Diseño e Implementación de Unidades Didácticas para la Enseñanza de las Cónicas en el Grado Noveno de la Colegio Carlos Vicente Rey del Municipio de Piedecuesta Santander

Joly Andrea

Alonso Peñuela

Universidad Autónoma de Bucaramanga- UNAB

Facultad de Educación

Maestría en Educación

2018

Diseño e Implementación de Unidades Didácticas para la Enseñanza de las Cónicas en el Grado Noveno de la Colegio Carlos Vicente Rey del Municipio de Piedecuesta Santander

Joly Andrea

Alonso Peñuela

Trabajo de Grado presentado como Requisito para optar al Título de Magíster en Educación

Director:

Jamen Ronald Velazco Mosquera

Universidad Autónoma de Bucaramanga- UNAB

Facultad de Educación

Maestría en Educación

2018

Agradecimientos

La autora expresa sus agradecimientos a:

A Dios por permitirme llevar a cabo este proyecto profesional y a su vez perfeccionar los conocimientos para aplicar en el entorno.

A mi familia, mi hija, pareja y amigos por la comprensión y el apoyo incondicional en todos los momentos vividos a lo largo de este proceso.

A los tutores que orientaron e hicieron que fueran posibles los conocimientos necesarios, qué permitieron brindar herramientas precisas y claras que perduraran durante el resto del caminar profesional y personal.

A los compañeros de clase por haber participado y compartido los momentos académicos que enriquecieron con aportes importantes, para que nuestro aprendizaje de aprender sea el inicio, el presente y futuro que conlleva a abrirse a nuevos campos competitivos e innovadores en la formación profesional que cada uno se formó.

Por último, agradecemos a la Universidad por brindarnos el espacio donde compartimos en forma individual y colectiva las diferentes investigaciones y procesos de formación, altamente calificados y con un grado de responsabilidad y honestidad, que nos hará llevar a contribuir con los grupos educativos para brindar nuestros conocimientos y poder favorecer al desarrollo de nuestra comunidad.

Tabla de Contenido

Lista de Tablas

Pág.

Lista de Figuras

Pág.

Lista de Apéndices

Pág.

Resumen

Este trabajo presenta y propone alternativas para solucionar el problema del bajo desempeño de los estudiantes en la asignatura de geometría y busca el mejoramiento y desarrollo de los DBA (derechos básicos de aprendizaje) del área matemáticas en los estudiantes del grado noveno (9º) jornada de la mañana del Colegio Carlos Vicente Rey del municipio de Piedecuesta a través de estrategias pedagógicas para la enseñanza de figuras cónicas.

Esta investigación contiene una prueba diagnóstico y diferentes actividades que permiten fortalecer lo conceptual, lo práctico y la modelación para crear un impactó en su entorno y su razonamiento lógico, utilizadas en estrategias organizadas por secciones en la unidad didáctica la cual se basó en el modelo de los niveles de Van Hiele, buscando como los alumnos para determinar el nivel aceptación de la temática usaron diferentes procesos con el fin de determinar si la aplicabilidad de este modelo puede influir en el nivel de desempeño.

El trabajo se estructura en las siguientes fases: planteamiento del problema, justificación, marcos de referencia, diseño básico metodológico, recolección y tratamiento de la información, fase de diseño, desarrollo, validación de las herramientas por el director de proyecto, categorización, implementación modelo de Van, manejo de herramientas virtuales y físicas, planteamiento y desarrollo de situaciones problemas y conclusiones.

De esta manera las diversas actividades aplicadas en las clases por los estudiantes fueron apoyo excelente en el proceso de enseñanza y aprendizaje; es por ello que para el análisis del problema se tomaron como referentes, el análisis de resultados del indicé sintético de calidad permitiendo poder evidenciar fortalezas y debilidades que aún se encuentran pero en menor porcentaje; la prueba diagnóstico y loas diferentes actividades y talleres que se realizaron durante la investigación.

P**alabras claves**: enseñanza, aprendizaje, razonamiento, actividades.

Abstract

This paper presents and proposes alternatives to solve the problem of low performance of students in the subject of geometry and seeks the improvement and development of DBA (basic learning rights) in the area of mathematics in ninth (9th) day students the morning of the Carlos Vicente Rey School in the municipality of Piedecuesta through pedagogical strategies for the teaching of conical figures.

This research contains a diagnostic test and different activities that allow strengthening the conceptual, practical and modeling to create an impact on their environment and their logical reasoning, used in strategies organized by sections in the didactic unit which was based on the model of The Van Hiele levels, looking for how the students to determine the acceptance level of the subject, used different processes in order to determine if the applicability of this model can influence the level of performance.

The work is structured in the following phases: problem statement, justification, reference frameworks, basic methodological design, information collection and treatment, design phase, development, validation of the tools by the project director, categorization, model implementation de Van, management of virtual and physical tools, approach and development of situations, problems and conclusions.

In this way the various activities applied in the classes by the students were excellent support in the teaching and learning process; that is why, for the analysis of the problem, the analysis of the results of the synthetic quality indicator was taken as references, allowing to show strengths and weaknesses that are still found but in a lower percentage; the diagnostic test and the different activities and workshops that were carried out during the investigation.

Keywords: teaching, learning, reasoning, activities.

Introducción

El verdadero docente de la enseñanza y el aprendizaje debe preocuparse por investigar sobre las dificultades observadas en sus alumnos durante el proceso de enseñanza aprendizaje en las competencias matemáticas, este trabajo se enfoca en el proceso analítico, para la solución de figuras cónicas en los estudiantes de noveno grado.

Como investigadora tengo experiencia de 4 años en el área de matemática y por argumentos de distribución de la carga académica del Colegio Carlos Vicente Rey donde se labora por asignaturas dándome la oportunidad de dictar estos temas tan importantes para las bases de los estudiantes, pero al iniciar el proceso observe falencias que determinaron la realización de esta investigación.

El presente proyecto de investigación, se fortalece en el pensamiento geométrico, y elementos que intensifican y fomentan los diferentes DBA (derechos básicos de aprendizaje) y competencias matemática que se utilizan para la formulación y solución de situaciones, problemas en la temática de figuras cónicas, con el apoyo de actividades que fortalecen el conocimiento, habilidades y actitudes de los estudiantes del grado noveno del Colegio Carlos Vicente Rey del municipio de Piedecuesta en el departamento de Santander.

1. Problema de Investigación

1.1 Descripción de la situación Problema

"Analizando los resultados obtenidos en el índice sintético de calidad, se debe reconocer la situación problema que presenta el colegio Carlos Vicente Rey, en el grado noveno, en la asignatura de geometría, donde se encontró el siguiente diagnóstico respecto a los conocimientos desde el punto de vista de los procesos pedagógicos":

- Muy débil en el componente Numérico-variacional.
- Débil en el componente Geométrico-métrico, representación y modelación fuerte en el aleatorio (Fecha de actualización de datos: lunes 19 de febrero 2018)

Todo lo anterior basado en la desmotivación y temor que tienen los estudiantes a la asignatura de geometría por sus trabajos y talleres extensivos, que en ocasiones son un poco complejos, la falta de utilizar la memoria, la lógica, los procesos prácticos y dinámicos que permiten mejorar el interés y compromiso por parte de los alumnos en el aprendizaje; esto se viene observando desde años atrás en los resultados del índice sintético de calidad, los cuales fueron analizados y estudiados sus falencias que se refleja

n en los componentes del pensamiento aleatorio, numérico, espacial, variacional en cuanto se resuelven situaciones cotidianas.

Es así que la práctica pedagógica del maestro, demuestra la falta de destrezas, actitudes y competencias como modelo de liderazgo, direccionalidad, evaluación, retroalimentación y orientación.

Todo lo anterior se busca mejorar, gracias a la aplicación de nuevas herramientas TIC y metodologías METACOGNITIVA (canales sensoriales que permiten el aprendizaje), COPISI (concreto, pictórico y simbólico), DBA (derechos básicos de aprendizaje) buscando permitir avanzar en el progreso de los dinamismos escolares, teniendo en cuenta la naturaleza de la asignatura que imparte, la utilización de los recursos tecnológicos, experiencias vivenciales, materiales concretos y las características sociales, económicas, culturales, creencias y emociones del grupo de estudiantes en el desarrollo de las diferentes actividades, según un análisis realizado por los docentes del área en el colegio Carlos Vicente Rey sobre las pruebas saber del grado 9ª aplicadas por el Ministerio de Educación Nacional – MEN (2017), y las posibles causas que han originado las debilidades de la geometría se puede decir lo siguiente:

- Falta de mayor intensidad horaria.
- Falta de una sala especializada dotada de material didáctico.
- Falta guías y unidades básicas de aprendizaje en la asignatura de geometría.
- Falta software para que la asignatura de geometría sea más interactiva.

Si no se mejoran estas debilidades y la calidad, la institución no tendrá la fortaleza necesaria en la asignatura de geometría, donde el estudiante presenta dificultades en el desarrollo de procesos cognitivos y en los conocimientos básicos; de esta manera se puede correr el riesgo que los resultados en las pruebas saber no avancen y no se encuentre una buena comunicación de docente-alumno, tornándose las clases aburridas y poco dinámicas, lo que conllevará a un bajo desempeño académico y a la pérdida del año escolar. Teniendo en cuenta la anterior problemática se hace urgente la aplicación del proyecto diseño e implementación de unidades didácticas para la enseñanza de las cónicas en el grado noveno del colegio Carlos Vicente rey del municipio de Piedecuesta en el departamento de Santander.

1.2 Formulación del Problema.

¿Cómo diseñar e implementar unidades didácticas para la enseñanza de las cónicas en el grado noveno de la colegio Carlos Vicente rey del municipio de Piedecuesta en el departamento Santander?

1.3 Justificación

La propuesta de investigación se basa en los parámetros de metodología del colegio, el PEI (Proyecto Educativo Institucional) y los DBA (Derechos Básicos de Aprendizaje) del Ministerio de Educación Nacional que busca fortalecer algunas dificultades en la materia de geometría que por mucho tiempo, en las instituciones educativas públicas colombianas fueron las causas más notables por parte de los estudiantes, falencias de las cuales el colegio Carlos Vicente Rey no es ajeno.

Y esto permitiendo mostrar que quizá la forma reduccionista, mecanicista y utilitaria con la que la matemática se ha venido conociendo, ha limitado el sentido y reglas del conocimiento que sean aplicadas en cada situación, y teniendo en cuenta que la alfabetización en aspectos y conocimientos básicos, fue la que se mantuvo durante la concepción de la geometría para trabajarse desde una orientación desigual; que no ha permitido que estas áreas se conviertan significativamente, fundamentales y valiosas en la vida del estudiante y no de realizar simplemente trabajo escolar, es por ello qué el mejoramiento se puede fortalecer, profundizar los procesos a partir de cualquier entorno, espacio o actividad pedagógica. Detectadas en cuanto al fases teórico y práctico.

Por lo tanto se pretende con la implementación de estrategias aplicar en torno a la enseñanza - aprendizaje en forma interactiva hacia complementar los pasos en jóvenes de noveno grado del Colegio Carlos Vicente Rey, que cuenten con elementos necesarios para la instrucción, y puedan Transversalizar la geometría en las áreas y la ejecución de las unidades didácticas como herramienta física y virtual en el salón de clase. Según Pontes (2005):

> "El uso educativo de las TIC fomenta el desarrollo de actitudes favorables de la ciencia y la tecnología (…), el uso de programas interactivos y la búsqueda de información científica en Internet ayuda a fomentar la actividad de los alumnos durante el proceso pedagógico, favoreciendo el intercambio de ideas, la motivación y el interés de los alumnos por el aprendizaje de las ciencias".

Todo esto con apoyo en el pensamiento de Henry A. Giroux (1990), en torno a su concepción de la academia, el educando, el maestro y la experiencia se puede afirmar que el lenguaje y la comunicación son el vehículo que nos hace partícipes desde cualquier óptica de cambio en el aula. Es por ello, que creo firmemente necesario estudiarlos y explorar sus consecuencias en la realidad de la escuela y a su vez mejorar la información entre docente y estudiante; para propiciar estrategias de participación de los estudiantes que favorezcan su aprendizaje, utilizando habilidades que generan interés en las actividades de salón y fortaleciendo la evaluación formativa en el proceso de enseñanza/aprendizaje; de esta manera reconocer las características y particularidades de los jóvenes en el desarrollo de la práctica pedagógica. La unidad didáctica, favorecerá tanto al docente como al estudiante en la medida en que las clases se transformen en dinámica, didáctica y creativa.

1.4 Contextualización de la institución

1.4.1 Identificación de la Institución:

Figura 1. Símbolo Institucional.

Fuente: Escudo Colegio Carlos Vicente Rey. Adaptado de Página Web Institución Educativa Carlos Vicente Rey, (2017). Recuperado de: http://cavirey.edu.co/

Descripción Detallada De Colegio Municipal Carlos Vicente Rey:

Nombre: Colegio Municipal Carlos Vicente Rey

Estado: Antiguo-Activo

Tipo: Institución Educativa

Calendario: A

Sector: Oficial

Zona EE: Urbana

Jornada: Mañana, Tarde, Fin de Semana

Género: Mixto

Carácter: Académico, Técnico

Matrícula Contratada: SI

Niveles, Grados:

Secundarias: Secundarias con 6ª Grado

Secundarias con 7ª Grado

Secundarias con 8ª Grado

Secundarias con 9ª Grado

Educación Media:

Educación Media con 10º Normal

Educación Media con 11º Normal

Primarias para Adultos:

Secundarias para Adultos:

Educación Media para Adultos:

Programas de educación para adultos:

Modelos: Cognitivo social

Colegios con modelos Educativos para Niños y Jóvenes:

Colegios de Educación tradicional

Direcciones y formas de contactarse:

Dirección: Carrera 19 Nº 2 - 30 B/S/Francisco, Santander, Piedecuesta.

Teléfono: 6556176

Representante Legal: El señor Rector

Figura 2. Álbum Cavirey y ubicación de la Institución

Fuente: Ubicación Colegio Carlos Vicente Rey. Adaptado de Página Web Institución Educativa Carlos Vicente Rey, (2017). Recuperado de: http://cavirey.edu.co/

Figura 3. Actividades con los alumnos

Fuente: Aulas de Clase Colegio Carlos Vicente Rey. Adaptado de Página Web Institución Educativa Carlos Vicente Rey, (2017). Recuperado de: http://cavirey.edu.co/

Figura 4. Actividades Institucionales

1.4.2 Misión. El Colegio Carlos Vicente Rey de Piedecuesta es una institución de carácter oficial, que tiene como propósito ofertar un servicio educativo con calidad en los niveles Preescolar, Básica y Media Técnica, capaz de responder efectivamente a la diversidad; atendiendo a la individualidad que es propia de cada uno, mediante la consolidación de alianzas e implementación de programas, modelos y alternativas pertinentes a toda la comunidad.

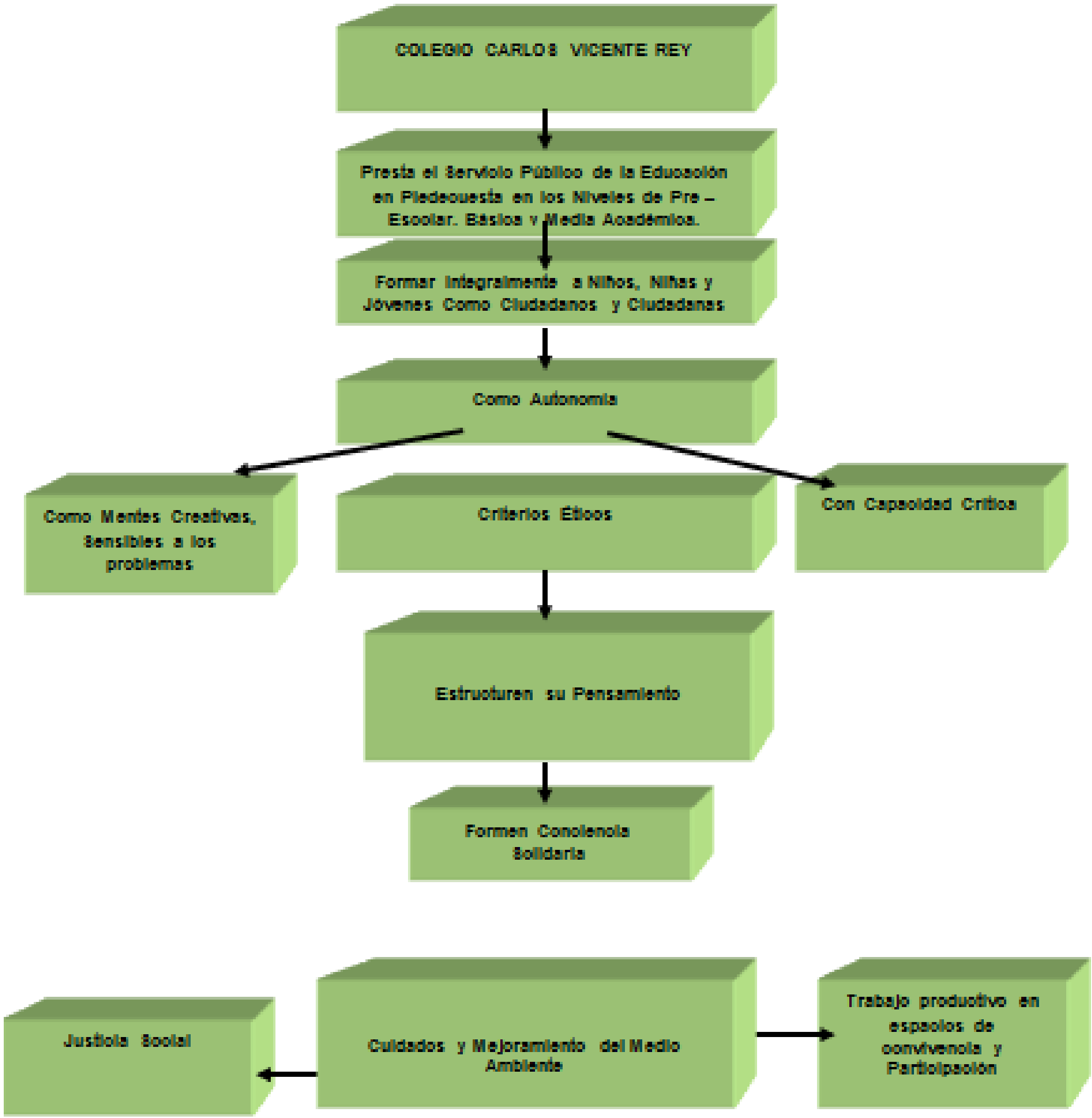


Figura 5. Programas Colegio Carlos Vicente Rey

Fuente: Programa Institucional Colegio Carlos Vicente Rey. Adaptado de Página Web Institución Educativa Carlos Vicente Rey, (2017). Recuperado de: http://cavirey.edu.co/

1.4.3 Visión. El Colegio Carlos Vicente Rey de Piedecuesta, tiene como propósito ser una institución de calidad que responda a la diversidad, mediante la implementación de competencias y la interiorización de valores evidenciados en la excelencia humana, académica y laboral de estudiantes y egresados.

1.4.4 Filosofía. La Filosofía del Colegio Carlos Vicente Rey está fundamentada en los principios y fines de la Educación Colombiana. Considera al hombre como unidad biológica, física, psíquica, cultural, social e histórica, elementos éstos, sujetos de cambio y de perfeccionamiento sobre los cuales la institución ejerce su acción educadora.

Por lo mismo siendo el (la) estudiante el conjunto entrelazado de facultades, sociales, éticas, estéticas, físicas, espirituales, culturales, se convierte éste (ésta) en la razón de ser el centro de la acción educativa; considerándolo (la) estudiante sujeto agente, buscará el plantel que el propio estudiante tome conciencia de su necesidad de crecimiento y desarrollo para llegar a ser persona competente y comprometida consigo mismo y con la sociedad.

En este sentido, el propósito fundamental se enfoca en desarrollar la capacidad para pensar y actuar de acuerdo con la naturaleza humana en su acenso cualitativo, así como también en su condición humana de ser individual, de ser social y de ser especie; esta concepción es atropó-ética. El proceso Educativo propiciará un control mutuo de la sociedad por el individuo y el individuo por la sociedad es decir vivir en democracia; la ética en la relación individuo especie exige contribuir desde el proceso formativo en la toma de conciencia del hombre, la mujer como especie que parte del medio ambiente, que establece relaciones armónicas del ciudadano, mantenimiento, mejoramiento y desarrollo sostenible, que por ende es habitante del planeta y es ciudadano del mundo.

En este orden de ideas, el control que ejerce mutuamente individuo y sociedad establece la sana convivencia, para la cual es necesario re contextualizar y vivenciar valores, que implica fortalecer procesos colectivos, trabajos de equipo, aprendizaje cooperativo y solidario libre de discriminación, unión de esfuerzos para actuar en espacios productivos, buscar soluciones, tomar decisiones, enfrentar riesgos, adaptarse a los cambios y llevar el liderazgo.

Los planteamientos filosóficos expresados dentro de lo antropológico, axiológico y sociológico teniendo en cuenta los principios y fines de la Educación Colombiana, exigen desde lo epistemológico, y pedagógico la puesta en marcha de enfoques que permitan desde la cognición, la construcción social e individual del conocimiento, y el desarrollo de habilidades, destrezas, actitudes, para hacer de los individuos seres creativos, capaces de enfrentar los retos de una sociedad cambiante y dinámica, para la construcción de nuevas culturas que generen una sociedad con desarrollo humano sostenible, como se plantea en la visión y misión institucional.

2. Objetivos

2.1 Objetivo General.

Diseñar e implementar las unidades didácticas para la enseñanza de las cónicas en el grado noveno de la colegio Carlos Vicente Rey del municipio de Piedecuesta en el departamento de Santander.

2.2 Objetivos Específicos

- Diseñar y aplicar una prueba diagnóstica para conocer pre-saberes de los estudiantes del grado noveno.
- Diseñar e Implementar unidades didácticas en el aula de clase para la enseñanza y aprendizaje en el grado noveno en la asignatura de geometría a partir de las cónicas.
- Establecer y modelar características en forma concreta en la construcción de las cónicas.
- Evaluar la implementación de la unidad didáctica de las cónicas.

3. Marco Referencial

3.1 Marco Conceptual

“La función de la educación se cumple a través de un proceso de enseñanza-construcción de los aprendizajes, intencionalmente organizados en una institución altamente especializada llamada escuela” (Aldama, 2005, p. 13), siendo que la academia es una organización social que establece una serie de condiciones que deben ser cumplidas por los que desean ingresar y permanecer en ella.

Los conceptos que enmarcan la superación de las dificultades en los docentes tenemos:

Práctica docente: Significa aplicar conocimientos técnico- pedagógico que debe tener a través del reconocimiento y apropiación de los elementos básicos de trabajo en el aula: métodos de educación innovadores, planeación didáctica y ambiente escolar para favorecer la práctica y el desempeño del docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Comunicación: Es el proceso por el cual se recibe y se transmite información. “Es la actividad consciente de intercambiar entre dos o más participantes con el fin de transmitir o recibir significados a través de un sistema compartido de signos y normas semánticas” (Comunicacion, 2015).

