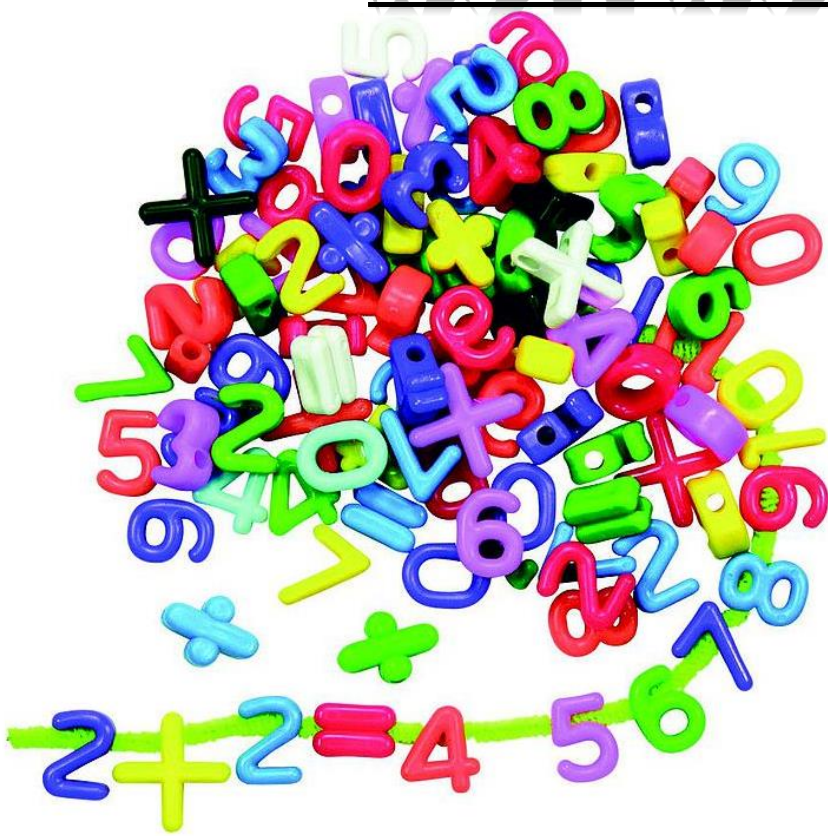
SECUENCIAS DIDÁCTICAS

MATEMÁTICAS



Grado: Décimo

Lic. Ingrid Carolina Navarro Amado

unab
Universidad Autónoma de Bucaramanga

SECUENCIA 1.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: SEGUNDO - FECHA: SEMANA DEL 08 AL 12 DE MAYO DE 2017
GUÍA 1. MÉDIDA DE ÁNGULOS

Tomado de: Libro Procesos Matemáticos 10°. Ed. Ediciones Escolares Educativas

EL GRADO

Es la medida de amplitud angular de cada uno de los ángulos que resultan al dividir el ángulo recto en 90 partes iguales. Su símbolo es °.

Un grado se divide en 60 minutos: 1° = 60´.

Un minuto se divide en 60 segundos 1´= 60 ¨.

Ejemplo:

Para expresar el ángulo de 7225° como la suma de un número entero de vueltas y un ángulo menor que 360°, se divide por 360°, de modo que el cociente es el número de vueltas y el residuo es el ángulo buscado.

7225° = 20 es el cociente, es decir el número de vueltas y 25° es el ángulo buscado.

7225° = 20 * 360° + 25°

EL RADIÁN

Es la medida de la amplitud angular del ángulo central de una circunferencia cuyo arco tiene la misma longitud que el radio. Su símbolo es **rad.**

Como el ángulo de un giro completo abarca toda la circunferencia, y la longitud de una circunferencia con radio $\boldsymbol{r}$ es $\boldsymbol{2\pi r}$, este ángulo mide $\boldsymbol{2\pi}$ **rad.** Por lo tanto, se tiene la equivalencia:

360° = $\boldsymbol{2\pi}$ **rad = 180° =** $\boldsymbol{\pi}$ **rad**

El radián no depende del radio de la circunferencia que se considere, ya que todos los sectores circulares determinados por un mismo ángulo son semejantes entre sí.

Los ángulos que determinan arcos de mayor longitud que de la circunferencia pueden expresarse como la suma de un número entero de vueltas y un arco menor que 360° o $\boldsymbol{2\pi}$ **rad.**

CONVERSIÓN ENTRE UNIDADES DE MEDIDAS DE ÁNGULOS

Para hacer conversiones de medidas de ángulos entre los sistemas sexagesimal y de radianes, se parte de la equivalencia 360° = $\boldsymbol{2\pi}$ **rad.**

Ejemplo:

- Para expresar 2,4 rad en grados, se plantea la regla de tres:

$$\frac{\pi\, rad}{180°} = \frac{2{,}4\, rad}{x}$$

$$x * \pi\, rad = (2{,}4\, rad) * (180°)$$

$$x = \frac{2{,}4\, rad * 180°}{\pi\, rad}$$

$$x = \frac{432\, rad}{\pi}$$

$$x = 137{,}5099°$$

- Para expresar 125° en radianes, se plantea la regla de tres:

$$\frac{\pi\, rad}{180°} = \frac{x}{125°}$$

$$(\pi\, rad) * (125°) = 180° * x$$

$$x = \frac{\pi\, rad * 125°}{180°}$$

$$x = \frac{125°\, \pi\, rad}{180°} = \frac{25\,\pi}{36}\, rad = 0{,}6944\, \pi\, rad$$

- **Ahora supongamos que deseamos convertir 3 radianes a grados sexagesimales.**

Para ello primero definimos una pequeña regla, la cual contemple los grados conocidos en un sistema y los desconocidos en el otro. Siendo denotados estos últimos por medio de una incógnita. Como se muestra:

$$\frac{\pi}{180°} = \frac{3\pi}{x}$$

Destacando que tal regla es exactamente la utilizada, en el caso anterior. Con el detalle la fracción que tenía la incógnita se invirtió o sea su puso su (Inverso) y no el mismo.

Seguido despejamos la incógnita x y simplificamos. Quedándonos como resultado:

$$x = \frac{3\pi * 180°}{\pi} = 540°$$

Actividad en Clase

1. Indica a que ángulo menor de 360° equivalen los ángulos que se muestran a continuación:

a) 720°
b) 840°
c) 1050°
d) 600°
e) 990°
f) 1260°

2. Indica la medida en radianes de los siguientes ángulos dados en grados:

a) 0°
b) 120°
c) 90°
d) -300°
e) 216°

f) -45°
g) 30°
h) -270°
i) 36°
j) -160°

k) -60°
l) -240°
m) 135°
n) -20°
o) 324

3. Expresa la medida en radianes del ángulo α, menor que 360°, al que equivalen estos ángulos.

a) 480° **b)** -1235° **c)** 930° **d)** 1440°

4. Expresa en grados los siguientes ángulos.

a) $-\frac{\pi}{6}\ rad$

b) $-3\pi\ rad$

c) $-\frac{7\pi}{9}\ rad$

d) $0{,}8\,\pi\ rad$

e) $-\frac{11\pi}{5}\ rad$

f) $4\,\pi\ rad$

g)

h) $\frac{13\pi}{6}\ rad$

i) $-\frac{\pi}{5}\ rad$

j) $\frac{3\pi}{4}\ rad$

k) $-\frac{9\pi}{4}\ rad$

l) $-\frac{5\pi}{12} rad$

m) $\frac{5\pi}{6} rad$

¡Cree en ti y en lo que puedes lograr!

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS –
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS - PERÍODO: SEGUNDO
FECHA: SEMANA DEL 04 AL 07 DE JULIO DE 2017
TALLER 1. MÉDIDA DE ÁNGULOS

NOMBRE: ____ **GRADO:** _______ **FECHA:** ___________

1. Pasar de la expresión compleja a la expresión incompleja y viceversa.

a) Convierte el ángulo 73° 25' 32'' a forma incompleja.
b) Convierte el tiempo 37,5243 h a forma compleja.

2. Pasa mentalmente los siguientes ángulos a forma incompleja:
a) 85° 30'
b) 167° 45'

3. Pasa mentalmente los siguientes ángulos a forma compleja:
a) 42,5°
b) 92,25°

4. Pasa las siguientes unidades de tiempo a forma incompleja:
a) 5 h 15 min
b) 4 h 30 min

5. Pasa las siguientes unidades de tiempo a forma compleja:
a) 3, 25 h
b) 32, 75 h

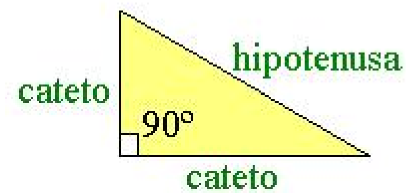
6. Utilizando la calculadora, pasa los siguientes ángulos de forma incompleja:
a) 45° 33' 22''
b) 127° 15' 29''

7. Utilizando la calculadora, pasa los siguientes ángulos de forma compleja:
a) 34,789°
b) 122,045°

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: SEGUNDO - FECHA: SEMANA DEL 10 AL 14 DE JULIO DE 2017
GUÍA 2. TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

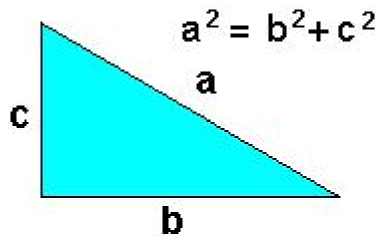
RECORDEMOS…

En primer lugar, deberíamos recordar un par de ideas:



Un triángulo rectángulo es un triángulo que tiene un ángulo recto, es decir de 90º.

En un triángulo rectángulo, el lado más grande recibe el nombre de hipotenusa y los otros dos lados se llaman catetos.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

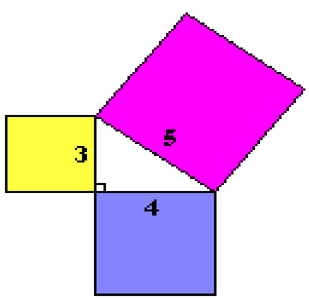
Teorema de Pitágoras.

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Entonces, el cuadrado de a (a^2) más el cuadrado de b (b^2) es igual al cuadrado de c (c^2):

¿Seguro…?

Veamos si funciona con un ejemplo. Un triángulo de lados "3,4,5" tiene un ángulo recto, así que la fórmula debería funcionar.



Veamos si las áreas **son** la misma:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Calculando obtenemos:

$$9 + 16 = 25$$

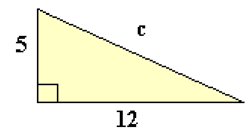
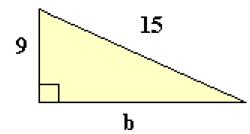
¡sí, funciona!

¿Por qué es útil esto?

