

Investigación: Los números fraccionarios y el aprendizaje del álgebra.

Investigador principal: Martha Lara Cobos.

Asesor tutor: Mtro. Héctor Alejandro Gutiérrez Suárez

Asesor Titular: Dr. Leopoldo Zúñiga Silva

### *Introducción*

En este artículo se presenta un informe sobre el planteamiento del problema, en donde se ubica al lector sobre el porque se llevo a cabo esta investigación, aquí se plantea el problema, los objetivos de investigación y se señala el supuesto de la investigación. Se presenta además el marco teórico, en donde se hizo la redacción de la base teórica que sustentó la investigación, mencionándose la razón de las matemáticas, la importancia de su construcción por parte del estudiante, las teorías y estilos de aprendizaje los cuales le dan herramientas al docente para encauzar sus prácticas educativas, la importancia de manejar los números fraccionarios y sus diferentes significados para aplicarlos a la solución de problemas y a otras áreas del saber. El artículo también incluye la metodología que se utilizó para el desarrollo de la investigación. Se describe la población y la muestra, se enuncian las categorías e indicadores del estudio así como las fuentes, técnicas e instrumentos utilizados en la recolección de datos. Se explica además la aplicación de los instrumentos y la validez y confiabilidad de los resultados obtenidos a través de la triangulación de los datos e información obtenida. También se presenta un informe sobre los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los instrumentos para la recolección de datos a los participantes de esta investigación, así como algunas interpretaciones que se hicieron al respecto. Se presentan también las conclusiones del estudio realizado y las recomendaciones para los que estuvieron involucrados en la investigación.

### *Planteamiento del problema*

Las matemáticas, por lo general han sido un dolor de cabeza para los estudiantes, ya sea por prácticas equivocadas de los docentes o por problemas en el aprendizaje de ella, y en especial los números fraccionarios, sus operaciones y su aplicación al álgebra se han constituido en uno de los temas cruciales no sólo para su enseñanza sino también para su aprendizaje (Riviere, 1990).

Los resultados en el área de matemáticas tanto a nivel nacional como a nivel interno del Colegio (Siecamm, 2011) han causado una enorme preocupación a los docentes, lo que llevó al planteamiento de la pregunta de investigación ¿Cuáles son los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del álgebra cuando se emplean números fraccionarios en estudiantes de décimo? con el fin de detectar dichos elementos y adecuar las prácticas educativas para mejorar el rendimiento de los estudiantes, a la vez que presentar recomendaciones que contribuyan a la solución del problema

De acuerdo con la pregunta planteada se definió como objetivo general de la investigación: analizar los elementos cognitivos que intervienen en el aprendizaje del álgebra en estudiantes de décimo grado, cuando se usan números fraccionarios.

Se plantearon además, los siguientes objetivos específicos: a) establecer los elementos cognitivos que intervienen en la resolución de las operaciones con números fraccionarios, b) analizar el nivel de comprensión que intervienen en el aprendizaje del álgebra en estudiantes de décimo grado cuando usan los números fraccionarios en diferentes situaciones de contexto.

Con base en la pregunta de investigación se planteó el siguiente supuesto de investigación: Los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del álgebra cuando se emplean números fraccionarios están ligados con la motivación de los estudiantes para aprender matemáticas, con la comprensión del

concepto de fracción y sus enfoques y con la forma como se opera sin tener suficiente claridad conceptual sobre lo que se está haciendo.

### *Marco Teórico*

El hombre permanentemente está aprendiendo habilidades, conceptos, conocimientos, actitudes y buscando la forma de mejorar ese aprendizaje, Las matemáticas constituyen parte del saber del hombre y la investigación en el campo de su enseñanza y aprendizaje ha llevado a formular teorías y métodos que contribuyen a la formación de la estructura matemática, basada en la construcción de ésta por parte de los estudiantes y relegando el trabajo transmisor del profesor, buscando herramientas que lleven a los alumnos a desarrollar habilidades para aprender a aprender, a tomar decisiones y a actuar de manera crítica.

Las matemáticas deben ser dinámicas, coherentes, y no una colección de objetos y leyes, deben tener un sentido, una utilidad y reconocerse como parte de la capacidad mental del hombre (Zemelman, Daniels y Hyde, 2005), por lo cual los docentes deben crear estrategias que le ayuden a los estudiantes a explorar, a hacer conexiones, a utilizar los conocimientos que ya posee, a transferir, a razonar, a inferir, a solucionar problemas (Guzmán, 2007).

Las matemáticas poseen una estructura interna en las que sus diversas partes están organizadas y relacionadas, por lo que muchas veces se exige una secuencia determinada a ciertos aprendizajes (Ministerio de Educación Nacional, 1998). La aritmética básica y en especial los números fraccionarios constituyen una base para el desarrollo del álgebra, por lo que es de vital importancia el fortalecimiento en la enseñanza y aprendizaje de dichos temas.

