

LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS Y EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

Martha Lara Cobos

Trabajo de grado para optar al título de:

**Magister en Tecnología Educativa y
Medios Innovadores para la Educación**

Mtro. Héctor Alejandro Gutiérrez Suárez

Asesor tutor

Dr. Leopoldo Zúñiga Silva

Asesor titular

**TECNOLÓGICO DE MONTERREY
Escuela de Graduados en Educación
Monterrey, Nuevo León. México**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
Facultad de Educación
Bucaramanga, Santander. Colombia**

2012

Hoja Electrónica de Firmas

El trabajo que se presenta fue aprobado por el comité formado por los siguientes académicos:

Maestro Héctor Alejandro Gutiérrez Suárez (Asesor Tutor)

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Universidad Virtual, Escuela de Graduados en Educación.

hectorgutierrez@itesm.mx

Dr. Leopoldo Zúñiga Silva (Asesor Titular)

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Universidad Virtual, Escuela de Graduados en Educación.

lzs@itesm.mx

El acta que ampara este veredicto está bajo resguardo en la Dirección de Servicios Escolares del Tecnológico de Monterrey, como lo requiere la legislación respectiva en México.

Agradecimientos

Gracias infinitas a Dios por cada día de vida que me concede y por permitirme alcanzar mis sueños.

A mi amado hijo Jonnathan, mi razón de ser, quien fue mi ingeniero personal y mano derecha en las tantas veces que la tecnología me amenazó.

A toda mi familia por su continuo apoyo y por su paciencia en los innumerables días que el computador se convirtió en mi compañero permanente.

A mi compañera de trabajo y sobre todo amiga, Liliam Elvira García Hernández, quien fue un apoyo incondicional en este crecimiento profesional y personal.

Al Maestro Héctor Alejandro Gutiérrez Suárez y al Doctor Leopoldo Zúñiga Silva, por su valioso y constante apoyo en la realización de este estudio y por compartirme su incalculable experiencia y conocimiento.

Los números fraccionarios y el aprendizaje del Álgebra

Resumen

El objetivo general de esta investigación fue analizar los elementos cognitivos que intervienen en el aprendizaje del Álgebra en estudiantes de décimo grado (penúltimo nivel de la educación secundaria en Colombia), cuando se usan números fraccionarios. Los objetivos específicos fueron establecer los elementos cognitivos que intervienen en la resolución de las operaciones con números fraccionarios, y analizar el nivel de comprensión que intervienen en el aprendizaje del Álgebra en estudiantes de décimo grado cuando usan los números fraccionarios en diferentes situaciones de contexto. La pregunta de investigación fue ¿Cuáles son los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios en estudiantes de décimo? La metodología de investigación que se utilizó fue de tipo cualitativo, con una muestra de 10 estudiantes determinada a través de un muestreo probabilístico. Los resultados obtenidos reflejan que los elementos cognitivos que intervienen en la resolución de las operaciones con números fraccionarios son la aplicación de los diferentes procedimientos de las operaciones con fraccionarios, la fundamentación básica adquirida en los primeros grados de escolaridad, la atención y la motivación por aprender y que el nivel de comprensión es bajo, ya que los estudiantes no tienen dominio de los conocimientos previos, no saben efectuar transferencia de los fraccionarios al Álgebra y no aplican el conocimiento a formas y situaciones nuevas. Se pudo concluir que los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios en estudiantes de décimo son la

atención, la motivación, la memoria, y la comprensión, y que esto debe constituir un punto de partida para adecuar las prácticas educativas para mejorar el rendimiento de los estudiantes y para establecer estrategias que conlleven a un mejoramiento de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios en los grados inferiores y evitar las dificultades que se presentan en el Álgebra.

Índice de Contenidos

Agradecimientos	iii
Resumen	iv
Índice de tablas y gráficas	viii
Introducción	x
Capítulo 1: Planteamiento del problema	
1.1 Antecedentes	1
1.2 Planteamiento del Problema	2
1.3 Objetivos	3
1.3.1 Objetivo General	3
1.3.2 Objetivos Específicos	4
1.4 Supuestos de Investigación	4
1.5 Justificación	4
1.6 Limitaciones y Delimitaciones de la Investigación	10
1.6.1 Limitaciones	10
1.6.2 Delimitaciones	10
Capítulo 2: Marco teórico	
2.1 Enseñanza y Aprendizaje De Las Matemáticas En Décimo Grado	13
2.1.1 Enseñanza de las matemáticas en décimo grado	14
2.1.2 Aprendizaje de las matemáticas en décimo grado	17
2.1.3 Enseñanza y aprendizaje de los números fraccionarios y el Álgebra	19
2.1.4 Matemática educativa en fracciones	21
2.1.5 Uso de la tecnología	24
2.2 Aprendizaje y Cognición	25
2.2.1 Aprendizaje	26
2.2.2 Teorías de aprendizaje	26
2.2.2.1 El conductismo	27
2.2.2.2 El cognitivismo	30
2.2.3 Cognición	33
2.2.4 Estilos de aprendizaje	37
2.2.5 Elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje	40
2.3 Investigaciones Relacionadas	46
Capítulo 3: Metodología	51
3.1 Método de Investigación	51
3.2 Participantes en el Estudio	54
3.3 Instrumentos de Recolección de Datos	55
3.3.1 Tema, categoría e indicadores de estudio	55
3.3.2 Instrumentos de recolección de datos	56
3.4 Aplicación de Instrumentos	59
3.5 Estrategias para el análisis de Datos	59
Capítulo 4: Resultados de la investigación	61
4.1 Presentación de resultados	61
4.1.1 Resultados de las entrevistas	65

4.1.1.1 Entrevista a los estudiantes	65
4.1.1.2 Entrevista al docente	70
4.1.2 Resultados de las observaciones hechas en las clases de algebra	70
4.2 Análisis e interpretación de resultados	75
Capítulo 5: Conclusiones y recomendaciones	86
5.1 Conclusiones	86
5.2 Recomendaciones	92
Referencias	95
Anexos	100
Evidencias (fotografías)	106
Currículum del investigador	109

Índice de Tablas y Gráficas

Figura 1. Comparación de las medias obtenidas en las pruebas de matemáticas de los últimos cinco años.....	7
Tabla 1. Porcentaje de estudiantes en cada nivel de las pruebas de matemáticas Icfes 2010	9
Figura 2. Modelo de conocimiento de número racional	23
Tabla 2. Comparación entre los paradigmas cuantitativos y cualitativos	52
Tabla 3. Porcentaje de pérdida de matemáticas en los grados sexto, séptimo, octavo y noveno de los estudiantes que actualmente están en décimo grado	62
Figura 3. Contexto 1: La fracción como una expresión que vincula la parte con el todo.....	62
Figura 4. Contexto 2: La fracción como un reparto equitativo.....	63
Figura 5. Contexto 3: La fracción como razón	63
Figura 6. Contexto 4: La fracción como una división indicada	63
Figura 7. Contexto 5: La fracción como Operador	64
Figura 8. Situación problema 1	64
Figura 9. Situación problema 2	64
Figura 10. Situaciones problemáticas aplicada al Álgebra	65
Tabla 4. Contexto de los estudiantes entrevistados.....	66
Tabla 5. Reconocimiento del enfoque de la fracción	66
Tabla 6. Relación con el Álgebra	67
Tabla 7. Motivación por aprender matemáticas	67
Tabla 8. Influencia del estilo de aprendizaje	68
Tabla 9. Principales problemas en el aprendizaje de las fracciones y su aplicación con el Álgebra.....	69

[Tabla 10](#). Medidas que garantizan el aprendizaje de las fracciones y su aplicación con el Álgebra..... 70

Introducción

Muchos estudiantes a nivel mundial y especialmente en Colombia sienten apatía y desinterés hacia las matemáticas, lo que les dificulta en gran manera su aprendizaje y van año tras año de su vida escolar reprobándola o aprobándola pero sin haberlas disfrutado ni entendido, lo que ha originado innumerables estudios que buscan explicar las actitudes negativas y los bajos rendimientos en esta área.

El Colegio Aurelio Martínez Mutis, ubicado en la ciudad de Bucaramanga, Santander, Colombia, se ha visto afectado por dicha situación y es así como un alto porcentaje de sus estudiantes presenta reprobación en esta área y lo más preocupante es que continúan avanzando en el proceso educativo con unas enormes falacias en sus bases, lo que contribuye a ahondar más el problema. Es así como los estudiantes de décimo grado de la institución no logran entender una de las ramas de las matemáticas, el Álgebra, por presentar deficiencias en las bases aritméticas y en especial en el manejo de los números fraccionarios, razón por la cual la presente investigación se centra en la búsqueda de los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios en estudiantes de décimo con el fin de adecuar las prácticas educativas para mejorar el rendimiento de los estudiantes y a la vez presentar recomendaciones que contribuyan a la solución del problema.

En el capítulo uno de este estudio se describe los antecedentes del problema, se hace el planteamiento de la pregunta de investigación, los objetivos que se pretenden alcanzar, el supuesto de investigación, la justificación y las limitaciones y delimitaciones.

En el capítulo dos, se abordan los aspectos que constituyen el marco teórico del tema de investigación, se presenta la revisión de la literatura en lo correspondiente a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en décimo grado y en particular a los números fraccionarios y el Álgebra, las teorías y estilos de aprendizaje, los elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje y se describen algunas investigaciones hechas sobre la enseñanza de las fracciones, su relación con el Álgebra, la implementación de la tecnología para obtener aprendizajes significativos en matemáticas y la importancia de cambiar las prácticas educativas.

En el tercer capítulo, se plantea la metodología que se utilizó para el desarrollo de la investigación. Se describe la población y la muestra, se enuncian las categorías e indicadores del estudio así como las fuentes, técnicas e instrumentos utilizados en la recolección de datos. Se explica además la aplicación de los instrumentos y la validez y confiabilidad de los resultados obtenidos a través de la triangulación de los datos e información obtenida.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los instrumentos para la recolección de datos a los participantes de esta investigación, así como el análisis y la interpretación de éstos.

En el último capítulo se valoran los resultados obtenidos a la luz de las preguntas de investigación, del supuesto y de los objetivos planteados. Se presenta un análisis de cómo se logró dar respuesta a la pregunta de investigación, de cómo se dio el cumplimiento de los objetivos, y la aceptación del supuesto planteado. Finalmente se presentan algunas recomendaciones para los involucrados en la investigación.

Capítulo 1

Planteamiento Del Problema

Introducción

Tradicionalmente las matemáticas han sido el dolor de cabeza de alumnos, padres de familia y profesores, y uno de los temas que más dificultad representa es el conjunto de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra, no sólo en la enseñanza sino también en el aprendizaje, lo que ha llevado a los docentes a preguntarse el porque de esta situación y qué factores cognitivos dificultan el aprendizaje.

En este capítulo se describen los antecedentes del problema, se hace el planteamiento de la pregunta de investigación, los objetivos que se pretenden alcanzar, el supuesto de investigación, la justificación y las limitaciones y delimitaciones.

1.1. Antecedentes

La gran mayoría de los docentes de matemáticas se ven enfrentados en una clase a estudiantes que se encuentran en ella por obligación, que les resultan las matemáticas aburridas e inútiles, que les parecen difíciles y mortificantes, y se han preguntado ¿Cuáles son las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas?, ¿Cómo solucionarlas?. Al respecto se han hecho múltiples estudios e investigaciones, tales como Slade y Russel (1971), Money (1973), Allardice y Ginsburg (1983), entre otros, que buscan explicar las actitudes negativas y los bajos rendimientos en esta área, y han surgido preguntas como ¿Son difíciles las matemáticas o no se enseñan bien?, ¿Hay alumnos que sufren alguna alteración que les dificulte el aprendizaje de las matemáticas?, ¿Por qué son difíciles las

matemáticas para tantos alumnos?, ¿Qué hacer, como afrontar esa situación? (Riviere, 1990). Las investigaciones han arrojado resultados tales como: fallas en la atención, aplicación errónea de algoritmos, fallas en la memoria a largo plazo, problemas de atención, entre otros.

Uno de los temas que más dificultad causa en los estudiantes, es el de los números fraccionarios, los alumnos lo ven desde sus últimos años de primaria y cada vez que se necesitan en el proceso escolar se deben repasar y reforzar, debido a los múltiples errores que se cometen al utilizarlos y aplicarlos en otras ramas de las matemáticas. Un alto porcentaje de estudiantes fracasan en aprender dicho contenido. León (1998) afirma que uno de los factores que llevan a dicho fracaso es el de la pobreza conceptual que se maneja en la escuela, enseñando solo el significado del fraccionamiento de la unidad y el dominio en las operaciones y descuidando la variedad de situaciones vinculadas al significado de ellas, resultando en aprendizajes sin sentido, que no llevan a la aplicación en otras ramas de las matemáticas y a la solución de situaciones problemas.

En Colombia se han llevado a cabo diversas propuestas sobre la enseñanza de las fracciones, tales como la de Meza y Barrios (2010), mostrando que hay formas alternativas de enseñar matemáticas, las cuales favorecen el desarrollo del pensamiento matemático y mejoran la calidad de la educación.

1.2. *Planteamiento del problema*

Las matemáticas son un requisito primordial para el estudio de una gran variedad de disciplinas, que además dota a los alumnos con los conocimientos, destrezas y formas de razonamiento necesarios para su vida diaria, los prepara para la educación superior y

para desempeñarse eficientemente en la sociedad, razones por las cuales se debe potenciar el análisis de situaciones, el establecimiento de relaciones, la identificación y solución de problemas, la aplicación de las matemáticas en diferentes contextos, la participación en la construcción de su propio conocimiento, y estimular el trabajo en equipo y la participación en la toma de decisiones (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES, 2007), pero ello se ha visto afectado en la institución, donde los resultados en el área de matemáticas en décimo grado de los últimos años han presentado un 35% de pérdida.

Además, los estudiantes sienten poco gusto hacia esta materia y no la trabajan con agrado, lo que ha preocupado a toda la comunidad educativa, a las entidades administrativas del municipio de Bucaramanga y en especial a sus docentes; y ha conducido al planteamiento de la pregunta de investigación ¿Cuáles son los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios en estudiantes de décimo grado de la institución? con el fin de detectar dichos elementos y adecuar las prácticas educativas para mejorar el rendimiento de los estudiantes, a la vez que presentar recomendaciones que contribuyan a la solución del problema.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General.

De acuerdo con la pregunta planteada se define como objetivo de la investigación: analizar los elementos cognitivos que intervienen en el aprendizaje del Álgebra en estudiantes de décimo grado, cuando se usan números fraccionarios.

1.3.2. *Objetivos Específicos.*

Establecer los elementos cognitivos que intervienen en la resolución de las operaciones con números fraccionarios.

Analizar el nivel de comprensión que intervienen en el aprendizaje del Álgebra en estudiantes de décimo grado cuando usan los números fraccionarios en diferentes situaciones de contexto.

1.4. *Supuestos de investigación*

Con base en la pregunta de investigación ¿Cuáles son los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios en estudiantes de décimo? se plantea el siguiente supuesto de investigación: Los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios están ligados con la motivación de los estudiantes para aprender matemáticas, con la comprensión del concepto de fracción y sus enfoques y con la forma como se opera sin tener suficiente claridad conceptual sobre lo que se está haciendo.

1.5. *Justificación*

Los esfuerzos para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en matemáticas han llevado a reformas en el currículo y en la instrucción en los últimos años en muchos países. Las investigaciones sobre las dificultades de aprendizaje en matemáticas de los alumnos pretenden formar las bases para el desarrollo de intervenciones eficaces que lleven al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de esta área. (Li y Li, 2008).

En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) trazo en las dos últimas décadas unas políticas tendientes a evitar la pérdida de año de los estudiantes y la deserción por parte de éstos, dándole al alumno la libertad de seleccionar que materias aprobar, es así como en muchas instituciones un estudiante terminaba su ciclo escolar de media vocacional (nivel de secundaria) pero nunca aprobó la asignatura de matemáticas, rendimiento que luego se reflejó en los resultados de las pruebas a nivel nacional (Pruebas Saber efectuadas por el ICFES) y mundial (diseñadas por el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE, PISA, por sus siglas en inglés).

Las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas y en especial de los números fraccionarios y el Álgebra se pueden presentar en forma de errores, fallos en los procedimientos causados por descuido, por memoria, por algoritmos defectuosos, por bases conceptuales, por ideas intuitivas, por razonamiento lógico, o por capacidad mental para identificar e interpretar objetos abstractos, entre otros.

Li y Li (2008) mencionan que en los esfuerzos hechos para explorar la base conceptual de los estudiantes, las investigaciones tienden a atribuir las dificultades de aprendizaje a la falta de desarrollo lógico, a la falta de comprensión de los principios matemáticos, a la mala comprensión de los símbolos de las matemáticas, a las experiencias previas de aprendizaje, y a la dificultad de algunos conceptos matemáticos.

A nivel mundial Colombia participo en las pruebas PISA de los años 2006 y 2009. PISA define el desempeño en esta área como la capacidad para formular, emplear e interpretar las matemáticas en diferentes contextos. Involucra el razonamiento, el uso de conceptos, de procedimientos, de hechos y de herramientas para describir, explicar y

predecir fenómenos (ICFES, 2010). En el 2006 el área de matemáticas registró el desempeño más bajo, como lo menciona el ICFES en Colombia en PISA 2006 (2008, p. 32):

El 18% de los estudiantes alcanzó el nivel 2, lo que quiere decir que demuestran capacidades para identificar información, llevar a cabo procedimientos matemáticos rutinarios y emplear lenguaje matemático convencional.

El 10% de los estudiantes demostró competencias en los niveles 3 y 4. Ellos tienen capacidades para seleccionar y aplicar estrategias sencillas de solución de problemas; interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Más del 70% se ubicó en los niveles inferiores; el 27% en el 1 y el 45% en el 0. Estos porcentajes indican que la mayoría de los estudiantes colombianos no identifica información, no lleva a cabo procedimientos matemáticos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas y no responde a preguntas relacionadas con contextos que resultan conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas.

En el 2009, el rendimiento en las pruebas PISA de Colombia fue, según el ICFES (2010, p. 32):

El 38,8% de los estudiantes colombianos se ubicó por debajo del nivel 1, lo que indica que tienen dificultades para usar la matemática con el fin de aprovechar oportunidades de

aprendizaje y educación posteriores, pues no pueden identificar información ni llevar a cabo procedimientos que surgen de preguntas explícitas y claramente definidas. El 31,6% se clasificó en el nivel 1. Al sumar esta proporción con la de quienes están por debajo de ese nivel, se encuentra que el 70,6% de los alumnos no logra el desempeño mínimo establecido por PISA (nivel 2), en el cual las personas están en capacidad de participar activamente en la sociedad.

El 20,3% de los estudiantes se ubicó en el nivel 2; el 7,5% en el 3; y sólo el 1,8% restante en los niveles 4, 5 y 6. Estos resultados son muy preocupantes, pues además de ser los más deficientes entre las tres áreas evaluadas, contrastan con los de Shanghái, Finlandia y Corea, países en los que más de la mitad de los alumnos se clasificó por encima del nivel 3.

En las pruebas nacionales los resultados en matemáticas de la institución también son muy regulares, tal y como lo demuestran los informes de los últimos 5 años en un rango de 0 a 100 (Ver Figura 1).

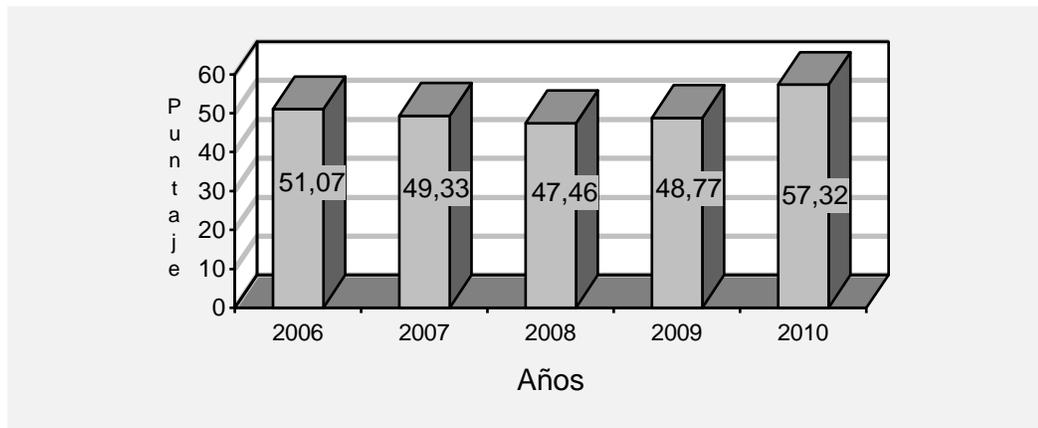


Figura 1. Comparación de las medias obtenidas por la institución en las pruebas de matemáticas de los últimos cinco años (Datos dados por el ICFES)

En los resultados se evidencia un rendimiento muy básico en el desempeño matemático, con pequeñas diferencias significativas. Se puede observar que en el último año se presentó un notorio crecimiento.