Es por ello que la comunicación asertiva: Es el proceso en que un emisor y un receptor encuentran las palabras adecuadas para llevar un mensaje en un marco de respeto, y donde las buenas recomendaciones predominan a través de un canal que permite una doble vía de respuesta y compresión entre los seres humanos, convirtiéndola como uno de los pilares esenciales en una relación feliz. La comunicación asertiva influye en las relaciones de amistad, pareja, familia y, por supuesto, también en el contexto profesional. La comunicación asertiva es gratificante incluso en la relación que una persona establece consigo misma. ¿Qué es la comunicación asertiva? La asertividad es la actitud que tiene una persona al expresar su punto de vista de un modo claro y de una forma totalmente respetuosa ante el interlocutor". (Nicuesa, 2015)

Es así como la comunicación asertiva ayuda en la Practica pedagógica: la acción particular que tiene el maestro en su espacio educativo en el ejercicio de su profesión docente, se refiere a todas las actividades pedagógicas que tienen a fin el aprendizaje de los estudiantes a través de una metodología que permite en el educando la apropiación de conocimientos.

La praxis pedagógica es particular en diferentes escenarios y según el tipo de conocimiento que se pretenda impartir, es así como la cultura, la religión, el nivel económico, el medio entre otros aspectos.

A su vez el mejoramiento continuo le permite al maestro estar consciente del permanente replanteamiento de su praxis pedagógica con el objetivo de mejorar cada día, y lo adopte como una filosofía de vida para la auto-evaluación de su desempeño en la docencia.

Evaluación formativa: "Valoración del aprendizaje que se realizó a un alumno (inicial, formativa o sumativa), en un nivel cualitativo e integrando actitudes (valores) destrezas y procesamiento de la información por el estudiante. "La mejora continua debe formar parte de la cultura de la organización, convirtiéndose en una filosofía de vida y trabajo. Esto incidirá directamente en la velocidad del cambio".

Es por ello que el maestro utiliza la apreciación formativa permanentemente en todo el proceso enseñanza – aprendizaje no solo es una calificación numérica, sino que también cuentan las observaciones del docente, el seguimiento de los procesos cognitivos, la auto evaluación del alumno y la coevaluación, entre otros aspectos, que suman un conjunto de variables que terminan en la formación por parte del estudiante según sus características particulares. Con el apoyo de la didáctica como una disciplina científica-pedagógica que tiene por objeto de estudio los procesos y elementos existentes en la enseñanza y el aprendizaje. Siendo el docente facilitador y mediador que logra que el niño y la niña aprendan y fortalezca su desarrollo integral gracias a experiencias significativas que estén acordes con las necesidades, intereses y potencialidades de los mismos.

Un concepto fundamental que debe manejar el docente, en su rol de mediador y facilitador es la distancia entre el progreso determinado por la capacidad, de resolver situaciones o problemas de forma independiente y el nivel de desarrollo potencial con la colaboración de un compañero eficiente o el apoyo de un adulto.

Hago referencia con el filósofo (Vigotski, 1967). Se relaciona con el papel de mediación que realiza el maestro para llevar al niño y la niña a su horizonte, cuando no es capaz de llegar por sí mismo y con la ayuda de su entorno o el espacio que rodea en el momento que está recibiendo su enseñanza-aprendizaje; este ambiente lo componen la infraestructura e instalaciones de la plana física de Institución educativa, aspectos que influyen directamente con el joven son aquellos factores físicos, afectivos, culturales, políticos, económicos, sociales, familiares e incluso circunstanciales, sea el aula, el mundo real o virtual.

Aula: según el griego áulico, es el espacio del saber o salón de clases donde se desarrollan las actividades de enseñanza aprendizaje.

El ambiente real: puede ser un laboratorio, una empresa, una biblioteca, áreas verdes, es decir escenarios donde se pueda evidenciar la aplicación del conocimiento y habilidades adquiridas incluyendo actitudes y valores.

Los ambientes virtuales: son los desarrollados aplicando las tecnologías de la información y la comunicación TIC con el objeto de ofrecer mejores aplicaciones de recursos que faciliten el proceso de enseñanza-aprendizaje; dentro de las TIC tenemos el computador, aulas virtuales y el uso del internet.

Metodologías para la enseñanza de la geometría en el proceso enseñanza-aprendizaje:

Según Platón (427 Ac – 347 Ac), existen algunas formas metodológicas en el uso exclusivo de la regla y el compás y la manera como se debe enseñar la geometría, organizando exposiciones geométricas desde el punto de vista lógico, como debe enseñarse y qué camino debe seguir es por ello que…

> …"El hombre no habría logrado traspasar fronteras, transformar la naturaleza a su favor sin poner a su disposición las ventajas que le ofrecía esta rama de las matemáticas. Para los antiguos matemáticos la geometría representaba un cuerpo de conocimientos verdaderos que podían ser demostrados, que no dependía de dioses o de los sentimientos de las personas a tal punto que los platónicos, era de gran importancia su dominio lo recalcaban al inscribirlo al ingreso de sus escuelas "La Academia de Platón (1): "No entre **nadie** que no **sepa geometría**" (La tradición dice que esta frase estaba grabada a la entrada de la Academia de Platón)" (Arenas Avella, 2012, pág. 15).

La cultura del hombre mediada por la geometría y su categoría radica en que tiene como objeto examinar, sistematizar y organizar los términos espaciales y fue por mucho tiempo un pilar en la educación, que posteriormente perdió su importancia, especialmente en nuestro país, en el cual se limita a enseñarse de forma opcional, obteniendo resultados con bajo desempeño en pruebas estatales, lo que ha repercutido en la compresión y análisis de temáticas donde se debe involucrar sus conocimientos. Según (García Peña, 2008), es necesario apoyarse en ciertas conceptualizaciones, representaciones para poder resolver los distintos problemas que se presenten. Si bien es cierto que el niño construye sus conocimientos espaciales desde que nace, también es necesaria la acción de la pedagogía para que estas sapiencias se estructuren. Apoyados en estrategia didáctica con material concreto (construcción y manipulación del tangram) y el uso de herramientas tecnológicas (moodle) que ofrecen a los estudiantes la posibilidad de visualizar y adquirir destrezas en la interpretación y análisis de la asignatura, con un enfoque más dinámico y funcional procurando convertirse en un instrumento de ayuda a los profesores para crear y emplear estrategias que aproximen al estudiante en la cimentación conceptual en esta área. Siendo así, se hace fundamental la enseñanza de la geometría en los grados de básica secundaria (Aun Muela, 2010).

Es así que al introducir las TIC y el tangram en la instrucción de la geometría según Pérez (2012), citado por (Peña Mesina, 2010), donde se indica que en los procesos de enseñanza aprendizaje se deben utilizar recursos y materiales diversos:

> "La construcción del conocimiento exige la creación de imágenes mentales en el proceso de interiorización y asimilación de los problemas, así como en el de la búsqueda de soluciones; la manipulación de objetos, la visualización de ciertas representaciones pictóricas, la edificación de formas, etc., son un rico manantial de conjeturas y una herramienta de diagnóstico de las ideas y conocimientos previos que los estudiantes tienen ante una determinada tarea".

Por lo tanto, al implementar estas dos herramientas el estudiante logra transformar la estructura cognitiva existente, a partir de la interacción del nuevo conocimiento, la manipulación, la observación, y la interrelación de lo físico (concreto) y lo social (emocional).

Esta estrategia didáctica está sustentada en la teoría constructivista de David Ausubel y Lev Vygotsky quien plantea una hipótesis sicológica en la que lo más fundamental es la estructura cognitiva en el educando, desde la cual es posible realizar las transformaciones conceptuales jerárquicas necesarias, a partir del uso de material potencialmente explicativo, lográndose una relación no arbitraria y sustancial con el nuevo conocimiento, donde el estudiante es un agente activo en su proceso, mientras que el docente crea un puente cognitivo al organizar el contenido a enseñar, y la creencia de una enseñanza mediada por instrumentos de origen social, generando así un aprendizaje significativo.

En el aprendizaje significativo hay una constante interacción entre la estructura existente y la nueva información que posibilita la adquisición de futuros conocimientos cuando se crean espacios de motivación, problematizados que construyan y Transformen métodos, y a su vez el estudiante pueda relacionarlo o asumir una actitud favorable hacia el aprendizaje (significado lógico) En tanto que la teoría Vygotskiana plantea que la enseñanza se produce por la interacción social, la cultura y a su vez es mediado por el lenguaje, para esto es necesario la motivación constante, plantear retos y conflictos cognitivos propiciar la construcción autónoma de nuevos conocimientos, que puedan ser usados en distintas situaciones que son planteadas por el docente o el entorno favoreciendo la transferencia del conocimiento.

En esta óptica los procesos de enseñanza aprendizaje en el aula, requiere la interacción continua entre el alumno, el profesor y el contenido que se pretende ilustrar, permitiendo la modificación de los conceptos previos, es decir la construcción de conocimientos dotados de sentido para el estudiante, de esta manera el docente favoreces que el joven logre elaborar los nuevos significados, a través del diseño de diversas actividades que promuevan la movilización de los conceptos, mientras que el educando aporta la actividad mental, que promueve la apropiación del saber desde su contexto y su visión personal (Arenas Avella, 2012).

3.2 Antecedentes

Es significativo tener en cuenta que la proporción a la temática planteada en la investigación se encuentra también en otras propuestas que han realizado algunos estudios como los planteados por Anderson Fabián Olaya y otros autores (Duran, 2013), en su trabajo “Una propuesta de enseñanza del área y perímetro a los estudiantes de 4° en un contexto rural” el cual elabora un diseño de actividades que permitan enseñarlo a partir del reconocimientos de un espacio rectangular sus unidades y la resolución de problemas para el fortalecimiento de la materia de geometría demostrando que esta asignatura fortalecerá las competencias matemáticas de los niños y jóvenes de la básica.

Al igual que existe otros proyectos dentro de la enseñanza-aprendizaje el componente de formación del maestro como responsables del saber; en forma dinámica y transformadora que permite observar un trabajo adelantado por Lorenzo J. Blanco Nieto en su proyecto “Aprender a enseñar geometría en primaria (Rodríguez Serrano, Nuez, y Lorenzo, 2011)”.

En el anterior libro el autor presenta una propuesta metodológica, que se fundamentó en una práctica donde se fortalece en la interacción entre estudiante- profesor, en la que metodología es participativa se parte de la simetría axial, de los cuadriláteros para adentrase en la clasificación de estos.

Consecutivamente se verá en el desarrollo de esta investigación, los maestros implementando el uso del Geoplano o las TIC, que permite corregir el aprendizaje de los estudiantes, pero al buscarla los antecedentes de un proyecto puede darme cuenta que es necesario realizar la intervención en la asignatura y a su vez mantener la fortaleza permanentemente de la propuesta para que se pueda llevar a cabo un mejoramiento continuo, con una planeación y regularidad establecida que contribuya a mejorar las competencias en cuanto al pensamiento geométrico, ya que en este aspecto los mismos profesores manifiestan sus falencias.

Y a su vez hay otros estudios realizados por Collazos y Mendoza (2006), en donde se pretende a partir de los conceptos de perímetro figuras geométricas. Luego de las pruebas saber durante el año 2016, los resultados del SIE de los grados 3,9 y11, han mejorado, pero aún se presentan dificultades en el proceso de lectura crítica desde las áreas de matemáticas y ciencias sociales y esto se ha reflejado también en el nivel académico.

Por esta razón se organiza con nuevas instrucciones basadas en los DBA (derechos básicos de aprendizaje) entregados por MEN (ministerio de educación nacional) para el mejoramiento del índice sintético de calidad de nuestra institución y así poder llegar la excelencia educativa, que apoyados con el desarrollo de las clases y actividades se mejore la dinámica y didáctica pedagógica. Esto significa que la formación no debe ser obstaculizada constantemente, además existe vacíos conceptuales y conflictos familiares en un alto número de alumnos dentro del aula se ha observado también un profundo desinterés por parte de los padres de familia, desmotivación de los estudiantes en la matemática y las ciencias sociales en general hacia todas las acciones propuestas.

En desarrollo de este proyecto de investigación se tuvo en cuenta los estudios realizados por los esposos Holandeses Van Hiele los cuales tiene dos componentes: los niveles de razonamiento geométrico: reconocimiento, análisis, clasificación, deducción, rigor, y segundo las fases de conocimiento, quienes a partir de la experiencia como docentes de matemáticas elaboran un modelo que trata de explicar la forma que un profesor puede ayudar a sus alumnos para mejorar su lógica. A su vez el "Proyecto De Investigación Prácticas Pedagógicas Y Atención a La Diversidad" Autores: Johana Espinosa Cajibioy, Alexander Cruz Fajardo, Heliodoro Ruiz Daza y Yanet Cristina Pino Muñoz Fecha: año 2014, el cual permite mostrar que:

> "Respecto a las concepciones en torno a la educación, se evidencia una contradicción entre decir y hacer, por la cual el discurso docente muestra claridad en cuanto al rol del maestro, en la medida de que piensa la escuela más allá del aula, pero en la mayoría de los casos los procesos de enseñanza se orientan a cumplir de manera formal con los contenidos y estimar los resultados, que al fortalecimiento de los métodos sociales del conocimiento".

Muchas de las prácticas tradicionales, homogenizaste y segregado ras, están incididas por barreras asociadas e institucionales. Entre los factores personales encontramos el confort, el temor a cambiar y la falta de actualización docente.

Entre los factores institucionales tenemos los paradigmas y privilegios que se construyen en el discurso institucional y que limitan la labor docente.

Mientras no se generen iniciativas individuales y colectivas por parte de los docentes y la institución para movilizar las prácticas pedagógicas, éstas permanecerán estáticas, negándose a la posibilidad de impartir una educación desde la diversidad de los sujetos y la reflexión sobre la oportunidad que puede ayudar a superar las barreras constituidas históricamente por los maestros y las instituciones desde paradigmas tradicionales.

Es así como los docentes deben estar dispuestos a los diferentes cambios, actualizaciones y estrategias pedagógicas para facilitarles a los estudiantes un aprendizaje significativo, crítico y veraz en todas las áreas del conocimiento.

Otra investigación referente es, "Prácticas pedagógicas matemáticas en atención a la diversidad: el imaginario del Docente" Autores: Fabián Enrique Martínez Valencia, Diana Lorena Mosquera González, Marian Lourdes Ordoñez Hoyos y Claudia Patricia Jiménez Guzmán. Fecha: 24 de Octubre 2014.

"El presente trabajo investigativo hace parte del macro proyecto "Didácticas Alternativas: Una posibilidad para responder a la diversidad en el aula" adscrito a la Universidad de Manizales, específicamente al grupo de investigación en Pedagogía de la facultad de Ciencias Sociales y Humanas".

Este estudio tuvo como propósito comprender, las prácticas pedagógicas desde el área de las matemáticas, dando respuesta a la variedad de los estudiantes de la institución educativa San Agustín de la ciudad de Popayán en el nivel de Educación Básica primaria, secundaria y media. A partir del análisis de los hallazgos se identificaron, caracterizaron y analizaron las habilidades de los docentes a través de dos momentos: El primero, la sistematización de la información, en donde se implementaron dos observaciones, una entrevista abierta, una conversación estructurada y la didactobiografía, instrumentos metodológicos propios del enfoque etnográfico; en el segundo, se realizó la codificación y triangulación de los datos con el objeto de interpretar el sentido de las mismas en la atención a la multiplicidad.

A la luz de la categoría emergente denominada, "Tensiones entre los imaginarios construidos por los profesores de matemáticas y las hábiles reales el aula" se concluye que existe una incoherencia en el discurso y la realidad en las prácticas pedagógicas de los docentes, evidente en reflexiones que transforman concepciones mas no acciones, la idealización de la práctica y la resistencia al cambio. Por ello se sugiere sensibilizar a los docentes en la importancia de su rol, capacitarlos, actualizarlos e invitarlos a compartir sus experiencias para construir procesos que mejoren la atención a la diversidad y por ende la calidad educativa de la institución.

El área de matemáticas permite, con facilidad una enseñanza didáctica y práctica, buscando herramientas donde el estudiante pueda enfrentar sus conocimientos asumiendo su responsabilidad y dedicación de querer aprender y subir su rendimiento académico tanto personal como en las pruebas a saber.

También encontramos la investigación "Influencia de la interacción alumno-docente en el proceso T enseñanza-aprendizaje"

Autora: María Beatriz Escobar Medina, Fecha: 26 de febrero 2015

Influence on the teaching-learning process between teacher-student Universidad de Guadalajara"Distinguir los tipos de contacto que se propician en los salones con los contenidos educativos, resulta relevante porque existe evidencia experimental que demuestra que el nivel de interacción que un alumno establece con los objetos de conocimiento (contenido de la clase) repercute en la posibilidad de generalizar las habilidades y destrezas ejercitadas" (Guevara, 2005)

En la actualidad ocurre que la enseñanza se orienta al aprendizaje de los educandos y no se refleja el fortalecimiento de la formación integral en otros espacios fuera de la IE.

La tesis: La práctica pedagógica para otra concepción de la escuela: una experiencia vivida por estudiantes y egresadas vinculadas al proyecto "patio 13" de la escuela normal superior María Auxiliadora, Copacabana. Universidad de Antioquia, Medellín 2008. Autora: Hna. Dora Patricia López Cadavid

Fecha: 2008 .La Escuela Nueva europea. Ovidi Decroly (1932), Comenta “en particular su Método de Centros de Interés y Programa de Ideas Asociadas, que hace referencia, en primer lugar, al conocimiento que el niño debe poseer sobre las necesidades vitales: alimentarse, luchar contra la intemperie, defenderse de los peligros y accidentes, así como la de actuar y trabajar solidariamente.

En esta investigación se trata sobre el conocimiento básico del medio ambiente del escolar, que se| centra en: la familia, la escuela, la sociedad, los animales, las plantas, la tierra y la astronomía.”

La autora: Flor María Cardona Morales En Su Tesis ¿Cómo Fortalecer Las Prácticas Pedagógicas?

De Los Docentes Frente Al Modelo Pedagógico del Colegio Nuestra Señora de Lourdes de Julio 2012. Su objetivo es analizar la coherencia que existe en las prácticas de los docentes y el modelo pedagógico del colegio Nuestra Señora de Lourdes, teniendo de base, quien aportó un fundamento conceptual en la comprensión delos modelos pedagógicos y el papel de quienes practican la educación a través de la docencia.

Este proyecto busca, un enfoque cualitativo de tipo descriptivo utilizando una técnica de estudio de caso, conocer las experiencias del docente en el dominio de las tareas pedagógicas que guían el desarrollo de sus clases, las metas cognitivas y aquellas relacionadas con valores que diseña la formación del estudiante, las relaciones entre el maestro – alumno, y por último el uso de estrategias y recursos metodológicos; cada uno de estos aspectos valorados desde la observación en el aula de clase y la entrevista de grupo focal.

En nuestra práctica pedagógica el docente debe tener dominio de las tareas que guían el desarrollo de las clases, las metas cognitivas y relacionarlas con los valores que diseña la formación del estudiante.

Además del evidente resultado de la determinación de la longitud de un segmento de recta o la distancia entre dos puntos, Menecmo, hacia 350 a. De C., se ocupa del problema clásico de la duplicación del cubo (construir un cubo de doble volumen que otro dado), en cuya motivación y descripción no entraremos aquí. Redujo el problema al de la construcción de las dos medias proporcionales en 2 y 1. En nuestro lenguaje, si encontramos x e y es decir, el cubo de lado x es de volumen doble que el de lado y. En general, *el problema de las dos medias proporcionales en a y b* consiste en hallar x e y, tales que su resolución se reduce a la intersección de la curva $x^2=ay$ con $xy=ab$ y es así como aparecen lo que nosotros llamamos *parábola* e *hipérbola equilátera*.

Encontramos en la historia una mujer que aporto en el estudio de las cónicas y fue una gran matemática y astrónoma llamada Hipatia quien nació en el año 370 d.C. Su padre Teon de Alejandría, logrando alcanzar el puesto de director de la Universidad de Alejandría. Teón supervisó personalmente la educación de su hija y quizás logró “enchufarla” de profesora en Matemáticas y Filosofía en dicha Academia. Allí se convirtió en una de las maestras más populares. Estudiantes de todas partes se acercaban a Alejandría para asistir a sus clases de Astronomía, Filosofía y Mecánica entre otras.

Se cree que sus primeros escritos fueron textos para sus alumnos. Se considera que la mayor contribución de Hipatia a la ciencia fue en algebra. Escribió una versión comentada de la Aritmética de Diofanto (en 13 volúmenes). Muchos de sus comentarios se han incorporado en manuscritos posteriores de dicha obra sin mención explícita a la contribución de Hipatia

(Thomas L. Heath, “Diophantus of Alexandria: A Study on the History of Greek Algebra,” Dover, 1964). Autora de una versión “simplificada” de las Cónicas de Apolonio (en 8 libros) y asistió a su papá en la revisión de los Elementos de Euclides (la edición utilizada en la actualidad).

3.3 Marco Teórico

A partir de tiempos remotos se podría preguntar ¿que la Geometría es tan antigua como la propia humanidad, y que ha evolucionado, progresando, y es parte del conocimiento y del saber humano? no obstante esta pregunta nos permite dar distintas respuestas y nos ayuda poder indagar los distintos asuntos que preocupa a la comunidad científica. Uno de ellos, el griego Herodoto en el capítulo CIX de su libro II, explicaba así el nacimiento de la Geometría en Egipto: «Los sacerdotes me dijeron, además, que el faraón Sesostris hizo el reparto de las tierras, asignando a cada egipcio, por sorteo, fragmentos cuadradas iguales, a condición, sin embargo, de que le pagaran todos los años un cierto canon que formaba algo de la renta real. Si una crecida del Nilo llevaba a alguien una pedazo de su lote, éste iba a encontrarse con Sesostris y exponerle el Cap. 2: Evolución Histórica de la Geometría, y el faraón enviaba al lugar a sus agrimensores a medir en cuanto había disminuido la propiedad, a fin de que pagara el valor convenido, solamente, en la porción correspondiente al terreno que le había quedado.

Este permitió, el origen de la Geometría, que ha pasado de este país a Grecia». Por su parte Aristóteles fija los orígenes de la Geometría en Egipto, en el nacimiento y desarrollo se vieron impulsados, no por una necesidad práctica como argumenta Herodoto, sino por una clase sacerdotal ociosa. Por ello el no poseer los documentos de la época prehistórica hace imposible establecer una teoría sobre sus conocimientos geométricos, sin embargo los estudios llevados a cabo sobre los dibujos del hombre neolítico revelan que tenía ya una cierta predisposición por las relaciones espaciales, siendo algunos de ellos claros ejemplos de simetrías y proporciones geométricas. 2.1.- La geometría prehelénica. Los últimos descubrimientos hechos a principios del presente siglo sobre algunos textos de la época de Hammurabi, cuyo reinado, perteneciente a la primera dinastía de Babilonia, hacia el año 2.800 antes de J.C., han revelado la existencia de sus conocimientos; aunque no se sabe con certeza si dichos sapiencias son autóctonos o proceden de la meseta del Irán, ya que los sumerios, que habitaban el Cuerno de Oriente desde el quinto milenio a. de J.C, fueron sojuzgados precisamente en el período 2.800 a. de J.C. por los caldeos. Del estudio de los pliegos históricos hallados se ha podido deducir cuales eran los conocimiento babilónicos, a fin de que la división de la circunferencia en trescientas sesenta fracciones semejantes, que agrupadas de sesenta en sesenta, permitían la construcción del hexágono regular y del triángulo equilátero, lo cual posiblemente sea el origen de la actual numeración sexagesimal. También sabían calcular el área del segmento circular a partir del arco y de la cuerda, problema que resolvían tomando el valor 3 como razón de la longitud de la circunferencia a su diámetro, pero el conocimiento notable puede que sea el cálculo de la diagonal de un rectángulo según sus lados, y que posteriormente Pitágoras aplicaría en el triángulo.

