

*GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER
EL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LOS SISTEMAS ALGEBRAICOS
Y ANALÍTICOS EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO
DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGUSTIAS
DEL MUNICIPIO DE LABATECA*

MARTHA LIGIA DIAZ TORRES

DIRECTOR:
Dr. ÉLGAR GUALDRÓN PINTO

MAESTRIA EN EDUCACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES
2018



unab

Universidad Autónoma de Bucaramanga

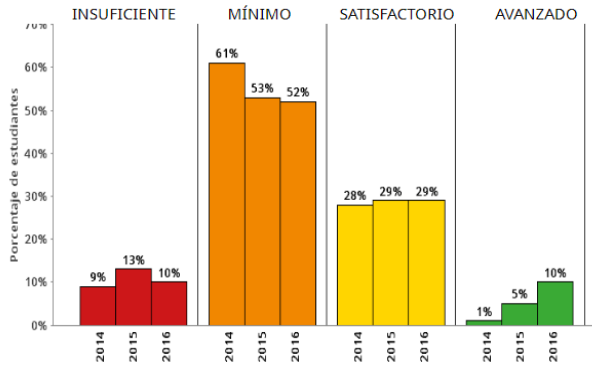
de puertas abiertas

VIGILADA MINEDUCACIÓN

Descripción del problema

Pruebas Saber

2. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas - grado noveno



ISCE, Pensamiento Variacional

2015

El 38% de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.

2016

El 77% de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.

El 77% de los estudiantes no usa sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras.



Diseño e Implementación de una Unidad Didáctica

Pregunta problema

¿Cómo fortalecer el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Nuestra Señora de las Angustias del municipio de Labateca?

OBJETIVO GENERAL

Fortalecer el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos mediante el software Geogebra en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Nuestra Señora de las Angustias del municipio de Labateca.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Identificar el nivel de conocimiento matemático de los estudiantes del grado noveno en el ámbito del pensamiento variacional de la Institución Educativa Nuestra señora de las Angustias.

Diseñar una unidad didáctica usando el software GeoGebra para el fortalecimiento de las competencias en el pensamiento variacional durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la función lineal.

Implementar la unidad didáctica en los estudiantes del grado noveno de COLNUESA.

Evaluar si la implementación de la unidad didáctica, como herramienta pedagógica, fortalece el pensamiento variacional.

JUSTIFICACIÓN

¿QUÉ?

- *Unidad didáctica*

¿POR QUÉ?

- *Bajo nivel en pruebas externas e ISCE*

¿PARA QUÉ?

- *Fortalecer el pensamiento variacional*

CONTEXTO



SERVICIO NACIONAL
DE APRENDIZAJE



VIGILADA MINEDUCACIÓN

ESTADO DEL ARTE

INTERNACIONAL

Villarreal, G. (2010) Caracterización del uso de la tecnología, por los profesores y alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemáticas en el nivel de secundaria, Universitat de Barcelona, España

Ortega, J. (2011) Recursos educativos abiertos, para la enseñanza de las matemáticas en ambientes de educación básica enriquecidos con tecnología educativa. Tesis de Maestría. Tecnológico de Monterrey. México.

NACIONAL

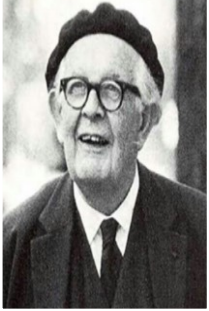
Gómez, O. (2015) Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno. Tesis de Maestría. Universidad Distrital Francisco José de caldas, Bogotá, Colombia.

Roldan, E. (2013) El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

REGIONAL

A pesar de realizar una búsqueda exhaustiva en las redes de información no se pudieron encontrar antecedentes a este nivel que contribuyeran a los objetivos del presente estudio.

Marco Teórico



Piaget (1978) “la idea de desarrollo cognoscitivo”

El Conocimiento es una construcción producto de la actividad del sujeto en su interacción con el medio ambiente físico y social



Vigotsky (1978) Teoría Socio Cultural

“La Zona de Desarrollo Próximo”



Ausubel (1983) “El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente”

Pensamiento
Variacional

Razonamiento
covariacional

GeoGebra

Humanos
Con
Medios

Función
Lineal

Representación
Semiótica

ACCIÓN MENTAL	DESCRIPCIÓN DE LA ACCIÓN MENTAL	COMPORTAMIENTO
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g., y cambia con cambios de x)
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Construcción de una recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio de valor de salida mientras se consideran cambios en el valor de entrada.
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada	Construcción de rectas secantes contiguas para el dominio. Verbalización de la consciencia de la razón de cambio de salida (con respecto al valor de entrada) mientras se consideran los incrementos uniformes del valor de entrada.
AM5	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función, con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio de la función.	Construcción de una curva suave con indicaciones claras de los cambios de concavidad. Verbalización de la consecuencia de los cambios instantáneos en la razón de cambio para todo el dominio de la función (los puntos de inflexión y la dirección de las concavidades son correctos)

Tabla 1. Acciones mentales del marco conceptual para la covariación. Tomado de Carlson et al (2003, p. 128)

Niveles de Razonamiento

Nivel 0

Reconoci-
miento de las
variables

¿Qué
elementos
cambian?

Nivel 1

Coordinación

Coordinar el
cambio de
una variable
con cambios
en la otra
variable.

¿Qué hace
que un
elemento
cambie?

Nivel 2

Dirección:

Coordinar la
dirección del
cambio de
una de las
variables con
cambios en la
otra.

¿Cómo
cambia un
elemento en
relación con
otro?

Nivel 3

**Coordinación
cuantitativa:**

Coordinar la
cantidad de
cambio en
una variable
con cambios
en la otra.

¿Cuánto
cambia?