Los seres humanos poseen características especiales que lo diferencian de otras especies, tales como su inquietud por aprender y el mejoramiento de ese aprendizaje, lo que lo ha llevado a concretar teorías más o menos aplicable a toda la especie. Una de las definiciones que da al aprendizaje es que es un medio

mediante el que no sólo se adquiere habilidades y conocimientos, sino también valores, actitudes y reacciones emocionales (Ormron, 2008), en el cual se pueden adquirir conductas a través de la asociación de estímulos y respuestas, o construir a partir de las experiencias y los conocimientos previos.

Entre las teorías de aprendizaje se encuentra el conductismo y el cognitivismo, la primera tiene como objetivo conseguir una conducta y analiza como lo puede conseguir (Bigge, 2006), mientras que en la segunda se tienen en cuenta los procesos mentales que ocurren el aprendizaje y no simplemente la asociación entre estímulos y respuestas (Schunk, 1997).

En esa búsqueda del aprendizaje aparecen los estilos personales de aprender, de organizar la información, de procesarla, de desarrollar un problema, de comunicarse y de integrarse socialmente, los cuales tienen una clasificación dependiendo de la forma como se percibe y procesa la información, de cómo se usan las estrategias de aprendizaje, de los tiempos que se emplean en el procesamiento, entre otras (Lozano, 2008).

El conocimiento del estilo y de detectar los elementos que dificultan el aprendizaje sirven para que el profesor reorganice sus prácticas docentes y tenga en cuenta las diferencias individuales con el fin de que todos sus estudiantes lleguen al logro del aprendizaje.

Uno de los conocimientos básicos que desea formar el Ministerio de Educación Nacional (MEN) es el desarrollo del pensamiento numérico. Entre los conjuntos numéricos están los números racionales y más concretamente las fracciones. Los números fraccionarios son una estructura de una riqueza y complejidad que encuentra aplicaciones en una multiplicidad de contextos: la ciencia, la técnica, el arte y la vida cotidiana. El sendero para el aprendizaje de las fracciones lo constituyen los problemas dados en los diferentes contextos en que

surgen las fracciones; medida, reparto equitativo, trayectos, patrones, probabilidad, ganancias, etc.

Las situaciones en los diferentes contextos son los que le darán la oportunidad al estudiante de reinventar dichos números y reconocer su necesidad y significado (Obra colectiva de los docentes de la red de escuelas de Campana, 2001). En cada uno de esos contextos las fracciones se presentan con una diversidad de significados. Para muchos jóvenes las fracciones son sólo un par de números naturales sin relación entre sí, puestos uno arriba del otro. Por esta razón, el trabajo de contextualizar a las fracciones es uno de los retos que plantea el estudio de esta noción. Es necesario diseñar situaciones en las que las fracciones, sus relaciones y operaciones cobren sentido como herramientas útiles para resolver determinados problemas y para ser aplicadas en otras ramas de las matemáticas como el álgebra (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Investigaciones como la propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones (Meza y Barrios, 2010), la implementación de hojas electrónicas en el aprendizaje significativo de conceptos básicos de aritmética y álgebra en educación media superior. (Beltrán, 2007), la investigating the relationship between fraction proficiency and success in algebra (Brown y Quinn, 2007), la identifying with Mathematics: The effects of conceptual understanding, motivation, and communication on the creation of a strong mathematical identity (Prakash, 2010), y la relación entre el rendimiento académico de los alumnos en las materias de matemáticas de la preparatoria del Itesm campus Cuernavaca y algunas variables del proceso de enseñanza aprendizaje, (Armida, 2006), constituyeron un apoyo a la investigación realizada y permitieron analizar los diferentes enfoques de la investigación y resaltaron la importancia de dar un cambio a las prácticas pedagógicas que se están llevando a cabo, buscando mejorar el aprendizaje matemático de los estudiantes a cargo.

## *Metodología*

Cada tipo de investigación está sustentada y respaldada por una concepción filosófica denominada paradigma de investigación (Cerdeña, 2008). Desde el siglo XX dos paradigmas han dominado la investigación científica, el cuantitativo y el cualitativo, los cuales según Hernández (2008) emplean procesos cuidadosos, sistemáticos y empíricos en su esfuerzo por producir conocimiento.

El enfoque más adecuado en esta investigación fue el cualitativo, el cual es definido por (Hernández, 2008) como el “conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos”, ya que permite que el investigador se introduzca en las experiencias individuales de los participantes y que construya el conocimiento, teniendo conciencia de que es parte del fenómeno que estudia.

La población de esta investigación fueron los 120 estudiantes de décimo grado de un colegio de secundaria, de la ciudad de Bucaramanga en Colombia, con edades que oscilaban entre 14 y 16 años y que pertenecían, en su gran mayoría, a los estratos socioeconómico uno y dos (bajo y medio bajo) y 1 profesor de matemáticas. La selección de la muestra fue de 10 estudiantes del grupo con menos rendimiento en la prueba y en los resultados académicos de los años anteriores.