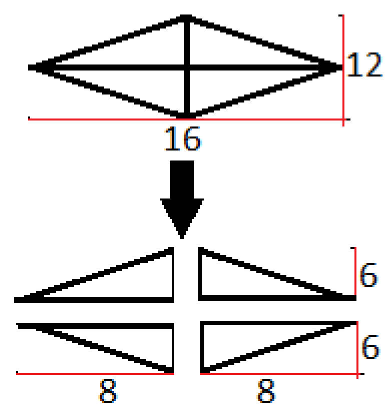
Si sabemos las longitudes de dos lados de un triángulo con un ángulo recto, el Teorema de Pitágoras nos ayuda a encontrar la longitud del tercer lado. (¡Pero recuerda que sólo funciona en triángulos rectángulos!)

Ahora lo usamos como una ecuación:

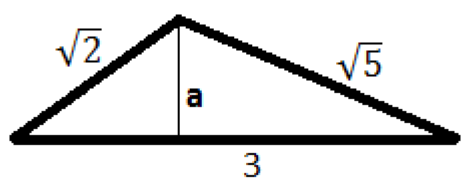
$a^2 + b^2 = c^2$

 $a^2 + b^2 = c^2$ $5^2 + 12^2 = c^2$ $25 + 144 = 169$ $c^2 = 169$ $c = \sqrt{169}$ $c = 13$	 $a^2 + b^2 = c^2$ $9^2 + b^2 = 15^2$ $81 + b^2 = 225$ Resta 81 a ambos lados $b^2 = 144$ $b = \sqrt{144}$ $b = 12$

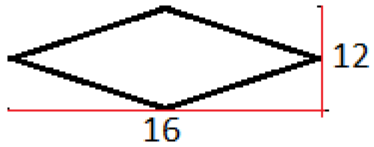
Actividad en Clase



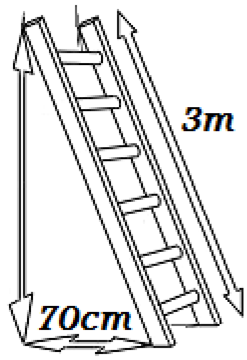
1. Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados 3cm y 4cm.
2. Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 2cm y uno de sus lados mide 1cm, ¿cuánto mide el otro lado?
3. Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos lados miden raíz cuadrada de 2 y raíz cuadrada de 3.
4. Calcular la altura del siguiente triángulo sabiendo que sus lados miden raíz cuadrada de 2, raíz cuadrada de 5 y su base 3.



5. Calcular el perímetro del siguiente rombo si sabemos que sus diagonales (altura y anchura) miden 16 y 12.



6. Calcular la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a 70 centímetros de ésta.



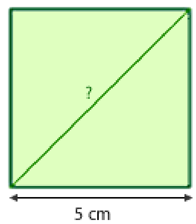
Tomado de: http://bit.ly/2AQMSgM

http://bit.ly/1FlKi9K

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: SEGUNDO - FECHA: SEMANA DEL 17 AL 21 DE JULIO DE 2017
TALLER N° 2. TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS - TEOREMA DE PITÁGORAS

Resuelve los siguientes problemas:

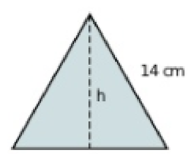
1) Calcula la diagonal del cuadrado sabiendo que su lado mide 5 cm.

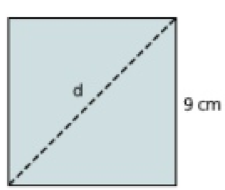


2) Calcula la diagonal de un cuadrado cuya área vale 64 m2. Redondea a dos cifras decimales.

3) La puerta de una habitación tiene el doble de alto que de ancho, calcular sus dimensiones sabiendo que la diagonal de la puerta mide 8 m. Redondea a dos cifras decimales cuando sea necesario.

4) Calcula la altura de un triángulo equilátero de 14 cm de lado.



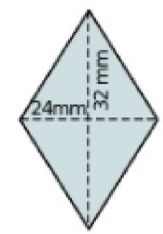


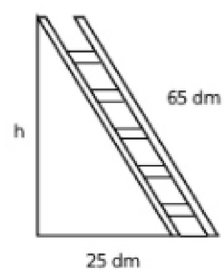
5) Calcula la diagonal de un cuadrado de 9 cm de lado.

6) Calcula la altura de un rectángulo cuya diagonal de 6,8 cm y la base 6 cm.

7) Calcula los centímetros de cuerda que se necesitan para formar las letras N, Z y X, de las siguientes dimensiones.

8) Calcula el lado de un rombo cuyas diagonales miden 32 mm y 24 mm.

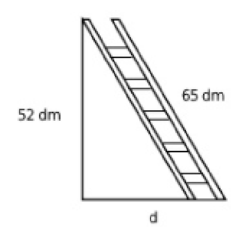




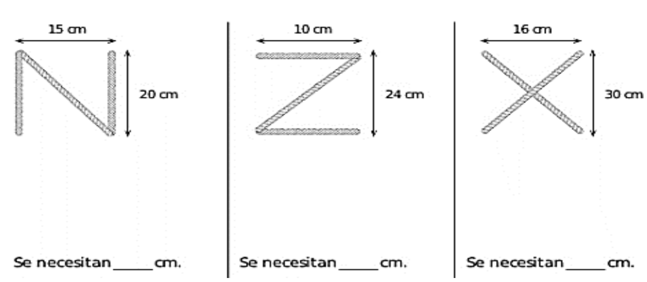
9) Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared, el pie de la escalera dista 25 dm de la pared.

- ¿A qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared?

- ¿A qué distancia de la pared habrá que colocar el pie de esta misma escalera para que las partes superiores se apoye en la pared a una altura de 52 dm?



10) Calcula los centímetros de cuerda que se necesitan para formar las letras N, Z y X, de las siguientes dimensiones.



SECUENCIA 3.

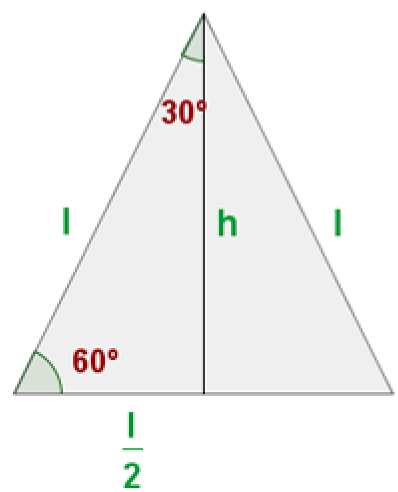
INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO- ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: TERCERO - FECHA: SEMANA DEL 07 AL 11 DE AGOSTO DE 2017
GUÍA N° 3. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES

- **Razones trigonométricas de 30° y 60°**

La altura divide al triángulo equilátero en dos triángulos rectángulos iguales cuyos ángulos miden 90º, 60º y 30º.

Si aplicamos el teorema de Pitágoras obtenemos la altura en función del lado:

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\, l$$



$$\text{sen } 30° = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2} \qquad \text{sen } 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\, l}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\, l}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \cos 60° = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2}$$

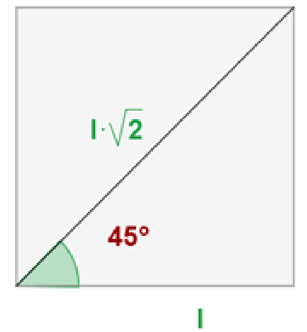
$$\text{tg } 30° = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \text{tg } 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

Razones trigonométricas de 45°

La diagonal divide al cuadrado en dos triángulos rectángulos iguales cuyos ángulos miden 90º, 45º y 45º.

Si aplicamos el teorema de Pitágoras obtenemos la diagonal en función del lado:

$$d = \sqrt{l^2+l^2} = \sqrt{2l^2} = l\sqrt{2}$$



$$\text{sen } 45° = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45° = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 45° = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

Razones trigonométricas de ángulos notables

Los ángulos de 30º, 45º y 60º aparecen con bastante frecuencia, fíjate cómo se calculan sus razones a partir de la definición si buscamos los triángulos adecuados.

α:	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\to \infty$	0	$\to -\infty$

Memorizar esta tabla es fácil si observas el orden que guardan. Una vez aprendidos los senos con las raíces consecutivas, los cosenos salen en orden inverso.

Con la calculadora

• Dado un ángulo α obtener sus razones trigonométricas. Por ejemplo, el sen 28º 30´ Pon la calculadora en modo DEG, Teclea 28 ° ' '' 30 ° ' '' sin Obtenemos: 0,477158760.

En algunas calculadoras hay que pulsar la tecla sin antes de introducir el ángulo, comprueba cómo funciona la tuya. Si queremos obtener el cosα ó la tgα procederemos de la misma forma, pero pulsando las teclas cos y tan respectivamente.

¿Cuanto nos da según la calculadora: Cos 28º 30´ y Tag 28º 30´?

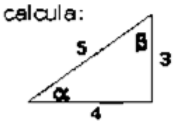
• Dada una razón obtener el ángulo α correspondiente. Con el mismo valor que tienes en la pantalla: 0,477158760

Comprueba que la calculadora sigue en modo DEG Teclea SHIFT sin Obtenemos: 28,5 en grados, si queremos grados, minutos y segundos, pulsamos SHIFT ° ' '' obteniendo 28º 30''

EJERCICIOS resueltos

5. En el triángulo de la figura calcula:

a) sen α   d) sen β
b) cos α   e) cos β
c) tg α   f) tg β



a) $\text{sen}\,\alpha = \frac{3}{5} = 0{,}6$ d) $\text{sen}\,\beta = \frac{4}{5} = 0{,}8$

b) $\cos\alpha = \frac{4}{5} = 0{,}8$ e) $\cos\beta = \frac{3}{5} = 0{,}6$

c) $\text{tg}\,\alpha = \frac{3}{4} = 0{,}75$ f) $\text{tg}\,\beta = \frac{4}{3} = 1{,}\bar{3}$

6. Obtén con la calculadora:

a) sen 30º = 0,5
b) cos 60º = 0,5
c) tg 45º = 1

7. Obtén con la calculadora los ángulos α y β del ejercicio 5.

α: Tecleamos 0 $\boxed{.}$ 6 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{sin}}$ → 36,87º

β: Tecleamos 0 $\boxed{.}$ 8 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{sin}}$ → 53,13º

Observa que en efecto suman 90º.

