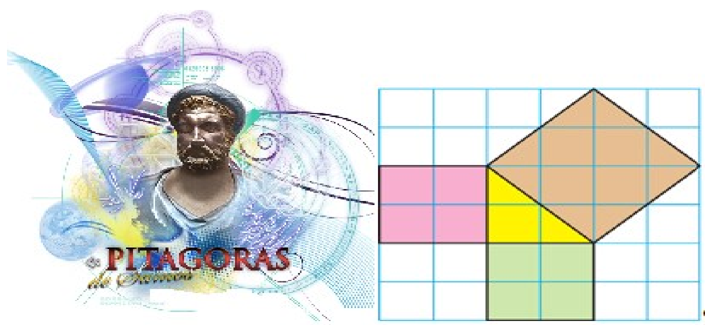
Halla el área de cada una de las cuatro piezas del rompecabezas mostradas en el video____

¿Cuál es el área de la figura construida con las cuatro piezas? _________________

¿Qué relación puedes encontrar entre el resultado de las áreas de las cuatro piezas y el área de la figura final?

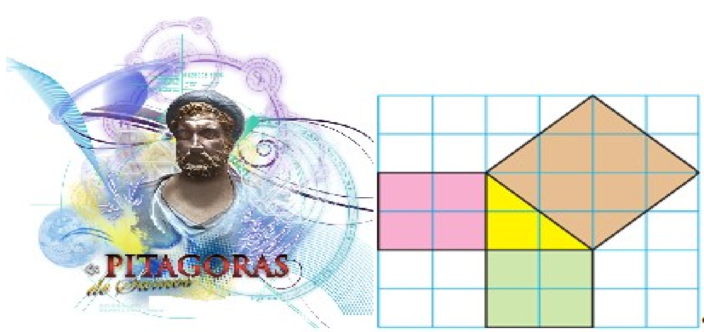


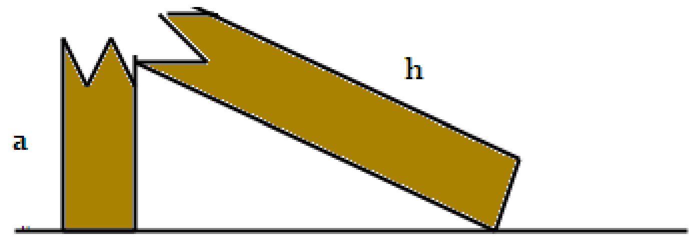
Ficha Nº 5



En la pieza del rompecabeza que tiene similitud con la del poste caido, dibuja el poste caido, colócale los nombres a cada lado; y el valor de sus ángulos, di cuál de los tres ángulos es recto.

Ficha Nº 6





Ubica los valores en el dibujo, correspondientes a cada lado y comprueba que cumplan con las características del teorema de Pitágoras. ____________________

ANEXO 5

Bitácora

Nota: A la actividad cumplida por el alumno se marcará con una X. Teniendo muy presente que en la casilla de observación se hará un comentario detallado del comportamiento del alumno al desarrollar el aspecto correspondiente

Problema: Pretest

Problema: Pretest	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**Observaciones**
Etapa N° 1. Situación real (SR)							
Responde: ¿Los datos que se te dieron en el problema, son necesarios para averiguar la distancia entre B y C?	X	X	X	X	X	X	Las repuestas de todos los estudiantes fueron afirmativas, A4 y A6 comparten comentarios al respecto, así como A2 y A3. Los estudiantes A1 y A5 fueron muy independientes en sus justificaciones las hacen guardando silencio sin hacer ningún tipo de comentario
Justifica la respuesta anterior	X	X	X	X	X	X	En la justificación hacen ver que tienen conocimiento sobre la forma de cómo hallar el valor desconocido y que la información brindada es suficiente.
Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC)							
Hace el dibujo planteado	X	X	X	X	X	X	Dedicaron tiempo para hacer esta construcción, identificando cual era la figura que debían construir, se confundieron por la forma del río que era un rectángulo, y fue así que A2. Dibujó el rectángulo con el triángulo

							dentro y A3. Hubo la necesidad de hacerle ver que en la pregunta se pedía hacer el dibujo con los datos planteados en el problema.
Responde: ¿Cómo se llama esta figura?	X	X	X	X	X	X	Todos los alumnos responden correctamente como se llama la figura sin ninguna dificultad incluso A2 complementa que es un triángulo rectángulo.
Responde: ¿Cómo son sus lados?	X	X	X	X	X	X	Todos responden correctamente que los lados son desiguales.
Clasifica la figura teniendo en cuenta sus lados	X		X	x	X	X	A1, A3, y A4 contestan acertadamente, A5 falla en la respuesta dice que es equilátero y A2 no contesta. A4 y A6 demuestran dominar bastante el tema sobre triángulos y su clasificación.
Mide sus ángulos	X		X	x	X	X	A4, A5 y A6 miden correctamente los ángulos A4 no necesitó ayuda para hacerlo, pero A5 y A6 solicitan que les recuerde como ubicar el transportador, pero inmediatamente recuerdan. A1 y A3 los miden, pero no lo hacen correctamente y A2 no lo intenta.
Nombra los ángulos que midió			X	x	X	X	A4, A5 y A6, nombran correctamente los ángulos según su amplitud. A3 sólo nombra correctamente el ángulo recto, A1y A2 no contestan.
Clasifica la figura respecto a sus ángulos							Ningún estudiante contesta esta pregunta, aducen no recordar y A1. Complementa que el nombre se encuentra en el cuaderno del año pasado.
Nombra los lados más pequeños de la figura			X				Sólo A3. Contesta esta pregunta los demás no lo recuerdan indagan entre sí y ninguno sabe contestar A3. Cuando estaba en la ficha 4 recuerda el nombre correctamente.

Nombra el lado más grande de la figura		X	X	x	X	X	Todos con excepción de A1 contestan la pregunta y lo hacen correctamente.
Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico)							
Demuestra habilidad para abrir el navegador	X	X	X	x	X	X	No presentaron ningún problema para abrir la página. Pero hubo la necesidad de ubicarlos en el sitio donde se debía de dar clic para descargarla. Para esta actividad se presentó una dificultad ya que hubo la necesidad de desplazar los alumnos a la sala de cómputo dado que el internet con el que se cuenta en la institución sólo tiene una cobertura de dos metros y el aula se encuentra a seis metros.
¿Qué figuras puedes identificar?						X	Al responder esta pregunta se confundieron un poco dado que no sólo tomaron en cuenta los cinco triángulos, sino que observaron inclusive las figuras que se formaron con ellos y el cuadrado que se formó en la hipotenusa A6, A5, A4, A3, A1 lo confundieron con un rombo. A1. Además de contestar triángulo, cuadrado y rombo vio un trapecio; el único que contestó correctamente fue A2.
Clasifica las figuras teniendo en cuenta sus lados	X	X	X	x	X	X	Para hacer la clasificación de la figura sí fijaron su atención en los triángulos, sólo A4 y A6 contestaron correctamente, A5 y A2 dicen que son equiláteros y A3 y A1 lo clasifican como escaleno.
Clasifica la figura según sus ángulos	X						Esta pregunta sólo la contesta A1 y lo hace incorrectamente diciendo que es un triángulo obtuso. Todos los estudiantes divagan varios minutos en esta pregunta y no lograron recordar el nombre del triángulo.
Nombre los aspectos que tienen en común las figuras de la presentación, con la figura del	X	X	X		X	X	Solo pudo determinar que lo que tenían en común era su forma de triángulo, no se detuvieron en analizar los tipos