El ICFES evalúa las competencias de comunicación y de representación (capacidad para describir relaciones basados en una tabla, una gráfica, un símbolo y el uso y la interpretación del lenguaje matemático), de razonamiento y argumentación (se relaciona con la identificación y el uso de estrategias y procedimientos, la formulación de hipótesis, la exploración de ejemplos, la identificación de patrones, la generalización de propiedades) y de solución de problemas y modelación (se relaciona con la capacidad de plantear y resolver problemas, generalizando soluciones y estrategias que permitan resolver nuevas situaciones) y tres componentes, el numérico-variacional, el geométrico-métrico y el aleatorio (ICFES, 2010).

En el sistema variacional evalúa el significado de número, el significado de las operaciones en diversos contextos, sus propiedades y relaciones, su uso en la solución de problemas, el reconocimiento de regularidades y patrones, conceptos y procedimientos relacionados con la variación y la proporcionalidad. En el geométrico-métrico las representaciones mentales de los objetos del espacio, sus relaciones y transformaciones y en el sistema aleatorio la interpretación de datos, la descripción y análisis de sucesos aleatorios, entre otros.

El ICFES maneja un resultado cuantitativo (puntaje) expresado en una escala que va de 0 a 100, el cual interpreta de acuerdo a los siguientes rangos: Bajo (de 0 a 30), medio (de 30,01 a 70) y alto (más de 70,01). Indica además el nivel alcanzado en cada

una de las competencias evaluadas, resultados que se dan en escalas cualitativas que se interpretan así: I (Bajo), II (Medio) y III (Alto).

En la prueba del último año el porcentaje de estudiantes en cada una de las competencias y niveles fue (Ver Tabla 1):

Tabla 1.
Porcentaje de estudiantes en cada nivel de las pruebas de matemáticas ICFES 2010 (ICFES, 2011)

Nivel	Comunicación	Razonamiento	Solución de problemas
I (bajo)	5,56	8,33	14,81
II (Medio)	45,37	45,37	35,19
III (Alto)	49,07	46,3	50

Se evidencia que en el nivel alto no se encuentra más del 50 % de la población. Luego los estudiantes presentan dificultad en usar las diferentes representaciones y relaciones matemáticas, en usar e interpretar el lenguaje matemático, en identificar y aplicar estrategias para solucionar problemas, en traducir la realidad a una estructura matemática, entre otros elementos.

A nivel interno, la institución presenta un alto porcentaje de reprobación en matemáticas desde los primeros niveles de la educación secundaria, los cuales van creando una base muy débil para las matemáticas de los grados superiores, en especial en décimo grado donde aproximadamente el 35 % de los estudiantes no sólo reprueba la materia sino que un gran número de éstos (20 %) reprueban el año. (Sistema de Evaluación de la institución, SIECAMM, 2011).

Todos estos resultados a nivel mundial de Colombia, a nivel nacional de la institución y a nivel interno del colegio en matemáticas hacen necesario iniciar un

proceso de análisis de la situación, para encontrar en que se está fallando en la educación matemática de los estudiantes, para así poder implementar estrategias que contribuyan a un aprendizaje significativo de las matemáticas en donde se enfatice la reflexión, el análisis, la motivación por aprender y el deseo de hacer las cosas y por consiguiente se mejoren los resultados a nivel interno, regional, nacional y mundial.

Es así como esta investigación busca determinar cuáles son los elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean los números fraccionarios y así tener bases para empezar a tratar dichas dificultades y por ende mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el área de matemáticas.

1.6. Limitaciones y delimitación del estudio

Es de carácter indispensable delimitar toda investigación en cuanto al tema, la población, el tiempo, entre otros factores.

1.6.1. Limitaciones

El principal aspecto que puede limitar este estudio es que los docentes de la institución no cedan los espacios de algunas clases para la aplicación de los instrumentos a utilizar en la investigación a los estudiantes seleccionados, la negación de permisos laborales por parte de las directivas para disponer de tiempo para hacer las observaciones a los involucrados y el poco tiempo con que se cuenta para poder compartir con el grupo con el cual se lleva a cabo la investigación.

1.6.2. Delimitaciones

La investigación se realizará en una institución educativa oficial, sede A, jornada de la mañana, grado décimo, de la ciudad de Bucaramanga, Santander, Colombia, población de 120 estudiantes, con edades que oscilan entre 14 y 16 años y que pertenecen, en su gran mayoría, al estrato socioeconómico uno y dos, provenientes de familias disfuncionales, con madres cabeza de familia, con escasa educación, los cuales en su gran mayoría han perdido matemáticas en los años anteriores y que presentan dificultades en sus bases, además de 1 profesor de matemáticas con título de Especialización en el área y 24 años de experiencia docente.

La investigación se desarrollará durante el año 2011, y pretende identificar los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios.

En resumen este capítulo trata los aspectos relacionados con el planteamiento del problema, para lo cual se analizaron los antecedentes, se concretó la pregunta de investigación, se definieron tanto el objetivo general como los específicos, así como el supuesto de investigación. También se exponen las justificaciones del estudio y se resalta la importancia para la comunidad educativa a la que se va a tratar. Por último se dan las limitaciones y delimitaciones de la investigación.

Capítulo 2

Marco Teórico

Introducción

El hombre permanentemente está aprendiendo habilidades, conocimientos, valores, actitudes, emociones y ha originado métodos y teorías que le potencian ese aprendizaje. Dichos métodos han abarcado el conocimiento matemático.

La educación matemática es la disciplina científica que estudia los fenómenos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y suministra herramientas para el desempeño del profesor en el aula (D'Amore, 2000). Los cambios en los planteamientos filosóficos y el desarrollo de la educación matemática han conducido a cambios en las concepciones de las matemáticas escolares. El conocimiento se constituye a partir de experiencias personales, culturales, sociales, y es en la escuela en donde se tiene la gran oportunidad de formar el pensamiento matemático y de proveer las condiciones para su construcción. La nueva visión de las matemáticas en la escuela está basada en los procesos de construcción de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes y no en la transmisión de éstos por parte de los docentes (Guevara, 2010).

Los avances de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación han propiciado desafíos didácticos en los escenarios de enseñanza aprendizaje, ya el centro de la pedagogía no es la transmisión de conocimientos, sino el enseñar a aprender, que los estudiantes logren desarrollar capacidades y habilidades para aprender es lo que les

llevará a tomar mejores decisiones y a actuar de manera crítica frente a las situaciones que la vida le presente (Guevara, 2010).

En este capítulo se presenta la revisión de la literatura en lo correspondiente a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en décimo grado y en particular a los números fraccionarios y el Álgebra, el uso de la tecnología en matemáticas, las teorías y estilos de aprendizaje, los elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje y se mencionan algunas investigaciones hechas sobre la enseñanza de las fracciones, su relación con el Algebra, la implementación de la tecnología para obtener aprendizajes significativos en matemáticas y la importancia de cambiar las prácticas educativas.

2.1 Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en décimo grado

Los principios y los estándares de las matemáticas escolares tienen como finalidad guiar las prácticas de los docentes en beneficio de los estudiantes, los principios según el consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas (Zemelman, Daniels y Hyde, 2005) describen las características propias de la educación matemática y los estándares el contenido y los procesos matemáticos que se deben aprender. Los seis principios de las matemáticas abarcan la equidad, el currículo, la enseñanza, el aprendizaje, la evaluación y la tecnología.

La enseñanza abarca entender que saben los estudiantes, que necesitan aprender, y a partir de allí promover retos y apoyos para lograr que tengan un buen aprendizaje, en lo que tiene que ver con el aprendizaje, las matemáticas se deben aprender entendiéndolas, construyéndolas en forma activa y a partir de los pre saberes que poseen (MEN, 1998).

Los profesores deben ayudar a los estudiantes a entender que las matemáticas son dinámicas, coherentes y no una colección de objetos sin relación, enunciados en teoremas, procedimientos y hechos. Los números son sólo una parte de las matemáticas, lo esencial en ellas es el modelo matemático, buscar las relaciones entre las ideas y tratar de ver el modelo en esas relaciones (MEN, 1998).

El objetivo de enseñar matemáticas es que los estudiantes entiendan los conceptos y los sepan usar, desarrollando una verdadera comprensión de ellos y de sus procedimientos. Las matemáticas deben tener un sentido y una utilidad y reconocerse como parte de la capacidad mental. Los estudiantes sólo aprenderán un concepto cuando lo construyan, para lo cual el profesor deberá elaborar estrategias que le ayuden a la exploración, a hacer conexiones con sus conocimientos previos, a construir puentes entre contextos aparentemente diferentes pero que son aplicaciones del mismo concepto, deben ofrecerles oportunidades de razonar, de inferir, de usar la lógica, de desarrollar y evaluar argumentos matemáticos, todo ello irá formando y fortaleciendo el hábito del razonamiento, y la solución de problemas desafiantes, intrigantes es el medio ideal para desarrollar la comprensión y la construcción del conocimiento matemático (MEN, 1998).

2.1.1. Enseñanza de las matemáticas en décimo grado

Godino, Batanero y Font (2003) afirman que la creencia que tienen los docentes sobre la naturaleza de las matemáticas condiciona la actuación de éstos en el salón de clase, es así como el profesor puede creer que los objetos matemáticos tienen una existencia propia, la cual debe ser dada a conocer al estudiante por parte de él, por lo cual enseña su definición, propiedades, axiomas y luego las aplica a resolver situaciones que

presenta de la misma área, o el profesor cree que las matemáticas son el resultado de la imaginación, creatividad y actividad humana y es aplicable a otras ramas del saber y le crea al estudiante la necesidad de las matemáticas y hacen que éstas aparezcan como una respuesta natural de la mente y a partir de allí se trabaja en la relación de esta área con las otras ramas del saber.

El profesor debe proveer al estudiante situaciones que le permitan ser autónomo, creativo, desarrollar su actividad mental, y adquirir confianza en sí mismo, preparándole para nuevos retos y problemas; para conseguir esto el docente debe cambiar su rol tradicional de profesor al de tutor, dejar a un lado la explicación de un concepto o tema específico, un ejemplo sin ningún contexto y la práctica de ejercicios similares por la propuesta de una situación que pueda ser manipulada por los estudiantes buscando que éstos se familiaricen con ella e inicien un ensayo de posibles estrategias de solución, las cuales se puedan ir evaluando y aceptando o rechazando como solución a la situación planteada y a medida que esto sucede plantear nuevos problemas para hacer generalizaciones y transferencias a otros campos del saber (Guzmán, 2007).

El papel del tutor es el de colocar en la situación al estudiante, motivándole a descubrir, a participar, a conjeturar, a validar. El tutor debe organizar las actividades de tal manera que el estudiante tenga la oportunidad de trabajar en equipo, de compartir con otros sus saberes y de aprender de los otros (ICFES, 2007).

La enseñanza de las matemáticas debe lograr que ésta sea realista e interesante, lo que motiva el interés de los estudiantes. Lo ideal es trabajar actividades de solución de problemas centrados en el estudiante, en un contexto. Un problema enmarcado dentro de

un contexto tiene mayor significación para el alumno que los problemas sin contexto y los puede animar a generar estrategias de solución y a compartirlas con los demás. Debe asimismo, tener en cuenta los conocimientos previos que poseen los estudiantes (MEN, 1998). Se deben planear actividades en las que el estudiante tenga que usar lo que sabe y con la información que el docente le facilite, razone y pueda crear un método para resolver el problema planteado. Se le debe proveer de situaciones donde utilicen y mejoren sus habilidades de comunicación (Santrock, 2006).

En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional propende por una educación matemática en que el aprendizaje sea de mayor alcance y más duradero, que resalte los procesos de pensamiento, que le ayude a dar sentido al mundo que le rodea, que le permita desarrollar su capacidad de pensamiento y de reflexión lógica; una educación que pueda ser aplicada fuera de la escuela, en un mundo en donde tiene que tomar decisiones, expresar sus opiniones y saber escuchar la de los demás. Por tal razón organizó el currículo en 3 aspectos: los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto. (MEN, 1998).

A continuación se describe lo que cada aspecto, según el MEN (1998) debe tratar: En los procesos generales aspectos como el razonamiento, el planteamiento y solución de problemas, la comunicación, la modelación, y los procedimientos; en los conocimientos matemáticos con los procesos que desarrollan el pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional y con los sistemas matemáticos tales como el numérico, los geométricos, los de medida, los de datos, los algebraicos y los analíticos, y en el contexto con las condiciones sociales y culturales en las que se desenvuelve el estudiante,

además de los intereses y creencias, todo ello enmarcado en el planteamiento y solución de situaciones problema.

Las situaciones problemas se constituyen en el pretexto para acercar el conocimiento matemático a los estudiantes, lo que implica que se deben crear de tal manera que el alumno las explore, las analice, organice la información, se plantee preguntas y plantee modelos, el cual puede permitirle más adelante solucionar problemas que se le asemejen al tratado (MEN, 1998).

2.1.2. Aprendizaje de las matemáticas en décimo grado

Las matemáticas poseen una estructura interna en las que sus diferentes partes están organizadas y relacionadas, es por eso que en muchas ocasiones unos conceptos se basan en otros, lo que le exige una secuencia determinada a ciertos aprendizajes (MEN, 1998), por ello el aprendizaje está dividido en tres grandes ejes, el conceptual, el procedimental y el actitudinal: El conceptual comprende los hechos, contenidos, principios, axiomas, el procedimental el conjunto de acciones orientadas a la consecución del aprendizaje a través de destrezas, técnicas y estrategias y el actitudinal los valores, las normas y las actitudes.

Dada una situación el estudiante debe decidir como resolverla, lo que involucra el reconocimiento de su forma, el generar los procedimientos adecuados y efectuar las operaciones, Si la habilidad con los conceptos o con las operaciones presenta fallas, el resultado tendrá errores. El estudiante no sólo debe tener la capacidad de entender como resolver la situación sino también debe ser eficiente en operar. (Schunk, 1997).

Dependiendo de la creencia que el docente tenga de las matemáticas, que los objetos matemáticos tienen una existencia propia, o que las matemáticas son el resultado de la imaginación, creatividad y actividad humana, el aprendizaje de los estudiantes se puede llevar a cabo desde dos conductas básicamente, el conductismo y el constructivismo (Godino, Batanero y Font, 2003)

En el conductismo (Ormron, 2008) el profesor desea conseguir una conducta determinada. Para lograrlo tiene dos caminos, el condicionamiento clásico, en el cual se hace una asociación entre estímulo y respuesta inmediata, lo cual implica que si sabe plantear los estímulos adecuados se obtendrá la respuesta deseada; y el condicionamiento instrumental y operante, el cual busca la consolidación de la respuesta según el estímulo, buscando los refuerzos necesarios para implantar esa relación en el estudiante.

De acuerdo a esta teoría se propone un conocimiento a aprender, el cual se considera que se ha adquirido si el estudiante es capaz de responder convenientemente a situaciones planteadas acerca de ese conocimiento. Si el estudiante responde correctamente se le proporciona una serie de estímulos positivos. El refuerzo permite que el individuo aprenda o modifique su modo de actuar observando las consecuencias de sus actos. El reforzamiento no sólo hace probable la repetición de una acción sino que también aumenta las actividades del estudiante, acelera su ritmo e incrementa su interés por aprender (Ormron, 2008).

En el constructivismo (Coll, 1996) el aprendizaje se da cuando existen las estructuras necesarias para que el sujeto dé una nueva respuesta, la formación de las estructuras es producto del proceso de desarrollo, de maduración orgánica. Los

estudiantes de décimo grado están dentro de las operaciones que Piaget (1970), denominó operaciones formales, es decir, están en capacidad de realizar operaciones sobre hipótesis enunciadas en forma verbal, hay uso tanto del pensamiento hipotético deductivo como del pensamiento formal abstracto. Además, tienen control sobre las variables, pueden verificar enunciados y efectuar operaciones y transformaciones (Piaget, 1970),

La etapa de las operaciones formales comprende aproximadamente el período entre los 14 y los 15 años y es la cuarta y última etapa del desarrollo cognitivo de Piaget (Piaget, 1970). Aquí hay una transición del razonamiento basado en experiencias concretas a pensar de forma más abstracta, idealista y lógica (Santrock, 2006). La naturaleza abstracta de este pensamiento está acompañada de la capacidad para idealizar e imaginar posibilidades. Pero también se inicia el pensar de una forma más lógica, con el cual razonan, diseñan estrategias para resolver problemas y prueban soluciones.

2.1.3. Enseñanza y Aprendizaje de los números fraccionarios y el Álgebra.

Uno de los conocimientos básicos que desea formar el Ministerio de Educación Nacional es el desarrollo del pensamiento numérico, el cual se refiere a la comprensión general que se tiene sobre los números y sus operaciones junto con la habilidad y la inclinación a emplear esta comprensión en hacer juicios matemáticos y en desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones (Mcintosh, 1992). Para desarrollar este pensamiento, se propone comprender los números y la numeración, comprender el concepto de las operaciones y calcular con números y hacer aplicaciones de éstos y sus operaciones.

Entre los conjuntos numéricos están los números racionales y más concretamente las fracciones. Los números fraccionarios son una estructura de una riqueza y complejidad que encuentra aplicaciones en una multiplicidad de contextos: la ciencia, la técnica, el arte y la vida cotidiana. En cada uno de esos contextos las fracciones se presentan con una diversidad de significados; como medida, como cociente, como operador multiplicativo y como razón, entre otros (Meza, 2010). Para muchos jóvenes las fracciones son sólo un par de números naturales sin relación entre sí, puestos uno arriba del otro. Por esta razón, el trabajo de contextualizar a las fracciones es uno de los retos que plantea el estudio de esta noción. Es necesario diseñar situaciones en las que las fracciones, sus relaciones y operaciones cobren sentido como herramientas útiles para resolver determinados problemas y para ser aplicadas en otras ramas de las matemáticas como el Álgebra.

Los estudiantes deben entender los números, sus diversas formas de representarlos, las relaciones entre ellos, comprender sus significados y los resultados de las operaciones (Mcintosh, 1992). El sendero para el aprendizaje de las fracciones lo constituyen los problemas dados en los diferentes contextos en que surgen las fracciones; medida, reparto equitativo, trayectos, patrones, probabilidad, ganancias, etc. Las situaciones en los diferentes contextos son los que le darán la oportunidad al estudiante de reinventar dichos números y reconocer su necesidad y significado (Obra colectiva de los docentes de la red de escuelas de Campana, 2001).

Los diferentes significados de las fracciones en sus contextos de uso según la Obra colectiva de los docentes de la red de escuelas de Campana (2001), son:

1. La fracción como expresión que vincula la parte con el todo: la fracción se utiliza para indicar la “división en partes”, dando respuesta a la pregunta ¿qué parte es? del entero en cuestión. Aquí el denominador de la fracción indica en cuantas partes está dividido el entero y el numerador las partes consideradas.
2. La fracción como reparto equitativo: se responde a la pregunta ¿cuánto le corresponde a cada uno? Y se diferencian de las primeras en la intervención de múltiples unidades.
3. La fracción como razón: Da respuesta a la pregunta ¿en qué relación están? Al establecer la relación que tienen un par de números que surgen al comparar dos conjuntos o dos medidas.
4. La fracción como división indicada, en los casos en que la división no es exacta.
5. La fracción como un punto de la recta numérica, posición ubicada entre dos enteros.
6. La fracción como operador: aquí la fracción actúa sobre otro número.

Conseguir que un alumno aprenda las fracciones y las logre aplicar a otras áreas es un proceso lento y continuo, razón por la cual se debe trabajar desde temprana edad e ir aumentando su complejidad y aplicaciones, presentando a los alumnos situaciones variadas que involucren los diferentes usos en los distintos contextos y promoviendo la participación de todos los alumnos en las situaciones planteadas, además de la experimentación, la discusión y verificación de resultados (Guzman, 2007).