Nivel 4

Razón promedio:

Coordinar la
razón de cambio
promedio de una
función con
cambios
uniformes en los
valores de
entrada de la
variable.

¿Cuál es la
razón de
cambio?

Nivel 5

**Razón
instantánea:**

Coordinar la
razón de cambio
instantánea de
una función con
cambios
continuos en la
variable de
entrada.

¿Cómo se
comporta
globalmente
la gráfica?

Educación primaria

Educación secundaria

Los niveles de razonamiento 1,2,3,4,5 fueron tomados de: Carlson, M., Jacobs, S., Cox, E., Larson, S. & Hsu, E. (2009). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. *Revista CMA 8* (2), 121-156.

El nivel de razonamiento 0, fue tomado de: Gómez, J., Orozco, J., Realde, G., Benevides, G., Navarro, N., & Guastaneta, E. (2012). El pensamiento variacional: un asunto de juego y actividad matemática en la escuela. *Revista AENIIME*, pp. 404-431. ISBN: 978-958-8815-11-4

<http://files.unindes.edu.co/3635/1/ElPensamientoG%C3%B3mezAsociame2012.pdf>

**FUNCIÓN
LINEAL**

CONCEPTO

GRÁFICA

PENDIENTE

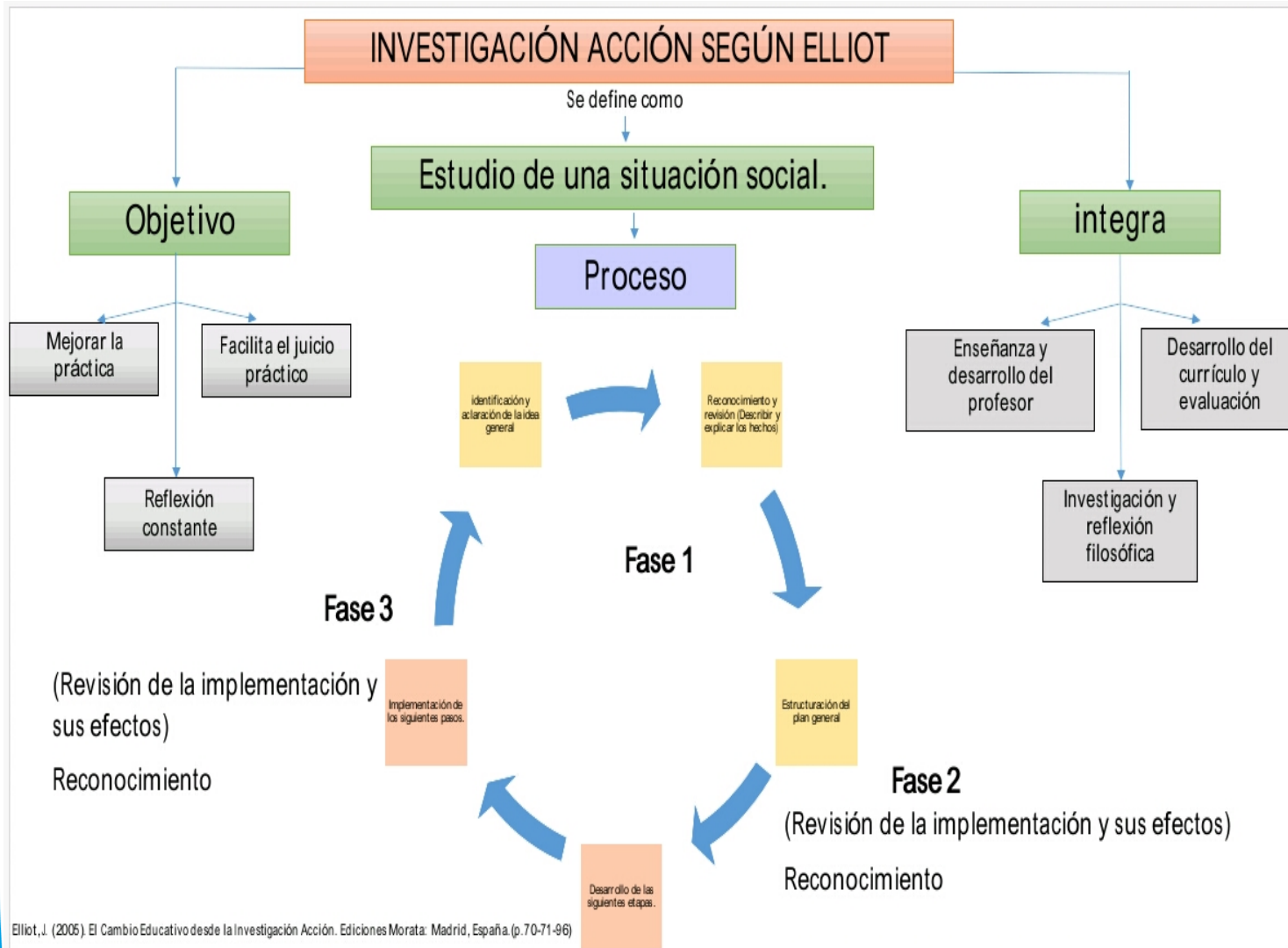
**ECUACIÓN
DE LA RECTA**

APLICACIONES

Diseño Metodológico

Tipo de Investigación: Cualitativa

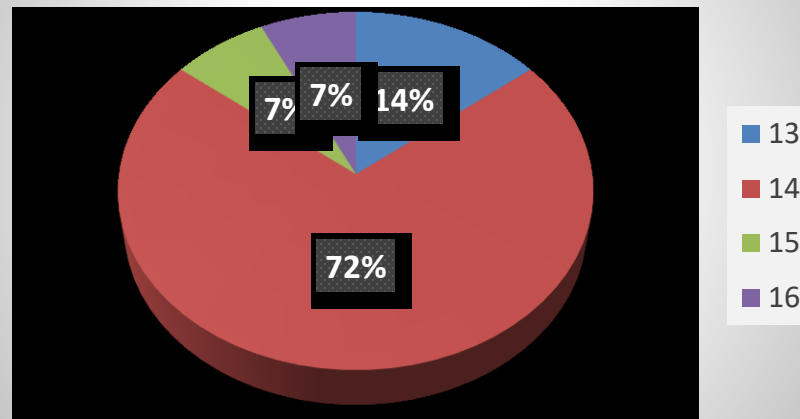
Enfoque: Investigación Acción



Elliot, J. (2005). El Cambio Educativo desde la Investigación Acción. Ediciones Morata: Madrid, España. (p.70-71-96)

