

GeoGebra Como Herramienta para Fortalecer el Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos y Analíticos en los Estudiantes del Grado Noveno De La Institución Educativa Nuestra Señora De Las Angustias Del Municipio De Labateca

Para optar el grado de:
Magister en Educación

Presentado por:
Martha Ligia Díaz Torres



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES
MAESTRIA EN EDUCACIÓN
San José de Cúcuta, Colombia, julio de 2018

**GeoGebra Como Herramienta para Fortalecer el Pensamiento Variacional y
los Sistemas Algebraicos y Analíticos en los Estudiantes del Grado Noveno De
La Institución Educativa Nuestra Señora De Las Angustias Del Municipio De
Labateca**

Para optar el grado de:
Magister en Educación

Presentado por:
Martha Ligia Díaz Torres

Director de trabajo de Grado
Dr. Élgar Gualdrón Pinto



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES
MAESTRIA EN EDUCACIÓN
San José de Cúcuta, Colombia, julio de 2018**

DEDICATORIA

Al ser más sublime y maravilloso que me dio la posibilidad de vivir y disfrutar de mis más grandes amores. Dios.

Al amor más grande y puro que llena mi vida de felicidad infinita, CARLOS ANTONIO Y WILLIAM ALEJANDRO, mis hijos.

A los seres que me dieron la vida y siempre me han apoyado, Carlos Julio y Blanca Isbelia, mis padres.

A quienes complementan mi vida y son la prueba de que Dios no quería que estuviera sola, Elena, Isbelia, Lucía, Carlos Julio y Katerin, mis hermanos.

A mis sobrinos, a mis cuñados, a los demás miembros de mi familia y a todos mis amigos.

Muchas gracias por todo.

Martha Ligia.

AGRADECIMIENTOS

Doy gracias a Dios por permitirme llegar a estas instancias en mi formación profesional.

A cada uno de mis familiares por su apoyo, colaboración y comprensión durante la realización de este proyecto.

A Nelcy por su amistad, apoyo y colaboración.

A José, por su colaboración.

A mi asesor de tesis, Dr. Élgar Gualdrón Pinto, por su valiosa colaboración, apoyo y consejos, fue fundamental para mi formación como investigadora.

RESUMEN

Esta experiencia investigativa tuvo como fin fortalecer el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos en los estudiantes del grado noveno de la institución educativa Nuestra Señora De Las Angustias del Municipio de Labateca mediante el software GeoGebra; con ella se pretende incluir las TIC en las matemáticas, pues se evidenció que la población estudiantil está enfocada en utilizar estas herramientas en todos los aspectos de su vida. También se pretende aumentar el desempeño académico en matemáticas de los alumnos y buscar las falencias que han generado sus bajas calificaciones en las pruebas saber del grado noveno.

La intervención se dio por medio de la planeación, el diseño, la estructuración y la implementación de la unidad didáctica, que permitió ir llevando a la mayoría de los participantes de tal manera, que fueron avanzando de un nivel de razonamiento a otro de forma muy natural; la secuencia que se dio a las guías, la interacción con Geogebra y planteamiento de una propuesta diferente permitió que muchos estudiantes pudieran comprender y encadenar los conocimientos que ya poseían con los nuevos que se fueron introduciendo, especialmente el de función lineal y todos sus componentes; logrando en gran medida los objetivos propuestos.

Palabras clave: GeoGebra, pensamiento variacional, función lineal, unidad didáctica.

ABSTRACT

This investigative experience had as a goal strengthening the variation thought, at the same way the algebraic and analytical systems of the Nuestra Señora of the Angustias Second School's ninth students of Labateca town, by means of the software GeoGebra, Which tries to include the TIC in the mathematics, taking into account that the students are focused in using these tools in all the aspects of life. At the same way, increasing the academic performance of them and looking for the failings of their low qualifications in the tests to know of the ninth degree.

The intervention was given by means of the planning, the design, the structure and the implementation of the didactic unit, which let to go taking the majority of the participants of such a way, who were advancing from a level to other of reasoning in very natural form; the sequence was given to the guides, the interaction with Geogebra and exposition of a different offer allowed that many students should understand and join the knowledge that already they were possessing with the new that were interfering, especially of linear function and all its components; achieving to a great extent the proposed aims.

KEY WORDS: GeoGebra, variational thought, linear function, didactic unit.

TABLA DE CONTENIDO

1.	CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	13
1.1.	Descripción del problema.....	13
1.2.	Formulación del problema:.....	15
1.3.	Objetivos.....	15
1.3.1.	Objetivo General.....	15
1.3.2.	Objetivos Específicos.....	15
1.4.	Justificación.....	16
1.5.	Contextualización de la Institución.....	18
2.	MARCO REFERENCIAL.....	24
2.1.	Antecedentes de la investigación.....	24
2.1.1.	A nivel Internacional.....	24
2.1.2.	A nivel Nacional.....	27
2.1.3.	A Nivel Regional.....	31
2.2.	Marco teórico:.....	31
2.2.1.	Teorías Cognoscitivas del Aprendizaje.....	31
2.2.1.1	Teoría Psicogenética de Piaget.....	31
2.2.1.2	Teoría Cognitiva de Vigotsky.....	33
2.2.1.3	Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel.....	35
2.2.1.4	El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.....	39
2.2.1.5	El Razonamiento Covariacional.....	40
2.2.1.6	GeoGebra.....	42

2.2.1.7	Constructo Teórico Humanos con Medios.....	43
2.2.1.8	Función Lineal.....	46
2.2.1.9	Representación Semiótica.....	47
2.3.	Marco legal:.....	50
3.	DISEÑO METODOLOGICO.....	53
3.1.	Tipo de investigación.....	53
3.1.1.	La Investigación Acción.....	54
3.2.	Proceso de Investigación.....	58
3.3.	Población y Muestra.....	59
3.4.	Instrumentos para la recolección de la información.....	60
3.4.1.	Prueba diagnóstica inicial.....	60
3.4.2.	Diario de campo.....	61
3.4.3.	Prueba final.....	62
3.4.4.	Categorización.....	63
3.5.	Validación de los instrumentos.....	64
3.6.	Resultado y discusión.....	64
3.7.	Principios Éticos.....	91
4.	PROPUESTA PEDAGOGICA.....	93
4.1.	Unidad Didáctica.....	93
4.1.1.	La Función Lineal.....	94
	CONCLUSIONES.....	117
	RECOMENDACIONES.....	119
	BIBLIOGRAFIA.....	120

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Acciones mentales del marco conceptual para la covariación. Tomado de Carlson et al (2003, p. 128).....	41
Tabla 2. Clasificación de la Muestra (Participantes: Edades, Sexo y Procedencia). Fuente: Elaboración Propia.....	60
Tabla 3. Formulación de Categorías para el Análisis de la Información. Fuente: Carlson et all (2003)	63
Tabla 4. Relación entre la teoría, los hallazgos y análisis. Fuente Elaboración Propia. ...	67
Tabla 5. Efectividad de la unidad didáctica y Observaciones. Fuente Elaboración propia.	89

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Resultados pruebas saber. Col Integrado Nuestra Señora de las Angustias.	
Fuente: ISCE 2017.	13
Figura 2 Resultados ISCE. Col Integrado Nuestra Señora de las Angustias, Pensamiento Variacional. Fuente: ISCE 2017.	14
Figura 3. Planta Física COLNUESA (Labateca, Norte de Santander).	18
Figura 4. Teoría socio-cultural de Vigotsky. Recuperado de: https://bit.ly/2JpDrDB	34
Figura 5. Aprendizaje Significativo de Ausubel. Recuperado de: https://bit.ly/2Jec1xi ..	36
Figura 6. Niveles de Razonamiento. Recuperado de: Revista EMA. 2003. Vol. 8, N°2. ...	42
Figura 7. Organizadores del currículo, del análisis de contenido, de la función constante, lineal y afín. Fuente: Barajas et all. 2016.	47
Figura 8: Esquema gráfico Registro semiótico. Fuente: Oviedo et all. (2012).	49
Figura 8. Investigación Acción Elliot. Fuente: Elaboración Propia.	58
Figura 9. Triangulación. Fuente Elaboración Propia. 2018. Fuente: Elaboración Propia.	65
Figura 10. Resultados prueba diagnóstica. Elaboración Propia.	68
Figura 11. Guía 1. Desarrollo Juego Batalla Naval. Fuente: Elaboración propia.	70
Figura 12. Actividad en GeoGebra (Guía 1. Participante E20)	71
Figura 13. Actividad en GeoGebra (Guía 1. Participante E14)	71
Figura 14. Actividad en Geogebra (Guía 2. Participante E16)	73
Figura 15. Actividad en el cuaderno (Guía 2. Participante E13)	74
Figura 16. Actividad en el cuaderno (Guía 2. Participante E1)	74

Figura 17. Actividad en el cuaderno (Guía 2. Participante E18)	75
Figura 18. Actividad en el cuaderno y en Geogebra (Guía 3. Varios participantes).....	76
Figura 19. Actividad en el cuaderno (Guía 4. Participante E26)	77
Figura 20. Actividad en Geogebra (Guía 4. Participante E19)	78
Figura 21. Actividad en el cuaderno. (Guía 4. Participante E26)	78
Figura 22. Actividad en Geogebra (Guía 4. Participante E1)	79
Figura 23. Actividad en el cuaderno (Guía 5. Participante E11)	80
Figura 24. Actividad en Geogebra (Guía 5. Participante E11)	81
Figura 25. Actividad en el cuaderno (Guía 5. Participante E24)	81
Figura 26. Actividad en Geogebra (Guía 5. Participante E24)	82
Figura 27. Actividad en el cuaderno (Guía 6. Participante E26)	84
Figura 28. Actividad en Geogebra (Guía 6. Participante E9)	85
Figura 29. Actividad en el cuaderno (Guía 6. Participante E25)	85
Figura 30. Actividad en Geogebra (Guía 6. Participante E19)	86
Figura 31. Actividad en el cuaderno y Geogebra (Guía 6. Participante E9).....	86
Figura 32. Actividad en Geogebra (Guía 6. Participantes varios)	87
Figura 33. Resultados Prueba Final. Fuente: Elaboración Propia.	91

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo A. Consentimiento Rector COLNUESA.....	125
Anexo B. Consentimiento Informado Padres o Acudientes de Estudiantes.....	126
Anexo C. Prueba Diagnóstico Inicial	127
Anexo D. Prueba Final	129

1. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Descripción del problema

En la Institución Educativa Nuestra señora de las Angustias (COLNUESA) se ha presentado de forma secuencial un bajo desempeño en las pruebas saber en el grado noveno, especialmente en el área de matemáticas, encontrando en los últimos tres años un mayor porcentaje en el nivel mínimo (ver gráfica 1); de igual forma se evidencia en el comparativo del ISCE de los años 2015 y 2016 (ver gráfica 2) en el cual se puede observar que se desmejoró notablemente pasando del 38% al 77% en el indicador relacionado con el tema a tratar, todo esto debido a la posible desmotivación y apatía de los estudiantes frente a esta área. Por este motivo, se hace necesario replantear la metodología utilizada, es por este motivo que se realizará la inclusión de las TIC como un medio para mejorar el aprendizaje en los estudiantes y de ésta manera iniciar un proceso que nos permita potenciar las capacidades de los mismos, aprovechando los medios tecnológicos con que cuenta la institución.

2. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas - grado noveno

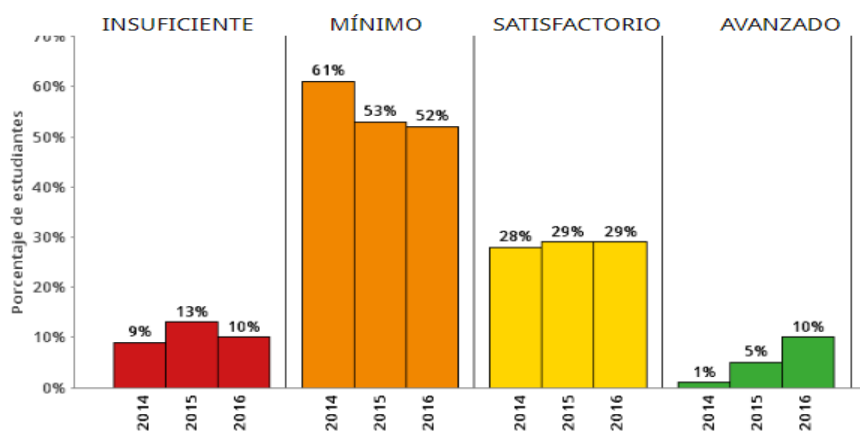




Figura 1. Resultados pruebas saber. Col Integrado Nuestra Señora de las Angustias. Fuente: ISCE 2017.

2015

EI  de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.

2016

EI  de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.


EI  de los estudiantes no usa sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras.

Figura 2 Resultados ISCE. Col Integrado Nuestra Señora de las Angustias, Pensamiento Variacional. Fuente: ISCE 2017.

El campo de la matemática es muy amplio, por lo tanto para poder realizar un estudio que nos permita ver resultados favorables en un tiempo razonable, se ha decidido delimitar al tema pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos; teniendo en cuenta la temática a desarrollar en el grado noveno se trabajará con la función lineal, para ello se ha decidido realizar e implementar una unidad didáctica, con el apoyo de varias herramientas TIC, entre ellas la aplicación **GeoGebra**, la cual es una calculadora gráfica en la que se pueden dinamizar temas de geometría, algebra, cálculo, estadística y en 3D, este permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, etc.(Wikipedia)

1.2. Formulación del problema:

¿Cómo fortalecer el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Nuestra Señora de las Angustias del municipio de Labateca?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Fortalecer el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos mediante el software GeoGebra en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Nuestra Señora de las Angustias del municipio de Labateca.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Identificar el nivel de conocimiento matemático de los estudiantes del grado noveno en el ámbito del pensamiento variacional de la Institución Educativa Nuestra señora de las Angustias.

- Diseñar una unidad didáctica usando el software GeoGebra para el fortalecimiento de las competencias en el pensamiento variacional durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la función lineal.
- Implementar la unidad didáctica en los estudiantes del grado noveno de COLNUESA.
- Evaluar si la implementación de la unidad didáctica, como herramienta pedagógica, fortalece el pensamiento variacional.

1.4. Justificación

Los estándares básicos de competencias matemáticas relacionan el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Teniendo en cuenta que el aprendizaje de la matemática es secuencial, se hace necesario enfatizar en los temas del grado noveno pues son prerrequisito para el aprendizaje de la trigonometría, el cálculo y preparación para los contenidos universitarios más avanzados.

Se implementarán estrategias didácticas apoyadas en las TIC, en especial el software Geogebra, para fortalecer el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, con el fin de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de matemática en los estudiantes del grado noveno en COLNUESA.

Se elaborarán guías y talleres sobre la función lineal, para el grado noveno, según el plan de área, apoyados en las TIC, una de ellas es la aplicación GeoGebra, la cual estará instalada en las

tabletas y los computadores de la institución educativa para que los estudiantes puedan desarrollar estas actividades de una forma práctica y sencilla, que les permita visualizar de manera gráfica los diferentes cambios que se presentan en los temas propuestos en los talleres y guías y de esta forma tener un aprendizaje significativo y duradero, pues su participación activa dentro del proceso le permitirá apropiarse mejor del conocimiento.

El desarrollo de todas estas actividades deberá permitir un aprendizaje sistemático y significativo en los estudiantes y esto se verá reflejado en el mejoramiento de los resultados de las pruebas saber, que posicionarán en un mejor nivel a COLNUESA y, a su vez, los estudiantes podrán asumir con mejores fundamentos su formación en la media técnica y posteriormente la universitaria.

1.5. Contextualización de la Institución



Figura 3. Planta Física COLNUESA (Labateca, Norte de Santander).

Según el PEI, La Institución Educativa Nuestra Señora de las Angustias se fundó el día 2 de Marzo de 1947 con el nombre de Colegio Santa Teresita. La misión del territorio Labatequense fue confiada a los Sacerdotes Misioneros de Yarumal Antioquia, con su primer Prefecto Apostólico Monseñor Luis Eduardo García, quien solicitó las Hermanas Misioneras de Santa Teresita del Niño Jesús desde 1945, para que se encargara de la formación de las jóvenes de ésta región, en especial de los indígenas Tunebos, enviados de la misión de Santa Librada y de otros núcleos indígenas.

A la inauguración del Colegio Santa Teresita asistieron: Monseñor Luis Eduardo García Prefecto apostólico, Monseñor Miguel Ángel Builes, Obispo de Santa Rosa de Osos, Fundador de la Congregación de Hermanas Misioneras de Santa Teresita, la Madre Eucaristía Superiora General de la comunidad, la Madre Benigna de Santa Teresita, Superiora de la casa local, la

Hermana Faz Directora del Colegio, la hermana Nazareno de Santa Teresita, la Hermana Rafaela de Santa Teresita, la Hermana Mariana de Santa Teresita y la Hermana Oliva de Santa Teresita.

El colegio inició labores con los grupo de Tercero elemental 12 alumnas, Cuarto elemental 6 alumnas, Quinto elemental 12 alumnas y primero Superior 11 alumnas.

Para el año 1956, pasó a ser “Normal Rural “con el nombre de Nuestra Señora del Perpetuo Socorro, nombre que conservó hasta 1971, año en que se integró el Colegio Nuestra Señora de las Angustias fundado en 1965 y tomó éste último nombre hasta la fecha. En el año 1979 el colegio entrega a la comunidad la primera promoción de Bachilleres Clásicos. A partir de 1992 comenzó a ofrecer los grados de Media Vocacional Académica.

En el año 2000, siendo Madre Superior la Hna. Aminta Gómez Vesga y con la Asesoría de la Hna. María Eugenia Gómez Vásquez, S.T. se funda la Asociación de Exalumnos Teresianos ASEXATER Labateca. O.N.G. con su Representante Legal Esp. Ana Hyldred Capacho Peñaloza.

En convenio con el Servicio Nacional de Aprendizaje SENA, egresa la primera promoción de Bachilleres Técnicos con especialidad en Comercio, mediante resolución 01756 de 13 noviembre de 2001.

Mediante decreto 000840 del 30 de Septiembre de 2002, como respuesta al Plan de Organización y Racionalización Educativa se crea la Institución Educativa Colegio Integrado Nuestra Señora de las Angustias fusionado con la Escuela Urbana José Antonio Martínez ofreciendo desde Preescolar hasta grado 11 de Educación Media Técnica. Además, se asocia con las Postprimarias de San Bernardo de Balsa, Chona y Núcleo Escolar Agrícola y las demás escuelas rurales del municipio.

Mediante decreto 000534 de 23 de diciembre de 2004 se fusiona el Colegio Integrado Nuestra Señora de las Angustias y el Centro Educativo Colegio Básico Núcleo Escolar Agrícola.

Por resolución 000954 de Noviembre 12 de 2004 la Secretaría de Educación del Norte de Santander, concede licencia de funcionamiento para que expida certificados y título de Bachiller Técnico, con especialidad en TRABAJADOR AGRÍCOLA. Convenio SENA – MEN.

En el año 2006 la Institución Educativa Nuestra Señora de las Angustias es regentada por la Comunidad de Hermanas de Bethania Consoladoras de la Virgen de los Dolores. Sor Consuelo Corredor, Madre Provincial, Sor Blanca Carina Jaramillo López como Rectora y Sor María Eugenia Salazar asesora de la Casa General y apoyo docente a la Institución Educativa. Sor Casilda Quispe y Sor Libia Preciado encargadas de la Misión pastoral, para la Parroquia. En 2007 Sor María Ernestina López y Sor Beatriz Biscarra colaboraron con el proceso de formación en la Institución Educativa.

En el año 2008, Por resolución 004444 del 14 de Noviembre de 2008, se promocionaron Bachilleres Técnicos con especialidad en producción en café. Fue nombrado por contrato de la Arquidiócesis de Nueva Pamplona, el Esp. José Jacinto Gélvez Ordóñez.

En el año 2009, fue asignado como Rector (e), por la Secretaría de Educación del Dpto. N. de S. el Esp. Henry Voltaire Flechas Velasco y a partir del mes de Junio del mismo año, la Arquidiócesis de Nueva Pamplona, encarga al Rvdo. Padre Ángel Emilio Gélvez Ortiz, Rector de la Institución.

A partir del año 2010 la Institución Educativa Nuestra Señora de las Angustias ha sido dirigida por el Esp. Henry Voltaire Flechas Velasco por Decreto 000362 del 10 de agosto de 2010.

Teniendo en cuenta el concepto dado por la Defensa Civil del municipio y un Ingeniero de la Secretaría de Educación sobre el mal estado en que se encuentran las estructuras de la planta física donde funcionan los grados 6°, 7° y 8° y algunas dependencias de la Institución, el señor Alcalde según resolución 392 de Octubre 7 de 2010 y ordenan la inmediata evacuación de estudiantes, docentes, directivos y administrativos que laboran en este edificio, siendo reubicados en los otros dos edificios que hacen parte de la Institución. También damos a conocer que este edificio es propiedad privada de la curia, al cual se estaba pagando un arriendo sin obtener mejoras durante este tiempo.

Es importante destacar el impulso que le han dado cada una de las Rectoras y Rectores que lo han dirigido, los docentes y Exalumnos, la Administración y Honorable Concejo Municipal, la Secretaría de Educación Departamental y demás autoridades educativas. En este establecimiento se forman líderes y servidores del municipio que trabajan tanto en lo político, como en lo económico, religioso y educativo.

Según resolución 02513 del 24 de agosto de 2012 la secretaria de educación del Departamento Norte de Santander, concede otorgar el Título de BACHILLER TECNICO EN ADMINISTRACION DE EMPRESAS CAFETERAS a partir del año 2012 y legaliza el grado décimo en la especialidad TÉCNICO EN PRESERVACIÓN DE RECURSOS NATURALES Y EXPLOTACIONES AGROPECUARIAS ECOLÓGICAS y autoriza a partir del año 2013 para otorgar el título de bachiller técnico a quienes terminen satisfactoriamente sus estudios.

Para el 2014 la Institución educativa presenta la nueva propuesta de convenio con el SENA y la secretaria de educación del Departamento Norte de Santander, concede otorgar el Título en las

especialidades MANEJO AMBIENTAL, MANEJO EMPRESARIAL DE LA FINCA, SISTEMAS GROPECUARIOS, mediante Resolución No 02841 del 1 de Agosto de 2016

La Institución Educativa se encuentra en el municipio de Labateca, el cual está localizado al sur oriente del departamento Norte de Santander, con una extensión total de 253 Km²; altitud de 1555 msnm; temperatura de 20° C y a una distancia de 113 km de la capital del departamento. Limita: al Norte: Municipios de Toledo y Pamplonita, al Sur: Municipio de Chitagá, al Oriente: Municipio de Toledo, al Occidente: Municipios de Chitagá y Pamplona. Densidad de población: 24 (Hab/Km²), No. Habitantes Cabecera: 1613, No. Habitantes Zona Rural: 4231, Total: 5844 habitantes.

La principal actividad laboral de los habitantes del casco urbano del municipio de Labateca dependen del comercio y de labores ocasionales (actividad agropecuaria) con un porcentaje del 85 % y con ingresos inferiores a un salario mínimo, en segundo lugar se encuentran las personas que se dedican a ejercer actividades laborales como: Empleados oficiales y ocasionales en un porcentaje del 10% y devengando entre 2 y 3 salarios mínimos, y el 5% restante son funcionarios públicos que devengan más de tres salarios mínimos respectivamente.

El cultivo de café es la principal fuente de ingresos de los habitantes del sector rural, siendo esto un problema económico puesto que solo hay cosecha una vez al año. Se mantienen con los auxilios del gobierno de familias en acción y red unidos.

El 60% de las familias están conformadas por uno solo de los padres y los hijos, los cuales habitan en viviendas familiares propias, cuyos residentes también son los abuelos, tíos y sobrinos. Las casas están hechas de ladrillo, con techo de zinc y piso de cemento en su mayoría.

Los miembros de las familias en su mayoría solo tienen el grado de básica primaria, lo cual conlleva a no tener hábitos de estudio para ofrecer a nuestros educandos, siendo esto una

dificultad en cuanto al acompañamiento y apoyo de los padres en el proceso de enseñanza aprendizaje.

2. MARCO REFERENCIAL

2.1. Antecedentes de la investigación.

Habiendo realizado un barrido a través de la Web y diferentes medios escritos, se pudo establecer que las tesis referidas a continuación tienen relación con el trabajo que se va a efectuar en la presente investigación, pues se relacionan en alguno de los tópicos tratados y dan luces sobre los mismos.

2.1.1. A nivel Internacional

Villarreal (2010), en su tesis doctoral titulada: Caracterización del uso de la tecnología, por los profesores y alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemáticas en el nivel de secundaria, en la Universitat de Barcelona, España, avanzó en el conocimiento sobre la problemática existente de la integración de las tecnologías de la información y comunicación al curriculum de matemática, en particular en resolución de problemas abiertos, lo cual es complejo tanto para profesores, como para sus alumnos. Por esto fue necesario conocer el uso de la tecnología de la información y comunicación y analizar el comportamiento del trabajo del profesor y sus alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemáticas en educación secundaria, en un contexto de sala o laboratorio de computación. Una de las recomendaciones que da el autor es incorporar el trabajo con recursos tecnológicos, donde los docentes definan la potencialidad que éste tiene en los procesos de enseñanza aprendizaje.

Esta tesis es importante porque presenta bastante información sobre la introducción de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, lo cual es fundamental en la presente investigación. Es por este motivo que tiene especial valor y por ello se decide trabajar con el Software GeoGebra para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional en la temática relacionada con función lineal.

Flores (2010), en su tesis de Maestría titulada Exploración del impacto de un Software dinámico en el aprendizaje de la geometría, realizada en Universidad Pedagógica Nacional “Francisco Morazan” Tegucigalpa, México D.C; habla de la investigación que en años recientes se ha dado en geometría en algunos países como Estados Unidos, Cuba, España, entre otros, que ha sido estimulada gratamente por nuevas ideas tanto desde el interior de la matemática como desde otras disciplinas, incluyendo la ciencia de la computación. La aparición de herramientas tan poderosas como la calculadora gráfica y la computadora, están comenzando a influir fuertemente en los intentos por orientar la educación matemática primaria y secundaria adecuadamente, de forma que se aprovechen al máximo tales instrumentos de trabajo. Las enormes posibilidades del uso de las gráficas por computadoras, software de geometría como Cabri, tienen influencia en muchos aspectos de nuestras vidas; para implementar estas posibilidades se hace necesario un adecuado uso de la geometría dinámica, donde la visualización, juega un papel muy importante; aunque no debemos olvidar el razonamiento geométrico, que tiene un papel fundamental en el estudio de la geometría.

El uso del software GeoGebra en su vista gráfica se relaciona con la tesis anterior, al igual que en esta se pretende fortalecer uno de los cinco pensamientos matemáticos, el pensamiento variacional a través del concepto de función lineal.