2.1.4. Matemática educativa en fracciones.

Los números racionales siempre han dificultado el desarrollo matemático de los estudiantes y no se ha establecido claridad acerca de cómo facilitar el aprendizaje de esos

conceptos (Behr, 1992). Muchos investigadores se han preguntado ¿Cómo facilitar la construcción de dichos números?, ¿Cómo facilitar el aprendizaje de los conceptos de los mismos?

Para Resnick (Behr, 1992) se debe desarrollar el conocimiento intuitivo, ya que muchos de los conceptos fundamentales el niño sólo los puede desarrollar cuando las nociones formales estén bien establecidas e incorporados en el sistema matemático intuitivo.

Para Kieren (1992) las fracciones son multifacéticas y en los programas de las escuelas lo común es centrarse en las conexiones y los algoritmos de los números racionales y sus componentes enteros, lo cual está patrocinado por una noción estática, haciendo énfasis en el numerador y denominador como números separado.

Las expresiones $\frac{3}{4}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{75}{100}$, 75 %, 3 de 4, 0.750 y así sucesivamente, refieren a una variedad de situaciones aplicables, lo cual significa que hay una rica diversidad de lenguaje para las situaciones fraccionarias, la cual debe ser discutida y aprendida (Kieren, 1992).

Saber algo significa ser capaz de tomar medidas eficaces en una situación, por lo que el conocimiento personal de los números racionales o fraccionarios debe permitirle a la persona tomar medidas en cuatro subconstructos: medida, cociente de relación, proporción y operadores (Kieren, 1992). Dichos constructos deben ser trabajados por separados y también en forma interrelacionada.

Kieren también presenta un modelo de conocimiento de los racionales representado en cuatro anillos concéntricos, los cuales determinan diversas experiencias:

la cotidiana (conocimientos básicos), la informal (conocimiento intuitivo), la simbólica (uso del lenguaje estándar, de los símbolos y algoritmos) y la axiomática.

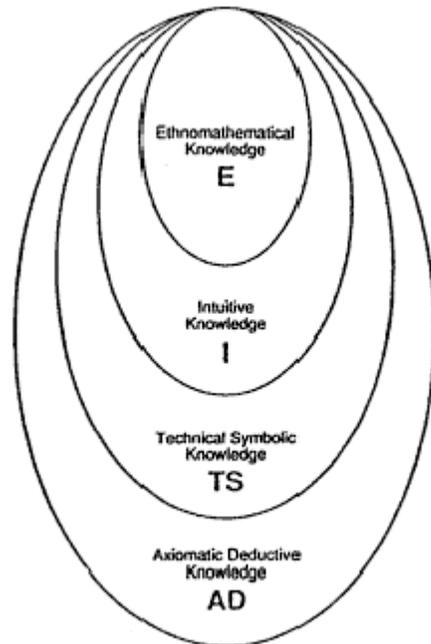


FIG. 6.3. Ideal elements of mathematical knowledge building.

Figura 2. Modelo de conocimiento de número racional (kieren, 1992, p. 352)

Freudenthal (1983) afirma que las fracciones se deben presentar en su completa riqueza fenomenológica y sugiere ejemplos didácticos para la enseñanza de las fracciones, además recomienda el uso de materiales concretos, Goffree (Perera, 2009) argumenta que se debe propiciar la interacción entre los estudiantes y basar la enseñanza en problemas del mundo real y Streefland (1993) afirma que las fracciones se pueden desarrollar como una realidad para los que aprenden, lo que supone usar herramientas tales como esquemas, diagramas, modelos visuales con el fin de formar un puente entre lo concreto y lo abstracto, lo que llevará a que los alumnos se sitúen en la realidad matemática y progresen dentro de ella.

2.1.5. *Uso de la tecnología.*

El rápido avance de la ciencia y la tecnología ha traído el surgimiento de nuevas tecnologías de la información y la comunicación, las cuales han enriquecido las prácticas educativas; ya la educación se ve apoyada por recursos y medios tecnológicos, los cuales han hecho cambiar la posición tradicional tanto del estudiante como del docente.

Las nuevas tecnologías de la información y la comunicaciones además de ser un recurso educativo que permite flexibilidad y adaptabilidad, ofrecen ventajas tanto para el estudiante en su proceso cognitivo como para el educador en el proceso de seguimiento del estudiante, además favorecen “la motivación de los estudiantes por el aprendizaje, aumenta su interés por las diferentes materias enseñadas, desarrolla su autonomía y su sentido de la cooperación” (Pierre y Kustcher, 2001, p.17).

Los avances tecnológicos han afectado el campo de las matemáticas (Campagnone, 2005), facilitando su enseñanza y aprendizaje, procesos mecánicos que el estudiante hacia anteriormente son ahora hechos en calculadoras, en graficadoras, en software especializado, dedicándose así más tiempo y esfuerzo al desarrollo de la lógica, el razonamiento y la solución de problemas. La integración de la tecnología al aula permite a los profesores crear nuevas oportunidades de aprendizaje para los estudiantes, para ser desarrolladas desde una óptica nueva, estimulándolo y haciendo uso más eficiente de los recursos. La tecnología aplicada a la matemáticas le permite a los docentes mostrar a sus alumnos procesos, conexiones y cambios que difícilmente se pueden observar en un tablero tradicional (*Technology and Learning*, 2010).

La tecnología no sólo es esencial en la práctica y aprendizaje de las matemáticas, sino que mejora el proceso de aprendizaje de los estudiantes, permitiéndoles elaborar conceptos y modelos matemáticos, aprender más y mejor, desarrollar diversas formas de comprensión. La tecnología también permite que el docente enfoque su trabajo al desarrollo de habilidades y procedimientos, que guíe a los estudiantes a explorar, a formular y validar hipótesis, a expresar y debatir ideas y a aprender del análisis de sus errores (Rojano, 2003).

Entre los elementos que ofrece la tecnología para el desarrollo de las matemáticas están las calculadoras, las graficadoras, las hojas electrónicas de cálculo para el aprendizaje del Álgebra, software específico (Abánades, 2009) como Cabri y Geogebra para geometría, Maple para cálculo, micromundos, tutoriales, simuladores, entre otros. Los programas estilo Cabri (Gómez, 1997) le permiten al estudiante ver y manipular los objetos matemáticos y sus relaciones de una manera inimaginable con los recursos tradicionales como son el lápiz y el papel, lo que permite la exploración, el descubrimiento. La tecnología no es la solución al problema de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pero si es una herramienta que “además de promover nuevas formas didácticas que aporten al aprendizaje del estudiante, también puede influir en la formación de los profesores” (Gómez, 1997, p.12).

2.2 Aprendizaje y Cognición

Los seres humanos poseen características especiales que los diferencian de otras especies, tales como el poder comunicarse a través de la palabra, el ser un ente cultural y social que siempre está inquieto por aprender y que se pregunta como lo puede hacer o

como puede mejorar lo que ya ha aprendido. En esa búsqueda ha encontrado patrones más o menos comunes a todos hombres, los cuales ha concertado en teorías de aprendizaje, aplicables en menor o mayor medida a todos.

2.2.1. Aprendizaje

Una de las definiciones que se puede hacer del aprendizaje es que es el medio mediante el que no sólo se adquiere habilidades y conocimientos, sino también valores, actitudes y reacciones emocionales (Ormron, 2008), pero los psicólogos lo definen y conciben de manera diferente. Para unos, el aprendizaje es un cambio en la conducta como resultado de la experiencia y para otros es un cambio en las asociaciones o representaciones mentales como resultado de la experiencia (Ormron, 2008).

Entre los criterios para definir el aprendizaje están el cambio, la permanencia de éste y el medio por el que ocurre. El cambio se debe dar en la conducta o en la capacidad de comportarse, lo que requiere la modificación de acciones presentes en el individuo o el desarrollo de nuevas acciones, dicha modificación debe perdurar, cambios que duran poco no constituyen un aprendizaje y éste ocurre a través de la práctica o la experiencia (Schunk, 1997).

Para unos psicólogos el aprendizaje es la adquisición de conductas mediante la asociación de estímulos y respuestas, para otros es un proceso activo, constructivo y acumulativo, en el cual los conocimientos previos tienen un papel fundamental y para otros es la creación de significados a partir de la experiencia. Es en estas visiones del aprendizaje de donde surgen las diferentes teorías del aprendizaje.

2.2.2. Teorías del Aprendizaje.

Las teorías del aprendizaje proporcionan según Ormron (2008) explicaciones sobre los mecanismos subyacentes implicados en el proceso de aprendizaje. Las teorías están en continua evolución y presentan varias ventajas tales como: permiten ver los resultados de los estudios de investigación, integran principios de aprendizaje, se constituyen en el punto de partida para nuevas investigaciones, ayudan a entender los resultados de las investigaciones y permiten diseñar escenarios que faciliten el aprendizaje.

Entre las teorías de aprendizaje se encuentra (Ormron, 2008) el conductismo, el cognitivismo, y otras, de las cuales no se hablará por estar fuera de la presente investigación.

2.2.2.1. El conductismo. El objetivo principal de la teoría conductista es conseguir una conducta determinada y para esto analiza de qué modo se puede conseguir.

Esta teoría plantea dos caminos (Ormron, 2008): el condicionamiento clásico, en el cual se hace una asociación entre estímulo y respuesta inmediata, lo cual implica que si se plantean los estímulos adecuados se obtendrá la respuesta deseada; y el condicionamiento instrumental y operante, el cual busca la consolidación de la respuesta según el estímulo, buscando los refuerzos necesarios para implantar esa relación en el individuo.

El condicionamiento clásico presenta dos estímulos más o menos simultáneamente, uno incondicionada que provoca una respuesta incondicionada y otro condicionado que provoca una respuesta condicionada, En este condicionamiento el

aprendiz tiene un aprendizaje de respuestas involuntarias, sobre las cuales no tiene control.

Iván Pavlov (Mergel, 1998) le presentó alimentos a un perro hambriento e hizo sonar una campana, repitiendo varias veces dicha acción y descubriendo que el sonido por si solo llegaba a producir la insalivación en el perro. Pavlov y otros psicólogos (Mergel, 1998) describieron varios fenómenos relacionados con el condicionamiento clásico: la extinción, la recuperación espontánea y la generalización del estímulo.

Otro representante del conductismo clásico fue Watson (Mergel, 1998), quién se basó en los trabajos de Pavlov y refirió que el aprendizaje era “un proceso de constitución de reflejos condicionados, mediante la sustitución de un estímulo por otro” (Bigge, 2006, p. 77). Propuso dos leyes que describen el hábito estímulo-respuesta, la ley de la frecuencia y la ley de la recencia. En la primera, entre más se asocie estímulo-respuesta, mayor será el hábito y en la segunda la última respuesta que un organismo ha dado ante un estímulo es la que se volverá a presentar cuando se dé nuevamente el estímulo.

Guthrie (Bigge, 2006), otro de los representantes del condicionamiento afirmó que los estímulos que se apliquen en el momento de una respuesta, cuando reaparezcan tenderán a provocar esa respuesta y llamó a este tipo de condicionamiento contigüidad. Además, si se da un estímulo inmediatamente después de una respuesta, esa respuesta seguirá apareciendo junto a ese estímulo hasta que se condicione a ese estímulo otra respuesta (Bigge, 2006).

Hull (Ormron, 2008) fue otro representante del condicionamiento estímulo – respuesta, pero de un tipo especial, e introdujo la noción de organismo en esta teoría.

Consideraba que el aprendizaje se produce por medio de una adaptación biológica del organismo al ambiente. Estudió el aprendizaje bajo tres tipos de variables: las independientes, las dependientes y las intermedias, estando en esta última los factores idiosincrásicos de cada organismo, los impulsos, la fuerza del hábito, los incentivos, la intensidad del estímulo, las cuales dieron la base para el estudio de la motivación y los incentivos en el aprendizaje.

En el condicionamiento operante (Mergel, 1998) se plantea la ley del efecto, según la cual se consolidan las respuestas deseadas en el individuo, a las que les siguen un estímulo satisfactorio y la ley del ejercicio, con la cual la respuesta se consolida con relación al número de veces que se conecte con el estímulo satisfactorio.

De acuerdo a esta teoría se propone un conocimiento a aprender, el cual se considera que se ha adquirido si el estudiante es capaz de responder convenientemente a situaciones planteadas acerca de ese conocimiento. Si el estudiante responde correctamente se le proporciona una serie de estímulos positivos para él (Ormron, 2008).

Este condicionamiento surgió de los estudios y aportes hechos por Thorndike (Mergel, 1998) el cual destacaba el papel de la experiencia en el fortalecimiento o debilitamiento de las conexiones estímulos – respuestas. Formuló numerosas leyes del aprendizaje, tales como la ley de la disposición, la ley del ejercicio o la repetición y la ley del efecto (Bigge, 2006).

Contrario a los estudios de Thorndike, Skinner (Mergel, 1998) no habló de la fuerza de las conexiones entre estímulos y respuestas, sino de la fuerza de las respuestas,

y planteo que las respuestas que van seguidas por un refuerzo se fortalecen y tienen más posibilidad de volver a presentarse. En lugar de usar el término recompensa uso el de reforzador, los cuales son específicos de las situaciones.

Para que se produzca el condicionamiento operante se deben dar tres condiciones: el reforzador se debe presentar después de la respuesta, se debe presentar de manera inmediata a ésta y debe ser congruente con la respuesta. Los reforzadores pueden ser primarios, es decir, aquellos que satisfacen una necesidad de carácter biológica, o secundarios, los cuales no satisfacen ninguna necesidad biológica o social, su uso depende de la necesidad y del papel que van a desempeñar en el proceso de aprendizaje.

2.2.2.2. *El cognitivismo*. Concibe el aprendizaje como un proceso activo, constructivo y acumulativo, en el cual los conocimientos previos tienen un papel fundamental. Sus fundamentos se basan en la teoría de (Ormron, 2008) la Gestalt, las teorías de Piaget y de Vygotsky.

En esta teoría los investigadores tomaron en cuenta los procesos mentales internos que ocurren en el aprendizaje y no sólo la relación entre estímulos y respuestas. Edward Tolman (Ormron, 2008) desarrolló su teoría basado en que la conducta se debía estudiar en su totalidad y no por los resultados estímulos – respuestas, sus experimentos arrojaron que el reforzamiento no constituía en si un factor esencial en el aprendizaje y que éste se puede dar aún cuando no se presenten cambios en la conducta, además las diferencias individuales de los sujetos influyen en los aprendizajes.

La Gestalt ve el aprendizaje como “una empresa intencional, exploradora, imaginativa y creativa” (Bigge, 2006, p. 126), por lo que el aprendizaje no es una simple

asociación de una idea con otra, ni un desarrollo mecánico, sino es un fenómeno que comprende la percepción de cosas, gente o acontecimientos de manera diferente (Schunk, 1997).

La Gestalt resaltaba la importancia de los procesos de organización para la percepción, el aprendizaje y la solución de problemas y expusieron que los individuos están predispuestos a organizar la información de una forma determinada; plantearon que los organismos resuelven los problemas por medio de una combinación y recombinación mental de los elementos del mismo, hasta que surge una estructura que lo soluciona (*insigh*) (Ormond, 2008).

Para Piaget (1952) el aprendizaje es producto de la capacidad de actuar en el medio ambiente circundante y del reflexionar sobre las consecuencias, condiciones y resultados de tales acciones. No consideraba la importancia de los factores sociales en la explicación del desarrollo y señalaba que la inteligencia estaba sometida a cambios generados por el desarrollo. Razón por la cual el sujeto tiene que esperar ciertas estructuras de desarrollo para poder aprender.

Entre los principios piagetianos (Piaget, 1952) que intervienen en el aprendizaje está la maduración, la experiencia y el equilibrio. El primero tiene que ver con la maduración orgánica, aquella que es fruto del desarrollo biológico. A medida que pasan los años pierde su importancia. A través de sus observaciones dividió el desarrollo cognitivo en cuatro etapas; la sensorio motriz, la pre operacional, la de operaciones concretas y la de operaciones formales (Piaget, 1952).

En la etapa sensorio motriz los niños construyen su mundo por medio de las actividades sensoriales y motrices, lo que los lleva a que a los 2 años de edad se puedan distinguir a sí mismo. En la etapa pre operacional, el niño expande su mundo mental hacia nuevas dimensiones e incrementa su pensamiento simbólico a través del lenguaje y el juego simulado, aunque su pensamiento está limitado por el egocentrismo y el animismo, es decir, son incapaces de diferenciar sus puntos de vista del de los demás y creen que los objetos tienen vida, en esta etapa los niños desean saber el porque de todo y centran su atención en una característica determinada, excluyendo las restantes. En la etapa de operaciones concretas el niño puede realizar operaciones que le permiten enfocar varias características del objeto y en la etapa de las operaciones formales empiezan a pensar de forma abstracta, lógica e idealista (Piaget, 1952).

La posición de Piaget (1952) respecto a las relaciones medio - organismo lleva a que necesariamente se opere indagatoriamente sobre el ambiente, a fin de entenderlo y estructurarlo mentalmente. Puede haber experiencia física consistente en actuar sobre el objeto y obtener, por abstracción de ellos, algún conocimiento de los mismos, pero también hay experiencia lógico – matemática, en la cual el conocimiento se logra no de los objetos sino de las acciones llevadas a cabo sobre ello.

El equilibrio es para Piaget (Piaget, 1952) el factor más importante del desarrollo. El sujeto es activo y cuando se da el acto de conocer esta enfrentado a una perturbación externa, por lo que reaccionará para compensarla y tenderá hacia el equilibrio.

La secuencia cíclica equilibrio, asimilación, desequilibrio, acomodación, nuevo equilibrio, es lo que para Piaget (Piaget, 1952) constituye la forma por excelencia de

activar el desarrollo de la inteligencia en los seres humanos y les permite pasar de un estado de desarrollo mental a otro. Contrario a Piaget (Briones, 2006) que creía que el aprendizaje se desarrollaba en forma individual por medio de los procesos de asimilación y acomodación, Lev Vygotsky (Briones, 2006) creía que los adultos eran los que promovían el aprendizaje e implicaban a los niños en actividades interesantes y significativas, dando origen a un Aprendizaje Social (Briones, 2006). Para él las habilidades cognitivas iniciaban en las relaciones sociales. Las actividades humanas se llevan a cabo en ambientes culturales, lo que hace que no se puedan entender lejos de allí, Las estructuras cognoscitivas y los procesos mentales se crean en las interacciones sociales.

La interacción social es el origen de los procesos mentales superiores, “aparecen primero entre las personas, conforme se construyen durante las actividades compartidas” (Woolfolk, 2006, p. 47), cuando el niño internaliza los procesos se convierten en parte de su desarrollo cognoscitivo.

De acuerdo a esa interacción social, Vigotsky (1979) introduce el concepto de zona de desarrollo próximo como “la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz (Vygotsky, 1979, p. 133)

2.2.3. Cognición

Gran parte de los aprendizajes matemáticos implica que los estudiantes dominen los conceptos, estén motivados y sepan transferir sus conocimientos.

Klausmeier (1992) presentó una teoría de aprendizaje de conceptos e identificó cuatro niveles cada vez más elevados de comprensión: concreta, de identidad, clasificatoria y formal. El desarrollo de la teoría indica que los individuos avanzan de un nivel a otro a medida que son capaces de desarrollar ciertos procesos mentales.

En el nivel concreto los alumnos prestan atención al objeto, lo distinguen de acuerdo a sus características, lo representan en la memoria a largo plazo como una imagen y lo recuperan luego al compararlo con otra imagen para decidir que es o no el mismo. En el nivel de identidad el estudiante es capaz de reconocer el objeto desde un ángulo o perspectiva diferente. Aquí se requiere el proceso de generalización Klausmeier (1992).

En el nivel clasificatorio los estudiantes reconocen si dos o más objetos son equivalentes. Aquí se requiere mayor generalización. En el nivel formal, los estudiantes pueden identificar características o no de los objetos, nombrar el concepto y sus propiedades, definirlo y especificar lo que lo distingue de otros muy relacionados. Aquí se requieren los procesos cognoscitivos y procesos de pensamiento de orden superior, tales como plantear hipótesis, evaluar e inferir Klausmeier (1992).

La motivación involucra procesos que aportan energía, dirigen y mantienen la conducta. La motivación puede ser extrínseca o intrínseca, la primera implica hacer algo para obtener alguna cosa, está afectada por incentivos externos, mientras que la segunda incluye una motivación interna para realizar algo, la cual se ve aumentada cuando se asumen responsabilidades personales por el aprendizaje (Santrock, 2006).