En resumen, los conocimientos geométricos babilónicos tiene un rango pre-científico con tendencia a la cuantificación, consecuencia lógica de la condición nómada de aquellos pueblos, cuyas urgencias biológicas eran compatibles con la necesidad de deducir y así su unidad de medida de volumen no era el cubo de la unidad lineal, es por ello que un ladrillo que tenía por base la unidad que utilizaban para medir superficies y por altura que empleaban en hallar alturas, procedimiento híbrido que perturba los volúmenes.

Una de las manera de realizar también la medida y la representación grafía de la circunferencia es con la métrica Euclidiana que en matemáticas, álgebra, geometría y, más específicamente, en análisis real, complejo y analítico, se trata de una función no negativa usada en diversos contextos que permita calcular la distancia entre dos puntos, primero en el plano y luego en el espacio. Asimismo sirve para definir la distancia entre dos puntos en otros tipos de espacios de tres o más dimensiones y hallar la longitud de un segmento definido por dos puntos de una recta o de espacios de mayor dimensión, tiene sus bases en el teorema de Pitágoras donde como se ve en la figura siguiente:

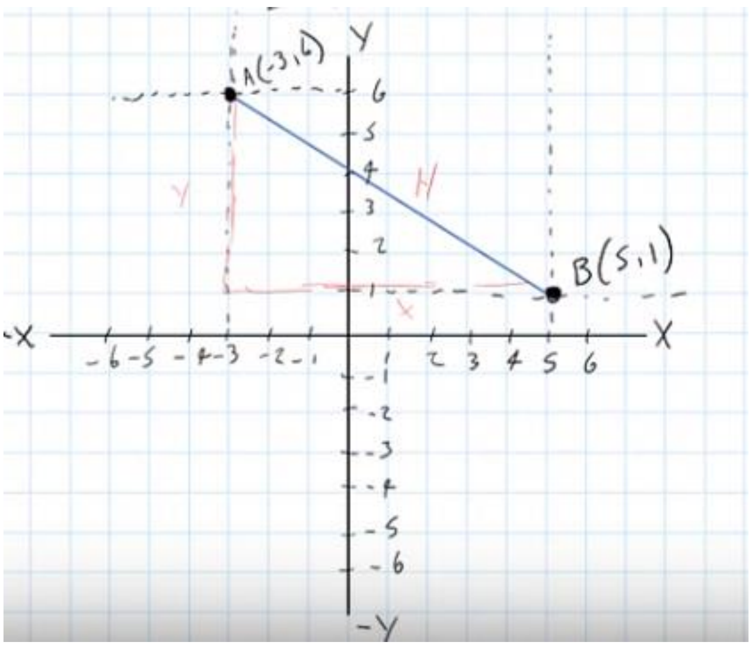


Figura 6. Teorema de Pitágoras.

Distancia entre dos puntos A= (-3, 6), B= (5, 1) Donde la distancia misma es la longitud de la hipotenusa y sus catetos, que serían las proyecciones sobre los ejes coordenados de dicha recta, trasladados hasta los puntos en cuestión esto permite deducir que la distancia euclidiana es la distancia entre dos puntos de un espacio euclidiano, la cual se deduce a partir del teorema de Pitágoras. Por ejemplo, en un espacio bidimensional, la distancia euclidiana entre dos puntos P_1 y P_2, de coordenadas cartesianas (x_1, y_1) y (x_2, y_2) respectivamente, es:

$$d=\sqrt{(x2 - y_1)^2 + (, y_{2} - x_1)^2}$$

En el plano cartesiano sean los puntos $A = (x_A; y_A)$ $B = (x_B; yB)$ se define la **distancia euclideana** entre dichos puntos por

$$d(A, B)=\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

En el espacio, sean los puntos $A = (x_A; y_A; z_A)$ y $B = (x_B; y_B; z_B)$ se define la **distancia euclideana** mediante la expresión:

$$d(A, B)=\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

Y de manera más general en un espacio de *n* dimensiones la **distancia euclideana entre dos puntos** $A = (a_1; a_2; ...; a_N)$ **y** $B = (b_1; b_2; ...; bN)$ se ajusta a:

$$d(A, B)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(b_i - a_i)^2}=\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + \ldots + (b_N - a_N)^2}$$

De manera general la métrica euclideana entre dos puntos se define como: **la longitud del segmento de recta que une a dichos puntos**.

Además del evidente resultado de la determinación de la longitud de un segmento de recta la distancia entre dos puntos, pueden citarse otras muchas aplicaciones de la distancia euclidiana, que dicho sea de paso, se conoce como distancia a secas.

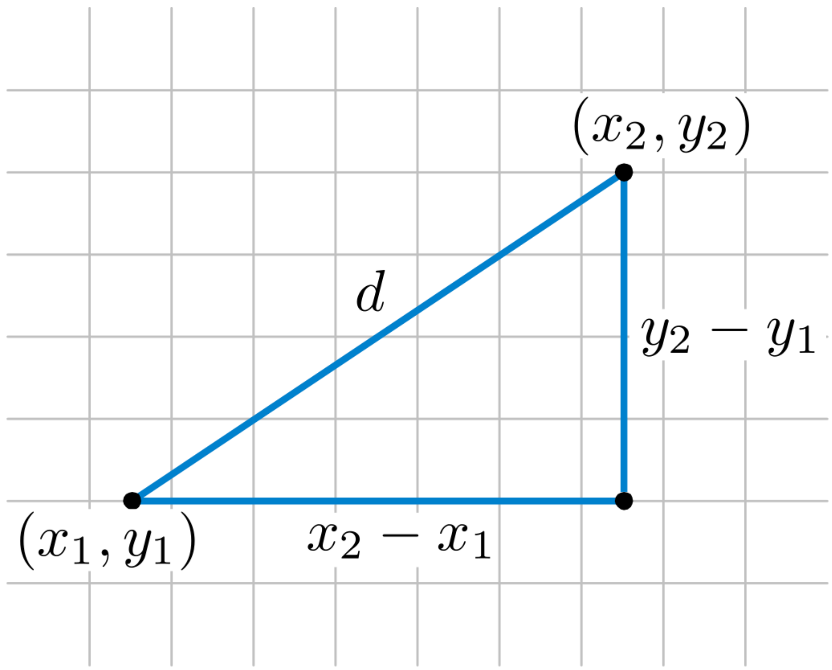


Figura 7. Distancia en un sistema de coordenadas cartesianas

Fuente: Distancia euclidiana. Adaptado de Wikipedia, la enciclopedia libre, (2015), Recuperado de: http://www.wikiwand.com/es/Distancia_euclidiana

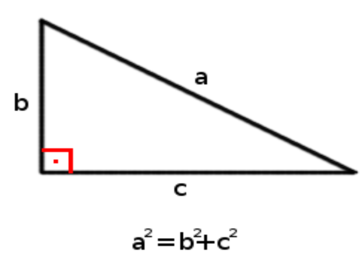


Figura 8. El teorema de Pitágoras en triángulo rectángulo

Fuente: Teorema de Pitágoras. Adaptado de Sangaku S.L., la enciclopedia libre, (2018). Recuperado de: https://www.sangakoo.com/es/temas/teorema-de-pitagoras

Es por ello que la métrica euclidiana pese a ser la más simple de las distancias a determinar y calcular por su relación con otros resultados bien conocidos en las matemáticas; presenta evidentes inconvenientes de aplicación fuera de espacios donde la línea recta sea la menor distancia que conecta a dos puntos.

Un ejemplo evidente es nuestra propia tierra. La forma esférica de la misma y la incapacidad de viajar en línea recta porque habría que hacerlo por debajo del suelo, impiden el uso de este tipo de distancia sobre el planeta. existen métricas como la esférica e incluso abstractas en casos más complejos.

En particular en una esfera la distancia más corta entre dos puntos es el arco que los une. Es por ello que la teoría euclidiana es la que permite entre otras muchas cosas la detección automatizada de bordes y de objetos completos en fotografía digital y edición digital de video.

Basado en las diferentes métricas se puede decir que las secciones cónicas han tenido dos momentos de esplendor o importantes en la Historia de su construcción, los griegos quienes descubrieron las cónicas entre los años 600 a 300 a. de C.

Con la noción de las cónicas y la intersección de un cono de dos hojas con un plano, iniciando el período de Alejandría se conocía bastante sobre las secciones cónicas para que Apolonio (262-190 a. de C.) realizara un estudio profundo de estas y posteriormente escribiese un tratado llamado "*Secciones Cónicas*" que muestra y describe los elementos, las propiedades y axiomas de las cónicas de forma simplificada, estos resultados fueron los únicos que existieron por más de XIX siglos y ayudaron en su momento a aclarar algunas teorías de la astronomía como el movimiento de los cuerpos celestes, siendo este sin lugar a dudas uno de los fenómenos que ha intrigado al hombre desde sus comienzos.

Por observación, los antiguos pudieron determinar que el sol, la luna y las estrellas "*describían arcos circulares sobre el cielo con un movimiento regular*" (Moreira, 1997), observado otros cuerpos a los que los llamaron errantes (los planetas) que no se comportaban de manera similar, pues se desplazaban lentamente o en algunas ocasiones, retrocedían. Este fue precisamente el problema que se planteó Platón (siglo IV a.de C): "¿Qué tipo de movimiento es el de los planetas que los hace moverse de un modo tan distinto a las estrellas? (Sepúlveda, Rodríguez, Echeverri, y Portilla, 2003).

"En el siglo XVI René Descartes (1596-1650) retoma el análisis de las curvas de una forma ingeniosa, estableciendo un puente transitorio entre la geometría y el álgebra, permitiendo asociar curvas con ecuaciones, a base de aplicar el análisis algebraico de vieta a los problemas de lugares geométricos de Apolonio, definidos, en un sistema de coordenadas, por una ecuación indeterminada en dos incógnitas, llamada la ecuación de la curva, expresión que al estar totalmente relacionada a la curva, implícitamente resume sus propiedades geométricas, las cuales se pueden determinar mediante cálculos algebraicos" (Gonzalez Urbaneja, 2001).

La Teoría de van Hiele (1986), Modelo de van Hiele o Niveles van Hiele (1957), es una teoría de enseñanza y aprendizaje de la geometría, diseñado por el matrimonio holandés van Hiele. El modelo tiene su origen en 1957, en las disertaciones doctorales de *Dina van Hiele-Geldof* y *Pierre van Hiele* en la Universidad de Utrecht, Holanda. El libro original donde se desarrolla la teoría es *Structure and Insight: A theory of mathematics education*.

La idea básica del modelo, expresado en forma sencilla es: el aprendizaje de la geometría se construye pasando por niveles de pensamiento. Según este modelo, se requiere una adecuada instrucción para que los alumnos puedan pasar a través de los distintos niveles. En relación a esto, los Van Hiele proponen cinco fases secuenciales de aprendizaje: información, orientación guiada o dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Ellos afirman que al desarrollar la instrucción de acuerdo a esta secuencia, se puede promover al alumno al nivel siguiente del que se encuentra.

Estos niveles no van asociados a la edad, y cumplen las siguientes características:

- No se puede alcanzar un nivel sin haber pasado por el nivel anterior, o sea, el
- progreso de los alumnos a través de los niveles es secuencial e invariante.
- Lo que es implícito en un nivel de pensamiento, en el nivel siguiente se vuelve explícito.
- Cada nivel tiene su lenguaje utilizado (símbolos lingüísticos) y su significatividad de los contenidos (conexión de estos símbolos dotándolos de significado).
- Dos estudiantes con distinto nivel no pueden entenderse.

Los niveles van Hiele son cinco:

FASE 1. Información

- Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos/as.

- El profesor debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio en el que van a trabajar, qué tipo de problemas se van a plantear, qué materiales van a utilizar, etcétera. Así mismo, los alumnos aprenderán a manejar el material y adquirirán una serie de conocimientos básicos imprescindibles para poder empezar el trabajo matemático propiamente dicho mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos/as y el camino a seguir de las actividades siguientes.

Se puede realizar mediante un test o preguntas individualizadas utilizando actividades del nivel de partida.

FASE 2. Orientación dirigida

- En esta fase los estudiantes empiezan a explorar el campo de estudio por medio de investigaciones basadas en el material que les ha sido proporcionado.

- El objetivo principal de esta fase es conseguir que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan cuáles son los conceptos, propiedades, figuras, etcétera, principales en el área de la geometría que están estudiando.

- Obviamente los estudiantes, por sí solos, no podrían realizar un aprendizaje eficaz, por lo que es necesario que las actividades propuestas estén convenientemente dirigidas hacia los conceptos, propiedades, entre otros, que deben estudiar.

- El trabajo que vayan a hacer estará organizado para que los conceptos y estructuras característicos se les presenten de manera progresiva.

FASE 3. Explicitación

En esta fase intentaremos que los estudiantes intercambien sus experiencias, comenten las regularidades que han observado, y expliquen cómo han resuelto las actividades en un contexto de diálogo en grupo.

Además, tendrá como objetivo conseguir que los estudiantes terminen de aprender el nuevo vocabulario, correspondiente al nuevo nivel de razonamiento que están empezando a alcanzar. La interacción entre alumnos/as es importante ya que les obliga a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás.

FASE 4. Orientación libre

- Aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario.

- Estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esto permitirá completar la red de relaciones que se empezó a formar en las fases anteriores, dando lugar a que se establezcan las relaciones más complejas e importantes.

FASE 5. Integración

- La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos sino que sólo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de Conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya poseía.

Como idea final podemos señalar como en esta estructura de actividades se pueden integrar perfectamente actividades de recuperación para los alumnos/as que presenten algún retraso en la adquisición de los conocimientos geométricos y, por otra parte, rehaciendo adecuadamente los grupos profundizar algo más con aquellos alumnos/as de mejor rendimiento Aunque no se ha explicitado las actividades de evaluación, también se integrarían fácilmente en esta estructura de actividades.

3.4 Marco Legal

Los términos legales que cobijan el proceso de investigación, están enmarcados en primer lugar en la Declaración Universal de los Derechos Humanos que fueron establecidos en la convención internacional del niño y los decretos de las Naciones Unidas en torno a la niñez. La Declaración de los Derechos del Niño en su Tratado Internacional aprobado el 20 de noviembre de 1959 de manera unánime por todos los Estados miembros que componían entonces la Organización de Naciones Unidas donde nos dice que el niño, para un mejor desarrollo, debe disfrutar plenamente de juegos y recreaciones, los cuales deberán estar orientados hacia los fines perseguidos por la educación; la sociedad y las autoridades públicas se esforzará por promover el goce de este derecho.

Según la Constitución Política de Colombia (1991), la protección y los derechos de los niños se hallan enmarcados en el artículo 44 y 45 donde enuncian que los derechos fundamentales de los niños como la vida, la integridad física, la salud y la seguridad social, el cuidado y amor, la educación y la cultura, la recreación y la libre expresión de su opinión deben ser primordiales.

Esto nos lleva a tener en cuenta a los niños en primera instancia, los cuales deben ser protegidos contra toda forma de abandono, maltrato, explotación laboral y trabajos riesgosos, brindándoles una educación de calidad, donde ellos sean el centro en la Institución Educativa en donde se formen integralmente.

En el Artículo 67 de la misma Constitución Política de Colombia, aporta que la educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; por ello el interés de los docentes en buscar el acceso al conocimiento, y a fortalecer los valores de la cultura por medio de la implementación de clases innovadoras para que el estudiante demuestre que aprende cuando realiza, construye y aporta sus ideas y conocimientos, lo cual se ve reflejado cuando respeta los derechos de los demás compañeros y cumple a cabalidad con sus deberes, promoviendo a la paz y a la construcción de ciudadanía, para el mejoramiento cultural, tecnológico y para la protección del ambiente.

La Ley General de Educación, Ley 115 en el artículo 1 dice que la educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en los principios de la constitución política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación, cátedra y en su carácter de servicio público.

En la Ley 1029 de 2006 por la cual se modifica el artículo 14 de la ley 115 de 1994 vemos la importancia del aprovechamiento del tiempo libre, el fomento de la cultura, la formación en valores humanos, para que los estudiantes compartan en sus clases, sean más solidarios y portadores de paz en las aulas de clase.

La Ley de Convivencia en Paz Decreto No. 1965

Por el cual se reglamenta la Ley 1620 de 2013, que crea el Sistema Nacional de Convivencia Escolar y Formación para el Ejercicio de los Derechos Humanos, la Educación y la prevención y Mitigación de la Violencia Escolar; mediante esta se involucra a los estudiantes a trabajar por el mejoramiento de las relaciones entre estudiantes y docentes estudiantes.

El Decreto 1290 de abril 16 de 2009 en su Artículo 3, reglamenta los propósitos de la evaluación institucional de los estudiantes en el ámbito institucional, este decreto da pautas para poder identificar las características personales, intereses, ritmos y estilos de aprendizaje del estudiante para valorar sus avances. También proporciona información básica para consolidar los procesos educativos relacionados con el desarrollo integral del estudiante.

Da bases para implementar estrategias pedagógicas para apoyar a los estudiantes que presenten debilidades y desempeños superiores en su proceso formativo para guiarlos en el desarrollo de sus habilidades determinando la promoción de estudiantes e implementa el plan de mejoramiento institucional.

El Decreto 1278 de Junio 19 de 2002 en su Artículo 4, reglamenta la función docente como aquella de carácter profesional que implica la realización directa de los procesos sistemáticos de enseñanza - aprendizaje, lo cual incluye el diagnóstico, la planificación, la ejecución y la evaluación de los mismos procesos y sus resultados, y de otras actividades educativas dentro del marco del proyecto educativo institucional de los establecimientos educativos. Determina la función docente, la asignación académica, comprende también las actividades curriculares no lectivas, el servicio de orientación estudiantil, la atención a la comunidad, en especial de los padres de familia de los educandos para estar en constante comunicación y así en común acuerdo llevar a cabo las actividades educativas, formativas, culturales y deportivas, contempladas en el proyecto educativo institucional.

Derechos Básicos de aprendizaje (DBA).

El Ministerio de Educación buscando mejorar la calidad educativa en el país, ha desarrollado varias herramientas para fortalecer las prácticas escolares y así mejorar los aprendizajes de los niños, niñas y jóvenes de Colombia. Una de ellas, son los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), una guía dirigida a toda la comunidad educativa para identificar los saberes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de la educación escolar.

De igual manera los estándares Básicos de competencia, integran las competencias con conocimientos básicos por consiguiente no se presentan como conceptos aislados sino que se transversalizan para dar significado y proyectar la educación en valores que tanto se necesita en la actualidad.

Así mismo, la Ley 721 de 2001 afirma que La familia, la sociedad y el Estado tienen la obligación de asistir y proteger al niño para garantizar su desarrollo armónico e integral y el ejercicio pleno de sus derechos. Cualquier persona puede exigir de la autoridad competente su cumplimiento y la sanción de los infractores. Los derechos de los niños prevalecen sobre los derechos de los demás."

Finalmente, el Decreto 2279/89 del Código del menor, afirma que los derechos fundamentales no se pueden quebrantar, ya que los derechos del niño prevalecen sobre los de los demás. Por tal motivo la función del docente es liderar el proceso pedagógico de sus estudiantes buscando una mejor calidad de personas formada en el respeto y la convivencia.

4. Diseño Metodológico

4.1 Tipo de investigación

Investigación acción que es un método de estudio de tipo cualitativo que busca obtener resultados fiables y útiles para mejorar situaciones colectivas, basando la investigación en la participación de los propios colectivos a investigar.

Según Elliott (1993: 88), la investigación – acción se entiende como «el estudio de una situación social para tratar de mejorar la calidad de la acción en la misma».

Figura 9. Procesos de Investigación.

Fuente: Investigación Acción Educativa. Adaptado de Dani Maza, (2015). En: Educación Infantil. Recuperado de: http://metodosdeobservacioninfantil.blogspot.com/2015/05/investigacion-accion-educativa.html

La investigación cualitativa es una amplia área de investigación que utiliza métodos de recolección de datos no estructurados, tales como observaciones o documentos para encontrar temas y significados que nos mantengan informados para comprender el mundo. La investigación cualitativa tiende a intentar descubrir las razones de comportamientos, actitudes y motivaciones, en vez de buscar sólo los detalles del qué, dónde y cuándo. Este tipo de investigación va más allá de una simple estadística, lleva a una comprensión de la problemática a investigar, teniendo en cuenta la interacción del ser con el otro y con el medio, teniendo en cuenta las experiencias subjetivas. Este tipo de investigación permite realizar un buen diagnóstico de la situación problemática y a su vez nos da herramientas que propendan a dar posibles soluciones (Posso Zapata, 2008).

"*La investigación cuantitativa es aquella en la que se recogen y analizan datos cuantitativos sobre variables*". Fernández y Díaz (octubre 2004). Basada en la inducción objetiva, orientada al resultado, generalizable y busca representar el valor numérico; es aquella que no va más allá de una simple estadística que buscan encontrar resultados a través de las prueba diagnostico y basada esta investigaciòn de las siguientes caracteristicas:

- Personas implicadas en alguna situación problemática o que presentan dificultades dentro de sus experiencias cotidianas. La investigación acción se ocupa de aquellos problemas donde oro tipo de investigación no podría resolverlos, es decir problemas que el mismo protagonista vive, siente y experimenta al realizar su trabajo.
- Son problemas enmarcados en un contexto de grupo ya sea el colegio o el barrio y son problemas que se les debe encontrar una solución práctica.
- Es una investigación que implica la colaboración de persona pues la investigación acción no puede llevarse a cabo de forma aislada, pues siempre se necesita de la implicación de un grupo que haya optado por un cambio, por mejorar su situación social en la que se desenvuelven. Se orienta hacia la formación de grupos autocríticos que se introduzcan en un proceso de trasformación.
- Implica unas reflexiones sistemáticas de la acción. Desde el punto de vista metodológico se concibe de un modo amplio y reflexivo.
- La investigación acción integra conocimiento y acción. Rompe con la idea que se tiene acerca de la relación entre el conocer y el actuar. Es decir, pone en discusión el hecho de que la forma de proceder sobre la práctica es aplicando el conocimiento. Por el contrario, este tipo de investigación asume la práctica como el objeto de la investigación de tal forma que el conocer y el actuar forman parte del mismo proceso. Integrando allí la actividad reflexiva, acciones transformadoras, la innovación y la investigación.