Ortega (2011), en su tesis de maestría titulada: Recursos educativos abiertos, para la enseñanza de las matemáticas en ambientes de educación básica enriquecidos con tecnología

educativa, desarrollada en el Tecnológico de Monterrey, México; se propuso como objetivo analizar las diferencias que surgen en los métodos y estrategias de enseñanza empleado por cuatro docentes de educación primaria, cuando se emplea un recurso educativo abierto, para enriquecer sus clases de matemáticas. Se desarrollaron dos constructos como marco de referencia: el primero referente a los métodos y estrategias de enseñanza, de los cuales se destacan los métodos deductivo, inductivo, tradicional, dogmático, heurístico, interactivo, resolución de problemas, el de proyectos; en cuanto a las estrategias se describe la resolución de problemas, el juego matemático y el uso de recursos tecnológicos. El segundo constructo hace referencia a los recursos educativos abiertos, su origen, definición así como los resultados de varias investigaciones donde se emplean diversos REA. La investigación se apoyó en una metodología de carácter cualitativo, con un estudio de casos, para obtener los hallazgos se empleó la entrevista a los cuatro docentes, observaciones cuando no usan REA y durante las clases donde los implementaron. Los resultados permitieron concluir en cuanto a los métodos y estrategias de enseñanza no hay cambios en los docentes al implementar el REA, debido a que continúan empleando el método deductivo, tradicional, dogmático e inductivo, basando las clases en sus explicaciones. Sin embargo, el uso e implementación de REA, si enriquecen las clases, siempre que se encuentren en una planeación eficaz, considerando el enfoque de la asignatura. De este trabajo se tomará como referencia la utilización de las REA, ya que se usará GeoGebra y la plataforma gratuita Edmodo como estrategia para el desarrollo de las actividades propuestas en la unidad didáctica.

2.1.2. A nivel Nacional

Gómez (2015), en su tesis de maestría titulada: Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno, hecha en la Universidad Distrital Francisco José de caldas, Bogotá, Colombia. Se propuso como objetivo profundizar el análisis de las producciones escritas y verbales realizadas por los estudiantes de grado noveno, cuando abordan tareas asociadas al desarrollo del pensamiento variacional. Para ello hizo una revisión de literatura nacional e internacional en aras de estudiar la categoría del pensamiento variacional. Específicamente indagó en aspectos relacionados al reconocimiento de que es lo que cambia, como cambia y cuanto cambia. Se implementaron tres tareas: la primera ¿Qué pasa si se resbala el lápiz?, la segunda áreas de los triángulos formados por el movimiento del lápiz y por último hallando áreas máximas y mínimas. El planteamiento de tareas y el uso de simuladores permitieron lograr desarrollo del pensamiento variacional y también describir, analizar e interpretar posibles características de este pensamiento, sin embargo se deja a consideración de próximas investigaciones la necesidad de replantear estas tareas o ampliarlas para así movilizar a los estudiantes a imágenes de razonamiento de covariación en los N4 y N5 del marco conceptual propuesto por el autor. Este trabajo de investigación da muchas luces acerca del pensamiento variacional, uno de los ejes principales de esta propuesta.

Mayoral y Suarez (2014), en su investigación titulada: Estrategias didácticas mediadas con TIC para fortalecer aprendizaje autónomo de la matemática en estudiantes de 9° del IDDI NUEVA GRANADA, para optar el título de Maestría, en la Universidad de la Costa, Barranquilla, Colombia, pretendió aportar elementos que contribuyan con la adquisición de una de las metas que busca la educación actual, lograr gestión autónoma del aprendizaje en el área de matemáticas a través de las TIC por parte de los estudiantes, tratando de que estos puedan

emplear en forma estratégica los recursos educativos puestos a su disposición; de igual forma, a pensar con sentido crítico y a tomar decisiones por si mismos teniendo en cuenta varios puntos de vista, tanto en el ámbito moral como el intelectual. Algunas de las conclusiones a las que llegó el autor fueron: el uso de las TIC motiva a los estudiantes a fomentar el aprendizaje de las matemáticas de manera autónoma; promover el aprendizaje autónomo mejora el nivel académico de los estudiantes en el área de matemáticas; el aprendizaje autónomo permite que los estudiantes puedan desarrollar su capacidad de control sobre sus procesos cognitivos y asumir valores, actitudes y aptitudes orientadas a conseguir el éxito en su aprendizaje; las matemáticas pueden ser del interés de los estudiantes, el todo está en la forma como se borde, es decir, motivar al estudiante, presentarla de forma creativa y evidenciar su aplicación en el contexto. De este trabajo queremos referenciar el uso de las herramientas informáticas en el aprendizaje de materias básicas como la matemática, utilizando los equipos que están disponibles en COLNUESA. Ya que en este momento las TIC son un punto importante en la vida de los jóvenes, queremos aprovechar el interés que les generan para enfocarlo en el aprendizaje de las matemáticas.

En su tesis de maestría, Roldan (2013), titulada: El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica, desarrollada en la Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, versa sobre los aspectos que inciden en la consolidación del concepto de función: histórico, disciplinar, pedagógico y didáctico. Como propósito se tiene el hacer una propuesta didáctica que permita que los estudiantes manejen a cabalidad el concepto de función lineal y puedan aplicarla en situaciones de la vid real. Como resultado del análisis histórico, disciplinar y pedagógico se construyó una secuencia didáctica completamente original en la que se plantean tres tipos de actividades con las que se potencia la experimentación como vehículo de aprendizaje y la elaboración de modelos matemáticos, que en conjunto dan como resultado el aprendizaje de los elementos relacionados con la función lineal. El autor concluye

que la función lineal se constituye en excelente herramienta para estudiar y modelar problemas de variación. Las cantidades empleadas varían en tiempo, espacio, con otras cantidades, esta variación puede ser más rápida o más lenta, creciente o decreciente, sin embargo mantiene tal ritmo de variación ante lo cual son fácilmente identificables patrones y regularidades en ella. Estos aspectos desarrollan significativamente el llamado pensamiento variacional. De esta investigación se tomará como referencia lo relacionado con la función lineal que es objeto matemático en estudio, temática correspondiente al grado noveno que desarrollará en la presente propuesta.

García (2014), en su tesis de Maestría titulada: una secuencia didáctica que integra GeoGebra para la enseñanza de ecuaciones lineales en el grado octavo, realizada en la Universidad Nacional de Colombia, Palmira, se plantea una estrategia metodológica desde la ingeniería didáctica, donde se estudia la enseñanza de ecuaciones lineales desde la integración de GeoGebra a los procesos de enseñanza y aprendizaje conjugados con diferentes registros de representación semiótica en estudiantes de grado octavo. En consecuencia en esta investigación se planteó como estrategia el diseño de una secuencia didáctica, basada en la teoría de las Situaciones didácticas propuesta por Guy Broseau (1986) donde se generaron momentos de acción, formulación, validación e institucionalización, facilitando el trabajo dinámico, es decir, presentando al estudiante la posibilidad de comparar soluciones algebraicas y geométricas al mismo tiempo que se identifican las variables que entran en juego. La autora llegó a la conclusión que el diseño mismo de la secuencia facilitó dar un orden lógico a la construcción mental que los estudiantes fueron estableciendo frente al concepto de ecuación a partir de una serie de tareas con una intencionalidad definida por la docente, generando consigo la génesis del nuevo conocimiento a partir de momentos de formulación, acción y validación. Además los estudiantes mostraron un

desarrollo significativo en el lenguaje matemático utilizado, en su capacidad de razonamiento y por supuesto en el proceso argumentativo.

Esta investigación es bastante relevante pues plantea el uso de una estrategia didáctica cuya secuencia lógica favorece el aprendizaje significativo, lo cual está bastante relacionado con los objetivos propuestos en la presente investigación.

Guzmán (2012), en su tesis de maestría titulada Estrategias Didácticas para potenciar el pensamiento variacional a través de situaciones problema, de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa “San José del Municipio de Betulia”, desarrollada en la Universidad Nacional de Colombia. Medellín, realizó la implementación de estrategias didácticas que faciliten los procesos de enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones en el grado noveno, estas estrategias se basaron en el apoyo tecnológico de la plataforma moodle, la implementación del software educativo como GeoGebra y en situaciones problema tomando otros saberes y aplicándolos en el aula de clase. El autor concluye que el trabajo con situaciones problema ha logrado la cualificación de los estudiantes en cuanto a la identificación, significado y apropiación de las competencias básicas; desde este punto de vista se nota las habilidades para comunicar y argumentar ideas referentes al lenguaje matemático y su aplicación en la vida cotidiana.

Esta tesis converge en el fortalecimiento del pensamiento variacional, el cual es el objetivo primordial del presente trabajo de investigación, al igual que las estrategias tecnológicas como el uso de una plataforma y un software que contribuyen a la apropiación del conocimiento por parte de los estudiantes.

2.1.3. A Nivel Regional

A pesar de realizar una búsqueda exhaustiva en las redes de información no se pudieron encontrar antecedentes de este nivel que contribuyeran a los objetivos de este estudio.

2.2. Marco teórico:

De la revisión que se realizó en lo documental y bibliográfico el soporte teórico seleccionado para sustento del presente trabajo es el siguiente:

2.2.1. Teorías Cognoscitivas del Aprendizaje.

Teniendo en cuenta los contenidos de las teorías que tratan los procesos mentales y cognoscitivos, como son las de Piaget, Vygotsky y Ausubel, analizaremos sus opiniones y como influyen esta investigación.

2.2.1.1 Teoría Psicogenética de Piaget.

Para Piaget (1978) “la idea de desarrollo cognoscitivo no es el resultado de la adquisición de respuestas sino de procesos de construcción activa por parte del sujeto. El conocimiento ni se hereda ni se adquiere por transmisión directa, es una construcción producto de la actividad del sujeto en su interacción con el medio ambiente físico y social. La realidad física y la lógico-

matemática que la mente busca. El conocimiento presupone dos tipos de instrumentos: descriptores de las características de los estados, transformaciones y operaciones o combinaciones que permitan la reproducción o manipulación de las transformaciones. El conocimiento emerge de las acciones del sujeto y es por medio de las acciones que el conocimiento se manifiesta. La inteligencia comienza en la actividad”.

El aprendizaje es la base donde se sustenta el desarrollo intelectual de una persona, en este sentido, “El aprendizaje escolar versa en su mayor parte sobre objetos de conocimiento que se pretende transmitir a los alumnos favoreciendo la correspondiente elaboración por parte de estos de una serie de esquemas de conocimientos adecuados. Los esquemas operatorios intervienen en la elaboración de los esquemas de conocimiento del alumno y condicionan, en último término, tanto la elección de los objetos de conocimiento que se pretende transmitir como la misma forma de transmisión. Pero ambos tipos de esquemas no se confunden. Mientras los esquemas operatorios se construyen espontáneamente en la dirección de un equilibrio cada vez mayor dando lugar a modos de interacción entre el sujeto y la realidad progresivamente más ajustados y ricos, la construcción espontánea de los esquemas de conocimiento no presenta casi nunca esta propiedad; de aquí, la necesidad y la voluntad de intervenir en su elaboración; de aquí, en suma, la existencia misma del aprendizaje escolar.” (Coll, 1983, p 11)

El desarrollo de la educación es de suma importancia y se centra en muchos de los roles asignados al docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje; hoy en día el papel central del docente como transmisor del conocimiento ha cambiado y debe concebirse más como un acompañante del educando en su proceso de aprendizaje, brindándole las herramientas y orientaciones necesarias, usando elementos del contexto, es por ello que la presente investigación busca que los participantes se hagan responsables de su proceso de aprendizaje, por medio del

desarrollo individual y grupal de las actividades propuestas en las guías que componen la unidad didáctica, ya que esto redundará en beneficio de su vida personal y laboral.

2.2.1.2 Teoría Cognitiva de Vigotsky.

Vigotsky (1896-1934) en su teoría sociocultural “pone el acento en la participación proactiva de los menores con el ambiente que los rodea siendo el desarrollo cognoscitivo fruto del proceso colaborativo. Según esta teoría, el papel de los adultos o de los compañeros más avanzados es el de apoyo, dirección y organización del aprendizaje del menor, en el paso previo a que él pueda ser capaz de dominar esas facetas, habiendo interiorizado las estructuras conductuales y cognoscitivas que la actividad exige. Esta orientación resulta más efectiva para ofrecer una ayuda a los pequeños para que crucen la zona de desarrollo proximal (ZDP), que podríamos entender como la brecha entre lo que son capaces de hacer y todavía no pueden conseguir por si solos”. Es por esto que el desarrollo de la unidad didáctica se implementa con el apoyo del docente investigador, solucionando dudas que se presentan a lo largo del proceso de la misma, también ayudan en el avance de las actividades los participantes que han comprendido los conceptos e ideas, reforzando los conocimientos de sus compañeros.

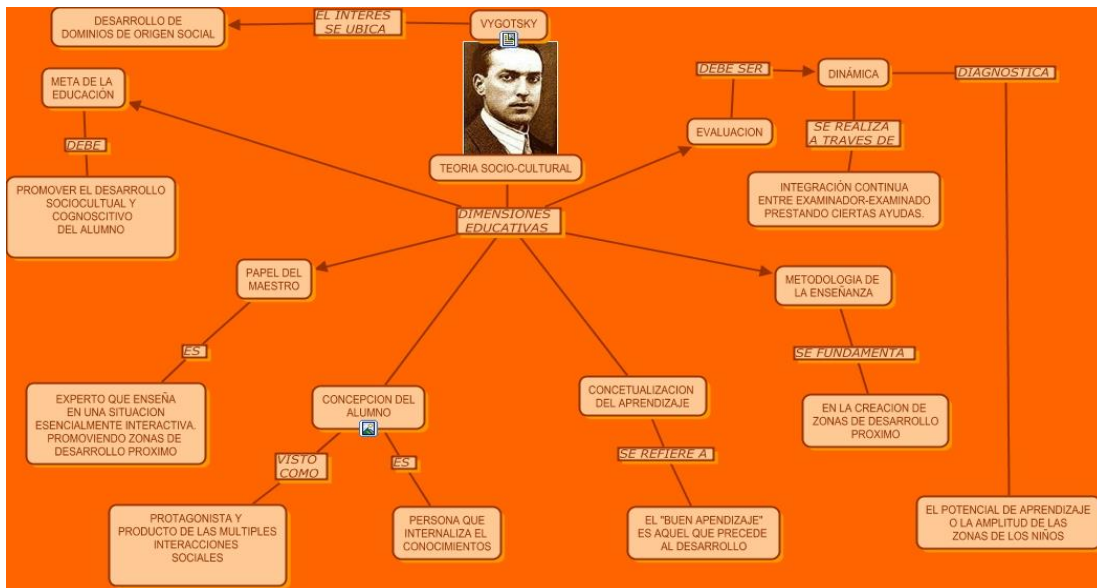


Figura 4. Teoría socio-cultural de Vigotsky. Recuperado de: <https://bit.ly/2JpDrDB>

La Zona de Desarrollo Próximo “no es otra cosa que la distancia entre al nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo próximo, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz... El estado del desarrollo mental de un niño puede determinarse únicamente si se lleva a cabo una clasificación de sus dos niveles: del nivel real del desarrollo y de la Zona de Desarrollo Próximo” (Vigotsky, 1978, p.133-134 de la traducción al español). Esto se relaciona con el planteamiento de Carlson en los niveles de razonamiento del pensamiento variacional, los cuales serán usados en la formulación de categorías para el análisis de resultados.

“Lo que crea la Zona de Desarrollo Próximo es un rasgo esencial de aprendizaje, es decir, el aprendizaje despierta una serie de procesos evolutivos internos capaces de operar sólo cuando el niño está en interacción con las personas de su entorno y en cooperación con algún semejante” (Vigotsky, 1978, pp. 138-139). Es fundamental iniciar con la identificación de los conocimientos previos de los participantes y reforzarlos, en cada una de la guías que componen

la unidad didáctica se inicia con la exploración de los presaberes y se da una idea general del tema a tratar, para que de esta manera ellos asimilen de mejor el tema central expuesto en las mismas, el trabajo colaborativo entre pares, junto con las actividades prácticas en Geogebra como refuerzo, facilitarán encadenar lo nuevo con lo que ya saben.

2.2.1.3 Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel.

El aprendizaje significativo “es un tipo de aprendizaje en el que el estudiante relaciona la información nueva con la que ya posee; reajustando y reconstruyendo ambas informaciones en este proceso. Dicho de otro modo, la estructura de los conocimientos previos condiciona los nuevos conocimientos y experiencias, y estos, a su vez, modifican y reestructuran aquellos. El aprendizaje significativo ocurre cuando la información nueva se conecta con un concepto relevante ya existente en la estructura cognitiva; a su vez el nuevo conocimiento transforma la estructura cognitiva potenciando los esquemas cognitivos que posibilitan la adquisición de nuevos conocimientos. Además el aprendizaje significativo de acuerdo con la práctica docente se manifiesta de diferentes maneras y conforme al contexto del alumno, a los tipos de experiencias de cada uno y a la forma en que las relacione” (Ausubel, 1968).

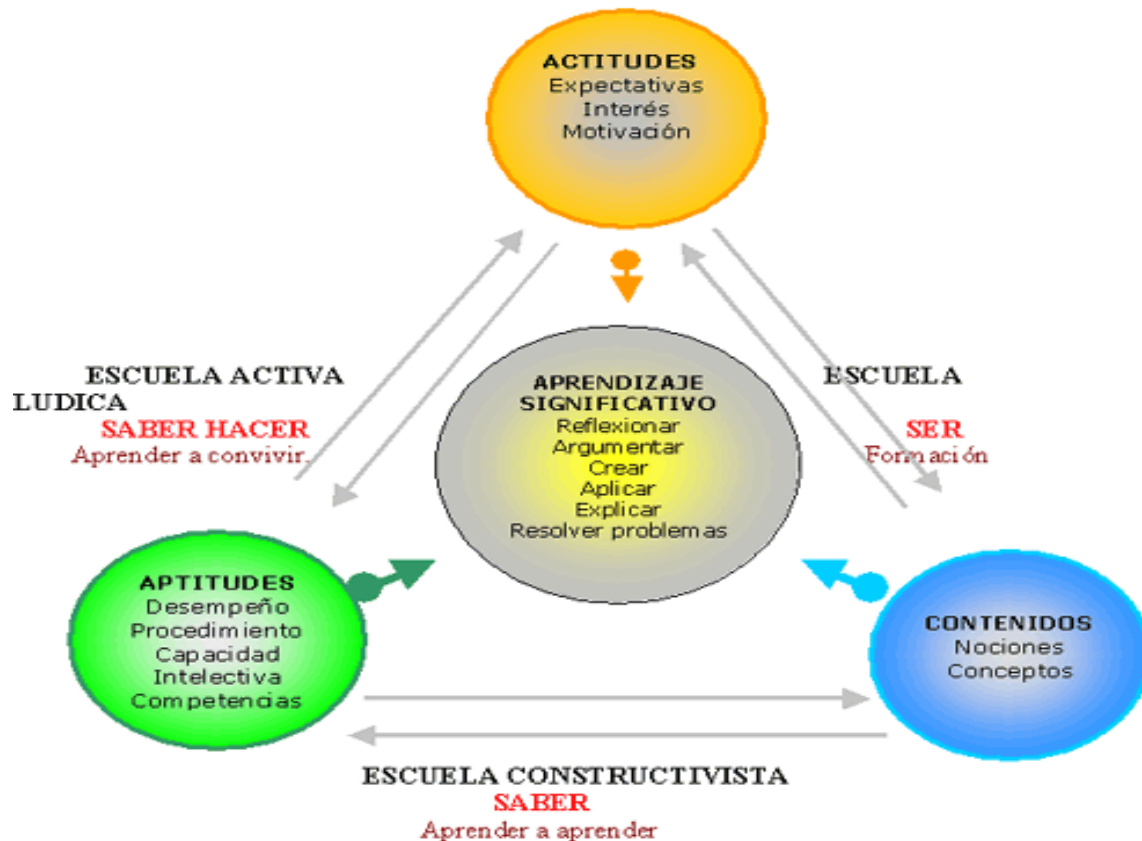


Figura 5. Aprendizaje Significativo de Ausubel. Recuperado de: <https://bit.ly/2Jec1xi>

En Ausubel (1983) se dice “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente” (P 18). Teniendo en cuenta esta afirmación se decide implementar y aplicar la prueba diagnóstica inicial, para conocer las bases sobre las que se trabajara con los participantes de la investigación.

Para Ausubel (1983), un aprendizaje es significativo “cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con

algún aspecto existente específicamente relevante de la escritura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición”. (p 18).

Esto quiere decir que en el proceso educativo, es importante considerar lo que el participante ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el participante tiene en su estructura cognitiva conceptos previos, estos son: ideas, proposiciones, estables y definidas, con los cuales la nueva información puede interactuar y arraigarse.

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información “se conecta” con un concepto relevante (“subsunor”) pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de “anclaje” a las primeras.

A manera de ejemplo en matemáticas, si los conceptos de relación, punto, plano cartesiano, ecuaciones de primer grado, ya existen en la escritura cognitiva del alumno, estos servirán de subsunores para nuevos conocimientos referidos a funciones (específicamente la función lineal), el proceso de interacción de la nueva información con la ya existente, produce una nueva modificación de los conceptos subsunores (relación, punto, etc.) esto implica que los subsunores puedan ser conceptos amplios, claros, estables o inestables. Todo ello depende de la manera y la frecuencia con que son expuestos a interacción con nuevas informaciones.

En el ejemplo dado, la idea de relación y punto servirá de “anclaje” para nuevas informaciones referidas a funciones, pero en la medida de que esos nuevos conceptos sean aprendidos significativamente, crecerán y se modificaran los subsunores iniciales; es decir los conceptos de

relación y punto, evolucionarían para servir de subsunsores para conceptos como la función lineal.

La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), de tal modo que estas adquieren un significado y son integradas a las estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los subsunsores pre existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva.

El aprendizaje mecánico, contrariamente al aprendizaje significativo, se produce cuando no existen subsunsores adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre-existentes, un ejemplo de ellos sería el concepto de función lineal, si esta nueva información es incorporada a la estructura cognitiva de manera literal y arbitraria, “el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo” (independientemente de la cantidad de significado potencial que la tarea tenga)... (Ausubel, 1983. P 37).

Obviamente el aprendizaje mecánico no se da en un “vacío cognitivo” puesto que debe existir algún tipo de asociación, pero no en el sentido de una interacción como en el aprendizaje significativo. El aprendizaje mecánico puede ser necesario en algunos casos, por ejemplo en la fase inicial de un nuevo cuerpo de conocimientos, cuando no existen conceptos relevantes con los cuales pueda interactuar, en todo caso el aprendizaje significativo debe ser preferido, pues, este facilita la adquisición de significados, la retención y la transferencia de lo aprendido.

Finalmente, Ausubel “no establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico como una dicotomía, sino como un “continuum”, es más, ambos tipos de aprendizaje pueden ocurrir concomitantemente en la misma tarea de aprendizaje” (1983); por ejemplo en la

unidad didáctica a desarrollar en la presente investigación, el punto se ubicaría en uno de los extremos de ese continuo (aprendizaje mecánico) y el aprendizaje de relaciones funcionales podría ubicarse en el otro extremo (Aprendizaje Significativo).

2.2.1.4 El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas “como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas.”

Las reflexiones y propuestas sobre el estudio de la variación y el cambio con mediación de nuevas tecnologías computacionales gráficas y algebraicas constituyen un aporte a la comunidad educativa para fortalecer los procesos de formación de docentes, especialmente en la construcción de ambientes de aprendizaje con tecnología, y en una herramienta de trabajo para promover la discusión y construcción nacional sobre la disseminación de la cultura informática en la educación matemática colombiana. (Castiblanco, 2004, p. XXIII)

El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias, en especial a través del proceso de modelación de procesos y situaciones naturales y sociales por medio de modelos matemáticos. En particular la relación con otros pensamientos aparece con mucha frecuencia, porque la variación y el cambio, aunque se representan, requieren de conceptos y procedimientos relacionados con distintos sistemas numéricos (en particular, del sistema de los números reales, fundamentales en la construcción de las funciones de variable real), geométricos, de medidas y de datos y porque todos estos sistemas, a su vez, pueden presentarse en forma estática o en forma dinámica y variacional.

Según el Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el área de Matemáticas, en la tabla número uno presenta la covariación como un eje de complejidad conceptual del pensamiento variacional. Es por esto que se hace necesario definirlo.

2.2.1.5 El Razonamiento Covariacional

Según la definición de Carlson (1998), “son las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra”.

Las acciones mentales (AM) del marco conceptual de la covariación proporcionan un medio para clasificar los comportamientos que se pueden ver cuando los estudiantes se involucran en tareas de covariación; sin embargo, la habilidad de razonamiento covariacional de un individuo,

relativa a una tarea particular, se puede determinar sólo examinando el conjunto de comportamiento y acciones mentales exhibido mientras responde a esa tarea. (Carlson et al, 2003)

ACCIÓN MENTAL	DESCRIPCIÓN DE LA ACCIÓN MENTAL	COMPORTAMIENTO
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g., y cambia con cambios de x)
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Construcción de una recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio de valor de salida mientras se consideran cambios en el valor de entrada.
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada	Construcción de rectas secantes contiguas para el dominio. Verbalización de la consciencia de la razón de cambio de salida (con respecto al valor de entrada) mientras se consideran los incrementos uniformes del valor de entrada.
AM5	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función, con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio de la función.	Construcción de una curva suave con indicaciones claras de los cambios de concavidad. Verbalización de la consecuencia de los cambios instantáneos en la razón de cambio para todo el dominio de la función (los puntos de inflexión y la dirección de las concavidades son correctos)

Tabla 1. Acciones mentales del marco conceptual para la covariación. Tomado de Carlson et al (2003, p. 128)

Un participante se clasifica en un determinado nivel de acuerdo con la imagen global que parece sustentar varias acciones mentales que esa persona exhibe en el contexto de un problema o tarea. El marco conceptual para la covariación contiene cinco niveles distintos de desarrollo. Decimos que la habilidad de razonamiento covariacional de alguien ha alcanzado un nivel dado de desarrollo cuando sustenta a las acciones mentales asociadas con ese nivel y a las acciones asociadas con todos los niveles que están por debajo.



Figura 6. Niveles de Razonamiento. Recuperado de: Revista EMA. 2003. Vol. 8, N°2.

2.2.1.6 GeoGebra

Es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, algebra y calculo. Lo ha elaborado Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, para la enseñanza de matemática escolar. Este “ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: una vista gráfica, una vista algebraica y además una vista de hoja de cálculo. Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: grafica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las demás en una adaptación automática y reciproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más allá de cuál fuera la que lo creara originalmente.”

(Hohenwarter, 2009, p 13), esta característica permitirá analizar mejor el objeto de estudio, la función Lineal, pues se podrá observar desde perspectivas diferentes, esto beneficiará el proceso de aprendizaje por parte de los participantes.

Los adelantos tecnológicos que se han dado en los últimos tiempos han producido cambios en todas las áreas del conocimiento humano, la matemática no puede estar aislada de ellos, además existe infinidad de programas que contribuyen de diferentes maneras al aprendizaje de ésta, pero por las características, herramientas y además por tratarse de un software libre se decide trabajar con Geogebra; además porque éste contribuye a la intervención activa del participante en su proceso de aprendizaje.