POBLACIÓN

Número de Estudiantes



EDADES		SEXO		PROCEDENCIA	
AÑOS	NUMERO	MASCULINO	FEMENINO	RURAL	URBANO
13	4	1	3	2	2
14	20	6	14	4	16
15	2	1	1	1	1
16	2	2	0	1	1
TOTAL	28	10	18	8	20

Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

- *Observación*
- *Prueba Diagnóstica Inicial*
- *Diario de Campo*
- *Prueba Final*
- *Validación de Instrumentos*

Validado por el director de la tesis Élgar Gualdrón Pinto y algunos miembros grupo de investigación EDUMATEST de la Universidad de Pamplona.

SELECCIÓN Y ELABORACIÓN PRUEBA DIAGNÓSTICA

DIARIO DE CAMPO

NÚMERO DE DIARIO DE CAMPO	1	TIEMPO	2 HORAS
FECHA	23 de Enero		
LUGAR	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE LAS ANGUSTIAS		

INDICADOR

Realizar una prueba diagnóstica para identificar el nivel de conocimiento matemático de los estudiantes del grado noveno en el ámbito del pensamiento variacional de la Institución Educativa Nuestra señora de las Angustias.

NOMBRE DEL OBSERVADOR

Martha Ligia Díaz Torres

TEMÁTICA

ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS

- ✓ Organización
- ✓ Disposición del aula
- ✓ Orientación de la prueba

TIPO DE INFORMACIÓN

DESCRIPTIVA

REFLEXIVA

- El aula fue organizada en filas y con espacio suficiente entre los estudiantes para una mayor comodidad.
- Se hizo entrega de las pruebas y se dieron las indicaciones correspondientes, las cuales los estudiantes siguieron en forma correcta.
- El estudiante que tuviera alguna duda o inquietud levantaba la mano y la docente se acercaba a aclararla.
- Durante la prueba los participantes tuvieron una actitud de respeto, silencio y concentración.

La organización del espacio en el cual los participantes iban a presentar la prueba contribuyó de manera positiva al respeto por las normas, la responsabilidad y la honestidad.

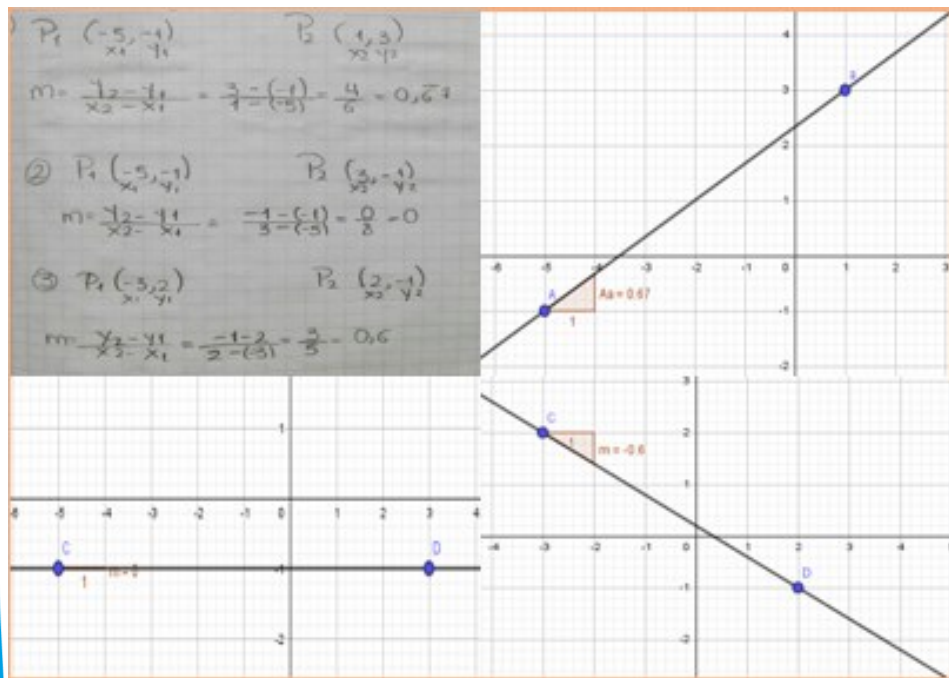
El hecho de que los participantes estuvieran atentos a la hora de las indicaciones contribuyó a que la prueba se desarrollara de forma normal, sin alteraciones que pudieran perturbar los resultados.

Después de realizar un barrido en las redes de información se decide realizar una selección de preguntas de los cuadernillos de pruebas, ejemplo de preguntas, Saber 9 Matemáticas, ICFES 2012-2015 y se organizó un documento con diez preguntas tipo icfes. Las preguntas seleccionadas se basaron en el componente numérico variacional, teniendo en cuenta las diferentes competencias que se deben desarrollar en dicho componente.