El estudio se dividió en dos categorías, las cuales correspondieron a las dos principales áreas de la investigación, y cada una se dividió en indicadores que resultaron de la revisión bibliográfica y que fueron determinantes en la elaboración de los instrumentos, a partir de los cuales se diseñaron las preguntas de la entrevista a profundidad a los estudiantes de la muestra y al docente y las observaciones de las prácticas educativas del docente para conocer los elementos cognitivos que intervienen en el aprendizaje del álgebra cuando se usan números fraccionarios y así dar respuesta a la pregunta de investigación.

Las dos categorías de estudio fueron: 1) el proceso de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica y 2) elementos cognitivos que dificultan el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al álgebra, y los indicadores de estudio que integraron cada categoría fueron: La enseñanza de los números fraccionarios en décimo grado y su aplicación al álgebra, el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al álgebra, en la primera categoría y los estilos de aprendizaje y la dificultad en el aprendizaje en la segunda categoría.

Los instrumentos utilizados para la recolección de datos de esta investigación, fueron: las pruebas para medir el nivel de comprensión de los estudiantes, las entrevistas a profundidad a los estudiantes y al docente, la observación de prácticas educativas y el diario del investigador.

### *Resultados de la investigación*

A toda la población (120 estudiantes) se les aplicó una prueba de conocimiento que contenía ejercicios sobre los diferentes contextos de los fraccionarios y aplicaciones de éstos al álgebra. Con base en los resultados obtenidos y tomando como referencia el 60% de solución correcta de la prueba y los resultados de los años anteriores se procedió a dividir la población en dos grupos y del grupo de menor rendimiento se seleccionaron aleatoriamente 10 estudiantes, a los cuales se les analizó de una forma más detallada los resultados de la prueba y se les aplicó la entrevista.

Con la entrevista se evidenció que la gran mayoría de ellos definitivamente no reconocen los diversos contextos que tienen las fracciones, sólo los identifican como dos números uno encima de otro pero no le dan significado, consideran que son importantes para el desarrollo de otras ramas de las matemáticas y en especial del álgebra y que son esenciales para resolver muchas situaciones matemáticas y la motivación que sienten por aprenderla está ligada a la necesidad de uso que le ven en el fundamento de muchas carreras y especialmente en la que ya tienen pensado estudiar.

En contraste con ello el profesor considera que sí presenta los diferentes enfoques de los fraccionarios a sus estudiantes y que tiene muy claro los objetivos al enseñar, no sólo los institucionales sino especialmente los gubernamentales. En sus clases tiene en cuenta los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto, brindándole al estudiante situaciones de aprendizaje que le permitan no sólo plantear y solucionar problemas, sino razonar, comunicar, modelar, comparar y ejercitar procedimientos.

Los estudiantes tienen la oportunidad de transferir lo aprendido en las fracciones a las bases conceptuales del álgebra, a la simplificación y al desarrollo de operaciones con expresiones algebraicas y al desenvolvimiento de la geometría. Para él la motivación se desarrolla en los estudiantes a través de la presentación de situaciones que resalten la importancia de las matemáticas, del juego y en el uso que esta tiene en los demás campos y considera que la motivación sobre todo es intrínseca y que es deber del estudiante buscar las ayudas necesarias para superar las dificultades que se le presenten.

En cuanto a los estilos de aprendizaje el profesor dice que es imposible tenerlos en cuenta debido a la cantidad de alumnos por aula y a las políticas permisivas de aprobación del gobierno. Para los estudiantes su estilo de aprendizaje consiste en poner atención en las clases a las explicaciones dadas por el docente, hacer ejercicios, repasar, practicar, dedicarle tiempo a la asignatura, solicitar explicaciones de otras personas, aprenderse las fórmulas y procesos y tomar apuntes y 6 de ellos consideran que su estilo de aprendizaje influye en el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica porque aseveran que una gran parte del conocimiento se adquiere viendo las explicaciones y preguntando en la clase y que no conocen otra forma diferente de aprender que haciendo una y otra vez ejercicios hasta mecanizarlos.

Los estudiantes consideran que los principales problemas en el aprendizaje de las fracciones y su aplicación al álgebra, es la falta de atención a las explicaciones, la poca dedicación que se le da a la operacionalización de éstos, la no claridad en los procesos que se deben seguir en cada una de las operaciones,

el contexto de las explicaciones y de los problemas dados en los grados inferiores es muy elemental y no los prepara para la complejidad del álgebra y las deficiencias en bases con las operaciones elementales de los naturales, para el docente son la atención dispersa, la ausencia de fundamentos básicos en conceptos, operatividad y transferencia, la presentación de temas fragmentados y/o aislados sin relación entre ellos, la falta de motivación y de gusto por las matemáticas, la desnutrición de muchos estudiantes, la poca práctica de los algoritmo y la falta de compromiso de todos los estamentos educativos los cuales promueven la promoción sin la aprobación mínima de todas las asignaturas.