El Ministerio de Educación Nacional, comprometido con el mejoramiento de la calidad de la educación y respondiendo de manera efectiva a las necesidades, tendencias y retos actuales de la educación matemática, viene adelantando desde el año 2000, la implementación del proyecto *Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia*, con el cual se viene instaurando una nueva cultura informática en el país aprovechando el potencial formativo que brindan las tecnologías computacionales, específicamente los sistemas computacionales gráficos y algebraicos. (Castiblanco, 2004, p. XXIII)

2.2.1.7 Constructo Teórico Humanos con Medios.

Borba y Villareal (2005) presentan un constructo teórico denominado Humanos-con-Medios en el cual se evidencia cómo el conocimiento matemático es producido por un colectivo pensante de seres-humanos-con-medios. Estos autores señalan que los medios empleados para comunicar representar y producir ideas matemáticas condicionan el tipo de matemáticas que son

construidas y el tipo de pensamiento a ser desarrollado en esos procesos. Es por esto que se hace importante una buena alfabetización matemática y tecnológica para conseguir que los estudiantes sean capaces de analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones. Todo esto para crear en los estudiantes una capacidad de valorar, utilizar las matemáticas y disfrutar con su uso.

Este constructo teórico se fundamenta en dos ideas principales: la primera es que “la cognición no es un trabajo individual sino más bien de naturaleza colectiva” y la segunda, que la construcción del conocimiento incluye “herramientas, dispositivos, artefactos y medios”. (Villa-Ochoa y Ruiz, 2010). Esto supone aplicar las destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática, expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones que se planteen. Todo esto guiado por un docente que sea capaz de crear en el alumnado un aprendizaje para la vida, para dar respuesta a situaciones no previstas en la escuela, así como emplear las estrategias necesarias para transferir los conocimientos utilizados en la resolución de una situación a otras situaciones o problemas diferentes. Para que esto sea posible se necesita un aprendizaje de tipo activo, que prepare a los alumnos para saber ser, saber hacer y para saber aplicar el conocimiento.

En Humanos-con-Medios se presta especial atención a como a través de la modelación, la visualización, la Educación On-line y la experimentación se construye conocimiento matemático escolar. Particularmente, en dicho constructo se muestra una perspectiva de la modelación con un enfoque pedagógico que está en sinergia con el uso de las tecnologías de la información y la comunicación. Para Borba y Villarreal (2005) “la experimentación-con-tecnología, aunado con la

modelación se convierte en un ambiente en el que se promueve la formulación de conjeturas su discusión y prueba”. Los autores resaltan la importancia del cuestionamiento presentado por los participantes en el desarrollo de las actividades llevadas a cabo a lo largo de las prácticas educativas propuestas en esta investigación; al utilizar las TIC para aprender y para la comunicación entre los componentes del aula virtual (documentos, actividades, recursos multimedia de apoyo, plataforma, tutoría y evaluación formativa), más que hablar de una única metodología se puede hablar de principios y estrategias metodológicas que subyacen dentro del aprendizaje activo.

De acuerdo con este constructo y en el escenario educativo, “el proceso de enseñanza y aprendizaje se observa de una manera diferente: ya no se habla de un profesor solo, ni de un estudiante aislado o de una herramienta sola e independiente de los dos actores anteriores” (Esteley, 2006; Santa y Jaramillo, en prensa). Se habla de una unidad compuesta por humanos (profesores y estudiantes)-con-medios, los cuales interaccionan para producir conocimiento. Para esto se hace necesario la aplicación de estrategias de intervención específicas que se basen en la localización de centros de interés, en el trabajo colaborativo, la autonomía y participación activa de los estudiantes; esto acarrea cambios sustanciales en la organización de las actividades, demostrando que la motivación no es algo intrínseco en el estudiante, sino que surge como producto de la interacción social en el aula; dando como resultado el descubrimiento de que las matemáticas no son un conjunto de temas aislados, sino más bien un todo integrado e interconectado.

2.2.1.8 Función Lineal

Los estudios sobre la variación y el cambio agrupados en el análisis adquirieron mayor rigor y surgieron nuevas definiciones generales y precisas de conceptos como función, límite, integral y finalmente, del concepto básico de magnitud variable (se dio una definición rigurosa de número real) (Aleksandrov, A. et al, 2003).

“En geometría analítica y algebra elemental, una función lineal es una función polinómica de primer grado; es decir, una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta. Esta función se puede escribir como: $f(x) = mx + b$ donde m y b son constantes reales y x es una variable real. La constante m es la pendiente de la recta, y b es el punto de corte de la recta con el eje y . Si se modifica m entonces se modifica la inclinación de la recta, y si se modifica b , entonces la línea se desplazará hacia arriba o hacia abajo.

En el contexto de algebra lineal las funciones lineales son aquellas con $b = 0$ de la forma: $f(x) = mx$, mientras que llaman función afín a la que tiene la forma: $f(x) = mx + b$.”

Función Lineal. (s.f). En Wikipedia. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_lineal

Desde mi experiencia como docente universitaria y en diferentes colegios he podido darme cuenta que el concepto de función lineal es fundamental para el desarrollo de otros temas más avanzados en pre cálculo, es por ello que se debe enfatizar en este tema, pues al ser tan básico contribuye en gran medida a un mejor aprendizaje de los temas consecuentes.

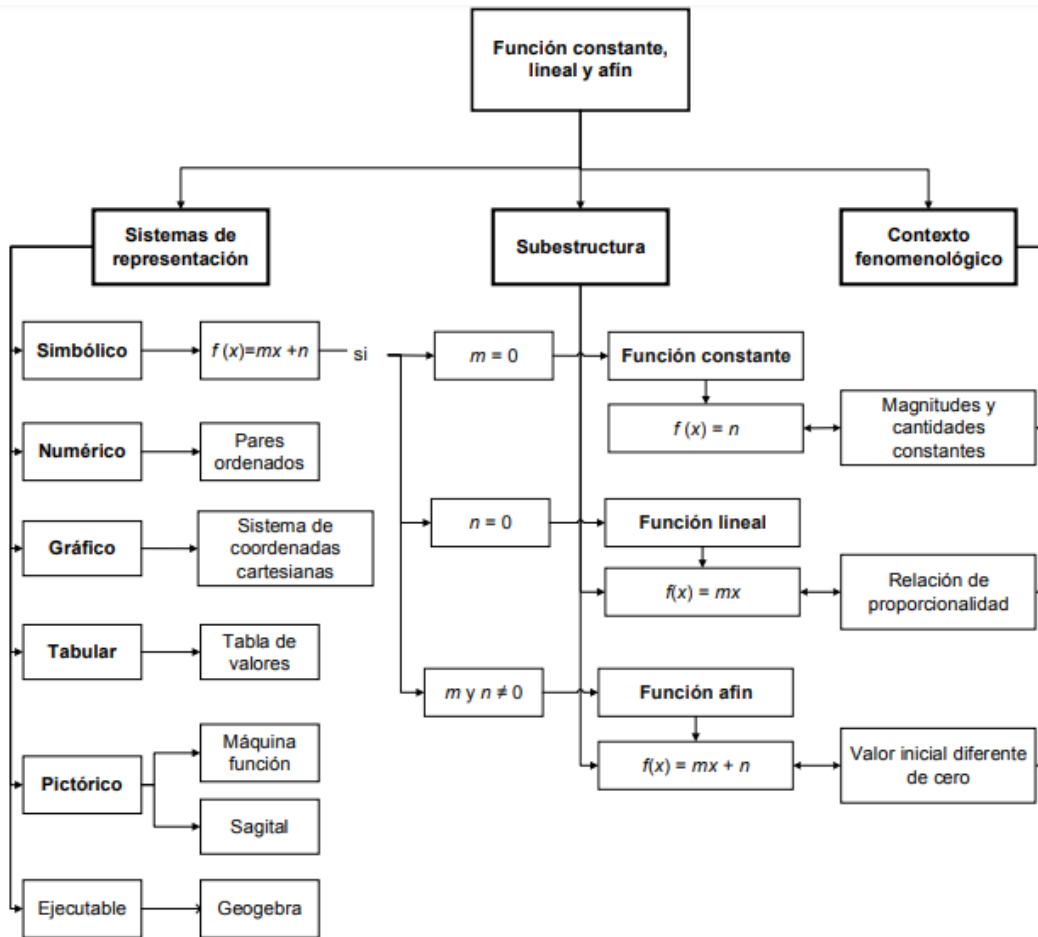


Figura 7. Organizadores del currículo, del análisis de contenido, de la función constante, lineal y afín. Fuente: Barajas et al. 2016.

2.2.1.9 Representación Semiótica

Los objetos matemáticos, ideales por naturaleza, no pueden ser captados directamente por los sentidos, por esto surge la necesidad de representaciones para poder mediar con ellos. Los objetos matemáticos no existen en el mundo físico sino en el mundo de las ideas; para poder interactuar con ellos y comunicar dichas ideas, se deben representar estos objetos. “Un sistema de representación semiótica es entendido como un sistema de signos que tiene como función principal la comunicación” Duval (1999). En el caso de la matemática las representaciones cumplen además otras funciones importantes, como son la mediación con objetos matemáticos y además favorecer el entendimiento.

Según Duval (2004), el aprendizaje de la matemática “es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión” (p. 40). Se podría decir que las representaciones semióticas utilizadas en matemática son todos los signos o gráficos que permiten a un individuo abordar e interactuar con el conocimiento matemático. El individuo las utiliza para registrar y comunicar sus ideas.

En los trabajos de Duval (1992-1999), y de las últimas investigaciones en didáctica de la matemática, se pone en evidencia que el aprendizaje de un concepto se realiza en una forma más efectiva si se trabaja con diferentes representaciones del mismo. Es por ello que dentro de la unidad didáctica diseñada se trabajan diferentes formas de representación del objeto en estudio: La Función Lineal como: expresión algebraica, tabla de valores, gráfica (diagrama sagital, plano cartesiano).

Según Duval (1999), “un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiósis:

- La presencia de una representación identificable.
- El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada...
- La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial...”. Es decir con dos tipos de registros desiguales, con diferentes representaciones.

En la guía número dos de la unidad didáctica, al introducir el concepto de función, se hace énfasis en las diferentes formas de representación, de tal manera que la interacción de los participantes con el objeto matemático sea analizada desde varios tópicos.

En el caso particular de la función lineal, objeto de estudio de la presente investigación, se tiene:

Concepto: **Función Lineal**

Registro semiótico r^1 : **lenguaje algebraico**

Representación semiótica R^1 : $\{(x, y)/y = -6x + 1, x \in R\}$ (escritura conjuntista)

Representación semiótica R^1_2 : $y = f(x): x \rightarrow -6x + 1$ (escritura funcional)

Registro semiótico r^2 : **esquema gráfico**

Representación semiótica R^2_1

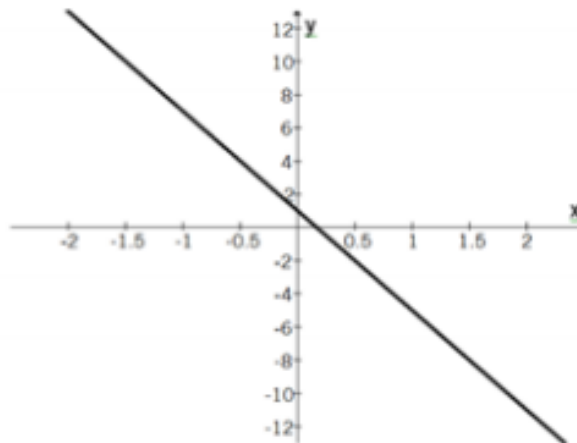


Figura 8: Esquema gráfico Registro semiótico. Fuente: Oviedo et all. (2012).

Registro semiótico r^3 : **lenguaje coloquial**

Representación semiótica R^3_1 : una recta de pendiente -6 y ordenada en el origen 1.

Representación semiótica R^3_2 : a la variable y se le asigna el valor de la variable x multiplicada por -6 y sumado 1.

2.3. Marco legal:

Durante el Foro Mundial sobre la Educación realizado en Dakar (Senegal) en el año 2000 se concluyó que “la educación es un derecho fundamental de los ciudadanos, que contribuye a alcanzar los demás derechos humanos y debe ser impulsada por el Estado...” y se propusieron objetivos como:

“Velar por que sean atendidas las necesidades de aprendizaje de todos los jóvenes y adultos, mediante un acceso equitativo a un aprendizaje adecuado y programas de preparación para la vida activa...”

“Mejorar todos los aspectos cualitativos de la educación, garantizando los parámetros más elevados, para que todos consigan resultados de aprendizaje reconocidos y mensurables, especialmente en lectura, escritura, aritmética y competencias prácticas esenciales...”

Durante la Convención Internacional de los Derechos de las Personas con Discapacidad se planteó un esquema 4-A: “Accesibilidad: promueve la eliminación de todo tipo de exclusión y discriminación, y propone mecanismos de inclusión para las poblaciones tradicionalmente marginadas del derecho a la educación, tales como la accesibilidad material y accesibilidad económica...”

Las normas, leyes y decretos promulgados por el estado colombiano darán fundamento legal a la investigación, se analizaran y se tomaran como base los criterios dados por el Ministerio de

Educación Nacional. Para el estado colombiano es indispensable la incorporación de las TIC en la formación de los estudiantes de las nuevas generaciones.

En el ámbito colombiano la Constitución Política de Colombia, 1991 en su “Artículo 67: La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social, con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura.”

La Ley General de Educación, establece en los siguientes artículos:

“ARTÍCULO 5. Fines de la Educación. De conformidad con el artículo 67 de la constitución Política, la educación se desarrollará atendiendo a los siguientes fines:

La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.

ARTICULO 22. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria. Los cuatro (4) grados subsiguientes de la educación básica que constituyen el ciclo de secundaria, tendrán como objetivos específicos los siguientes:

El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y

relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana...

La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas.

La iniciación en los campos más avanzados de la tecnología moderna y el entrenamiento en disciplinas, procesos y técnicas que le permitan el ejercicio de una función socialmente útil.”

(Ley 115 de febrero 8 de 1994)

Estándares Básicos de competencias en Matemáticas mencionan que “Hace ya varios siglos que la contribución de las matemáticas a los fines de la educación no se pone en duda en ninguna parte del mundo. Ello, en primer lugar, por su papel en la cultura y la sociedad, en aspectos como las artes plásticas, la arquitectura, las grandes obras de ingeniería, la economía y el comercio; en segundo lugar, porque se las ha relacionado siempre con el desarrollo del pensamiento lógico y, finalmente, porque desde el comienzo de la Edad Moderna su conocimiento se ha considerado esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología” (MEN, 2006. P. 1).

3. DISEÑO METODOLOGICO

3.1. Tipo de investigación

Taylor y Bogdan (1984) “El objetivo de la investigación cualitativa es el de proporcionar una metodología de investigación que permita comprender el complejo mundo de la experiencia vivida desde el punto de vista de las personas que la viven”.

La investigación cualitativa es importante para el campo educativo porque se trata de educar para la comprensión, interpretación de la realidad que se expresa en fenómenos, conflictos, problemas e interrogantes en los diferentes ámbitos de la vida del ser humano.

La investigación cualitativa y su hermenéutica como método de conocimiento le aportan a la praxis pedagógica del docente investigador, un instrumento de apropiación de la realidad. La realidad de la “...educación (...) (que) desde la acción comunicativa, debe entenderse como un proceso de interacción y comunicación entre sujetos que poseedores de un acervo cultural, buscan ser reconocidos como tales” (Roa, 1993, pág. 27). Este planteamiento de Habermas se apoya en la interacción maestro – alumno, intercambio de saberes, de cultura, de visiones de mundo. Y representa la concepción más completa, ya que concibe al hombre poseedor de un saber que construye desde la interacción multicultural. Hecho denotado desde los aportes de la investigación cualitativa a la educación. Hoy más que nunca los modelos pedagógicos y los planes curriculares deben nacer de la investigación cualitativa que se haga del entorno en donde habitan los estudiantes. Una necesidad apremiante.

Mertens et all (2005) “La investigación cualitativa es particularmente útil cuando el fenómeno de interés es muy difícil de medir o no se ha medido anteriormente (deficiencias en el conocimiento del problema).” Se utiliza la investigación cualitativa pues el centro de

investigación está conformado por las experiencias de los participantes en torno al proceso de aprendizaje de la función lineal, mostrando resultados individuales; se realiza una descripción detallada acerca del proceso, la cual se apoya en el diario de campo. En los antecedentes se puede verificar que son muy pocos los estudios relacionados con el objeto en estudio, sobre todo a nivel regional.

3.1.1. La Investigación Acción

La investigación acción es vista como una indagación práctica realizada por el profesorado, de forma colaborativa, con la finalidad de mejorar su práctica educativa a través de ciclos de acción y reflexión.

La investigación acción se define como “un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma” (Elliott, 1993). La entiende como una reflexión sobre las acciones humanas y las situaciones sociales vividas por los docentes que tienen como objetivo ampliar el diagnóstico de sus problemas prácticos. Las acciones van encaminadas a modificar la situación una vez que se logre una comprensión más profunda de los problemas.

La investigación acción “es un proceso reflexivo que vincula dinámicamente la investigación, la acción y la formación, realizada por profesionales” (Bartolomé, 1986) La investigación acción será la base para este proceso de investigación debido a que se contribuye a la construcción del conocimiento, gracias a la conducta observable y el comportamiento de las personas que intervienen en el mismo.

Las características de la investigación-acción

- Es **participativa**: Las personas trabajan con la intención de mejorar sus propias prácticas. La investigación sigue una espiral introspectiva: una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión.
- Es **colaborativa**: Se realiza en grupos por las personas implicadas.
- Crea **comunidades autocríticas** de personas que participan y colaboran en todas las fases del proceso de investigación.
- Es un **proceso sistemático de aprendizaje**, orientado a la acción críticamente informada y comprometida.
- **Induce a teorizar** sobre la práctica.
- **Somete a prueba** las prácticas, las ideas y las suposiciones.
- **Implica registrar, recopilar, analizar** nuestros propios juicios, reacciones e impresiones en torno a lo que ocurre; exige llevar un diario personal en el que se registran nuestras reflexiones.
- **Realiza análisis crítico** de las situaciones.
- **Procede progresivamente a cambios** más amplios.
- **Empieza con pequeños ciclos** de planificación, acción, observación y reflexión, avanzando hacia problemas de más envergadura.

Los agentes involucrados en el proceso de investigación son participantes iguales, y deben implicarse en cada una de las fases de la investigación. Requiere una clase de comunicación simétrica, que permite a todos los que participan ser socios de la comunicación en términos de igualdad, y una participación colaborativa en el discurso teórico y práctico es el sello de la investigación-acción.

Propósitos de la Investigación-acción:

- Mejorar y/o transformar la práctica social y/o educativa, a la vez que procura una mejor comprensión de dicha práctica.
- Articular de manera permanente la investigación, la acción y la formación.
- Acercarse a la realidad: vinculando el cambio y el conocimiento.
- Convertir a los prácticos en investigadores.

La investigación-acción educativa según Elliott (1993):

- Se centra en el descubrimiento y resolución de los problemas a los que se enfrenta el docente para llevar a la práctica sus valores educativos.
- Es una práctica reflexiva: Como forma de autoevaluación, la investigación consiste en que el docente evalúe las cualidades de su propio “yo” tal como se manifiestan en sus acciones.
- Integra la teoría en la práctica: Las teorías educativas se consideran como sistemas de valores, ideas y creencias representadas no tanto en forma proposicional como de práctica. El desarrollo de la teoría y la mejora de la práctica se consideran procesos interdependientes.

Elliott (1990) define la investigación acción como “un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma”. La entiende como una reflexión sobre las acciones humanas y las situaciones sociales vividas por el profesorado que tiene como objetivo ampliar la comprensión (diagnóstico) de los docentes de sus problemas prácticos. Las acciones van encaminadas a modificar la situación una vez que se logre una comprensión más profunda de los problemas. La investigación-acción educativa se centra en el descubrimiento y resolución de los problemas a los que se enfrenta el profesorado para llevar a la práctica sus valores educativos.

Supone una reflexión simultánea sobre los medios y los fines. Como fines, los valores educativos se definen por las acciones concretas que selecciona el profesorado como medio para realizarlos. Las actividades de enseñanza constituyen interpretaciones prácticas de los valores. Por lo tanto, al reflexionar sobre la calidad de su enseñanza, el profesorado debe hacerlo sobre los conceptos de valor que la configuran y moldean.

En el modelo de Elliot aparecen las siguientes fases:

- Identificación de una idea general. Descripción e interpretación del problema que hay que investigar.
- Exploración o planteamiento de las hipótesis de acción, como acciones que hay que realizar para cambiar la práctica.
- Construcción del plan de acción. Es el primer paso de la acción que abarca la revisión del problema inicial y las acciones concretas requeridas, la visión de los medios para empezar la acción siguiente, y la planificación de los instrumentos para tener acceso a la información. Hay que prestar atención a:
 - La puesta en marcha del primer pasó en la acción.
 - La evaluación.
 - La revisión del plan general



Figura 8. Investigación Acción Elliot. Fuente: Elaboración Propia.

3.2. Proceso de Investigación

El proceso de investigación se desarrolla mediante la aplicación de una prueba diagnóstica inicial, seguidamente se diseña e implementa una unidad didáctica que trata de la función lineal, sus características y propiedades; se presentan una serie de guías a los participantes para su lectura, análisis y desarrollo de actividades tanto de forma manual y mediante el software GeoGebra, se aplica la primera guía con los participantes, se evalúan los resultados, se reflexiona acerca de los logros y falencias presentadas; basada en estos, se diseña la segunda guía y así sucesivamente, al culminar se aplica una prueba final para verificar los avances de los participantes y así confirmar la pertinencia de la unidad didáctica desarrollada en cuanto al fortalecimiento del pensamiento variacional.

3.3. Población y Muestra

Arias (2006) afirma que la población es “Como el conjunto finito o infinito de elementos con características comunes para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación”. Por lo tanto la población de esta investigación será La Institución Educativa Nuestra Señora de las Angustias (COLNUESA) que es un establecimiento oficial, de carácter mixto; que incluye educación preescolar, básica y media técnica en la modalidad agropecuaria.

La sede A está ubicada en la carrera 5 # 2 – 27 manzana A lote 18 donde funcionan preescolar hasta el grado 5; la sede B está ubicada en la calle 2 # 2 – 31 en el municipio de Labateca en el departamento Norte de Santander; donde funcionan los grados 6 a 11. Dirigida por el Esp. Henry Voltaire Flechas, está integrado por 1 directivos, 5 administrativos, 23 docentes y presta sus servicios a una población de 435 estudiantes. Esta identificada para los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media técnica con NIT: 807005982-8 con el código DANE 154377000207.

Hurtado (2000) considera la muestra como “una porción de la población que se toma para realizar el estudio, la cual se considera representativa de la población”. De acuerdo al autor, en este proceso de investigación participaron los 28 estudiantes del grado noveno de COLNUESA.

Es de aclarar, que todo el cuerpo directivo, administrativo y docente de la institución apoyaron el proceso que se realizó para la Maestría de Educación, pues las enseñanzas obtenidas en este proceso servirán como base para implementar a posteriori en la institución, ayudando tanto al cuerpo docente como a los estudiantes.

EIDADES		SEXO		PROCEDENCIA	
AÑOS	NUMERO	MASCULINO	FEMENINO	RURAL	URBANO
13	4	1	3	2	2
14	20	6	14	4	16
15	2	1	1	1	1
16	2	2	0	1	1
TOTAL	28	10	18	8	20

Tabla 2. Clasificación de la Muestra (Participantes: Edades, Sexo y Procedencia). Fuente: Elaboración Propia.

3.4. Instrumentos para la recolección de la información

Son un conjunto de mecanismos, medios y sistemas de dirigir, recolectar, conservar, reelaborar y transmitir los datos. Son los medios materiales, a través de los cuales se hace posible la obtención y archivo de la información requerida para la investigación, para esta investigación se tuvieron en cuenta los siguientes:

3.4.1. Prueba diagnóstica inicial

Antes de iniciar la etapa del proceso de enseñanza aprendizaje es necesario identificar las carencias, lagunas o errores y los conocimientos previos que poseen los participantes para poder orientar la construcción de la unidad didáctica a implementar.

La prueba diagnóstica que se plantea no se queda exclusivamente en determinar el grado de desarrollo de competencias que han alcanzado los participantes, sino que obliga a proporcionar información rigurosa y válida a todos los agentes educativos para que puedan introducir cambios y mejoras en los aspectos deficitarios, consolidar y reformar

sus fortalezas. La prueba diagnóstica no solo sirve para aportar información sobre los resultados, sino también los procesos y contextos de aprendizaje.

Después de realizar un barrido en las redes de información se decide realizar una selección de preguntas de los cuadernillos de pruebas, ejemplo de preguntas, Saber 9 Matemáticas, ICFES 2012-2015 y se organiza un documento con diez preguntas tipo icfes. Las preguntas seleccionadas se basan en el componente numérico variacional, teniendo en cuenta las diferentes competencias que se deben desarrollar en el mismo; los resultados se mostraran más adelante en el análisis. Ver anexo C.

3.4.2. Diario de campo

Es muy necesario llevar registros y elaborar anotaciones durante los eventos o sucesos vinculados al planteamiento. De no poder hacerlo, la segunda opción es anotar lo más pronto posible después de los hechos. Y como última opción las anotaciones se producen al terminar cada periodo en el campo (al momento de un receso, una mañana un día, como máximo).

El diario de campo por su propia dinámica obliga a la escritura y ésta a la lectura cuidadosa para su perfeccionamiento, por ello coincidimos con Olson (1998), cuando afirma que la importancia de la escritura proviene, no tanto porque sirva como dispositivo mnemónico, sino más bien por su función epistemológica, pues ayuda a recordar lo pensado y también invita a ver lo pensado y lo dicho de una manera diferente.

El diario de campo permite identificar el nivel y desarrollo del sentido crítico a cada participante y le posibilita en áreas de la formación, crear mecanismos o incluir

estrategias que favorezcan el análisis profundo de las situaciones y la toma de posturas, coherentes con el profesionalismo y la ética.

3.4.3. Prueba final

En concordancia con la prueba diagnóstica a fin de comparar los resultados y ver la evolución de los estudiantes, se realiza una selección de preguntas de los cuadernillos de pruebas, ejemplo de preguntas, saber 9 Matemáticas, ICFES 2012-2015 y se organiza un documento con diez preguntas tipo ICFES. Las preguntas seleccionadas se basan en el componente numérico variacional, teniendo en cuenta las diferentes competencias que se deben desarrollar en el mismo. Ver anexo D.