- Se realiza por las personas implicadas en la práctica de la investigación esto es, que los implicados en la práctica o problemas los que llevan a cabo la investigación. No hay forma de entender el conocer y el actuar si mantenemos separados a quien investiga y quien actúa. El valor de lo que hacemos lo podemos trasformar siempre y cuando nuestra acciones y perspectivas sean objeto de investigación. Es decir permite el estudio de nuestras propias prácticas.

- El elemento de formación es esencial y fundamental en el proceso de investigación-acción

- En este tipo de investigación se contemplan tres elementos fundamentales como es la necesidad de investigación, la formación y la acción. Cada uno de ellos con un valor importante dentro del proceso de investigación. No podemos dejar de lado la formación ya que es un elemento de gran importancia en la reflexión y la innovación.

- El proceso de investigación acción se define o se caracteriza como una espiral de cambio es decir la característica fundamental de esta metodología se compone de cuatro pasos: planificación, la acción, la observación y la reflexión. La flexibilidad en el desarrollo de este tipo de investigación contrasta con los demás. Existen distintas formas de representar el proceso incluyendo estos cuatro elementos donde todas tienen el mismo carácter cíclico.

- Es de resaltar que la investigación acción se interesa tanto por el proceso como por el producto, es decir con solo se preocupa por la trasformación que se desea de la práctica, sino que además presta mucha atención a los procesos que se realizan para alcanzarla.

Además, es importante tener en cuenta, las afirmaciones de: Stephen Kemmis junto con Wilfred Carr y el equipo de la Universidad de Deakin, en Australia, quienes, desde comienzos de los años 80, buscan una re-conceptualización de la Investigación - acción. Consideran que ésta no puede entenderse como un proceso de transformación de las prácticas individuales del profesorado, sino como un proceso de cambio social que se emprende colectivamente (Linkedin, s.f).

Es por esta razón que ELLIOT Estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales—entrevista, experiencia personal, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes, sonidos – que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas". Esto se basa en la investigación acción donde se cumplen las siguientes características basadas en el libro ELLIOT como son:

1. La investigación acción en la escuela analiza las acciones y humanas y las situaciones sociales experimentadas como las problemáticas, contingentes y prescriptivas.

2. El propósito de la investigación consiste en encontrar el diagnóstico del tanto adopta una postura explicativa.

3. La investigación adopta una postura teórica.

4. La investigación construye un guion explicativo que permite dar a conocer diversas posibilidades.

5. La investigación acción se interpreta, desde el punto de vista de quien actúa e interactúa.

6. En la investigación se considera la situación desde el punto de vista de los participantes permitiendo describir e interpretar lo que ve.

7. Contempla los problemas desde el punto de vista de quien está implicado y se entabla una comunicación interpretativa.

8. La investigación incluye una comunicación libre de trabas entre el docente y el estudiante. Libro La investigación-acción en educación Escrito por John Elliott (2005, p. 9- 32)

Teniendo en cuenta los lineamientos curriculares en matemáticas se podría centrar el diseño de esta unidad didáctica en dos enfoques, según la metodología escogida es la que mejor se acomoda al propósito la unidad didáctica, puesto que el aprendizaje se centra en que el alumno este es el protagonista principal de este proceso. De acuerdo a esto se enfoca en el uso de "La Geometría activa", ya que esta parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo. Se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de 'hacer cosas', de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. Esta conceptualización va acompañada en un principio por gestos y palabras del lenguaje ordinario, hasta que los conceptos estén incipientemente construidos a un nivel suficientemente estable para que los alumnos mismos puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales. Es así como "Los procesos de medición comienzan desde las primeras acciones con sus éxitos y fracasos codificados como más o menos, mucho o poco, grande o pequeño, en clasificaciones siempre relacionadas en alguna forma con imágenes espaciales, esto es con modelos geométricos, aún en el caso del tiempo”

En nuestro país el estudio de las secciones cónicas se debe impartir en el programa de matemáticas en el grado 10° y 11°, como lo estipula Los Estándares básicos de Matemáticas en el pensamiento espacial y sistemas geométricos.

4.2 Proceso de la Investigación

Para el diseño de la unidad didáctica se utiliza un método diferente a los tradicionalmente usados en los libros de texto, tratándole de dar forma a las actividades siguiendo algunas orientaciones del modelo de Van Hiele (Kvale, 2011).

Así mismo que las - 41 - recomendaciones dadas por Ausubel (1978). Es así como la unidad didáctica que se propone se sigue más o menos la siguiente secuencia en cada una de las actividades (Rodríguez Palmero, 2004).

Para el diseño de las actividades y de la unidad didáctica es pertinente usar el modelo de los niveles de Van Hiele, a su vez que la concepción de aprendizaje de la geometría, están en relación directa con el aprendizaje significativo de Ausubel (1978), los niveles que plantea Dina y Pierre Van Hiele y a este respecto (Fouz, 2013), los retoma cuando plantean que la enseñanza de la geometría requiere de un proceso de maduración y para ello definen cuatro niveles de entendimiento de las nociones y relaciones geométricas los cuales son:

1. **Visualización - Reconocimiento**. Es el nivel en el que las figuras y cuerpos geométricos son reconocidos por su forma como un todo, por su apariencia, no por sus partes y propiedades, se limita a descripciones. En este nivel la persona puede aprender un vocabulario geométrico, identificar formas definidas y reproducir una figura.

2. **Análisis.** En este nivel se comienza a discernir cuerpos y figuras geométricas, las propiedades que surgen se usan para la conceptualización de las formas, se identifican partes y se usan para su clasificación. Se comienza a realizar generalizaciones de clases de formas.

3. **Clasificación**. Las personas que alcanzan este nivel pueden establecer interrelaciones entre los elementos definitorios de un cuerpo o figura (Relaciones entre lados y ángulos) y la que existe entre figuras (cuadrados, rombos, rectángulos) .Deducen propiedades de las figuras, reconocen clases de cuerpos y figuras y son capaces de entender relaciones de inclusión entre estas clases.

4. **Deducción formal**. En este nivel se entiende lo que es una deducción, se comienza a ver a la geometría como un sistema de axiomas, postulados, definiciones y teoremas. Aquí la persona entiende y construye una demostración, entiende el rol que juegan las condiciones necesarias y suficientes y distingue una afirmación de su recíproca. Puede llegar a un mismo resultado por distintos caminos. Comprende la estructura axiomática de la matemática. De Igual forma le dieron importancia al método y organización de la instrucción y para ello definieron cinco fases secuenciales para el aprendizaje de la geometría así: los cuales fueron descritos por Gilberto Vargas (Kvale, 2011).

5. **.Información:** En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo tema objeto de estudio. El profesor debe identificar los conocimientos previos que puedan tener sus alumnos obre este nuevo campo de trabajo y su nivel de razonamiento en cuanto a este Fouz y De Donosti (2005) citan a Ausubel (1978), para respaldar que este es el primer acercamiento a los conocimientos del alumno: "*Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia*". Los alumnos deben recibir

información para conocer el campo de estudio que van a iniciar, los tipos de problemas que van a resolver, los métodos y materiales que utilizarán, etc.

6. Orientación dirigida: Se guía a los alumnos mediante actividades y problemas (dados por el profesor o planteados por los mismos estudiantes), con el fin de que estos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicos de la red de conocimientos por formar.

Los problemas propuestos han de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben entender y aprender. El profesor debe seleccionar cuidadosamente estos problemas y actividades y, cuando lo necesiten, orientar a sus alumnos hacia la solución. Hincapié (Stabback , 2011) De acuerdo con Jaime (1993), esta fase es fundamental, ya que en ella se construyen los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente. Al respecto cita a Van Hiele (1986), quien señala que "(…) las actividades (de la segunda fase), si se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento de nivel superior"(p. 10). El papel del profesor resulta primordial en esta fase, puesto que debe seleccionar las actividades adecuadas para permitir al estudiante aprender los conceptos, propiedades o definiciones fundamentales para el nuevo nivel de razonamiento. Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarita, Peñas y Ruiz (1994) indican sobre la planificación de la fase 2 que “(…) *una planificación cuidadosa de la secuencia tendrá en cuenta la necesidad de conseguir pequeños éxitos que estimulen su autoestima y favorezcan una actitud positiva hacia las matemáticas*” (p. 36).

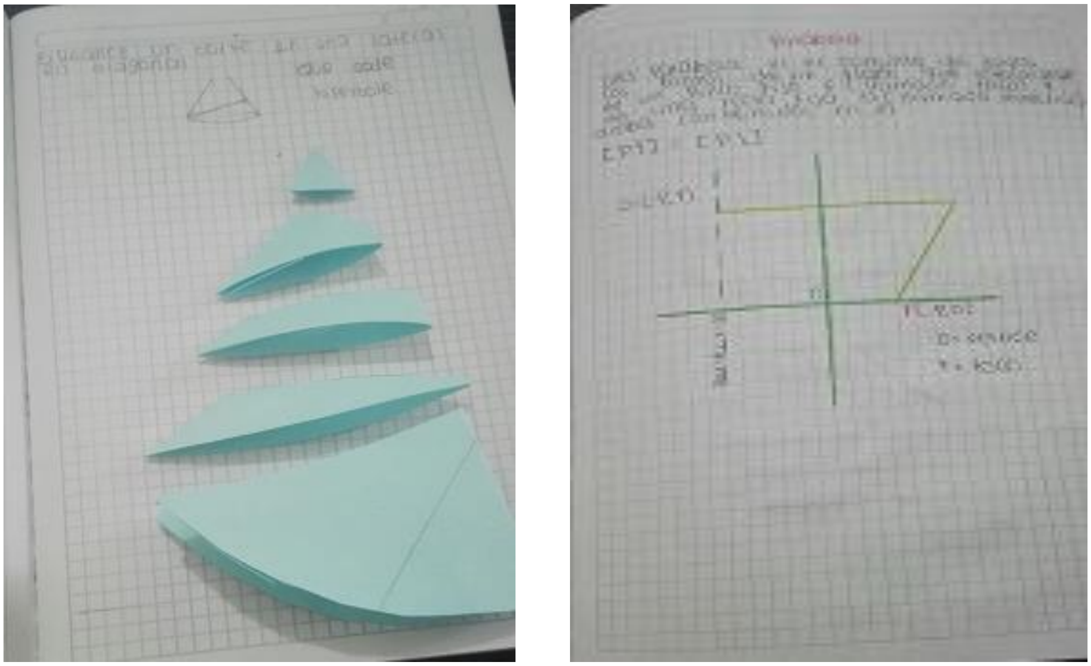


Figura 10. Estudiantes descubriendo las cónicas.

7. Explicación. Los alumnos deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido, intercambiar sus experiencias y discutir con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio. Los educando tienen que utilizar el vocabulario adecuado para describir la estructura sobre la que han estado trabajando y afianzar el vocabulario propio del nivel. En esta fase no se produce un aprendizaje de conocimientos nuevos, en cuanto a estructuras o contenidos, sino una revisión del trabajo llevado a cabo con anterioridad, basado en conclusiones, práctica y perfeccionamiento de la forma de expresarse, todo lo cual origina un afianzamiento de la nueva red de conocimientos que se está formando.

El tipo de trabajo que se debe realizar en esta fase es de discusión y comentarios sobre la forma de resolverse los ejercicios anteriores, elementos, propiedades y relaciones que se han observado o utilizado. - 31

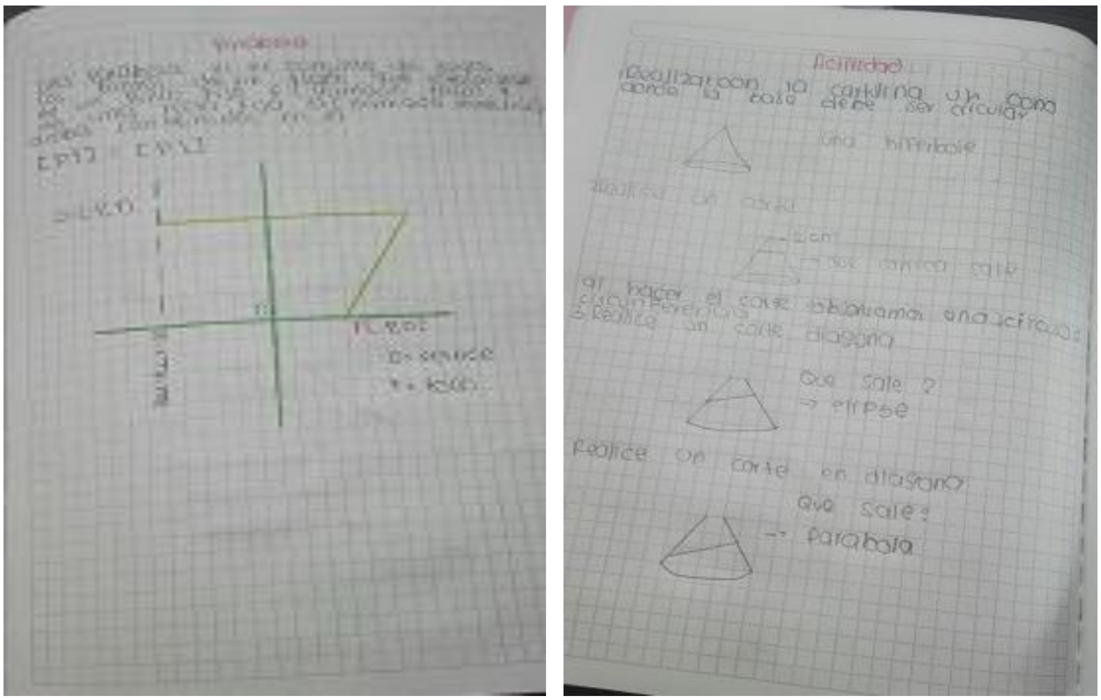


Figura 11. Evidencia trabajo de clase.

8. Orientación libre: En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las etapas anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores y probablemente complejos. El profesor debe proponer a sus alumnos problemas que no sean una simple aplicación directa de un dato o algoritmo conocido, sino que planteen nuevas relaciones o propiedades, que sean abiertas, preferiblemente con varias vías de resolución, con múltiples soluciones o ninguna. Por otra parte, el maestro debe limitar al máximo su ayuda a los estudiantes en la resolución de los problemas. En palabras de Van Hiele (1986), citado por Jaime (1993), "(…) *los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales*" (p.

11). Los alumnos deberán aplicar los conocimientos y lenguaje que acaban de adquirir en otras situaciones nuevas. Los problemas planteados en esta fase deben obligar a los estudiantes a combinar sus conocimientos y aplicarlos a situaciones diferentes de las propuestas anteriormente. La intervención del profesor en la resolución de las tareas debe ser mínima, pues son los educandos quienes tienen que encontrar el camino adecuado a partir de lo aprendido en la segunda fase.

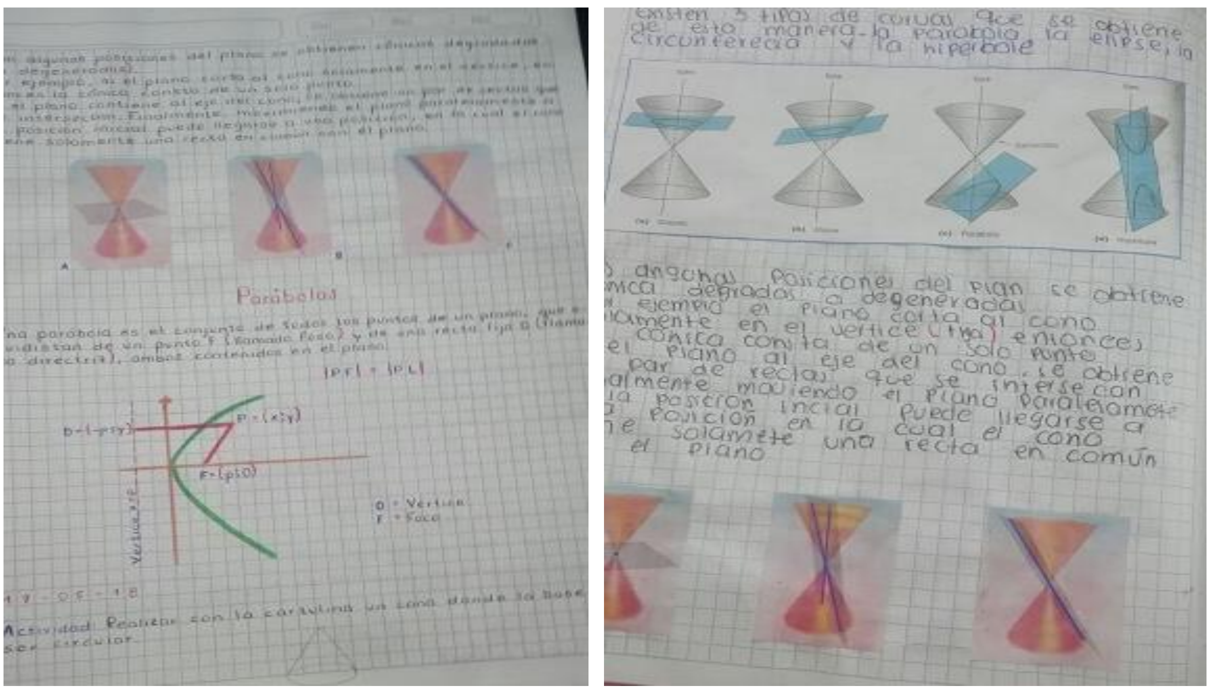


Figura 12. Orientación libre.

Integración: Los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente.

El profesor debe dirigir resúmenes o recopilaciones de la información que ayuden a los alumnos a lograr esta integración. Las actividades que les proponga no deben implicar la aparición de nuevos conocimientos, sino solo la organización de los ya adquiridos. Se trata de lograr una visión general de los contenidos del tema objeto de estudio, integrada por los nuevos conocimientos adquiridos en este nivel y los que ya tenían los estudiantes anteriormente. No hay un aprendizaje de elementos nuevos, sino una fusión de los nuevos conocimientos, algoritmos y formas de razonar con los anteriores. Las actividades de esta fase deben favorecer dicha integración y permitirle al profesor comprobar si ya se ha conseguido.

Esta misma estructura en lo posible se utilizará en la unidad didáctica que se usará como modelo en el diseño de la propuesta. Es importante tener en cuenta algunos estudios y modelos de enseñanza y representación de área y representación de cuadrados de binomios y ecuaciones cuadráticas alcanza cierta difusión en la enseñanza escolar en los años 60 y 70 a través del trabajo del Dr. Zoltán P. Dienes (1970). (Armendariz, Azcaate, & Deulofeu, 1993) Este matemático y didacta húngaro, en colaboración con el psicólogo cognitivo Dr. Jerome Bruner (Jeroneme, 1966), trabaja en un proyecto cuyo objetivo es enseñar estructuras matemáticas a niños de escuela básica (entre 5 y 13 años), en concordancia con el enfoque de la enseñanza de la matemática de la época. Para eso se apoya en el uso de manipulativos (materiales concretos) especialmente diseñados, con los cuales busca representar lo más "puramente" posible los conceptos matemáticos y lógicos que se consideran pueden ser estudiados en esas edades. Dienes dice al respecto "Representar un número cualquiera" por una letra es siempre una economía de expresión. El principio de variabilidad perceptual exige abundancia de experiencias concretas sobre la misma estructura conceptual, de modo tal, ahora también, que todos los niños puedan extraer la idea abstracta esencial que es inherente a toda fórmula" (Armendariz, Azcaate, & Deulofeu, 1993)


Figura 13. Integración: Aprendo jugando.

4.3 Población

Figura 14. Grupo focal de la investigación.

La muestra para esta investigación es de 160 estudiantes del colegio Carlos Vicente Rey del grado sexto 9.01, 9.02, 9.03 y 9.04 de la población investigada.

La población y muestra objeto de investigación será la indicada en la siguiente tabla:

Tabla 1.

Población y muestra

ROLES	POBLACION		MUESTRA	
	Frecuencia	**%**	**Frecuencia**	**%**
Estudiantes	160	100%	40	33.33%
Docentes	1	100%	1	100%

El nivel socioeconómico de la comunidad del colegio, es el 41% de los padres de familia poseen viviendas ubicadas en sitios de extractos bajo, el 39%viven en arriendo, el 20% en inquilinos. Asimismo, el 39% de los hogares dependen sus ingresos del padre, el 14% de la madre, el 15% de ambos y el 12% de otros. Por lo cual en algunos casos los hijos están a cargo de los abuelos, tíos u otros familiares.

El nivel educativo de los padres de familia muestra que un 33% tiene escolaridad primaria, un 46% al menos un grado de educación secundaria, el 26% formación universitaria, el 48%.

El plantel educativo fue uno de los colegios focalizados seleccionados por el Ministerio de Educación Nacional para formar parte del programa bandera del MEN "Todos a aprender", programa en el que estuvo hasta el año 2016, ya que alcanzó los niveles propuestos en el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), por tal motivo el MEN asigno un líder de transferencia que corresponde a un docente de la Institución que previamente ha sido capacitado para que oriente los diferentes procesos encaminados a seguir trabajando en la excelencia y calidad educativa, con el objetivo de dar acompañamiento a los docentes y proporcionar nuevas estrategias didácticas pensadas por un equipo pedagógico de talla nacional e internacional, las cuales posteriormente son socializadas a los formadores.

4.4 Instrumentos para la recolección

Con el fin de lograr los objetivos en torno al tema seleccionado para este proyecto investigativo se empleará la técnica de observación directa y observación participativa.

La observación, consiste en fijar la atención en un fenómenos, situaciones es tomar la información y registrarla para un posterior análisis y posibles conclusiones.

La observación es una herramienta de gran importancia en la investigación, porque a través de ella el investigador puede obtener mayor número de datos (Wilson 2000).

La observación se llama directa cuando el investigador hace contacto personal con el hecho y es indirecta cuando este se informa de la situación a través de la observación hecha por otra persona y publicada por algún medio como un periódico, revista o demás. Tal ocurre cuando nos valemos de libros, revistas, informes, grabaciones, fotografías, etc., relacionadas con lo que estamos investigando, los cuales han sido conseguidos o elaborados por personas que observaron antes lo mismo que nosotros (Gunten, 1962).

La observación participante es cuando para obtener los datos el investigador se incluye en el grupo, hecho o fenómeno observado, para conseguir la información desde adentro.

Observación no participante es cuando se recoge la información desde afuera, sin intervenir para nada en el grupo social, hecho o fenómeno investigado. Obviamente, la gran mayoría de las observaciones son no participantes" (Gunten, 1962).

Para lograr la ejecución de este proyecto se utilizarán tres instrumentos taller de trabajo cooperativo (ver anexo A), taller de trabajo de refuerzo de conocimientos utilizando unidades didácticas (ver anexo B), unidades didácticas como fortalecimiento de la geometría dirigió a los estudiantes para mostrar los conocimientos del tema que se enfoca en la investigación con respecto a la geometría la cual finaliza y compara la prueba de pre saberes con los últimos resultados.

4.4.1 Prueba diagnóstica inicial:

Tabla 2.