Todos los estudiantes consideran que la fundamentación básica de las matemáticas influye en las dificultades del aprendizaje de las fracciones y su aplicación al álgebra, ya que constituyen el punto de partida para el desarrollo de temas más complejos. También asumen que falta compromiso de parte de ellos de reforzar, de practicar, y de ir más allá de la explicación del aula de clases. Entre las medidas que los estudiantes consideran se deben implementar para garantizar el aprendizaje de las fracciones y su aplicación algebraica están que los profesores deben repasar siempre que sea necesario todo lo que el estudiante no recuerda o presenta problemas en su operacionalización, colocar monitores en las clases que ayuden a los estudiantes desventajados, hacer las explicaciones lentamente para que todos los estudiantes alcancen a entenderlas, aumentar el trabajo en equipo, buscar ayudas extras por parte de ellos cada vez que así lo requieran y aumentar la exigencia en la primaria y en los grados inferiores de secundaria con el fin de fortalecer los procesos básicos de las matemáticas necesarios para el desenvolvimiento del álgebra.

Así mismo el docente menciona el trabajo individual para afianzar conocimientos, las ayudas tutoriales, las nuevas explicaciones, el trabajo en grupo para comprobar resultados y compartir experiencias, el refuerzo a través del desarrollo de múltiples ejercicios, la aplicación de los conocimientos a la solución de situaciones problema, el apoyo de la comunidad educativa, el trabajo con psicología para los jóvenes con problemas de aprendizaje severos, la aplicación

de las nuevas tecnologías de información y comunicación en su metodología y pedagogía y la permanente capacitación de los docentes en todas aquellas herramientas y programas que les permitan avanzar en la construcción del conocimiento de los estudiantes.

Los datos arrojaron como resultado en cuanto al proceso de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica que el docente tiene muy claro los objetivos al enseñar matemáticas, es consciente de que los principios y los estándares de las matemáticas escolares tienen como finalidad guiar sus prácticas en beneficio de sus estudiantes, principios que a nivel internacional el consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas, citado por Zemelman, Daniels y Hyde (2005) afirma que describen las características propias de la educación matemática.

El docente además es consciente de que debe proveer a los estudiantes de situaciones que le desarrollen su autonomía, creatividad y que le permitan ejercitar su actividad mental, y adquirir confianza en sí mismo, a la vez que le prepare para nuevos retos y problemas y que para ello debe cambiar su rol tradicional de profesor, sin embargo al observar sus prácticas en el aula con sus alumnos se encuentra que la clase no se hace realista ni interesante, lo que no motiva el interés de los estudiantes, en ellas se ve que el profesor sigue en la sola transmisión de conocimientos y no en el enseñar a aprender, lo que conduce a que no se logren desarrollar capacidades y habilidades para aprender, siendo estas últimas las que llevará al estudiante a tomar mejores decisiones y a actuar de manera crítica frente a las situaciones que la vida le presente (Guevara, 2010).

Todos los estudiantes reconocen la importancia de los fraccionarios en su relación con el álgebra y son conscientes de que sin estas bases su desarrollo se ve perjudicado, pero no toman medidas para dominar los conceptos que no aprendieron o que olvidaron, se quedan en el nivel concreto y no avanzan a los otros niveles elaborados por Klausmeier y mencionados por Schunk (1997, p. 220), como son las etapas de identidad, clasificatoria y formal

En la entrevista se percibió que el docente desconoce los diferentes estilos de aprendizaje existentes y sólo reconoce el que tiene que ver con la forma como el estudiante percibe la información y desconoce los demás estilos mencionados por Cabrera y Fariña (2005) como son los relacionados con la forma como se procesa la información, los relacionados con la forma de planificar el tiempo en el cumplimiento de las metas como aprendices y los relacionados con la forma de orientarse hacia la comunicación y las relaciones interpersonales en el aprendizaje, o los clasificado por Lozano (2008) como dependencia e independencia de campo, los holistas y los serialistas, los impulsivos y reflexivos y los niveladores y afiladores. Absolutamente todos los estudiantes reciben un trato igual en el proceso y si se presenta una dificultad general se actúa en forma grupal y sólo en casos especiales y extremos se tiene en cuenta las diferencias individuales.

Entre los elementos que el profesor reconoce pueden dificultar el aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación algebraica por parte de los estudiantes se encuentra la atención dispersa, el estudiante es inestable, presenta dificultad para concentrarse, se distrae fácilmente y en general, es incapaz de terminar una tarea sin el control externo del docente. Estos alumnos, presentan según Arias (2003) déficit de atención sin hiperactividad y tienen dificultades para escuchar cuando se les habla, se distraen fácilmente, no logran concentrarse por mucho tiempo, son desorganizados y no logran trabajar en forma independiente. Para lo cual el maestro debe tener en cuenta lo mejor del alumno, insistir y creer en la habilidad que tienen, buscando apoyo en sus compañeros de clase y demás docentes.

Otra dificultad que el maestro encuentra radica en la capacidad de los estudiantes de retener y recordar la información recibida, los estudiantes sólo utilizan la memoria a corto plazo, hasta el momento de la evaluación y luego se les olvida lo trabajado. En matemáticas esto es de gran impacto por la secuencialidad que esta tiene.