Existen varias teorías de la motivación que se han dividido en categorías dependiendo de su principal área de influencia: atención, interés, confianza, satisfacción, voluntad y autorregulación. Entre los principios de la motivación, según Keller (2008) están: La motivación para aprender se da cuando se promueve la curiosidad del estudiante, la atención de ganar, el mantenimiento de la participación activa, razón por la cual el profesor debe usar una gran variedad de enfoques que atraigan la atención del estudiante, despertando el sentido de investigación en éste. Esos enfoques se deben ir variando con el fin de sostener la atención de los estudiantes e introduciendo cambios de ritmos que mantengan dicha atención.

El segundo principio para que la motivación para aprender se promueva es que el conocimiento que hay que aprender debe ser percibido en forma significativa, el estudiante debe ver la importancia de los conceptos, y las relaciones de éstos con las estrategias, los objetivos, los conocimientos previos, para lo cual se le debe proveer de actividades de aprendizaje relevantes, que se constituyan en auténticas experiencias de aprendizaje.

El tercer principio que promueve la motivación por aprender es que el estudiante crea que puede tener éxito en dominar determinada tarea de aprendizaje, teniendo confianza en sí mismo, lo que conduce a la creación de expectativas positivas de éxito y a atribuir éste a sus propias capacidades y esfuerzos y no a factores externos como la suerte o al nivel de dificultad de la actividad.

La motivación por aprender también se promueve cuando el estudiante siente satisfacción por los resultados de la actividad de aprendizaje realizada. Cada vez que se le

da al estudiante la oportunidad de aplicar lo aprendido y el reconocimiento de su trabajo se le está incentivando sus sentimientos de satisfacción intrínsecos.

Para García y Doménech (1997) la motivación es la palanca que mueve toda conducta, lo que provoca cambios no sólo a nivel educativo sino en la vida en general. La motivación se va afectada tanto por variables contextuales como personales.

En las variables personales está el autoconcepto, la atribución causal, las metas de aprendizaje, el componente de expectativa, el componente de valor y el componente afectivo. El autoconcepto permite regular la conducta mediante la autoevaluación o autoconciencia; la atribución causal está correlacionada con el concepto de autoestima y el locus control y es así como personas con baja autoestima atribuyen sus éxitos o fracasos al azar o a las bajas capacidades y las de alta autoestima a las capacidades y a la falta de esfuerzo (García y Doménech, 1997).

Las metas de aprendizaje son las metas que persigue el alumno, las cuales pueden deberse a factores como deseo de saber, reto, interés por aprender (motivación intrínseca) o a la obtención de notas, recompensas, aprobación de los adultos (motivación extrínseca). En el componente de expectativa se hallan las creencias y expectativas de las personas para efectuar una tarea, en el componente de valor están las metas y las creencias sobre la importancia e interés de la tarea y en el componente afectivo están las reacciones emocionales de los alumnos frente a la tarea.

En cuanto a la transferencia, ésta implica la aplicación del conocimiento en formas y situaciones nuevas (Schunk, 1997), la cual evita que el aprendizaje sea situacional. La transferencia es un proceso activo y dinámico y todos los nuevos

aprendizajes implican una transferencia en el aprendizaje previo, el grado de dominio que se tenga del tema original constituye el primer factor de éxito que influye en la transferencia (Bransford, Brown y Cocking, 2004). La transferencia puede ser positiva, negativa o cero. La transferencia positiva se da cuando un aprendizaje facilita un aprendizaje nuevo, en la negativa un aprendizaje interfiere o dificulta un nuevo aprendizaje y en la cero un aprendizaje no tiene efectos en otros.

Gagne (Ruiz, 2002) identifico dos tipos de transferencia: lateral y vertical. La primera se da cuando un aprendizaje adquirido previamente y uno nuevo son de la misma naturaleza y nivel de dificultad, el segundo se da cuando el conocimiento adquirido previamente permite la comprensión de una nueva tarea de complejidad o naturaleza diferente al ya adquirido. La transferencia depende de varios factores según Bransford, Brown y Cocking (Ruíz, 2002), entre los cuales están: la necesidad del aprendizaje previo, la inversión de tiempo en la tarea, la necesidad de la comprensión en el aprendizaje, la variación del contexto en el aprendizaje, la comprensión flexible del estudiante, la evaluación de la transferencia, la importancia de la experiencia previa y la necesidad de evitar la transferencia negativa.

2.2.4. Estilos de Aprendizaje.

Cada persona tiene una forma diferente de aprender, de organizar su información, de procesarla, de desarrollar una situación problema, de comunicarse y de integrarse socialmente, es decir, tiene un estilo propio de aprendizaje (Lozano, 2008).

Una definición de estilo de aprendizaje mencionada por Cazau (2002), es que “los estilos de aprendizaje son los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como

indicadores relativamente estables, de cómo los alumnos perciben interacciones y responden a sus ambientes de aprendizaje”.

Según Lozano (2008) los elementos que conforman los estilos son: la disposición (el deseo de hacer o no algo, el cual está ligado a la motivación, al nivel de compromiso y al estado de ánimo de las personas), las preferencias (posibilidad de elegir de manera gustosa y voluntaria, entre múltiples opciones), la tendencia (inclinación para desarrollar algo de una manera determinada), los patrones conductuales (manifestación típica ante determinadas situaciones), la habilidad (capacidad sobresaliente de los individuos) y la estrategia de aprendizaje (herramientas cognitivas para solucionar una tarea que conduzca a un conocimiento).

El estilo de aprendizaje define la manera como se recibe, procesa, integra y recuerda la información, es decir, como se aprende. Dicho estilo involucra los aspectos cognitivos, afectivos y personales. Los teóricos han diferenciado diversos estilos enfocados por características particulares, de los cuales Lozano (2008) menciona:

1. Dependencia e independencia de campo: Tiene que ver con la forma como los sujetos perciben y procesan la información. Los dependientes de campo ven el todo pero no las partes y los independientes ven las partes pero no ven el todo. Los sujetos dependientes tienen mayor habilidad para recordar información social, trabajan mejor en grupo, presentan mejores niveles de empatía, son fácilmente influenciados y se les facilita las ciencias sociales, mientras que los independientes son hábiles para las ciencias básicas, se desempeñan mejor en trabajo individual, no son fácilmente influidos y resuelven problemas más fácilmente.

2. Los holistas y los serialistas: Tienen que ver con la forma como las personas usan las estrategias de aprendizaje. Los holistas se aproximan en forma general al aprendizaje, lo que les permite ver varios niveles simultáneamente, mientras que los serialistas se aproximan en forma local al aprendizaje, es decir, paso por paso, detalle por detalle. Pask (Lozano, 2008) señala a los holistas como aprendices de comprensión y a los serialistas como aprendices de operación.
3. Los impulsivos y reflexivos: Tienen que ver con los tiempos que emplean en el procesamiento. Los primeros dan respuestas apresuradas, cometiendo más errores y no miden los resultados que pueden traer sus acciones, mientras que los segundos son pausados, analíticos, cometen menos errores.
4. Los niveladores y afiladores: Tienen que ver con el procesamiento de la memoria. Los primeros intentan asimilar situaciones nuevas con las que ya posee en su memoria, mientras que los segundos priorizan las situaciones nuevas y los asimilan en forma relativa con los que ya poseen.

Para Cabrera y Fariñas (2005), desde una concepción holística y personológica del aprendizaje los estilos podrían ser definidos como formas de las personas para aprender, por medio de las cuales se expresa el carácter de la personalidad, lo cognitivo y lo afectivo, entre otros.

Desde este enfoque, definen cuatro estilos de aprendizaje: los relacionados con la forma como se percibe la información (estilo visual, estilo verbal-auditivo), los relacionados con la forma como se procesa la información (estilo global, estilo analítico), los relacionados con la forma de planificar el tiempo en el cumplimiento de las metas

como aprendices (estilo planificado y estilo espontáneo) y los relacionados con la forma de orientarse hacia la comunicación y las relaciones interpersonales en el aprendizaje (estilo cooperativo, estilo independiente o individual).

Otros autores mencionan otros estilos, tales como el modelo Kolb (1981), quien define cuatro: el divergente, sujetos que prefieren aprender a través de experiencias concretas, el asimilador que prefiere aprender a través de la observación reflexiva, el convergente, quienes hacen uso de la conceptualización abstracta y los acomodadores que aprenden a través de la experimentación activa (Kolb, 1981).

En la medida en que los docentes conozcan los estilos de aprendizaje de sus alumnos podrán planear actividades de acuerdo a éstos para conseguir que todos sus estudiantes aprendan.

2.2.5. Elementos cognitivos que dificultan el Aprendizaje.

Los problemas de aprendizaje se refieren a las dificultades que presenta un estudiante para aprender un contenido determinado y que ocasiona un bajo rendimiento académico. Dichos problemas pueden deberse a dos aspectos: los determinados por los ambientes y los causados por daños en el sistema nervioso.

Según Arias (2003) un niño tiene una discapacidad para el aprendizaje si:

1. Su rendimiento no está acorde con lo esperado para su edad y sus niveles de habilidad en una o más de las áreas de expresión oral, comprensión oral, expresión escrita, destreza básica de lectura, comprensión de lectura, cálculo matemático y razonamiento matemático.

2. Existe discrepancia entre el rendimiento y la habilidad intelectual en una o más de las áreas ya mencionadas. Si la discrepancia resulta ser por retardo mental, perturbación emocional y factores ambientales, culturales o económicos no se le identificará con discapacidad para el aprendizaje.

Entre los elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje están los problemas de atención y la hiperactividad (Arias, 2003). La atención es un proceso cognoscitivo que se desarrolla desde la infancia, y allí se dan dos tipos, en el primero la atención es involuntaria y se da como respuesta ante un estímulo como el de un ruido o una luz, y el otro es voluntario y depende de la motivación o del conocimiento previo.

García (2001) dice que para algunos autores la atención es el estado cognitivo dinámico que favorece el comportamiento selectivo en una tarea específica, seleccionando la información importante a la situación o el proceso cognitivo o la respuesta motriz. Las dimensiones tradicionales de la atención son la atención selectiva, dividida y sostenida. La selectiva es la capacidad para seleccionar, de entre varias posibilidades, la información más importante que se va a procesar o el esquema de acción indicada. La dividida es la capacidad de realizar la selección de más de una información simultáneamente y la sostenida es la capacidad de mantener el estado de selectividad atencional durante un tiempo prolongado en la ejecución de una tarea.

La atención, según Arias (2003) puede verse afectada entre otros factores, por: 1) la cantidad de datos accesibles para trabajar, 2) la habilidad para organizar el material, 3) la habilidad para relacionar nuevos materiales con experiencias previas, 4) daños orgánicos.

Los niños que tienen déficit de atención debido a la hiperactividad (Arias, 2003) están en continuo movimiento, se lleva todo objeto a la boca, pasea por el salón de clase, no espera su turno, habla excesivamente, es agresivo, presenta baja autoestima, entre otros, necesitan de intervención médica y educativa, Las medicinas le ayudan a controlar su conducta, y la intervención educativa a través del aprendizaje cooperativo, la música, la actividad física.

Los niños que tienen déficit de atención sin hiperactividad (Arias, 2003) presentan dificultades para escuchar cuando se les habla, se distraen fácilmente, no logran concentrarse por mucho tiempo, son desorganizados, no logran trabajar en forma independiente. Con estos niños el maestro debe tomar en cuenta lo mejor del niño, persistir y creer en la habilidad que poseen, debe buscar apoyo en sus compañeros de clase y en los otros docentes. El organizar el trabajo por pares ayuda considerablemente a superar las limitaciones que posee.

Son muchas las investigaciones que se han realizado a nivel mundial para detectar los elementos que afectan el aprendizaje de las matemáticas, por ejemplo, en España González – Pineda y Núñez (Casas y Castellar, 2004) han estudiado las variables que condicionan el rendimiento académico, en especial los relacionados con la discapacidad y el bajo rendimiento en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria obligatoria y han proporcionado información acerca de los factores responsables del fracaso de un gran número de alumnos en dicha área, no dado por la falta de capacidad de éstos por aprender, sino por la falta de implicación de ellos en el proceso de aprendizaje, el cual se evidencia en la actitud negativa hacia las matemáticas, en la falta de confianza en sí mismos, en la falta de motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas y la falta

de participación de los padres en el proceso educativo. Dicha información les ha permitido empezar a buscar posibles soluciones y es así como una de ellas, la de la Universidad de Oviedo, diseñó un programa de intervención para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas basado en una estrategia de hipertexto, un proceso que selecciona el contenido importante de una información, la relaciona a través de frases de enlace y la concreta en ejemplos. Dicha herramienta es utilizada por los profesores al inicio y al final del proceso de instrucción y por los estudiantes para seleccionar, organizar y elaborar la información del tema de estudio; ello ha llevado a una mejora en las habilidades de los estudiantes, les ha permitido aprender más, estar más interesados en la clase y participar más en ella, tener más confianza en sí mismos y ha aumentado el interés por el aprendizaje de las matemáticas. El apoyo de dicha herramienta en la estrategia de enseñanza ha llevado a los profesores a ver que se activan los conocimientos previos del alumno, a observar que la motivación de los alumnos por participar se ha incrementado, al igual que los procesos de atención y concentración en el salón de clase.

Para Geary (2004) las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se presentan como un déficit en las competencias conceptuales o de procedimiento, debido a una incorrecta manipulación o representación en la memoria de trabajo, en los sistemas del lenguaje o en los dominios visioespaciales.

La memoria es considerada uno de los dispositivos básicos del aprendizaje y es para López y Muñoz (1994) la capacidad de retener y evocar la información recibida y consolidada como una impronta en los sistemas o circuitos neuronales, para Anderson, mencionado por Londoño (2008) es el registro de la experiencia que subyace en el aprendizaje. La memoria es un proceso cognitivo complejo que implica según Londoño

registrar o codificar la información, almacenar la información y evocar o recuperar la información.

La memoria se puede clasificar en inmediata, a corto, a mediano y a largo plazo. En la memoria inmediata el estímulo permanece en la mente sólo por unos segundos, es un almacenamiento temporal, frágil, limitado y propenso a interferencias. La memoria a largo plazo es sólida, de capacidad ilimitada y más resistente a procesos de interferencia. Los estudiantes normalmente usan la de mediano plazo en la preparación de evaluaciones y a los pocos días presentan dificultades en su evocación.

Para otros, como Morgado (2005) no hay aprendizaje sin memoria ni memoria sin aprendizaje, ambos son dos procesos ligados y están presentes en otros procesos cerebrales. Las diversas formas de aprendizaje dan lugar a otras memorias, aparte de la de corto y a largo plazo, como la implícita o procedimental, la cual según Morgado es inconsciente, rígida, automática, difícil de verbalizar y es una memoria de hábitos, fiel y duradera. De otro lado esta la memoria explícita, la cual son los recuerdos deliberados y consientes del mundo y de las experiencias personales; esta memoria es flexible y de carácter relacional. Una forma de esta memoria es la memoria de trabajo, la cual se utiliza para retener información que al poco tiempo va a ser usada, es decir, contiene información transitoria y es básica para el razonamiento y otros procesos cognitivos.

Para Morgado (2005) las propiedades de las memorias que se forman al aprender dependen de la estrategia y del tipo de aprendizaje que se ha utilizado para generarlas, por lo cual es muy importante que al generar aprendizaje se discierna la estrategia cognitiva que va a guiar la conducta.

Otro aspecto que dificulta el aprendizaje es la no comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos. Para Pirie y Kieren (Meel, 2003) la comprensión es un proceso de crecimiento interminable, completo, dinámico, estratificado y la consideran como un proceso dinámico de organización y reorganización.

Pirie y Kieren (Meel, 2003) conceptualizan un modelo sobre el crecimiento de la comprensión matemática que posee 7 niveles: conocimiento primitivo, creación de imágenes, comprensión de la imagen, observación de la propiedad, formalización, observación y estructuración.

El conocimiento primitivo contiene todo lo que el estudiante trae a la situación de aprendizaje y hace alusión a lo que los alumnos pueden hacer inicialmente; la creación de imágenes implica lo que el estudiante hace física o mental que le permita obtener una idea del concepto, hay manejo de actividades concretas; en la comprensión de la imagen las ya elaboradas son reemplazadas por una imagen mental, aquí el estudiante no tiene necesidad de realizar acciones físicas e inicia el reconocimiento de las propiedades generales de las imágenes matemáticas estudiadas.

En la observación de la propiedad el estudiante puede examinar la imagen mental y determinar las distintas propiedades asociadas a ella, además puede hacer las combinaciones con otras imágenes. En el nivel de formalización el estudiante está en capacidad de construir definiciones. El nivel de observación permite que el estudiante combine definiciones, ejemplos, teoremas y demostraciones con el fin de identificar componentes, ideas de conexión y medios para cruzar entre ellas. En el nivel de

estructuración, en donde la comprensión del estudiante trasciende más allá del tema particular y la comprensión se halla en una estructura mayor.

2.3. *Investigaciones relacionadas.*

A continuación se presentan algunas investigaciones hechas sobre la enseñanza de las fracciones, su relación con el Álgebra, la implementación de la tecnología para obtener aprendizajes significativos en matemáticas, la importancia de cambiar las prácticas educativas.

1. Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones. Meza y Barrios (2010). El objetivo de dicha investigación fue utilizar el juego en el plano pedagógico y didáctico para desarrollar habilidades en los estudiantes que les permitieran redescubrir estructuras matemáticas subyacentes en él. Se trabajó con 40 estudiantes de una institución educativa de Colombia, a los cuales se les aplicó una prueba diagnóstica sobre el concepto de fracción, la equivalencia entre fracciones y la suma de éstas, con el fin de averiguar el grado de aprendizaje alcanzado por ellos en el método tradicional. Luego se les mostró otra forma de apropiarse de los conceptos a través del juego, utilizando regletas que representaban la unidad y ciertas fracciones.

Luego de la construcción, manipulación y desarrollo de determinadas actividades, se les cuestionó sobre el porque de los resultados obtenidos, con el fin de pasar del juego a la construcción abstracta de los conceptos. Entre los logros obtenidos están: se mejoro la comprensión del concepto de fracción y la lógica de los procesos utilizados en el desarrollo de las operaciones, También se desarrolló el pensamiento lógico y estructurado y gracias al análisis y comprensión de las situaciones propuestas se

dio un aprendizaje significativo. Los estudiantes fácilmente argumentaron la razón de las respuestas y demostraron agrado e interés por el estudio de las fracciones.

2. Implementación de hojas electrónicas en el aprendizaje significativo de conceptos básicos de aritmética y Álgebra en educación media superior. Beltrán (2007). El objetivo de dicha investigación fue certificar si el uso de una hoja electrónica bajaba los índices de reprobación en el aprendizaje de los conceptos básicos de aritmética y Álgebra en el nivel intermedio. Se uso un enfoque cuantitativo, con un tipo de alcance correlacional, con el fin de detectar la relación existente entre el uso de la hoja electrónica y el aprendizaje de conceptos básicos de aritmética y Álgebra.

Se trabajo con dos grupos, uno de control y el otro experimental, de 89 alumnos cada uno. En el grupo de control se siguió el método tradicional en las 8 horas de clase trabajadas y en el experimental se trabajó, la misma cantidad de tiempo, en la sala de cómputo. Los resultados mostraron que si se incremento el aprendizaje significativo de los conceptos básicos de aritmética y Álgebra con el uso de la hoja electrónica y se mejoraron significativamente los resultados de aprobación, los estudiantes centraron más su atención en la toma de decisiones, en la reflexión, el razonamiento y la solución de problemas, potenciándose la comprensión y no la mecanización.

3. Investigating the relationship between fraction proficiency and success in Algebra. Brown y Quinn (2007). El objetivo de esta investigación fue determinar si existía una relación entre las habilidades con las fracciones y el éxito en el Álgebra. Se trabajó con 191 estudiantes de una escuela secundaria en el suroeste de los Estados Unidos, distribuidos en un grupo de Álgebra elemental (138) y un grupo de Álgebra

intermedia (53), a los cuales se les aplicó una evaluación de 25 preguntas que puso a prueba el conocimiento conceptual y las habilidades de cómputo. Los estudiantes de Álgebra elemental ya llevaban 8 semanas de clase y los de Álgebra intermedia 6 cuando se les aplicó la prueba.