Preguntas prueba diagnostico

RESULTADOS FICHA DIAGNOSTICO				
1. Qué trayectoria describe la piedra desde que parte de la mano del niño hasta que cae al piso.	8	4		
2. Basado en el enunciado es igual la trayectoria que describe un balón de baloncesto cuando es lanzado hacia la canasta con la que describe la figura 1.		2		
3.Indicar la ecuación de una circunferencia centrada en el punto C (1,0) y de radio R=2	0		5	6
4. ¿Qué tipo de cónica describe la siguiente figura?			3	
5. Calcular la ecuación de la circunferencia centrada en el punto C (1,1) y que pasa por el origen.		6	2	
6. Al reducir la expresión $\frac{2a}{b}+\frac{a}{2b}-\frac{a}{b}+\frac{2a}{3b}$, el resultado es:	3	7	1	
7. El valor de la expresión $\frac{x^2+y^2}{z^2}-w^2$, cuando $x=3$, $y=-2$, $z=1$ y $w=-2$ es:	3		6	
8. Al suprimir paréntesis en: $4x+[x-(2x-3)]-[5-2(1-x)]$, el resultado es:			1	5
9. Al desarrollar la expresión $(2x-4)^2$, el resultado es:		5	1	
10. El resultado de la ecuación $\frac{x-1}{x-3}=\frac{3}{4}$ es:	3		9	

Se aplica una prueba escrita a los estudiantes de la muestra (42), la cual consta de 10 preguntas con el siguiente resultado:

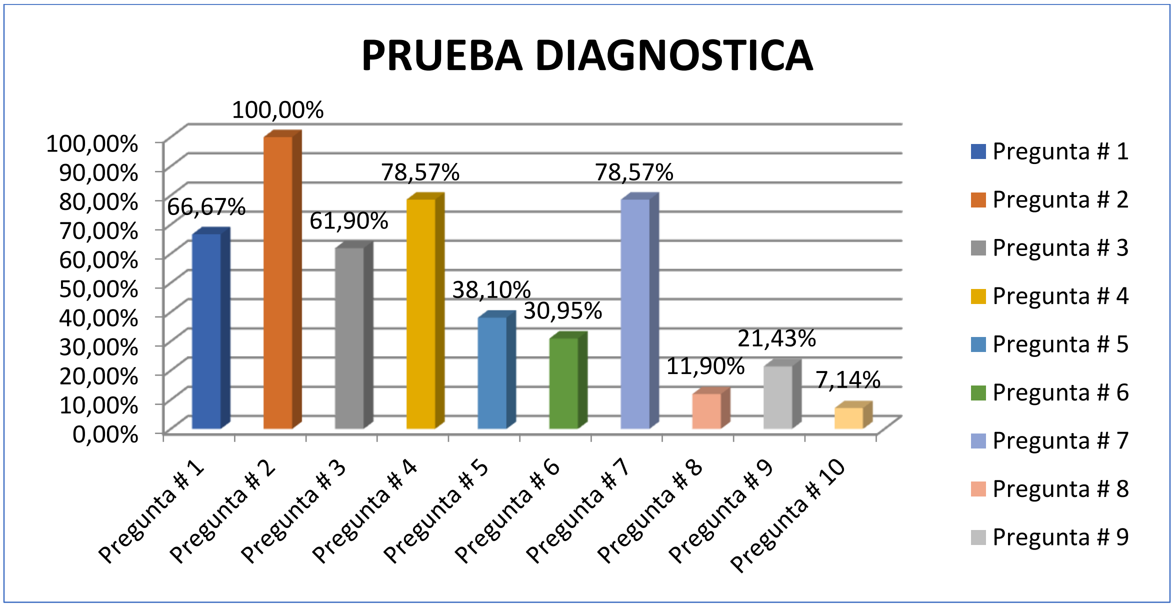


Figura 15. Respuestas prueba diagnóstica.

Figura 16. Los alumnos desarrollando prueba diagnóstica.

En promedio las repuestas correctas fueron resueltas en el 49.5% de la muestra, a la pregunta más acertada fue la Nº2 y la que presento más bajo porcentaje fue la Nº10, todos estos resultados muestran que el nivel de conocimiento de la geometría analítica no es el mejor, que requiere mejorar, esto se experimentó también en las pruebas Saber del cual ya se hizo referencia.

A continuación se presenta dicha prueba diagnóstica:

Resultado Prueba del ISCE

Al revisar los resultados emitidos por esta entidad del año 2017 (Ver anexo No 1) se observa debilidades que se destacan:

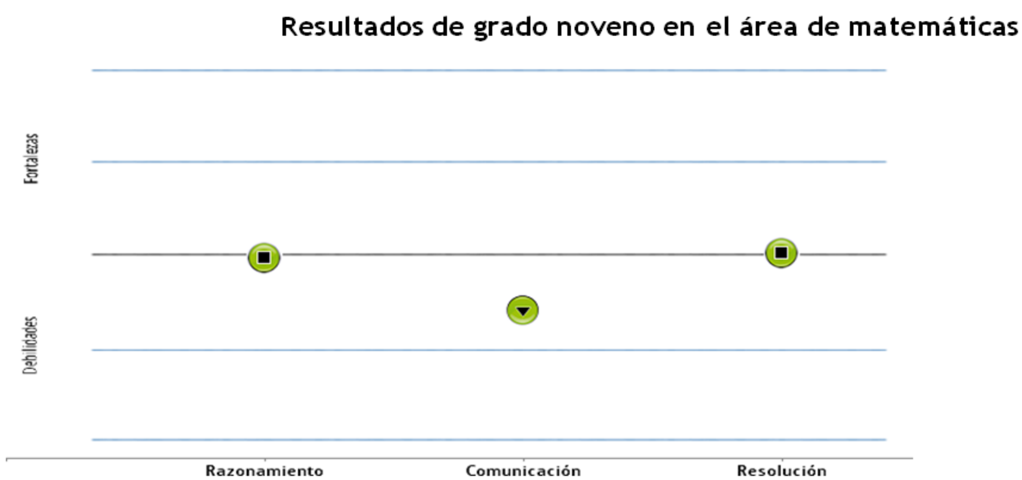


Figura 17. Resultados de grado noveno en el área de Matemáticas.

Fuente: Icfes informe emitido en Feb 19 de 2018. Adaptado de Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES, (2018).

Lectura de resultados

En comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar al suyo en el área y grado evaluado, su establecimiento es: Similar en Razonamiento y argumentación Débil en Comunicación, representación y modelación Similar en Planteamiento y resolución de problemas. (Acosta Linares, Poveda Beltran, & Pinzon Cortes, 2017)

4.4.2 Diario de campo. Este diario de campo se tomó una herramienta necesaria para realizar el concepto y proceso que poco a poco se desarrolló con los estudiantes para poder tener la capacidad de mostrar las categorías y las subcategorías, incluidos sus indicadores para llegar a despejar y reconocer los procesos de mejoramiento de los alumnos del grado noveno donde no solo se plasma los conocimientos y habilidades que en cada actividad fueron mostrando los estudiantes al igual que su mejoramiento en la comunicación y lenguaje matemático y el desarrollo de destrezas en la modelación, razonamiento ,dibujo 6 y graficación de las figuras cónicas, , es hacer el registro diario de anotaciones que generan investigación, como procesos que se van dando en el camino donde juegan papel importante, toda lo que se desarrolla con los estudiantes basados en experiencias significativas.

Es crear la dinámica de aula a través de la lectura del contexto, de la realidad del estudiante, del medio donde se desenvuelve para mirar alrededor de este con todo ese mundo implícito, donde la conformación familiar juega papel importante, en las problemáticas sociales que se dan en las comunidades afectan la convivencia y las relaciones interpersonales, pudiendo ser clasificadas para poder convertirse en un vehículo de investigación (Porto & Merino, 2009).

Por lo tanto, es importante tener en cuenta que es un texto descriptivo, donde se registra absolutamente todo, comenzando con la fecha, el grado, el área, el tema, el propósito, la metodología. Además de esto, cumple un papel reflexivo e interpretativo.

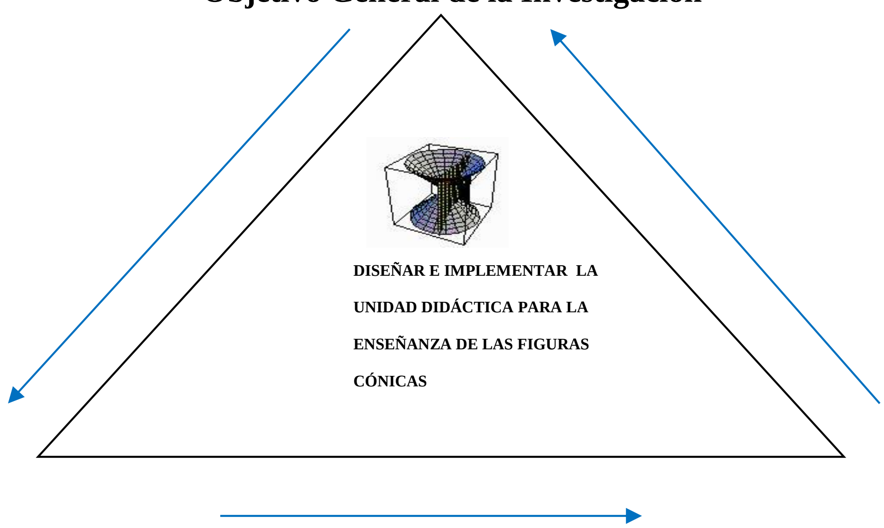
4.5 Validación de los instrumentos

Con este proyecto de investigación se utilizaron los procesos de observación, la prueba diagnóstico, los resultados de ISCE (Indicé Sintético De Calidad Educativa) el diario de campo y todos los talleres realizados con los estudiantes del grado noveno, todos estos documentos fueron validados por el director de tesis el Mag. James Ronald Velasco Mosquera, quien con su apoyo se utilizaron en este propósito en dos partes, en las que se analizaron las posibles aplicaciones y la comunicación en el campo de la enseñanza de las ciencias, abordando el tratamiento de una serie de cuestiones que nos parecen fundamentales para poder avanzar en el desarrollo y mejora simultánea de la educación científica y de la informática educativa.

4.6 Categorización y triangulación

En esta investigación se tuvo en cuenta 3 grandes componentes como fueron:

Objetivo General de la Investigación



Las Categorías y Conclusiones Subcategorías de la Investigación

Figura 18. Objetivo general de la investigación.

Tabla 3.

Categorías y subcategorías

Categorías	Sub Categorías	Indicadores
Pensamiento matemático	**Conocimiento**	**Pensamiento Algebraico**: Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
		Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre fi guras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.
		Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales). • Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas. • Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas
		Pensamiento Visual: interpreta y representa en diversos contextos las figuras cónicas que permiten encontrar sus características y propiedades.
		Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
		Generaliza procedimientos de cálculo válidos para encontrar secciones cónicas.
		Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados
		Pensamiento Graficar la notación científica para identificar y crear en el plano las diferentes figuras cónicas teniendo encueta su expresión algebraica y realizando los tratamientos y conversiones.
		Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados "algoritmos", procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras. Para analizar la contribución de la ejecución de procedimientos rutinarios en el desarrollo significativo y comprensivo

Categorías	Sub Categorías	Indicadores
		del conocimiento matemático es conveniente considerar los mecanismos cognitivos involucrados en dichos algoritmos.
	Habilidades	**Modelación**: Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también "una estructura"– que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo.
	Actitud	**Dibujo:** En este proceso el estudiante con apoyo de sus conocimientos ya identifica y crea cónicas con sus características principales y fácilmente las observa en su entorno es así que a lo largo de todas las actividades curriculares y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad.

4.7 Principios Éticos

Se realizó consentimiento informado a los 40 alumnos (ver anexo 2) y se dejaron los soportes respectivos, de acuerdo a la ley colombiana Ley 1098 de infancia y adolescencia.

5. Propuesta Pedagógica

Colegio Carlos Vicente Rey

Piedecuesta -Santander

Unidad Didáctica: Figuras y Objetos Cónicos en Nuestro Entorno

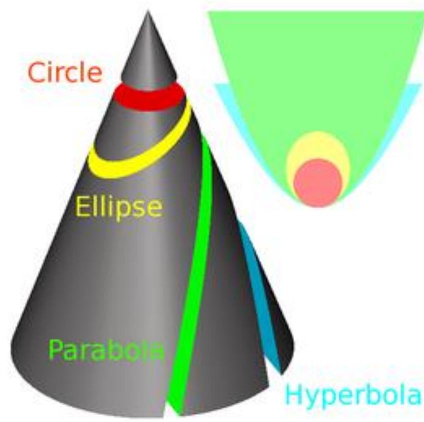


Figura 19. Figuras Cónicas.

Fuente: Figuras Cónicas. Adaptado de Loja R., (2012). Recuperado de: https://es.scribd.com/document/93973854/Figuras-Conicas

Este trabajo reside en una Unidad Didáctica de la asignatura de geometría, elección que se ha realizado de las sucesos ocurridos en el indicé sintético de calidad.

La temática de esta unidad es Objetos cónicos geométricos o cónicos en el plano. Enseña con la argumentación y formando la indagación basada en las leyes y normatividad educativa y en las fases y apoyo de los contenidos educativos propuestos por el MEN (Ministerio de Educación Nacional) una tesis sobre el tema. Puntualizaremos las partes de la unidad: objetivos, DBA, (derechos básicos de aprendizaje) estándares , competencias contenidos a tratar, en la transformación de significados, fórmulas y cualidades frecuentes de la iniciativa, recursos, formas/habilidades pronosticadas para aportar las distintas expectativas y necesidades de los alumnos, para poder hallar la forma de enfrentar la acción, ejercicios, actividades taller y la evaluación, permitiendo desarrollar las actividades que se realizarán en las 8 partes para esta unidad.

Introducción

Las cónicas es uno de los conjuntos de curvas con mayor importancia en la Geometría, con un crecimiento para el manejo de las distintas descendencias de la Ciencia y la Ingeniería. Al inicio del estudio de cónicas se encontraron tres problemas clásicos: la duplicación del cubo. En el siglo V a.C. Menecmo dijo que este problema se solucionaba con unas curvas logradas mediante la parte de un cono por un plano perpendicular a la directriz.

Posteriormente, Apolonio de Perga las logra manejando un cono circular cualquiera modificando la inclinación del plano secante y, a partir de esto, descubre una propiedad plana que determina a cada una de las partes, es decir, una caracterización de estas curvas en algunos lugares de forma geométrica. Es así como el suministró el nombre que aún hoy se estableció en el estudio de tangencia, diámetro y recta normal.

Pero, ¿Por qué razón las cónicas son importantes entre todas las curvas viables? Algunos años después exactamente, en los siglos XVI y XVII, se observó que las trayectorias de las orbitas de los cuerpos pesados son curvas y las órbitas de los planetas. Aunque esto no es único. La categoría principal de las cónicas ocupa en el hombre un espacio fundamental en el aparato sensitivo. Este conocimiento obedece especialmente en el ojo del ser humano se basa en la enfoque, y los rayos radiantes que asemejan en el ojo o que va en trayectoria inversa para construir la visión creando un cono (según las leyes de refracción y convergencia de una lente biconvexa). La imagen del entorno óptico, la representación, el efecto, se puede observar bajo la forma de una cónica. Es por ello, moderado calificar a nuestro entorno como "mundo de las cónicas".

Justificación y Fundamentación

Esta unidad didáctica está elaborada a los jóvenes de noveno grado de Bachillerato. Teniendo en cuenta el Decreto 1467/2007 de 2 de noviembre por el que se fija la estructura de la básica secundaria y el apoyo de los contenidos educativos del MEN (Ministerio de Educación Nacional) y se desarrolla su programa sobre la enseñanza **“figuras geométricos y las Cónicas”** correspondiente a las guías y talleres didácticos de Geometría. Basado en lo anterior los alumnos aprenderán a valorar la geometría analítica, su importancia en la resolución de problemas de la vida y mejorar su distribución. Con relación al tema llegaran a ser competentes en la identificación de las características de secciones cónicas del plano con sus propiedades métricas fundadas a partir de ellas.

Para demostrar los DBA (derechos básicos de aprendizaje) debemos prestar atención al argumento del plano visto en temas anteriores. Por esta razón se elabora la unidad con dos finalidades. La primera, que los educandos obtengan conocimiento sobre cónicas y la segunda, fortaleciendo los temas ya trabajados y con base fundamental en el siguiente grupo focal y la prueba en el ingreso a la universidades. Es interesante darle una visión más fácil al tema, mostrando las propiedades y aprovechamiento de las cónicas y resolver problemas a lo largo de la historia.

Este tema al trabajarlo es necesario realizar un análisis didáctico, planificado con acciones y un reconocimiento. Por esta razón, sellaremos los aspectos que consideraremos importantes o sobresalientes en el desarrollo de la unidad. En cuanto al contenido mostraremos las cónicas como cortes del cono siendo así como germinaron los problemas desde sus orígenes. De aquí derivaremos sus propiedades en lugar geométrico, usando las propiedades del plano conocidas en temas anteriores e intentando responder a los objetivos generales y específicos. Y con base en sus propiedades teorizaremos sus ecuaciones y sus elementos estudiando a fondo utilizaremos matrices, que se aprenderán en esta unidad didáctica. En cuanto a estados relativos, observaremos algo de ellas y su resolución también utilizaremos contenidos vistos en temas anteriores.

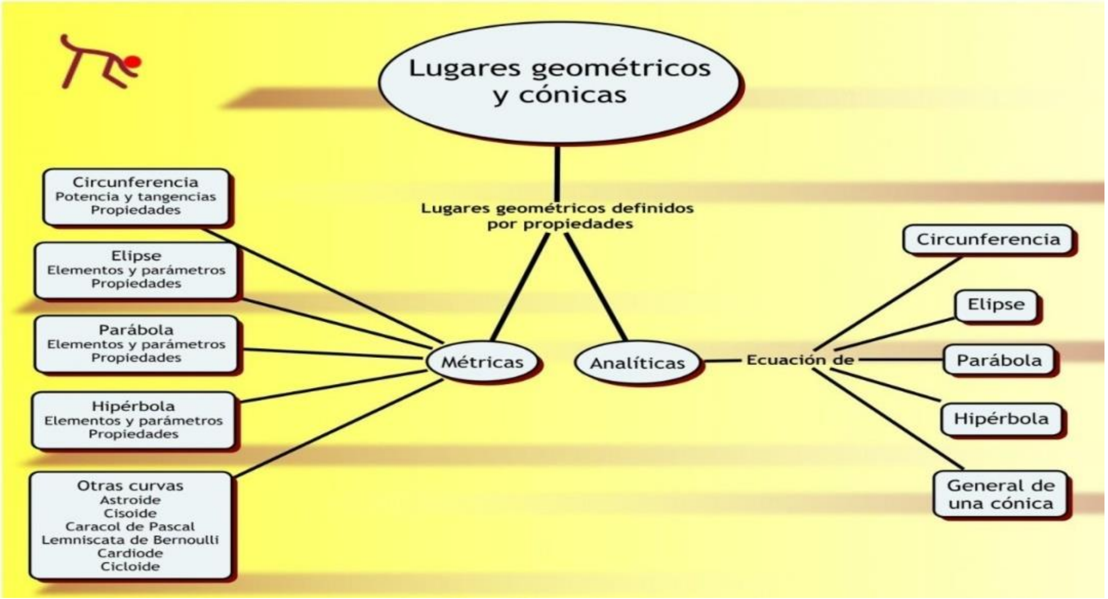


Figura 20. Lugares Geométricos y cónicos.

Fuente: Figuras Cónicas. Adaptado de Loja R., (2012). Recuperado de: https://es.scribd.com/document/93973854/Figuras-Conicas

En el desarrollo del tema observaremos (Este mapa conceptual se encuentra detallado en el momentos históricos importantes en el estudio de estas cónicas.

Por ello afrontar este tema utilizando métodos de grafía y representación, ya que es un tema de manejo visual y se percibirá así mejor. Trataremos enlazar lo mejor posible estos procedimientos demostrados que hablamos de lo mismo pero de diferentes puntos de perspectiva. La parte simbólica y numérica permitirá la tesis de la ecuación reducida y su analogía con los elementos, intentando dar una visión geométrica. En cuanto a las TIC, usaremos Geogebra por sus propiedades (ver apartado de recursos) y otras herramientas o software. Aunque buscáremos algunas herramientas distintas a las incluidas aquí que son las más adecuados en esta etapa.

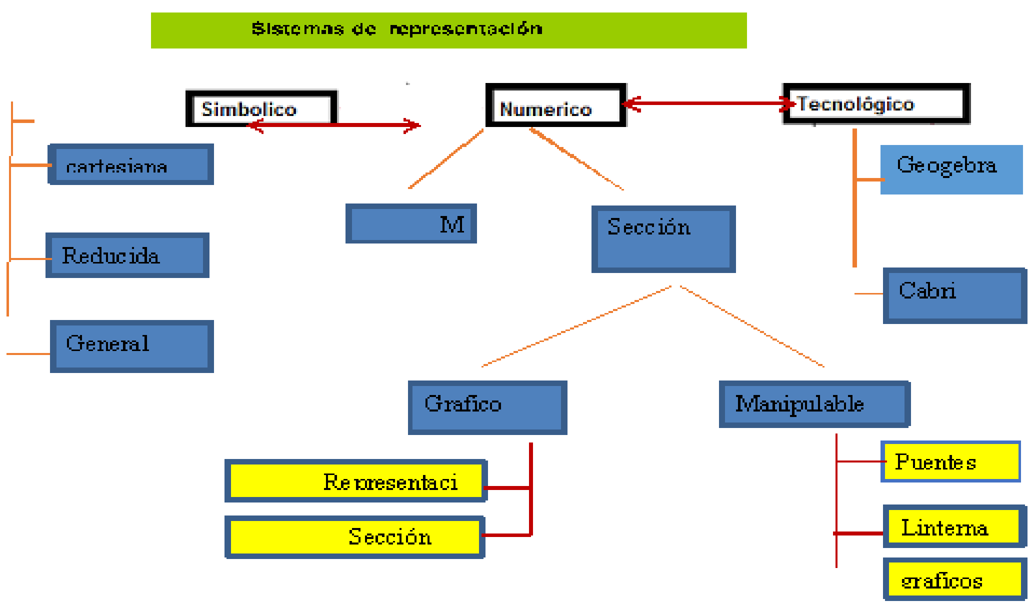


Figura 21. Sistema de representación.

Como pretendemos que esta unidad sirva para observar la importancia de las cónicas en la investigación, ciencia y en el mundo real, mostraremos la máxima cantidad de sus estudios ya que resulta despacioso todas. También se pretende que los estudiantes continúen hallando más apartes de las que ejecutaron en clase.

Conoceremos principalmente los siguientes campos:

-Aplicaciones de las propiedades reflexivas de las cónicas.

-Trayectorias de planetas, cometas y satélites.

-Conjetura de distancias y posiciones.

A la hora de escoger las distintas tareas y acciones tenemos en cuentas sus tipologías tras examinar las formas más llamativas y utilizar diferente recursos didácticos. Básicamente la estructura de las actividades es:

En conclusión, se programa una unidad didáctica que permita conocer diferentes ejemplos de lugares didácticos, obtener sus propiedades y valorar sus aplicaciones.