## *Conclusiones y Recomendaciones*

Para aprender es indispensable poseer tanto componentes cognitivos como motivacionales. Las capacidades, los conocimientos, las estrategias, las destrezas, la disposición, las intenciones, las metas, la motivación, entre otros, contribuyen a crear las condiciones necesarias para que se produzca el aprendizaje y se mejore el rendimiento. Para el aprendizaje de las matemáticas los estudiantes no sólo deben querer hacer las cosas con ánimo, con iniciativa, sino también deben poseer las herramientas que les posibiliten poder hacerlo, razón por la cual el docente debe proveerles desde temprana edad situaciones que le permitan construir su propio conocimiento y estimular el trabajo colaborativo en equipo y la participación.

Del desarrollo de la investigación y la aplicación de instrumentos surgieron aspectos importantes que permitieron dar respuesta a la pregunta de investigación y confirmar el supuesto.

Tanto para los docentes como para los alumnos entre los elementos cognitivos que intervienen en la resolución de las operaciones con números fraccionarios están la aplicación de los diferentes procedimientos de las operaciones con fraccionarios, la fundamentación básica adquirida en los primeros grados de escolaridad, la atención y la motivación por aprender. La entrevista con los alumnos permitió observar que ellos consideran que hace falta más exigencia en la primaria, ya que las explicaciones dadas allí son muy elementales y no los prepara para el desenvolvimiento de otras ramas de las matemáticas. Los estudiantes dicen no tener claridad en los procesos que se deben seguir en cada una de las operaciones y dan como causa la poca atención que le prestan a las explicaciones y la escasa dedicación que le dan a la operacionalización.

Las observaciones de las clases permitieron ver que la atención de los estudiantes es muy dispersa, tal y como dice Arias (2003) se distraen fácilmente, ya sea por desinterés o porque se sienten perdidos en la explicación del profesor al no tener los conocimientos básicos requeridos, no logran concentrarse por mucho tiempo, son desorganizados, no logran trabajar en forma independiente. También la atención se ve afectada por la forma tradicional en que el docente trabaja los diferentes temas y por la forma repetitiva de llevar la clase; explicación, ejercitación, tarea y evaluación. Hace falta por parte del profesor usar material diverso, didáctico y si es posible aplicando la tecnología para hacer una clase eficiente y atractiva y para incentivar la atención de todos los estudiantes. Dicha atención está además muy ligada a la motivación, los estudiantes a pesar de que afirman tener motivación por aprender matemáticas no la practican, no la viven, y una de las causas para que esto ocurra es que los alumnos no le ven el sentido ni la utilidad a los temas tratados, para ellos no es suficiente que el profesor les diga que más adelante van a utilizar este o aquel tema si ellos no logran atribuirle el significado en el momento, ver la relación que existe entre lo que ya sabe, lo que está aprendiendo y el como lo puede aplicar en determinada situación concreta.

En las clases no se promueve la curiosidad del estudiante, la atención de ganar, el mantenimiento de la participación activa, no se hacen actividades para que el conocimiento que hay que aprender sea percibido en forma significativa, para que el estudiante vea la importancia de los conceptos, y las relaciones de éstos con las estrategias, los objetivos, los conocimientos previos, además no se proveen actividades de aprendizaje relevantes, que se constituyan en auténticas experiencias de aprendizaje, factores que Keller (2008) considera principios de la motivación. Hace falta además que el docente aplique situaciones en las que el estudiante crea que puede tener éxito en dominar dicha tarea de aprendizaje, teniendo confianza en sí mismo, lo que en últimas lo llevará a la creación de expectativas positivas de éxito y a atribuirlo a sus propias capacidades y esfuerzos y no a factores externos como la suerte o al nivel de dificultad de la actividad.

El alumno no disfruta realizando los ejercicios o las actividades de la clase, pues no entiende lo que se le enseña ni le encuentra sentido, por lo que no disfruta realizando la tarea ni genera una motivación intrínseca y por lo tanto emociones positivas que contribuyen al aprendizaje, como lo afirma García y Domenéch (1997).

En lo que respecta a la memoria los estudiantes presentan dificultades en evocar o recordar los conocimientos previos de las fracciones, sus enfoques, operaciones y aplicaciones a situaciones problemáticas y algebraicas. En su mayoría usan la memoria de trabajo, la cual según Morgado (2005) se utiliza para retener información que al poco tiempo va a ser usada, es decir, contiene información transitoria y es básica para el razonamiento y otros procesos cognitivos, razón por la cual lo que no están usando y aplicando continuamente lo olvidan. Es así como sólo 2 de los 10 estudiantes en la entrevista recordaron los diferentes enfoques de las fracciones y sólo 1 resolvió una de las cuatro situaciones de la prueba diagnóstica que involucraban las operaciones con ellas y su aplicación algebraica.