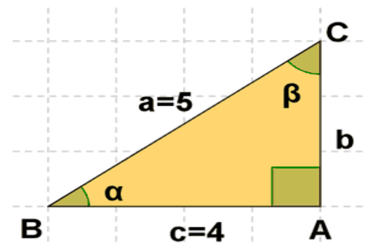
Tomado de: http://bit.ly/2zKZQDz

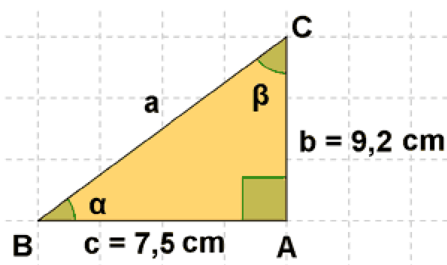
INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS –
PERÍODO: TERCERO - FECHA: SEMANA DEL 07 AL 11DE AGOSTO DE 2017
TALLER N° 3. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES

(En hoja para entregar por pareja)

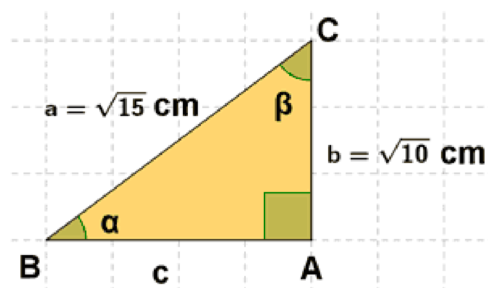
1. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 41 cm y los ángulos iguales 72°, calcula el otro lado.

2. Halla las razones trigonométricas de los ángulos del siguiente triángulo rectángulo:



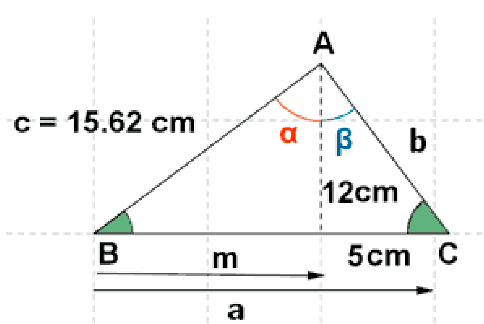


3. Halla las razones trigonométricas de los ángulos del siguiente triángulo rectángulo



4. Halla las razones trigonométricas de los ángulos del siguiente triángulo rectángulo

5. Halla las razones trigonométricas de los ángulos del siguiente triángulo rectángulo:

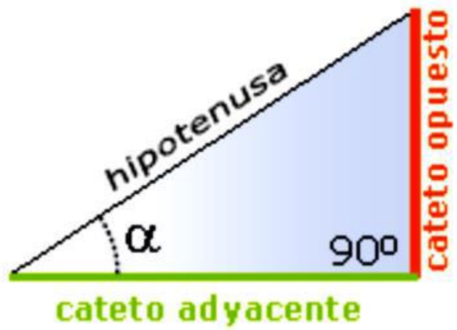


SECUENCIA 4.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO- ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: TERCERO - FECHA: SEMANA DEL 14 AL 18 DE AGOSTO DE 2017
GUÍA N° 4. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

En los triángulos semejantes los ángulos son iguales y los lados homólogos son proporcionales. La razón entre los lados de un triángulo determina su forma. Dado un triángulo rectángulo, las razones Trigonométricas del ángulo agudo α se definen:



El **seno** es el cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa.

El **coseno** es el cociente entre el cateto adyacente y la hipotenusa.

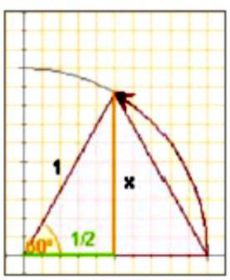
La **tangente** es el cociente entre el cateto opuesto y el cateto adyacente.

Estas razones no dependen del tamaño del triángulo sino del ángulo.

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \cos\alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad \text{tg}\ \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

En un triángulo equilátero los ángulos miden 60º Con el Teorema de Pitágoras se calcula la altura

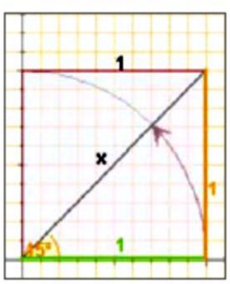
$$x = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Tomamos un cuadrado de lado 1

Con el Teorema de Pitágoras se calcula la diagonal

$$\text{diag} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$



Razones de 30º, 45º y 60º

Los ángulos de 30º, 45º y 60º aparecen con bastante frecuencia, fíjate cómo se calculan sus razones a partir de la definición si buscamos los triángulos adecuados.

	sen	cos	tg
30º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
45º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Memorizar esta tabla es fácil si observas el orden que guardan. Una vez aprendidos los senos con las raíces consecutivas, los cosenos salen en orden inverso.

CON LA CALCULADORA

Dado un ángulo α obtener sus razones trigonométricas.

- **Ejemplo:** El sen 28º 30. Se pone en la calculadora en modo DEG, se teclea 28º, 30º Sen, se obtiene: 0. 477158760.

En algunas calculadoras debemos pulsar la tecla Sen antes del ángulo.

Si queremos obtener el Cos α y Tan α, procederemos de la misma forma, pero pulsando las teclas correspondientes.

- Dada una razón obtener el ángulo α correspondiente.

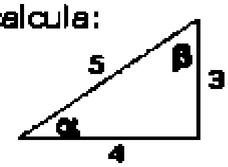
Con el mismo valor que tienes en la pantalla: 0, 477158760.

Comprueba que la calculadora sigue en modo Shift, Sen y el valor. Obtenemos: 28, 5 en grados, si se quiere grados, minutos y segundos, pulsamos Shift °, obteniendo 28° 30 ¨

EJERCICIOS resueltos

5. En el triángulo de la figura calcula:

a) sen α　　d) sen β
b) cos α　　e) cos β
c) tg α　　f) tg β



a) $\text{sen}\,\alpha = \frac{3}{5} = 0{,}6$　　d) $\text{sen}\,\beta = \frac{4}{5} = 0{,}8$

b) $\cos\alpha = \frac{4}{5} = 0{,}8$　　e) $\cos\beta = \frac{3}{5} = 0{,}6$

c) $\text{tg}\,\alpha = \frac{3}{4} = 0{,}75$　　f) $\text{tg}\,\beta = \frac{4}{3} = 1,\hat{3}$

6. Obtén con la calculadora:

a) sen 30º = 0,5
b) cos 60º = 0,5
c) tg 45º = 1

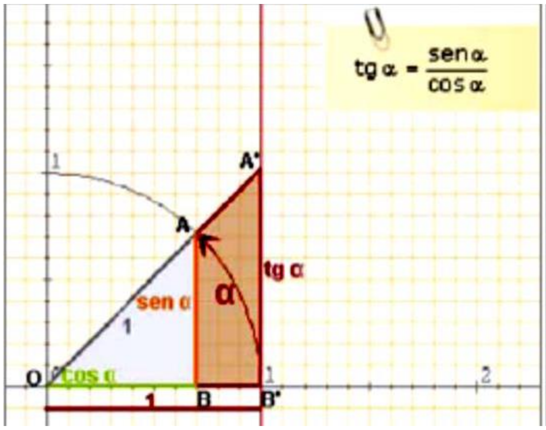
7. Obtén con la calculadora los ángulos α y β del ejercicio 5.

α: Tecleamos 0 $\boxed{.}$ 6 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{sin}}$ → 36,87º
β: Tecleamos 0 $\boxed{.}$ 8 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{sin}}$ → 53,13º
Observa que en efecto suman 90º.

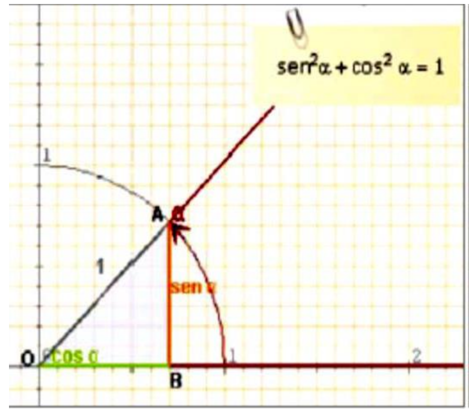
RELACIONES FUNDAMENTALES

Si se aplican la semejanza y el teorema de Pitágoras a los triángulos rectángulos "básicos", es decir, con hipotenusa=1 o con cateto adyacente=1, se obtienen las relaciones fundamentales de la trigonometría:

Los triángulos OBA y OB'A' son semejantes:



Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo OBA de la figura obtenemos:

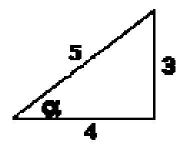


$$\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\text{tg}\,\alpha}{1} \quad \text{luego} \quad \boxed{\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}}$$

$$\boxed{\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$

EJERCICIOS resueltos

8. Comprueba en el ángulo α del triángulo de la figura que se cumplen las relaciones fundamentales.



$$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

$$\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4} = \text{tg}\,\alpha$$

9. Calcula el coseno y la tangente de un ángulo agudo α tal que sen α=0,3

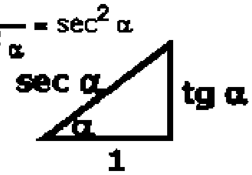
$$\cos^2\alpha = 1 - \text{sen}^2\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - 0{,}3^2 = 1 - 0{,}09 = 0{,}81 \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{0{,}81} = 0{,}9$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{0{,}3}{0{,}9} = \frac{1}{3}$$

10. Comprueba que se cumple la relación: $1 + \text{tg}^2\alpha = \sec^2\alpha$

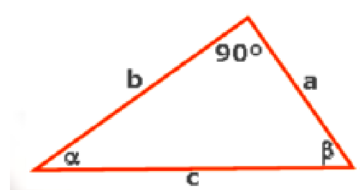
$$1 + \text{tg}^2\alpha = 1 + \left(\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}\right)^2 = 1 + \frac{\text{sen}^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha} = \sec^2\alpha$$

Recuerda el triángulo:



RESOLUCION DE TRIANGULOS RECTANGULOS

Resolver un triángulo rectángulo es calcular los datos desconocidos, lados o ángulos, a partir de los conocidos.



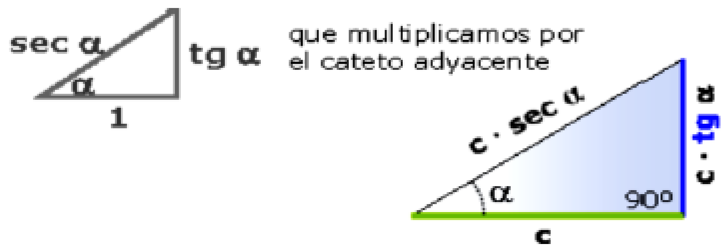
Veamos los casos que se pueden presentar.