En la prueba no se les permitió el uso de la calculadora. Los resultados en el curso de Álgebra elemental (promedio de 52 puntos sobre 100) permitieron observar escaso dominio y familiarización con el concepto de número fraccionario y con las operaciones, mientras que en el nivel intermedio (media de 72 sobre 100) los estudiantes demostraron mayor aplicación de los algoritmos, de los conceptos básicos de las fracciones y una mejor habilidad de la aritmética requerida para el Álgebra. Los resultados demostraron que si hay una relación significativa entre la capacidad de un individuo para comprender y realizar operaciones con fraccionarios y sus resultados en el Álgebra, y permitieron observar que los estudiantes no son capaces de extender su aprendizaje y que existen problemas pedagógicos con las fracciones.

4. Identifying with Mathematics: The effects of conceptual understanding, motivation, and communication on the creation of a strong mathematical identity.

Prakash (2010). Los objetivos de esta investigación fueron establecer la relación entre las matemáticas y el mundo real, la creación de un ambiente de clase que aumentara y facilitara la comunicación y la creación de una identidad matemática mediante la combinación de la comprensión conceptual, la motivación y la comunicación. La investigación se llevo a cabo en una escuela al sureste de San Diego con estudiantes de noveno grado pertenecientes a una bajo nivel socioeconómico. La metodología utilizada

fueron entrevistas, encuestas, reflexiones y trabajo de campo. La docente líder trabajo con cuatro aulas de 27 alumnos con edades entre 14 y 15 años.

Los estudiantes hicieron investigación de campo y el maestro se convirtió en un facilitador del aprendizaje, clarificando y promoviendo el aprendizaje del estudiante al siguiente nivel conectando los conceptos teóricos con el mundo real. El aula se convirtió en un medio de apoyo en donde los estudiantes reflexionaban, discutían en grupos, practicaban procesos, descubrían y reflexionaban.

Los resultados dieron como conclusión que si el docente cambia sus prácticas pedagógicas si es posible darle la oportunidad al estudiante de construir la comprensión conceptual a través del aprendizaje por descubrimiento y comunicar sus ideas, promover el aprendizaje activo y establecer conexiones entre las matemáticas y el mundo real, el estudiante puede además adquirir una identidad matemática que le permita ser responsable de su aprendizaje, lo que le permitirá un aumento en los niveles de comprensión, motivación y conceptual.

5. Relación entre el rendimiento académico de los alumnos en las materias de matemáticas de la preparatoria del Itesm campus Cuernavaca y algunas variables del proceso de enseñanza aprendizaje. Armida (2006). El objetivo de esta investigación fue establecer si existe una relación entre el rendimiento académico y las variables: el perfil del profesor, el tamaño de los grupos, los horarios de clase, el programa de estudio y las técnicas didácticas. La investigación fue de tipo mixto, correlacional y no hubo manipulación de variables. La muestra fue constituida por 8 profesores, 4 directivos, 517 estudiantes y las calificaciones de los últimos 6 semestres.

Entre los resultados obtenidos se encontró que si existe relación entre el aprovechamiento de los alumnos y el número de aprobados, el horario también afecta el rendimiento académico. No se encontró relación entre el tamaño del grupo y el número de aprobados. Los alumnos consideran que el mejor profesor es aquel que tiene excelentes relaciones con ellos, que explica claramente, que repasa lo visto anteriormente y que se constituye en base para nuevos aprendizajes, que es justo en calificar. De los dos tipos de programa que se ofrecen en la institución, el de mejor rendimiento fue el bicultural y no el tradicional.

En este capítulo se presento la naturaleza de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en décimo grado, resaltando la importancia de dar énfasis a la solución de problemas enmarcados dentro de un contexto y al papel que deben asumir tanto los profesores como los estudiantes, de cómo las fracciones juegan un papel importante en el desarrollo del Álgebra y como el aprendizaje de las matemáticas se puede ver favorecido con el uso de la tecnología. Se estudio el aprendizaje bajo la teoría del conductismo y el constructivismo, y los diferentes estilos de aprendizaje que los aprendices pueden tener con el fin de adaptar las prácticas educativas de los maestros a estos. Se presentaron además unas investigaciones sobre la enseñanza de las fracciones, el uso de la tecnología en matemáticas, la necesidad de un cambio en las prácticas educativas, entre otras.

Capítulo 3

Metodología

Introducción

En este capítulo se describe la metodología que se utilizó para el desarrollo de la investigación. Se describe la población y la muestra, se enuncian las categorías e indicadores del estudio así como las fuentes, técnicas e instrumentos utilizados en la recolección de datos. Se explica además la aplicación de los instrumentos y la validez y confiabilidad de los resultados obtenidos a través de la triangulación de los datos e información obtenida.

3.1. Método de investigación

Cada tipo de investigación está sustentada y respaldada por una concepción filosófica denominada paradigma de investigación (Cerdeña, 2008). Para Guillermo Briones, mencionado por González (2004) un paradigma es “una concepción del objeto de estudio de una ciencia, de los problemas para estudiar, de la naturaleza de sus métodos y de la forma de explicar, interpretar o comprender los resultados de la investigación realizada”.

Desde 1962 cuando Kuhn publicó su famosa obra *La estructura de las revoluciones científicas*, se han presentado muchos intentos para aclarar el sentido y el significado de la expresión paradigma, y uno de las definiciones dadas ha sido la de Damiani, para el que “un paradigma constituye un sistema de ideas que orientan y organizan la investigación científica de una disciplina, haciéndola comunicable y

modificable al interior de una comunidad científica que utiliza el mismo lenguaje”
(González, 2004).

Desde el siglo XX dos paradigmas han dominado la investigación científica, el cuantitativo y el cualitativo, los cuales según Hernández (2008) emplean procesos cuidadosos, sistemáticos y empíricos en su esfuerzo por producir conocimiento. En la tabla se muestra una comparación entre dichos paradigmas en términos de presupuestos, objetivos, métodos, papel del investigador, entre otros.

Tabla 2.
Comparación entre los paradigmas cuantitativos y cualitativos (Moreira, 2002)

PARADIGMA CUANTITATIVO	PARADIGMA CUALITATIVO
Realidad objetiva.	Realidad socialmente construida.
Los instrumentos son una manera de alcanzar mediciones precisas.	Los instrumentos son extensiones de los investigadores.
Hay dualismo sujeto-objeto.	No hay dualismo sujeto-objeto.
Verdad es cuestión de correspondencia con la realidad	Verdad es cuestión de concordancia en un contexto
Busca explicar causas de cambios en hechos sociales.	Busca la comprensión del fenómeno social.
Enfoca comportamientos de grupos o de individuos	Enfoca significados y experiencias, acción en vez de comportamientos.
Busca la predicción y control de verdades, a las que llega a través de generalizaciones estadísticas.	Busca la explicación interpretativa, a través del estudio detallado de un caso y de la comparación con otros estudios iguales
Se ocupa de diseños experimentales.	Se ocupa de observación participativa.
Usan la inferencia estadística.	Puede usar la estadística descriptiva.
Sigue un modelo hipotético-deductivo	Sigue un modelo inductivo
El investigador es distante, se limita a lo que es, busca fiabilidad y validez.	El investigador se involucra, anota, oye, observa, registra, documenta, procura credibilidad.
Usa tablas, gráficos, coeficientes	Usa transcripciones, documentos, ejemplos, comentarios interpretativos.

La investigación abarco una serie de fases o pasos, los cuales fueron:

Fase 1. Selección del estudio de casos como método de investigación, selección de las técnicas y diseño de los instrumentos para la recolección de los datos que se aplicaron a un grupo de estudiantes seleccionados y al profesor seleccionado.

Fase 2. Aplicación personal del cuestionario y de la entrevista a los estudiantes y al profesor seleccionado, y análisis de los documentos de la institución Aurelio Martínez Mutis sobre los resultados obtenidos en matemáticas.

Fase 3. Recolección de los datos y elaboración de las gráficas y/o tablas correspondientes a la información obtenida.

Fase 4. Análisis e interpretación de la información.

Fase 5. Elaboración de conclusiones y recomendaciones.

En este trabajo el enfoque más adecuado es el cualitativo, el cual es definido por (Hernández, 2008) como el “conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos”.

La investigación está basada más en el proceso de explorar y describir una situación para generar una teoría. Este tipo de investigación permite que el investigador se introduzca en las experiencias individuales de los participantes y que construya el conocimiento, teniendo conciencia de que es parte del fenómeno que estudia. Él puede observar eventos y actividades en los ambientes naturales, entender a los participantes

que se estudian y desarrollar empatía con los mismos. Puede también observar los procesos sin interrumpir, alterar o imponer un punto de vista externo (Hernández, 2008)

En la recolección de datos el enfoque cualitativo permite el uso de técnicas como la observación no estructurada, las entrevistas abiertas, la revisión de documentos, la discusión en grupo, la evaluación de experiencias personales, el registro de historias de vida, y la interacción e introspección con grupos o comunidades. Los datos son producidos en forma de notas, diagramas, mapas los cuales permiten generar detalladas descripciones (Hernández, 2008).

La investigación cualitativa usa tres metodologías principalmente: la etnografía, el estudio de caso y la investigación acción. En la investigación se trabajó con el estudio de casos. El estudio de casos es un término para la investigación de una unidad individual-un niño, una pandilla, una clase, una escuela o una comunidad. El propósito es investigar profundamente y analizar a fondo los múltiples fenómenos que constituyen el ciclo de vida de la unidad con el fin de establecer generalizaciones acerca de la población en general a la que pertenece dicha unidad (Basse, 1998).

3.2. Participantes en el estudio

En esta sección se tratará sobre dos elementos importantes en la investigación, la población y la muestra. El universo o la población es un grupo de personas o cosas similares en uno o varios aspectos, que forman parte del objeto de estudio (Eyssautier, 2008), por lo que constituye la fuente total y de la que es necesario seleccionar un sector que le represente y sobre el cual sea posible aplicar los métodos; dicho sector se constituye en la muestra.

En esta investigación la población son los 120 estudiantes de décimo grado de una institución educativa oficial, de la ciudad de Bucaramanga en Colombia, con edades que oscilan entre 14 y 16 años y que pertenecen, en su gran mayoría, a los estratos socioeconómico uno y dos (bajo y medio bajo), que provienen de familias disfuncionales, con madres cabeza de familia y con escasa educación y que en su gran mayoría han perdido matemáticas en los años anteriores y que presentan dificultades en sus bases, y un profesor de matemáticas con título de Especialización y 24 años de experiencia.

La selección de la muestra de los estudiantes se determinará a través de un muestreo probabilístico, en el que cada estudiante tendrá una oportunidad o probabilidad conocida de ser elegido, es decir, la selección es independiente del investigador y es controlada en forma objetiva de modo que los componentes serán escogidos estrictamente al azar.

Para seleccionar la muestra, se hará una división de los estudiantes en dos grupos basados en los resultados académicos obtenidos en los años anteriores y en los resultados de la prueba que se aplicará para medir el nivel de comprensión de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra. Luego, se utilizará una tabla de números aleatorios para el grupo que presenta menor rendimiento, la cual contiene un sinnúmero de dígitos que han sido elegidos de acuerdo un sistema estricto de elección. El grupo se enumerará en forma progresiva antes de iniciar el proceso de selección de muestreo (Eyssautier, 2008). La muestra abarcará 10 estudiantes.

3.3. Instrumentos de recolección de datos

3.3.1. Tema, categorías e indicadores de estudio.

El tema de la presente investigación es “los números fraccionarios y el aprendizaje del Álgebra”. El estudio se dividió en dos categorías, las cuales corresponden a las dos principales áreas de la investigación, y cada una se dividió en indicadores que resultaron de la revisión bibliográfica y que serán determinantes en la elaboración de los instrumentos, ya que a partir de ellos se diseñaran las preguntas de la entrevista a profundidad a los estudiantes de la muestra y al docente y las observaciones de las prácticas educativas del docente para conocer los elementos cognitivos que intervienen en el aprendizaje del Álgebra cuando se usan números fraccionarios y así dar respuesta a la pregunta de investigación ¿cuáles son los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios en estudiantes de décimo grado?

Las dos categorías de estudio son: 1) el proceso de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica y 2) elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra.

Los indicadores de estudio que integraron cada categoría fueron: La enseñanza de los números fraccionarios en décimo grado y su aplicación al Álgebra, el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra, en la primera categoría y los estilos de aprendizaje y la dificultad en el aprendizaje en la segunda categoría.

3.3.2. Instrumentos de recolección de datos

La selección y elaboración de los instrumentos de investigación es una parte fundamental en el proceso de recolección de datos, ya que sin ellos es imposible tener acceso a la información que requerimos para resolver un problema o verificar una

hipótesis. Los instrumentos principales que se utilizan en la recopilación de datos son: la observación, la recopilación o investigación documental, la entrevista, el cuestionario, las encuestas, entre otros.

Los instrumentos utilizados para la recolección de datos de esta investigación, son: las pruebas para medir el nivel de comprensión de los estudiantes, las entrevistas a profundidad a los estudiantes y al docente, la observación de prácticas educativas y el diario del investigador.

La entrevista cualitativa, es según Hernández (2008), íntima, flexible y abierta, y se define como una reunión para intercambiar información entre el entrevistador y el entrevistado. Cerda (2008) afirma que por medio de la entrevista se obtiene toda aquella información que no se puede obtener por la observación, y que a través de ello se puede penetrar en el mundo interior del ser humano y conocer sus sentimientos, su estado de ánimo, sus ideas, creencias y conocimientos. La entrevista tiene un propósito bien definido y se da en función del tema que se investiga. Es un proceso de transacción de dar y recibir información, de pregunta y respuesta, de emisor-receptor, hasta obtener los objetivos fijado por el investigador.

La entrevista a realizar busca obtener información sobre los diferentes enfoques de los fraccionarios que tiene los estudiantes y el docente, si las actividades desarrolladas en clase tienen en cuenta los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto, si se reconoce la importancia de los fraccionarios en su relación con el Álgebra, si hay motivación por aprender matemáticas, si se conocen los estilos de aprendizaje y se tienen en cuenta en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Además, busca determinar si se reconocen que elementos pueden dificultar el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica de los estudiantes, y si se establecen estrategias para superar las dificultades que presentan éstos en el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica. En los anexos 4 y 5 se mencionan las preguntas a aplicar.

La observación es un procedimiento fácil de aplicar, directo y que utiliza técnicas de tabulación muy sencillas. La observación (Cerdea, 2008), exige una actitud, una postura y un fin determinado en relación con la cosa que se observa, exige, además tener un plan o unas directrices determinadas en relación con lo que se espera observar.

Según los niveles de relación entre el sujeto y el objeto y de éstos con los medios e instrumentos hay varios tipos de observación (Cerdea, 2008),: la no participante (en la cual el observador permanece ajeno a la situación que observa), la directa (el observador es presentado y maneja lo que sucede), la observación participante (en donde el fenómeno se conoce desde adentro y es natural si el observador pertenece a la comunidad) y las observaciones individuales (solamente el investigador hace la observación) y las grupales (si es efectuada por un grupo de personas). En esta investigación, la observación que se utilizará es la participante natural.

Entre los instrumentos que utiliza la observación participante para registrar lo observado está el diario de campo, el cual es una narración minuciosa y periódica de las experiencias vividas y los hechos observados por el investigador, conservando el rigor y la objetividad exigida (Cerdea, 2008).

Con la observación se obtuvo información de como se lleva a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra y se detectaron cuales son los elementos que dificultan dicho aprendizaje.

3.4. Aplicación de instrumentos

La prueba para medir el nivel de comprensión se aplicará a todos los estudiantes en el mes de mayo, con base en dichos resultados se hará la división en los grupos ya mencionados y una vez se tenga la muestra se aplicará el cuestionario a éstos y se hará la entrevista al docente seleccionado. Todos los instrumentos serán aplicados en forma personal por el investigador entre los meses de junio y julio.

Como es conveniente tener varias fuentes de información para recolectar los datos se analizarán los documentos institucionales que tienen que ver con el rendimiento en matemáticas de los estudiantes a nivel interno y en las pruebas regionales, nacionales e internacionales.

3.5. Estrategias para el análisis de datos

Como se tienen varias fuentes de información en la recolección de los datos: observaciones, entrevistas, diario del investigador, lo primero que se debe hacer es volver a revisar todo el material en su forma original, y tal y como lo dice Hernández (2008) comenzar a escribir una bitácora de análisis, cuya función es documentar paso a paso el proceso analítico. El análisis de los datos se lleva a cabo para obtener información que permita resolver la pregunta de investigación.

La confiabilidad cualitativa, llamada dependencia, es definida por Franklin y Ballau como “el grado en que diferentes investigadores que recolecten datos similares en el campo y efectúen los mismos análisis, generen resultados equivalentes” (Hernández, p.662), para lo cual se evitara que las creencias y opiniones del investigador afecten la interpretación de los resultados, no se establecerán conclusiones hasta tanto los datos no sean analizados y se consideraran todos los datos. La credibilidad, llamada también validez interna, se refiere a si el investigador ha captado el significado completo y profundo de las experiencias de los participantes, para lo cual se evitara que las creencias y opiniones propias del investigador afecten la interpretación de los datos, se dará igual importancia a todos los datos y se tendrá presente que el investigador influye en los participantes y que éstos a su vez lo afectan. Por último, como hay diferentes fuentes y métodos de recolección, se hará una triangulación de los datos.

En este capítulo se presentó la metodología utilizada para la investigación, la cual corresponde al enfoque cualitativo y el método utilizado fue el estudio de casos. Se describió la población y la muestra seleccionada. Se mencionaron las categorías e indicadores del estudio y las fuentes de información utilizadas para obtener los datos. La técnica de recolección de datos fue la entrevista, la observación, el diario del investigador y el análisis de documentos institucionales. Se explico la aplicación de los instrumentos y la validez y confiabilidad de los resultados obtenidos a través de la triangulación de los datos e información obtenida.

Capítulo IV

Resultados

Introducción

En el presente capítulo se describen los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los instrumentos para la recolección de datos a los participantes de esta investigación, así como algunas interpretaciones que se hicieron al respecto. Se describen y analizan los resultados de la aplicación de la prueba de conocimiento y la entrevista a los estudiantes de décimo grado que tuvieron resultados negativos en la prueba y al profesor que trabaja con ellos en el presente año. Además se tienen los reportes del rendimiento en matemáticas de los estudiantes de la muestra en los años anteriores, además de los resultados de las observaciones hechas en las clases de algebra y del diario del investigador. Para ello, se elaboraron tablas y gráficas que exhiben en forma clara y ordenada la información recopilada en cada categoría, dividida en los diferentes indicadores planteados.

4.1 Presentación de resultados

A toda la población (120 estudiantes) se les aplicó una prueba de conocimiento que contenía ejercicios sobre los diferentes contextos de los fraccionarios y aplicaciones de éstos al Álgebra. Con base en los resultados obtenidos y tomando como referencia el 60% de solución correcta de la prueba y los resultados de los años anteriores se procedió a dividir la población en dos grupos y del grupo de menor rendimiento se seleccionaron aleatoriamente 10 estudiantes, a los cuales se les analizó de una forma más detallada los resultados de la prueba y se les aplicó la entrevista.

El Sistema Educativo Colombiano permite la promoción de un estudiante de un grado a otro con hasta 3 materias reprobadas. Todas las instituciones educativas estatales deben cumplir dicha norma. Por tal razón muchos de los estudiantes que en el presente año cursan décimo grado presentan tal situación. La revisión de documentos de la Institución respecto a la pérdida de matemáticas en los años anteriores arrojaron los siguientes resultados:

Tabla 3.

Porcentaje de pérdida de matemáticas en los grados sexto, séptimo, octavo y noveno de los estudiantes que actualmente están en décimo grado (SIECAMM, 2011).

AÑO	GRADO	PORCENTAJE
2007	6	62
2008	7	58
2009	8	61
2010	9	50

Se evidencia las graves dificultades que los estudiantes de la institución en general han venido presentado a lo largo de su bachillerato, lo que agrava la situación en los cursos superiores.

Con respecto a la prueba, las cinco primeras preguntas buscaban reconocer si el estudiante identificaba algunos de los diversos contextos de las fracciones en las situaciones planteadas.

Figura 3

Contexto 1: La fracción como una expresión que vincula la parte con el todo.

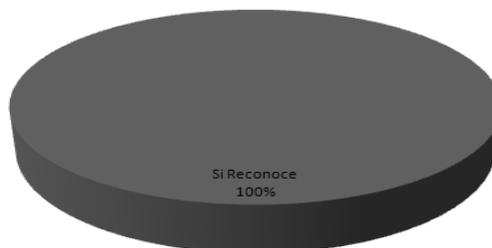


Figura 4

Contexto 2: La fracción como un reparto equitativo.