Instrumentos de evaluación

En la evaluación de la unidad didáctica, tendremos en cuenta lo siguiente con los valores indicados:

- Valorando sobre: saber
- Observación directa y sistemática: hacer

La Asistencia, como pilar de proceso, Talleres en clase: valoraremos que lo realicen, con la voluntad de salir a exponerlos ante sus compañeros.

Actividades para entregar; Con estas tareas valoraremos cómo los estudiantes van aprendiendo los conceptos, ya que la mayoría de lo visto en clase fue un trabajo en general en forma concreta. También deberán realizar un esquema final del tema, estableciendo las relaciones entre los contenidos.

Trabajo cooperativo; Este trabajo lo realizaron 4 o 5 estudiantes por grupo en el cual debe elegir una de las cónicas y buscar fenómenos y contextos en los que aparezca dicha cónica, identificando las propiedades que permiten su caracterización.

Tanto los actividades a entregar como el trabajo cooperativo son de la evaluación, si no se entregan, tendrán una valoración final competencia baja o básica de los conocimiento propuestos del tema de las cónicas.

Sesiones

Iniciaremos las sesiones que llevar a cabo. Se han incluido el tipo de estrategia para las sesiones a realizar fuera del aula, ya que usaremos los 3 primeros niveles del modelo de Van visualización, observación, el análisis, ordenación y clasificación con el apoyo de las fases y combinado con TIC con las posibilidades de la creación del esquema general que seguiremos es el siguiente (Alonso Borrego, 2004):

- Presentación. Cónicas como secciones del cono y como lugares geométricos
- Circunferencia
- Rectas en circunferencia, aplicaciones, problemas
- Elipse, elementos, definición
- Aplicaciones de la elipse
- Parábola, elementos, definición, aplicaciones
- Hipérbola, elementos, definición, aplicaciones
- Taller de refuerzo y cierre.

Veamos el desarrollo detallado de cada una de las sesiones:

Sesión 1: Buscaremos varias curvas de diversas formas en los ambientes escolares y en imágenes proyectadas y observadas en los computadores: simbolizadas en el plano, escogidas del arte, de la naturaleza, etc., algunas serán cónicas y otras no. Se les dirá a los estudiantes que observen y digan que cónica es y que justifiquen por qué y demostrar lo aprendido hasta el momento de este tema. Algunas pueden ser:

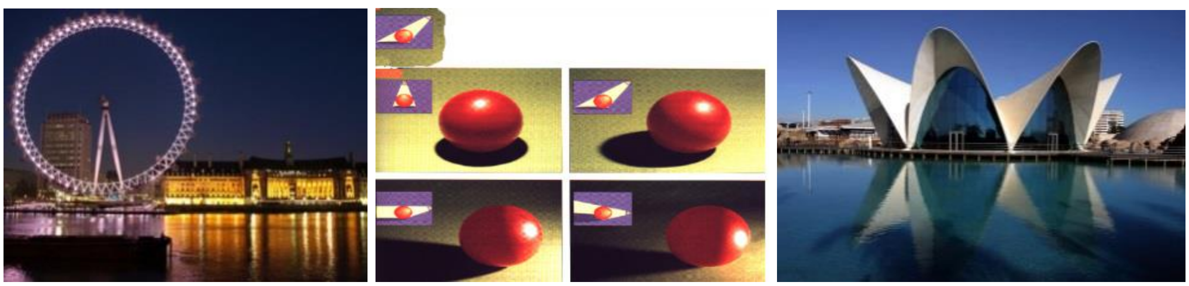


Figura 22. Las cónicas.

Fuente: Las cónicas - 4º ESO: Estadística descriptiva - 1º Bachillerato. Adaptado de Miguel Anquita, (2010). Recuperado de: http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0122-04/conicas/elipse.html

Estas curvas se descubrieron alrededor del siglo V a.C. Como secciones de un cono. Comenzaremos la unidad, realizando la siguiente taller en grupos de tres o cuatro estudiantes: Con en los computadores verán los diferentes tamaños y formas, los estudiantes averiguaran qué curvas pueden encontrar y como se llaman, cuál es su característica, su nombre, cuántas hay y cuál es la diferencia de cada una, etc.

A partir de todo el proceso de visualización llegara el estudiante a la fase 1 donde se formulara preguntas y se creara información con sus pres saberes para poder iniciar a la sección 2 en donde utilizara el nivel 1 de análisis para que a partir de sus conclusiones, continuaremos recordando que es un cono, definiéndolo como la superficie de revolución que se obtiene al girar una recta y destacando sus principales elementos: generatriz, vértice y eje. Clasificaremos las cónicas en degeneradas y no degeneradas ejemplificándolas con imágenes y poniéndoles nombres a las diferentes cónicas.

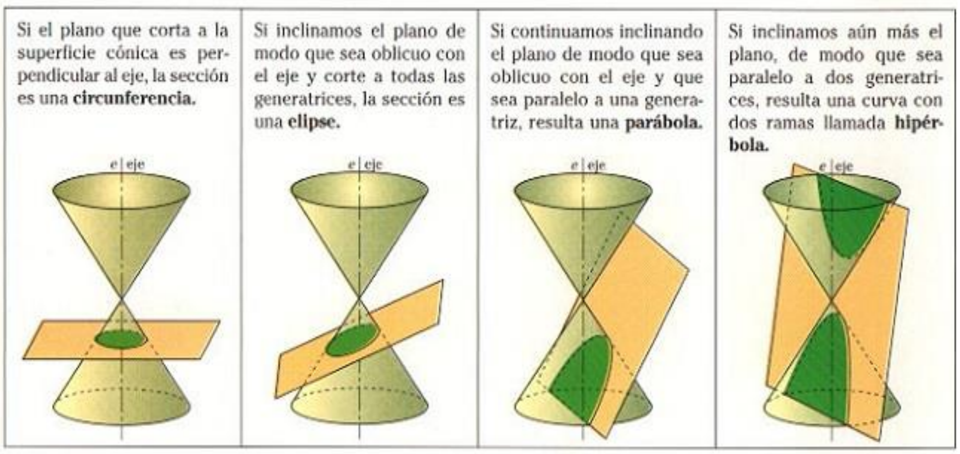


Figura 23. Distintos tipos de secciones cónicas

Fuente: Las cónicas - 4º ESO: Estadística descriptiva - 1º Bachillerato. Adaptado de Miguel Anquita, (2010). Recuperado de: http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0122-04/conicas/elipse.html

Observaremos e iniciaremos la fase 2 de orientación dirigida, usando diferentes tamaños, que podemos obtener la misma cónica, lo que nos hace observar que cada cónica tiene propiedades que la caracterizan como una curva plana autónoma de la sección cónica elegida, investigado cada una de las cónicas.

Por ello preguntaremos a los estudiantes qué es geometría y qué lugares conoces con forma geométrica, cual lugares vez que estén creados con formas geométricas. Haremos un ejemplo en el tablero para calcular la ecuación del lugar geométrico de los puntos que equidistan a dos puntos dados: la mediatriz. El método que usaremos lo seguiremos para los demás, que consiste en:

- Se toma un punto genérico P(x, y) del plano.
- Se obliga a que dicho punto pertenezca al lugar geométrico buscado es decir, que verifique la propiedad que determina ese lugar.
- Se simplifican las expresiones obtenidas.

Posteriormente, le pediremos a los alumnos/as que calculen la ecuación del lugar geométrico de los puntos que equidistan a dos rectas dadas y lo represente gráficamente, para su posterior entrega.

Con estos ejemplos recordaremos también cómo se calcula la distancia entre dos puntos y de un punto a una recta, que se han visto en temas anteriores.

También les pediremos que realicen el siguiente ejercicio, que nos servirá para introducir la circunferencia:

Dados los puntos A (2,3) y B (6,1) halla la ecuación y describe el lugar geométrico de los puntos P(x, y) del plano tales que los vectores AP y BP son perpendiculares entre sí.

Sesión 2: realizaremos una retroalimentación en lo visto en el aula la actividad anterior y la participación de los estudiantes, después corregiremos la actividad de la clase anterior pasando alumnos al tablero. Consecutivamente comprobaremos el resultado usando el programa de geometría dinámica Geogebra (Alonso Borrego, 2004).

Inmediatamente, realizaran el proceso con dos puntos genéricos A (a1, a2) y B (b1, b2) y obtendrán la ecuación ampliada de la circunferencia, de donde deben hallar una propiedad de la circunferencia (esta se estudiara también en las otras cónicas observando cómo se irradian las ondas). De esta manera se dará la definición de la circunferencia como lugar geométrico y la usarán deduciendo y usando el mismo método, la ecuación reducida de la circunferencia, acentuando como elementos notables el centro y el radio. Al desarrollar esta ecuación, tendremos una expresión del mismo tipo que la que hemos obtenido con X y Y. como razón de la ecuación con los elementos y representación gráfica.

Se desarrolla un ejercicio semejando cuándo una ecuación es de una circunferencia. Este ejercicio residirá en decidir cuáles de las ecuaciones dadas son de una circunferencia y ubicara el centro y el radio en los casos en que lo sean. Para calcular estos se elabora sin formula, pero se completaran cuadrados hasta obtener la ecuación reducida a partir de la cual es sencillo obtenerlos.

Volvemos a ejemplo con el que iniciamos la clase y nos preguntaremos: ¿Qué ocurre con los puntos X y Y? ¿Pertenecen a la circunferencia? ¿Están en su interior? ¿Están fuera? ¿Cómo lo podemos determinar? En temas anteriores se ha visto la distancia entre dos puntos, y calculando la distancia entre el centro de la circunferencia y cualquier punto y comparando ésta con el radio, podremos determinar la posición del punto, por lo que no supone ningún aprendizaje nuevo. ¿Y si ahora queremos estudiar la posición relativa entre una recta y una circunferencia? Pues en este caso veremos que hay dos opciones, conocidas ya también; la primera es el mismo método que en los puntos, calcular la distancia de la recta al centro y compararla con el radio. La segunda consiste en formar un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas: la ecuación de la circunferencia y la de la recta y estudiar sus soluciones. Éste método es conocido por estudiantes, ya que se ha usado en aprender posiciones relativas en el plano en temas anteriores, constituyendo un nuevo aprendizaje. Por este motivo no haremos ejemplos concretos y se los dejaremos a los alumnos/as.

Al trabajar esta parte, les daremos a los jóvenes la ecuación de una circunferencia en forma desarrollada y les pediremos que calculen un punto interior, otro exterior, uno que pertenezca a la circunferencia, una recta exterior, una secante y otra tangente a la circunferencia, represen tentando todo usando el programa Geogebra, ejercicio que entregarán como evaluación.

Sesión 3: corregiremos los ejercicios de la sesión anterior con ayuda de los educandos, recordando lo visto hasta ahora (Jarne, Miguillón, & Zabal, 2015).

A continuación, ¿cuántas tangentes a una circunferencia pasan por un punto exterior a ésta? ¿Qué propiedades tienen? Con esto pretendemos ver que por un punto exterior P a una circunferencia hay dos tangentes en dos puntos T y T' tales que PT = PT'. Ya que esta propiedad la usaremos más adelante.

Aplicaciones de la circunferencia hay muchas. Preguntaremos a los alumnos/as cuáles conocen los y porqué creen que se usa la circunferencia para eso.

Destacaremos la rueda como un elemento muy importante en la historia, la construcción de arcos y la utilidad de la circunferencia en la construir polígonos regulares.

Pero, por la curiosidad que puede despertar, simularemos el método de Eratóstenes en la medición de la circunferencia de la Tierra:

Eratóstenes tenía noticia de un hecho que cada año se producía en una ciudad de Egipto llamada Siena (hoy Asuán). Sucedía que cierto día del año, al mediodía, los obeliscos no producían sombra alguna. El agua de los pozos reflejaba como un espejo la luz del Sol.

Hoy sabemos que esto es debido a que Asuán se encuentra en el Trópico de Cáncer y ese día marca el solsticio de verano (este hecho era festivo y muy celebrado por los lugareños). Sin embargo, Eratóstenes observó que en Alejandría, ese mismo día, los obeliscos sí producían sombra. Eso sólo es posible si La Tierra era redonda, pues el Sol está tan lejos como para considerar que sus rayos inciden paralelamente sobre La Tierra.

Observa el gráfico de la izquierda donde se muestra el razonamiento al que llegó Eratóstenes.

Al ser curva la superficie terrestre, en Siena l obelisco no produce sombra alguna, mientras que en Alejandría sí. Comprueba que los dos ángulos que se representan son idénticos.

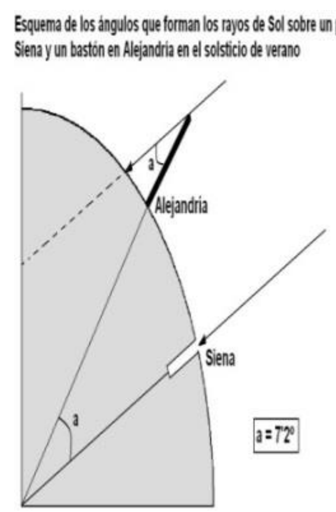


Figura 24. Esquema de los ángulos.

Fuente: Medición de la circunferencia de La Tierra utilizando el método de Eratóstenes. Adaptado de Jesús Ruíz, (2014). Recuperado de: http://celestia.albacete.org/celestia/taller/feria1.htm

Eratóstenes pensó que midiendo la sombra de un obelisco en Alejandría, el mismo da y a la misma hora en que en Siena no proyectaba ninguna sombra, y sabiendo la distancia entre Alejandría y Siena, podría calcularse la circunferencia terrestre, pues da la casualidad de que

Siena está al Sur de Alejandría (prácticamente en el mismo meridiano).Sin embargo, se enfrentaba a dos problemas:

1.- ¿Cómo se averiguar la distancia exacta entre Siena y Alejandría? Si en esa época no había relojes (ni teléfono),

2-¿cuándo medir la sombra en Alejandría?, pues ha de ser en el preciso momento en que, en Siena, los obeliscos no producen sombra.

3-¿Se te ocurre alguna idea para ayudar a nuestro pobre Eratóstenes?

Veremos que respuestas se le ocurren a los alumnos y cómo las justifican. Posteriormente les presentaremos las soluciones que les dio Eratóstenes (Arcila Aristizabal, 2015):

Paso 1: Distancia entre Siena y Alejandría Eratóstenes ordenó (y pagó de su propio bolsillo) a los jefes de caravanas que midieran la distancia entre las dos ciudades. Para ello debían poner esclavos a contar las vueltas de rueda que daban los carros, a extender largas cuerdas a lo largo del camino, a contar pasos, etc. La dificultad radica en que estamos hablando de dos localidades separadas por más de 700 km. Le salió una media de 5.000 estadios. Cada estadio equivalía a 157’5 metros, por lo que la distancia entre las ciudades la estimó en 787’5km.

Paso2: Medición de la sombra Llegado el día, midió la sombra de un palo que de forma perfectamente vertical había colocado en los jardines de la biblioteca. ¿Cómo saber en qué momento medir la sombra? La respuesta es fácil, sobre el mediodía (cuando el sol está en su punto más alto) se mide la sombra varias veces. La menor sombra corresponderá al momento en que el Sol está en el cénit.

Una vez que tenía los datos, ¿qué cálculos hizo para averiguar la medida de la circunferencia?

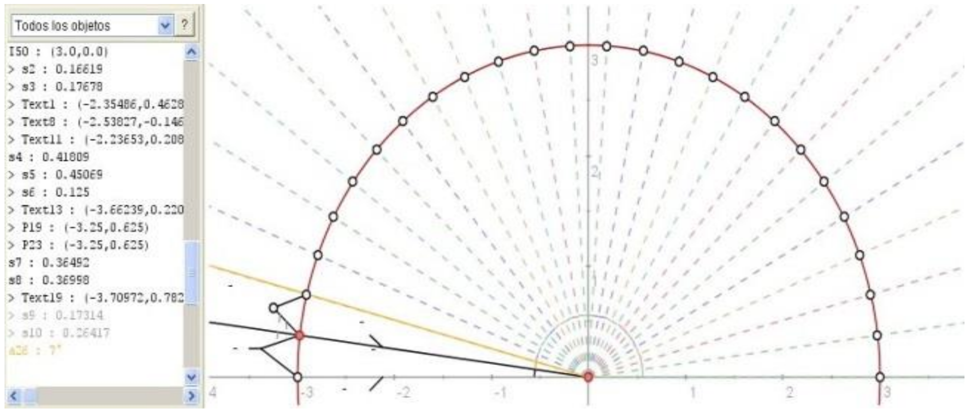


Figura 25. Razonamiento Eratóstenes

Fuente: Curso Básico de Matemáticas para estudiantes de Economicas y Empresariales. Adaptado de Jarne, Miguillón, y Zabal, (2015).

Consecutivamente les presentaremos los cálculos de Eratóstenes para ver las semejanzas y diferencias con los nuestros:

tan β = sombra / altura = 0,5053 / 4 = 0,126325 β = arctg 0,126325 = 7,2º

Al dividir la sombra entre la altura del palo, obtuvo un ángulo de7, 2º.

Después planteó una sencilla regla de tres. Al multiplicar 787,5 km. x 360º y dividir el resultado entre 7,2º, calculó que la circunferencia terrestre medía 39.375km.

¡Qué maravilla! Si la medida real es de 39.942 km, el obtuvo una medida de se equivocó en 567 km). ¡Qué resultado tan increíble!, teniendo en cuenta la tecnología con la que trabajó para medir distancias y ángulos.

Pero, ¿cuáles fueron sus errores?

Después se les pedirá a los estudiantes que den sus ideas y esto ayudara a clasificar.

Los errores de Eratóstenes fueron muy sutiles y casi inevitables:

Error 1.- La distancia entre Asuán y Alejandría es de 729 km. (4.628 estadios); no de 787’5 km.

Error 2.- Las dos ciudades no están en el mismo meridiano, sino que difieren en unos 3º de longitud.

Error 3.- La medida exacta del ángulo de la sombra en Alejandría es: 7,08º (no 7,20º) (Ruíz, 2014).

Cometió estas inexactitudes que a lo mejor hasta se compensaron, pero sin duda la labor de medición y el resultado obtenido hace más de 2.240 años fue impresionante (Ruíz, 2014).

Como ejercicio para su evaluación, les propondremos que vuelvan a calcular la medida de la circunferencia terrestre teniendo en cuenta los errores de Eratóstenes y, por supuesto, intentando evitarlos, comparando sus resultados con los de hoy en día. (Con este problema estamos usando nociones de trigonometría que se han visto en unidades anteriores).

Sesión 4: como se observó en la primera sesión del tema, se puede obtener una elipse a partir de otras superficies cónicas, lo que permite sospechar que existen propiedades que clasifican a la elipse con una curva plana de la superficie cónica, y se intentara con la siguiente actividad individual o en grupos y que posteriormente comentaremos entre todos en clase encontrar respuestas lógicas y claras sobre esta cónica:

En la superficie cónica donde tenemos la elipse se colocaran dos esferas tangentes a dicha superficie y al plano de la elipse, una en la parte superior y otra en la inferior.

Razonando a partir de aquí vamos a descubrir una propiedad que cumple cualquier punto P de la elipse.

Llamamos F y F' a los puntos en los que la esfera toca al plano de la elipse. Unimos P con estos puntos y obtenemos los segmentos PF y PF'. Trazamos la recta que une P con el vértice de la superficie cónica. Esta recta toca a las esferas en los puntos T y T'. Se forman los segmentos PT y PT'. ¿Qué relación existe entre PF y PT? ¿Y entre PF' y PT'? ¿Por qué?

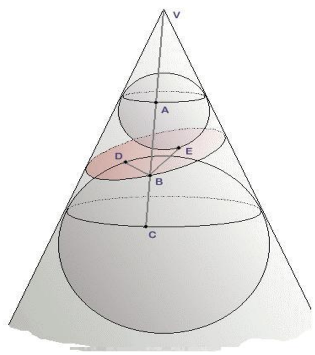


Figura 26. Cónicas Geometría.

Fuente: Figuras Cónicas. Adaptado de Loja R., (2012). Recuperado de: https://es.scribd.com/document/93973854/Figuras-Conicas

(Para razonar aquí solo será necesario trasladar a la esfera la siguiente propiedad de la circunferencia: si desde un punto P exterior a una circunferencia se trazan dos rectas tangentes a la misma en dos puntos T y T', entonces PT = PT', que se ha visto en una sesión anterior).

De aquí se deduciremos que: PF + PF' = PT + PT' = TT' Ahora bien, la longitud del segmento TT' es igual para todos los puntos P de la elipse porque…

Con esto pretendemos que los alumnos/as razonen que no importa el punto P que elijamos.

Luego podemos concluir que, para todos los puntos P de la elipse, la suma PF y PF' tiene el mismo valor, es decir, es un número fijo que representamos por K:

K = PF +PF`

Pero nos preguntamos, ¿cuánto valdrá esa suma par puntos que no pertenezcan a la elipse? Veamos:

De donde obtendrán que, en consecuencia, para los puntos exteriores, la suma de sus distancias a F y F’ es mayor que K.

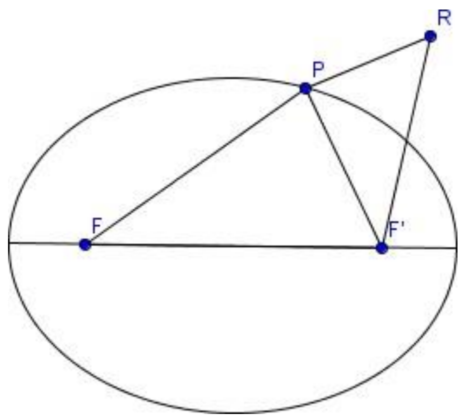


Figura 27. La invisibilidad en la geometría

Fuente: Curso Básico de Matemáticas para estudiantes de Economicas y Empresariales. Adaptado de Jarne, Miguillón, y Zabal, (2015).

Sea R un punto exterior. Pediremos que completen y justifiquen la siguiente igualdad, donde de nuevo se usan propiedades de suma de segmentos vistas en unidades anteriores:

$$RF + RF' = RP + \ + RF' = \ + (RP + RF') > PF + = K$$

¿Y si el punto fuese interior? Si R’ fuese un punto interior, razonando de forma parecida, obtendríamos que R’F + R’F’…

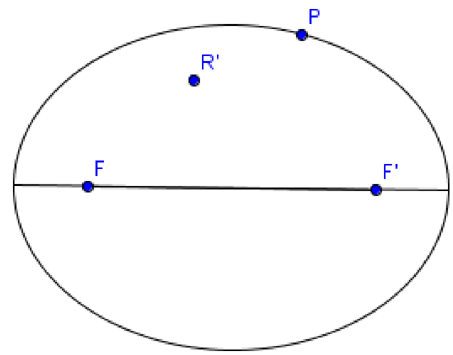


Figura 28. Representación gráfica de los focos de la elipse.