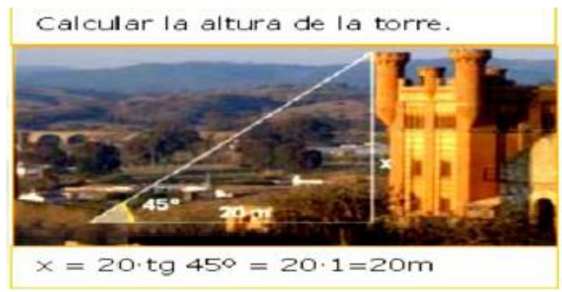
a) Conocidos un ángulo y la hipotenusa

Para hallar los catetos de un triángulo rectángulo del que se conocen las medidas de la **hipotenusa** y de un ángulo agudo, pensaremos en el triángulo:

b) Conocidos un ángulo y un cateto

Para hallar los lados de un triángulo rectángulo del que se conocen las medidas un **cateto** y de un ángulo no recto, pensaremos en el triángulo:





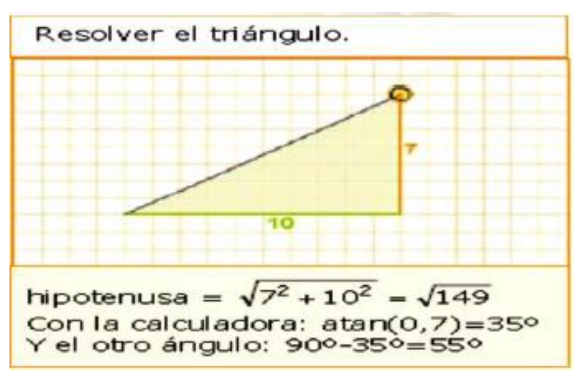
c) Conocidos dos lados

Para hallar el otro lado del triángulo se aplicará el teorema de Pitágoras, el ángulo se determinará como

dependiendo de los datos iniciales. Para calcular el otro ángulo basta restar de 90°.

el arco cuya tangente es $\dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$

o bien como el arco cuyo seno es $\dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$



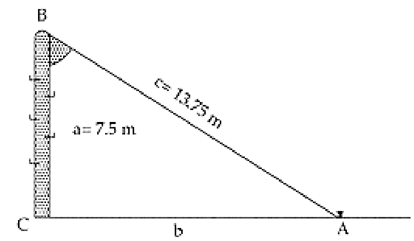
Tomado de: http://bit.ly/2zlXee2

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO- ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: TERCERO - FECHA: SEMANA DEL 21 AL 25 DE AGOSTO DE 2017
TALLER N° 4. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

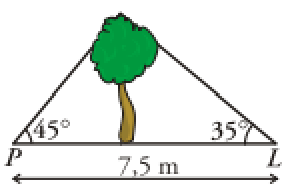
NOMBRES: ____ **GRADO:** _____ **FECHA:** __________

Resuelve los siguientes problemas.

1. Obtener el ángulo que forma un poste de 7.5 m de alto con un cable tirante que va, desde la punta del primero hasta el piso, y que tiene un largo de 13.75 m



2. Queremos fijar un poste de 3,5 m de altura, con un cable que va desde el extremo superior del poste al suelo. Desde ese punto del suelo se ve el poste bajo un ángulo de 40°. ¿A qué distancia del poste sujetaremos el cable? ¿Cuál es la longitud del cable?

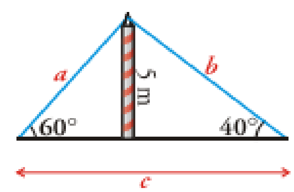


3. Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:

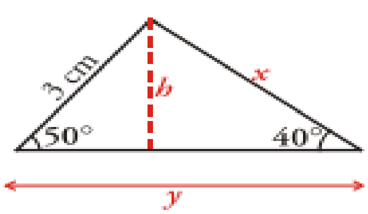
a) Calcula la altura del árbol.

b) ¿A qué distancia está Pablo del árbol?

4. Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura:

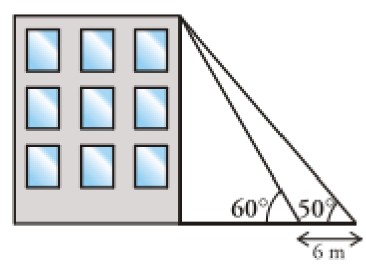


Halla el valor de **c** y la longitud del cable.



5. Halla los valores de x, y, h en el siguiente triángulo:

6. Desde el suelo vemos el punto más alto de un edificio con un ángulo de 60°. Nos alejamos 6 metros en línea recta y este ángulo es de 50°¿Cuál es la altura del edificio?



7. Las diagonales de un rombo miden 10 y 14 cm, respectivamente. Calcula el lado del rombo y sus ángulos.

8. Un dirigible que está volando a 800 m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de 12°. ¿A qué distancia del pueblo se halla?

9. Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.

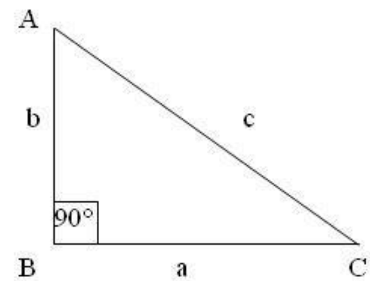
10. Tres pueblos **A**, **B** y **C** están unidos por carreteras. La distancia de **A** a **C** es 6 km y la de **B** a **C** 9 km. El ángulo que forman estas carreteras es 120°. ¿Cuánto distan **A** y **B**?

SECUENCIA 5.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO- ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: TERCERO - FECHA: SEMANA DEL 28 AL 31 DE AGOSTO DE 2017
GUÍA N° 5. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Para las Funciones Trigonométricas, como se mencionó anteriormente, haremos uso del Teorema de Pitágoras y trabajaremos con las Funciones de Seno, Coseno y Tangente, y sus inversas, además de apoyarnos siempre con la Calculadora.
Las letras minúsculas son las que utilizamos en el Teorema de Pitágoras, las letras Mayúsculas, en este caso, se utilizarán para referirnos a los Ángulos del Triángulo.

Empezaremos a ver cada una de las Funciones:



1. **Función Seno (Sen):** La Función Seno nos describe la relación existente entre Lado Opuesto sobre la Hipotenusa. Su simbología es la siguiente:

$$\text{Sen } \theta = \frac{\text{Lado Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{Sen A} = \frac{a}{c} \qquad \text{Sen B} = \frac{b}{c}$$

2. **Función Coseno (Cos):** La Función Coseno describe la relación entre Lado Adyacente sobre Hipotenusa. Su simbología es la siguiente:

$$\text{Cos } \theta = \frac{\text{Lado Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{Cos A} = \frac{b}{c} \qquad \text{Cos B} = \frac{a}{c}$$

3. Función Tangente (Tan): Esta Función nos representa la relación entre Lado opuesto sobre lado adyacente. Su simbología es la siguiente:

$$\text{Tan } \theta = \frac{\text{Lado Opuesto}}{\text{Lado Adyacente}}$$

$$\text{Tan A} = \frac{a}{b} \qquad \text{Tan B} = \frac{b}{a}$$

También tenemos las Funciones que son inversas a las anteriores:

4. Función Cotangente (Cot): Que describe la relación entre Lado Adyacente con Lado Opuesto:

$$\text{Cot } \theta = \frac{\text{Lado Adyacente}}{\text{Lado Opuesto}}$$

$$\text{Cot A} = \frac{b}{a} \qquad \text{Cot B} = \frac{a}{b}$$

5. Función Secante (Sec): Relación entre Hipotenusa sobre Lado Adyacente:

$$\text{Sec } \theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Lado Adyacente}}$$

$$\text{Sec A} = \frac{c}{b} \qquad \text{Sec B} = \frac{c}{a}$$

6. Función Cosecante (CsC): Nos muestra la relación entre Hipotenusa sobre Lado Opuesto:

$$\text{CsC } \theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Lado Opuesto}}$$

$$\text{CsC A} = \frac{c}{a} \qquad \text{CsC B} = \frac{c}{b}$$

EJEMPLOS:

Ahora empecemos a trabajar ejercicios en donde involucre todas las funciones.

Dado el siguiente Triángulo, encontrar todas las Funciones Trigonométricas en cada caso que se requiera, o las que hacen falta.

$$\text{a) } \cos A = \frac{4}{5}$$

1. Primero encontraremos el valor de la ecuación que nos hace falta, en este caso, ya que sabemos que la función de Coseno relaciona Lado Adyacente sobre Hipotenusa, ya conocemos dichos valores, nos faltaría encontrar Lado Opuesto:

Utilizaremos el Teorema de Pitágoras:

$c^2 = a^2 + b^2$

Sustituimos valores:

$(5)^2 = (4)^2 + b^2$

$25 = 16 + b^2$ Obtenemos los cuadrados de cada valor

$25 - 16 = b^2$ Pasamos a restar el 16, ya que es cantidad positiva

$9 = b^2$ Restamos los valores y pasamos el cuadrado como Raíz

$\sqrt{9} = 3$ Tenemos como raíz cuadrada de 9 que es 3.

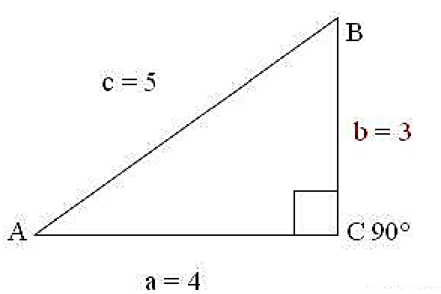
2. Ahora conociendo el valor que nos hacía falta (b), empezaremos a encontrar cada una de las funciones que hacen falta:

$$\text{Sen } A = \frac{3}{5} \;;\; \cos A = \frac{4}{5} \;;\; \tan A = \frac{3}{4} \;;\; \cot A = \frac{4}{3}$$

$$\sec A = \frac{5}{4} \;;\; \csc A = \frac{5}{3} \;;\; \text{Sen } B = \frac{4}{5} \;;\; \cos B = \frac{3}{5}$$

$$\tan B = \frac{4}{3} \;;\; \cot B = \frac{3}{4} \;;\; \sec B = \frac{5}{3} \;;\; \text{CsC } B = \frac{5}{4}$$

3. Teniendo todas la Funciones procedemos a graficar:



$$\textbf{b) CsC B = 3 } \frac{1}{2}$$

1. Resolvamos primero la Fracción Mixta

$$3\ ½ = \frac{7}{2}$$

Multiplicamos 2 x 3 y el resultado lo sumamos con el 1 dándonos como resultado 7/2.