3.4.4. Categorización.

La formulación de categorías para el análisis de la información se realiza con base en la propuesta realizada por Carlson et all (2003); donde propone unas acciones mentales que permiten clasificar a los participantes en un determinado nivel de razonamiento Covariacional; pues facilitan al investigador observar los avances durante las etapas de la implementación de la unidad didáctica, de tal manera que se pueda verificar el logro de los objetivos propuestos; esta información se organizó en la siguiente tabla:

Macro Categorías	Categorías	Subcategorías	Descriptorios
Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Razonamiento	N0 (Nivel Cero)	Reconocimiento de las variables
		N1 (Nivel Uno) Coordinación	AM1 (Acción Mental 1) Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.
		N2 (Nivel Dos) Dirección	AM2 (Acción Mental 2) Coordinación de la dirección de cambio de una variable con los cambios de la otra.
		N3 (Nivel Tres) Coordinación Cuantitativa	AM3 (Acción Mental 3) Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.
		N4 (Nivel Cuatro) Razón promedio	AM4 (Acción Mental 4) Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.
		N5 (Nivel Cinco) Razón Instantánea	AM5 (Acción Mental 5) Coordinación de cambio instantánea de la función, con los cambios continuos en la variable independiente.

Tabla 3. Formulación de Categorías para el Análisis de la Información. Fuente: Carlson et all (2003)

3.5. Validación de los instrumentos

La validación los instrumentos de recolección de información la realizó el director del grupo de investigación EDUMATEST y algunos de los miembros de dicho grupo como expertos en el tema en el cual se está elaborando este trabajo.

3.6. Resultado y discusión

A continuación se presentan los resultados según los objetivos específicos planteados:

Este proyecto de investigación se inicia con una prueba diagnóstica al grado noveno en septiembre del año 2017, se realizaron algunas actividades de intervención con ese grupo durante los meses de octubre y noviembre, sin embargo por diferentes inconvenientes como el paro de maestros, el paro armado de la zona donde se encuentra ubicado el municipio y otros aspectos cuya solución estaba fuera del alcance de la investigadora, se tuvo que abortar el proyecto y tomar esa experiencia como un pilotaje, esto sirvió para reforzar las actividades a realizar con el nuevo grupo durante el año 2018. Aunque se había planteado una secuencia didáctica que constaba de dos unidades, debido a los múltiples inconvenientes presentados durante la etapa de intervención, se decidió tomar solamente la primera unidad didáctica e implementarla.

La trayectoria de aprendizaje a seguir se divide en tres etapas: una etapa inicial que incluye el diagnóstico y las primeras ocho sesiones de intervención donde se desarrollan las dos primeras guías de la unidad didáctica; una etapa intermedia de ocho sesiones donde se desarrollan las guías tres y cuatro, y una etapa final de nueve sesiones, donde se aplican las guías cinco y seis y la evaluación final.

Para el análisis de las actividades realizadas durante la etapa de intervención se realizará la triangulación de la siguiente manera: a partir de la literatura revisada actualizada y pertinente sobre la temática bajo estudio, las actividades realizadas y los hallazgos luego de la aplicación de las diferentes actividades y los instrumentos de recolección utilizados; de igual manera se tendrán en cuenta algunos ejemplos paradigmáticos presentados por los participantes de la investigación. La figura 8 muestra el proceso seguido. Al respecto Cisterna (2005) expresa “es indispensable que el marco teórico no se quede solo como un enmarcamiento bibliográfico, sino que sea otra fuente esencial para el proceso de construcción de conocimiento que toda investigación debe aportar” (p. 69).

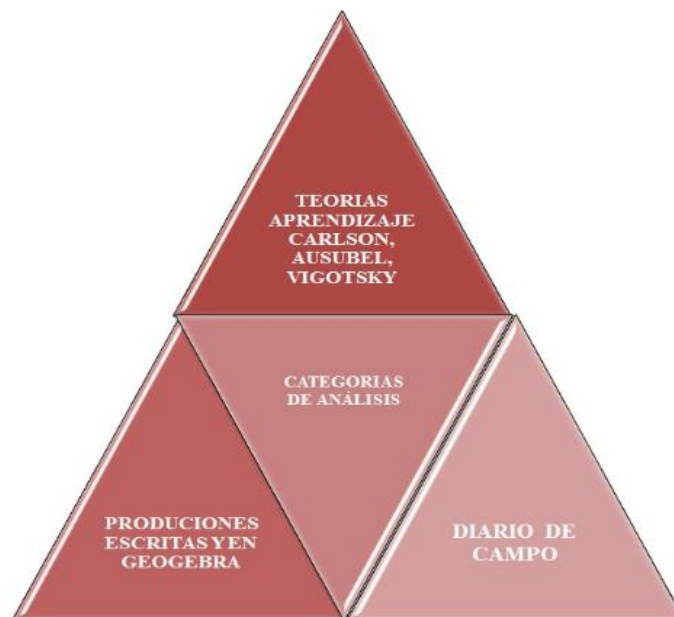


Figura 9. Triangulación. Fuente Elaboración Propia. 2018. Fuente: Elaboración Propia.

En la tabla 4 se presenta la relación entre la teoría, los hallazgos y el análisis, producto de la triangulación realizada.

TEORIA	HALLAZGOS	ANALISIS
<p>Escamilla. (1995) “La unidad didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumnado, medio sociocultural y familiar, Proyecto Curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso” (p 39).</p>	<p>La aplicación de la unidad didáctica fue llamativa para los estudiantes ya que por lo general reciben una educación tradicional, donde el profesor es el que habla, explica y evalúa, mientras que la unidad didáctica presentó de una manera motivadora el aprendizaje; Se propusieron actividades donde se vio el trabajo colaborativo, participativo y manipulación del software. El docente orienta y acompaña el proceso. Su nuevo aprendizaje se llevó a la práctica, en los computadores de la institución educativa donde desarrollaron el saber, el saber hacer y el ser, se pudo observar el avance entre los diferentes niveles de razonamiento, de esta manera el aprendizaje fue más significativo. .</p>	<p>Se puede deducir que la unidad didáctica desarrollada y aplicada fue muy acertada, pues los estudiantes mostraron interés y agrado en su desarrollo, lo cual relaciona lo que expresa el citado autor sobre la organización de los conocimientos, experiencias y la contextualización del proceso de aprendizaje.</p>
<p>El aprendizaje significativo “es un tipo de aprendizaje en el que el estudiante relaciona la información nueva con la que ya posee; reajustando y reconstruyendo ambas informaciones en este proceso. Dicho de otro modo, la estructura de los conocimientos previos condiciona los nuevos conocimientos y experiencias, y estos, a su vez, modifican y reestructuran aquellos. El aprendizaje significativo ocurre cuando la información nueva se conecta con un concepto relevante ya existente en la estructura cognitiva; a su vez el nuevo conocimiento transforma la estructura cognitiva potenciando los esquemas cognitivos que posibilitan la adquisición de nuevos conocimientos. Además el aprendizaje significativo de acuerdo con la práctica docente se manifiesta de diferentes maneras y conforme al contexto del alumno, a los tipos de experiencias de cada uno y a la forma en que las relacione” (Ausubel, 1968).</p>	<p>Se motivó a los estudiantes hacia un nuevo aprendizaje, partiendo de sus saberes previos, permitiendo al docente tener un conocimiento de ellos, para su respectiva orientación y acompañamiento.</p> <p>La secuencia que se dio a las guías fue clave, pues permitió ir llevando a la mayoría de los participantes de tal manera, que fueron avanzando de un nivel de razonamiento a otro de forma muy natural, desde el nivel cero (N0) hasta el nivel cuatro (N4); para lograr el cumplimiento de los objetivos propuestos.</p> <p>El trabajo colaborativo fue esencial pues durante el desarrollo de las actividades se permitió el trabajo en equipo, fortaleciendo su proceso.</p>	<p>El proceso aprendizaje aplicado en la unidad didáctica mostró en los estudiantes un discernimiento dinámico, colaborativo y constructivo que por medio de la comparación entre lo realizado manualmente y en el software se pudo contrastar y complementar la información nueva que se presentó, llegando de esta manera a un nuevo conocimiento.</p>
<p>Según Vigotsky (1896-1934), “el papel de los adultos o de los compañeros más avanzados es el de apoyo, dirección y organización del aprendizaje del menor, en el paso previo a que él pueda ser capaz de dominar esas facetas, habiendo interiorizado las estructuras conductuales y cognoscitivas que la actividad exige. Esta orientación resulta más efectiva para ofrecer una ayuda a los pequeños para que crucen la zona de desarrollo proximal (ZDP), que podríamos entender como la brecha entre lo que son capaces de hacer y todavía no pueden conseguir por sí solos”.</p>	<p>Las actividades que realizaron los participantes fueron teórico prácticas, se desarrollaron en la sala de informática de la institución Educativa, haciendo uso de las herramientas tecnológicas; la observación, indagación y exploración de las mismas, dando cumplimiento a lo propuesto en las guías, motivaron a los participantes su curiosidad por descubrir y aprender algo nuevo. El papel que cumplió el docente es de orientar y hacer seguimiento al trabajo realizado.</p>	<p>Las actividades propuestas en la unidad didáctica se puede afirmar que fueron pertinentes, se hizo la integración de la teoría con la práctica para que el aprendizaje fuera más dinámico y motivara a descubrir cosas nuevas. Lo propuesto anteriormente hace relevancia a lo citado por el autor donde considera que los estudiantes deben aprender a través de un descubrimiento guiado.</p>

<p>Según la definición de Carlson, “El Razonamiento Covariacional son las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra” (1998). Se presentan una serie de acciones mentales, las cuales permiten clasificar a los participantes en un determinado nivel de razonamiento Covariacional</p>	<p>Durante el desarrollo de la unidad didáctica se pudo observar que la mayoría de los participantes realizaron las actividades para el desarrollo del pensamiento covariacional, así:</p> <p>En la guía uno, podemos ubicarlos en el nivel cero ($N0$) de razonamiento, pues “reconocen las variables” x e y en el plano cartesiano, dado que pueden ubicar puntos correctamente en un sistema de coordenadas cartesianas.</p> <p>En la guía dos los participantes alcanzaron un mejor nivel de razonamiento, “Coordinan el valor de una variable con los cambios en la otra”, lo cual corresponde a la acción mental uno ($AM1$) y por ello los podemos ubicar en el nivel uno ($N1$). Identificando funciones a través de representaciones, como tablas, gráficas y expresiones algebraicas.</p> <p>En la guía tres, “Coordinación de la dirección de cambio de una variable con los cambios de la otra”, lo que corresponde a la acción mental dos ($AM2$) y se pueden clasificar en el nivel dos ($N2$) de razonamiento. Asimilación del concepto de pendiente de la recta.</p> <p>En la guía número cuatro los participantes realizaron las actividades propuestas con gran dominio tanto de forma manual como en la herramienta Geogebra, relacionaron los diferentes datos de las situaciones planteadas y sustentaron correctamente sus afirmaciones; de esta manera podemos observar que hay “coordinaron la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra”, lo que corresponde a la acción mental tres ($AM3$), demostrando así que han alcanzado el nivel de razonamiento esperado, por ello se clasifican en el nivel tres ($N3$).</p> <p>En las guías cinco y seis la mayoría de los participantes presenta buena “coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada”, lo cual corresponde a la acción mental cuatro ($AM4$), por este motivo se pueden ubicar estos participantes en el nivel cuatro de razonamiento ($N4$).</p>	<p>La planeación, el diseño y la estructuración de la unidad didáctica, debido a la secuencia que se dio a las guías fue clave, ya que permitió ir llevando a la mayoría de los participantes de tal manera, que fueron avanzando de un nivel de razonamiento a otro de forma muy natural, pues al iniciar la intervención se observó que la mayoría de los participantes no alcanzaban siquiera el nivel cero ($N0$) de razonamiento y con la guía número seis se verificó que la mayoría de los participantes pudieron llegar hasta el nivel de razonamiento cuatro ($N4$), de esta manera se pudo verificar el cumplimiento de los objetivos propuestos.</p>
<p>Borba y Villarreal (2005) señalan que los medios empleados para comunicar, representar y producir ideas matemáticas, condicionan el tipo de matemáticas que son construidas y el tipo de pensamiento a ser desarrollado en esos procesos.</p> <p>Para Borba y Villarreal (2005) “la experimentación-con-tecnología, aunado con la modelación se convierte en un ambiente en el que se promueve la formulación de conjeturas, su discusión y prueba”.</p>	<p>Luego de haber trabajado secuencialmente con conceptos fundamentales, la función y los componentes de la función lineal como son la pendiente, la gráfica, la ecuación general y canónica, se pudo observar que el modelo matemático lineal planteado por la gran mayoría de los participantes se presenta como una expresión algebraica correcta y se ajusta perfectamente a las situaciones problema planteadas, esto lo corroboraron los mismos participantes al realizar las actividades en Geogebra, observando la gráfica y en la vista aritmética, pues allí pueden cambiar la ecuación de la recta de forma general a canónica y viceversa.</p>	<p>La inclusión de la tecnología fue muy positiva, pues fue evidente la facilidad que poseen los participantes en su manejo, la forma en que después de una corta introducción, tutoría y exploración, se apropiaron de muchos de los elementos y herramientas del software GeoGebra, pudieron comparar las situaciones que se hicieron de manera manual y de esta forma hacer más significativo su aprendizaje, pues podían dedicar más tiempo al análisis y no a otros aspectos que dispersaban su atención; de igual forma esto contribuyó al fortalecimiento del aprendizaje autónomo por parte de los mismos.</p>

Tabla 4. Relación entre la teoría, los hallazgos y análisis. Fuente Elaboración Propia.

Resultados Prueba Diagnóstica:

La prueba diagnóstica fue aplicada a 27 de los 28 participantes que conforman el grupo de investigación, se puede observar que los estudiantes tienen un buen nivel en cuanto a la mayoría de las competencias matemáticas evaluadas, como planeamiento y resolución de problemas, comunicación, representación y modelación; (nivel alto y superior 51.85%) por ello podemos afirmar que los estudiantes en gran medida pueden resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales, interpretar tendencias que se presentan en una situación de variación, establecer relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas; en un nivel medio (Básico 25.93%) están en capacidad de identificar características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan, resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos; sin embargo presentan un bajo nivel en la competencia razonamiento (Insuficiente 22.22%), lo cual indica que tienen dificultades para reconocer las propiedades y las relaciones de los números reales; este análisis nos da un punto de partida y las suficientes herramientas para iniciar un trabajo consciente sobre cuáles son los principales temas a trabajar en la unidad didáctica a desarrollar.



Figura 10. Resultados prueba diagnóstica. Elaboración Propia.

Resultados Unidad Didáctica:

La presentación de las guías que conforman la unidad didáctica fueron estructuradas teniendo en cuenta el programa todos a aprender y los referentes de calidad como son los Estándares Básicos de Aprendizaje, Derechos Básicos de Aprendizaje, matriz de Referencia y Orientaciones Pedagógicas del Área de Matemáticas del grado noveno, emanados por el Ministerio d Educación Nacional.

Cada una de las Guías se divide en tres momentos pedagógicos distribuida así:

Exploremos: En esta fase se sensibiliza y reconocen los saberes previos de los participantes y se motivan hacia un nuevo aprendizaje.

Estructuremos: Construcción de conceptos con los estudiantes.

Practiquemos: Son acciones de aprendizaje, donde se proponen actividades concretas a través de las cuales los participantes pueden alcanzar los aprendizajes que se han propuesto.

La guía número uno trataba de los conceptos fundamentales previos necesarios para abordar el tema central que era la función lineal; estos fueron el par ordenado y el plano cartesiano, para que los participantes se motivaran, en el exploremos se desarrolló el juego de “la batalla naval”, como se contaba con la participación de todo el grupo se dividieron en dos equipos y se nombraron dos capitanes (E7 y E16), quienes ordenaban los disparos; dos escribidores, uno por cada equipo, quienes llevaban el registro de los disparos realizados y recibidos (E13 y E22), cada capitán iba indicando cual estudiante realizaba el disparo contra del otro equipo, el estudiante debía dar la coordenada del disparo, teniendo en cuenta que la coordenadas de x eran números y las de y eran letras, los disparos mal realizados, es decir, quienes decían primero la letra y luego el número eran anulados; el juego finalizó cuando uno de los dos equipos derrotara al otro, hundiendo toda la flota. El juego como estrategia pedagógica introductoria motivó a los

participantes. Aclaró ciertas dudas que ellos tenían acerca del tema y afianzó los conocimientos necesarios para el trabajo a desarrollar más adelante en la guía; por ejemplo la confusión entre las componentes del punto algunos participantes nombran primero la ordenada y luego la abscisa, con la utilización de las letras ellos se daban cuenta que lo estaban haciendo mal y entre ellos mismos se corregían.



Figura 11. Guía 1. Desarrollo Juego Batalla Naval. Fuente: Elaboración propia.

Para continuar la sesión cada participante entró a su perfil en la plataforma Edmodo, donde con anterioridad la docente había subido la guía como archivo adjunto a una asignación, se abría o descargaba la guía; se hace de forma grupal la lectura comprensiva del estructuemos, analizando los conceptos y ejemplos de los temas propuestos en la guía, y aclarando las dudas en cada uno de los participantes.

A pesar del juego inicial y los ejemplos dados, algunos participantes continuaban cometiendo errores al ubicar los puntos en el plano cartesiano:

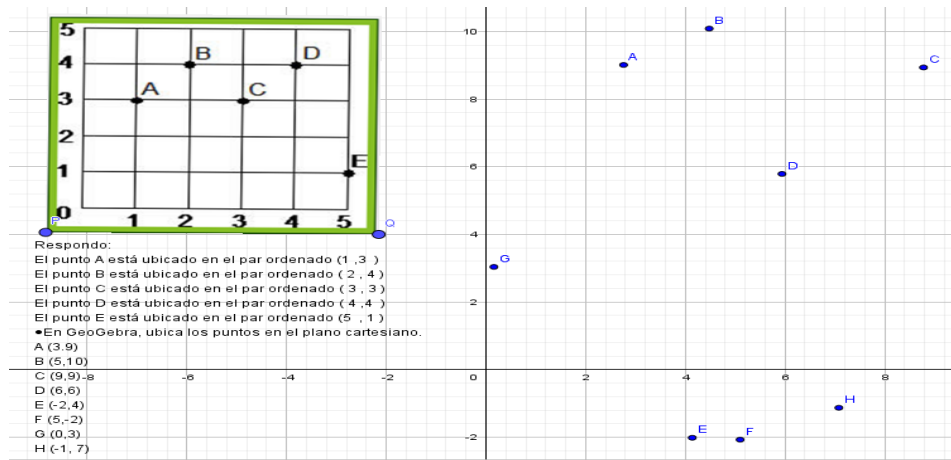


Figura 12. Actividad en GeoGebra (Guía 1. Participante E20)

El participante E20, por ejemplo, a pesar de que los números que componen el punto son enteros, los ubica como si fueran racionales, además ubica las componentes de forma inadecuada, confunde la abscisa con la ordenada. Por esto no se puede clasificar ni en el nivel de razonamiento N0, además esto va a causar dificultades más adelante para graficar funciones lineales.

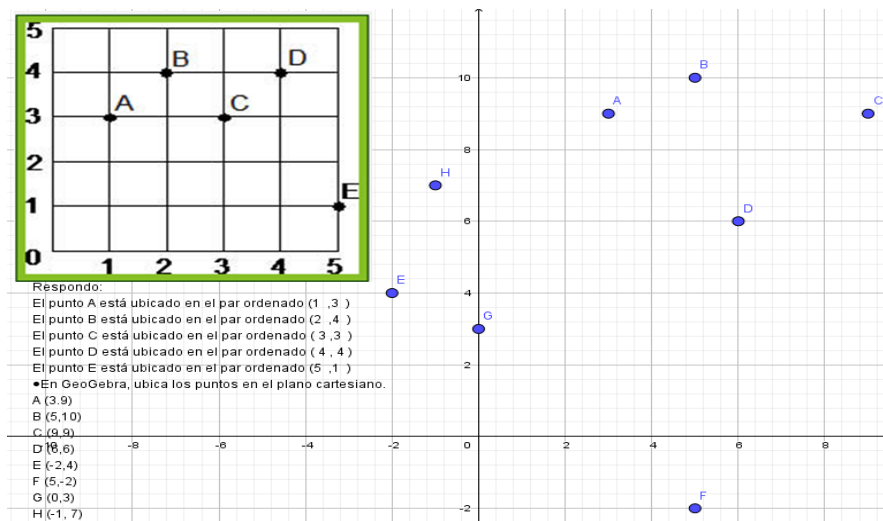


Figura 13. Actividad en GeoGebra (Guía 1. Participante E14)

El participante E14, al igual que la mayoría de los participantes realizó los ejercicios de forma correcta, teniendo en cuenta las indicaciones dadas; por lo cual podemos ubicarlos en el nivel cero (*N0*) de razonamiento, pues reconocen las variables x e y en el plano cartesiano, aspecto que les va a favorecer más adelante para graficar funciones lineales.

La guía número dos tenía por objeto que los participantes lograran entender por medio de Geogebra el concepto de función a través de representaciones, como tablas, gráficas y expresiones algebraicas. Es por ello que en el exploremos se introducen los conceptos previos como son el de variable, variable independiente, dependiente y distancia entre dos puntos, para poder transitar al concepto de función. Al hacer explícitos los conceptos previos, se trató de usar un lenguaje sencillo para la mejor comprensión por parte de los participantes, ya que es importante que ellos se familiaricen con la terminología, puesto que poseían la idea intuitiva de los mismos. Además son necesarios para su aplicación durante el desarrollo de la guía.

Una de las mayores dificultades presentadas por una gran parte de los participantes fue el paso de lenguaje formal a lenguaje algebraico, el manejo de las expresiones algebraicas y la notación de función; sin embargo, al ir desarrollando las actividades los estudiantes se fueron familiarizando con dicho lenguaje y asimilándolo de una manera más sencilla.

Otro inconveniente fue el poco conocimiento geométrico, ya que se usaron varios conceptos relacionados con geometría euclidiana, áreas y perímetros, los cuales no eran muy recordados por los participantes, estos fueron superados poco a poco mediante el trabajo colaborativo y el apoyo de la docente investigadora mediante diferentes actividades.

Fue importante que los estudiantes tengan claridad en las diferentes formas de representar las funciones porque ello ayuda a formar un mejor concepto de ellas, entre más sentidos intervengan en el aprendizaje, este se va a arraigar mejor en la mente de los estudiantes.

Además de realizar los dos primeros ítems del taller en Geogebra, por iniciativa propia, aprovecharon la herramienta para hacer diferentes figuras geométricas y calcular el valor de cada uno de sus lados:

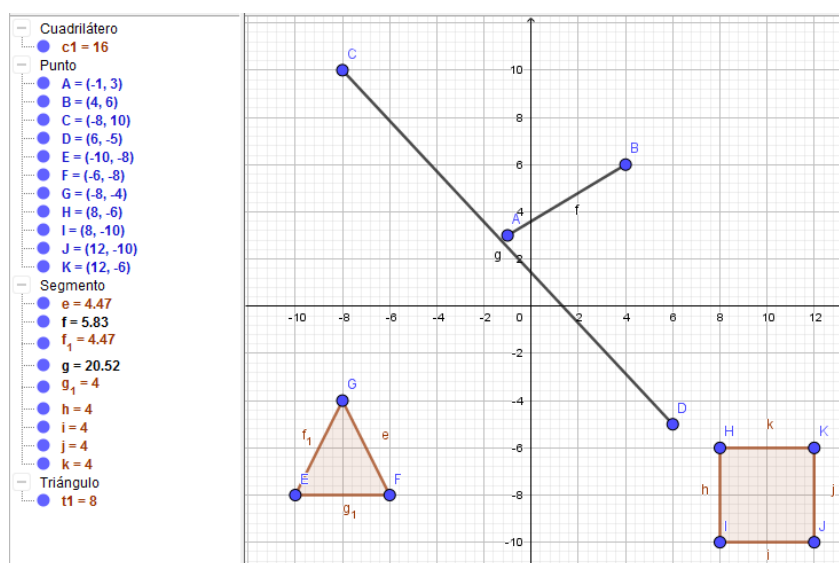


Figura 14. Actividad en Geogebra (Guía 2. Participante E16)

De acuerdo a las producciones escritas se pudo observar que gran parte de los participantes pudieron pasar las afirmaciones dadas al lenguaje algebraico y usaron las ecuaciones de forma correcta, por ejemplo en el ejercicio 3 A, dando valores a la variable independiente, tomando la altura fija, reemplazando y operando para hallar los valores correspondientes a la variable dependiente para realizar la tabla de valores, como se puede observar en el trabajo del participante E13.

b	A
2	5
3	4.5
4	10
5	12.5

Figura 15. Actividad en el cuaderno (Guía 2. Participante E13)

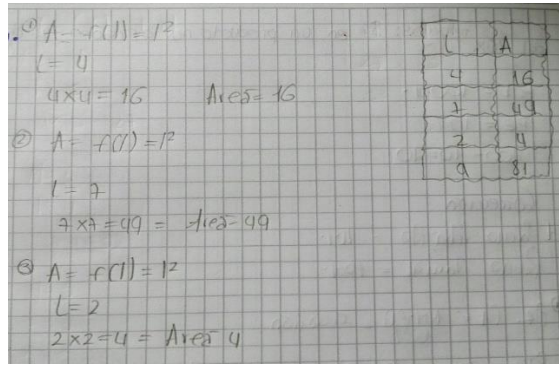
De igual forma al proponer un ejercicio escrito de forma funcional los participantes estuvieron en capacidad de elaborar la tabla de valores, como se observa en el trabajo realizado por el participante E1.

x	f(x) = 2x + 1	x	f(x) = 4x - 2
5	2(5) = 10 + 1 = 11	2	3(2) = 6 - 2 = 4
3	2(3) = 6 + 1 = 7	3	4(3) = 12 - 2 = 10
8	2(8) = 16 + 1 = 17	6	3(6) = 18 - 2 = 16
9	4(9) = 36 + 1 = 37	9	6(9) = 24 - 2 = 22
10	2(10) = 20 + 1 = 21	9	3(9) = 27 - 2 = 25

Figura 16. Actividad en el cuaderno (Guía 2. Participante E1)

Esto nos permitió ver que los participantes alcanzaron un mejor nivel de razonamiento, Coordinan el valor de una variable con los cambios en la otra, lo cual corresponde a la acción mental uno (*AMI*) y por ello los podemos ubicar en el nivel uno (*NI*).

No obstante, algunos pocos estudiantes (Como por ejemplo el participante E18) tomaron el valor de la base y la altura como variables independientes, les dieron el mismo valor y operaron de la siguiente manera:



$A = f(l) = l^2$
 $l = 4$
 $4 \times 4 = 16$ $\text{Área} = 16$

$A = f(l) = l^2$
 $l = 7$
 $7 \times 7 = 49$ $\text{Área} = 49$

$A = f(l) = l^2$
 $l = 2$
 $2 \times 2 = 4$ $\text{Área} = 4$

l	A
4	16
7	49
2	4
9	81

Figura 17. Actividad en el cuaderno (Guía 2. Participante E18)

Y al comparar su trabajo con el de sus compañeros se dieron cuenta del error, lo corrigieron y continuaron desarrollando los ejercicios propuestos, alcanzando de esta manera el nivel de razonamiento esperado.

La guía tres tenía por objeto estimular a los estudiantes a que dedujeran el concepto de pendiente de una recta mediante Geogebra, calcularla de forma manual y comparar los resultados. En el exploremos se introdujeron los conceptos previos como son el de crecimiento y decrecimiento y su aplicación en el concepto de función lineal.