problema planteado.							de ángulos y que los dos triángulos eran rectángulos.
Nombra cada una de las diferencias que tienen las figuras de la presentación, con la figura del problema planteado.	X	X	X		X	x	A6 y A4 tuvieron en cuenta la clasificación de los triángulos según sus lados, que uno era escaleno y el otro era isósceles, a diferencia de los otros cuatro estudiantes, sólo tuvieron presente la posición.
Responde: ¿Qué procedimiento aplicarías para encontrarle el área a uno de los triángulos?	X	X	X	X		x	A4, A6 y A1 hacen la anotación de la fórmula del área recordándola y anotándola sin vacilación, a A1 le falta sobre dos. A2 comenta que es necesario medir con el transportador para hallar la medida.
Responde: ¿Qué podrías hacerle a la figura para que sea equivalente a la del problema planteado?	X	X	X	X	X	X	No lograron identificar que se podría trazar la altura y cortarlo, obteniendo como resultado dos triángulos como el del problema planteado. Todos estuvieron de acuerdo en que había que cambiarle de posición a la figura.
Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG)							
Coloca a cada lado de la figura el nombre que le corresponde		X	X	x	X	X	A4, A5, A2 y A6 sólo ubicaron la hipotenusa logrando colocar el nombre del lado más largo el de la hipotenusa los otros dos no contestaron nada.
Coloca en la figura, en el lugar que le corresponde los valores que conoce		X	X	x	X	X	A6 y A5 lograron ubicar con precisión los valores conocidos en la figura. A1 no ubicó ninguno y A3 sólo ubicó el valor de un cateto; Lina por su parte hizo una ubicación de los valores no muy adecuada clocándole valores a todos los lados de la figura sin ninguna precisión.
Elige la respuesta correcta				x	X	x	A6 y AA4 colocan otra respuesta diferente a las planteadas (4,5 m). A5 señala la b que no es correcta y A2, A3 y A1 no contestan.

Comenta el procedimiento que hizo para hallar la respuesta correcta				X	X	x	A4 y A6 contestan que: observé la imagen e imaginé que la distancia de B a C era la anterior y A5 dice que sí, la persona sumando lo que nadó y lo que se desvió sumaron 25m.
Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)							
Elabora la figura con las indicaciones indicadas							No lograron descubrir que si tomaban dos triángulos como el del problema inicial y los unían por su altura lograban construir un triángulo equivalente al de la presentación.
Elabora correctamente el modelo de la presentación	X	X	X	x	X	x	Observaron paso a paso la presentación e hicieron la construcción pedida de una forma correcta. A1 tuvo que despegar los triángulos ya que empezó a pegar desde cuando se ubicaron los triángulos en los catetos, sin terminar de ver la presentación.
Explica por escrito todos los pasos que hizo para hacer la construcción							Todos los alumnos hacen una descripción detallada del proceso que hicieron en la construcción
Describe el objeto de la construcción							Solo dos alumnos (A4 y A6) enuncian que el objeto era construir el teorema de Pitágoras
Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP)							
Halla el área del triángulo de la situación							A1 no lo sé hacer. A2 no lo sé hacer. A3. A4. halla correctamente el área requerida. No lo sé hacer A5. No lo sé hacer A6. Halla correctamente el área requerida
Halla el área de la construcción							A1. No lo sé hacer. A2. No lo sé hacer. A3. No lo sé hacer. A4. Halla correctamente el área requerida. A5. No lo sé hacer. A6. Halla correctamente el área requerida.

Responde: ¿Encuentras alguna relación entre las dos áreas?							A1. No lo sé hacer. A2. No lo sé hacer. A3. No lo sé hacer. A4. Que los otros dos cuadros menores dan lo mismo que el grande. A5. No lo sé hacer. A6. Que el área de cada uno es el doble ejemplo. El cuadrado del triángulo.
Responde: ¿Por qué crees que se dio esta relación?							A1. No lo sé hacer. A5. No lo sé hacer. A4. Se dio porque los dos pequeños unidos dan lo mismo que el grande. A2. No lo sé hacer. A6. Porque se utilizaban en cada proceso el doble de triángulo que la del primero.

Actividad uno:

Problema: Camilo y la resbaladilla	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**Observaciones**
Etapa N° 1. Situación real (SR)							
Responde adecuadamente la pregunta: ¿Cómo le Ayudarías a Camilo, a tomar seguridad y poder divertirse?	X	X	X	x	X	X	Los alumnosA3, A4 y A6. Hicieron referencia a la altura de la resbaladilla. Los otros tres: A1, A2, A5, hicieron un comentario muy alejado de las dimensiones de la resbaladilla.
Responde acertadamente la pregunta:¿Qué medidas y que puntos puedes ver que nos ayudarían a colaborarle a Camilo a tomar esa seguridad que necesita adquirir	X	X	X	x	X	x	Todos los estudiantes dan una repuesta muy alejada a la que se esperaba mencionando algo así como los ángulos, todos son desiguales que no tiene un ángulo recto y que tiene tres puntos (A6).
Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC)							
Dibuja la resbaladilla mencionada en la (SR) correctamente	X	X	X	x	X	X	Todos los alumnos hacen el dibujo de la resbaladilla, sólo dos estudiantes hacen el triángulo con un ángulo recto los otros hacen un triángulo obtusángulo. En el dibujo se ve en perspectiva y no se observa los ángulos

							rectos.
Responde: ¿qué figura ves?	X	X	X	X	X	X	Los alumnos A2 y A4 responden sólo que un triángulo, el resto de ellos complementa que es un triángulo escaleno, dejan de lado la clasificación según los ángulos, la del recto.
Responde: ¿Cuántos ángulos?	X	X	X	X	X	X	Todos los alumnos contestan correctamente que son tres ángulos.
Responde: ¿Cuántos lados?	X	X	X	x	X	X	Todos los alumnos contestan correctamente que son tres lados.
Responde: ¿Los ángulos son iguales?	X	X	X		X	x	Todos contestan correctamente que no son iguales los ángulos.
Responde: ¿Los lados son iguales?							Todos contestan correctamente que no son iguales los lados
Responde: ¿Qué medida se puede hallar de la resbaladilla para que Camilo con esta dimensión adquiera seguridad?							Los alumnos A2. A5 y A6 contestan correctamente que es la hipotenusa y el alumno A3, le agregar a la respuesta los catetos.
Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico)							
Demuestra habilidad para abrir el navegador	X	X	X	X	X	x	No demuestran dificultad para abrir el navegador, aunque la señal de la red está muy deficiente.
Responde: ¿Qué figuras ves?	X	X	X	X	X	X	Todos contestan que ven dos triángulos
Responde: ¿Tienen ángulos rectos?	X	X	X	X	X	X	Logran identificar el ángulo recto.
Responde: ¿Cuántos?	X	X	X	X	X	X	Demuestran que tienen claridad en identificar el ángulo recto.

Responde: ¿Puedes nombrar los lados de la figura?	X	X	X	X	X	X	A diferencia del Pretest ya aquí pudieron nombrar correctamente los lados del triángulo rectángulo sin problemas.
Responde: ¿En qué lado de la figura se puede dibujar la resbaladilla?	X	X	X	X	X	X	Solo los alumnos A2 y A3 logran responder correctamente que es en la hipotenusa, los demás responden que en el lado izquierdo. Y A1 no contesta.
Dibuja la resbaladilla según las instrucciones	X	X	X	X	X	X	Los alumnos A5 y A6 hacen el dibujo correcto A6. Con su dibujo hace ver que tiene dificultades con la lateralidad en el papel teniendo en cuenta la repuesta de la pregunta anterior. Los demás alumnos hacen el triángulo pero sin la resbalailla.
Responde: ¿Qué pasa si con el clic sostenido mueves el punto P?	X	X	X	X	X	X	Todos están de acuerdo que cambian los lados y los ángulos, así como su inclinación. Los alumnos A1 y A3. Tienen en cuenta los valores que van cambiando, los demás los omiten.
Responde: ¿Qué lados son los que sufren un cambio al hacer este movimiento?	X	X	X	X	X	X	A4, A5 y A6 responden correctamente que son la hipotenusa y uno de los dos catetos. A2 y A3, sólo se fijan en la hipotenusa y A1 menciona la hipotenusa y los dos catetos.
Elabora la tabla indicada correctamente	X	X	X	X	X	X	A4, A5, A6 Hacen la tabla correctamente, A1, A2 y A3 no comprenden la instrucción y hacen los gráficos.
Responde: ¿Sí pulsas el botón de Init en la parte inferior, que valor toma AP+BP?	X	X	X	X	X	X	Sólo A4 no comprende que hay que sumar los valores de AP y BP haciendo una presentación separada de estos los demás responden correctamente.
Responde: ¿Por qué crees que toma este valor	X	X	X	X	X	X	A3 y A4 no contestan acertadamente, su respuesta no tiene nada que ver con la pregunta. Los demás alumnos están de acuerdo de que es el centro.