Categorización

Macro Categorías	Categorías	Subcategorías	Descriptorios
Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Razonamiento	N0 (Nivel Cero)	Reconocimiento de las variables
		N1 (Nivel Uno) Coordinación	AM1 (Acción Mental 1) Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.
		N2 (Nivel Dos) Dirección	AM2 (Acción Mental 2) Coordinación de la dirección de cambio de una variable con los cambios de la otra.
		N3 (Nivel Tres) Coordinación Cuantitativa	AM3 (Acción Mental 3) Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.
		N4 (Nivel Cuatro) Razón promedio	AM4 (Acción Mental 4) Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.
		N5 (Nivel Cinco) Razón Instantánea	AM5 (Acción Mental 5) Coordinación de cambio instantánea de la función, con los cambios continuos en la variable independiente.

Ejemplo: Guía N°3



La comparación entre el procedimiento que hicieron en el cuaderno y lo realizado en Geogebra permitió que se dieran cuenta de lo que realmente representa la pendiente y llegar al concepto de ésta de una forma definitiva, que es la razón de cambio de la función lineal, la cual se entiende como la razón entre la elevación y el avance.

Es por ello que se pudo observar que la mayoría de los participantes cumplieron el indicador propuesto, “*Coordinación de la dirección de cambio de una variable con los cambios de la otra*”, lo que corresponde a la acción mental dos (**AM2**) y se pueden clasificar en el nivel dos (**N2**) de razonamiento, que era el esperado.

Proceso de Investigación

FASE	ACTIVIDAD	RECURSOS
Diagnóstica	<ul style="list-style-type: none">• Prueba tipo ICFES• Análisis Prueba Diagnóstica	<ul style="list-style-type: none">• Prueba escrita selección múltiple• Fotocopias• Cuadernillos de Pruebas, Ejemplos de preguntas ICFES• Resultados prueba inicial
Diseño e implementación	<ul style="list-style-type: none">• Diseño de la Unidad didáctica• Implementación de la Unidad Didáctica• Diligenciar el diario pedagógico	<ul style="list-style-type: none">• Unidad didáctica• Guías-taller• Mapas conceptuales• GeoGebra• Plataforma Edmodo• Diario pedagógico
Presentación de resultados	<ul style="list-style-type: none">• Prueba final tipo ICFES• Valorar la efectividad de la propuesta• Conclusiones y recomendaciones	<ul style="list-style-type: none">• Resultados prueba final• Matriz de categorías y subcategorizas• Resultados de la triangulación

Resultados y Discusión

Inicio

Trayectoria

Inicial

Intermedia

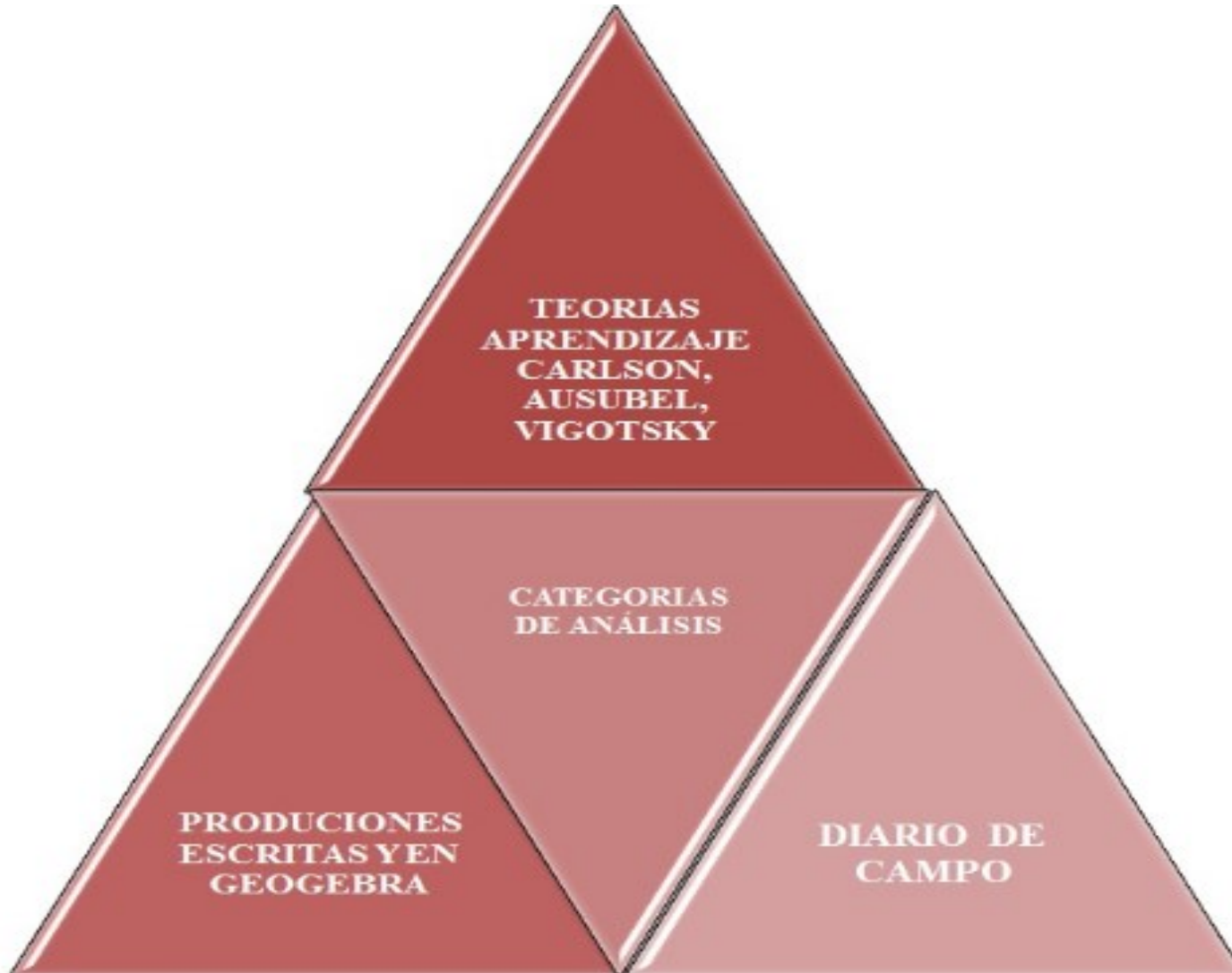
Final

El diagnóstico y las primeras ocho sesiones donde se desarrollan las dos primeras guías