Afianzar los conocimientos previos que poseen los participantes dinamiza el proceso de aprendizaje, pues permite que los nuevos conceptos sean asimilados más fácilmente. Los ejemplos dados fueron bastante claros y pudieron orientar a los participantes en las actividades propuestas, la mayoría de ellos analizó de forma correcta los enunciados, propusieron las soluciones y las discutieron entre los grupos de trabajo.

Cada participante desarrolla en Geogebra y en el cuaderno las actividades propuestas en el practiquemos, teniendo en cuenta lo aprendido durante el desarrollo de la guía, mientras los participantes trabajan van dialogando entre ellos, también realizan preguntas y las dudas son

resueltas entre ellos mismos y por la docente investigadora, al finalizar cada uno guarda el archivo y lo envía como adjunto en la asignación propuesta en la plataforma Edmodo.

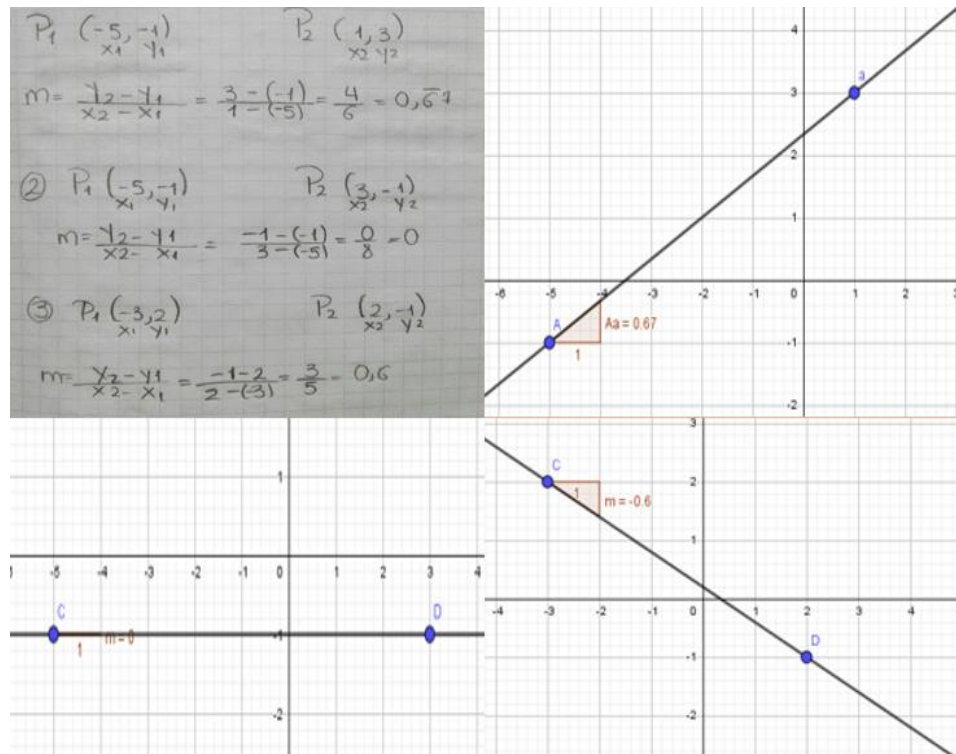


Figura 18. Actividad en el cuaderno y en Geogebra (Guía 3. Varios participantes)

Hallaron las pendientes de las rectas con dos puntos dados, primero hicieron el procedimiento en el cuaderno, obtuvieron un número, pero no llegaron al concepto de forma definitiva, luego lo hicieron en Geogebra, al hacer las gráficas y observar la pendiente en ellas y compararlas se dieron cuenta de lo que realmente representan.

Los pocos participantes que tuvieron inconvenientes fue por errores aritméticos, falta de manejo de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación, división) al igual que problemas con los signos de las operaciones y los números (especialmente los números negativos), se dio la opción de usar la calculadora del computador para corregir las operaciones.

Es por ello que se pudo observar que la mayoría de los participantes cumplieron el indicador propuesto, Coordinación de la dirección de cambio de una variable con los cambios de la otra, lo que corresponde a la acción mental dos (*AM2*) y se pueden clasificar en el nivel dos (*N2*) de razonamiento, que era el esperado.

La guía número cuatro pretendía que los estudiantes lograran analizar la importancia de las gráficas de una función lineal y sus características; para ello en el exploremos se introdujeron los conceptos previos a través de una lectura sobre la importancia de la gráfica de una función lineal, junto con un ejemplo de la vida cotidiana y su aplicación en diferentes ramas del saber. La introducción de la clase ayuda a clarificar el tema central de la sesión en los participantes, se retomaron los temas anteriores de forma breve para la estructuración continua de los conceptos de una forma lógica, respecto al objeto matemático en estudio.

Los participantes debían pasar los enunciados propuestos a lenguaje matemático, es decir, plantear las ecuaciones para poder tabular y graficar, inicialmente lo hacen en el cuaderno, de la siguiente manera:

1. (a) rebatir: Si en un producto nos ofrecen un descuento del 10%, pagaremos el 90% del precio original.

Precio rebatido (PR)
Precio Inicial (PI)

$$PI = 5$$

$$PR = \frac{10\% (5)}{100} = 5 - 0,5 = 4,5$$

$$PR = \frac{-10\% (PI)}{100\%}$$

PI	PR
5	4,5
3	2,7
6	5,4
3	2,7

$$PI = 3$$

$$PR = \frac{10\% (3)}{100} = 3 - 0,3 = 2,7$$

$$PR = \frac{-10\% (PI)}{100\%}$$

$$PI = 3$$

$$PR = \frac{10\% (3)}{100} = 3 - 0,3 = 2,7$$

$$PR = \frac{10\% (PI)}{100\%}$$

$$PI = 6$$

$$PR = \frac{10\% (6)}{100} = 6 - 0,6 = 5,4 \quad PR = \frac{10\% (PI)}{100\%}$$

Figura 19. Actividad en el cuaderno (Guía 4. Participante E26)

Para poder llegar a la ecuación tuvieron que hacerlo primero con algunos casos particulares, con los cuales elaboraron la tabla de valores por ejemplo lo realizado por el participante E26.

Para llevarlos a Geogebra y poder graficar así como lo realizado por el participante E19:

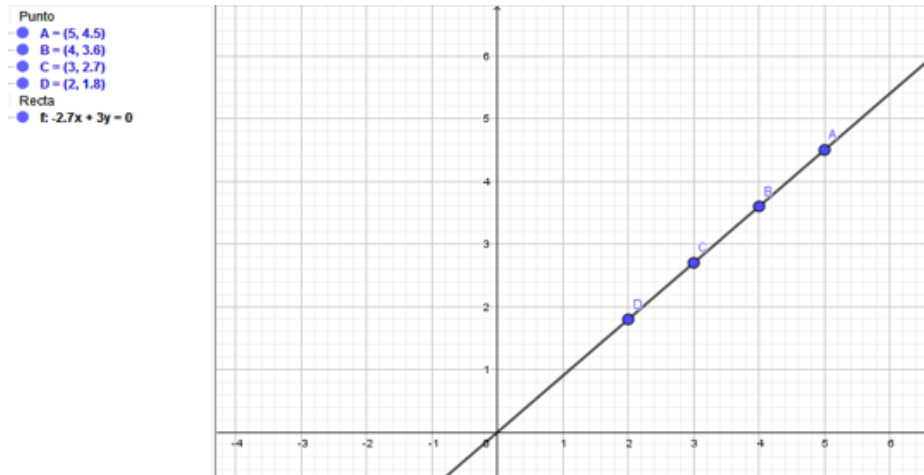


Figura 20. Actividad en Geogebra (Guía 4. Participante E19)

En otro ejercicio propuesto fue más sencillo pues se tomó una figura geométrica, un tema bastante familiar para la mayoría de los participantes, se relacionaba el lado con el área, se realizó la tabla de valores como se observa en la imagen:

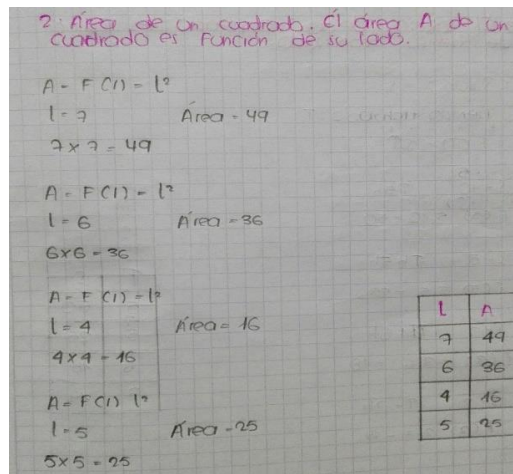


Figura 21. Actividad en el cuaderno. (Guía 4. Participante E26)

Luego se llevaron los valores a Geogebra y se realizaron las gráficas, como lo hizo la mayoría de los participantes, un ejemplo es lo hecho por el participante E1:

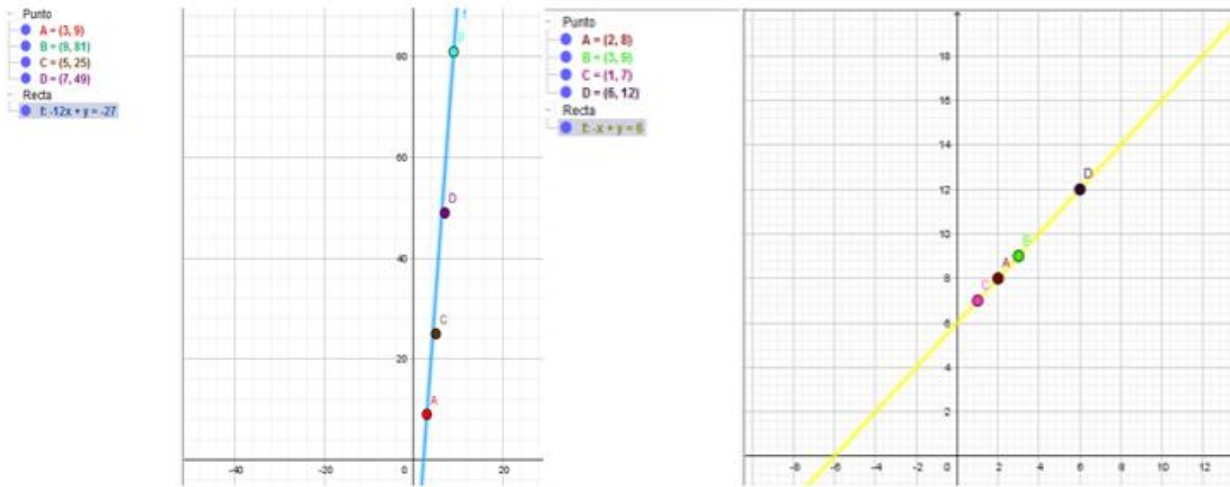


Figura 22. Actividad en Geogebra (Guía 4. Participante E1)

La mayoría de los participantes realizaron las actividades propuestas con gran dominio tanto de forma manual como en la herramienta Geogebra, relacionaron los diferentes datos de las situaciones planteadas y sustentaron correctamente sus afirmaciones; de esta manera podemos observar que coordinaron la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra, lo que corresponde a la acción mental tres (**AM3**), demostrando así que han alcanzado el nivel de razonamiento esperado, por ello se clasifican en el nivel tres (**N3**).

La guía número cinco tenía como fin que los participantes logaran determinar la ecuación de una recta, dados dos parámetros, dos puntos o un punto y la pendiente, usando Geogebra, para ello en el exploremos se encuadran los conceptos previos y se dan ejemplos cotidianos que permiten guiar a los participantes hacia la consecución de un modelo lineal con base en parámetros dados. La introducción de la clase ayudó a clarificar el tema central de la guía en los participantes, se retoman los temas anteriores de forma breve para la estructuración continua de los conceptos de una forma lógica, respecto al objeto matemático en estudio, la función lineal.

Los estudiantes organizados por grupos desarrollan la actividad, modelando la función lineal, el docente media el proceso de aprendizaje absolviendo las dudas de los estudiantes y cotejando los resultados. Luego, induce a los participantes a modelar la forma general y canónica de la función lineal, mediante el uso de ejemplos de la vida cotidiana se contribuye a una mayor comprensión del tema por parte de los participantes, luego de haber recibido las aclaraciones por parte de la docente investigadora sobre las diferentes formas de la ecuación de la recta.

Se inicia el desarrollo de las actividades primero en el cuaderno, como por ejemplo lo realizado por el participante E11 y la mayoría de los participantes, halla de forma correcta la ecuación canónica de la recta, usando los diferentes parámetros dados, por ejemplo la pendiente y un punto; o dos puntos que pertenecen a la recta, así:

a. $P_1 = (3, -2)$ $m = -2$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-2) = -2(x - 3)$$

$$y - (-2) = -2x + 6$$

$$y = -2x + 6 - 2$$

$$y = -2x + 4$$

b. $P_2 = (-7, 5)$ $m = 3$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = 3(x - (-7))$$

$$y - 5 = 3x + 21$$

$$y = 3x + 21 + 5$$

$$y = 3x + 26$$

c. $P_3 = (\frac{2}{5}, 5)$ $m = \frac{3}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{3}{2}(x - \frac{2}{5})$$

$$y - 5 = \frac{3}{2}x - \frac{6}{10}$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{6}{10} + 5$$

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{16}{5}$$

Figura 23. Actividad en el cuaderno (Guía 5. Participante E11)

Después de haber realizado la actividad en el cuaderno, los participantes van a Geogebra y trazan las gráficas con los parámetros dados y hallan la pendiente y la ecuación y comparan los resultados, así:

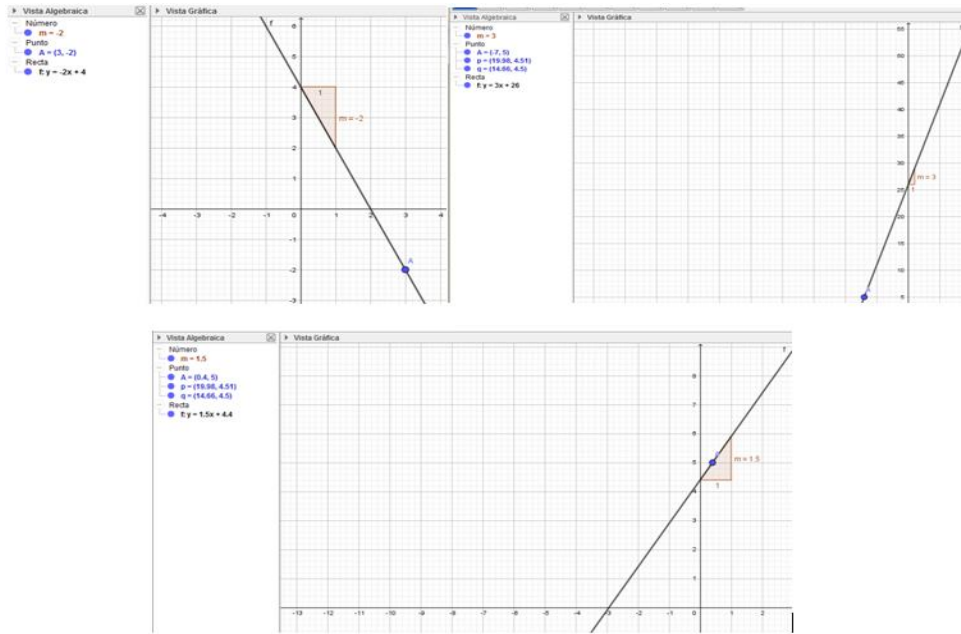


Figura 24. Actividad en Geogebra (Guía 5. Participante E11)

En el siguiente ejercicio se propone el proceso inverso, dando la ecuación general de la recta y hallar los parámetros, la pendiente y por los menos dos puntos de la recta, este proceso lo realizaron más fácilmente, apoyándose en los aprendizajes adquiridos durante el desarrollo de las guías anteriores; la gran mayoría de los participantes lo hicieron de forma correcta, como por ejemplo lo realizado por el participante E24:

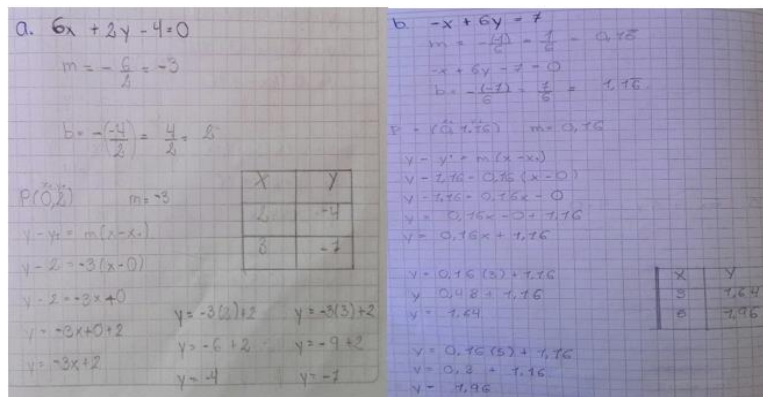


Figura 25. Actividad en el cuaderno (Guía 5. Participante E24)

Luego se realiza en Geogebra la actividad nuevamente y se comparan resultados:

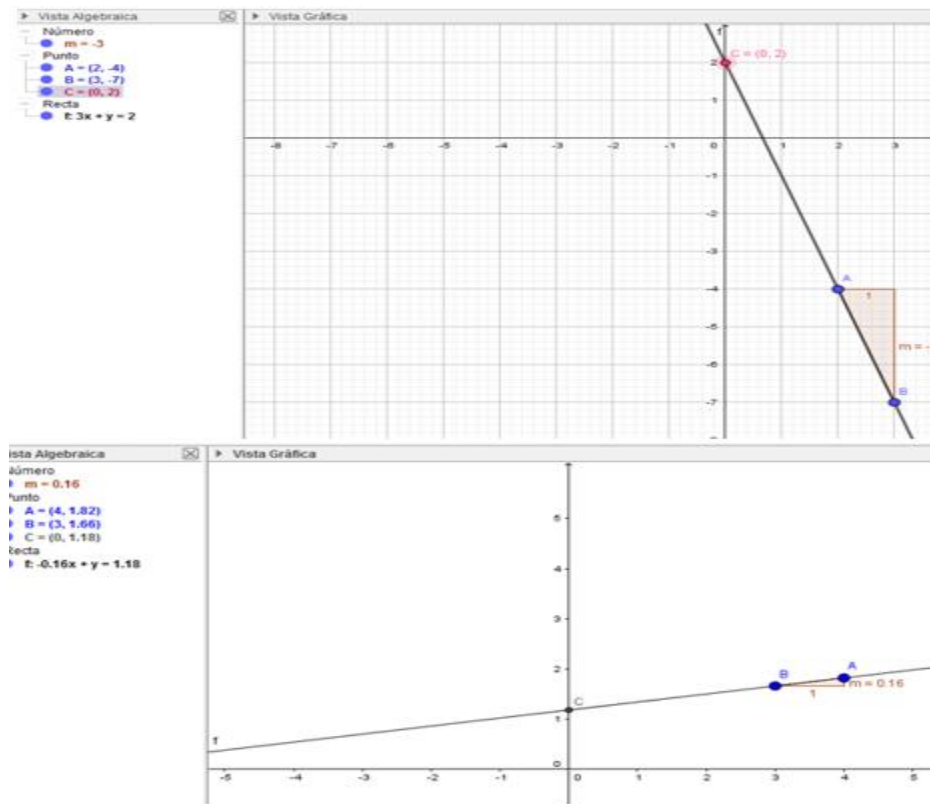


Figura 26. Actividad en Geogebra (Guía 5. Participante E24)

El modelo matemático lineal planteado por la gran mayoría de los participantes se presenta como una expresión algebraica correcta y se ajusta perfectamente a las situaciones problema planteadas, esto lo corroboraron los mismos participantes al realizar las actividades en Geogebra, observando la gráfica y en la vista aritmética, pues allí pueden cambiar la ecuación de la recta de forma general a canónica y viceversa.

Solo en algunos pocos casos, el modelo matemático lineal planteado por algunos participantes no se ajusta a las situaciones problema planteadas y/o no tiene forma de expresión algebraica, pero con la colaboración de estudiantes más aventajados pudieron llegar al objetivo propuesto.

Después de haber realizado la comparación entre las actividades realizadas de forma manual en el cuaderno y en Geogebra los estudiantes sacaron algunas conclusiones:

- El trabajo que realizamos en el cuaderno debía coincidir con las pendientes realizadas en el programa Geogebra.
- Realizar estas pendientes en el programa de Geogebra es más rápido, eficiente que realizarlo a mano y se da exactamente.
- El programa de Geogebra es bastante eficiente y muy fácil de manejar, en cuanto se habla de pendientes, es algo que se debería aplicar cotidianamente porque aparte de ser fácil de manejar es exacto con lo que se requiere.
- Algunos resultados que tenía en el cuaderno en fraccionario, en Geogebra aparecían en decimal, ya que allí se dividían o se simplificaban.
- Puedo ver que Geogebra es muy importante ya que allí podemos hallar pendientes de líneas rectas y muchas cosas más.
- Puedo concluir que Geogebra es una herramienta muy importante porque tiene la capacidad de facilitarnos algunos trabajos, sobre todo en matemática.

Después de finalizada la actividad se pudo observar que la mayoría de los participantes presentan buena coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada, lo cual corresponde a la acción mental cuatro (**AM4**), por este motivo se pueden ubicar estos participantes en el nivel cuatro de razonamiento (**N4**).

La guía seis tenía como fin comparar las expresiones gráficas y analíticas de dos funciones lineales para establecer la relación existente entre ellas; por esto en el exploremos se introducen

los conceptos previos como rectas secantes, paralelas, perpendiculares, mediante la observación de ejemplos cotidianos.

El participante debe poseer los conocimientos previos pertinentes que le permitan enfrentar la construcción del nuevo aprendizaje, es por esto que siempre se abordan al iniciar el trabajo de cada guía, para ir encadenando los saberes. La introducción de la guía permitió encaminar a los participantes hacia los nuevos temas a tratar.

Durante la lectura se enfatiza en los parámetros y características que se deben tener en cuenta para identificar la relación que existe entre un par de rectas en el plano cartesiano, si son secantes, paralelas o perpendiculares; de tal forma que al realizar las actividades propuestas tanto en el cuaderno y en Geogebra, hicieran de forma correcta la interpretación y lograran llegar al conocimiento.

Se inicia desarrollando el primer punto de la guía, donde los participantes deben determinar la pendiente dados dos puntos, luego debían hallar la pendiente de la recta perpendicular, lo cual realizó la mayoría de forma correcta, como por ejemplo lo realizado por el participante E26:

$$\begin{array}{l}
 P_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 0}{1 - 0} = \frac{1}{1} = 1 \\
 m_1 \cdot m_2 \\
 1 \cdot m_2 = -1 \\
 1 \cdot m_2 = -1 \\
 m_2 = \frac{-1}{1} = -1 \\
 \hline
 P_1 \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad P_2 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-2)}{3 - (-1)} = \frac{-1 + 2}{3 + 1} = \frac{1}{4} = 0,25 \\
 m_1 \cdot m_2 = -1 \\
 0,25 \cdot m_2 = -1 \\
 m_2 = \frac{-1}{0,25} = -4
 \end{array}$$

Figura 27. Actividad en el cuaderno (Guía 6. Participante E26)

Luego pasaban a Geogebra y realizaban la gráfica de las rectas, hallaban las pendientes y podían observar y verificar que realmente eran perpendiculares, comparando con lo hecho en el cuaderno, como por ejemplo lo realizado por el participante E9:

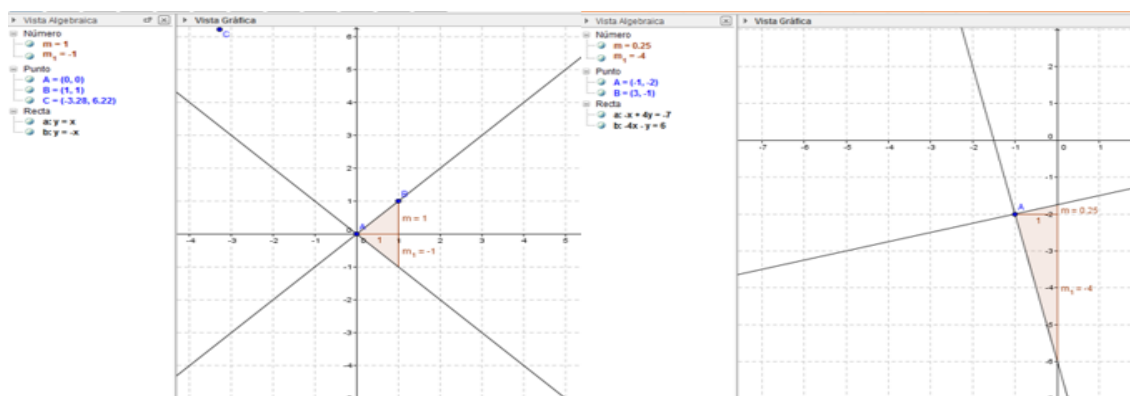


Figura 28. Actividad en Geogebra (Guía 6. Participante E9)

En el tercer ejercicio que es un caso especial pues las rectas son perpendiculares y los participantes sabían que esta afirmación era correcta, algunos tuvieron inconvenientes en la parte operacional, pues se les dificultó la división por cero, aun así continuaron aplicando el proceso para la verificación de las condiciones de perpendicularidad, como por ejemplo lo realizado por el participante E25:

C. (2,2) y (2,3)
 $P_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $P_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m = \frac{3 - 2}{2 - 2} = \frac{1}{0} = 0$
 $0 \times m_2 = -1$
 $m_2 = \frac{-1}{0} = -1$
 prueba
 $x - 1 = -1$ por lo tanto son rectas

Figura 29. Actividad en el cuaderno (Guía 6. Participante E25)

Pero al realizarlo en Geogebra para comparar, se dieron cuenta del error, pues el software les mostraba que la pendiente de una recta dada era indeterminada y la pendiente de la segunda era cero y al no poder aplicar el algoritmo de la perpendicularidad decidieron medir uno de los ángulos para verificar si efectivamente era un ángulo recto o no, como lo realizado por el participante E19:

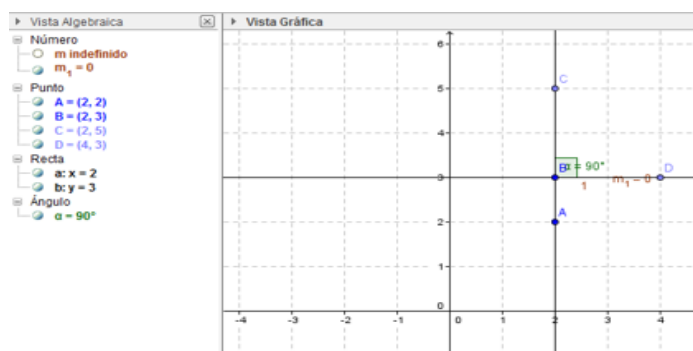


Figura 30. Actividad en Geogebra (Guía 6. Participante E19)

En el siguiente ejercicio se propone hallar la ecuación de la recta paralela a otra y se dan los parámetros, gran parte de los participantes los hacen primero en el cuaderno y luego corroboran con Geogebra que el resultado obtenido es correcto, como lo hecho por el participante E9:

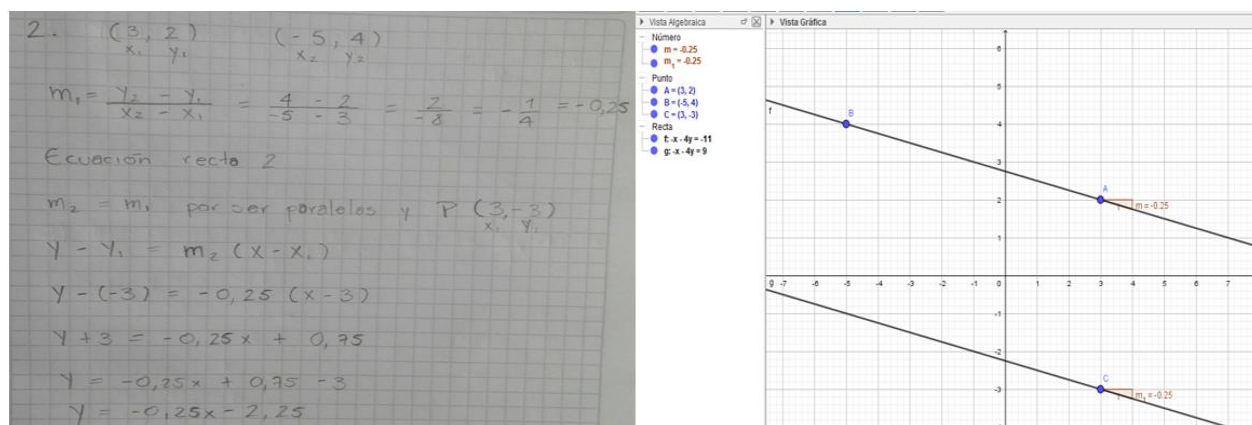


Figura 31. Actividad en el cuaderno y Geogebra (Guía 6. Participante E9)

Solo algunos pocos estudiantes no logran hacerlo de forma correcta en el cuaderno, deciden solicitar indicaciones de sus compañeros para solucionar las dudas y finalmente acuden a la

docente investigadora, luego al realizar la actividad en Geogebra logran comprender el resultado de la búsqueda y aclarar las dudas que tenían inicialmente.