Responde: ¿Qué le dirías a Camilo sobre la dimensión de la resbaladilla para que tenga seguridad y pueda divertirse?	X	X	X	X	X	X	Da respuestas muy variadas A1. Si ya que es por el beneficio de él y si yo tengo la respuesta ¿por qué no decirla? A2. Que depende de la inclinación también será su velocidad. A3. Ya no puede tener miedo y que la altura de la resbaldill no es mucho, además la inclinación de la hipotenusa en el triángulo que éste está formando es segura y no hay por qué tener miedo. A4. Que afronte el reto ya que la inclinación de la resbaladilla no es muy superior y así no tendrá mucho impulso así que no corre peligro. A5. Teniendo la medida de sus ángulos, los lados, su inclinación se podría decir que la resbaladilla en si su hipotenusa donde Camilo se resbalara no tendría tanta velocidad debido a su inclinación y a la altura de la resbaladilla. A6. Que afronte el reto ya que la inclinación de la resbaladilla no es muy alta y así no tendrá mucha velocidad al resbalarse.
Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG)							
Responde: ¿Qué figura se forma en la resbaladilla	X	X	X	x	X	X	Todos los estudiantes responden que un triángulo, sólo A5 complementa la respuesta teniendo en cuenta su clasificación por los ángulos y los lados contestando que es un triángulo rectángulo escaleno.
Responde: ¿Qué clasificación le puedes dar y por qué?	X	X	X	X	X	X	Los estudiantes A4 y A6 tienen en cuenta la clasificación del triángulo teniendo en cuenta sus lados y sus ángulos, pero no justifican su respuesta. Los otros estudiantes sólo tienen en cuenta sus lados y justifican su repuesta.
Responde: ¿El alto de la resbaladilla a qué lado de la figura corresponde?	X	X	X	X	X	X	A3 y A6. Responde acertadamente los demás se confunden porque en ese lugar se encuentra la escalera o también mencionan el lado izquierdo.

Responde: ¿La distancia de la base de la escalera al final de la resbaladilla, que lado de la figura remplaza	X	X	X	X	X	X	Todos los estudiantes aciertan que pertenece a un cateto.
Responde: ¿Cuál de los lados de la figura corresponde a la resbaladilla	X	X	X	X	X	X	Todos contestan acertadamente diciendo que es la hipotenusa, demostrando así con la pregunta anterior y ésta que ya tienen claro los nombres de los lados de un triángulo rectángulo.
Encuentra el largo de la resbladilla	X		X	x	X	X	A3 y A5 Encuentran el largo de la resbaldilla. A2 No contesta y los demás dicen que no tienen conocimientos para encontrar este valor.
Describe correctamente el proceso para hallar el valor de la resbaladilla							Sólo A3 describe el procedimiento y lo hace correctamente
Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)							
Clasifica los ángulos	X	X	X	x	X	x	A2, A3 y A5 Demuestran no tener dificultad en la clasificación de ángulos los demás responden que todos son agudos.
Coloca en el dibujo los catetos y la hipotenusa	X	X	X	X	X	X	Todos colocan con certeza los nombres de los lados del triángulo rectángulo.
Responde: ¿Cuáles son sus medidas?	X	X	X	X	X	X	Todos contestan acertadamente cuáles son las medidas de los lados
Verifica el Teorema de Pitágoras	X	X	X	X	X	X	Hacen la verificación correctamente.
Expone su verificación	X	X	X	X	X	X	Exponen con toda seguridad su verificación.
Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP)							

Halla la medida de daca resbaladilla	X	X	X	x	X	X	Sólo A3. Encontró correctamente los cuatro valores de la resbaladilla. A2, A4, A5 y A6 fallaron en el cuarto valor y A1 sólo acertó en el primer valor.
Le aconseja a Camilo la (s) resbaldilla (s) correctas	X	X	X	X	X	X	Todos los estudiantes confunden el largo de la resbaladilla con el alto, ninguno le aconseja a Camilo la resbaladilla correcta.
Justifica correctamente la elección de la resbaladilla	X	X	X	X	X	X	Al no hacer la elección correcta no hace tampoco la justificación adecuada

Actividad dos

Problema: Alberto necesita impermeabilizar el techo de su casa y le pidió a Oscar una escalera para hacerlo	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**Observaciones**
Etapa N° 1. Situación real (SR)							
Responde: ¿Cómo le ayudarías a Oscar para que le entregue a Alberto la escalera correcta?	X	X	X	x	X	X	A1. Para que sea la escalera correcta se deben hacer algunas operaciones matemáticas y así buscar la escalera que cumpla con las características dadas. A2. Que Oscar le diga a Alberto que le dé una que mida 3 m. A3. Recomendándole la escalera más larga. A5. Le diría que tenga en cuenta la altura de la escalera. A6 Ayudándole a saber el valor de la escalera.
Responde: ¿Qué medidas puedes encontrar en el problema que le pueda ayudar a Oscar a			X				A2. 2,4 y un metro de la pared. A3. La base de la escalera y la altura de la pared. A1 y A6. La base mide un metro y la altura 2,4m. A5. Menciona las dos medidas

escoger la escalera para darle a Alberto							que da la situación real y la complementa con el valor de la hipotenusa
Responde: ¿Puedes identificar que figura forma la escalera, con la pared y parte del piso?	X	X	X	x	X	x	Todos los alumnos responden afirmativamente.
Responde: ¿Cuál es esa figura?	X	X	X	x	X	x	Todos los alumnos identifican correctamente la figura como un triángulo. A5. Dice que es un triángulo escaleno. A6. Un triángulo rectángulo escaleno. Complementa.
Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC)							
Hace el dibujo de la figura de forma correcta	X	X	X	x	X	X	Hacen la figura de la situación de una manera correcta.
Mide los lados de la figura	X	X	X	x	X	x	Todos miden acertadamente los lados del triángulo.
Clasifica la figura según sus lados	X	X	X	x	X	X	Todos los alumnos contestan que el triángulo es escaleno demostrando que tienen muy claro la clasificación de los triángulos según sus lados.
Mide sus ángulos	X	X	X	x	x	x	Ya en esta actividad los alumnos no demuestran dificultad al medir los ángulos del triángulo, solo A2 se mostraba inseguro con un ángulo, pero con el concepto de que la suma de los ángulos interiores de un triángulo debe de ser 180° pudo lograr terminar bien esta medición.
Responde: ¿Hay algún ángulo recto?	X	X	X	x	X	x	Todos los alumnos contestan afirmativamente
Identifica el ángulo recto	X	X	X	x	X	X	Todos identifican con facilidad el ángulo recto.
Justifica por qué el ángulo se clasifica como recto	X	X	X	X	X	X	Los alumnos demuestran saber que los ángulos rectos miden 90° grados. A2. Porque es una pared tiene que ser