En cuanto al nivel de comprensión que interviene en el aprendizaje del álgebra cuando se usan los números fraccionarios se encuentra que éste es bajo, ya que los estudiantes no tienen dominio de los conocimientos previos, como lo confirma la prueba diagnóstica, la observación de las clases donde se evidenciaron las continuas falencias en el manejo de los números enteros y los fraccionarios y las estadísticas de reprobación en matemáticas de los alumnos de la institución (Siecamm, 2011) en donde aproximadamente el 35 % de los estudiantes de décimo grado no sólo reprueba la materia sino que un gran número de éstos (20 %) reprueban el año. Además, los estudiantes no saben efectuar transferencia de los fraccionarios al álgebra, no aplican el conocimiento en formas y situaciones nuevas como lo dice Schunk, lo cual es confirmado por la prueba diagnóstica donde ninguno de los 10 estudiantes seleccionados solucionó las dos situaciones algebraicas planteadas y además la mayoría se encuentra en el nivel concreto del pensamiento, o en términos de Pirie y Kieren en el nivel de creación

de imagen, en el cual el estudiante realiza acciones mentales o físicas para obtener una idea del concepto, pero no pasan a reconocer las propiedades generales de las imágenes analizadas, ni hacen las conexiones con otras imágenes. Para el estudiante la expresión  $a/b$  significa la relación parte-todo y lo representa físicamente, pero no amplía su concepto a otros significados como razón, medida, cociente, operador multiplicativo, ni la extiende a expresiones como  $x/(x+1)$ .

Con la investigación se concluye que se logró llegar a los objetivos planteados y se confirmó el supuesto de investigación que indicaba que los elementos de carácter cognitivo que dificultan el aprendizaje del álgebra cuando se emplean números fraccionarios están ligados con la motivación de los estudiantes para aprender matemáticas, con la comprensión del concepto de fracción y sus enfoques y con la forma como se opera sin tener suficiente claridad conceptual sobre lo que se está haciendo, lo cual permitirá recomendar estrategias pedagógicas que permitan mejorar los desempeños académicos de los estudiantes en la aplicación algebraica de las operaciones de los números fraccionarios.

Los resultados obtenidos servirán para que la institución y los docentes busquen un mejoramiento de la enseñanza-aprendizaje de los números fraccionarios en los grados inferiores y evitar las dificultades que se presentan en el álgebra. La investigación brinda al campo científico de la enseñanza de las matemáticas argumentos sobre la necesidad de seguir investigando en el campo de la didáctica con el fin de lograr mejores aprendizajes y desempeños en los estudiantes y hacer que el estudio de las fracciones y su utilización en el álgebra no sea traumático para los estudiantes ni los desmotive en su preparación académica.

Las recomendaciones que se pueden dar para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de los números fraccionarios y su aplicación al álgebra son:

- Los maestros deben asegurarse que los estudiantes hayan aprendido los contenidos importantes y desarrollado las habilidades necesarias para resolver problemas.
- El profesor debe usar la tecnología en clase y deben asignar tareas y responsabilidades a los estudiantes que aseguren su uso y que tengan experiencias de aprendizaje activo con ellas
- El maestro debe crear situaciones de aprendizaje en el aula de tal manera que los estudiantes aprendan matemáticas en contexto similares a la vida real y le encuentren sentido o significado a ellas
- Los estudiantes deben incrementar el tiempo que le dedican al estudio de las matemáticas.
- Los maestros deben hacer explícitas las relaciones entre las matemáticas y otras áreas
- Los maestros deben desarrollar en los estudiantes la comprensión conceptual desde temprana edad para mejorar el desempeño en el conocimiento de los procedimientos mas adelante.
- El gobierno y las directivas de las instituciones deben implementar cambios en las escuelas para mejorar el aprendizaje, efectuando capacitaciones en los docentes e introduciendo la tecnología.
- Los profesores deben prestar especial atención a los diferentes tipos de estudiantes que tienen y a sus estilos particulares de aprendizaje.
- Los docentes deben conocer las dificultades a las que se pueden enfrentar los alumnos ante determinado tema y deben buscar las metodologías adecuadas que generen no sólo aprendizaje sino también emoción, interés y motivación.