En el siguiente enunciado se dan una serie de expresiones algebraicas pide a los participantes determinar las pendientes y comparar las diferentes expresiones para establecer la relación entre pares de ellas; la mayoría pudo establecer varias relaciones de forma correcta así:

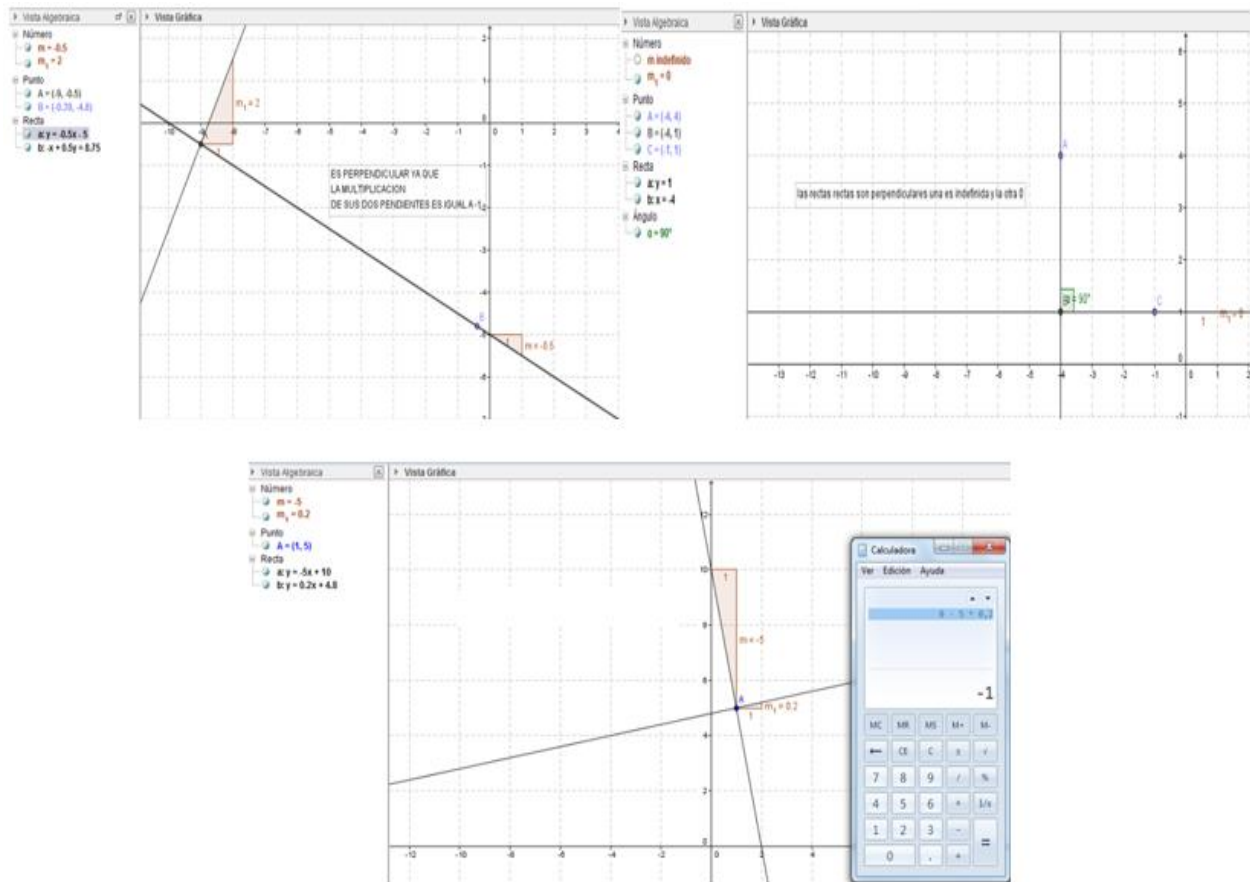


Figura 32. Actividad en Geogebra (Guía 6. Participantes varios)

Después de finalizada la actividad se pudo observar que la mayoría de los participantes presenta buena coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada, lo cual corresponde a la acción mental cuatro

(AM4), por este motivo se pueden ubicar estos participantes en el nivel cuatro de razonamiento (N4).

En la siguiente tabla se presenta la efectividad de la unidad didáctica y algunas observaciones generales:

UNIDAD DIDÁCTICA	EFICIENCIA		OBSERVACIONES
	SI	NO	
<p>GUIA 1.</p> <p>CONCEPTOS FUNDAMENTALES</p> <p>Indicador:</p> <p>Utilizar Geogebra para facilitar la comprensión de los conceptos matemáticos como son representación de puntos en un sistema de ejes coordenados.</p>	X		<p>Con la implementación de la primera guía de la unidad didáctica se creó expectativa en los estudiantes ya que era un trabajo de investigación lo cual fue novedoso para la institución.</p> <p>La presentación de la guía motivó el desarrollo del aprendizaje pues permitió el trabajo individual, grupal y colaborativo.</p> <p>Se realizó un acercamiento de los participantes al software Geogebra, descargado e instalado previamente en los computadores de la institución y se llevó a cabo una exploración libre de las herramientas que posee el software, conociendo su ambiente gráfico.</p> <p>La mayoría de los participantes realiza los ejercicios de forma correcta, teniendo en cuenta las indicaciones dadas, reconocen las variables x e y en el plano cartesiano, aspecto que les va a favorecer más adelante para graficar funciones lineales.</p>
<p>GUIA 2</p> <p>FUNCIÓN</p> <p>Indicador :</p> <p>Entender por medio de Geogebra el concepto de función a través de representaciones, como tablas, gráficas y expresiones algebraicas.</p>	X		<p>Al hacer explícitos los conceptos previos, se trata de usar un lenguaje sencillo para la mejor comprensión por parte de los participantes, ya que es importante que ellos se familiaricen con la terminología, puesto que poseen la idea intuitiva de los mismos. Además son necesarios para su aplicación durante el desarrollo de la guía.</p> <p>Una de las mayores dificultades presentadas por una gran parte de los participantes fue el paso de lenguaje formal a lenguaje algebraico, el manejo de las expresiones algebraicas y la notación de función; sin embargo, al ir desarrollando las actividades los estudiantes se fueron familiarizando con dicho lenguaje y asimilándolo de una manera más sencilla.</p> <p>Los participantes tuvieron claridad en las diferentes formas de representar las funciones, ello les ayudó a formar un mejor concepto de estas y con la ayuda de Geogebra lograron el nivel de razonamiento deseado.</p>
<p>GUIA 3</p> <p>PENDIENTE</p> <p>Indicador:</p> <p>Estimular a los estudiantes a que deduzcan el concepto de pendiente de una recta mediante Geogebra, calcular de forma manual y comparar los resultados.</p>	X		<p>Afianzar los conocimientos previos que poseen los participantes dinamizó el proceso de aprendizaje, pues permite que los nuevos conceptos sean asimilados más fácilmente.</p> <p>Los ejemplos dados fueron bastante claros y pudieron orientar a los participantes en las actividades propuestas, la mayoría de los ellos analizó de forma correcta los enunciados, propusieron las soluciones y las discutieron entre los grupos de trabajo.</p> <p>Los pocos participantes que tuvieron inconvenientes fue por errores aritméticos, falta de manejo de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación, división) al igual que problemas con los signos de las operaciones y los números (especialmente los números negativos), se dio la opción de usar la calculadora del computador para corregir las operaciones.</p> <p>La comparación entre el procedimiento que hicieron en el cuaderno y lo realizado en Geogebra permitió que se dieran cuenta de lo que realmente representa la pendiente y llegar al concepto de ésta de una forma definitiva, que es la razón de cambio de la función lineal, la cual se entiende como la razón entre la elevación y el avance.</p>

<p>GUIA 4</p> <p>GRAFICA DE UNA FUNCIÓN LINEAL</p> <p>Indicador:</p> <p>Analizar la importancia de las gráficas de una función lineal y sus características.</p>	X	<p>La gráfica de una función lineal se considera como la representación geométrica de la misma, es importante debido a la posibilidad de análisis y la observación de atributos de la función como son la pendiente (inclinación), interceptos con los ejes, los puntos (pares ordenados), aspectos que fueron estudiados y analizados en las guías anteriores, gracias a esto los participantes pudieron realizar con mayor facilidad las actividades prácticas donde debían graficar funciones lineales.</p> <p>Para complementar y reforzar este aprendizaje se contó con el software Geogebra, que permitió comparar los resultados obtenidos, complementando de esta manera el aprendizaje significativo.</p>
<p>GUIA 5</p> <p>ECUACIÓN GENERAL Y CANÓNICA DE UNA RECTA.</p> <p>Indicador:</p> <p>Determinar la ecuación de una recta dados dos parámetros, dos puntos o un punto y la pendiente, usando Geogebra.</p>	X	<p>La ecuación general o canónica de la recta, brinda una visión cuantitativa y cualitativa general de la función, también permite observar las características de variación, crecimiento, continuidad, cambio empleando métodos algebraicos, esta representación algebraica requiere del conocimiento de los símbolos empleados para interpretar conceptos abstractos, la ecuación permite la determinación de valores de forma precisa; las actividades planteadas permitieron a la mayoría de los participantes cumplir el indicador propuesto, modelando varias situaciones, fortaleciéndolo mediante el uso de Geogebra.</p>
<p>GUIA 6</p> <p>RECTAS QUE SE CRUZAN, PARALELAS Y PERPENDICULARES</p> <p>Indicador:</p> <p>Comparar las expresiones gráficas, y analíticas de dos funciones lineales.</p>	X	<p>Luego de conocer todo lo relacionado con la función lineal, se pueden establecer relaciones entre dos rectas analizando sus diferentes componentes, de esta manera las rectas pueden ser secantes, paralelas o perpendiculares; estas cobran importancia en la geometría y son usadas de diferentes maneras en muchos otros campos.</p> <p>Usando los diferentes algoritmos planteados, muchos de los participantes lograron establecer diferentes relaciones entre varios pares de rectas, verificando dichas relaciones con el software Geogebra, elevando de esta manera su nivel de razonamiento, lo cual contribuyó al mejoramiento del razonamiento covariacional y por ende al pensamiento variacional.</p>

Tabla 5. Efectividad de la unidad didáctica y Observaciones. Fuente Elaboración propia.

Como resultado de la aplicación de la unidad didáctica se pudo concluir que la presentación, estructura de las guías y el uso de herramientas tecnológicas como Geogebra ayudó a que los participantes de grado noveno estuvieran motivados al desarrollo de las mismas. El trabajo individual, grupal y colaborativo facilitó el proceso aprendizaje ya que unos se colaboraban con otros, cumplían responsabilidades y compartían sus conocimientos haciendo el aprendizaje más dinámico. Las prácticas en el cuaderno y el computador permitieron la observación, exploración, indagación y experimentación mejorando de esta manera en el razonamiento covariacional y por ende en el pensamiento variacional.

Resultados Prueba Final:

Para culminar la etapa de intervención se realizó una prueba final que fue analizada con respecto a la prueba diagnóstica aplicada al inicio; esta prueba final fue aplicada a los 28 estudiantes que conforman el grupo de investigación, se puede observar que los estudiantes tuvieron un buen nivel en cuanto a la mayoría de las competencias matemáticas evaluadas, como planeamiento y resolución de problemas, comunicación, representación y modelación; (nivel alto y superior que pasó de 51.85 a 67.86%) por ello podemos afirmar que son más los participantes en gran medida pueden resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales, interpretar tendencias que se presentan en una situación de variación, establecer relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas; en un nivel medio (Básico se mantuvo en 25 %) están en capacidad de identificar características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan, resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos; presentan una mejoría notoria a nivel de la competencia razonamiento (Insuficiente pasó de 22.22 a 7.14%), lo cual indica que son menos los participantes que tienen dificultades para reconocer las propiedades y las relaciones de los números reales; este análisis permite concluir que al realizar la comparación con la prueba diagnóstica se puede observar que hubo avances notorios en la gran mayoría de participantes, en la competencia de razonamiento que es la base de nuestro estudio y éste mismo contribuyó de manera favorable al mejoramiento en las otras competencias.

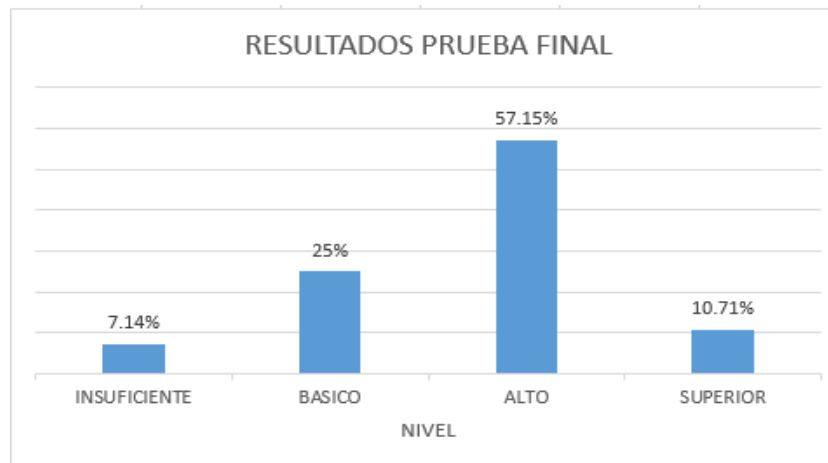


Figura 33. Resultados Prueba Final. Fuente: Elaboración Propia.

3.7. Principios Éticos

El Código de Núremberg “presenta las obligaciones contraídas por los científicos de una investigación hacia los participantes y la sociedad en general, y se ha convertido en la base de la ética aplicada a la norma internacional en materia de conducta científica, Koepsell, (2015): El código describe deberes específicos

- Consentimiento voluntario e informado de un sujeto humano en plena capacidad jurídica.
- El experimento debe aspirar a resultados positivos para la sociedad, que además no puedan adquirirse por otros medios.
- Debe estar justificado, esto es, que se base en conocimiento previo.
- El experimento debe realizarse de manera tal que se eviten el sufrimiento y lesiones, físicas o mentales, en la medida de lo posible.
- No debe llevarse a cabo cuando hay alguna razón para creer que ello implique un riesgo de muerte o de lesiones discapacitantes.

- Los riesgos del experimento deben estar en una proporción favorable, esto es, que no superen los beneficios esperados.
- Deben hacerse preparativos para reducir el riesgo del experimento y las instalaciones deben ser adecuadas para los participantes.
- El personal involucrado en el experimento debe estar completamente capacitado y calificado.
- Los sujetos de experimentación deben tener la libertad de retirarse del experimento en cualquier momento y de manera inmediata” (p 20).

Durante el desarrollo de la presente intervención pedagógica se hizo necesario el trabajo directo con los participantes, por lo tanto se presenta consentimiento informado, tanto del rector como de los padres de familia. Dichos consentimientos pueden verse en los anexos A y B.

4. PROPUESTA PEDAGOGICA

4.1. Unidad Didáctica

Escamilla, (1993) “La unidad didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumnado, medio sociocultural y familiar, Proyecto Curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso” (p 39).

La unidad didáctica desarrollada en esta investigación tiene como objeto matemático la función lineal, ya que “El aprendizaje de la función lineal hace grandes aportes al desarrollo del pensamiento variacional que a su vez resulta fundamental en procesos de generalización y desarrollo del pensamiento abstracto” (Roldán, 2013.p 9).

Es importante considerar que todos los aprendizajes necesitan ser programados, en el sentido de que para abordarlos es preciso marcarse objetivos y contenidos, diseñar actividades de desarrollo y evaluación y prever los recursos necesarios. Las unidades didácticas, cualquiera que sea la organización que adopten, se configuran en torno a una serie de elementos que las definen. Dichos elementos deberían contemplar: los siguientes aspectos: descripción, objetivos didácticos, contenidos, actividades, recursos materiales, organización del espacio y el tiempo, evaluación.

Como señala Fuentes (1990, p 4), los objetivos didácticos se formulan analizando las capacidades que figuran en los objetivos generales de área y poniéndolas en relación con los

contenidos concretos que se han seleccionado para la unidad didáctica. Plantear los objetivos didácticos supone determinar el grado de aprendizaje que se quiere lograr a partir de los conocimientos previos de los participantes, de los conceptos y estrategias que poseen y de sus actitudes en relación con el tema que desarrolla la unidad didáctica. En definitiva, debe expresar con claridad qué es lo que se pretende que el alumnado haya aprendido al finalizar cada unidad didáctica.

4.1.1. La Función Lineal

La unidad didáctica propuesta en esta investigación consta de seis guías; la primera tiene como tema central conceptos fundamentales como el punto y el plano cartesiano, aspectos que permiten observar si los participantes reconocen las variables dependiente e independiente para la incorporación del concepto de función; como indicador de la guía se propone utilizar GeoGebra para facilitar la comprensión de los mismos, estos conceptos permiten clasificar los participantes en el nivel cero (**N0**) de razonamiento según lo propuesto en la categorización.



REPUBLICA DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER
INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGUSTIAS
MUNICIPIO DE LABATECA
Institución Educativa Aprobada por Resolución No 4026 del 10 de Noviembre de 2017
Para los Niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
NIT: 807005982-8 DANE: 154377000207 Código ICFES 026740



UNIDAD DIDÁCTICA N° 1
LA FUNCIÓN LINEAL

AREA	GRADO	GUIA N°	TIEMPO
MATEMÁTICA	NOVENO	1	8 horas

ESTÁNDARES:

Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

DBA N° 8

Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.

TEMA 1: CONCEPTOS FUNDAMENTALES

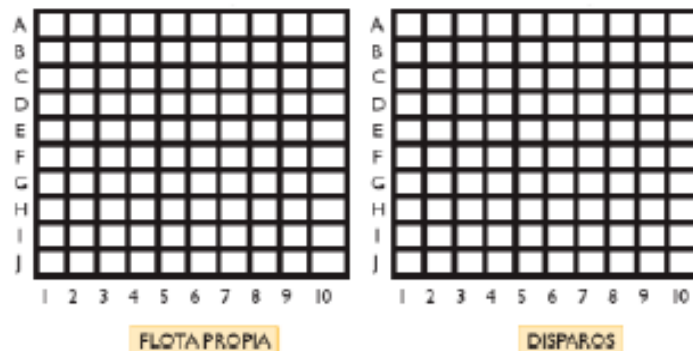
Indicador: Utilizar Geogebra para facilitar la comprensión de los conceptos matemáticos como son representación de puntos en un sistema de ejes coordenados.

EXPLOREMOS

Par ordenado: Esta idea la introduciremos a partir del juego de la batalla naval.

Este es un juego de estrategia en el que participan dos jugadores. Se juega con lápiz y papel.

Antes de comenzar el juego, cada participante tendrá dos tableros cuadrados de 10x10 casillas.



Las filas horizontales se numeran del 1 al 10, y las columnas verticales de la A hasta la J. Basta con indicar las coordenadas de un disparo con un par número/letra (por ejemplo, 6; A o 9; J).

En el cuadrado de la izquierda se coloca la flota propia. En el cuadrado de la derecha se irán marcando los disparos que el jugador efectúa en el mar del contrincante: barcos tocados, hundidos y disparos al agua.

Cada jugador dispone en su tablero izquierdo una flota completa, sin que el contrincante vea su posición. Los barcos no pueden tocarse entre sí, es decir, que todo barco debe estar rodeado de agua o tocar un borde del tablero. La flota

está formada por:

- 1 portaaviones (de cuatro cuadraditos);
- 2 acorazados (de tres cuadraditos);
- 3 buques (de dos cuadraditos);
- 4 submarinos (de un cuadradito).

La mecánica del juego es la siguiente:

El turno pasa alternativamente de un jugador a otro.

En su turno, el jugador hace un disparo a una posición del mar enemigo, indicando la coordenada correspondiente (cifra y letra). Si no hay barcos en ese cuadradito, el otro jugador dice: "¡agua!"; si el disparo ha dado en algún barco dice: "¡tocado!"; si con dicho disparo el rival logra completar todas las posiciones del barco, debe decir "¡hundido!".

Gana el jugador que consigue hundir todos los barcos del rival.

Algunos ejemplos de ubicación de los componentes de la flota podrían ser:

Submarino (ocupa un casillero): (2; D)

Buque (ocupa dos casilleros): (4; E), (5; E)

Acorazado (ocupa tres casilleros): (6; A), (6; B), (6; C)

Portaaviones (ocupa cinco casilleros): (1; G), (2; G), (3; G), (4; G), (5; G)

Estos disparos, que indican una posición en el mar, son pares ordenados. Se llama par ordenado a dos elementos con un cierto orden y se simboliza como: (x, y)

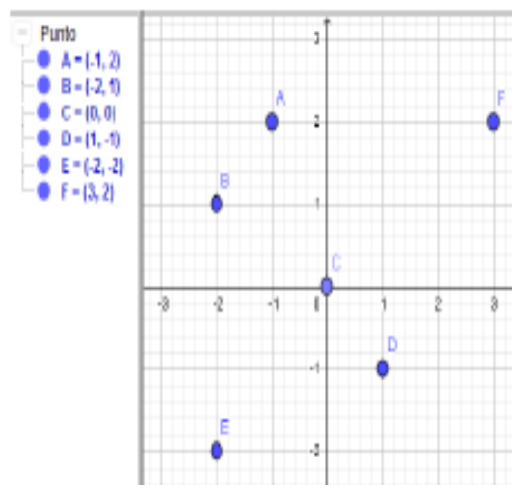
Si se invierte el orden de los elementos obtenemos un par ordenado diferente, esto es: $(x, y) \neq (y, x)$

ESTRUCTUREMOS

Par ordenado: es una pareja de objetos matemáticos, en la que se distingue un elemento del otro. El par ordenado cuyo primer elemento es a y cuyo segundo elemento es b se denota como (a, b) .

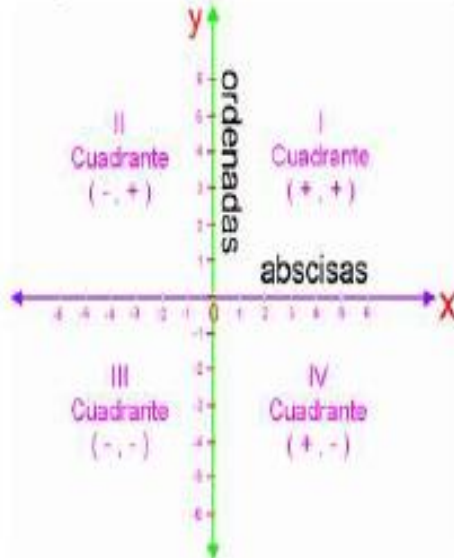
El Producto cartesiano de conjuntos, las relaciones binarias, las coordenadas cartesianas, las fracciones y las funciones se definen en términos de pares ordenados.

Ejemplo:



Plano cartesiano:

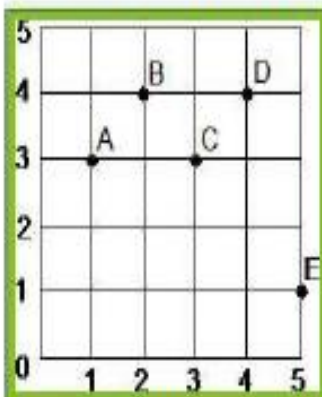
Las coordenadas cartesianas se usan para definir un sistema cartesiano o sistema de referencia respecto a dos ejes perpendiculares entre sí que se cortan en un punto llamado origen de coordenadas. En el plano las coordenadas cartesianas se denominan abscisa y ordenada. La abscisa es la coordenada horizontal y se representa habitualmente por la letra x , mientras que la ordenada es la coordenada vertical y se representa por la y .



- Al eje horizontal se le llama **eje de las "x"** o "de las abscisas".
- Al eje vertical se le llama **eje de las "y"** o "de las ordenadas".

PRACTIQUEMOS

- Observo la ubicación de los puntos (cruce) donde están las letras



Respondo:

- El punto A está ubicado en el par ordenado (,)
- El punto B está ubicado en el par ordenado (,)
- El punto C está ubicado en el par ordenado (,)
- El punto D está ubicado en el par ordenado (,)
- El punto E está ubicado en el par ordenado (,)

- En GeoGebra, ubica los puntos en el plano cartesiano.
 - A (3,9)
 - B (5,10)
 - C (9,9)
 - D (6,6)
 - E (-2,4)
 - F (5,-2)
 - G (0,3)
 - H (-1, 7)

En la segunda guía se aborda el concepto de función de forma general, con sus componentes, formas de representación de forma general, ya que se abordaran más adelante por separado; su indicador propone entender por medio de Geogebra el concepto de función a través de representaciones como tablas, gráficas y expresiones algebraicas, esto nos permite clasificar a los participantes en el nivel uno (**N1**) de razonamiento.