							recto.
Nombra los nombres de los lados de la figura	X	X	X	X	X	X	Cada que avanzan las actividades contestan con más seguridad el nombre de los lados de la figura.
Responde: ¿Cuál es el nombre del lado más largo?	X	X	X	X	X	X	Identifican claramente el nombre del lado más largo de la figura.
Responde: ¿Qué lado de la figura le corresponde a la escalera?	X	X	X	X	X	X	Ubican correctamente el lado que correspondería a la escalera.
Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico)							
Demuestra habilidad para abrir el navegador	X	X	X	X	X	X	Todos los alumnos son hábiles en el manejo del navegador y del *appets.*
Responde: ¿Qué figuras ves en el dibujo?	X	X	X	X	X	X	Identifican correctamente las figuras del *appets.*
Nombra los lados verde y azul	X	X	X	X	X	X	Identifican claramente que los lados verdes y azules son los catetos.
Nombra el lado rojo	X	X	X	X	X	X	Nombran correctamente el lado rojo como la hipotenusa.
Responde: ¿Cuál de los lados de la figura central podrían remplazar la escalera?	X	X	X	X	X	X	Relacionan bien la figura con la situación diciendo correctamente que la escalera corresponde a la hipotenusa. A2. No tiene claro la situación contesta que el verde corresponde al cateto.
Identifica los cambios que tiene la figura al mover el vértice C.	X	X	X	X	X	X	A1. Cambia el área de los cuadrados, un cateto y la hipotenusa. Que cambia de medida y de dirección. A2. A3. Que uno mueve este vértice y la figura va aumentando o disminuyendo. A6. Cambia el área de dos

							cuadrados y el triángulo
Identifica los cambios que tiene la figura al mover el vértice B.	X	X	X	X	X	X	A1. Lo mismo que el anterior pero diferentes cuadrados y catetos. A2. También cambia de medida dos cuadrados y el triángulo. A3. Que el área del triángulo y el de los dos cuadrados van cambiando. A6. Ocurre lo mismo que en el anterior.
Responde: ¿Qué puedes decir de los cambios que sufre la línea roja?	X	X	X	X	X	X	A1. Si la hipotenusa cambia un cateto también y la línea roja permanece intacta. A2. Que cambia de dirección si es con la C cambia a triángulo escaleno y con la B a triángulo. A3. Que la hipotenusa de este triángulo va creciendo y el área del triángulo cambia. A6. Que ésta, aunque cambie va hacer mayor que los catetos.
Responde: Supón que los cambios se están haciendo en el alto de la pared y en la separación de la escalera con la pared ¿Qué le recomendarías a Oscar para que la escalera que le entregue a Alberto sea la correcta	X		X	x	X	x	A1. Que su escalera debe tener una inclinación adecuada para que cumpla con los requisitos. A2. No contesta. A3. Que la escalera debe medir 5 m por que 5 dividido 2 es igual a 2,5 y si la pared mide 2,4 de altura, el metro que sobre es el de la distancia de la pared. A6. Que debe de elevar los dos catetos y sumarlos y el resultado de ésta le saca raíz cuadrada y ésta será el valor de la escalera.
Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG)							
Demuestra habilidad para abrir el navegador	X	X	X	x	X	X	Todos los alumnos son hábiles en el manejo del navegador y del *appets.*
Completa correctamente la tabla indicada	X	X	X	X	X	X	A1, A2. A3 llena correctamente la tabla. A6 llena correctamente la tabla.
Responde: ¿Encuentras alguna relación entre las áreas de los cuadrados pequeños y medianos con el cuadrado grande?	X	X	X	X	X	X	Responden afirmativamente.

Escribe la relación entre las áreas de los cuadrados	X	X	X	X	X	X	A1. En algunas ocasiones el cuadrado pequeño y el grande midieron lo mismo. A2. Que al sumar los dos cuadrados mida el área del grande. A3. Si porque al sumar el área de los dos cuadrados pequeños, es igual al área de el cuadrado grande. A6. Que cuando movemos los puntos el área del mediano pasa a ser el del pequeño.
Responde: ¿Le podría ayudar a Oscar a escoger la escalera correcta?	X	X	X	X	X	X	Sus respuestas son afirmativas.
Responde: ¿Cómo lo harías?	X	X	X	X	X	X	A1. Teniendo todas las medidas correctas para saber que escalera es. A2. Midiendo los ángulos para hallar la medida. A3. Le diría que escoja la de 5 m porque al dividir 5 es igual a 2,5 y el metro que sobre, es el de la pared. A6. Elevando los catetos al cuadrado y la suma de estos dos le saco raíz.
Responde: ¿Cuál sería la longitud de la escalera?	X		X	X	X	X	A2. No contesta. A3. Contesta 5 m siendo una respuesta errada. A1, A6. Contesta correctamente que es 2,6.
Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)							
Dibuja la figura con las indicaciones dadas	X	X	X	X	X	X	Hacen las figuras correctamente.
Responde: ¿Cuál es el valor de sus ángulos?	X	X	X	X	X	X	Miden adecuadamente los ángulos.
Responde: ¿Según sus ángulos que nombre recibe este triángulo?	X	X	X	X	X	X	A1, A2, A3, A6 Identifican muy bien el nombre de un triángulo que tiene un ángulo recto.
Da el valor del cateto mayor	X	X	X	X	X	X	A3. Confunde el valor del cateto por el valor de un ángulo. A1, A2, A6. Contesta correctamente.
Da el valor del cateto menor	X	X	X	X	X	X	A3. Confunde el valor del cateto por el valor de un ángulo. A1, A2, A6. Contesta correctamente.

Responde: ¿En este caso, que dimensión tendría la escalera que necesita Alberto?	X	X	X	X	X	X	A3. Responde que 5 siendo una respuesta errada. A1, A2 y A6. Contesta correctamente. 2,6 m.
Responde: Teniendo en cuenta la información de los lados del triángulo ¿cuál sería la clasificación del triángulo	X	X	X	X	X	X	A1, A2, A3. Responde acertadamente que es un triángulo escaleno. A6. Además de contestar que es un triángulo escaleno también contesta que es rectángulo.
Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP)							
Halla el dato faltante en los dibujos	X	X	X	x	X	x	A1. A3. Halla los datos, pero no identifica que el de la mitad no se puede hacer ya que el cateto dado es más grande que la hipotenusa. A2. A6. Hallan los datos, pero el primero lo hace errado y el de la mitad no identifica que no se puede realizar dado que un cateto es mayor que la hipotenusa.
Nombra la más parecida a la que Oscar le entregó a Alberto	X		X	X	X	X	A1. Si y lo hace acertadamente. A3. Si la nombra, pero de una forma incorrecta. A6. Nombra dos y una de ellas es correcta la primera.
Hace una justificación de su elección	X		X	X	x	X	A1. Es la más pequeña de medida y tamaño. A3. Si hace la justificación, pero no tiene en cuenta la parte matemática, sino que se detiene en su longitud. A6. Porque tiene las medidas idénticas.

Actividad tres

Problema: En el campeonato de fútbol categoría mayores	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**Observaciones**
Etapa N° 1. Situación real (SR)							

Responde: ¿Qué procedimiento aplicarías para poder dar una respuesta acertada a lo que el profesor te pide?	X	X	X	x	X	x	A1. Le sacaría el valor de los catetos y la hipotenusa para poder realizar lo que el profe manda. A2. Haría un triángulo para poder hallar la medida de lo que recorrió el balón hasta la potencia. A3. Al tirar el balón se formó un triángulo y así se hace el procedimiento para averiguar un cateto del triángulo formado y ya con esto se obtiene la distancia. A4. Tendrá que el balón se formó un triángulo y así se hace el procedimiento para hallar las medidas de los catetos y la hipotenusa, para poder dar una respuesta adecuada exacta a la que me piden. A5. Hallando la medida de sus catetos y de la hipotenusa ya esta situación se lleva a cabo con un triángulo. A6. Medir la distancia que hay desde el punto penalti hasta la portería, la altura del arco y éstas desde dos medidas las elevamos al cuadrado y lo sumamos y a éste le sacamos raíz cuadrada y esto será el resultado.
¿Qué medidas son necesarias para hallar esta distancia?		X	X				A1. Se necesita saber las medidas de los catetos y la hipotenusa. La de la distancia entre el balón y la portería. A2, A3. Como se forma un triángulo es necesario saber la medida de los dos catetos y ya con esto podremos identificar la medida de la hipotenusa que fue la distancia que recorrió el balón. A4. Se necesita saber los valores de los catetos y la hipotenusa. A4. La medida de sus catetos y la hipotenusa. A6. La medida del punto penalti hasta el arco y la altura del arco.
Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC)							
Hace el gráfico que se indica	X	X	X	X	X	x	Todos los alumnos acertaron en el dibujo del triángulo.
Responde: ¿Qué figura formaste?	X	X	X	X	X	X	Todos los alumnos responden que es un triángulo.