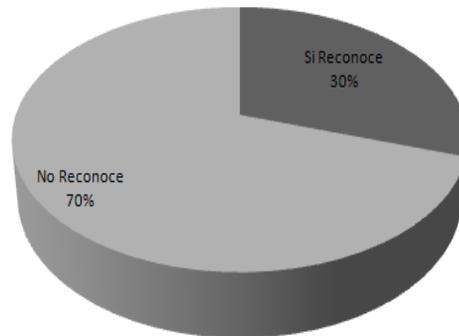


Figura 5

Contexto 3: La fracción como razón.

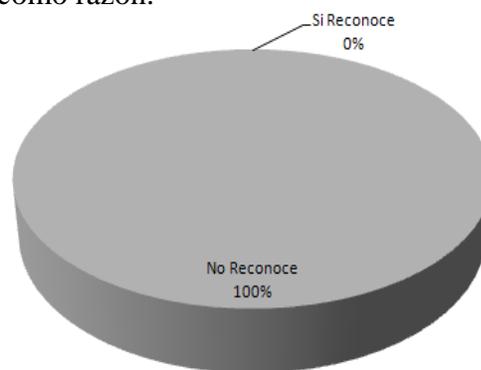


Figura 6

Contexto 4: La fracción como una división indicada.

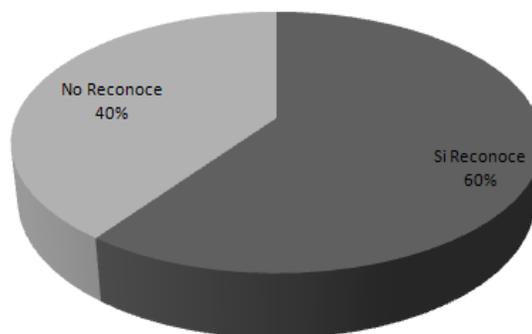
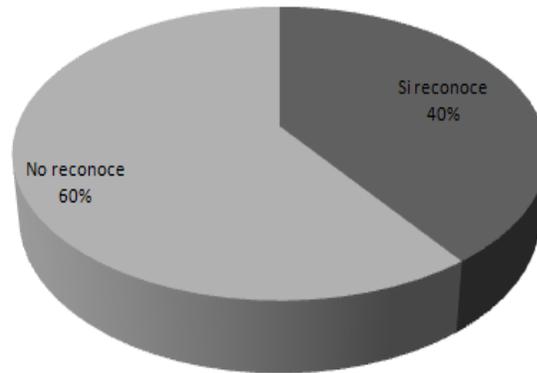


Figura 7
Contexto 5: La fracción como Operador.

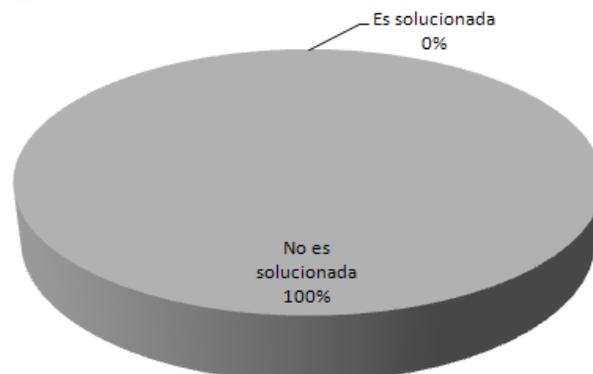


Los ejercicios 6 y 7 presentaban dos situaciones problemas que se debían resolver usando las operaciones entre fracciones.

Figura 8
Situación problema 1.



Figura 9
Situación problemica 2.



Los ejercicios 8, 9 y 10 eran tres situaciones algebraicas que se debían resolver usando las fracciones y sus operaciones. Ninguna de ellas fue solucionada por los estudiantes.

Figura 10
Situaciones problemicas aplicada al Álgebra.



El análisis de los datos obtenidos de la entrevista se realizó examinando cada caso de manera individual, se leyó cada entrevista, pregunta por pregunta, buscando coincidencias para clasificarlas y así ilustrar la información de los diez casos. Los resultados de la aplicación de los instrumentos de investigación, fueron organizados a partir de las dos categorías, iniciando con el proceso de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra y a continuación con los elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra.

4.1.1 Resultados de las entrevistas

A continuación se presenta los resultados de las entrevistas aplicadas a los estudiantes de la muestra y al docente.

4.1.1.1 Entrevistas a los estudiantes. Los resultados se detallan de acuerdo a las categorías planteadas.

Categoría 1. El proceso de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra.

Tabla 4.
Contexto de los estudiantes entrevistados ((Datos recabados por el autor)

Estado	Han reprobado matemáticas desde primaria	Han reprobado matemáticas en secundaria
Alumno antiguo	3	5
Alumno nuevo	0	2

En cuanto al contexto, tres de los diez alumnos han reprobado matemática desde quinto grado de primaria, tres desde séptimo grado de secundaria cuando iniciaron el trabajo con números enteros y los otros cuatro desde octavo grado de secundaria cuando se inicio el trabajo con los números reales y los preámbulos del Álgebra. Ocho de los diez alumnos han cursado estudios desde primaria en las sedes del colegio y sólo dos de ellos ingresaron este año a décimo grado. A pesar de las dificultades que reiterativamente han presentado durante su vida escolar en lo que respecta a matemáticas sus padres no han asumido ningún compromiso para ayudarles a reforzar lo no aprendido y la mayoría asume dichas dificultades como hereditario ya que ellos también tuvieron en su edad escolar problemas con las matemáticas.

Tabla 5.
Reconocimiento del enfoque de los fraccionarios (Datos recabados por el autor)

Estado	Reconoce enfoque	No reconoce enfoque
Alumno antiguo	2	6
Alumno nuevo	0	2

En cuanto al indicador el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra, la gran mayoría (ocho) no reconoce los diferentes enfoques que tienen los números fraccionarios o no se acuerda de ninguno de ellos, para los otros los fraccionarios sirven para dividir alguna cosa y para rellenar cuadros.

Tabla 6.
Relación con el Álgebra (Datos recabados por el autor)

Estado	Reconoce enfoque	No reconoce enfoque
Alumno antiguo	8	0
Alumno nuevo	2	0

Todos reconocen la importancia de los fraccionarios en su relación con el Álgebra, ya que éstos permiten un mejor desarrollo de los temas, son necesarios para resolver situaciones problemas, se utilizan en el proceso de aprendizaje del Álgebra, sirven para simplificar expresiones que permiten un mejor desarrollo de los problemas o ejercicios y constituyen una de las bases para el desenvolvimiento del Álgebra.

Tabla 7.
Motivación por aprender matemáticas (Datos recabados por el autor)

Estado	Siente motivación	No siente motivación
Alumno antiguo	7	1
Alumno nuevo	2	0

La gran mayoría (nueve) sienten motivación por aprender matemáticas, ya que consideran que las matemáticas son básicas para la vida del hombre y su desenvolvimiento en la sociedad, porque la consideran el fundamento de casi todas las

carreras que les permitirán desenvolverse como profesionales y sobre todo porque ven la necesidad de su uso en la carrera universitaria que pretenden estudiar. Sólo uno siente desmotivación por aprenderla porque considera que son difíciles y porque se siente incapaz de resolver los ejercicios y problemas sin la ayuda de la calculadora.

Categoría 2. Elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra.

En lo que respecta a los estilos de aprendizaje, los estudiantes consideran que éste consiste en poner atención en las clases a las explicaciones dadas por el docente, hacer ejercicios, repasar, practicar, dedicarle tiempo a la asignatura, solicitar explicaciones de otras personas, aprenderse las fórmulas y procesos y tomar apuntes.

Tabla 8.

Influencia del estilo de aprendizaje (Datos recabados por el autor)

Estado	Influye	No influye	No sabe
Alumno antiguo	5	1	2
Alumno nuevo	1	1	0

La gran mayoría (seis) consideran que su estilo de aprendizaje influye en el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica porque aseveran que una gran parte del conocimiento se adquiere viendo las explicaciones y preguntando en la clase y que no conocen otra forma diferente de aprender que haciendo una y otra vez ejercicios hasta mecanizarlo; dos de ellos consideran que no porque a pesar de que su estilo es prestar atención a las explicaciones muchas veces no entienden y se quedan con las mismas dudas y que además el entender o no depende es de la forma como el profesor

aborde y explique el tema y los otros dos estudiantes no saben si su estilo afecta en determinado momento el aprendizaje de las fracciones y su aplicación al Álgebra.

Tabla 9.

Principales problemas en el aprendizaje de las fracciones y su aplicación al Álgebra (Datos recabados por el autor)

Problema	Número de alumnos
Falta de atención	5
Poca dedicación	6
No claridad en los procesos	3
Poca exigencia en la primaria	8
Deficiencias en bases	7

Al preguntarles sobre cuáles creen que son los principales problemas en el aprendizaje de las fracciones y su aplicación al Álgebra, consideran que uno de ellos es la falta de atención a las explicaciones, la poca dedicación que se le da a la operacionalización de éstos, la no claridad en los procesos que se deben seguir en cada una de las operaciones, el contexto de las explicaciones y de los problemas dados en los grados inferiores es muy elemental y no los prepara para la complejidad del Álgebra y las deficiencias en bases con las operaciones elementales de los naturales.

Todos consideran que la fundamentación básica de las matemáticas influye en las dificultades del aprendizaje de las fracciones y su aplicación al Álgebra, ya que constituyen el punto de partida para el desarrollo de temas más complejos, consideran las matemáticas como un edificio en construcción en el que a medida que se va avanzando piso por piso y no quede bien la construcción presentará fallas graves en su estructura y

correrá el riesgo de colapsar. También asumen que falta compromiso de parte de ellos de reforzar, de practicar, y de ir más allá de la explicación del aula de clases.

Tabla 10.

Medidas que garantizan el aprendizaje de las fracciones y su aplicación al Álgebra (Datos recabados por el autor)

Medida	Número de alumnos
Repaso de profesores	8
Monitorias	3
Explicaciones detalladas	7
Trabajo en equipo	10
Exigencia en primaria	6

Entre las medidas que los estudiantes consideran se deben implementar para garantizar el aprendizaje de las fracciones y su aplicación algebraica están que los profesores deben repasar siempre que sea necesario todo lo que el estudiante no recuerda o presenta problemas en su operacionalización, colocar monitores en las clases que ayuden a los estudiantes desventajados, hacer las explicaciones lentamente para que todos los estudiantes alcancen a entenderlas, aumentar el trabajo en equipo, buscar ayudas extras por parte de ellos cada vez que así lo requieran y aumentar la exigencia en la primaria y en los grados inferiores de secundaria con el fin de fortalecer los procesos básicos de las matemáticas necesarios para el desenvolvimiento del Álgebra.

4.1.1.2 Entrevista al docente. Los resultados se detallan de acuerdo a las categorías planteadas.

Categoría 1. El proceso de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra.

En cuanto al indicador la enseñanza de los números fraccionarios en décimo grado y su aplicación al Álgebra, el docente afirma que tiene claro los objetivos al enseñar matemáticas ya que se deben seguir los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional y los institucionales y éstos establecen unos logros mínimos de estricto cumplimiento.

En sus clases el docente presenta los diferentes enfoques de los fraccionarios a los estudiantes, entre los cuales menciona la representación gráfica no sólo en lo que tiene que ver con la relación de una parte con el todo sino también con la ubicación de las fracciones en la recta numérica, además trabaja el enfoque de medida, cociente, operador y razón.

Además en las actividades desarrolladas en clase tiene en cuenta los conocimientos básicos que se necesitan para operar los fraccionarios, la lógica, el dominio de las operaciones elementales, el contexto y procesos generales en la operatividad basada en algoritmos, en los de planteamiento y solución de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación, la comparación y la ejercitación de procedimientos.

El docente manifiesta que presenta la oportunidad a sus estudiantes de transferir el conocimiento de los fraccionarios a otras ramas de las matemáticas, como el Álgebra y lo hace desarrollando habilidades en el cálculo numérico y las bases conceptuales para el Álgebra (modelación), además el concepto y las operaciones con los fraccionarios se

aplican a la simplificación y operaciones con fracciones algebraicas (apoyado en factorización), y en problemas de geometría como los de perímetro, área, volumen y semejanza de triángulos.

La motivación por el aprendizaje de las matemáticas es desarrollada en los estudiantes a través de diálogos que recalcan la importancia de las matemáticas y el uso que ésta tiene en casi todos los campos de la ciencia, rescatando su funcionalidad, la cual permite dar respuesta a muchas situaciones de la vida diaria (consumo, reparto de capitales, interés, etc.). Considera que la motivación es sobre todo intrínseca y que es el estudiante quien debe buscar ayudas para superar las dificultades presentadas y hacer de las matemáticas un juego.

Categoría 2. Elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra.

En lo que respecta a los estilos de aprendizaje el docente considera que no tiene en cuenta los estilos de aprendizaje de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica debido a la cantidad de estudiantes que existe por aula y que lo que se tiene en cuenta es la generalidad del grupo. Si se detecta alguna dificultad se analiza el caso particular para colaborarle en su aprendizaje y para sugerirle opciones de mejora.

Entre los estilos de aprendizaje que él conoce menciona el visual, el auditivo, el kinésico y el mecánico repetitivo. Considera que la relación que existe entre los estilos de aprendizaje y el aprendizaje de las matemáticas, y en especial el de los números

fraccionarios y su aplicación al Álgebra es muy estrecha ya que interfieren en alcanzar o no los logros predeterminados y que la motivación es el puente entre ellos.

Para él los estudiantes no tienen un estilo de aprendizaje definido y poseen escasa motivación ya que la mayoría se encuentra en las aulas obligados por sus padres, lo que hace que muestren poco interés en el aprendizaje y además el sistema de promoción decretado por el gobierno le da al estudiante la opción de reprobado hasta tres materias sin perder el año escolar y que por tal razón hay estudiantes en cursos superiores que no han alcanzado ni las bases mínimas de la aritmética.

En lo que tiene que ver con la dificultad en el aprendizaje reconoce varios elementos que pueden dificultar el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica de los estudiantes, entre los cuales se encuentra la atención dispersa, la ausencia de fundamentos básicos en conceptos, operatividad y transferencia, la presentación de temas fragmentados y/o aislados sin relación entre ellos, la falta de motivación y de gusto por las matemáticas, la desnutrición de muchos estudiantes, la poca práctica de los algoritmos y la falta de compromiso de todos los estamentos educativos los cuales promueven la promoción sin la aprobación mínima de todas las asignaturas.

Entre las estrategias que establece para superar las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica menciona el trabajo individual para afianzar conocimientos, las ayudas tutoriales, las nuevas explicaciones, el trabajo en grupo para comprobar resultados y compartir

experiencias, el refuerzo a través del desarrollo de múltiples ejercicios, la aplicación de los conocimientos a la solución de situaciones problema.

También usa el apoyo de la comunidad educativa, el trabajo con psicología para los jóvenes con problemas de aprendizaje severos, la aplicación de las nuevas tecnologías de información y comunicación en su metodología y pedagogía y la permanente capacitación en todas aquellas herramientas y programas que permitan a los estudiantes avanzar en la construcción del conocimiento.

4.1.2 Resultados de las observaciones hechas en las clases de Álgebra

En las clases de Álgebra que se presenciaron se trabajó el tema denominado operaciones con expresiones algebraicas en las cuales el profesor planteo un ejercicio de cada una de las operaciones, primero con enteros y luego con fraccionarios. Ya los estudiantes habían trabajado con el docente los conceptos básicos de términos semejantes. En dichas clases se observo que un gran número de estudiantes presentan problemas en el desarrollo de las operaciones básicas, no tienen claridad en el manejo de los signos y aplican la ley de los signos de la multiplicación en la suma y la resta. El docente decide hacer una pausa y hace una pequeña explicación de las operaciones con enteros.

Los estudiantes reconocen los términos semejantes pero se les dificulta por el manejo de las operaciones con dichas expresiones. En el caso de la multiplicación y división el problema se presenta en aplicar las propiedades de la potenciación y tienden a multiplicar los exponentes de la misma base cuando hay una multiplicación.

Cuando las situaciones contienen números fraccionarios el error más común se presentó en la suma y en la resta, en la cual a pesar de que las fracciones son heterogéneas tienden a hacer las operaciones de frente, sin tener en cuenta que sólo se pueden operar los numeradores de esa forma cuando las fracciones presentan el mismo denominador.

Nuevamente el docente debe hacer un alto en la clase y reforzar las operaciones básicas con números fraccionarios. Se percibe en el grupo una desmotivación causada por la aceptación de que los conceptos básicos que se deben dominar poseen muchas falencias, la clase ve continuamente afectada por el freno que producen los estudiantes que tienen graves fallas en bases y eso hace que los estudiantes que si las dominan se desmotiven porque no ven avances significativos en el desarrollo de las clases. Varios fomentan charlas que perjudican la clase y otros se convierten en monitores que les colaboran a sus compañeros. Debido a la poca participación de los estudiantes en las clases por no tener un dominio básico se nota el desgaste del profesor y la ansiedad que ello le produce.

Se observa, además, que el profesor continúa con una práctica tradicional de enseñanza, colocando ejercicios fuera de contexto y dando reglas para su desarrollo. Los estudiantes deben recordar los algoritmos de las operaciones y aplicarlos en la solución de ejercicios algebraicos. Se hacen trabajos con ejercicios repetitivos y mecánicos.

4.2 Análisis e interpretación de resultados

El objetivo de esta sección es analizar los resultados obtenidos en la aplicación de los instrumentos de investigación.

Para Stake (1995, p. 94) los investigadores no solo reconocen la necesidad de ser exacto en la medición de las cosas sino también ser lógico en la interpretación de dichas mediciones. En una investigación cualitativa el investigador trabaja con el sentido común en la búsqueda de precisión y de explicaciones alternativas, las cuales son insuficientes y se deben complementar con estrategias que no dependan de la simple intuición y de las buenas intenciones, estrategias que en este tipo de investigación se denominan triangulación de datos.

Es así como en la presente investigación se han utilizado diferentes medios para la consecución de la información y su posterior análisis, tales como una prueba de conocimiento, la revisión de los resultados académicos en matemáticas de los últimos años de los estudiantes de la institución, los resultados en las pruebas nacionales y los resultados del país en las pruebas internacionales, la versión de los estudiantes de la muestra, la versión del docente, la observación del investigador y el diario de campo del mismo. Según Cisterna, F. (2005, p. 68) en la triangulación se hace un cruce de toda la información pertinente al objeto de estudio y se desarrolla una vez ha concluido la recopilación de la información.

La información obtenida de la prueba diagnóstica refleja el poco o nulo dominio que tienen los estudiantes de décimo grado de las operaciones con números fraccionarios y su aplicación al Álgebra, la gran mayoría de ellos no tiene los conocimientos previos de las fracciones y sus operaciones, reconocen la fracción como la parte de un todo cuando se les da una figura, pero cuando se les pide hacer analíticamente una aplicación de ello a un problema no poseen la habilidad de hacerlo, no hay manejo de un pensamiento abstracto, ni hay un entendimiento claro del significado del numerador y del denominador

ni de la representación de la fracción en una recta numérica, lo que dificulta la transferencia de éstos conceptos al Álgebra.

Los datos arrojaron como resultado en cuanto al proceso de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica que el docente tiene muy claro los objetivos al enseñar matemáticas, es consciente de que los principios y los estándares de las matemáticas escolares tienen como finalidad guiar sus prácticas en beneficio de sus estudiantes, principios que a nivel internacional el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas afirma que describen las características propias de la educación matemática y los estándares, el contenido y los procesos matemáticos que se deben aprender y que en Colombia buscan resaltar los procesos de pensamiento, permitiendo el desarrollo de la capacidad de pensamiento y de reflexión lógica, aplicable dentro y fuera de la escuela.

Es así como el docente guía sus prácticas desarrollando en sus alumnos los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto (MEN, 1998), los cuales involucran el razonamiento, el planteamiento y solución de problemas, la comunicación, la modelación, el desarrollo del pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, todo ello inmerso en el contexto social y cultural en el que se desenvuelve el estudiante, además de los intereses y creencias.