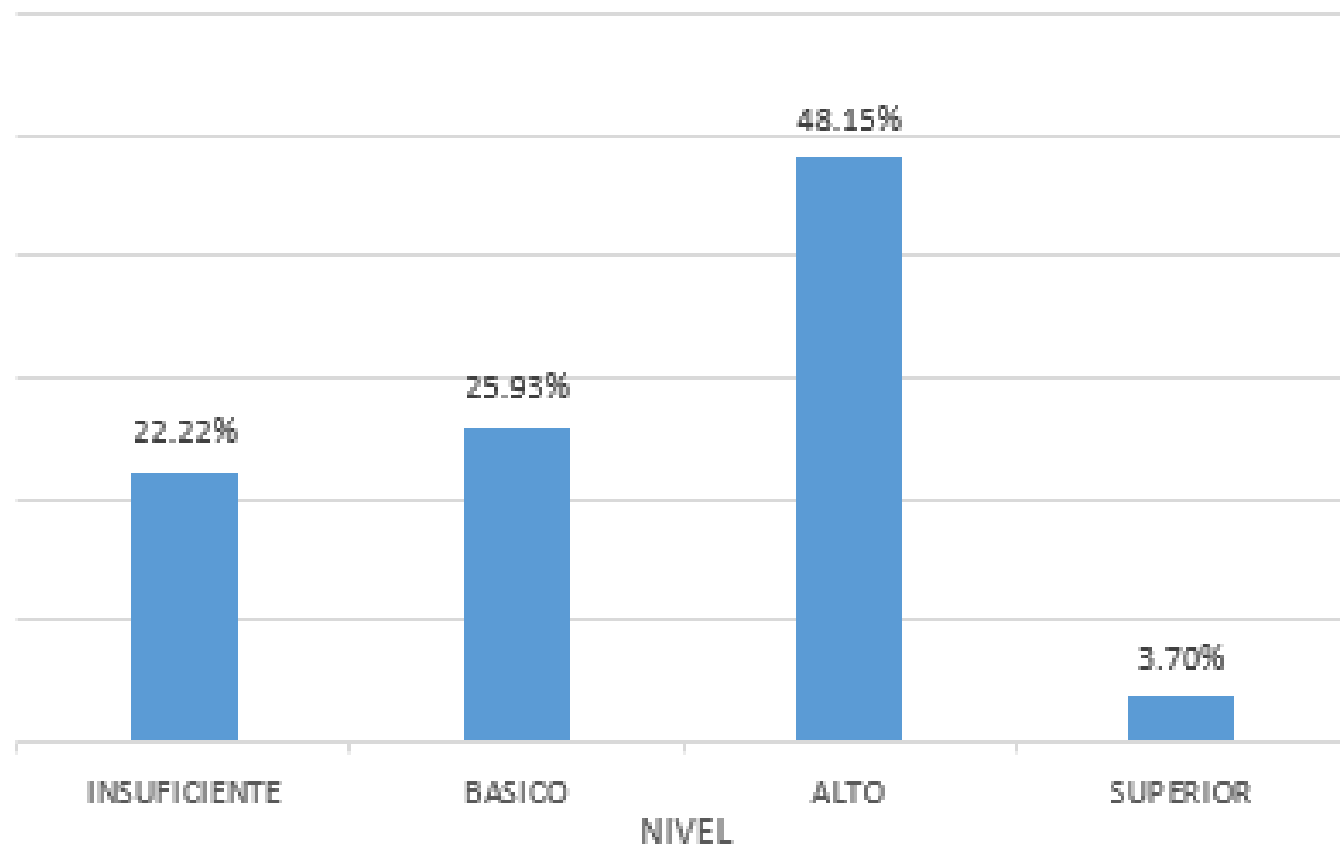
ocho sesiones donde se desarrollan las guías tres y cuatro