Responde ¿Cómo clasificarías la figura?	X	X	X	X	X	X	Todos los alumnos clasificaron correctamente el triángulo como rectángulo escaleno. A2 Responde solo un triángulo rectángulo. A3. Responde que es un triángulo escaleno.
Nombra los lados de la figura	X	X	X	x	X	x	Todos los alumnos nombran correctamente los lados del triángulo.
Responde: ¿Cuál es el lado de la figura por la que remplazarías la distancia que recorre el balón?	X	X	X	x	X	X	Todos los estudiantes estuvieron de acuerdo que era la hipotenusa la distancia que recorre el balón. A3. El cateto de la base.
Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico)							
Demuestra habilidad para abrir el navegador	X	X	X	x	X	X	Dominan con propiedad la forma de ingresar al navegador y a la página requerida.
Responde: ¿Qué define a un triángulo rectángulo?	X	X	X	x	X	X	Todos los alumnos contestan que es un triángulo que tiene un ángulo recto.
Responde: ¿Cuál es el área de un cuadrado?	X	X	X	x	x	X	A1, A2, A4, A5, A6. Lado por lado. A 3 No sabe contestar dice que se hace la operación de la base por la altura, hay que tener en cuenta que con estas indicaciones también se halla el área de un cuadrado.
Responde: ¿Cómo se relacionan los ángulos y sus lados opuestos?	X	X	X	x	X	X	A2. Que los lados y los ángulos miden lo mimo. A3 A4. Que todos sus ángulos miden 90°.A5. Que los ángulos y los lados miden lo mismo. A6. Que los ángulos miden lo mismo y los lados miden lo mismo.
Responde ¿Cómo se relacionan los cuadrados azules?	X	X	X	X	X	X	A1, A4. Del cuadrado grande se desglosan el pequeño y el mediano. A2. Que los dos son la misma área y sumados los dos forman el grandeA3. Que los dos cuadrados pequeños al juntarlos son iguales al cuadrado grande. A5. Que los dos cuadrados pequeños sumados

							dan el cuadrado grande. A6. Que la suma de los cuadrados pequeños da el grande.
Responde: ¿Cómo se relacionan los dos ángulos que no son rectos?	X	X	X	x	X	X	A.1, A4. Que son agudos y que tiene que medir 90°. A2. Que miden los mismos grados. A3. Que entre los dos la suma debe ser igual a 90°. A5. Que miden lo mismo. A6. Que la suma de estos dos debe dar 90°.
Responde: ¿Cómo se relacionan los lados en el triángulo rectángulo?			X				A1, A2, A4, A5, A6. No contestan. A3. Que un mide 90° y entre los otros dos también deben sumar 90°.
Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG)							
Demuestra habilidad para abrir el navegador	X	X	X	X	X	X	Dominan con propiedad la forma de ingresar al navegador y a la página requerida.
Clasifica los triángulos que se ven en el video	X	X	X	X	X	X	A1. A4. Triángulo escaleno rectángulo, Triángulo escaleno. A3. Un triángulo rectángulo, un triángulo escaleno y equilátero. A5. Triángulo rectángulo escaleno, triángulo equilátero obtuso. A6. Escaleno isósceles.
Identifica los triángulos que tienen la forma igual al formado con la arquería, la distancia al tiro de penalti y la distancia recorrida por el balón	X	X	X	X	X	X	A1. El triángulo que tiene la forma del formado en la arquería es el escaleno amarillo. A3. A4. El triángulo amarillo. A5 El triángulo escaleno. A6. El triángulo amarillo.
Justifica por qué tienen la misma forma	X	X	X	X	X	X	A1. Forma la parte desde el penalti, donde pega el balón y la arquería. A4. Porque tiene la forma de la trayectoria del balón desde el penalti donde pega el balón y cae. A3. Porque tiene un ángulo recto. A5. Es el que más se asemeja al que hizo la distancia del balón. A6. Porque es el que más se asemeja al que hizo la trayectoria del balón.

Construye los triángulos vistos en el video llevando las indicaciones dadas	X	X	X	X	X	X	Todos los alumnos hacen la construcción indicada A6. Propone soluciones: Para dividir el triángulo amarillo en estos dos se le saca la mitad a este cateto y ya queda.
Encuentra el área a cada triángulo	X	X	X	X	X	X	El área de los triángulos lo encuentran todos los estudiantes, los más aventajados colaboran a los que no lo son. A6, A3, A5 Son los estudiantes más aventajados y les colaboran a los otros a poder cumplir con la actividad.
Elabora la ficha de la construcción mostrada en el video	X	X	X	x	X	X	La ficha la elaboran de una forma correcta para lo cual analizan muy detenidamente el video, estudiantes como A5 y A3 cometieron algunos errores en la construcción donde ubicaban las fichas en lugares incorrectos, pero lo pudieron corregir a tiempo.
Responde: ¿Cuántas áreas encuentras en el proceso de su construcción y cuáles son sus valores?	X	X	X	x		x	A1. A4. Tres áreas: 1°. 25,575, 2°. 25 y la 3°. 50,575. A2. Amarillo 18, escaleno obtusángulo 25,075 y la suma de los dos 43,075. A3. Amarillo 18, amarillo escaleno 25,5 y los dos unidos 43,5. A6. Tres áreas. 1=25,575. 2=25. 3= 50,575.
Hace la descripción del momento en que se recorrió al Teorema de Pitágoras para poder encontrar el área determinada	X		X	X	X	X	A1. Se hizo en el momento de hallar las medidas de los catetos y la hipotenusa. A3. Cuando necesitaba hallar los catetos y la hipotenusa del triángulo. A4. Lo utilizamos en el momento para hallar la medida de cateto o hipotenusa para poder tener una respuesta exacta de su área. A5. En todo momento. A6. En el momento para encontrar la altura.
Responde: ¿Consideras que el teorema de Pitágoras es útil para aplicarlo en diferentes situaciones de tu vida diaria?	X	X	X	X	X	X	Todos los alumnos están de acuerdo en que el teorema de Pitágoras es muy útil en la vida diaria.

Justifica su opinión con respecto al teorema de Pitágoras	X	X	X	x	X	X	A1. Es un ejemplo de lo que nos pasa en nuestra cotidianidad y con él podemos resolver muchos problemas. A2. Porque dan todos los pasos para poder sacar el área del triángulo o cuadrado. A.3. Porque nos ayuda a comprender más cosas como sacarle el área a un cateto a un triángulo y esto nos permite enriquecer nuestros conocimientos. A4. Para poder hallar una medida en alguna situación para darle solución a un problema. A5. Es algo muy importante creo que es muy necesario aprenderlo bien y saber aplicarlo en todo momento. A6. Para solucionar problemas y hallar medidas.
Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)							
Hace el dibujo indicado	X	X	X	x	X	X	Todos los estudiantes hacen correctamente el dibujo indicado.
Responde: La distancia recorrida por el balón ¿a qué elemento del triángulo corresponde?	X	X	X	x	X	x	Todos los estudiantes están de acuerdo que esta distancia corresponde a la hipotenusa.
Halla la distancia recorrida por el balón utilizando el teorema de Pitágoras	X	X	X	x	X	X	A1. A3. A4. Al utilizar correctamente el teorema de Pitágoras llega a la respuesta correcta. 11,063 m. A2. El balón recorrió 11 m del tiro penalti a la arquería. A5. La distancia del recorrido por el balón es de 13,2 m desde el punto de penalti a la arquería. A6. 2,4 Al cuadrado más 10,8 al cuadrado es igual 122,4. Raíz cuadrada de 122,4 es igual a 11,063. Respuesta 11,063.
Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP)							
Responde: ¿Cuál es la distancia recorrida en este caso por el balón?	X	X	X	X	X	X	A1, A3. A4, A6. Responde correctamente que es 7,28. A2. 7,3m. A5. 26,5 m.