## Referencias

- Abánades, M., Botana, F., Escribano, F., Tabera, L. (2009). Software matemático libre. Consultado en [www.geogebra.es](http://www.geogebra.es)
- Arias, J. (2003). *Problemas de aprendizaje*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Armida, G. (2006). *Relación entre el rendimiento académico de los alumnos en las materias de matemáticas de la preparatoria del Itesm campus Cuernavaca y algunas variables del proceso de enseñanza aprendizaje*. Escuela de Graduados en Educación, tecnológico de Monterrey.
- Bassey, M. (1998). *Fuzzy generalization: an approach to building educational theory*. Recuperado el 24, 01, 2011 de <http://www.leeds.ac.uk/educol/documents/000000801.htm>
- Beltrán, O. (2007). *Implementación de hojas electrónicas en el aprendizaje significativo de conceptos básicos de aritmética y Álgebra en educación media superior*. Escuela de Graduados en Educación, Tecnológico de Monterrey.
- Behr, M. Harel, G. Post, T. y Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*(pp. 296-333). NY:Macmillan Publishing.
- Bigge, M. (2006). *Teorías de aprendizaje para maestros*. México: Trillas.
- Bransford, J., Brown, A., and Cocking, R. (Eds). (2004). *How People Learn Brain, Mind, Experience, and School*. Washington: National Academy Press.
- Briones, G. (2006). *Teorías de las ciencias sociales y de la educación: Epistemología*. México: Trillas
- Brown, G., Quinn, R. (2007). *Investigating the relationship between fraction proficiency and success in algebra*. [www.findarticles.com](http://www.findarticles.com)
- Cabrera, J. Fariñas, G. (2005). El estudio de los estilos de aprendizaje desde una perspectiva vigostkiana: una aproximación conceptual. *Revista iberoamericana de Educación*, 37(1). Recuperado en <http://www.rieoei.org/deloslectores/1090Cabrera.pdf>
- Campagnone, S. (2005). *The effects of Graphing Calculators on student performance in High School algebra*. [Versión electrónica] Recuperado el 26, 01, 2011 de [www.teach.valdosta.edu/are/vol4no2](http://www.teach.valdosta.edu/are/vol4no2).
- Casas, A. Castellar, R. (2004). Mathematics Education and Learning Disabilities in Spain. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 62-73
- Cazau, P. (2002). *Estilos de aprendizaje: Generalidades*. [Versión electrónica]. Recuperado el 28,01,2011 de [www.gestionescolar.cl](http://www.gestionescolar.cl)
- Cerda, H. (2008). *Los elementos de la investigación* (3ª ed.). Bogotá: Editorial El Búho.

- Cisterna, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Theoria*, 14 (1), 61-71. Recuperado el 10, 08, 2011 de <http://www.mendeley.com/research/categorizacion-y-triangulacion-como-procesos-de-validacion-del-conocimiento-en-investigacion-cualitativa>
- Coll, C. (1996). Constructivismo y educación escolar: ni hablamos siempre de lo mismo ni lo hacemos siempre desde la misma perspectiva epistemológica. *Anuario de psicología*, 69, 153-178. Recuperado el 23, 02, 2011 de <http://www.raco.cat/>
- Eyssautier, M. (2008). *Metodología de la investigación. Desarrollo de la inteligencia* (5ª ed.). México: Cengage Learning.
- Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: Reidel. Traducción de Luis Puig, publicada en Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados. México: CINVESTAV, 2001.
- Galvis, A. (1992). *Ingeniería de software educativo*. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.
- García F., Domenéch, F. (1997). Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar. *Revista electrónica de motivación y emoción*, 1(0).
- García, M. (2001). Mecanismos atencionales y síndromes neuropsicológicos. *Revista de Neurología*, 32(5), 463-467.
- Geary, D. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of learning disabilities*, 37(1), 4-15.
- Godino, J., Batonero, C. Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Recuperado el 16, 03, 2011 de <http://matesup.usalca.cl/modelos/articulos/fundamentos.pdf>
- Gómez, P. (1997). *Tecnología y educación matemática*. Recuperado el 9, 03, 2011 de <http://funes.uniandes.edu.co/319/1/GomezP97-1919.pdf>
- González, F. (2004). ¿Qué es un paradigma? Análisis teórico, conceptual y psicolingüístico del término. *Investigación y postgrado*. V. 2 (1). Recuperado el 18, 08, 2011 de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/658/65820102.pdf>
- Guevara, M. (2010). *Como potenciar habilidades de pensamiento en el aula*. Recuperado el 13, 04, 2011 de <http://www.eeducador.com/>
- Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Investigación* 43, 19-58.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2008). *Metodología de la Investigación* (4ª ed.). México: Mc Graw Hill
- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2007). *Marco teórico de matemáticas*. Recuperado el 16, 02, 2011 de [www.icfes.gov.co](http://www.icfes.gov.co)

- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2010). *Examen de estado de la educación media-Icfes Saber 11*. Recuperado el 18, 02, 2011 de [http://www.icfes.gov.co/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_view&gid=3348&Itemid=59](http://www.icfes.gov.co/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=3348&Itemid=59)
- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2011). *Resultados examen de estado*. Recuperado el 18, 02, 2011 de [www.icfes.gov.co](http://www.icfes.gov.co)
- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2008). *Colombia en PISA 2006. Síntesis de resultados*. Recuperado el 20, 02, 2011 de [www.icfes.gov.co](http://www.icfes.gov.co)
- Instituto Colombiano para la evaluación de la educación (2010). *Colombia en PISA 2009. Síntesis de resultados*. Recuperado el 20, 02, 2011 de [www.icfes.gov.co](http://www.icfes.gov.co)
- Keller, J. (2008). First principles of motivation to learn and e-learning. *Distance education*, 29 (2), 175-185.
- Kieren, T. (1992), Rational and fractional numbers as mathematical and personal knowledge; implications for curriculum and instruction. En G. Leinhardt, R. Putnam, R. Hatrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics*, (pp. 324- 372). Recuperado el 4, 04, 2011 de [www.books.google.es](http://www.books.google.es)
- Klausmeier, H. (1992). Concept learning and concept teaching. *Educational psychologist*, 27(3), 267-286.
- Kolb, D. (1981). Learning styles and disciplinary differences. *The modern American college*. p. 238.
- Li, X., Li, Y. (2008). Research on Students' Misconceptions to Improve Teaching and Learning in School Mathematics and Science. Recuperado el 13, 04, 2011 de <http://ssmj.tamu.edu/rib-ian-2008.php>
- León, H. (1998). Procedimientos de niños de primaria en la solución de problemas de reparto [versión electrónica]. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1(2), 5-28.
- Londoño, León. (2008) ¿Es lo mismo el aprendizaje y la memoria? Hacia una amplia conceptualización [versión electrónica]. *Revista de la Facultad de Psicología Universidad Cooperativa de Colombia*, 4(6), 88-92
- López, F. Muñoz, Y. (1994). Aprender a aprender; algunas aproximaciones prácticas al fenómeno del aprendizaje. *Revista universidad Eafit*, 95, 17-25. Recuperado el 25, 04, 2011 de <http://bdigital.eafit.edu.co/bdigital/ARTICULO/HRU0380000095199402/09502.pdf>
- Lozano, A. (2008). *Estilos de aprendizaje y enseñanza. Un panorama de la estilística educativa*. 2ª ed. México; trillas.
- Mcintosh, A., Reys. B., Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. Recuperado el 30, 08, 2011 de <http://viajarnamatematica.ese.ipp.pt>

- Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la teoría APOE [versión electrónica]. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 6(3), 221-271.
- Mergel, B. (1998). Diseño instruccional y teoría del aprendizaje. Recuperado en [www.usask.ca](http://www.usask.ca)
- Meza, A., Barrios, A. (2010). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones*. Memorias 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Consultado en [www.funes.uniandes.edu.co](http://www.funes.uniandes.edu.co)
- Ministerio de educación nacional, MEN. (1998). *Matemáticas Lineamientos curriculares*. Bogotá: Cooperativo Editorial Magisterio.
- Moreira, M. (2002). *Investigación en educación en ciencias. Métodos cualitativos*. Recuperado el 23, 08, 2011 de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/metodoscualitativos.pdf>
- Morgado, I. Psicobiología del aprendizaje y la memoria [versión electrónica]. *Cuadernos de información y comunicación* 10, 221-233.
- Obra colectiva de los docentes de la red de escuelas de Campana. (2001). *La enseñanza de las fracciones en el 2do ciclo de la Educación General Básica. Serie Aportes al Proyecto Curricular Institucional*. Buenos Aires: Bureau Internacional de Educación UNESCO.
- Ormron, J. (2008). *Aprendizaje humano*. 4ª ed. México: Pearson Educación SA.
- Perera, P., Valdemoro, M. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación matemática*, 1(1), 29-61
- Piaget, J. (1952). *The originis of intelligence in children*. New York: Norton.
- Piaget, J. (1970) Inteligencia y adaptación biológica. Recuperado el 29, 03,2011 de [www.busateo.es](http://www.busateo.es)
- Prakash, V. (2010). *Identifying with Mathematics: The effects of conceptual understanding, motivation, and communication on the creation of a strong mathematical identity*. Recuperado el 12, 04, 2011 de <http://0-proquest.umi.com.millenium.itesm.mx>
- Pierre, A., Kusrcher, N. (2001). *Pedagogía e internet. Aprovechamiento de las nuevas tecnologías*. México: editorial Trillas.
- Riviere, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. En M. Álvaro, C. Coll y J. Palacios (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación, III, Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar, Cap. 9* (pp. 155-182).Madrid: Alianza.

- Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. *Revista iberoamericana de educación* 33. Recuperado el 17, 02, 2011 de [www.rieoi.org](http://www.rieoi.org) .
- Ruiz. C. (2002). Mediación de estrategias metacognitivas en tareas divergentes y transferencia recíproca. *Investigación y Postgrado* 17(2).
- Santrock. J. (2006). *Psicología de la educación* (2ª ed.). Mc Graw Hill. México.
- Schunk, D. (1997). *Teorías del aprendizaje* (2ª ed.). Pearsón. México.
- Siecamm (2011). *Resultados internos Colegio Aurelio Martínez Mutis año 2010*. Colombia
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos* (2ª ed.). Ediciones Morata. Madrid.
- Streefland, L. (1993), In rational numbers: an integration of research. Edited by Carpenter, Th, et al. L. Erlbaum. Traducción interna para el GPDM: Nora Da Valle. Recuperado el 15, 04, 2011 de <http://www.gpdmatematica.org.ar>
- Technology and Learning. The science teacher (2010). Vol 77, pág.14. Recuperado el 17, 04, 2011 de <http://0-proquest.umi.com.millennium.itesm.mx>
- Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Grijalbo. Barcelona.
- Woolfolk, A. (2006). *Psicología Educativa*. México; Editorial Pearson.
- Zemelman, S., Daniels, H. and Hyde A. (2005). *Best practice. Today's standards for Teaching and learning in America's schools* (3ª ed.). Heinemann. New Hampshire.