2. Ahora encontramos el valor que hace falta:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Sustituimos valores:

$(7)^2 = (2)^2 + b^2$

$49 = 4 + b^2$

$49 - 4 = b^2$

$45 = b^2$

$\sqrt{45} = 6.70$

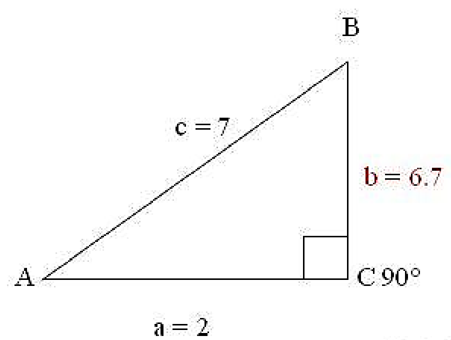
3. Ahora conociendo b, encontramos las funciones correspondientes:

$$\text{Sen } A = \frac{6.7}{7} \;;\; \cos A = \frac{2}{7} \;;\; \tan A = \frac{6.7}{2} \;;\; \cot A = \frac{2}{6.7}$$

$$\sec A = \frac{7}{2} \;;\; \csc A = \frac{7}{6.7} \;;\; \text{Sen } B = \frac{2}{7} \;;\; \cos B = \frac{6.7}{7}$$

$$\tan B = \frac{2}{6.7} \;;\; \cot B = \frac{6.7}{2} \;;\; \sec B = \frac{7}{6.7} \;;\; \csc B = \frac{7}{2}$$

4. Seguidamente graficamos:



Tomado de: http://bit.ly/294JRXu

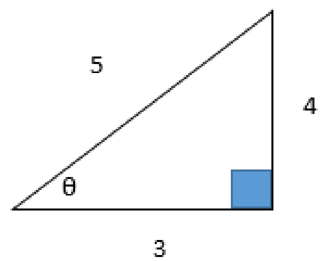
Actividad en clase

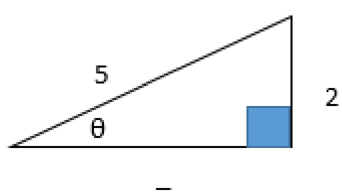
I. Determina el valor y las funciones trigonométricas faltantes, para:

a) Tan A = 2

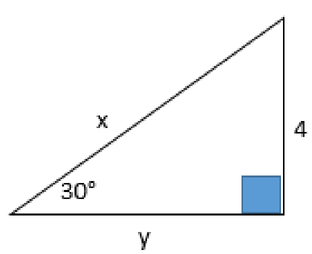
b) Sen θ = 3/5

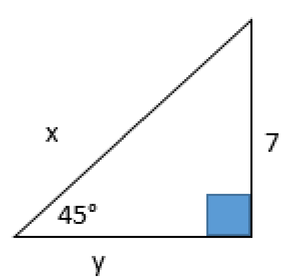
c) Tan θ = 5/2





II. Calcule los valores de ***x*** y ***y***

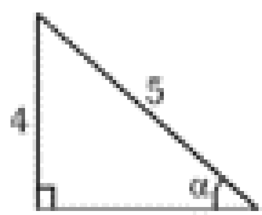




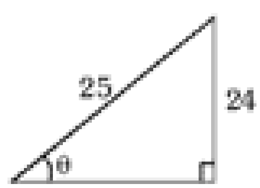
INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: SEGUNDO - FECHA: SEMANA DEL 28 AL 31 DE AGOSTODE 2017
TALLER N° 5. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

1. Resuelve:

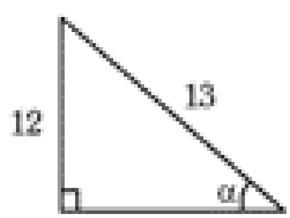
1. Calcular Sec α si:



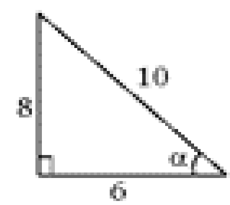
2. Calcular Csc θ si:



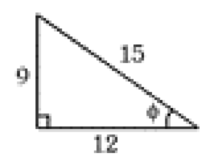
3. Calcular Csc α si:



4. Calcular Sec α. Csc α

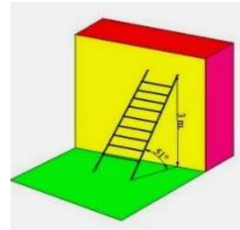


5. Calcular A=Csc α + Sec α en:

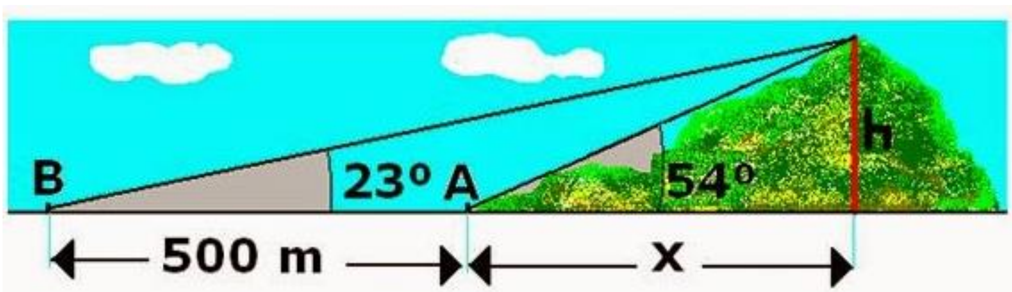


2. Resuelve los siguientes problemas de aplicación.

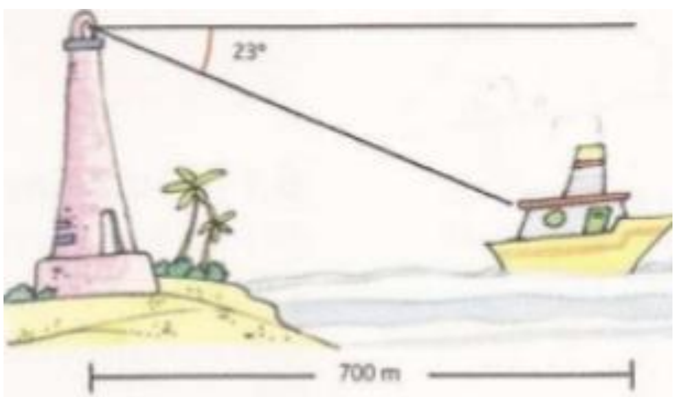
a) *Una escalera debe llegar hasta los 3 metros de altura de una pared con una inclinación de 51° respecto al suelo. ¿Qué longitud debe tener la escalera?*



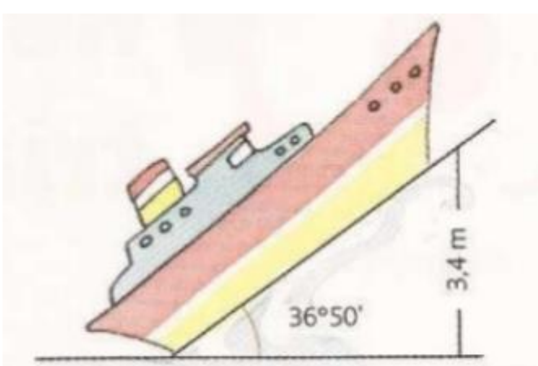
b) *Con los datos que ves en la figura siguiente, calcula la altura de la montaña representada por la vertical **h***



c) Calcular la altura del faro.



d) Calcular el largo aproximado de la base del barco.



SECUENCIA 6.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO- ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: TERCERO - FECHA: SEMANA DEL 041 AL 08 DE SEPTIEMBRE DE 2017
GUÍA N° 6. GEOMETRÍA ANALÍTICA – DISTANCIA ENTRE PUNTOS

▪ DISTANCIA ENTRE PUNTOS

La distancia entre dos puntos en el plano es la medida del segmento de recta que une esos puntos.

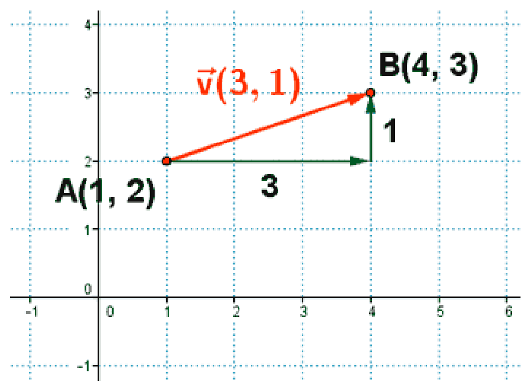
$$d\ (AB) = \sqrt{((x_2 - x_1)^2) + ((y_2 - y_1)^2)}$$

Ejemplo:

Calcula la distancia entre los puntos A(1, 2) y B(4, 3).

$$d(A, B) = \sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$



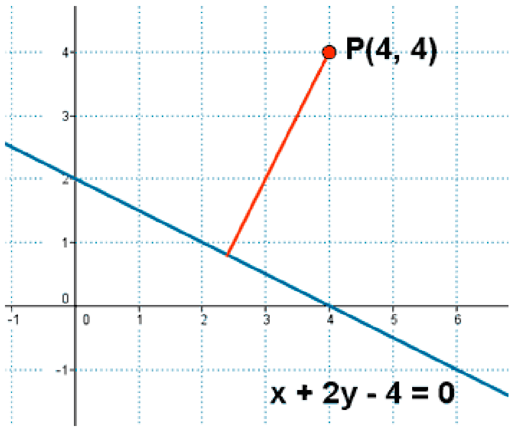
▪ DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UNA RECTA

La distancia del punto $P(x_0, y_0)$ a la recta $r \equiv Ax + By + C$ viene dada por:

$$d(P, r) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ejemplo:

Calcula la distancia entre el punto P(4, 4) y la recta $r \equiv x + 2y - 4 = 0$.



$$d(P, r) = \frac{|1 \cdot 4 + 2 \cdot 4 - 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|8|}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

- **DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UNA RECTA**

La distancia del punto $O(0, 0)$ a la recta $r \equiv Ax + By + C$ viene dada por:

$$d(O, r) = \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ejemplo:

Calcula la distancia de la recta $r \equiv 4x - 3y + 5 = 0$ al origen de coordenadas.

$$d(O, r) = \frac{|5|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|5|}{\sqrt{25}} = \frac{5}{5} = 1$$

- **DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS**

Se pueden presentar dos casos:

a) **Que las dos rectas se corten o sean coincidentes.** En este caso $d(r, s) = 0$

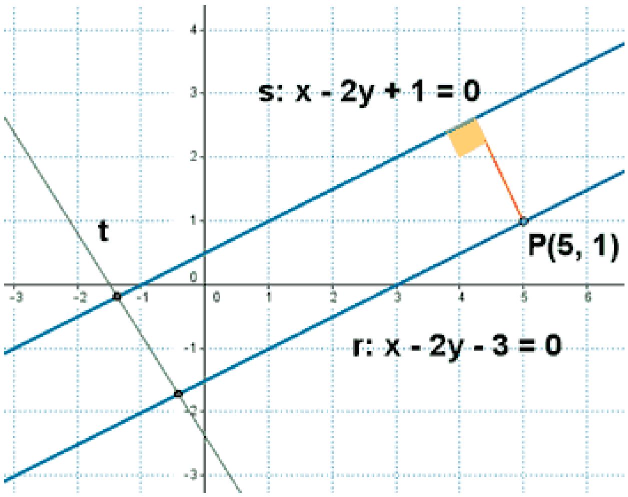
b) **Que las dos rectas sean paralelas.** Para hallar la distancia entre ellas, se calcula un punto de una de ellas y se aplica la fórmula de la distancia entre dicho punto y la otra recta.