Describe adecuadamente el proceso que hizo para encontrar el valor requerido	X	X	X	x	X	x	A1. Elevo el dos al cuadrado al igual que el siete, sumo los resultados y a la respuesta le saco raíz. A2. Hice el triángulo de las medidas que me dieron y encontré este valor. A3. Sumé 2m al cuadrado más 7 m al cuadrado y luego al resultado le saqué raíz cuadrada y este resultado fue la distancia recorrida por el balón A4. Elevar a la dos las medidas dadas, sumarlas y al resultado sacarle raíz cuadrada y me da la respuesta. A5 Elevar al cuadrado las medidas de los catetos y estos resultados los suma y le saca raíz. A6. Elevé las medidas dadas al cuadrado y las sumé y al resultado de ésta le saqué raíz cuadrada y este fue el resultado.

PROBLEMA POSTEST

Problema: POSTEST	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**Observaciones**
Etapa N° 1. Situación real (SR)							
¿Puedes averiguar cuál es la altura del trozo del poste que quedó en pie?	X	X	X	x	X	x	Todos los alumnos responden afirmativamente.
Describe el proceso para averiguar la altura del trozo del poste que quedó en pie	X	X	X	X	X	X	A1. Sacando la base por la altura dividido entre dos y a lo que quede se le aplicaría el otro procedimiento. A2. Haciendo un triángulo donde su diferencia sea 150 A3. Haría el proceso de multiplicar el cateto por la h y luego a lo que dé le sacaría raíz cuadrada y éste queda como resultado. A4. Sacando la base por la altura dividido

							entre dos y de acuerdo a lo que me dé, aplico otro procedimiento. A5. Tendría que encontrar el valor de uno de los catetos y saber cuál era la altura original del poste. A6. Encontrando la diferencia entre a y h y restando el cateto mayor con la hipotenusa.
Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC)							
Clasifica la figura	X	X	X	X	X	X	A2. Un triángulo recto. A5. Triángulo equilátero rectángulo. A1, A3, A4, A6. Es un triángulo rectángulo escaleno.
Justifica la clasificación que hizo de la figura	X	X	X	X	X	X	A1. Porque tiene un ángulo recto y todos sus lados desiguales. A2. Porque tiene un ángulo recto. A5. Porque tiene ángulos rectos y dos lados iguales. A3, A4, A6. Porque tiene un ángulo recto y los lados son desiguales.
Con sus propias palabras describe la figura	X	X	X	X	X	X	A1. Todos sus lados son desiguales, tienen un ángulo recto y sus medidas deben sumar 180°. sus ángulos miden 45°, 90°, 45°, el cual nos da una suma de sus ángulos internos de 180°, su clasificación es un triángulo rectángulo escaleno, tiene un ángulo recto y sus lados son desiguales. A2 Que tiene tres lados se llama triángulo rectángulo se llama así por tener un ángulo recto sus lados se llaman dos catetos y una hipotenusa. A3. Es un triángulo que tiene todos sus lados desiguales, tiene un ángulo recto y entre sus otros dos ángulos deben sumar 90° y así los ángulos internos sumen 180°. A4. Esta figura es un triángulo porque tiene un ángulo de 90° y escaleno porque todos sus lados son desiguales. A5. Es un triángulo equilátero rectángulo, la medida de sus ángulos es 90°, 60 y 30 uno recto y dos agudos. A6. Esta figura es un triángulo rectángulo porque tiene un ángulo

							de 90° y escaleno porque todos sus lados son desiguales.
Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico)							
Demuestra habilidad para abrir el navegador	X	X	X	x	X	x	Dominan con propiedad la forma de ingresar al navegador y a la página requerida.
Identifica las figuras	X	X	X	X	X	X	A1. Tres triángulos rectángulos escalenos y un cuadrilátero. A2. Tres triángulos rectángulos y un cuadrilátero. A3. Dos cuadriláteros y tres triángulos escalenos y rectángulos. A5. Triángulo rectángulo, isósceles cuadrados y cuadrilátero. A4, A6 Triángulos y cuadriláteros. Al hacer la construcción propone soluciones: Para construir estos dos triángulos, podemos hacer un rectángulo y lo dividimos por una diagonal.
Identifica la figura que tiene similitud con la que formó el poste al caer	X	X	X	X	X	X	A1. Un triángulo rectángulo escaleno. A2. El triángulo rectángulo. A3. Los tres triángulos escalenos y rectángulos. A4. El triángulo rojo. A5. El triángulo equilátero rectángulo. A6 Los tres triángulos.
Nombra las similitudes	X	X	X	X	X	X	A1. Este triángulo forma los postes caídos y el piso. A2. Que tiene un ángulo recto, el cateto y la hipotenusa formando el poste. A3. Que también son rectángulos y escalenos. A4. Tiene un ángulo recto y sus lados también son desiguales. A5. Tiene un ángulo recto y dos agudos y es un triángulo rectángulo A6. Tienen ángulo recto y son triángulos.
Nombra los recursos que utilizaría para hallarle el área a cada pieza	X	X	X	X	X	X	A1. La base por la altura dividida en tres dos y la hipotenusa con los catetos. A2. Si en el cuadrado es base por altura y el triángulo hago la operación base por altura y lo divido entre dos y su resultado será el área. Si son triángulos hago la operación de base por altura y el

							resultado lo divido entre 2 y el área de los cuadrados se saca a partir de multiplicar la base por la altura. A4. Aplicando base por altura dividido entre dos daría la respuesta. A5. Utilizaría la fórmula del área base por altura sobre dos y teniendo medidas encontraría el área del cateto faltante o de la hipotenusa. A6. El teorema de Pitágoras y el video.
Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG)							
Responde: ¿Qué nombre le darías a la parte del triángulo que corresponde al poste que quedó en pie?	X	X	X	X	X	X	A1, A2, A4, A5. Cateto a. A6. Cateto menor. A3. Un cateto.
Responde: ¿Cuál es el nombre de la parte del triángulo que corresponde al poste caído?	X	X	X	X	X	X	Todos los alumnos están de acuerdo que es la hipotenusa.
Responde: ¿Qué podrías decir de este lado del triángulo?	X	X	X	X	X	X	Un triángulo que cuenta con un lado recto y los demás son escalenos. A1. Es A5. Este lado es el que guía para la construcción del cuadrado. A1, A2, 3, A4, A6. Que es el lado más largo del triángulo.
Determina el área del triángulo que se forma con el poste	X	X	X	X	X	X	A5. 325-175. A1, A4, A6. 23961,75 Respuesta correcta. A2. 23.9. A3. 23 957,5 aproximación.
Halla el área de cada una de las cuatro piezas del rompecabezas mostradas en el video	X	X	X	X	X	X	A1. A4. 20; 20; 7,5; 41,5. A2. Triángulo rectángulo 20; el otro igual; triángulo pequeño 7,5; cuadrilátero 41,5. Por todo es igual a 89. A5. Triángulo pequeño 7,5; cuadrado grande 64 el cuadrado pequeño 25 cuadrilátero 41,5. A6. Triángulo 1=20; triángulo 2=20; triángulo 3=7,5; el cuadrilátero= 41,5.
Responde: ¿Cuál es el área de la figura construida con las cuatro piezas?	X	X	X	X	X	X	A1, A2, A3, A4, A5, A6. 89