REPUBLICA DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER
INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGIUSTIAS
MUNICIPIO DE LABATECA
Institución Educativa Aprobada por Resolución No 4028 del 10 de Noviembre de 2017
Para los Niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
NIT: 807005982-8 DANE: 154377000207 Código ICFES 026740



AREA	GRADO	GUIA N°	TIEMPO
MATEMÁTICA	NOVENO	2	8 horas

ESTÁNDARES:

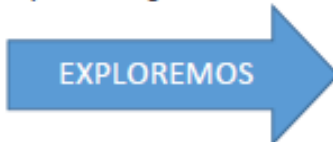
Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

DBA N° 8

Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.

Tema 2: Función

Indicador: Entender por medio de geogebra el concepto de función a través de representaciones, como tablas, gráficas y expresiones algebraicas.



Variables:

Una variable es la expresión simbólica representativa de un elemento no especificado comprendido en un conjunto. Este conjunto constituido por todos los elementos o variables, que pueden sustituirse unas a otras es el universo de las variables. Se llaman así porque varían, y esa variación es observable y medible.
En una relación funcional existen dos tipos de variables: **Variable independiente** y **Variable dependiente**.

Recuperado de: <http://felipereyes96.blogspot.com.co/2014/10/21-concepto-de-variable-funcion.html>

Distancia entre dos puntos:

Dados dos puntos cuales quiera $A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$, definimos la distancia entre ellos $d(A, B)$, como la longitud del segmento que los separa.

Para $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ se tiene que $d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Ejemplo:

Calcular la distancia entre los siguientes puntos $A(-1, -1)$ y $B(2, 3)$

Aplicamos directamente la fórmula anterior $d(A, B) = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (3 - (-1))^2}$

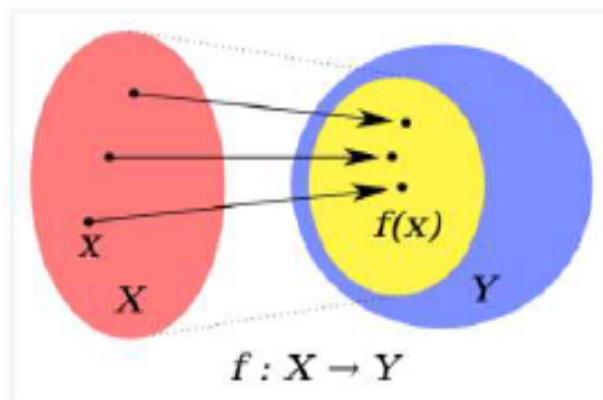
Ahora operamos y obtenemos la distancia entre esos dos puntos:

$$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5u$$

ESTRUCTUREMOS

Función (f) la relación entre un conjunto dado X (llamado dominio) y otro conjunto de elementos Y (llamado codominio) de tal forma que a cada elemento x del dominio le corresponde un único elemento $f(x)$ del codominio (los que forman el recorrido, también llamado rango o ámbito)

En lenguaje cotidiano o más simple, diremos que las funciones matemáticas equivalen al proceso lógico común que se expresa como "depende de". Las funciones matemáticas pueden referirse a situaciones cotidianas, tales como el costo de una llamada depende de su duración, o el costo de enviar una encomienda depende de su peso.



Una función es una relación de causa-efecto entre dos cantidades matemáticas: a iguales causas, iguales efectos. La causa se denomina *variable independiente* y se denota con la letra x . El efecto es la *variable dependiente*, que se indica con la letra y . Frecuentemente, en lugar de la letra y se utiliza la expresión $f(x)$ (o $g(x), \dots$) para dar a entender que y efectivamente depende del valor de x .

Toda función se puede representar de tres formas:

Expresión Algebraica: Es la fórmula mediante la cual se indican, en general, las operaciones que se deben realizar con cada uno de los elementos del dominio para obtener su respectiva imagen.

Ejemplos:

1. Pasar de lenguaje común a lenguaje matemático:
 - a. Un paquete tiene 9 piezas de chocolate, cuántas piezas de chocolate hay en a paquetes: $9a$
 - b. Una tienda vende bolsas con n dulces cada una. Si compras 7 de esas bolsas ¿cuántos dulces tiene en total? $7n$
 - c. Supón que abriste una de esas bolsas y te comiste 5 dulces. Escribe una expresión algebraica para la cantidad de dulces que te quedó: $7n-5$
2. Notación de Funciones:
 - a. $f(x) = 2x + 3$
 - b. $f(x) = -3x + 2$

En la guía tres se trabaja la pendiente de la recta, pues es uno de los componentes fundamentales en el concepto de función lineal, su indicador es estimular a los participantes para que deduzcan el concepto de pendiente de la recta mediante el cálculo manual, también en GeoGebra y la comparación de los resultados; esto nos permite ubicar a los participantes en el nivel dos (N2) de razonamiento.



REPUBLICA DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER
INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGUSTIAS
MUNICIPIO DE LABATECA
Institución Educativa Aprobada por Resolución No 4028 del 10 de Noviembre de 2017
Para los Niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
NIT: 807005982-8 DANE: 154377000207 Código ICFES 026740



AREA	GRADO	GUIA N°	TIEMPO
MATEMÁTICA	NOVENO	3	8 horas

ESTÁNDARES:

Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

DBA N° 8

Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.

TEMA 3: Pendiente

Indicador: Estimular a los estudiantes a que deduzcan el concepto de pendiente de una recta mediante geogebra, calcularla de forma manual y comparar los resultados.

EXPLOREMOS

Crecimiento y Decrecimiento

Se dice que una función es creciente en un punto si, alrededor de ese punto, cuando la x aumenta también aumenta la y . Será decreciente si al aumentar la x disminuye el valor de y .

Si una función es creciente en un punto, entonces alrededor de él en la gráfica, vista de izquierda a derecha, asciende. Si desciende, es que es decreciente. Si la función toma el mismo valor alrededor de un punto (la gráfica se mantiene sin subir ni bajar), entonces se dice que allí la función es constante.

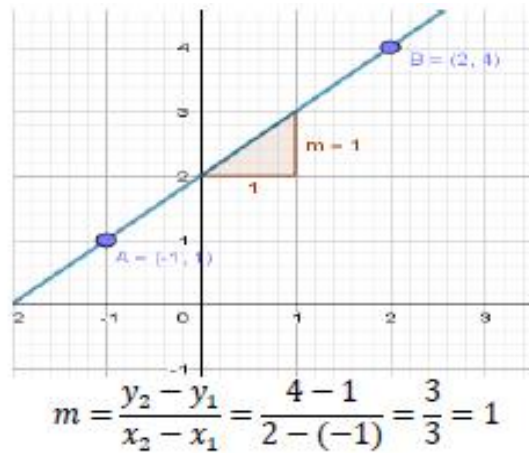
Una función puede ser creciente en un conjunto de puntos de su dominio y decreciente en otros. Si sólo crece o sólo decrece, entonces se denomina función monótona.

ESTRUCTUREMOS

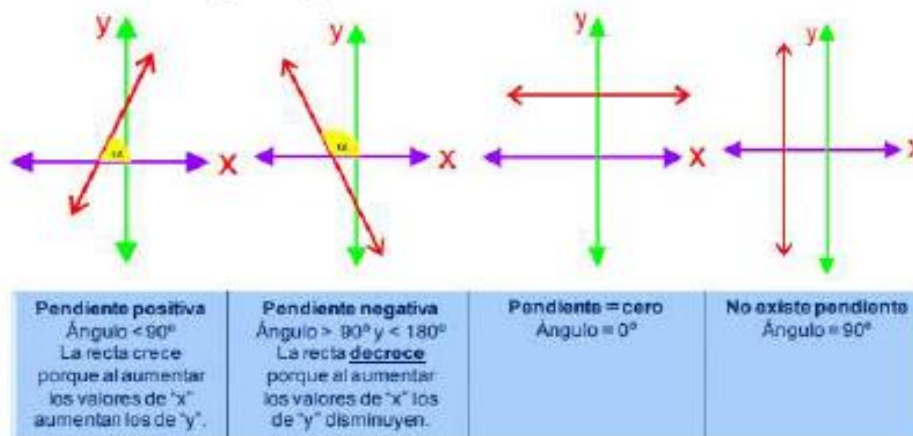
TEMA 3: Pendiente

Es la inclinación de la recta con respecto al eje x .

Ejemplo: dados los puntos $A=(-1, 1)$ y $B=(2,4)$, hallar la pendiente en Geogebra y manualmente.



Inclinación de rectas de acuerdo al signo de la pendiente:



Halla la pendiente de la recta que pasa por $(-1,3)$ y $(2,0)$.

Solución: Sea $A(-1,3)$ y $B(2,0)$

Se calcula la pendiente $m = \frac{0-3}{2-(-1)} = \frac{-3}{3} = -1$.

PRACTIQUEMOS

- Teniendo en cuenta el ejemplo anterior halle la pendiente de las rectas que pasan por los siguientes pares de puntos:
 - $(-5,-1)$ y $(1,3)$
 - $(-5,-1)$ y $(3,-1)$
 - $(-3,2)$ y $(2,-1)$
- Grafique en Geogebra cada par de puntos, trace las rectas correspondientes y halle las pendientes.
- Compare los resultados obtenidos

La guía número cuatro propone a los participantes analizar la importancia de la gráfica de la función lineal, sus características y el proceso que se debe realizar para hallarla, ya que es una característica fundamental para fortalecer este concepto; esto nos permite ubicarlos en el nivel tres (**N3**) de razonamiento.



REPUBLICA DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER
INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGUSTIAS
MUNICIPIO DE LABATECA

Institución Educativa Aprobada por Resolución No 4028 del 10 de Noviembre de 2017
Para los Niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
NIT: 807005982-8 DANE: 154377000207 Código ICFES 026740



AREA	GRADO	GUIA N°	TIEMPO
MATEMÁTICA	NOVENO	4	8 horas

ESTÁNDARES:

Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

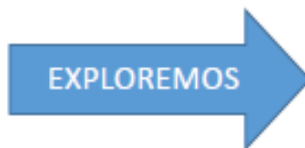
Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

DBA N° 8

Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.

TEMA 4 Gráfica de una función lineal

Indicador: Analizar la importancia de las gráficas de una función lineal y sus características.



Una gráfica es la representación de datos, generalmente numéricos, mediante líneas, superficies o símbolos, para ver la relación que estos datos guardan entre sí. También se representan para plasmar coordenadas cartesianas, y sirven para analizar el comportamiento de un proceso, o un conjunto de elementos o signos que permiten la interpretación de un fenómeno.

La función lineal tiene diversas aplicaciones en diferentes áreas, como en la economía, la física, la química, entre otras ciencias y áreas del conocimiento. Se aplica en todo problema donde se relacionen dos variables proporcionalmente.

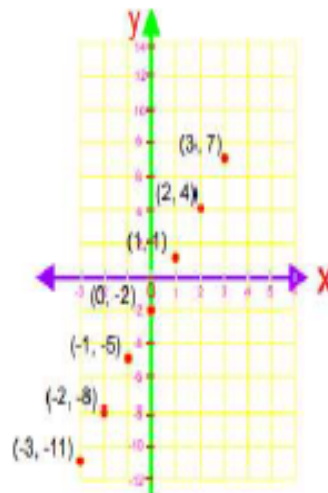
Si alguna vez has duplicado tu receta favorita, es porque has aplicado una ecuación lineal. Si un pastel es igual a $\frac{1}{2}$ taza de mantequilla, 2 tazas de harina, $\frac{3}{4}$ cucharadita de polvo de hornear, tres huevos, una taza de azúcar y leche, entonces dos pasteles son iguales a 1 taza de mantequilla, 4 tazas de harina, $1\frac{1}{2}$ cucharadita de polvo de hornear, seis huevos, 2 tazas de azúcar y leche. Para obtener el doble de la salida, tuviste que poner dos veces lo de la entrada. Quizá no sabías que estabas usando una ecuación lineal, pero eso es exactamente lo que hiciste.

Como se puede apreciar, la función lineal, como toda operación matemática, está presente en la vida cotidiana, es muy importante reconocerlas y resolverlas ya que a través de sus múltiples usos nos facilitan algunos resultados.

La gráfica de la ecuación lineal es una línea recta y una línea recta queda determinada cuando conocemos dos de sus puntos, las gráficas de estas ecuaciones las obtenemos graficando en el plano dos de sus soluciones y trazando después la recta que contiene a estos dos puntos.


Gráfica de una función lineal

La gráfica de la ecuación de la recta está formada por un conjunto infinito de puntos que mantiene siempre la misma dirección o inclinación y cuyo lugar geométrico en el plano se representa como el de la siguiente figura:



Para obtener la gráfica de una función a partir de la ecuación, ya sea canónica o de la forma $y = mx + b$, primero se realiza la tabla de valores, luego se dibujan los ejes de coordenadas, representándose los valores de la variable independiente (x) en el eje horizontal (abscisas) y los de la variable dependiente (y) en el vertical (ordenadas).

Cada pareja de valores de las variables dependiente e independiente se representa mediante un punto (x, y) en el sistema de Coordenadas.

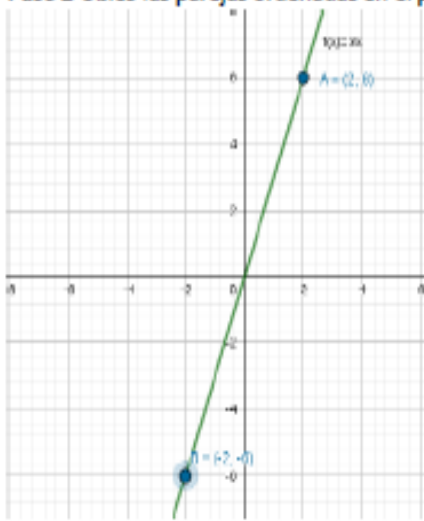
Los puntos dibujados se unirán si la variable independiente puede tomar cualquier valor real en el rango estudiado: La línea (recta o curva) que resulta es la gráfica de la función.

Ejemplos: 1. *Graficar una función:* Sea $f(x) = 3x$

Paso 1 Construyo la tabla de valores, con los valores correspondientes

X	$f(x)=3x$	Y
-2	$f(x)=3x=3(-2)=-6$	-6
2	$f(x)=3x=3(2)=6$	6
4	$f(x)=3x=3(4)=12$	12
6	$f(x)=3x=3(6)=18$	18
8	$f(x)=3x=3(8)=24$	24

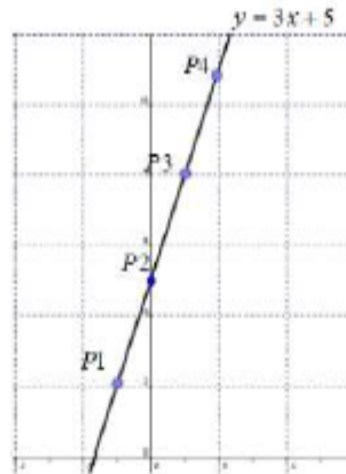
Paso 2 Ubico las parejas ordenadas en el plano cartesiano y trazo la línea que una los puntos.



Paso 3 Ubico el dominio desde la gráfica, se obtiene que es igual a \mathbb{R} y el codominio es \mathbb{R} , puesto que a cada número real le puedo encontrar su respectiva imagen, también Real.

2. Graficar la función $y=3x+5$

X	$f(x)=3x+5$	Y	Puntos a graficar
-1	$f(x)=3x+5=3(-1)+5=2$	2	$P_1(-1,2)$
0	$f(x)=3x+5=3(0)+5=5$	5	$P_2(0,5)$
1	$f(x)=3x+5=3(1)+5=8$	8	$P_3(1,8)$
2	$f(x)=3x+5=3(2)+5=11$	11	$P_4(2,11)$



PRACTIQUEMOS

Realizar en Geogebra los siguientes ejercicios, primero escríbelos en lenguaje matemático, luego realiza la tabla de valores y finalmente realiza la gráfica.

- Las rebajas: si en un producto nos ofrecen un descuento del 10%, pagaremos el 90% del precio original.
El precio rebajado (PR) es función del precio inicial (PI).
- Área de un cuadrado. El área A de un cuadrado es función de su lado.
- El salario de un empleado está en función del tiempo trabajado.
- La cantidad de agua lluvia en función de la inclinación del techo.
- La cantidad de maíz que se cosecha en función del tiempo.

Las guías cinco y seis abordan los temas de la ecuación de la recta, los diferentes parámetros que la componen y su comparación, La ecuación general o canónica de la recta, brinda una visión cuantitativa y cualitativa general de la función, también permite observar las características de variación, crecimiento, continuidad, cambio empleando métodos algebraicos; esta representación algebraica requiere del conocimiento de los símbolos empleados para interpretar conceptos abstractos, la ecuación permite la determinación de valores de forma precisa.

Luego de conocer todo lo relacionado con la función lineal, podemos establecer relaciones entre dos rectas analizando sus diferentes componentes, de esta manera las rectas pueden ser secantes, paralelas o perpendiculares; estas cobran importancia en la geometría y son usadas de diferentes maneras en muchos otros campos; esto nos permite ubicar a los participantes en el nivel cuatro (N4) de razonamiento.



REPUBLICA DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER
INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGIUSTIAS
MUNICIPIO DE LABATECA
Institución Educativa Aprobada por Resolución No 4028 del 10 de Noviembre de 2017
Para los Niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
NIT: 807005982-8 DANE: 15437700207 Código ICFES 026740



AREA	GRADO	GUIA N°	TIEMPO
MATEMÁTICA	NOVENO	5	8 horas

ESTÁNDARES:

Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

DBA N° 8

Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.

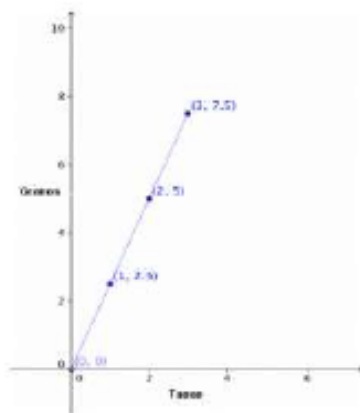
TEMA 5: Ecuación general y canónica de una recta

Indicador: Determinar la ecuación de una recta, dados dos parámetros, dos puntos o un punto y la pendiente, usando geogebra.



Cada mañana Miguel se prepara una taza de café poniendo 2.5 cucharadas de granos de café molidos en su cafetera. A veces, cuando se ha desvelado la noche anterior, necesita dos tazas de café para despertar, por lo que pone doble cantidad en la cafetera. Si tiene invitados a cenar y quiere servir café con el postre, prepara una cantidad mayor de café. Su receta es simple, pone 2.5 cucharadas por cada taza que quiere preparar.

Miguel puede fácilmente adaptar su receta porque hay una relación entre la cantidad de granos de café y el número de tazas, al aumentar la cantidad de café, aumenta también la cantidad de granos necesarios. Al graficar esta relación se ve así:



Podemos ver que esta relación es una función, para cada valor independiente (tazas de café), hay un único valor dependiente (cucharadas de granos necesarias). Esta es una característica de las funciones lineales, tienen una tasa de cambio constante, es representada por la pendiente, en proporcionalidad se denomina constante de proporcionalidad.

Canónico:

El adjetivo *canónico* se usa con frecuencia en matemática para indicar que algo es natural, como debe ser e independiente de elecciones arbitrarias, que es absoluto y no relativo a un observador, que es intrínseco y no depende de un sistema de referencia o de un sistema de coordenadas, que pertenece a la estructura propia de lo que estudiamos.

Decir de algo que es canónico es decir que no es arbitrario, que todos coincidimos en ello si lo miramos con atención, aunque siempre se use en sentido impreciso, es un concepto central de matemáticas, ciencia que aspira a desentrañar con rigor lo que se entiende por canónico y a sacar a la luz todo lo que es canónico.



ESTRUCTUREMOS

Ecuación general y canónica de una recta.

Una ecuación en una o dos variables de primer grado igualada a cero, se llama forma general de la ecuación de una recta su expresión genérica es: $Ax + By + C = 0$, donde A , B y C son números reales. Donde al menos uno de los coeficientes A o B , debe ser diferente de cero y C puede o no ser cero. Esta expresión también se denomina *Ecuación Lineal*.

Dada una ecuación lineal en la forma general con $B \neq 0$, al expresarla en la forma punto pendiente se encuentra que:

$$\begin{aligned} Ax + By + C &= 0 \\ By &= -Ax - C \\ y &= -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \end{aligned}$$

La pendiente m de la recta está dada por el cociente:

$$m = -\frac{A}{B}$$

Y su ordenada en el origen, b , es el cociente:

$$b = -\frac{C}{B}$$

Siempre que despejemos la variable y de la ecuación general, obtendremos la *ecuación canónica* de la forma $y = mx + b$, donde m es la pendiente de la recta, es decir la inclinación de la recta con respecto al eje x . Y b es el intercepto o punto de corte de la recta con el eje y , es decir el punto $(0, b)$.

Una recta carece de la forma canónica en los siguientes casos:

1. Recta paralela a OX , que tiene de ecuación $y = n$
2. Recta paralela a OY , que tiene ecuación $x = k$
3. Recta que pasa por el origen, que tiene ecuación $y = mx$

Ecuación de la recta (Forma punto – Pendiente)

Si el punto $A(x_1, y_1)$ está sobre una recta que tiene pendiente m , la forma punto pendiente de la ecuación de la recta es $y - y_1 = m(x - x_1)$

Ejemplos:

1. Dada la ecuación de la recta $6x - 5y + 18 = 0$, se pueden encontrar su pendiente y el punto de intersección con el eje y .

Como la ecuación está dada en forma general donde $A=6$; $B=-5$; $C=18$, la solución se encuentra aplicando las fórmulas anteriores.

La pendiente de la recta es:

$$m = -\frac{A}{B} = -\frac{6}{-5} = \frac{6}{5}$$

Y el punto de intersección con el eje y es:

$$b = -\frac{C}{B} = -\frac{18}{-5} = \frac{18}{5}$$

2. Halla la ecuación de la recta que pasa por $(-1,3)$ y $(2,0)$.

Solución: Sea $A(-1,3)$ y $B(2,0)$

Se calcula la pendiente $m = \frac{0-3}{2-(-1)} = \frac{-3}{3} = -1$. Luego se escoge cualquier punto por ejemplo

$A(-1,3) = (x_1 - y_1)$, entonces reemplazando en la ecuación de la recta:

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$(y - 3) = -1(x - (-1))$$

$$y = -x - 1 + 3$$

$$y = -x + 2$$

PRACTIQUEMOS

- Determina la ecuación de las rectas que pasan por los siguientes puntos:
 - $P_1(3, -2)$ con pendiente $m = -2$
 - $P_2(-7, 5)$ con pendiente $m = 3$
 - $P_3(2/5, 5)$ con pendiente $m = 3/2$
- En Geogebra introduce la ecuación de cada una de ellas y realiza la gráfica de cada una, halla la pendiente y verifica que pasa por el punto dado.
- Determina la pendiente de las siguientes rectas y por lo menos dos de los puntos por donde pasan cada una de ellas:
 - $6x + 2y - 4 = 0$
 - $-x + 6y = 7$
- En Geogebra grafica los puntos que determinan las rectas del punto 3 y confirma la pendiente de las mismas.



DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER
 INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGUSTIAS
 MUNICIPIO DE LABATECA
 Institución Educativa Aprobada por Resolución No 4028 del 10 de Noviembre de 2017
 Para los Niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
 NIT: 807005982-8 DANE: 154377000207 Código ICFES 026740



AREA	GRADO	GUIA N°	TIEMPO
MATEMÁTICA	NOVENO	6	8 horas

ESTÁNDARES:

Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

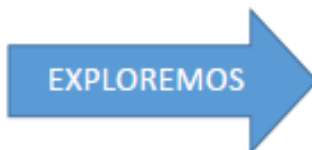
Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

DBA N° 8

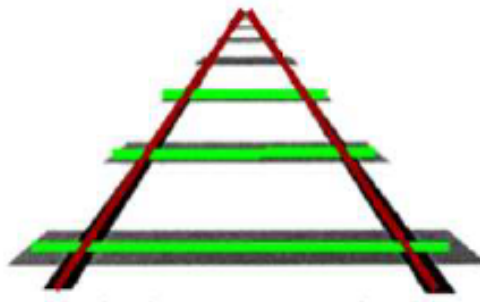
Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.

Tema 6. Rectas que se cruzan, paralelas y perpendiculares

Indicador: Comparar las expresiones gráficas y analíticas de dos funciones lineales.



Sobre las vías del tren se encuentran los rieles y los durmientes, si observas bien, los rieles son paralelos entre sí, cada durmiente es perpendicular al riel, ya que la posición de los durmientes forma un ángulo recto (90°) con respecto a los rieles, eso indica que los durmientes entre sí, también son paralelos.

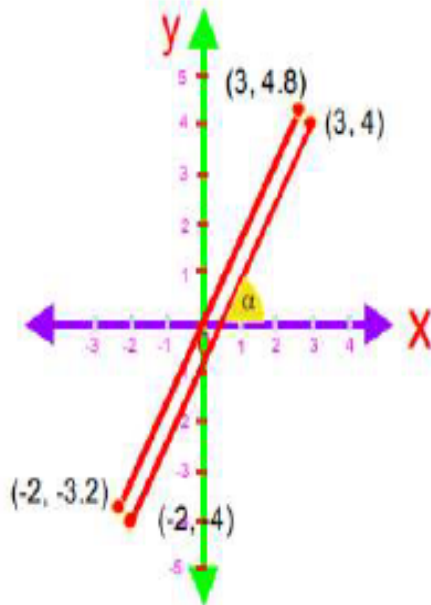


Cuando graficas dos o más ecuaciones lineales en el mismo plano de coordenadas, generalmente se cruzan en algún punto. Sin embargo, cuando dos rectas en un plano coordenado nunca se cruzan, se llaman rectas paralelas. También vemos el caso cuando dos rectas en el plano de coordenadas se cruzan en un ángulo recto, estas rectas se llaman perpendiculares. Las pendientes en cada uno de los casos tienen una relación especial entre ellas.


 ESTRUCTUREMOS
Rectas paralelas:

Dos rectas no verticales en un plano son paralelas si tienen:

- La misma pendiente
- Distintas intersecciones en y

**Rectas Perpendiculares:**

Dos rectas no verticales son perpendiculares si la pendiente de una es el recíproco negativo de la pendiente de la otra, es decir, el producto de las pendientes de las rectas es menos uno. Por ejemplo si la pendiente de la primera ecuación es 4, entonces la pendiente de la segunda ecuación será $-1/4$.



En forma más explícita

Dadas dos rectas $y=m_1x+n_1$, $y=m_2x+n_2$

Caso 1. Si $m_1 \neq m_2$ las rectas se cortan en un punto cuyas coordenadas se obtienen resolviendo el sistema. Se dice que las rectas son secantes.