Fuente: Elipse: Definición y ecuación canónica de la elipse. Adaptado de Pustilnik, Isabel; Gómez, Federico, (2017). Recuperado de: https://aga.frba.utn.edu.ar/elipse/

Por lo tanto, todos los puntos de la elipse y sólo ellos verifican que de esta forma, habrán descubierto una propiedad (llamada propiedad focal) que caracteriza completamente a los puntos de una elipse. Esta demostración se basa en las esferas de Dandelin y les pediremos que comparen y comprueben sus resultados con (Alonso Borrego, 2004):

Por lo que ya podemos dar una definición precisa de la elipse como lugar geométrico. A partir de aquí le pondremos nombres a los distintos elementos de la elipse: focos, distancia focal, semiejes, etc.

Al igual que estamos haciendo con todos los lugares geométricos, deducirán la ecuación de la elipse cuando el centro es el origen de coordenadas y los focos están situados en el eje de abscisas, dejando como tarea para entregar generalizarla para cuando el centro no es el origen de coordenadas y cuando los focos están situados en el eje de ordenadas. Una vez obtenida la ecuación de la elipse, veremos cómo podemos obtener sus elementos característicos a partir de ella y viceversa. También veremos cómo identificar los elementos en una representación gráfica y viceversa.

Con ayuda del Geogebra, verán que hay diferentes tipos de elipses, más o menos achatadas.

Les preguntaremos: ¿De qué depende esto? ¿Cómo podemos clasificarlas? Con esto pretendimos llegas a la definición de excentricidad de la elipse y usando este programa de geometría dinámica, comprobarán cómo varia la excentricidad según sea el achatamiento de la elipse y viceversa, para obtener una relación.

Para consolidar estos conceptos y procedimientos propondremos ejercicios del tipo:

-Dada la elipse de ecuación $4x^2 + 9y^2 = 36$, calcula el valor de sus semiejes, su distancia focal, su excentricidad y las coordenadas de los focos y vértices.

Represéntala gráficamente

-Para cada una de las elipses de la figura, indica las medidas de sus semiejes y de su distancia focal, escribe las coordenadas de los vértices y de los focos, y calcula el valor de la excentricidad. Escribe su ecuación.

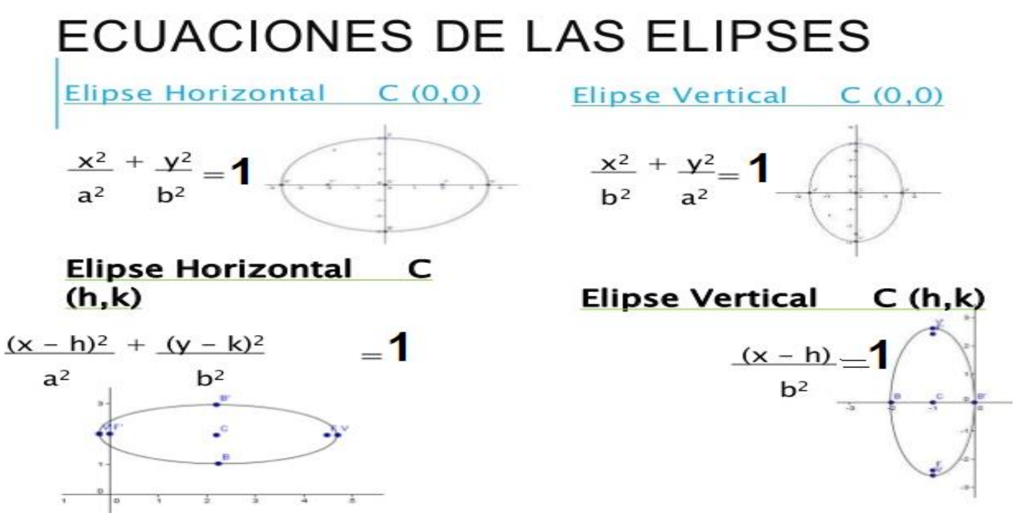


Figura 29. Representación gráfica de los focos de la elipse.

Fuente: Cónicas. Adaptado de Vilena Muñoz, 2012. Recuperado de: https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/781/3/1487.pdf

Sesión 5: Iniciaremos recordando los ejercicios de la última sesión con los estudiantes. Uno de los objetivos es que los estudiantes asemejen el uso de las diferentes cónicas, por lo que mostraremos algunas utilidades de las cónicas. Para esto hablaremos de las cónicas surgieron hacia el siglo IV a. C. como secciones de un cono al igual que las hemos visto nosotros. Aunque hasta el siglo XVI cuando su interés aumento fue gracias a estar fomentada por los estudios de Johannes Kepler sobre el movimiento elíptico de los planetas, y un siglo más tarde emprendió su estudio analítico como lugares geométricos en el plano.

Con esto motivamos los estudiantes a resolver y analizar el siguiente problema, que deberán entregar:

- Nuestro planeta gira alrededor del Sol describiendo una órbita elíptica en uno de cuyos focos se encuentra el Sol. El punto en que la distancia entre la tierra y el Sol es máxima (152 ·**108**km) se denomina afelio, y el punto donde es mínima (147·**108**km), perihelio. Con estos datos, calcula la excentricidad de la órbita de la Tierra e interprétala.

Destacaremos otra curiosidad de esta cónica. Lewis Carroll, el matemático autor de Alicia en el País de las Maravillas, se construyó una mesa de billar de forma elíptica. En ella, si una bola pasa por un foco, sin efecto, pasará necesariamente por el otro foco después de rebotar. Y así, sucesivamente, hasta que se pare. ¿Por qué sucede esto? Les pediremos a los alumnos/as que nos expresen sus ideas.

Seguidamente veremos la propiedad de reflectora de la elipse:

Una bola lanzada en una mesa de billar elíptica rebota como si se sustituyera la elipse por la recta tangente en ese punto. Si la lanzamos desde un foco, debido a esta propiedad, rebotará en la recta tangente dejando ángulos iguales y dirigiéndose, luego, al otro foco. No nos interesa la demostración formal de esta propiedad, pero la podrán visualizar fabricando el recurso descrito anteriormente. Lo fabricarán y les pediremos que experimenten y obtengan conclusiones, para obtener la propiedad reflectora de la elipse. Como aplicación de esta propiedad propondremos el siguiente problema que deberán entregar:

- La habitación de los secretos de la Alhambra tiene el techo en forma elíptica de la siguiente forma: (Aula Abierta de Matemáticas, 2017)

a) Suponiendo las distancias y el sistema de referencia indicado, halla la ecuación de la elipse del techo y calcula las coordenadas de los focos.

b) Si te encuentras situado en el foco P1, ¿en qué punto se tendría que situar tu amigo para que escuche lo que digas sin necesidad de gritar? ¿Por qué?

c) Comprueba la propiedad anterior suponiendo que la primera persona hable en dirección al punto (4, 9/5) de la elipse. Para ello calcula la ecuación de la recta correspondiente al sonido rebotado y estudia si pasa por el otro foco. (Este problema repasa todo lo visto sobre los elementos y la ecuación de la elipse, también la ecuación de una recta vista en otra unidad y una curiosa aplicación de la propiedad reflectora de la elipse)

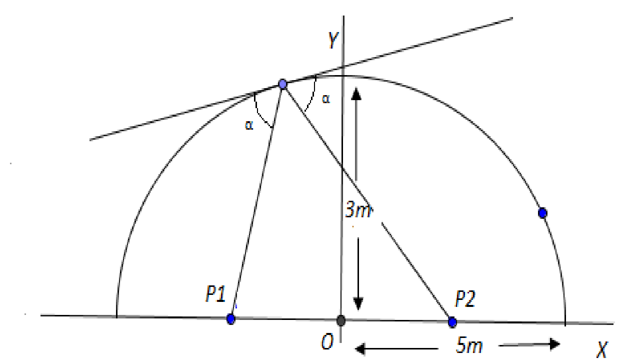


Figura 30. Representación de una imagen cónica.

Fuente: Medición de la circunferencia de La Tierra utilizando el método de Eratóstenes. Adaptado de Jesús Ruíz, (2014). Recuperado de: http://celestia.albacete.org/celestia/taller/feria1.htm

Sesión 6: Trabajaremos otra de las cónicas, la parábola. Al igual que con la elipse, que es una sección de cono y que debe de tener alguna propiedad que la determine como curva plana. Mediante el recurso en la web observaremos la definición de lugar geométrico de la parábola por un proceso similar al de la elipse, destacando sus elementos. *Obtendrán su ecuación* siguiendo el mismo método de las primeras colocando el vértice en el origen y dejando como actividad para entregar los otros temas. (Alonso Borrego, 2004)

Utilizaremos la ecuación con sus elementos y su gráfica, para lo que haremos talleres del tipo:

- Traza la ecuación de la parábola cuyo vértice es el punto V (-2,4), su eje es paralelo al eje de ordenadas, y la distancia entre su foco y su directriz es de 3 unidades.

- Para cada una de las siguientes parábolas, indica su vértice, su foco y su a el valor del parámetro p y la ecuación reducida de la curva:

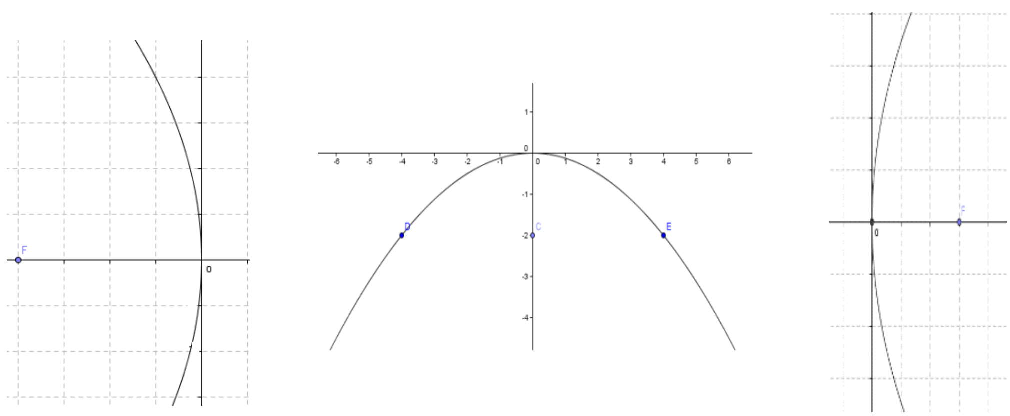


Figura 31. Representación de figuras cónicas en el plano cartesiano.

Fuente: Fundamentos Matemáticos. Adaptado de Villa Gonzalez, (2012). Recuperado de: https://issuu.com/gersonvillagonzalez/docs/ejercicios_complementarios_de_conicas

- Para las siguientes parábolas, calcula las coordenadas del foco y del vértice, las ecuaciones del eje y de la directriz y dibújalas.

a) $x = y^2-6y+10$ c) $x^2+6x+13=-4$

b) $y^2 +4y= 2-3y$ d) $x^2-4x=6y-28$

Al igual que en las otras cónica vamos a buscar aplicaciones. Preguntaremos, ¿tendrá la parábola alguna propiedad reflectora parecida a la de la elipse? Para ello le propondremos que realicen un proceso análogo al que han hecho con la elipse, con un espejo parabólico (si no se poseen el espejo es sencillo fabricarlo como lo han hecho antes). Experimentando con el puntero láser, obtendrán conclusiones. Si es necesario, podemos proporcionarles:

- Utilizando el nivel 2 de ordenación y clasificación realizaremos un ejercicio, vamos a poner el espejo sobre un papel. Vamos a apuntar hacia el espejo de forma paralela al eje de la parábola y vamos a ir dibujando las trayectorias. Veremos que todas concurren en un punto: el foco de la parábola.

Figura 32. Imagen de espejos

Fuente: Figuras Cónicas. Adaptado de Loja R., (2012). Recuperado de: https://es.scribd.com/document/93973854/Figuras-Conicas

- Ahora haremos el proceso contrario: apuntaremos desde el foco hacia la parábola y observaremos que todos los rayos se reflejan de forma paralela al eje de la parábola.

Ahora bien, podemos hacer el mismo experimento, pero considerando el espejo convexo en lugar de cóncavo:

Y podremos observar que los rayos que llegan paralelos al eje de la parábola divergen desde un punto: el foco.

Podrán ver también como se reflejan los diferentes objetos según dónde los situemos delante de un espejo parabólico. (Imagen Real, 2009)

¿Para qué podemos usar estos espejos con estas propiedades?

Se usan en rampas de garajes, en tiendas, etc. ¿por qué? ¿Cómo influye esta propiedad?

Otra aplicación de esta propiedad está en los faros de los coches, que tienen forma de paraboide. ¿Por qué? ¿Dónde pondríamos el foco de luz?

Los alumnos/as en Física han estudiado el movimiento parabólico, por lo que les propondremos el siguiente problema para su posterior entrega:

Cuando se chuta un balón, la trayectoria que describe el mismo es una parábola. El tipo de parábola depende del ángulo con el que se golpea el balón y de la velocidad inicial con que se lanza el mismo.

Un jugador A ha golpeado un balón hacia su compañero B y ha conseguido las siguientes distancias:

- Altura máxima alcanzada por el balón: 2,75 m.

- Distancia hasta el punto donde el balón ha botado: 12,5 m. Con estos datos:

a) Escribe la ecuación de la trayectoria tomando una referencia adecuada.

b) Indica las coordenadas del foco y del vértice, y la ecuación de la directriz.

c) Si tú eres el jugador B y te encuentras a 5m del A, ¿podrías parar el balón cuando

¿Pase por tu vertical?

Sesión 7: Fase 3 de explicación del proceso realizado es por ello que empezaremos el estudio de la hipérbola usaremos el siguiente problema:

Sistema de navegación LORAN (Long Rang Navegation): Este sistema consta de dos pares de transmisores de radio F1 y F2, G1 y G2. Desde F1 y F2 se envían simultáneamente señales a un barco situado en un punto P. Este las recibe con una diferencia de tiempo que sirve para determinar la diferencia de distancias entre P y F1 y P y F2. Análogamente para los transmisores G1 y G2. ¿Cómo determinan la posición exacta del barco?

Les dejaremos que expresen sus ideas y posteriormente haremos una puesta en común. Comenzaremos razonando que al llegarle desde dos puntos distintos pueden calcular la diferencia de tiempo y como conocen la velocidad, pueden calcular la diferencia de distancias.

A partir de aquí daremos la definición de hipérbola como lugar geométrico y concluiremos que el barco está en la intersección de dos hipérbolas.

Verán, al igual que con la elipse y la parábola, cómo se deduce esta definición de su sección de cono (Alonso Borrego, 2004).

Partiendo de la definición de hipérbola como lugar geométrico deducirán su ecuación reducida, en el caso en que el centro es el origen y los focos están situados en el eje de abscisas, dejando los otros casos como ejercicios para entregar. Veremos sus elementos más notables, relacionándolos con la ecuación y su representación gráfica y viceversa.

Señalaremos como caso particular la hipérbola equilátera.

Al igual que con la elipse, verán que hay muchas hipérbolas con los mismos focos, pero unas más abierta y otras menos abiertas. Para clasificarlas, definiremos la excentricidad de la hipérbola y con ayuda de Geogebra, verán cómo varía la excentricidad en relación con la forma de la hipérbola.

Para afianzar eso haremos ejercicios del tipo:

-Dada la hipérbola de ecuación $x^2 - 9y^2 = \mathbf{9}$ calcula sus elementos.

-Calcula las ecuaciones de estas hipérbolas: Vértice en A (5,0) y foco en F (8,0). Foco en F (15/4,0) y pasa por P (5,3).

Para cada una de las siguientes hipérbolas, indica las medidas de sus semiejes y distancia focal, escribe las coordenadas de los vértices y de los focos y calcula la excentricidad.

Halle la fórmula dela hipérbola con la excentricidad 1.5 y semieje a=4

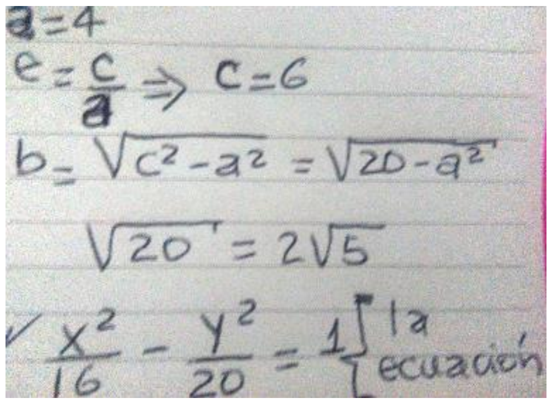


Figura 33. Cálculo de la hipérbola

Aunque ya hemos visto una aplicación de la hipérbola, veremos alguna más. Hemos visto que la elipse y la parábola tienen propiedades reflectoras de las ondas, así que vamos a ver si la hipérbola también las tiene.

Para ver eso, construirán un "espejo hiperbólico" como lo hemos hecho con las otras cónica y verán como reflejan los rayos:

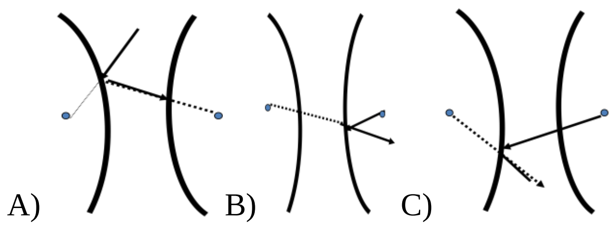
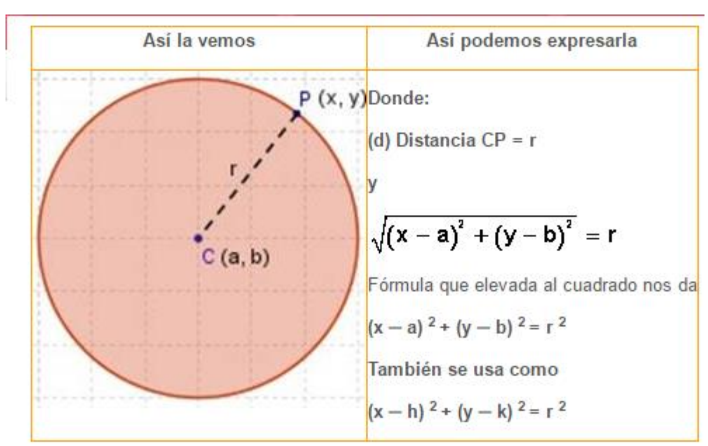


Figura 34. Cónicas Hipérbola.

Fuente: Actividades, Materiales, Exámenes y Recursos de Matemáticas para Secundaria. Adaptado de Aula Abierta de Matemáticas, (2017). Recuperado de: https://matematicasiesoja.wordpress.com/

Un rayo de luz dirigido hacia un foco es reflejado hacia el otro foco por un espejo hiperbólico, ver figura A; un rayo que se aleja de un foco se refleja apartándose del otro, ver figura B y C. Esta propiedad combinada con la de la parábola se usa para fabricar telescopios mediante el siguiente esquema:



$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Figura 35. Ecuación de la circunferencia.

Fuente: Ecuaciones de la circunferencia. Adaptado de Osorio, Karol; Marín, Gabriella; Vega, Brhitany, (2010). Recuperado de: https://sites.google.com/site/gaematematicas9/ecuaciones-de-la-circunferencia

¿Cómo ayudan las propiedades? ¿Harías otra construcción mejor? ¿Cómo?

Como aplicación, le propondremos el siguiente problema para entregar:

Dos estaciones LORAN están a una distancia de 400 Km entre sí a lo largo de un litoral recto.

Un barco registra una diferencia de tiempo de 0.00086 segundos entre las dos señales LORAN.

a) ¿En qué lugar tocaría tierra si siguiera la hipérbola correspondiente de tiempo?

b) Si el barco quiere entrar a un puerto localizado entre las dos estaciones, a 25 Km de la estación maestra, ¿qué diferencia debe buscar?

(Para este ejercicio deben buscar la velocidad de la luz) Y también el siguiente:

- Al girar una hipérbola equilátera, $x^2 - y^2 =$, 45º según lo mostrado en las figuras, las asíntotas de la hipérbola coinciden con los ejes coordenados. Demuestra, utilizando las nuevas coordenadas de los focos y la definición de hipérbola como lugar geométrico, que respecto de esto nuevo ejes la ecuación de la hipérbola se Escribe de la forma $xy= \underline{2}$

A continuación se expone ejemplo Representación gráfica de la Hipérbola 9 x^2-16 y^2 = 144.

Hallar: a. coordenadas de los vértices, b. focos, c. ecuaciones de asíntotas, d. Longitud del lado recto, e. Excentricidad, f. Representación de la gráfica de la hipérbola

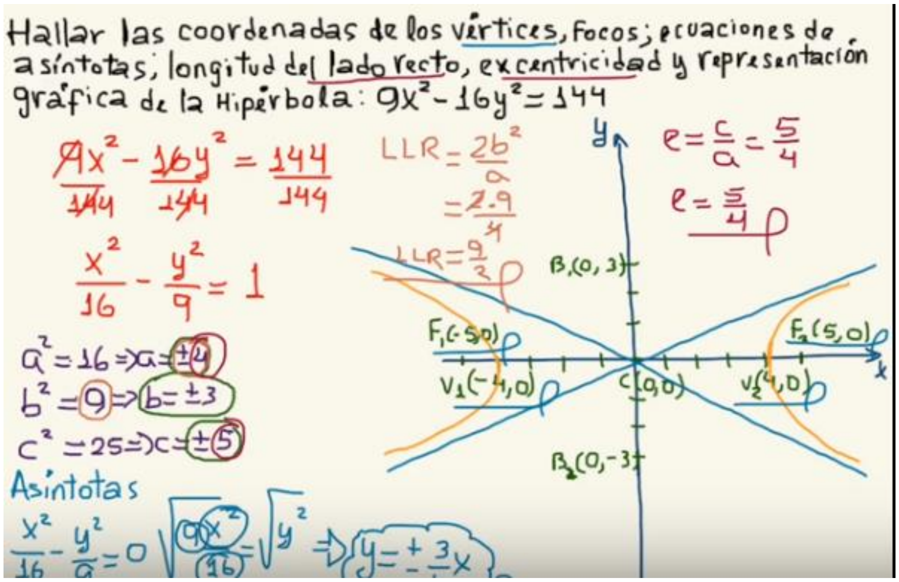


Figura 36. Representación de la cónica

Fuente: Hipérbola, vértices, focos, asíntotas, gráfica.

(Nosotros no hemos trabajado las asíntotas en clase, pero las han visto para cualquier tipo de función, por lo que lo pueden aplicar en esta tarea)

Sesión 8: En esta sesión utilizaremos las dos últimas fase 4 de orientación libre y la fase 5 de integración para finalizar la unidad, que se implementara con una sesión de refuerzo. Para ello, en primer lugar, veremos un vídeo que resume todo lo que hemos visto en el tema y aporta nuevas Aplicaciones de las cónicas, para aportar ideas para el trabajo cooperativo de los estudiantes (Paz, 2014).

El video se titula "los cometas y su trayectoria" (Más información en el apartado de recursos). Se utilizaran espacios de la institución como cancha para poder realizar un plano cartesiano que permita la ubicación de puntos para llegar a crear las cónicas y dar la caracterización y propiedades de cada una y utilizar la formula correspondiente.