nueve sesiones, donde se aplican las guías cinco y seis y la evaluación final

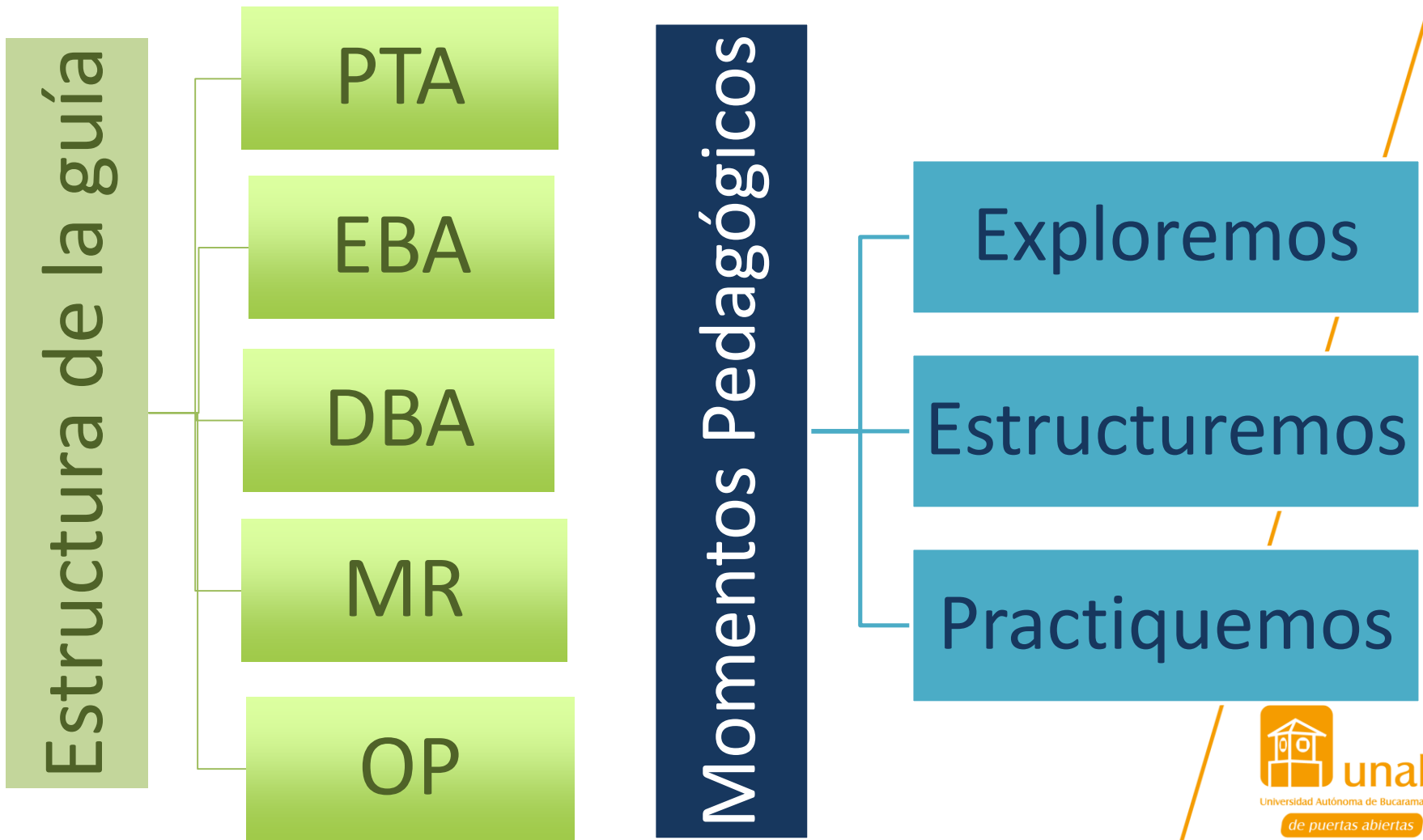
Triangulación



RESULTADOS PRUEBA DIAGNOSTICA



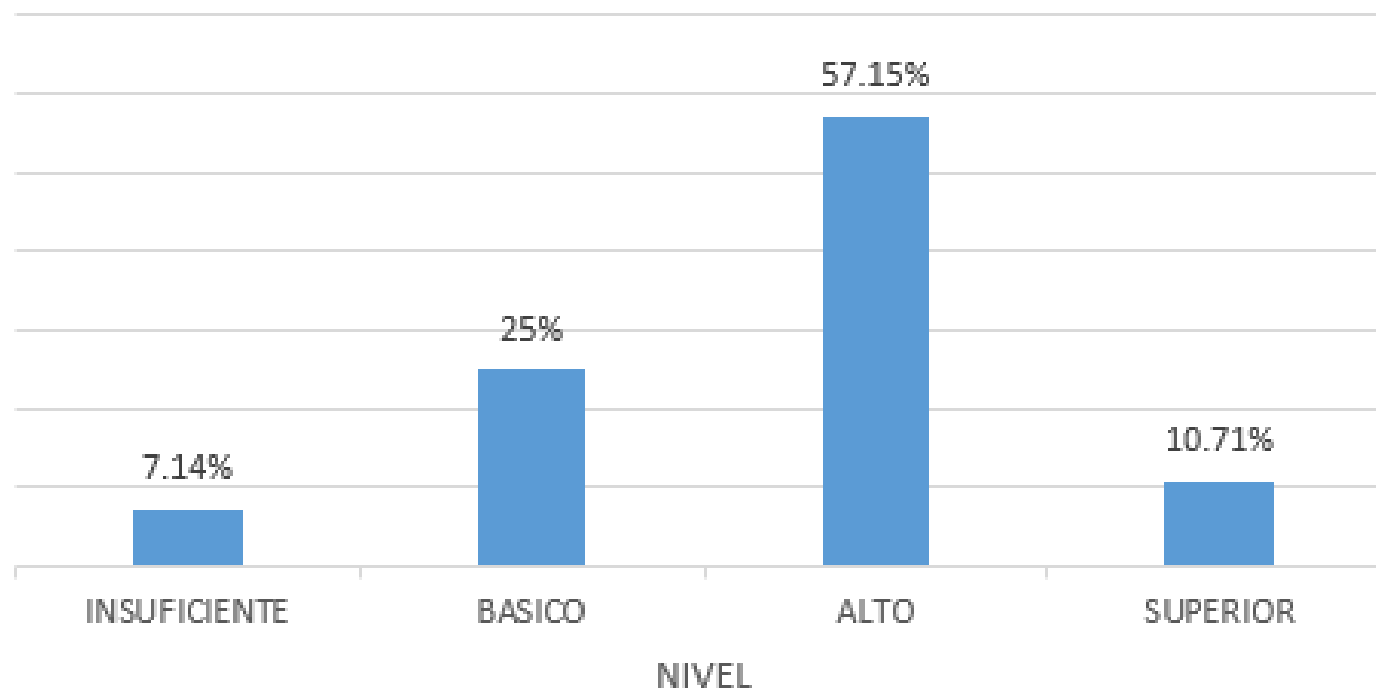
Resultados Unidad Didáctica



Efectividad Unidad Didáctica

GUIA	Eficiente	Observación
GUIA 1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES	Si	La presentación de la guía motivó el desarrollo del aprendizaje pues permitió el trabajo individual, grupal y colaborativo. Se realizó un acercamiento de los participantes al software Geogebra.
GUIA 2 FUNCIÓN	Si	Los participantes tuvieron claridad en las diferentes formas de representar las funciones, ello les ayudó a formar un mejor concepto de estas y con la ayuda de Geogebra lograron el nivel de razonamiento deseado
GUIA 3 PENDIENTE	Si	La comparación entre el procedimiento que hicieron en el cuaderno y lo realizado en Geogebra permitió que se dieran cuenta de lo que realmente representa la pendiente y llegar al concepto de ésta de una forma definitiva, que es la razón de cambio de la función lineal, la cual se entiende como la razón entre la elevación y el avance.
GUIA 4 GRAFICA DE UNA FUNCIÓN LINEAL	Si	Es importante debido a la posibilidad de análisis y la observación de atributos de la función como son la pendiente (inclinación), interceptos con los ejes, los puntos (pares ordenados), gracias a esto los participantes pudieron realizar con mayor facilidad las actividades prácticas donde debían graficar funciones lineales. Para complementar y reforzar este aprendizaje se contó con el software Geogebra, que permitió comparar los resultados obtenidos.
GUIA 5 ECUACIÓN GENERAL Y CANÓNICA DE UNA RECTA.	Si	Esta representación algebraica requiere del conocimiento de los símbolos empleados para interpretar conceptos abstractos, la ecuación permite la determinación de valores de forma precisa; las actividades planteadas permitieron a la mayoría de los participantes cumplir el indicador propuesto, modelando varias situaciones, fortaleciéndolo mediante el uso de Geogebra.
GUIA 6 RECTAS QUE SE CRUZAN, PARALELAS Y PERPENDICULARES	Si	Usando los diferentes algoritmos planteados, muchos de los participantes lograron establecer diferentes relaciones entre varios pares de rectas, verificando dichas relaciones con el software Geogebra.

RESULTADOS PRUEBA FINAL



Impacto

Principios Éticos

Consentimiento Informado Rector

Consentimiento Informado Padres de los
participantes

Propuesta Pedagógica

Unidad Didáctica: La Función Lineal

GUIA	INDICADOR
GUIA 1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES	Utilizar Geogebra para facilitar la comprensión de los conceptos matemáticos como son representación de puntos en un sistema de ejes coordenados.
GUIA 2 FUNCIÓN	Entender por medio de Geogebra el concepto de función a través de representaciones, como tablas, gráficas y expresiones algebraicas.