La distancia entre dos rectas paralelas $r \equiv Ax + By + C = 0$ y $s \equiv A'x + B'y + C' = 0$ es:

$$d(r, s) = d(P, s) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C'|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|C' - C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ejemplo:

Calcula la distancia entre las rectas $r \equiv x - 2y - 3 = 0$ y $s \equiv x - 2y + 1 = 0$



$$d(P,\ s) = \frac{|1\cdot 5 + (-2)\cdot 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|4|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$d(r,\ s) = \frac{|-3-1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|-4|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow \quad d(r,\ s) = d(P,\ s)$$

$$d(t,r) = d(t,s) = 0$$

Tomado de: http://bit.ly/2iaSLEX

Actividad en Clase

1. Hallar el área del triángulo ABC de vértices A (-1,1), B (2,4) y C (4,1)
2. Halla la distancia entre *A* y *B* en cada caso:

   a. A(-7, 4), B(6, 4) b. A(3, 4), B(3, 9) c. A(-5, 11), B(0, -1)

3. Calcula el valor de *k* para que la distancia de *A*(-1, 4) a *B*(*k*, 1) sea igual a 5.

4. Halla las coordenadas de dos puntos tales que la distancia entre ellos sea igual a 4.

5. Calcula el perímetro de los siguientes triángulos y clasifícalos según la longitud de sus lados:

   a. *A*(-2, 2), *B*(1, 6), *C*(6, -6) b. *A*(-5, -2), *B*(0, 6), *C*(5, -2)

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS –
PERÍODO: TERCERO - FECHA: SEMANA DEL 04 AL 08 DE SEPT./2017
TALLER 6. GEOMETRÍA ANALÍTICA - DISTANCIA ENTRE PUNTOS

<u>Solucionar en el cuaderno.</u>

1. Hallar la distancia, entre los puntos (ubicar cada par de puntos en un plano cartesiano).

a) E(2; 3) y F(5; 1)

b) Z(6; 1) y X(4; 3)

c) A(4; 1) y W(3; 2)

d) Q(7; 4) y S(1; 11)

e) T(0; 3) y R(4; 1)

f) Y(1; 5) y V(2; 3)

g) H(2; 6) y B(2; 2)

h) C(3; 1) y M(3; 1)

2. Demostrar que los puntos (1; 2), (4; 2) y (3; 5) son los vértices de un triángulo isósceles.

3. Demostrar que los puntos (0; 1), (3; 5), (7; 2) y (4; 2) son vértices de un cuadrado.

4. Calcular el perímetro del triángulo cuyos vértices son (4; 6), (6; 2) y (4; 4).

5. Hallar el perímetro del cuadrilátero cuyos vértices son (3; 1), (0; 3), (3; 4) y (4; 1).

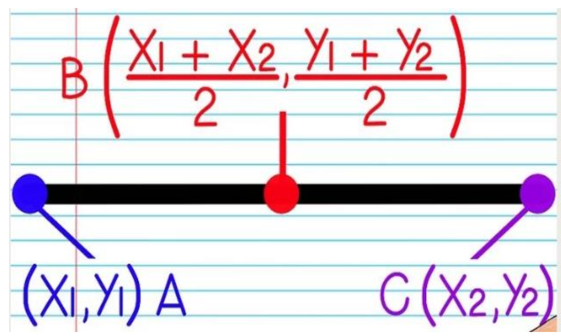
INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO- ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: CUARTO - FECHA: SEMANA DEL 11 AL 15 DE SEPTIEMBRE DE 2017
GUÍA N° 7. GEOMETRÍA ANALÍTICA – PUNTO MEDIO

- ## PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO DE RECTA

Encontrar el punto medio de un segmento de recta es sencillo siempre y cuando conozcas las coordenadas de ambos extremos. La manera más común de hacer esto es utilizando la fórmula del punto medio, pero existe otra forma de encontrar el punto medio de un segmento de recta si es vertical u horizontal. Si quieres saber cómo encontrar el punto medio de un segmento de recta en unos cuantos minutos, sigue estos pasos.

1. **Utilizando la fórmula del punto medio**

El punto medio de un segmento de recta es el punto que se encuentra localizado exactamente a la mitad de dos puntos. Se trata del promedio de ambos puntos, el cual es el promedio de las dos coordenadas x y de las dos coordenadas y.

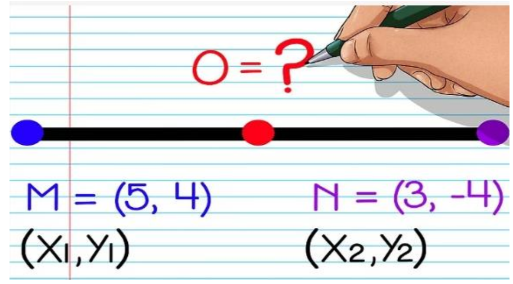


2. **Conoce la fórmula del punto medio.**

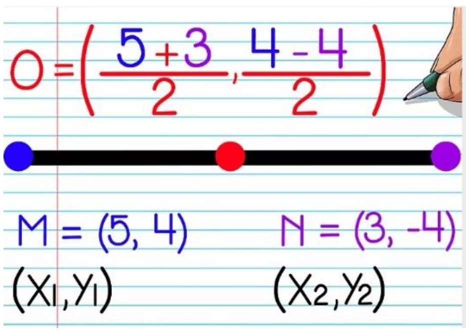
La fórmula del punto medio puede utilizarse al sumar las coordenadas x de los dos puntos extremos y dividiendo el resultado entre dos y luego haciendo lo mismo con las coordenadas y. Así es como se encuentra el promedio de las coordenadas x y y. Ésta es la fórmula:

$$\left[\frac{(X_1 + X_2)}{2}, \frac{Y_1 + Y_2}{2}\right]$$

3. **Localiza las coordenadas de los puntos extremos**.



No puedas utilizar la fórmula del punto medio sin conocer las coordenadas x y y de los puntos extremos. Para este ejemplo queremos encontrar el punto medio, punto O, el cual se encuentra en medio de los dos puntos extremos M (5,4) y N (3,-4). Tenemos que (x1, y1) = (5, 4) y (x2, y2) = (3, -4).



Observa que cualquiera de los dos pares de coordenadas puede servir como (x1, y1) o como (x2, y2) . Ya que solo estarás sumando y dividiendo entre dos, no importa cuál par coloques primero.

4. **Introduce las coordenadas correspondientes en la fórmula.**

Ahora que conoces las coordenadas de los puntos extremos, puedes colocarlos en la fórmula. Así es como se hace:

$$\left[\frac{(X_1 + X_2)}{2}, \frac{Y_1 + Y_2}{2}\right] = \frac{5+3}{2}, \frac{-4+4}{2} = \frac{8}{2}, \frac{0}{2} = 4, 0$$

El punto medio entre los puntos (5,4) y (3, -4) es (4,0).

Tomado de: http://bit.ly/2ArLJ6Y

Actividad en Clase

Determine las coordenadas del punto medio del segmento de recta con puntos extremos dados y grafica en el plano cartesiano.

a) (-5,2) y (-3,8)

b) (-3,3) y (-7,6)

c) (-4, 6) Y (7, -2)

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS –
PERÍODO: TERCERO - FECHA: SEMANA DEL 04 AL 08 DE SEPT./2017
TALLER 7. GEOMETRÍA ANALÍTICA – PUNTO MEDIO

Solucionar en el cuaderno.

1. Determine las coordenadas del punto medio del segmento de recta con puntos extremos dados

d) (1,2) y (-3,4)

e) (-3,0) y (-4,6);

f) (-1/2,4/3) y (2,3/2)

2. Encuentre las coordenadas del punto medio del segmento de recta que une A(2,-1) y B(4,-3).

Demuestre que la distancia de A al punto medio es la misma que la distancia de B al punto medio, usando la fórmula de distancia.

3. Las coordenadas de los dos extremos de un diámetro de una circunferencia son (3,6) y (7,8).

a) Determine las coordenadas del centro de la circunferencia.

b) Determine el radio de la circunferencia.

Nota: Diámetro = 2 × Radio

4. Encuentre el punto P(x,y) tal que (2,3) es el punto medio del segmento de recta que une P con el punto (5,8).

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: TERCER - FECHA: SEMANA DEL 18 AL 22 DE SEPTIEMBRE DE 2017
GUÍA N° 8. GEOMETRÍA ANALÍTICA - PENDIENTE DE UNA RECTA

La pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma la recta con la dirección positiva del eje de abscisas. Sean P1 (x1; y1) y (x2; y2), P2 dos puntos de una recta, no paralela al eje Y; la pendiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = tg\ \alpha$$

PENDIENTE DADO EL ÁNGULO

Para hallar el ángulo de inclinación de una pendiente, se debe tener en cuenta que la pendiente es una igualación hacia la tangente del ángulo formado de acuerdo con las coordenadas dadas. Es decir,

$$tag\ \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

EJEMPLO 1:

1. La pendiente de la recta que pasa por los puntos A(2, 1), B(4, 7) es: $M = \frac{7-1}{4-2} = \frac{6}{2} = 3$

2. La recta que pasa por los puntos A(1, 2), B(1, 7) no tiene pendiente, ya que la división por 0 no está definida.

$$m = \frac{7-2}{1-1} = \frac{5}{0}$$

EJEMPLO 2:

Halle la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que une los puntos $A(-5,3)$ y $B(2,-3)$.