Caso 2. Si las rectas son paralelas y además $n_1 \neq n_2$

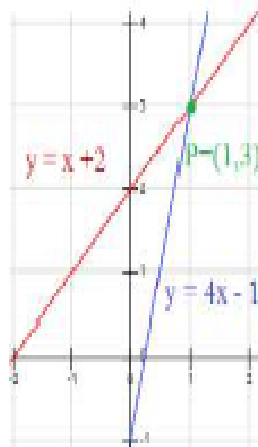
Caso 3. El producto de $(m_1)(m_2) = -1$

Ejemplos:

1. Dadas las rectas $y = x + 2$ e $y =$

$4x - 1$, verificar su

relación

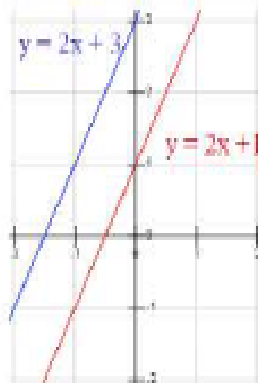


No son paralelas porque se cortan en el punto $P = (1, 3)$

$m_1 = 1$ y $m_2 = 4$, las pendientes son diferentes

$1 \times 4 = 4$ y $4 \neq -1$, por lo tanto tampoco son perpendiculares

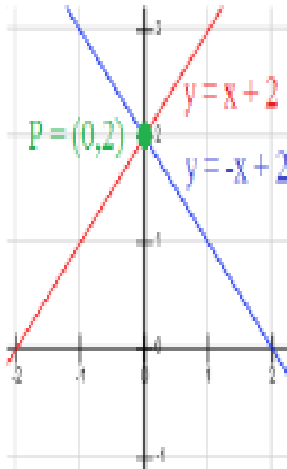
2. Dadas las rectas $y = 2x + 1$ e $y = 2x + 3$, verificar su relación.



$m_1 = 2$ y $m_2 = 2$

Por lo tanto son paralelas porque no se cortan y sus pendientes son iguales

3. ¿Las rectas $y = x + 2$ e $y = -x + 2$ son perpendiculares?:



No son paralelas porque se cortan en el punto $P = (0, 2)$

$m_1 = 1$ y $m_2 = -1$, las pendientes son diferentes

$1 \cdot (-1) = -1$, por lo tanto son perpendiculares

PRACTIQUEMOS

Desarrolla en Geogebra:

1. Calcular la pendiente de la recta perpendicular a la recta determinada por los siguientes puntos:
 - a. $(0, 0)$ y $(1, 1)$
 - b. $(-1, -2)$ y $(3, -1)$
 - c. $(2, 2)$ y $(2, 3)$
2. Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3, -3)$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos $(3, 2)$ y $(-5, 4)$.
3. Dadas las siguientes ecuaciones de rectas, establezca su pendiente si existe; dos pares de puntos por los cuales pasa cada una de ellas y mediante la comparación de pendientes seleccione las que sean paralelas y las que sean perpendiculares:
 - a. $y = 2x + 3$
 - b. $y = 1$
 - c. $y = -x/2 - 5$
 - d. $y + 1 = -4$
 - e. $x = -4$
 - f. $y + 4x + 3 = 0$
4. Halla la ecuación de la recta perpendicular a $y = 10 - 5x$ y que pasa por el punto $(1, 5)$

CONCLUSIONES

A continuación se presentan las conclusiones resultantes del proceso investigativo e implementación de la propuesta pedagógica realizada; la trayectoria seguida integra las bases teóricas, la práctica docente, el enfoque investigativo a nivel metodológico según la investigación acción y las experiencias pedagógicas propias del contexto educativo, estas enriquecieron en gran medida la propuesta realizada y condujeron a la consolidación de diferentes aspectos concluyentes según los objetivos planteados:

Fue fundamental iniciar con la identificación de los conocimientos previos que poseían los participantes; fortalecer y nivelar aquellos aspectos que requerían mayor atención, para que de esta manera pudieran asimilar el tema central expuesto en la unidad didáctica y junto con las actividades prácticas como refuerzo fuera más fácil encadenar lo nuevo con lo que ya sabían.

El análisis permitió ver que uno de los aspectos más importantes del trabajo de investigación fue la planeación, el diseño y la estructuración de la unidad didáctica, debido a la secuencia que se dio a las guías fue clave, ya que permitió ir llevando a la mayoría de los participantes de tal manera, que fueron avanzando de un nivel de razonamiento a otro de forma muy natural, pues al iniciar la intervención se observó que la muchos de los participantes no alcanzaban siquiera el nivel cero (*N0*) de razonamiento y con la guía número seis se verificó que la mayoría de los participantes pudieron llegar hasta el nivel de razonamiento cuatro (*N4*), de esta manera se fortaleció el razonamiento covariacional y por ende el Pensamiento Variacional, objetivo principal de esta investigación.

La inclusión de la tecnología fue muy positiva, pues fue evidente la facilidad que poseen los participantes en su manejo, la forma en que después de una corta introducción, tutoría y exploración, se apropiaron de muchos de los elementos y herramientas del software GeoGebra, pudieron comparar las situaciones que se hicieron de manera manual y de esta forma hacer más significativo su aprendizaje, pues podían dedicar más tiempo al análisis y no a otros aspectos que dispersaban su atención; de igual forma esto contribuyó al fortalecimiento del aprendizaje autónomo por parte de los mismos.

RECOMENDACIONES

A continuación se ponen en consideración algunos aspectos importantes para futuras investigaciones, que de una u otra forma permitirán enriquecer la labor educativa:

Dentro de los hallazgos realizados se encontró de forma reiterativa en una parte de los participantes muchos vacíos operacionales básicos, los cuales de cierta forma interfirieron en el normal desarrollo de las actividades, es por este motivo que antes de iniciar la intervención de la estrategia didáctica que se vaya a implementar, se debe realizar una nivelación de los participantes en los aspectos básicos fundamentales para evitar estos inconvenientes.

Además de favorecer a la consecución y perfeccionamiento de habilidades matemáticas en los participantes, el proceso investigativo contribuyó a desarrollar la capacidad de observación, análisis y reflexión durante el proceso de enseñanza-aprendizaje y puede ser aplicado no solo a los diferentes temas del currículo de matemática sino a todas las áreas del saber, es por ello que se sugiere la metodología utilizada para ser adaptada dentro de los currículos y de esta manera lograr un mejoramiento continuo en la labor docente y por ende en la calidad de la educación.

BIBLIOGRAFIA

Ausubel-Novak-Hanesian (1983). *Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo*. 2° Ed. TRILLAS México.

Barajas et all, (2016). *Función Constante, Lineal y Afín* (tesis de maestría). Universidad de los Andes, San José de Bogotá.

Carlson et all. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA*, 8(2), pp. 121-156.

Carlson y Moore, (2015). *El papel del Razonamiento covariacional en la comprensión y el uso del concepto de función*. Lecciones aprendidas de la investigación.

Concepto Función Lineal. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_lineal

Corte Constitucional, Consejo Superior de la Judicatura (2016). *Constitución Política de Colombia*, 1991. Recuperado de: <https://bit.ly/2E13Ox2>.

Duval, R. (1992). *Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros*. En R. Cambray, E. Sánchez y G. Zubieta (comp.) Antología en educación matemática, material de apoyo para el seminario de educación matemática. Maestría en Ciencias, Especialidad en Matemática Educativa, Nivel Medio Superior. Cinvestav- IPN. p. 125-141.

Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Cali: Universidad del Valle.

- Duval, R., y Vega, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Santiago de Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática.
- Elliot, J. (1990). *La Investigación-Acción en educación*, Primera Edición, Madrid, España, Ediciones Morata.
- Escamilla, A. (1995). *Unidades didácticas una propuesta de trabajo en el aula*. Editorial EDELVES.
- Flores, J. (2010). *Exploración del impacto de un Software dinámico en el aprendizaje de la geometría*. (tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional “Francisco Morazan”, Tegucigalpa, México D.C.
- García, V. (2014). *Una secuencia didáctica que integra Geogebra para la enseñanza de ecuaciones lineales en el grado octavo*. (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Palmira.
- Gómez, O. (2015). *Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno*, (tesis de maestría). Universidad Distrital Francisco José de caldas, San José de Bogotá.
Recuperado de: <http://bit.ly/2FRmSwj>.
- Guzmán, W. (2012) *Estrategias Didácticas para potenciar el pensamiento variacional a través de situaciones problema, de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa “San José del Municipio de Betulia”*, (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín.

Hohenwater M y Hohenwather J. (2009). *Documento de Ayuda de GeoGebra, Manual oficial de la versión 3.2* (pág. 13.). Rescatado de www.geogebra.org.

Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. (2012-2016). *Cuadernillo de prueba, Ejemplo de preguntas, Saber 9° Matemáticas*.

Koepsell, R., Ruiz de Chávez, H. (2015. p 20). *Ética de la Investigación, Integridad Científica*.

Ley 115 de febrero 8 de 1994, *Ley General de Educación*, Artículo 22 Literales c, f, g, y n, Artículo 23 áreas fundamentales.

Mayoral, J. y Suarez, E. (2014). *Estrategias didácticas mediadas con TIC para fortalecer aprendizaje autónomo de la matemática en estudiantes de 9° del IDDINUEVA GRANADA*, (tesis de maestría). Universidad de la Costa, Barranquilla.

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales*. Editado por Ministerio de Educación Nacional Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de competencias en Matemáticas*. Recuperado de: <https://bit.ly/2tOnn7P>.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V2*, Editado por Ministerio de Educación Nacional Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Cartilla Diez: Aprendizajes en matemáticas para grados 8 y 9, Versión preliminar conjunta V2*.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Orientaciones Pedagógicas, Matemáticas 3°, 5°, 9°, V2*, Reporte de la Excelencia.

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Plan Decenal de Educación*. (2Da edición).

Recuperado de <https://bit.ly/2phXxDW>.

Ministerio de Educación Nacional (2017). *Instructivo Insumo de Apoyo Aula de Aula Programa todos a aprender*. (p. 14)

Olson, D., (1998). *El mundo sobre el papel. El impacto de la escritura y la lectura en la estructura del conocimiento*, Barcelona: Editorial Gedisa.

Ortega, J. (2011). *Recursos educativos abiertos, para la enseñanza de las matemáticas en ambientes de educación básica enriquecidos con tecnología educativa*, (tesis de maestría). Tecnológico de Monterrey, México.

Piaget, J. (1978). *La Equilibración de las estructuras cognitivas. Problema Central del desarrollo*, España, Editorial siglo XXI

Roa, A. (1993). La Teoría de la Acción Comunicativa y las Nuevas relaciones entre Filosofía y Educación. En: *Revista Huellas*, N°38, Universidad del Norte, pp. 21-29.

Roldan, E. (2013). *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica*, (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, San José de Bogotá.

Teoría Ausubel. Recuperado de: <http://1.bp.blogspot.com/>

[dxnhY3IJRXI/TfzG_XPIUiI/AAAAAAAAAGY/OLV6JoEuro/s1600/significativo.gif](http://1.bp.blogspot.com/-dxnhY3IJRXI/TfzG_XPIUiI/AAAAAAAAAGY/OLV6JoEuro/s1600/significativo.gif).

Teoría de Vigotsky. Recuperado de:

http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1255310670296_1234418443_9821/TEORIA%20SOCIOCULTURAL.cmap?rid=1255310670296_1234418443_9821&partName=htmljpeg
[https://psicologiaymente.net/desarrollo/teoria-sociocultural-lev-vygotsky.](https://psicologiaymente.net/desarrollo/teoria-sociocultural-lev-vygotsky)

Villa-Ochoa, Jhony y Borba, Marcelo C. (2011). Humans-with-Media en la producción de conocimiento matemático. El caso de Geogebra. En García, Gloria (Ed.), *Memorias del 12º encuentro colombiano de Matemática Educativa* (pp. 667-673). Bogotá: Grupo Editorial Gaia.

Villarreal, G. (2010). *Caracterización del uso de la tecnología, por los profesores y alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemáticas en el nivel de secundaria*, (tesis doctoral). Universitat de Barcelona, España.

ANEXOS

Anexo A. Consentimiento Rector COLNUESA

Labateca, 23 de enero de 2018

Señor
HENRY VOLTAIRE FLECHAS VELASCO
Rector
I.E. Nuestra Señora de Las Angustias
Labateca

Cordial saludo.

De manera respetuosa solicito su aprobación para la ejecución del proyecto de grado *"GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LOS SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGUSTIAS DEL MUNICIPIO DE LABATECA"*.

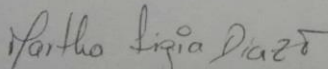
Las actividades a desarrollar son:

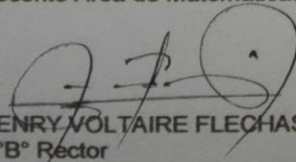
1. Aplicación de evaluación diagnóstica a los estudiantes de grado noveno. (población elegida)
2. Diseño e implementación de guías y talleres que formarán una secuencia didáctica aplicada a los estudiantes del mismo grado.
3. Reunión con los padres de familia para informar sobre los avances del proyecto.

De igual forma solicito su autorización para utilizar el nombre de la institución educativa y publicar fotografías de los estudiantes (en caso de ser necesario), ya los padres de familia firmaron el consentimiento informado.


Agradezco su apoyo y respaldo.


Atentamente,


MARTHA LIGIA DIAZ TORRES
Docente Área de Matemáticas


HENRY VOLTAIRE FLECHAS VELASCO
VºBº Rector

Anexo B. Consentimiento Informado Padres o Acudientes de Estudiantes


 REPUBLICA DE COLOMBIA
 DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER
 INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGIUSTIAS
 MUNICIPIO DE LABATECA
 Institución Educativa Aprobada por Resolución No 4028 del 10 de Noviembre de 2017
 Para los Niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
 NIT: 807005982-8 DANE: 154377000207 Código ICFES 026740


 Gobernación
 de Norte de
 Santander
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN

CONSENTIMIENTO INFORMADO
PADRES O ACUDIENES DE ESTUDIANTES

Cordial saludo.

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto "GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LOS SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGIUSTIAS DEL MUNICIPIO DE LABATECA" y a su vez solicitar autorización para que su hijo (a) Blendy Napfey Jaimes Durán participe en la implementación del mismo. El proceso estará bajo la dirección de la docente MARTHA LIGIA DIAZ TORRES, estudiante de Maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Durante el presente año se implementarán estrategias pedagógicas para la resolución de problemas en el área de matemáticas al interior del aula.

Con la firma de este consentimiento usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

1. Las fotografías tomadas de mi hijo(a) durante actividades escolares individuales o grupales podrán ser usadas y publicadas en informes o presentaciones del proyecto.
2. Participar en el proyecto no genera riesgos, costos, ni efectos indeseados ni para usted, ni para los estudiantes, al contrario, obtendrá como beneficio acompañamiento para el desarrollo de las unidades didácticas con las que cuenta el proyecto.

La aplicación de los cuestionarios, encuestas, pruebas, etc., contará con total confidencialidad, solo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir al desarrollo de la investigación y al mejoramiento del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Me comprometo a:

Acompañar a mi hijo (a) en el proceso, apoyándolo en los compromisos escolares que adquiera para afianzar los temas vistos en clase.
 Atendiendo la normatividad vigente sobre el consentimiento informado y de forma consciente y voluntaria.

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

<u>Teresa Durán Gutiérrez</u> Nombre completo	<u>Teresa Durán G.</u> firma
<u>2737566 Labateca</u> Cédula de Ciudadanía	<u>3143402463</u> Celular, teléfono o e-mail

"PORQUE LOS RESPONSABLES DE LA EDUCACION SOMOS TODOS"
 Dirección: Cl 2 N°. 9-07 Barrio Obrero
 Tel. 5674073 Cel. 3227018603

Anexo C. Prueba Diagnóstico Inicial



REPUBLICA DE COLOMBIA
 DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER
 INSTITUCION EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGIUSTIAS
 MUNICIPIO DE LABATECA
 Institución Educativa Aprobada por Resolución No 4028 del 10 de Noviembre de 2017
 Para los Niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
 NIT: 807005982-8 DANE: 154377000207 Código ICFES 026740

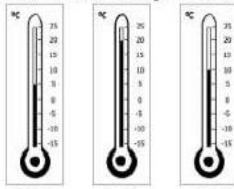


GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LOS SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGIUSTIAS DEL MUNICIPIO DE LABATECA
 DOCENTE MARTHA LIGIA DIAZ TORRES

Prueba Diagnóstica

1.

La figura 1 muestra la temperatura ambiente de un lugar a las 5:00 de la mañana, la figura 2 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a la 1:00 de la tarde y la figura 3 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a las 6:00 de la tarde.

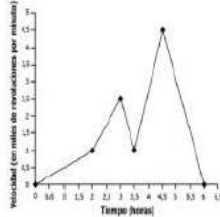


¿Cuál fue el cambio de temperatura ambiente del lugar entre las 5:00 de la mañana y las 6:00 de la tarde?

- A. Disminuyó 15° C.
- B. Disminuyó en 10° C.
- C. Aumentó 5° C.
- D. Aumentó 20° C.

Responda las preguntas 2, 3 y 4 de acuerdo con la siguiente información

La siguiente gráfica muestra la relación entre la velocidad de un molino y el tiempo de funcionamiento en un día.



2.

El molino aumentó más rápidamente su velocidad entre

- A. la hora 2 y la hora 3
- B. la hora 3 y la hora 3,5
- C. la hora 3,5 y la hora 4,5
- D. la hora 4,5 y la hora 6

3.

¿Qué expresión representa la relación entre la velocidad (v) y el tiempo (t) durante la primera hora y media de funcionamiento del molino?

- A. $v = \frac{t}{2}$
- B. $v = \frac{t}{3}$
- C. $v = t + 3$
- D. $v = t - 3$

4.

¿Cuánto tiempo transcurre, desde el momento en que el molino empieza a disminuir su velocidad **por primera vez**, hasta cuando vuelve a aumentarla?

- A. 0,5 horas.
- B. 1,5 horas.
- C. 3,5 horas.
- D. 6 horas.

Responda las preguntas 5 y 6 de acuerdo a la siguiente información

En una feria se juega tiro al blanco; por cada acierto se ganan \$3.000 y por cada desacierto se pierden \$1.000.

5. Arturo lanzó tres veces y acertó una vez en el blanco. ¿Cuánto dinero ganó o perdió al final de los tres lanzamientos?

- A. Ganó \$ 1.000
- B. Ganó \$ 3.000
- C. Perdió \$ 2.000
- D. Perdió \$ 4.000

6. Jaime lanzó 16 veces y terminó sin pérdidas ni ganancias. ¿Cuántos aciertos tuvo Jaime?

- A. 0
- B. 4
- C. 6
- D. 8

7. Un escalador quiere subir un muro. En el primer intento subió 6,5 metros y resbaló 2. En el segundo intento alcanzó la parte más alta del muro subiendo 7,3 metros desde el punto donde quedó en el primer intento.

¿Cuál o cuáles de los siguientes procedimientos permiten determinar correctamente la altura h del muro?

I.	$h = (6,5 + 7,3) + (2)$
II.	$h = (6,5 - 2) + 7,3$
III.	$h = 6,5 - (2 + 7,3)$

- A. I solamente.
- B. III solamente.
- C. I y II solamente.
- D. II y III solamente.

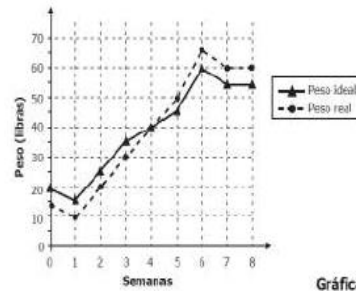
8. Para cercar un jardín se compraron dos tipos de malla, A y B. Del tipo A, dos rollos de 25,5 metros cada uno, y del tipo B, dos rollos cada uno con 7 metros de malla menos que un rollo del tipo A.

¿Cuál de los siguientes procedimientos permite determinar correctamente la cantidad de metros comprados para cercar el jardín?

- A. $(2 \times 25,5) + 2 \times (25,5 + 7)$
- B. $2 \times [25,5 - 7]$
- C. $2 \times [2 \times (25,5) - (2 \times 7)]$
- D. $(2 \times 25,5) + 2 \times (25,5 - 7)$

Tomado: Cuadernillos de pruebas, ejemplo de preguntas, Saber 9 Matemáticas, ICFES 2012-2015

9. La gráfica representa las variaciones en el peso ideal y el peso real (en libras), de un animal, durante sus 8 primeras semanas de vida.

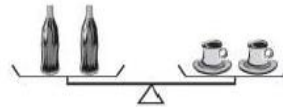


¿En qué semana, el peso real del animal fue igual al peso ideal?

- A. 1
- B. 4
- C. 6
- D. 8

10. La balanza de la figura está en equilibrio.

La ecuación $2(x + y) = 2z$, donde x corresponde a la masa de cada plato, y a la masa de cada pocillo y z a la masa de cada botella, representa la situación.



Figura

¿Cuáles de las siguientes son posibles masas, en gramos, de los objetos?

- A. $x = 20, y = 15, z = 35$
- B. $x = 40, y = 10, z = 30$
- C. $x = 35, y = 15, z = 20$
- D. $x = 30, y = 40, z = 10$

Anexo D. Prueba Final



REPUBLICA DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO NORTE DE SANTANDER
INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGIUSTIAS
MUNICIPIO DE LABATECA

Institución Educativa Aprobada por Resolución No 4028 del 10 de Noviembre de 2017
Para los Niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Técnica
NIT: 807005982-8 DANE: 154377000207 Código ICFES 026740



GEOMETRIA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER EL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LOS SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALITICOS EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGIUSTIAS DEL MUNICIPIO DE LABATECA

DOCENTE MARTHA LIGIA DIAZ TORRES

Prueba Final

1. En la siguiente gráfica se muestra la variación del peso de Pedro respecto a su edad. Las regiones sombreadas permiten determinar cuándo ha tenido sobrepeso, peso normal o bajo peso.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre el peso de Pedro es correcta?

- A. Tuvo peso normal de los 4 a los 12 años.
B. Tuvo peso normal de los 9 a los 12 años.
C. Tuvo sobrepeso de los 7 a los 9 años.
D. Tuvo bajo peso de los 4 a los 6 años.
2. Una población de seres vivos se duplica cada cierto tiempo. La expresión algebraica que describe este cambio para una población inicial de 100 individuos es:

$$p = 100 \cdot 2^{\left(\frac{t}{4}\right)}$$

donde t representa el tiempo transcurrido en años y p el número de individuos de la población.

De acuerdo con la situación, ¿cuáles son los valores de t para los cuales la población duplica?

- A. $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
B. $\{1, 2, 4, 8, \dots\}$
C. $\{4, 8, 12, 16, \dots\}$
D. $\{100, 200, 300, 400, \dots\}$

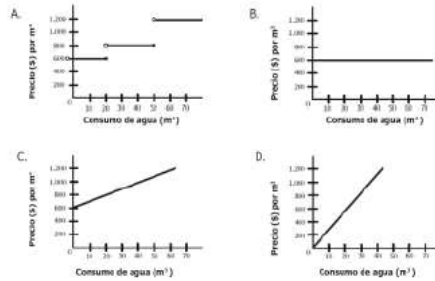
3. Transcurridas 24 semanas desde el inicio de un proyecto de vivienda se han construido 24 casas. En las últimas 8 semanas se construyeron 2 casas por semana. ¿Cuántas casas se construyeron en las primeras 16 semanas desde el inicio del proyecto?

- A. 4
B. 8
C. 17
D. 16

4. En cierta población el valor del consumo de agua de una vivienda se calcula de acuerdo con la siguiente información.

Consumo mayor que 0 m^3 y menor o igual que 20 m^3 Cada m^3 o fracción vale \$500
Consumo mayor que 20 m^3 y menor o igual que 50 m^3 Cada m^3 o fracción vale \$300
Consumo mayor que 50 m^3 Cada m^3 o fracción vale \$1.200

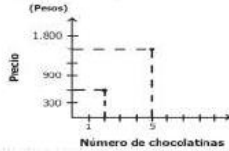
¿Cuál es la gráfica que relaciona el precio por m^3 de agua con la cantidad de m^3 de agua consumida en esa población?



5. Don Rodrigo fue a la tienda a comprar ocho kilos y medio de arroz. Solamente encontró bolsas de 3 kilos, 1 kilo y 1/2 kilo.

El lleva exactamente la cantidad de arroz que necesita, si compra
 A. 2 bolsas de 3 kilos, 1 bolsa de 1 kilo y 1 bolsa de 1/2 kilo.
 B. 1 bolsa de 3 kilos, 4 bolsas de 1 kilo y 5 bolsas de 1/2 kilo.
 C. 2 bolsas de 3 kilos, 2 bolsas de 1 kilo y 1 bolsa de 1/2 kilo.
 D. 1 bolsa de 3 kilos, 5 bolsas de 1 kilo y 3 bolsas de 1/2 kilo.

6. En una tienda cada chocolatina tiene el mismo precio. La siguiente gráfica relaciona el número de chocolatinas y el precio correspondiente.



¿Cuál es el mayor número de chocolatinas que se puede comprar con 2.000 pesos?

- A. 4
 B. 5
 C. 6

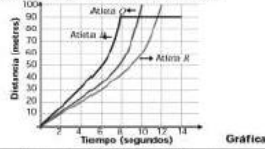
7. Cuando en un grupo cada persona abraza a otra del grupo una sola vez, el número total de abrazos, a , se calcula mediante la expresión, $a = \frac{n(n-1)}{2}$, donde n es el número de personas en el grupo.

- 7.

¿Cuál es el valor de a para un grupo de 5 personas?

- A. 3
 B. 5

8. La gráfica representa la distancia (en metros) recorrida por los atletas P, Q y R, en función del tiempo (en segundos) empleado por ellos durante una carrera de 100 metros.



- Gráfica
 I. El atleta P recorre solamente 50 metros.
 II. Los atletas Q y R llegaron al mismo tiempo.
 III. El primero en llegar a la meta fue el atleta Q.

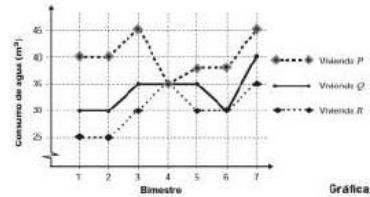
Tomar

¿Cuál o cuáles de las anteriores afirmaciones, sobre la carrera de los atletas P, Q y R, es o son verdadera(s)?

- 9.

- A. II solamente.
 B. III solamente.
 C. I y II solamente.
 D. I y III solamente.

La gráfica muestra el consumo de agua, en metros cúbicos (m³), de tres viviendas en 7 bimestres.

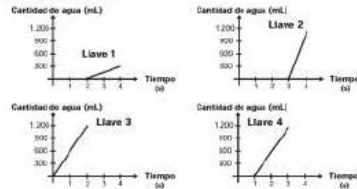


¿En cuál de los bimestres las tres viviendas consumieron la misma cantidad de agua?

- A. en el 2.
 B. en el 4.
 C. en el 6.
 D. en el 7.

- 10.

Una embotelladora tiene botellas de agua, de la misma capacidad, con cuatro llaves diferentes. Las siguientes gráficas representan la cantidad de agua (en mL) que verte cada una de las llaves en un determinado tiempo (en s).



¿Con cuál de las llaves se emplea más tiempo para llenar una botella?

- A. Llave 1.
 B. Llave 2.
 C. Llave 3.
 D. Llave 4.