Responde: ¿Qué relación puedes encontrar entre el resultado de las áreas de las cuatro piezas y el área de la figura final?	X	X	X	X	X	X	A1. Que los triángulos y el cuadrilátero sumados dan lo mismo que la figura completa. A2. Si al unirse las cuatro piezas forman el cuadrado grande que su área es 89 y es toda al sumar el área de las cuatro piezas anteriores. A3. Que dependiendo del área de las piezas es el área del cuadrado. A4. Que los triángulos y el cuadrilátero sumados dan lo mismo que la figura completa. A5. Que es la misma área, pero con cada figura se suman y da igual que el área del rompecabezas. A6. Que el área de las cuatro piezas sumadas me da el área de la figura final.
Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)							
Dibuja el poste caído	X	X	X	X	X	x	Todos los alumnos acertaron en esta construcción.
Coloca los nombres a cada lado	X	X	X	X	X	X	Identifican cada uno de sus lados.
Coloca el valor de sus ángulos	X	X	X	X	X	X	Miden con habilidad sus ángulos teniendo presente que su suma debe de ser 180°.
Identifica el ángulo es recto	X	X	X	X	X	X	Todos los alumnos tienen claro cuando un ángulo es recto.
Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP)							
Todos los alumnos lograron construir la fórmula del teorema de Pitágoras con los valores del poste, así como su comprobación.	X	X	X	x	X	X	Todos los alumnos con exactitud colocan los valores a cada lado, es de anotar que unos logran hacerlo con más rapidez, como A6, A1, A4 y A5. Los alumnos A2, A3 se demoraron un poco más, pero al final lograron hacerlo.
Comprueba que los valores colocados en el dibujo cumplan con las características del teorema de Pitágoras							Todos los alumnos lograron construir la fórmula del teorema de Pitágoras con los valores del poste, así como su comprobación.

ANEXO 6

Rubrica de la hoja del observador de clase

Excelente (5 puntos)	Bien (4 puntos)	Regular (3 puntos)	Suficiente (2 puntos)	Insuficiente (1 punto)
Domina el total de los conocimientos previos	Domina la mayoría de los conocimientos previos	Domina medianamente los conocimientos previos	Domina poco los conocimientos previos	El dominio de los conocimientos previos es nulo
Comprenden el total de las instrucciones y utiliza apropiadamente los materiales	Comprenden la mayoría de instrucciones y la utilización de los materiales es bueno	Comprenden medianamente las instrucciones y la utilización de los materiales es regular	Comprenden poco las instrucciones y la utilización del material es insuficiente	La comprensión de las instrucciones es nula y utiliza muy mal los materiales
Se motiva con los materiales y medios utilizados	En la mayoría de las ocasiones se motiva con los materiales y medios utilizados	Medianamente se motiva con los materiales y medios utilizados	Poco se motivan con los materiales y medios utilizados	La motivan con los materiales y medios utilizados es nula
Siempre trabaja en grupo	En la mayoría de las ocasiones trabajar en grupo	A veces trabaja en grupo	Pocas veces trabaja en grupo	Su trabajo en grupo en nulo
Siempre es receptivo para interactuar con los materiales, medios y el profesor.	Muchas veces es receptivo para interactuar con los materiales, medios y el profesor.	A veces es receptivo para interactuar con los materiales, medios y el profesor.	Pocas veces es receptivo para interactuar con los materiales, medios y el profesor.	Nunca es receptivo para interactuar con los materiales, medios y el profesor.
Es totalmente Autónomo	En la mayoría de las veces es autónomo	A veces es autónomo	Pocas veces es autónomo	Nunca es autónomo
Siempre aprovecha los materiales y medios utilizados	Muchas veces provecha los materiales y medios utilizados	A veces aprovecha los materiales y medios utilizados	Pocas veces aprovecha los materiales y medios utilizados	Nunca aprovecha los materiales y medios utilizados
Exponen estrategias para llegar a la solución de la tarea.	Exponen estrategias para llegar a la solución de la tarea.	Exponen estrategias para llegar a la solución de la tarea.	Exponen estrategias para llegar a la solución de la tarea.	Exponen estrategias para llegar a la solución de la tarea.

Siempre el docente explica los algoritmos convencionales	Muchas veces el docente explica los algoritmos convenciona-les	A veces el docente explica los algoritmos convenciona-les	Pocas veces el docente explica los algoritmos convenciona-les	Nunca el docente explica los algoritmos convenciona-les
Se logró que por lo menos el 90% de los alumnos asimilan el contenido	Se logró que por lo menos el 60% de los alumnos asimilan el contenido	Se logró que por lo menos el 40% de los alumnos asimilan el contenido	Se logró que por lo menos el 20% de los alumnos asimilan el contenido	Se logró que por lo menos el 5% de los alumnos asimilan el contenido

ANEXO 7

Hoja de observador de clase del grupo.

Actividad Número uno

Acciones realizadas en el aula durante la clase de Geometría	Excelente (5 puntos)	Bien (4 puntos)	Regular (3 puntos)	Suficiente (2 puntos)	Insuficiente (1 punto)
Los estudiantes con sus actitudes demuestran dominar los conocimientos que debe de poseer para enfrentar los nuevos				X	
Los estudiantes comprenden con claridad las indicaciones de lo que se va a realizar y utiliza apropiadamente los materiales con los que se va a trabajar.		X			
Los estudiantes se motivan con los materiales y medios utilizados durante las clases.	X				
El estudiante demuestra habilidad para el trabajo en grupos Colaborativos para iniciar el trabajo.			X		
Los alumnos son receptivos en el momento de interactuar con los materiales, medios y el mismo profesor.	X				
El estudiante tiene espíritu de líder coordina la realización del trabajo de sus compañeros sin ser dirigido por un su profesor.					X
Los alumnos aprovechan los materiales y medios permitiéndole lograr con éxito las tareas					

encomendadas.	X				
En plenaria los alumnos explicitan sus estrategias para llegar a la solución de la tarea.			X		
El docente explica como conclusión la estrategia o algoritmo convencional	X				
Con la incorporación de los medios y materiales se logró que por lo menos el 90% de los alumnos asimilaran el contenido curricular				X	

Hoja de observador de clase del grupo. Actividad Número dos

Acciones realizadas en el aula durante la clase de Geometría	Excelente (5 puntos)	Bien (4 puntos)	Regular (3 puntos)	Suficiente (2 puntos)	Insuficiente (1 punto)
Los estudiantes con sus actitudes demuestran dominar los conocimientos que debe de poseer para enfrentar los nuevos		X			
Los estudiantes comprenden con claridad las indicaciones de lo que se va a realizar y utiliza apropiadamente los materiales con los que se va a trabajar.	X				
Los estudiantes se motivan con los materiales y medios utilizados durante las clases.	X				
El estudiante demuestra habilidad para el trabajo en grupos Colaborativos para iniciar el trabajo.		X			
Los alumnos son					

receptivos en el momento de interactuar con los materiales, medios y el mismo profesor.	X				
El estudiante tiene espíritu de líder coordina la realización del trabajo de sus compañeros sin ser dirigido por un su profesor.		X			
Los alumnos aprovechan los materiales y medios permitiéndole lograr con éxito las tareas encomendadas.	X				
En plenaria los alumnos explicitan sus estrategias para llegar a la solución de la tarea.		X			
El docente explica como conclusión la estrategia o algoritmo convencional	X				
Con la incorporación de los medios y materiales se logró que por lo menos el 90% de los alumnos asimilaran el contenido curricular		X			