Reemplacemos en la fórmula de la pendiente y tenemos que

$A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ entonces:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-3}{2+5} = \frac{-6}{7} = -0.85 \quad \therefore m = -0.85$$

Ahora para calcular el ángulo de dirección tenemos

$$Tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$Tan\alpha = -\frac{6}{7}$ Luego $\alpha = Tan^{-1}\left(-\frac{6}{7}\right)$, entonces $\alpha = -40.6^o$

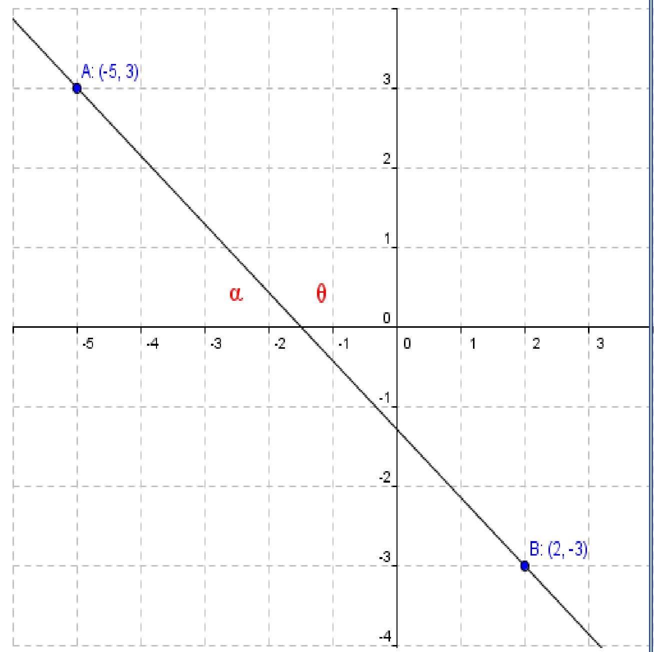


Figura 3-9

Este ángulo se desplaza en dirección negativa porque rota en el mismo sentido de las manecillas del reloj. Por lo tanto, para hallar el ángulo de dirección θ (obtuso), entonces, su respectivo valor en forma positiva es:

$$\theta = 180^o - \alpha \qquad \theta = 180^o - 40.6^o = 139.39^o \qquad \therefore \theta = 139.4^o$$

EJEMPLO 3: Hallar la ecuación de la recta que pasa por $(-3\,,4)$ y su pendiente es 2.

El punto conocido $(x_{1,,}y_1)$ = $(-3, 4)$ y la pendiente m = 2, entonces sustituyendo en la ecuación se tiene:

$$\begin{aligned} y - 4 &= 2(x - (-3)) \\ y - 4 &= 2x + 6 \\ y &= 2x + 6 + 4 \\ y &= 2x + 10 \end{aligned}$$

Tomado de: http://bit.ly/2NKa5V8

Actividad en Clase

Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de las rectas que unen lo pares de puntos siguientes: verificar el resultado teniendo en cuenta la ubicación y la dirección del segmento que los une.

- **a)** (8; 4) y (5; 9)
- **b)** (10; 3) y (14; 7)
- **c)** (11; 4) y (11; 10)
- **d)** (8; 6) y (14; 6)
- **e)** (3; 4) y (1; 2)
- **f)** (5; 3) y (2; 3)
- **g)** (6; 0) y (6; $\sqrt{3}$)
- **h)** (1; 3) y (7; 1)
- **i)** (2; 4) y (2; 4)
- **j)** (3; 2) y (3; 5)

TALLER N° 8. GEOMETRÍA ANALÍTICA - PENDIENTE DE UNA RECTA

En trabajo para entregar

(2 estudiantes por grupo)

1. Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de las rectas que unen lo pares de puntos siguientes.

a) (5; 4) y (5; 1)

b) (10; 12) y (4; 5)

c) (-11; 4) y (11; -10)

2. De los siguientes datos hallar la distancia entre puntos, el punto medio y la pendiente entre ellos.

a) T(-2, 5) , V (-4, 3)
b) W (3, 6), U (4, -7)
c) L (6, -4), E(4, -8)

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: CUARTO - FECHA: SEMANA DEL 09 AL 13 DE OCTUBRE DE 2017
GUÍA N° 9. IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

Las identidades trigonométricas son igualdades que involucran funciones trigonométricas. Estas identidades son siempre útiles para cuando necesitamos simplificar expresiones que tienen incluidas funciones trigonométricas, cualesquiera que sean los valores que se asignen a los ángulos para los cuales están definidas estas razones. **Las identidades trigonométricas** nos permiten plantear una misma expresión de diferentes formas. Para simplificar expresiones algebraicas, usamos la factorización, denominadores comunes, etc. Pero para simplificar expresiones trigonométricas utilizaremos estas técnicas en conjunto con las identidades trigonométricas.

Antes de comenzar a ver las diferentes identidades trigonométricas, debemos conocer algunos términos que usaremos bastante en trigonometría, que son las tres funciones más importantes dentro de esta. El coseno de un ángulo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa:

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

Otra función que utilizaremos en trigonometría es "seno". Definiremos seno como la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa en un triángulo rectángulo:

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$$

Mientras tanto la palabra tangente en matemática puede que tenga dos significados distintos. En geometría se utiliza el término de recta tangente, pero a nosotros en trigonometría nos interesa otro término que es el de tangente de un ángulo, el cual es la relación entre los catetos de un triángulo rectángulo, lo mismo que decir que es el valor numérico que resulta de dividir la longitud del cateto opuesto entre la del cateto adyacente al ángulo.

Las siguientes identidades se cumplen para cualquier ángulo en el cual el denominador no sea cero. Estas son **identidades recíprocas**:

$$sen\,\theta = \frac{1}{\csc\theta} \qquad \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \qquad \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{sen\,\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{sen\,\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{sen\,\theta}$$

A partir de las relaciones pitagóricas es posible encontrar otras identidades y demostrar algunas identidades trigonométricas. Mediante estas relaciones si conocemos las medidas de los catetos de un triángulo rectángulo podemos calcular la medida de la hipotenusa (lado opuesto al ángulo recto) y si conocemos la medida de la hipotenusa y la de un cateto podemos calcular la medida del otro cateto. Entonces diremos que el teorema de Pitágoras es un teorema que se aplica únicamente a triángulos rectángulos, y nos sirve para obtener un lado o la hipotenusa de un triángulo, si es que se conocen los otros dos. Las identidades de relaciones pitagóricas son las siguientes:

$$sen^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$\tan^2\theta+1=\sec^2\theta$$

$$1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$$

De acuerdo con el teorema de Pitágoras:

$$a^2+b^2=c^2$$

dividiendo entre c^2

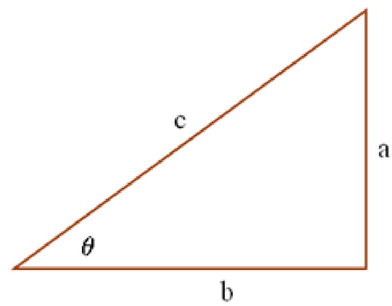
$$\frac{a^2}{c^2}+\frac{b^2}{c^2}=\frac{c^2}{c^2}$$

de donde

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{b}{c}\right)^2=1$$

por tanto

$$sen^2\theta+\cos^2\theta=1$$



- **<u>Ahora veremos algunos ejemplos. Como primer ejemplo verificaremos la siguiente identidad:</u>**

$$\cos\theta\sec\theta=1$$

Obtendremos la solución utilizando las identidades recíprocas:

$$\cos\theta\sec\theta=\cos\theta\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)=1$$

Observemos también el siguiente ejemplo, en el cual verificaremos otra identidad:

$$(1+sen\,\theta)(1-sen\,\theta)=\frac{1}{\sec\theta}$$

Su solución:

$$(1+sen\,\theta)(1-sen\,\theta) = 1-sen^2\theta$$
$$= \cos^2\theta$$
$$= \frac{1}{\sec^2\theta}$$

Otra de las identidades trigonométricas sería la de división:

$$\tan(\alpha) = \frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Las siguientes identidades serían las de suma y diferencia de dos ángulos:

$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \operatorname{sen}\alpha\cos\beta + \cos\alpha\operatorname{sen}\beta$$

Tenemos también las identidades de suma y diferencia del seno y coseno de dos ángulos, aquí las tenemos:

$$\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}\beta = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

Identidad trigonométrica de producto del seno y el coseno de dos ángulos:

$$\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta) = \frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}$$

Identidades trigonométricas de ángulo doble:

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha$$

Identidades trigonométricas de mitad de ángulo:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

Por último, observaremos algunas otras identidades trigonométricas:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \operatorname{sen}\alpha$$

Tomado de:: http://bit.ly/2ytpV3t

Actividad en Clase

De acuerdo con las identidades trigonométricas y las identidades trigonométricas inversas, demuestra:

1. $\frac{sen\ x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} = 1$
2. $(\tan z)\ (\cos z)(\csc z) = 1$
3. $\cos x \sec x = 1$
4. $\frac{\csc x}{\sec x} = \cot x$
5. $(1 + \cos x)\ (1 - \cos x) = \ sen^2 x$

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO- ÁREA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: CUARTO - FECHA: SEMANA DEL 16 AL 19 DE OCTUBRE DE 2017
TALLER N° 9. IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

De acuerdo con las identidades trigonométricas y las identidades trigonométricas inversas, demuestra:

1. $\frac{\sec y}{\tan y+\cot y} = seny$

2. $(\sec x + \tan x)\ (1 - sen\ x) = \cos x$

3. $sen\ x\ secx = \tan x$

4. $\cot y \sec y = \csc y$

5. $cos^2x - \ sen^2x = 2cos^2x - 1$

6. $\sec x\ (1 - \ sen^2x) = \cos x$

7. $\tan y \cot y = 1$

8. $\cos x \sec x = 1$

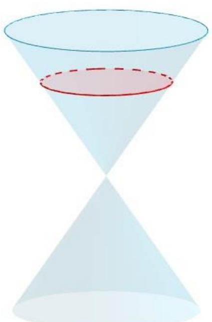
9. $sen\ x \cot x = \cos x$

10. $cos^2x\ (sec^2x - 1) = \ sen^2x$

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS – ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
PERÍODO: CUARTO - FECHA: SEMANA DEL 30 DE OCTUBRE AL 02 DE NOVIEMBRE DE 2017
GUÍA N° 10. SECCIONES CÓNICAS – LA CIRCUNFERENCIA

La **circunferencia** es una figura geométrica cerrada cuyos puntos están a una distancia constante ***r***, llamada radio, del centro (**C**).

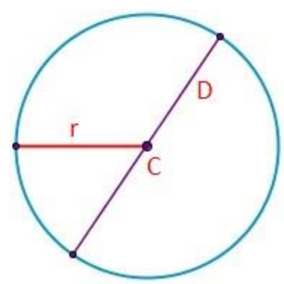
La **circunferencia** es el perímetro del círculo.



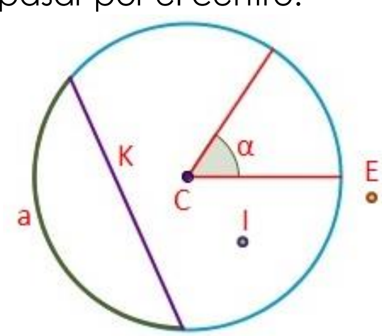
También es un tipo de **cónica**, obteniéndose como la intersección de un cono y un plano paralelo a la base de éste.

ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA

Los principales **elementos de la circunferencia** son:



- **Centro**: el centro **C** es el punto interior que está a una distancia r de todos los puntos de la circunferencia
- **Radio**: es el segmento ***r*** que une el centro (C) de la circunferencia con cualquiera de sus puntos.
- **Diámetro**: segmento ***D*** que une dos puntos de la circunferencia y que pasa por el centro (C). Su longitud es el doble que la del radio.
- **Cuerda**: es un segmento ***K*** que une dos puntos de la circunferencia sin necesidad de pasar por el centro.