Respecto a la presentación de los diferentes enfoques de los fraccionarios por parte del profesor, éste afirma que si lo hace a través de situaciones problemas en los diferentes contextos en que surgen las fracciones. Los enfoques presentados a los estudiantes involucran la fracción como expresión que vincula la parte con el todo, la

fracción como razón, como reparto equitativo, como cociente, como operador y la fracción como un punto en la recta numérica.

Sin embargo, a pesar de esta afirmación por parte del docente, sólo el 20% de los estudiantes entrevistados afirman reconocer dichos enfoques, los demás afirman no reconocerlos o no recordarlos, lo cual se ve reflejado en la prueba de comprensión de los encuestados, en donde la totalidad (10) de ellos sólo reconocen la fracción como expresión que vincula la parte con el todo, ninguno reconoce el enfoque de la razón, menos de la mitad la reconoce como reparto equitativo (3 de 10) y como operador (4 de 10), sólo 6 de ellos la reconoce como cociente y tan solo 2 ubican la fracción en la recta numérica.

Para 3 de ellos 2,5 significa lo mismo que $\frac{2}{5}$ y 4 (de los 10) representan $\frac{5}{7}$ en la recta numérica como 5,7 o 7,5 o como $\frac{7}{5}$. Lo anterior permite afirmar que se debe intensificar el trabajo de los números fraccionarios con situaciones en los diversos contextos, los cuales le darán la oportunidad al estudiante de reinventar dichos números y reconocer su necesidad y significado (Obra colectiva de los docentes de la red de escuelas de Campana, 2001).

El profesor dice tener en cuenta en el desarrollo de sus clases los conocimientos básicos, la lógica, el contexto y los procesos generales en la operatividad basada en algoritmos, en los de planteamiento y solución de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación, la comparación y la ejercitación de procedimientos, es consciente de que debe proveer a los estudiantes de situaciones que le desarrollen su autonomía, creatividad y que le permitan ejercitar su actividad mental, y adquirir confianza en sí mismo, a la vez que le prepare para nuevos retos y problemas.

Para conseguir lo anterior, el docente reconoce que debe cambiar su rol tradicional de profesor, sin embargo al observar sus prácticas en el aula con sus alumnos se encuentra que la clase no se hace realista ni interesante, lo que no motiva el interés de los estudiantes, en ellas se ve que el profesor sigue en la sola transmisión de conocimientos y no en el enseñar a aprender, lo que conduce a que no se logren desarrollar capacidades y habilidades para aprender, siendo estas últimas las que llevará al estudiante a tomar mejores decisiones y a actuar de manera crítica frente a las situaciones que la vida le presente (Guevara, 2010).

En sus clases no se evidencia que el objetivo de enseñar matemáticas es que los estudiantes entiendan los conceptos y los sepan usar, desarrollando una verdadera comprensión de ellos y de sus procedimientos.

El profesor considera que brinda a sus estudiantes la oportunidad de transferir el conocimiento de los fraccionarios a otras ramas de las matemáticas como el Álgebra, porque les permite tal y como lo afirma Schunk (1997) aplicar el conocimiento en formas y situaciones nuevas y es así como él utiliza especialmente las operaciones para que el estudiante efectúe operaciones algebraicas y resuelva situaciones problema con términos semejantes que contengan fraccionarios.

Sin embargo tal transferencia se ve afectada o no tiene éxito porque el primer factor, como lo afirman Bransford, Brown y Cocking (2004) para que ésta se dé es que el estudiante tenga un grado de dominio del tema original, en este caso de las fracciones, cosa que no ocurre en la mayoría de ellos. Es indispensable que el profesor evite la transferencia negativa, es decir, aquella en la que un aprendizaje interfiere o dificulta un

nuevo aprendizaje y haga conciencia en el estudiante sobre la necesidad del aprendizaje previo, de invertir tiempo en la tarea, de comprender y que a su vez él mismo les brinde variados contextos de aprendizaje, factores de los cuales, menciona Ruiz (2002), depende la transferencia.

Todos los estudiantes reconocen la importancia de los fraccionarios en su relación con el Álgebra y son conscientes de que sin estas bases su desarrollo se ve perjudicado, pero no toman medidas para dominar los conceptos que no aprendieron o que olvidaron, se quedan en el nivel concreto y no avanzan a los otros niveles elaborados por Klausmeier, como son las etapas de identidad, clasificatoria y formal. Es así que cuando el profesor le presenta una situación algebraica que contenga fracciones y les pide operarla, el estudiante no reconoce las operaciones fraccionarias desde una perspectiva diferente y no es capaz de resolverla, lo cual se evidencio en las situaciones problemicas de la prueba diagnóstica, en donde se observa que los estudiantes no fueron capaces de trasferir las operaciones con fraccionarios a las operaciones con fracciones algebraicas. La mayoría reemplazo la x por un número para resolver la situación y aún así efectuaron mal las operaciones.

El docente considera que la motivación es necesaria para el aprendizaje de las matemáticas y trata de desarrollarla en sus estudiantes a través de situaciones que resaltan la importancia de ésta y ejemplificando el uso que tiene en casi todos los campos de la ciencia y en situaciones cotidianas de la vida diaria, pero cree que la motivación básicamente es intrínseca y que es el estudiante quien debe buscar estrategias que le permitan dominar las matemáticas, olvidando que entre los principios que regulan la motivación, según Keller (2008), se encuentra que ésta se da cuando se promueve la

curiosidad del estudiante, la atención de ganar, el mantenimiento de la participación activa y que por tal razón él debe buscar una gran variedad de enfoques y de situaciones que atraigan la atención del estudiante y despertando el sentido de investigación en él.

Además para que la motivación para aprender se promueva el docente debe permitir que el conocimiento que hay que aprender sea percibido en forma significativa, de tal manera que el estudiante vea la importancia de los conceptos, y las relaciones de éstos con las estrategias, los objetivos, los conocimientos previos, y por consiguiente debe proveer actividades de aprendizaje relevantes, auténticas experiencias de aprendizaje.

Nueve de los diez estudiantes afirman que sienten motivación por aprender matemáticas, porque la consideran básica para la vida del hombre, y el fundamento de casi todas las carreras profesionales, además porque saben que la van a necesitar en sus estudios universitarios a futuro.

Por tal razón tienen un motivo para creer que puede tener éxito en dominar las tareas de aprendizaje, teniendo confianza en sí mismos, en sus capacidades y esfuerzos, lo que potencia la autoestima, la confianza y la seguridad e incentiva sus sentimientos de satisfacción intrínsecos, pero en la práctica no se manifiesta esa motivación, ya que los estudiantes demuestran aburrimiento ante las situaciones y actividades planteadas por el maestro y se distraen en tareas de otras materias o sencillamente no atienden a la clase y se desvía su atención, y fuera de la institución tal y como ellos lo dicen y lo confirma el docente no dedican tiempo extra a practicar ni a reforzar y un gran porcentaje no elabora las tareas dejadas por el maestro.

En cuanto a los elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra y en lo que respecta a los estilos de aprendizaje, el docente manifiesta que no tiene en cuenta el estilo de aprendizaje de sus estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica debido al gran número de estudiantes que tienen en el aula y a los escasos recursos tecnológicos con los que cuenta la institución, el cual solo le provee de una pizarra, de marcadores y borrador, pero si considera que éste es importante en el aprendizaje de las matemáticas, y en especial en el de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra y que su relación es muy estrecha ya que interfieren en alcanzar o no los logros predeterminados.

En la entrevista se percibió que el docente desconoce los diferentes estilos de aprendizaje existentes y sólo reconoce el que tiene que ver con la forma como el estudiante percibe la información y desconoce los demás estilos mencionados por Cabrera y Fariña (2005), o los clasificados por Lozano (2008). Absolutamente todos los estudiantes reciben un trato igual en el proceso y si se presenta una dificultad general se actúa en forma grupal y sólo en casos especiales y extremos se tiene en cuenta las diferencias individuales, las cuales se solucionan con una explicación extra y citando a los acudientes para aconsejarles buscar ayuda externa.

Los estudiantes tampoco tienen conocimiento formal de su estilo de aprendizaje, ellos consideran éste consiste básicamente en prestar atención a las explicaciones, hacer los ejercicios expuestos por el profesor, aprenderse fórmulas y algoritmos, tomar apuntes y repasar para las evaluaciones. Seis de los diez estudiantes consideran que su estilo de aprendizaje influye en el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación

algebraica porque están convencidos que gran parte del conocimiento se adquiere viendo las explicaciones y preguntando en la clase y desconocen otra forma diferente de aprender a la mecanización de ejercicios; dos de ellos consideran que aprender o no depende es de la forma como el profesor aborde y explique el tema y no del estilo que ellos tengan para aprender.

Además la mayoría cuenta con la seguridad de que sólo en casos extremos puede perder el año por matemáticas y hasta por 3 materias, ya que las políticas educativas del país así lo exigen y ello los hace aprender mecánicamente y por poco tiempo, además de desconocer la importancia de aprender y de conocer su estilo.

En lo que respecta a la dificultad en el aprendizaje los estudiantes creen que los principales problemas en el aprendizaje de las fracciones y su aplicación al Álgebra radica en no prestar atención a las explicaciones del profesor, en no tener claridad sobre los conceptos básicos, a la falta de dedicación en su estudio, al poco tiempo que le dedican a la práctica de la operacionalización de éstos, a la memoria a corto plazo que utilizan para aprender, consideran además que las bases de la escuela primaria no son los suficientemente sólidas y que hace falta más capacitación de los profesores para trabajar las matemáticas en diferentes contextos y en grados de complejidad variadas y al no manejo de los sistemas simbólicos.

Los estudiantes consideran que la fundamentación básica de las matemáticas es importante para cualquier tema y que el no dominio de ésta influye en gran medida en las dificultades que se presentan en los grados superiores. La mayoría de ellos refiere que las dificultades que presentan en el grado que cursa y que les ocasiona un bajo rendimiento

académico están determinadas en gran medida por la poca exigencia en los grados inferiores y en la falta de compromiso como estudiantes.

Entre los elementos que el profesor reconoce pueden dificultar el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica por parte de los estudiantes se encuentra la atención dispersa, el estudiante es inestable, presenta dificultad para concentrarse, se distrae fácilmente y en general, es incapaz de terminar una tarea sin el control externo del docente, lo cual se pudo apreciar en las observaciones de las clases, en la cual el maestro frecuentemente debía llamar la atención de sus alumnos y esforzarse porque éstos atendieran.

Estos alumnos, presentan según Arias (2003) déficit de atención sin hiperactividad y tienen dificultades para escuchar cuando se les habla, se distraen fácilmente, no logran concentrarse por mucho tiempo, son desorganizados y no logran trabajar en forma independiente. Para lo cual el maestro debe tener en cuenta lo mejor del alumno, insistir y creer en la habilidad que tienen, buscando apoyo en sus compañeros de clase y demás docentes.

Otra dificultad que el maestro encuentra radica en la capacidad de los estudiantes de retener y recordar la información recibida, los estudiantes sólo utilizan la memoria a corto plazo, hasta el momento de la evaluación y luego se les olvida lo trabajado. En matemáticas esto es de gran impacto por la secuencialidad que esta tiene. El maestro considera que hace falta trabajar la memoria a largo plazo, la cual permite almacenar una gran información durante un tiempo indefinido, la cual se constituye en una memoria estable, duradera y muy poco vulnerable a las interferencias. Razón por la cual todo

docente debe proporcionar a sus estudiantes actividades que le permitan utilizar diferentes estrategias mentales, las cuales puedan ser usadas en condiciones diferentes al contexto original donde se aprendieron.

En el presente capítulo se presentaron los resultados obtenidos en la aplicación de los diferentes instrumentos y el respectivo análisis de los mismos, los cuales conducirán a la redacción de las conclusiones y recomendaciones.

Capítulo V

Conclusiones y Recomendaciones

Introducción

En este capítulo se valoran los resultados obtenidos a la luz de las preguntas de investigación, del supuesto y de los objetivos planteados. Se presenta un análisis de cómo se logró dar respuesta a la pregunta de investigación, de cómo se dio el cumplimiento de los objetivos, y la aceptación del supuesto planteado. Finalmente se presentan algunas recomendaciones para los involucrados en la investigación y para futuros estudios sobre el tema.

5.1 Conclusiones

Para aprender es indispensable poseer tanto componentes cognitivos como motivacionales. Las capacidades, los conocimientos, las estrategias, las destrezas, la disposición, las intenciones, las metas, la motivación, entre otros, contribuyen a crear las condiciones necesarias para que se produzca el aprendizaje y se mejore el rendimiento (García y Doménech, 1997). Para el aprendizaje de las matemáticas los estudiantes no sólo deben querer hacer las cosas con ánimo, con iniciativa, sino también deben poseer las herramientas que les posibiliten poder hacerlo, razón por la cual el docente debe proveerles desde temprana edad situaciones que le permitan construir su propio conocimiento y estimular el trabajo colaborativo en equipo y la participación.

El objetivo general de esta investigación era analizar los elementos cognitivos que intervienen en el aprendizaje del Álgebra en estudiantes de décimo grado, cuando se usan números fraccionarios, con el fin de adecuar las prácticas educativas para mejorar el rendimiento de los estudiantes y a la vez presentar recomendaciones que contribuyan a la

solución del problema. Es así como del desarrollo de la investigación y la aplicación de instrumentos como la prueba diagnóstica, las entrevistas y las observaciones de las prácticas del docente surgieron aspectos importantes que permitieron dar respuesta a la pregunta de investigación y confirmar el supuesto.

Tanto para los docentes como para los alumnos entre los elementos cognitivos que intervienen en la resolución de las operaciones con números fraccionarios están la aplicación de los diferentes procedimientos de las operaciones con fraccionarios, la fundamentación básica adquirida en los primeros grados de escolaridad, la atención y la motivación por aprender. Los alumnos consideran que hace falta más exigencia en la primaria, ya que las explicaciones dadas allí son muy elementales y no los prepara para el desenvolvimiento de otras ramas de las matemáticas. Los estudiantes dicen no tener claridad en los procesos que se deben seguir en cada una de las operaciones y dan como causa la poca atención que le prestan a las explicaciones y la escasa dedicación que le dan a la operacionalización.

A la pregunta ¿Cuáles son los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios en estudiantes de décimo? los instrumentos aplicados arrojaron que dichos elementos son la atención, la motivación, la memoria, y la comprensión.

Las observaciones de las clases permitieron ver que la atención de los estudiantes es muy dispersa, tal y como dice Arias (2003) se distraen fácilmente, ya sea por desinterés o porque se sienten perdidos en la explicación del profesor al no tener los conocimientos básicos requeridos, no logran concentrarse por mucho tiempo, son

desorganizados, no logran trabajar en forma independiente. También la atención se ve afectada por la forma tradicional en que el docente trabaja los diferentes temas y por la forma repetitiva de llevar la clase: explicación, ejercitación, tarea y evaluación.

Hace falta por parte del profesor usar material diverso, didáctico y si es posible aplicando la tecnología para hacer una clase eficiente y atractiva y para incentivar la atención de todos los estudiantes. Dicha atención está además muy ligada a la motivación, los estudiantes a pesar de que afirman tener motivación por aprender matemáticas no la practican, no la viven, y una de las causas para que esto ocurra es que los alumnos no le ven el sentido ni la utilidad a los temas tratados, para ellos no es suficiente que el profesor les diga que más adelante van a utilizar este o aquel tema si ellos no logran atribuirle el significado en el momento, ver la relación que existe entre lo que ya sabe, lo que está aprendiendo y el como lo puede aplicar en determinada situación concreta.

En las clases no se promueve la curiosidad del estudiante, la atención de ganar, el mantenimiento de la participación activa, no se hacen actividades para que el conocimiento que hay que aprender sea percibido en forma significativa, para que el estudiante vea la importancia de los conceptos, y las relaciones de éstos con las estrategias, los objetivos, los conocimientos previos, además no se proveen actividades de aprendizaje relevantes, que se constituyan en auténticas experiencias de aprendizaje, factores que Keller (2008) considera principios de la motivación.

Hace falta la construcción por parte del estudiante, y la elaboración por parte del profesor de estrategias que le ayuden a la exploración, a hacer conexiones con sus

conocimientos previos, a construir puentes entre contextos aparentemente diferentes pero que son aplicaciones del mismo concepto, además se debe incrementar las oportunidades de razonar, de inferir, de usar la lógica, de desarrollar y evaluar argumentos matemáticos, las cuales irán formando y fortaleciendo el hábito del razonamiento, y la solución de problemas desafiantes, intrigantes, que en últimas les llevará a desarrollar la comprensión y la construcción del conocimiento matemático

El docente debe aplicar situaciones en las que el estudiante crea que puede tener éxito en dominar dicha tarea de aprendizaje, teniendo confianza en sí mismo, lo que en últimas lo llevará a la creación de expectativas positivas de éxito y a atribuirlo a sus propias capacidades y esfuerzos y no a factores externos como la suerte o al nivel de dificultad de la actividad.

El alumno no disfruta realizando los ejercicios o las actividades de la clase, pues no entiende lo que se le enseña ni le encuentra sentido, por lo que no disfruta realizando la tarea ni genera una motivación intrínseca y por lo tanto emociones positivas que contribuyen al aprendizaje, como lo afirma García y Domenéch (1997).

El profesor se ve enfrentado a dos situaciones muy particulares, unos estudiantes que ven que la relación entre lo que saben y lo nuevo es mínima y se aburren y otros que ven que dicha relación es grande y se desmotivan porque debido a sus falencias de años anteriores y de conceptos previos creen que no serán capaces de asimilar lo nuevo, pero también hay muchos estudiantes que están en el medio de estas dos situaciones, los cuales se ven relegados porque el profesor se enfoca más que todo en los alumnos con dificultades, los cuales son los que en últimas imponen el ritmo a la clase ya que el

profesor no puede avanzar en lo planeado debido al freno constante de reforzar las bases que se debieron adquirir en años anteriores.

En lo que respecta a la memoria los estudiantes presentan dificultades en evocar o recordar los conocimientos previos de las fracciones, sus enfoques, operaciones y aplicaciones a situaciones problemáticas y algebraicas. En su mayoría usan la memoria de trabajo, la cual según Morgado (2005) se utiliza para retener información que al poco tiempo va a ser usada, es decir, contiene información transitoria y es básica para el razonamiento y otros procesos cognitivos, razón por la cual lo que no están usando y aplicando continuamente lo olvidan. Es así como sólo 2 de los 10 estudiantes en la entrevista recordaron los diferentes enfoques de las fracciones y sólo 1 resolvió una de las cuatro situaciones de la prueba diagnóstica que involucraban las operaciones con ellas y su aplicación algebraica.

En cuanto al nivel de comprensión que interviene en el aprendizaje del Álgebra cuando se usan los números fraccionarios se encuentra que éste es bajo, ya que los estudiantes no tienen dominio de los conocimientos previos, como lo confirma la prueba diagnóstica, la observación de las clases donde se evidenciaron las continuas falencias en el manejo de los números enteros y los fraccionarios y las estadísticas de reprobación en matemáticas de los alumnos de la institución (SIECAMM, 2011) en donde aproximadamente el 35 % de los estudiantes de décimo grado no sólo reprueba la materia sino que un gran número de éstos (20 %) reprueban el año.

Además, los estudiantes no saben efectuar transferencia de los fraccionarios al Álgebra, no aplican el conocimiento en formas y situaciones nuevas como lo dice

Schunk, lo cual es confirmado por la prueba diagnóstica donde ninguno de los diez estudiantes seleccionados solucionó las dos situaciones algebraicas planteadas y además la mayoría se encuentra en el nivel concreto del pensamiento, o en términos de Pirie y Kieren en el nivel de creación de imagen, en el cual el estudiante realiza acciones mentales o físicas para obtener una idea del concepto, pero no pasan a reconocer las propiedades generales de las imágenes analizadas, ni hacen las conexiones con otras imágenes.

Para el estudiante la expresión a/b significa la relación parte-todo y lo representa físicamente, pero no amplía su concepto a otros significados como razón, medida, cociente, operador multiplicativo, ni la extiende a expresiones como $x/(x+1)$.

Con la investigación se concluye que se logró llegar a los objetivos planteados, los cuales eran establecer los elementos cognitivos que intervienen en la resolución de las operaciones con números fraccionarios y analizar el nivel de comprensión que intervienen en el aprendizaje del Álgebra en estudiantes de décimo grado cuando usan los números fraccionarios en diferentes situaciones de contexto.