GUIA 3 PENDIENTE	Estimular a los estudiantes a que deduzcan el concepto de pendiente de una recta mediante Geogebra, calcular de forma manual y comparar los resultados.
GUIA 4 GRAFICA DE UNA FUNCIÓN LINEAL	Analizar la importancia de las gráficas de una función lineal y sus características.
GUIA 5 ECUACIÓN GENERAL Y CANÓNICA DE UNA RECTA.	Determinar la ecuación de una recta dados dos parámetros, dos puntos o un punto y la pendiente, usando Geogebra.
GUIA 6 RECTAS QUE SE CRUZAN, PARALELAS Y PERPENDICULARES	Comparar las expresiones gráficas, y analíticas de dos funciones lineales.



Conclusiones

Fue fundamental iniciar con la identificación de los conocimientos previos que poseían los participantes; fortalecer y nivelar aquellos aspectos que requerían mayor atención, para que de esta manera pudieran asimilar el tema central expuesto en la unidad didáctica y junto con las actividades prácticas como refuerzo fuera más fácil encadenar lo nuevo con lo que ya sabían.

El análisis permitió ver que uno de los aspectos más importantes del trabajo de investigación fue la planeación, el diseño y la estructuración de la unidad didáctica, debido a la secuencia que se dio a las guías fue clave, ya que permitió ir llevando a la mayoría de los participantes de tal manera, que fueron avanzando de un nivel de razonamiento a otro de forma muy natural, pues al iniciar la intervención se observó que muchos de los participantes no alcanzaban siquiera el nivel cero (**NO**) de razonamiento y con la guía número seis se verificó que la mayoría de los participantes pudieron llegar hasta el nivel de razonamiento cuatro (**N4**), de esta manera se fortaleció el razonamiento covariacional y por ende el Pensamiento Variacional, objetivo principal de esta investigación.

La inclusión de la tecnología fue muy positiva, pues fue evidente la facilidad que poseen los participantes en su manejo, la forma en que después de una corta introducción, tutoría y exploración, se apropiaron de muchos de los elementos y herramientas del software GeoGebra, pudieron comparar las situaciones que se hicieron de manera manual y de esta forma hacer más significativo su aprendizaje, pues podían dedicar más tiempo al análisis y no a otros aspectos que dispersaban su atención; de igual forma esto contribuyó al fortalecimiento del aprendizaje autónomo por parte de los mismos.

Recomendaciones

- Vacíos operacionales básicos  Realizar una nivelación de los participantes para evitar estos inconvenientes.
- Consecución y perfeccionamiento de habilidades matemáticas en los participantes.  Se sugiere la metodología utilizada para ser adaptada dentro de los currículos y de esta manera lograr un mejoramiento continuo en la labor docente.
- El proceso investigativo contribuyó a desarrollar la capacidad de observación, análisis y reflexión durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Referencias Bibliográficas

Ausubel-Novak-Hanesian (1983). *Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo*. 2° Ed. TRILLAS México.