- **Arco**: es la parte de la circunferencia que queda entre los dos extremos de una cuerda (***a***).
- **Ángulo central**: es el ángulo entre dos segmentos que van del centro a dos puntos de la circunferencia (***α***)
- **Punto interior**: punto que está dentro de la circunferencia (***I***), encontrándose a una distancia del centro menor que *r*.

- **Punto exterior**: puntos que están fuera de la circunferencia (***E***), es decir, a una distancia del centro mayor que *r*.

POSICIONES RELATIVAS

La circunferencia y un punto

Un punto en el plano puede ser:

- Exterior a la circunferencia, si la distancia del centro al punto es mayor que la longitud del radio.
- Perteneciente a la circunferencia, si la distancia del centro al punto es igual a la longitud del radio.
- Interior a la circunferencia, si la distancia del centro al punto es menor a la longitud del radio.

La circunferencia y la recta

Una recta, respecto de una circunferencia, puede ser:

- Exterior, si no tienen ningún punto en común con ella y la distancia del centro a la recta es mayor que la longitud del radio.

- Tangente, si la toca en un punto (el punto de tangencia o tangente) y la distancia del centro a la recta es igual a la longitud del radio. Una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio que une el punto de tangencia con el centro.

- Secante, si tiene dos puntos comunes, es decir, si la corta en dos puntos distintos y la distancia del centro a la recta es menor a la longitud del radio. Cuerda que pasa por el centro de la circunferencia

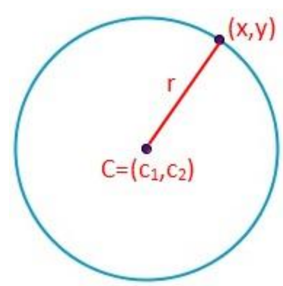
- Segmento circular, es el conjunto de puntos de la región circular comprendida entre una cuerda y el arco correspondiente

ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Los puntos de la circunferencia *(x,y)* son aquellos que cumplen la **ecuación**:

$$(x-c_1)^2+(y-c_2)^2=r^2$$

siendo $C=(c_1,c_2)$ el centro y r el radio de la circunferencia



Esta ecuación reúne todos los puntos *(x,y)* que están a una distancia *r* del centro *C*.

En el caso particular de la circunferencia de centro (0,0), su ecuación viene dada por:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

OTRA FORMA:

En un sistema de coordenadas cartesianas *x*-*y*, la circunferencia con centro en el punto (*a*, *b*) y radio *r* consta de todos los puntos (*x*, *y*) que satisfacen la ecuación

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 .$$

Cuando el centro está en el origen (0, 0), la ecuación anterior se simplifica al

$$x^2 + y^2 = r^2 .$$

La circunferencia con centro en el origen y de radio la unidad, es llamada circunferencia goniométrica, circunferencia unidad o circunferencia unitaria.

De la ecuación general de una circunferencia,

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Se deduce:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$ **ECUACIÓN GENERAL DE LA CIRCUNFERENCIA.**

Resultando:

$$a = -\frac{D}{2}$$

$$b = -\frac{E}{2}$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 - F}$$

Si conocemos los puntos extremos de un diámetro: $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$,

La ecuación de la circunferencia es:

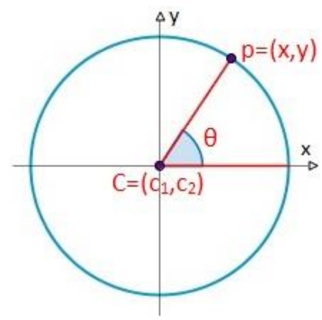
$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0.$$

ECUACIÓN PARAMÉTRICA DE LA CIRCUNFERENCIA

Los puntos *(x, y)* de la circunferencia también se pueden expresar a partir del ángulo (θ) del punto a través de la circunferencia respecto al eje de coordenadas x, mediante la **ecuación paramétrica**. El ángulo se puede expresar radianes ($\theta \in [0,2\pi]$) o grados sexagesimales ($\theta \in [0°,360°]$).

$$\mathrm{p}\begin{cases} x = c_1 + r \cdot \cos\theta \\ y = c_2 + r \cdot\ sen\,\theta \end{cases}$$

siendo $C = (c_1, c_2)$ el centro y θ el ángulo del punto



Es decir, la fórmula reducida de la ecuación paramétrica es:

$$\mathrm{p} = (x, y) = (c_1 + r \cdot \cos\theta, c_2 + r \cdot\ sen\,\theta)$$

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

La **longitud de la circunferencia** es igual a dos veces el radio (*r*) por π, o lo que es lo mismo, el diámetro (*D*) de la circunferencia por π.

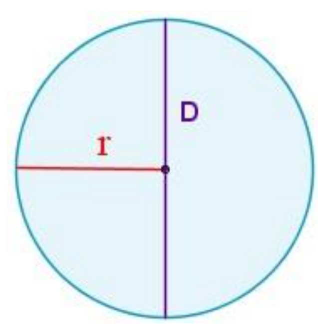
$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot D$$

donde r es el radio y D el diámetro de la circunferencia

El concepto "**longitud de la circunferencia**" es igual al del "perímetro del círculo" y miden lo mismo.

ÁREA DE LA CIRCUNFERENCIA

La **circunferencia no tiene área**. La circunferencia es el perímetro del círculo. En todo caso, existe el área comprendida dentro de la circunferencia, o lo que es lo mismo, el área del círculo. La fórmula de ésta es:



$$\acute{A}rea = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

siendo r el radio y D el diámetro del círculo

Ejemplo 1:

Encuentra la ecuación general de la circunferencia con centro (2, -1) y radio 3.

La ecuación ordinaria es $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

Se reemplaza $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 3^2$

$(x-2)^2 + (y-(-1))^2 = 9$

$((x^2) + (2(x)(-2) + (-2)^2) + ((y^2) + \left(2(y)(1)\right) + (1)^2) = 9$

$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = 9$

$x^2 + y^2 + 4x + 2y + 5 - 9 = 0$

$x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$

Ejemplo 2:

Para la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0, halla\ el\ centro\ y\ el\ radio.$

Se ordena el polinomio y se suma 5 a lado y lado:

$x^2 - 4x + y^2 - 8y = 5$

Se completan los trinomios cuadrados perfectos:

$x^2 - 4x + y^2 - 8y = 5$

$x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 + y^2 - 8y + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 5 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$

$x^2 - 4x + 4 + \; y^2 - 8y + 16 = 5 + 4 + 16$

Se factorizan los trinomios:

$(x-2)^2 + \; (y-4)^2 = 25$

Como la forma de la ecuación es $(x-h)^2 + \; (y-k)^2 = \; r^2$, se concluye que $h = 2, k = 4, r^2 = 25 \; centro \; (h,k) = (2,4) \; radio \; r = 5$

Ejemplo 3:

Encontrar la ecuación de la circunferencia en forma ordinaria y general, con centro en (-2, 3) y tangente a la recta 2x+ y +3 = 0

La ecuación ordinaria es $(x-h)^2 + \; (y-k)^2 = \; r^2$

Para hallar la ecuación de una circunferencia siempre es necesario contar con dos datos: el centro y el radio.

C(-2,3), r= ?

El radio de una circunferencia es la distancia desde el centro a cualquier punto de la orilla.

En este caso, es la distancia del centro al punto tangencial (por donde pasa la recta).

Para hallar el radio de la circunferencia, se utiliza la fórmula de distancia entre un punto y la recta

$$d = \frac{|A\,X_1 + B\,Y_1 + C|}{\sqrt{A^2 + \; B^2}}$$

Donde A= 2, B= 1, C= 3. X_1 = -2, Y_1 = 3

$$d = \frac{|A\,X_1 + B\,Y_1 + C|}{\sqrt{A^2 + \; B^2}} = \frac{|2\,(-2) + 1(3) + 3|}{\sqrt{(2)^2 + \; (1)^2}} = \frac{|2|}{\sqrt{5}} \; . \qquad \boldsymbol{d = r}$$

$$r = \frac{|2|}{\sqrt{5}} \; ; \; r^2 = \; (\frac{2}{\sqrt{5}})^2 = \frac{4}{5}$$

Teniendo el valor del radio, sustituimos los valores en la ecuación ordinaria de la circunferencia.

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ **Ecuación ordinaria de la Circunferencia**

$\left(x-(-2)\right)^2 + (y-3)^2 = \frac{4}{5}$

$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 - \frac{4}{5} = 0$

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 - \frac{4}{5} = 0$

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + \frac{61}{5} = 0$ **Ecuación General de la Circunferencia**

Ejemplo 4:

Halla la ecuación de la circunferencia de centro (-2, 3) y que es tangente a la recta que pasa por A (2,4) y B (6, 2).

La recta pasa por A (2,4) y B (6, 2). La pendiente es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-4}{6-2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

La ecuación es $y - 4 = -\frac{1}{2}(x-2)$

$2(y-4) = -1(x-2)$

$2y - 8 = -x + 2$

$x + 2y - 10 = 0$

El radio de la circunferencia es la distancia entre la recta $x + 2y - 10 = 0$ y el punto (-2, 3).

$d = \frac{|A\,X_1 + B\,Y_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|1\,(-2) + 2(3) + (-10)|}{\sqrt{(1)^2 + (2)^2}} = \frac{|-6|}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

$r^2 = (\frac{6}{\sqrt{5}})^2 = \frac{36}{5}$

La ecuación de la circunferencia $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$\left(x-(-2)\right)^2 + (y-3)^2 = \frac{36}{5}$

$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 - \frac{36}{5} = 0$

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 - \frac{36}{5} = 0$

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + \frac{29}{5} = 0$

Tomado de: http://bit.Ly/2X6C94J

http://bit.Ly/2yVKXKQ

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN
SEDE N° 4. "LA DIVINA PASTORA"
DOCENTE: LIC. INGRID CAROLINA NAVARRO AMADO
GRADO: DÉCIMO - ÁREA: MATEMÁTICAS - PERÍODO: CUARTO
FECHA: SEMANA DEL 06 AL 10 DE NOVIEMBRE DE 2017
TALLER N° 10. CIRCUNFERENCIA

1. Encuentra la ecuación general de la circunferencia que tiene centro ***(h, k)*** y radio ***r***:

a) C(2,-2) r = 5
b) C(-4,-3) r = 6
c) C(7,3) r = 4
d) C(4,-8) r = 7
e) C(9,-1) r = 6
f) C(-9,1) r = 1
g) C(-2,8) r = 7
h) C(5,6) r = 2
i) C(-3,8) r = 3
j) C(-1,6) r = 8

2. Encuentra el centro y el radio de las siguientes circunferencias:

a) $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 16 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 20 = 0$
c) $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$
e) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$