Se confirmó el supuesto de investigación que indicaba que los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del Álgebra cuando se emplean números fraccionarios están ligados con la motivación de los estudiantes para aprender matemáticas, con la comprensión del concepto de fracción y sus enfoques y con la forma como se opera sin tener suficiente claridad conceptual sobre lo que se está haciendo, lo cual permitirá recomendar estrategias pedagógicas que permitan mejorar los desempeños

académicos de los estudiantes en la aplicación algebraica de las operaciones de los números fraccionarios.

Los resultados obtenidos servirán para que la institución y los docentes busquen un mejoramiento de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios en los grados inferiores y evitar las dificultades que se presentan en el Álgebra. La investigación brinda al campo científico de la enseñanza de las matemáticas argumentos sobre la necesidad de seguir investigando en el campo de la didáctica con el fin de lograr mejores aprendizajes y desempeños en los estudiantes y hacer que el estudio de las fracciones y su utilización en el Álgebra no sea traumático para los estudiantes ni los desmotive en su preparación académica.

5.2 Recomendaciones

Las recomendaciones que se pueden dar para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra son:

- Los maestros deben asegurarse que los estudiantes hayan aprendido los contenidos importantes y desarrollado las habilidades necesarias para resolver problemas.
- El profesor debe usar la tecnología en clase y deben asignar tareas y responsabilidades a los estudiantes que aseguren su uso y que tengan experiencias de aprendizaje activo con ellas.

- El maestro debe crear situaciones de aprendizaje en el aula de tal manera que los estudiantes aprendan matemáticas en contexto similares a la vida real y le encuentren sentido o significado a ellas.
- Los estudiantes deben incrementar el tiempo que le dedican al estudio de las matemáticas.
- Los maestros deben hacer explícitas las relaciones entre las matemáticas y otras áreas.
- Los maestros deben desarrollar en los estudiantes la comprensión conceptual desde temprana edad para mejorar el desempeño en el conocimiento de los procedimientos mas adelante.
- El gobierno y las directivas de las instituciones deben implementar cambios en las escuelas para mejorar el aprendizaje, efectuando capacitaciones en los docentes e introduciendo la tecnología.
- Los profesores deben prestar especial atención a los diferentes tipos de estudiantes que tienen y a sus estilos particulares de aprendizaje.
- Los docentes deben conocer las dificultades a las que se pueden enfrentar los alumnos ante determinado tema y deben buscar las metodologías adecuadas que generen no sólo aprendizaje sino también emoción, interés y motivación.

En este capítulo se presentaron las conclusiones de la investigación y se dieron recomendaciones que pueden mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra.

Referencias

- Abánades, M., Botana, F., Escribano, F., Tabera, L. (2009). Software matemático libre. Consultado en www.geogebra.es
- Arias, J. (2003). *Problemas de aprendizaje*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Armida, G. (2006). *Relación entre el rendimiento académico de los alumnos en las materias de matemáticas de la preparatoria del Itesm campus Cuernavaca y algunas variables del proceso de enseñanza aprendizaje*. Escuela de Graduados en Educación, tecnológico de Monterrey.
- Bassey, M. (1998). *Fuzzy generalization: an approach to building educational theory*. Recuperado el 24, 01, 2011 de <http://www.leeds.ac.uk/educol/documents/00000801.htm>
- Beltrán, O. (2007). *Implementación de hojas electrónicas en el aprendizaje significativo de conceptos básicos de aritmética y Álgebra en educación media superior*. Escuela de Graduados en Educación, Tecnológico de Monterrey.
- Behr, M. Harel, G. Post, T. y Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*(pp. 296-333). NY:Macmillan Publishing.
- Bigge, M. (2006). *Teorías de aprendizaje para maestros*. México: Trillas.
- Bransford, J., Brown, A., and Cocking, R. (Eds). (2004). *How People Learn Brain, Mind, Experience, and School*. Washington: National Academy Press.
- Briones, G. (2006). *Teorías de las ciencias sociales y de la educación: Epistemología*. México: Trillas
- Brown, G., Quinn, R. (2007). *Investigating the relationship between fraction proficiency and success in algebra*. www.findarticles.com
- Cabrera, J. Fariñas, G. (2005). El estudio de los estilos de aprendizaje desde una perspectiva vigostkiana: una aproximación conceptual. *Revista iberoamericana de Educación*, 37(1). Recuperado en <http://www.rieoei.org/deloslectores/1090Cabrera.pdf>
- Campagnone, S. (2005). *The effects of Graphing Calculators on student performance in High School algebra*. [Versión electrónica] Recuperado el 26, 01, 2011 de www.teach.valdosta.edu/are/vol4no2.
- Casas, A. Castellar, R. (2004). Mathematics Education and Learning Disabilities in Spain. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 62-73
- Cazau, P. (2002). *Estilos de aprendizaje: Generalidades*. [Versión electrónica]. Recuperado el 28,01,2011 de www.gestionescolar.cl
- Cerda, H. (2008). *Los elementos de la investigación* (3ª ed.). Bogotá: Editorial El Búho.

- Cisterna, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Theoria*, 14 (1), 61-71. Recuperado el 10, 08, 2011 de <http://www.mendeley.com/research/categorizacion-y-triangulacin-como-procesos-de-validacin-del-conocimiento-en-investigacin-cualitativa>
- Coll, C. (1996). Constructivismo y educación escolar: ni hablamos siempre de lo mismo ni lo hacemos siempre desde la misma perspectiva epistemológica. *Anuario de psicología*, 69, 153-178. Recuperado el 23, 02, 2011 de <http://www.raco.cat/>
- Eyssautier, M. (2008). *Metodología de la investigación. Desarrollo de la inteligencia* (5ª ed.). México: Cengage Learning.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel. Traducción de Luis Puig, publicada en *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados*. México: CINVESTAV, 2001.
- Galvis, A. (1992). *Ingeniería de software educativo*. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.
- García F., Domenéch, F. (1997). Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar. *Revista electrónica de motivación y emoción*, 1(0).
- García, M. (2001). Mecanismos atencionales y síndromes neuropsicológicos. *Revista de Neurología*, 32(5), 463-467.
- Geary, D. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of learning disabilities*, 37(1), 4-15.
- Godino, J., Batonero, C. Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Recuperado el 16, 03, 2011 de <http://matesup.utalca.cl/modelos/articulos/fundamentos.pdf>
- Gómez, P. (1997). *Tecnología y educación matemática*. Recuperado el 9, 03, 2011 de <http://funes.uniandes.edu.co/319/1/GomezP97-1919.pdf>
- González, F. (2004). ¿Qué es un paradigma? Análisis teórico, conceptual y psicolingüístico del término. *Investigación y postgrado*. V. 2 (1). Recuperado el 18, 08, 2011 de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/658/65820102.pdf>
- Guevara, M. (2010). *Como potenciar habilidades de pensamiento en el aula*. Recuperado el 13, 04, 2011 de <http://www.eeducador.com/>
- Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Investigación* 43, 19-58.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2008). *Metodología de la Investigación* (4ª ed.). México: Mc Graw Hill
- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2007). *Marco teórico de matemáticas*. Recuperado el 16, 02, 2011 de www.icfes.gov.co

- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2010). *Examen de estado de la educación media-Icfes Saber 11*. Recuperado el 18, 02, 2011 de http://www.icfes.gov.co/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=3348&Itemid=59
- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2011). *Resultados examen de estado*. Recuperado el 18, 02, 2011 de www.icfes.gov.co
- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2008). *Colombia en PISA 2006. Síntesis de resultados*. Recuperado el 20, 02, 2011 de www.icfes.gov.co
- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2010). *Colombia en PISA 2009. Síntesis de resultados*. Recuperado el 20, 02, 2011 de www.icfes.gov.co
- Keller, J. (2008). First principles of motivation to learn and e-learning. *Distance education*, 29 (2), 175-185.
- Kieren, T. (1992), Rational and fractional numbers as mathematical and personal knowledge; implications for curriculum and instruction. En G. Leinhardt, R. Putnam, R. Hattrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics*, (pp. 324- 372). Recuperado el 4, 04, 2011 de www.books.google.es
- Klausmeier, H. (1992). Concept learning and concept teaching. *Educational psychologist*, 27(3), 267-286.
- Kolb, D. (1981). Learning styles and disciplinary differences. *The modern American college*.p. 238.
- Li, X., Li, Y. (2008). Research on Students' Misconceptions to Improve Teaching and Learning in School Mathematics and Science. Recuperado el 13, 04, 2011 de <http://ssmj.tamu.edu/rib-jan-2008.php>
- León, H. (1998). Procedimientos de niños de primaria en la solución de problemas de reparto [versión electrónica]. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1(2), 5-28.
- Londoño, León. (2008) ¿Es lo mismo el aprendizaje y la memoria? Hacia una amplia conceptualización [versión electrónica]. *Revista de la Facultad de Psicología Universidad Cooperativa de Colombia*, 4(6), 88-92
- López, F. Muñoz, Y. (1994). Aprender a aprender; algunas aproximaciones prácticas al fenómeno del aprendizaje. *Revista universidad Eafit*, 95, 17-25. Recuperado el 25, 04, 2011 de <http://bdigital.eafit.edu.co/bdigital/ARTICULO/HRU0380000095199402/09502.pdf>
- Lozano, A. (2008). *Estilos de aprendizaje y enseñanza. Un panorama de la estilística educativa*. 2ª ed. México; trillas.
- Mcintosh, A., Reys. B., Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. Recuperado el 30, 08, 2011 de <http://viajarnamatematica.ese.ipp.pt>

- Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la teoría APOE [versión electrónica]. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 6(3), 221-271.
- Mergel, B. (1998). Diseño instruccional y teoría del aprendizaje. Recuperado en www.usask.ca
- Meza, A., Barrios, A. (2010). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones*. Memorias 11^o Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Consultado en www.funes.uniandes.edu.co
- Ministerio de educación nacional, MEN. (1998). *Matemáticas Lineamientos curriculares*. Bogotá: Cooperativo Editorial Magisterio.
- Moreira, M. (2002). *Investigación en educación en ciencias. Métodos cualitativos*. Recuperado el 23, 08, 2011 de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/metodoscualitativos.pdf>
- Morgado, I. Psicobiología del aprendizaje y la memoria [versión electrónica]. *Cuadernos de información y comunicación* 10, 221-233.
- Obra colectiva de los docentes de la red de escuelas de Campana. (2001). *La enseñanza de las fracciones en el 2do ciclo de la Educación General Básica. Serie Aportes al Proyecto Curricular Institucional*. Buenos Aires: Bureau Internacional de Educación UNESCO.
- Ormron, J. (2008). *Aprendizaje humano*. 4^a ed. México: Pearson Educación SA.
- Perera, P., Valdemoro, M. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación matemática*, 1(1), 29-61
- Piaget, J. (1952). *The originis of intelligence in children*. New York: Norton.
- Piaget, J. (1970) Inteligencia y adaptación biológica. Recuperado el 29, 03, 2011 de www.busateo.es
- Prakash, V. (2010). *Identifying with Mathematics: The effects of conceptual understanding, motivation, and communication on the creation of a strong mathematical identity*. Recuperado el 12, 04, 2011 de <http://0-proquest.umi.com.millennium.itesm.mx>
- Pierre, A., Kusrcher, N. (2001). *Pedagogía e internet. Aprovechamiento de las nuevas tecnologías*. México: editorial Trillas.
- Riviere, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. En M. Álvaro, C. Coll y J. Palacios (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación, III, Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar*, Cap. 9 (pp. 155-182). Madrid: Alianza.
- Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. *Revista iberoamericana de educación* 33. Recuperado el 17, 02, 2011 de www.rieoi.org .

- Ruiz, C. (2002). Mediación de estrategias metacognitivas en tareas divergentes y transferencia recíproca. *Investigación y Postgrado* 17(2).
- Santrock, J. (2006). *Psicología de la educación* (2ª ed.). Mc Graw Hill. México.
- Schunk, D. (1997). *Teorías del aprendizaje* (2ª ed.). Pearsón. México.
- Siecamm (2011). *Resultados internos Colegio Aurelio Martínez Mutis año 2010*. Colombia
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos* (2ª ed.). Ediciones Morata. Madrid.
- Streefland, L. (1993), In rational numbers: an integration of research. Edited by Carpenter, Th, et al. L. Erlbaum. Traducción interna para el GPDM: Nora Da Valle. Recuperado el 15, 04, 2011 de <http://www.gpdmatematica.org.ar>
- Technology and Learning. The science teacher (2010). Vol 77, pág.14. Recuperado el 17, 04, 2011 de <http://0-proquest.umi.com.millennium.itesm.mx>
- Vygotsky, L. (1979). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Grijalbo. Barcelona.
- Woolfolk, A. (2006). *Psicología Educativa*. México; Editorial Pearson.
- Zemelman, S., Daniels, H. and Hyde A. (2005). *Best practice. Today's standards for Teaching and learning in America's schools* (3ª ed.). Heinemann. New Hampshire.

Anexo 1

Carta de consentimiento

Bucaramanga, Agosto 10 de 2011

Carta de Consentimiento

Aplicación de instrumentos y evidencias para la Investigación Los Números Fraccionarios y El Aprendizaje Del Álgebra

Por medio de la presente quiero pedirle autorización para que un segmento de la institución participe en un estudio que estoy realizando sobre Los números fraccionarios y el aprendizaje del álgebra. Soy estudiante de la Escuela de Graduados en Educación del Tecnológico de Monterrey. Este estudio está siendo realizado por mí para la realización de la tesis de mi Maestría, con el respaldo de las autoridades de la Escuela de Graduados en Educación. Se espera que en este estudio participe una muestra de diez alumnos de décimo grado de la institución.

Si decide aceptar esta invitación le estaré muy agradecida. Toda información obtenida será estrictamente confidencial. Se guardará y respaldará la información de tal manera que yo seré la única persona que maneje la información que me está siendo otorgada gracias a su autorización. Los resultados de estos instrumentos serán utilizados únicamente para fines académicos. Si tiene alguna pregunta, me puede contactar por teléfono o por correo electrónico. Podrá localizarme en el teléfono 3123836404 o me puede escribir a madajo97@hotmail.com. En caso necesario, podrá localizar a mi profesor asesor del proyecto, el Dr. Héctor Alejandro Gutiérrez Suárez. Su correo es hector.gutierrez@itesm.mx.

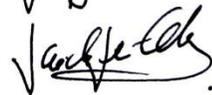
Recuerde que podrá cancelar la participación de la institución en cualquier momento que lo desee, aun cuando haya firmado esta carta. Muchas gracias por su atención.

Atentamente,

Martha Lara Cobos.

madajo97@hotmail.com /Teléfono 3123836404

Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Puesto	Firma de aceptación
CELIS	GÓMEZ	JOSÉ DE JESÚS	RECTOR	

V° B°


Anexo 2

Formato de consentimiento

Yo, _____ identificado con cédula de ciudadanía # _____ de _____, representante legal del estudiante _____ identificado con tarjeta de identidad # _____ de _____, manifiesto que he sido informado de la investigación que está realizando la docente MARTHA LARA COBOS, estudiante de la Maestría en Tecnología Educativa y Medios Innovadores para la Educación del Instituto tecnológico de Monterrey, México. Tengo conocimiento de los objetivos y fases del estudio, así como los beneficios que representa para la institución educativa los resultados de dicha investigación. Fui informado y comprendo los procedimientos a utilizar en la investigación. Se me explicó que mi consentimiento de autorizar la participación de mi hijo(a) es libre y voluntaria y que puedo desistir de ella en cualquier momento, al igual que solicitar información adicional de los avances de la investigación.

Soy conocedor(a) que el procedimiento a utilizar es el método de las encuestas a partir de la técnica de la entrevista y la observación.

Así mismo entiendo que los datos aquí consignados son confidenciales y que en caso de daño producto de estos procedimientos que afecten a mi hijo(a), causados por la investigación, me acogeré al tratamiento médico que brinde el plan obligatorio de salud al cual estoy afiliado.

Firmas

Nombre y apellido del representante.
C.C. _____

Nombre y apellido del participante
C.C. _____

Anexo 3

Esquema de la prueba de comprensión aplicada a la población

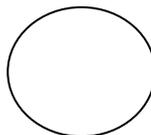
Saludo

Presentación de la prueba

Cuerpo de la prueba

Resolver las siguientes situaciones:

1. Sombrear la región representada por $\frac{3}{4}$



2. Si hay 10 ejercicios para ser solucionados por 4 jóvenes en igualdad de trabajo, ¿cuántos ejercicios deberá hacer cada uno?

3. Si en un salón de clase de 36 alumnos hay 12 hombres, ¿en que relación se encuentran las mujeres respecto a los hombres?

4. Expresar como fracción 5 dividido en 7 y representar su resultado en la recta numérica.

5. Calcular los $\frac{3}{5}$ de 40.

6. Jonnathan necesita elaborar una maqueta de un edificio cuyas dimensiones son 50m de ancho, 38m de largo y 72m de alto, en un escala de 1 a 10, ¿cuáles son las dimensiones de la maqueta?

7. Alejandro se comió la cuarta parte de los dulces de una bolsa, Camilo los tres quintos de los dulces, ¿qué parte de los dulces quedaron en la bolsa?

8. ¿Cuál es el área de un rectángulo que tiene $(x+3)/(x-1)$ cm de base y $(x^2 - 1) / (x + 1)$ de altura?

9. Efectuar $(x+3)/(x-2) + 3/(x+1)$

10. ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo que tiene de altura $(x^2 - 4) / (x - 1)$ cm y cuya área es $(x^2 + 2x) / (x - 1)$ m²?

Anexo 4

Esquema de la entrevista al docente

Saludo

Presentación de la entrevista

Cuerpo de la entrevista

1. El proceso de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica.

La enseñanza de los números fraccionarios en décimo grado y su aplicación al Álgebra

- ¿Cómo docente tiene claro los objetivos al enseñar matemáticas?
 - ¿Presenta los diferentes enfoques de los fraccionarios a sus estudiantes?
 - ¿Las actividades desarrolladas en clase tienen en cuenta los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto?
 - ¿Presenta a sus estudiantes la oportunidad de transferir el conocimiento de los fraccionarios a otras ramas de las matemáticas, como el Álgebra?
2. Elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra

A. Estilos de aprendizaje

- ¿Tiene en cuenta los estilos de aprendizaje de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica?

B. Dificultad en el aprendizaje

- ¿Reconoce que elementos pueden dificultar el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica de los estudiantes?
- ¿Qué estrategias establece para superar las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica?

Anexo 5

Esquema de la entrevista a los estudiantes

Saludo

Presentación de la entrevista

Cuerpo de la entrevista

1. El proceso de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica.

El aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra

- ¿Reconoce los diferentes enfoques que tienen los números fraccionarios?
 - ¿Reconoce la importancia de los fraccionarios en su relación con el Álgebra?
 - ¿Siente motivación por aprender matemáticas?
2. Elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al Álgebra
 - A. estilos de aprendizaje
 - ¿cuál considera que es su estilo de aprendizaje?
 - ¿su estilo de aprendizaje influye en el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica?
 - B. Dificultad en el aprendizaje
 - ¿Cuáles cree usted son los principales problemas en el aprendizaje de las fracciones y su aplicación al Álgebra?
 - ¿La fundamentación básica de las matemáticas influye en esas dificultades?
 - ¿Qué medidas considera usted se deben implementar para garantizar el aprendizaje de las fracciones y su aplicación al Álgebra?

Fotografía 1

Entrevista al docente



Fotografía 2

Entrevista a una de las estudiantes



Fotografía 3

Aplicación de la prueba



Currículum Vitae

Martha Lara Cobos

Madajo97@hotmail.com

Originaria de Bucaramanga, Santander, Colombia, Martha Lara Cobos realizó estudios profesionales en Licenciatura en Matemáticas (1987) en la Universidad Industrial de Santander. La investigación titulada “Los números fraccionarios y el aprendizaje del Álgebra” es la que presenta en este documento para aspirar al grado de Maestría en Tecnología Educativa y Medios Innovadores para la Educación.

Su experiencia de trabajo ha girado, principalmente, alrededor del campo de la docencia en el área de Matemáticas a nivel Educación Media, desde hace 25 años y a nivel universitario desde hace 16 años.

Actualmente, Martha Lara Cobos es maestra de la Institución Educativa Aurelio Martínez Mutis en la ciudad de Bucaramanga en los últimos grados de la educación media. Los resultados académicos de la institución en la que labora y el deseo de mejorar sus prácticas educativas la han llevado a capacitarse con el fin de adelantar proyectos que lleven a la inclusión de la tecnología en las clases de matemáticas para mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje y el desempeño de sus estudiantes.

Es madre de un hijo.