Barajas et all, (2016). *Función Constante, Lineal y Afín* (tesis de maestría). Universidad de los Andes, San José de Bogotá.

Carlson et all. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA*, 8(2), pp. 121-156.

Carlson y Moore, (2015). *El papel del Razonamiento covariacional en la comprensión y el uso del concepto de función*. Lecciones aprendidas de la investigación.

Concepto Función Lineal. Recuperado de

https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_lineal

Corte Constitucional, Consejo Superior de la Judicatura (2016). *Constitución Política de Colombia*, 1991. Recuperado de: <https://bit.ly/2E13Ox2>.

Duval, R. (1992). *Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros*. En R. Cambray, E. Sánchez y G. Zubieta (comp.) Antología en educación matemática, material de apoyo para el seminario de educación matemática. Maestría en Ciencias, Especialidad en Matemática Educativa, Nivel Medio Superior. Cinvestav- IPN. p. 125-141.

Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Cali: Universidad del Valle.

- Duval, R., y Vega, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Santiago de Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática.
- Elliot, J. (1990). *La Investigación-Acción en educación*, Primera Edición, Madrid, España, Ediciones Morata.
- Escamilla, A. (1995). *Unidades didácticas una propuesta de trabajo en el aula*. Editorial EDELVES.
- Flores, J. (2010). *Exploración del impacto de un Software dinámico en el aprendizaje de la geometría*. (tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional “Francisco Morazan”, Tegucigalpa, México D.C.
- García, V. (2014). *Una secuencia didáctica que integra Geogebra para la enseñanza de ecuaciones lineales en el grado octavo*. (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Palmira.
- Gómez, O. (2015). *Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno*, (tesis de maestría). Universidad Distrital Francisco José de caldas, San José de Bogotá. Recuperado de: <http://bit.ly/2FRmSwj>.
- Guzmán, W. (2012) *Estrategias Didácticas para potenciar el pensamiento variacional a través de situaciones problema, de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa “San José del Municipio de Betulia”*, (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín.

- Hohenwater M y Hohenwather J. (2009). *Documento de Ayuda de GeoGebra, Manual oficial de la versión 3.2* (pág. 13.). Rescatado de www.geogebra.org.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. (2012-2016). *Cuadernillo de prueba, Ejemplo de preguntas, Saber 9° Matemáticas*.
- Koepsell, R., Ruiz de Chávez, H. (2015. p 20). *Ética de la Investigación, Integridad Científica*.
- Ley 115 de febrero 8 de 1994, *Ley General de Educación*, Artículo 22 Literales c, f, g, y n, Artículo 23 áreas fundamentales.
- Mayoral, J. y Suarez, E. (2014). *Estrategias didácticas mediadas con TIC para fortalecer aprendizaje autónomo de la matemática en estudiantes de 9° del IDDINUEVA GRANADA*, (tesis de maestría). Universidad de la Costa, Barranquilla.
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales*. Editado por Ministerio de Educación Nacional Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de competencias en Matemáticas*. Recuperado de: <https://bit.ly/2tOnn7P>.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V2*, Editado por Ministerio de Educación Nacional Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Cartilla Diez: Aprendizajes en matemáticas para grados 8 y 9*, Versión preliminar conjunta V2.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Orientaciones Pedagógicas, Matemáticas 3°, 5°, 9°, V2*, Reporte de la Excelencia.

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Plan Decenal de Educación*. (2Da edición). Recuperado de <https://bit.ly/2phXxDW>.

Ministerio de Educación Nacional (2017). *Instructivo Insumo de Apoyo Aula de Aula Programa todos a aprender*. (p. 14)

Olson, D., (1998). *El mundo sobre el papel. El impacto de la escritura y la lectura en la estructura del conocimiento*, Barcelona: Editorial Gedisa.

Ortega, J. (2011). *Recursos educativos abiertos, para la enseñanza de las matemáticas en ambientes de educación básica enriquecidos con tecnología educativa*, (tesis de maestría). Tecnológico de Monterrey, México.

Piaget, J. (1978). *La Equilibración de las estructuras cognitivas. Problema Central del desarrollo*, España, Editorial siglo XXI

Roa, A. (1993). La Teoría de la Acción Comunicativa y las Nuevas relaciones entre Filosofía y Educación. En: *Revista Huellas*, N°38, Universidad del Norte, pp. 21-29.

Roldan, E. (2013). *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica*, (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, San José de Bogotá.

Teoría Ausubel. Recuperado de: http://1.bp.blogspot.com/-dxnhY3IJRXI/TfzG_XP1UiI/AAAAAAAAAGY/OLV6JoEuro/s1600/significativo.gif.

Teoría de Vigotsky. Recuperado de:

http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1255310670296_1234418443_9821/TEORIA%20SOCIOCULTURAL.cmap?rid=1255310670296_1234418443_9821&partName=htmljpeg
[https://psicologiaymente.net/desarrollo/teoria-sociocultural-lev-vygotsky.](https://psicologiaymente.net/desarrollo/teoria-sociocultural-lev-vygotsky)

Villa-Ochoa, Jhony y Borba, Marcelo C. (2011). Humans-with-Media en la producción de conocimiento matemático. El caso de Geogebra. En García, Gloria (Ed.), *Memorias del 12º encuentro colombiano de Matemática Educativa* (pp. 667-673). Bogotá: Grupo Editorial Gaia.

Villarreal, G. (2010). *Caracterización del uso de la tecnología, por los profesores y alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemáticas en el nivel de secundaria*, (tesis doctoral). Universitat de Barcelona, España.

GRACIAS



unab

Universidad Autónoma de Bucaramanga

de puertas abiertas

VIGILADA MINEDUCACIÓN