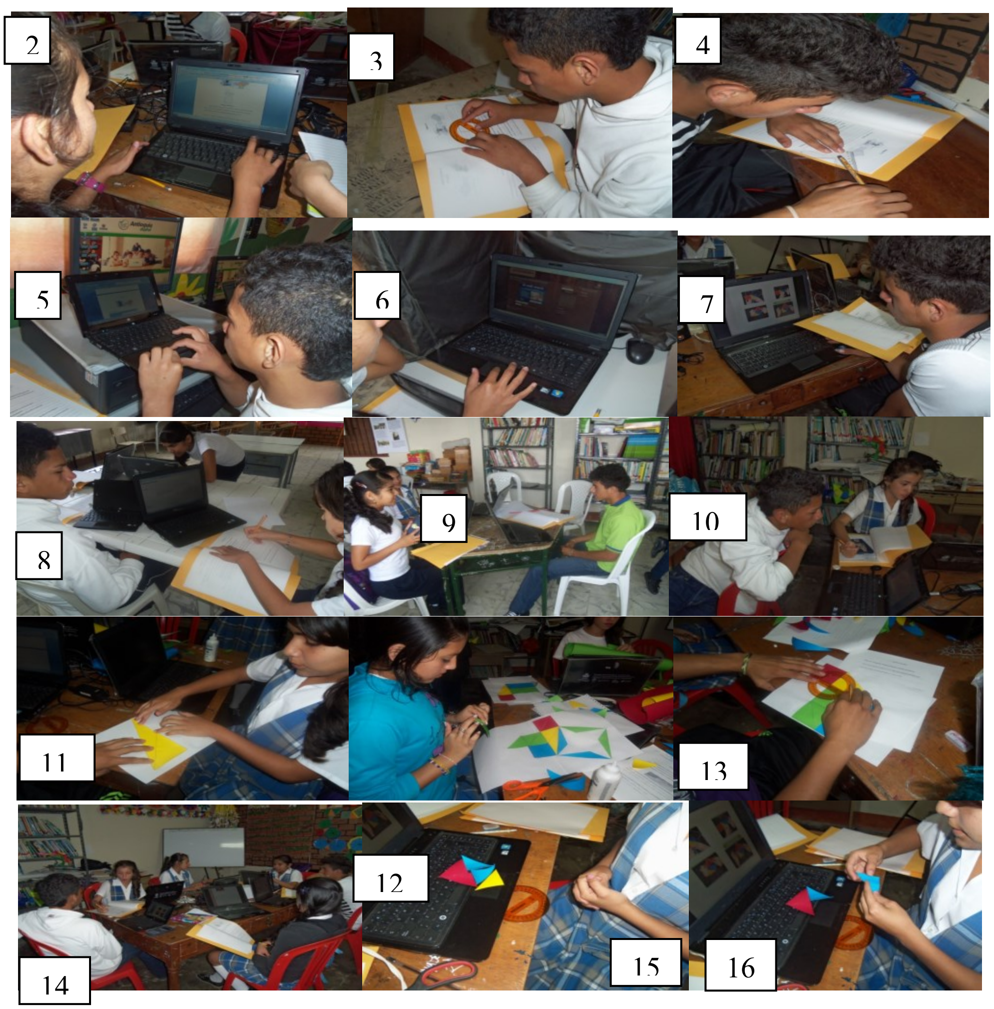
Hoja de observador de clase del grupo. Actividad Número tres

Acciones realizadas en el aula durante la clase de Geometría	Excelente (5 puntos)	Bien (4 puntos)	Regular (3 puntos)	Suficiente (2 puntos)	Insuficiente (1 punto)
Los estudiantes con sus actitudes demuestran dominar los conocimientos que debe de poseer para enfrentar los nuevos		X			
Los estudiantes comprenden con	X				

claridad las indicaciones de lo que se va a realizar y utiliza apropiadamente los materiales con los que se va a trabajar.					
Los estudiantes se motivan con los materiales y medios utilizados durante las clases.	X				
El estudiante demuestra habilidad para el trabajo en grupos Colaborativos para iniciar el trabajo.	X				
Los alumnos son receptivos en el momento de interactuar con los materiales, medios y el mismo profesor.	X				
El estudiante tiene espíritu de líder coordina la realización del trabajo de sus compañeros sin ser dirigido por un su profesor.	5				
Los alumnos aprovechan los materiales y medios permitiéndole lograr con éxito las tareas encomendadas.		X			
En plenaria los alumnos explicitan sus estrategias para llegar a la solución de la tarea.	X				
El docente explica como conclusión la estrategia o algoritmo convencional	X				
Con la incorporación de los medios y materiales se logró que por lo menos el 90% de los alumnos asimilaran el contenido curricular	X				

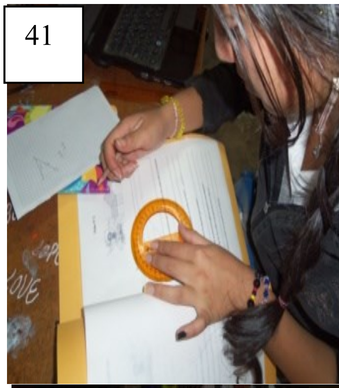
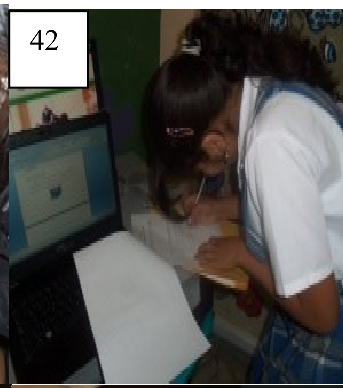
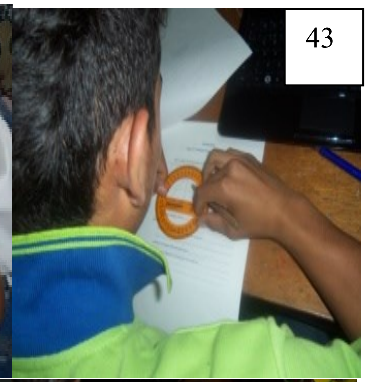
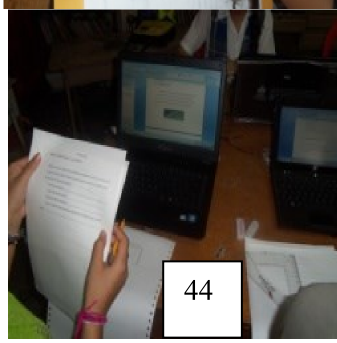
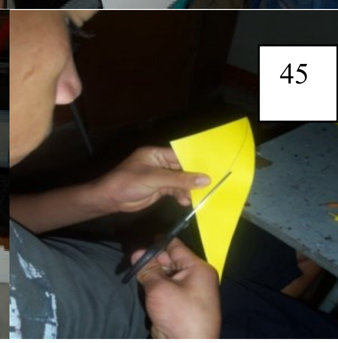
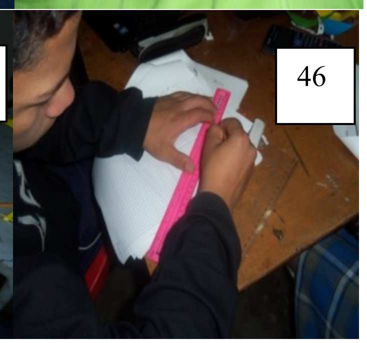
ANEXO 8

Álbum de fotos




17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28


29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40


41

42

43

44

45

46

Currículum Vitae

María del Rosario Arenas Montaño

Rosarioarenas800@gmail.com

Originario(a) de Heliconia, Antioquia, Colombia, María del Rosario Arenas Montaño, realizó estudios

Profesionales en didáctica de las ciencias: Física y Matemáticas, en la universidad Pontificia Bolivariana de la ciudad de Medellín.

La investigación titulada Aprendizaje del Teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de *applets* geométricos para aspirar al grado de Maestría en Tecnología Educativa y Medios Innovadores para la Educación.

Su experiencia de trabajo ha girado, principalmente, alrededor del campo del área de las matemáticas, específicamente en el área de Matemáticas y Física Matemáticas desde hace 18 años.

Actualmente, María del Rosario Arenas Montaño funge como docente de planta de la Institución Educativa Rural Alto del Corral, del municipio de Heliconia, en las áreas de matemáticas y física matemáticas

Destaca sus habilidades en el área de matemáticas en la parte de Geometría, así como en la resolución de situaciones problemáticas y las expectativas de

Superación profesional giran en darle continuidad a la investigación de la Modelación Matemática (Rodríguez, 2010) en el tema de teorema de Pitágoras y así ampliarla a otros temas relacionados con las matemáticas y la Geometría.