Ahora construirán la elipse, la parábola y la hipérbola como lugares geométricos con ayuda del programa Geogebra y Cabri:

Seguiremos los siguientes pasos razonando que la construcción es válida, aunque dando la oportunidad a los alumnos/as de que los vayan intuyendo y de que realicen otro proceso siempre que lo justifiquen.

Comenzaremos con la parábola.

- Dibujamos una recta, que será la directriz, y en una perpendicular a ella marcamos el foco F.

- Señalamos otro punto P cualquiera de la recta directriz y trazamos una perpendicular a ésta por P.

- A continuación trazamos la mediatriz de PF obteniendo P1 en su intersección con la perpendicular anterior.

- La parábola será el lugar geométrico de P1 cuando P recorre la recta. En lugar de usar la herramienta lugar geométrico, activaremos el rastro de P1 y moveremos P por la recta para ver cómo se va construyendo. La construcción sería algo así:

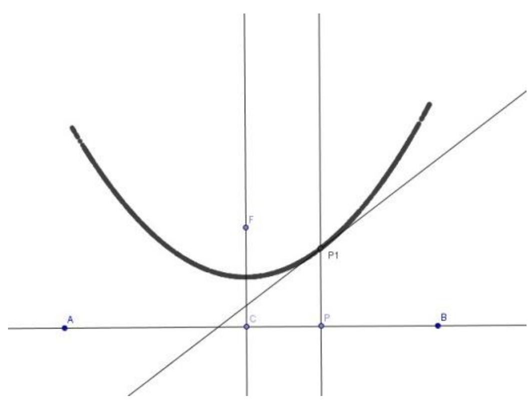


Figura 37. La parábola y su representación.

Fuente: Actividades, Materiales, Exámenes y Recursos de Matemáticas para Secundaria. Adaptado de Aula Abierta de Matemáticas, (2017). Recuperado de: https://matematicasiesoja.wordpress.com/

Continuaremos con la elipse. Vamos a seguir el “método del jardinero” con Geogebra:

- Dibujamos un segmento AB correspondiente al eje mayor, definimos en él un punto P y dibujamos su punto medio que será el centro de la elipse O.

- Dibujamos un foco F y calculamos su simétrico respecto de O para obtener F’.

- Definimos los segmentos PA y PB, b y c respectivamente.

- Trazamos circunferencias en F y F’ con radio b y c respectivamente, obteniendo los puntos P1 y P2 como puntos de intersección de las dos circunferencias.

- El lugar geométrico descrito por P1 y P2 cuando P recorre el segmento AB es la elipse, así que activamos el rastro de P1 y P2 y movemos P por el segmento AB. El resultado sería algo así:

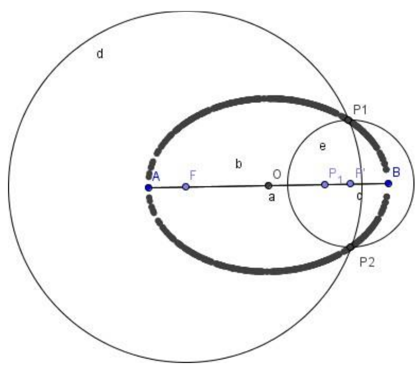


Figura 38. La circunferencia y la elipse.

Fuente: Actividades, Materiales, Exámenes y Recursos de Matemáticas para Secundaria. Adaptado de Aula Abierta de Matemáticas, (2017). Recuperado de: https://matematicasiesoja.wordpress.com/

Y, por último, la hipérbola:

- Sobre una recta dibujamos tres puntos F, A y O y calculamos los simétricos de A y F respecto de O.

- Dibujamos un punto P en la recta y señalamos los segmentos PA y PA’, b y c respectivamente.

- Trazamos circunferencias en F y F’ con radio b y c respectivamente, obteniendo los puntos P1 y P2 como puntos de intersección de las dos circunferencias.

- El lugar geométrico descrito por P1 y P2 cuando P recorre

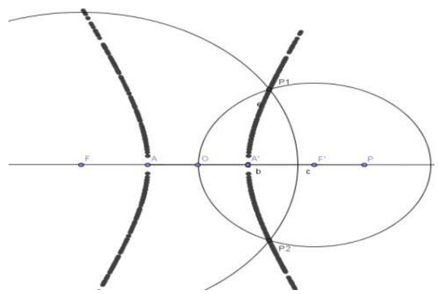


Figura 39. Figuras cónicas

Fuente: Actividades, Materiales, Exámenes y Recursos de Matemáticas para Secundaria. Adaptado de Aula Abierta de Matemáticas, (2017). Recuperado de: https://matematicasiesoja.wordpress.com/

La recta es la hipérbola, así que activamos el rastro de P1 y P2 y movemos P por la recta. El resultado sería algo así:

Como ejercicios para entregar usando este programa tendremos:-Sea c la circunferencia de centro F y radio FB, A un punto de la circunferencia y F’ un punto del radio FB. Sea P el punto de intersección del segmento AF y de la mediatriz del segmento AF’. Halla el lugar geométrico descrito por el punto P, cuando A recorre la circunferencia c. ¿Qué es? ¿Por qué? Usa el proceso de construcción para justificar tu respuesta.

- Sea una recta r y un punto A que no pertenece a r. Halla el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que pasan por el punto A y son tangentes a la recta r.

¿Cuál es? ¿Por qué?

Dos últimos ejercicios que engloban el tema. Será del tipo:

- Relaciona los siguientes elementos y justifica en qué te basas para establecer dicha relación:

- Realizar un esquema, lo más completo posible, de los contenidos trabajados en el tema, estableciendo las relaciones que se pueden establecer entre ellos.

6. Presentación y Análisis de los Resultados

Se realiza prueba final donde se plantean 10 preguntas divididas en 4 secciones (presentación, secciones crónicas, elementos de la circunferencia, y figuras de la circunferencia) en las cuales se observa resultado muy positivo las pregunta estuvieron por encima del 87.5%, tres de ellas obtuvieron el 100% y 5 de ellas estuvieron entre el 97.5 y 90%. Ver gráfico prueba final).

Se observa que aplicando esta prueba el nivel de conocimientos paso del 49.52% promedio de respuestas acertadas al 95.45%, cifra que hace ver el avance en el aprendizaje.

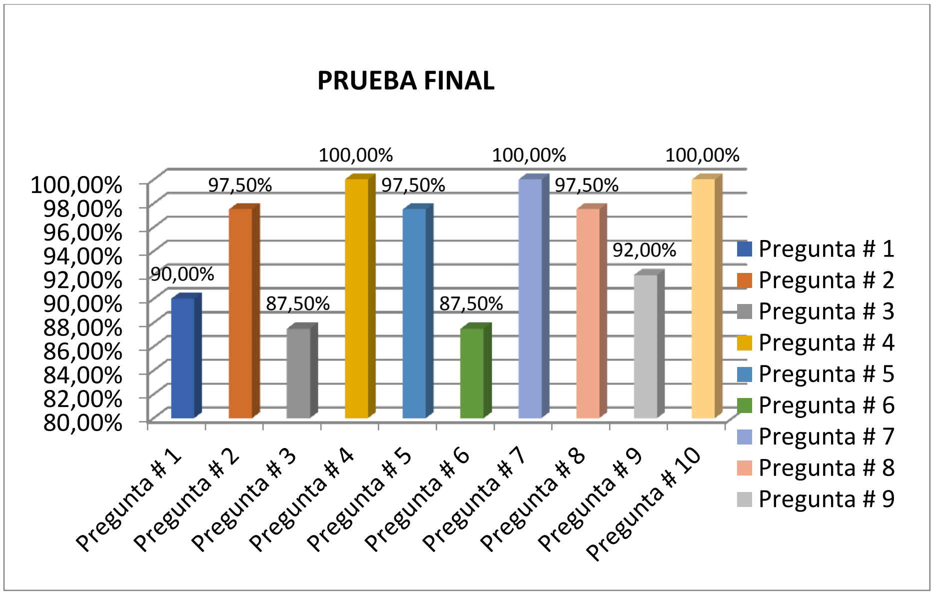


Figura 40. Resultado prueba final.

Teniendo en cuenta todo las actividades realizadas en el proceso de la investigación y con el grupo focalizado de 42 estudiantes será de gran importancia resaltar que el colegio al aplicar una prueba externa donde se demostró que el nivel de las competencias matemáticas mejoro significativamente se puede argumentar que este tipo de propuestas de manera continua pueden resolver dificultades en los estudiantes permitiendo decir que la prueba aplicada el 15 de mayo del 2018 a los 160 estudiantes del grado noveno incluido el grupo focal con una valoración satisfactoria permite seguir realizando procesos con nuevos modelos o con estrategias innovadoras para el proceso de enseñanza aprendizaje, el cual se evidencia en el anexo del puntajes como evidencia del proceso.(anexo C resultados pruebas Euler).

Si nosotros los docentes realizáramos investigación continuamente no estaríamos resolviendo tales falencias en la construcción del conocimiento, si no estaría la escuela con aptitud de querer hacer diferentes cosas enseñado a la humanidad y poderle ayudar a comprender los fenómenos naturales y efectos que ocasionan a medidas que se vayan desarrollando matrices o fórmulas en la comprensión de las cónicas ya que son temas muy complejos y no tenemos las diferentes estudios , compromisos ni motivación para darle excelentes resultados a una investigación como esta.

7. Conclusiones

El diseño e implementación de la unidad didáctica para la enseñanza de las figuras cónicas permitió las siguientes conclusiones:

Los estudiantes del grado noveno mejoraron el concepto de las cónicas a través de demostraciones concretas y gráficas.

Los estudiantes, mejoraron su terminología en relación con las cónica expresando las características que corresponden a cada una de ellas.

En el desarrollo de actividades en el aula de clase se evidencio un trabajo en equipo y cooperativo donde entre pares de alumnos, se ayudaron y fortalecieron los procesos logrando resultados competitivos.

Se logró que los estudiantes mejoraran el análisis en el manejo de cónicas.

8. Recomendaciones

El presente proyecto de investigación se desarrolló en su totalidad, se evidencia varios tipos de recomendaciones principalmente, una de tipo material, tecnológico, como son las dificultades de conexión a internet en las aulas que hacen más difícil la implementación de estrategias de educación virtual, dado el poco espacio, la desactualización de programas y falta de mantenimiento de equipos de cómputo.

La insuficiencia de recursos económicos de algunos padres de familia para que los estudiantes cuenten con herramientas tecnológicas que permitan procesos de retroalimentación de contenidos, comunicación y trabajo colaborativo que fortalezcan el inter-aprendizaje.

La falta de organización de horarios para el uso de salas especializadas hace que los docentes se desmotiven en el uso de estas herramientas, ya que siempre están ocupadas con los docentes del área de inglés, tecnología y ciencias.

Por otra parte, existe una limitación de tipo humano para la adecuada implementación de las herramientas de las TIC, la cual es que la mayoría de los docentes de la institución educativa falta de compromiso por aprender a manejar los recursos didácticos con que cuenta la institución para así desarrollar clases que mantengan la motivación en cada uno de los estudiantes.

Se sugiere fortalecer el programa de las TIC aplicadas al manejo de software como Geogebra y otros programas interactivos como Educaplay al alcance de los estudiantes del grado noveno supervisado por el docente facilitador.

Se sugiere dar a conocer a todos los docentes el resultado de la prueba, se hace necesario que el autor de esta investigación comparta con ellos.

Referencias Bibliográficas

Acosta Linares, C., Poveda Beltran, M., & Pinzon Cortes, M. (2017). *Propuesta para la implementacion de un tablero de control de indicadores de seguimiento semestral de tutelas en la EPS XYZ. Bogota*. Obtenido de http://repository.poligran.edu.co/bitstream/handle/10823/1115/PROPUESTA%20PARA%20LA%20IMPLEMENTACI%C3%93N%20DE%20UN%20TABLERO%20DE%20CONTROL%20DE%20INDICADO.pdf?sequence=3&isAllowed=y

Alonso Borrego, J. (2004). *Las Cónicas: Una visión tridimensional: Esferas de Dandelin*. Obtenido de Ministerio de Educación, Cultura y Deporte: http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Conicas_dandelin_d3/index.html

Anguita, M. (2010). *Las conicas: Lugares Geometricos*. Obtenido de Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales: http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0122-04/conicas/elipse.html

Arana, G. (2010). investigacion y desarrollo.

Arcila Aristizabal, J. (3 de Mayo de 2015). *Ejercicio 1 de Secciones Conicas Circunferencia*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=4kqdzbUIj-c

Arenas Avella, M. F. (2012). *Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas.* Obtenido de Universidad Nacional de Colombia. Tesis de Grado: Maestría en la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales: http://www.bdigital.unal.edu.co/9300/1/5654114.2012.pdf

Armendariz, M. V., Azcaate, C., & Deulofeu, J. (1993). *Didactica de las Matematicas y psicologia, Universidad Autonoma de Barcelona*. Obtenido de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/32362/Documento_completo.pdf?sequence=1

Aula Abierta de Matemática. (2017). *Actividades, Materiales, Exámenes y Recursos de Matemáticas para Secundaria*. Obtenido de Matemáticas: https://matematicasiesoja.wordpress.com/

Aun Muela, C. (11 de Junio de 2010). *Aprendizaje y Diversidad*. Obtenido de Buenas Tareas: http://www.buenastareas.com/ensayos/Aprendizaje-y-Diversidad/416140.html

Blogs Comunicación. (04 de Diciembre de 2015). *Comunicación*. Obtenido de http://unidcomunicacionsistemas2015.blogspot.com/p/comunicacion-es-la-actividad-consciente.html

Collazos, C., & Mendoza, J. (2006). *How to take advantage of "cooperative learning" in the classroom.vol.9, n.2, pp.61-76. ISSN 0123-1294.* Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0123-12942006000200006

Duran, G. (2013). *La tutoría entre iguales como un potente recurso de aprendizaje entre alumnos: efectos, fluidez y comprensión lectora*. Obtenido de www.redalyc.org

Elliott, J. (2005). *La investigación-acción en educación. cuarta edicion*. Obtenido de https://books.google.com.co/books?id=eG5xSYGsdvAC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

Escobar Medina, M. B. (Marzo - Agosto de 2015). *Influencia de la interacción alumno-docente en el proceso enseñanza-aprendizaje*. Obtenido de Universidad de Guadalajara, Centro

Universitario de Ciencias Sociales y Humanidades: http://www.udgvirtual.udg.mx/paakat/index.php/paakat/article/view/230/347

Fernández, J. L. (2013). *Aberraciones Ópticas*. Obtenido de Fisicalab: https://www.fisicalab.com/apartado/aberraciones-opticas#contenidos

Fouz, F., & De Donosti, B. (2013). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. Obtenido de Scribd: https://es.scribd.com/document/122380109/Modelo-de-Van-Hiele-Para-La-Didactica-de-La-Geometria

Gonzalez Urbaneja, P. (2001). *Los origenes de la Geometria Analitica*. Obtenido de https://books.google.com.co/books?id=ZtSqkQ-TWKcC&pg=PA176&lpg=PA176&dq=(URBANEJA,+2001).&source=bl&ots=002Seli729&sig=n2Nvz3pI5ToOeNHuoagwUitz4cc&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwj20fHtusXbAhUptlkKHW5eBvcQ6AEIOjAE#v=onepage&q&f=false

Guevara, Y., Mares, G., Rueda, E., Rivas, O., & Sánchez, B. y. (Junio de 2005). *Niveles de interacción que se propician en alumnos de educación primaria durante la enseñanza de la materia español* (Vol. 31). México: Revista Mexicana de Análisis de la Conducta.

Gunten, G. (1962). *Relación entre Ciencias y Humanidades*. Obtenido de Universidad Nacional: http://bdigital.unal.edu.co/30240/1/29020-104118-1-PB.pdf

Hernán Echeverr, J., & Gómez, J. G. (2009). *Lo lúdico como componente de lo pedagógico, la cultura, el juego y la dimensión humana.* Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira.

Hillert, F. (10 de Agosto de 2011). *La praxis pedagógica. Departamento de Ciencias de la Educación.*

Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación -

Universidad Nacional de La Plata. *VIII Encuentro de Cátedras de Pedagogía de Universidades Nacionales Argentinas.* Obtenido de edici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/32362/Documento_completo.pdf?sequence=1

Huevito Físico. (16 de Agosto de 2009). *Imagen Real*. Obtenido de YouTube: http://www.youtube.com/watch?v=yljggIHHPgY

Jarne, G., Miguillón, E., & Zabal, T. (29 de Junio de 2015). *Curso Básico de Matemáticas para estudiantes de Economicas y Empresariales. Unidad Didactica 5. Geometria en el Plano*. Obtenido de Proyecto de Innovacion Aragon Tres: https://ocw.unizar.es/ocw/pluginfile.php/72/mod_label/intro/u5conreto.pdf

Kvale, S. (2011). *Las entrevistas en Investigación Cualitativa. Ediciones Morata. Madrid*. Obtenido de https://books.google.com.co/books?id=xZtyAgAAQBAJ&printsec=frontcover&dq=La+entrevista+en+la+investigaci%C3%B3n+cualitativa:+nuevas+tendencias+y+retos.+the+interview+in+the+qualitative+research:+trends+and+challengers&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwihzOrLu8XbAhWEr

Liu, D., Ghiso, J., Estrada, & Ossowsk, L. (2002). *D Liu, JAA Ghiso , Y Estrada, L Ossowski - Célula cancerosa, 2002 - Elsevier*.

Loja R., G. (18 de Mayo de 2012). *Figuras Cónicas*. Obtenido de Scribd. Unidad Educativa Técnico Salesiano: https://es.scribd.com/document/93973854/Figuras-Conicas

Moreira, M. (1997). *Aprendizaje Significativo: Un concepto Subyacente*. Obtenido de https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf

Nicuesa, M. (3 de Febrero de 2015). *Definición de Comunicación Asertiva*. Obtenido de Definición ABC: http://www.definicionabc.com/comunicacion/comunicacion-asertiva.php

Osorio, K., Marín, G., & Vega, B. (2010). *Ecuaciones de la circunferencia.* Obtenido de G.A.E.Matematicas: 9: https://sites.google.com/site/gaematematicas9/ecuaciones-de-la-circunferencia

Paz, P. (2014). *Cónicas*. Obtenido de Rincón Solidario: www.rinconsolidario.org/mates/conicas

Pérez Bernal, R. (2012). *Una propuesta de enseñanza aprendizaje para la construcción y aplicación de las cónicas.* Obtenido de Universidad Nacional. Tesis de grado: Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales: http://www.bdigital.unal.edu.co/4615/1/TRABAJO_DE_GRADO_FINAL_UNAL_Def.pdf

Pontes. (2005). *Aplicaciones de las nuevas tecnologías de la información en la educación científica. 1ª Parte: Funciones y recursos. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 2(1), pp. 2-18*. Obtenido de http://www.apac-eureka.org/revista/Volumen2/Numero_2_1/Vol_2_Num_1.htm

Porto, J. P., & Merino, M. (2009). *Definicion de Diario de Campo*. Obtenido de Definición De: https://definicion.de/diario-de-campo/

Pustilnik, I., & Gómez, F. (08 de Noviembre de 2017). *Elipse: Definición y ecuación canónica de la elipse*. Obtenido de Algebra y Geometría Analítica: https://aga.frba.utn.edu.ar/elipse/

Rodríguez Palmero, M. L. (2004). *La Teoría del Aptrendizaje Investigativo*. Obtenido de Conference on Concept Mapping: http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf

Rodríguez Serrano, J., Nuez, R., Lorenzo, J., & Díaz, C. (2011). *Desarrollo del Factor Humano.* Barcelona: OUC. Obtenido de books.google.com

Rodríguez-Roselló, M. Á. (02 de Julio de 2018). *Mental: un Lenguaje Formal Universal Basado en 12 Arquetipos de la Conciencia*. Obtenido de Marosello: http://marosello.net/espa%C3%B1ol/13-Ap%C3%A9ndice/07-El%20Teorema%20de%20Pitagoras%20Generalizado.pdf

Ruíz, J. (08 de Marzo de 2014). *Medición de la circunferencia de La Tierra utilizando el método de Eratóstenes*. Obtenido de Alba Ciencia: http://albaciencia.albacete.org/?p=244

Sepúlveda, S., Rodríguez, A., Echeverri, R., & Portilla, M. (2003). *El Enfoque territorial del Desarollo Rural. San José, Costa Rica, 180 p*. Obtenido de http://orton.catie.ac.cr/repdoc/A3045e/A3045e.pdf

Stabback , P. (2011). *Qué hace aun circulo de Calidad. Reflexiones en progreso Nº 2 sobre Cuestiones fundamentales y actuales del currículo y el aprendizaje*. Obtenido de http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002439/243975s.pdf

Vigotski. (1967). *La importancia de la mediación docente en los procesos de lectura de niños, adultos y jóvenes*. Obtenido de feeye.uncu.edu.ar

Vilena Muñoz, M. (2012). *Cónicas*. Obtenido de Red Repositorios de Acceso Abierto del Ecuador: https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/781/3/1487.pdf

Villa González, G. (29 de Octubre de 2012). *Ejercicios Complementarios de Cónicas*. Obtenido de issuu: https://issuu.com/gersonvillagonzalez/docs/ejercicios_complementarios_de_conicas

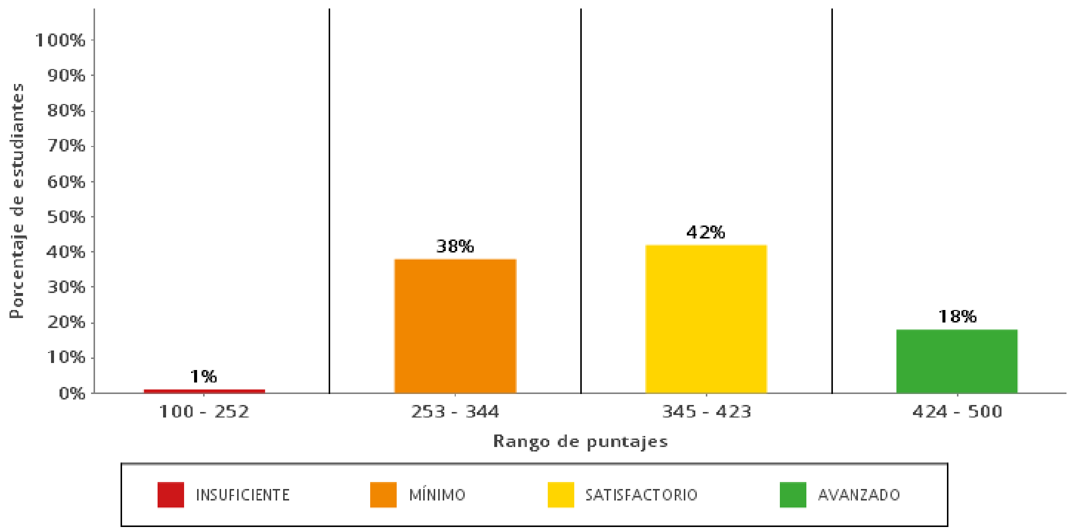
Vitutor. (2015). *Ecuaciones Cónicas*. Obtenido de Vitutor.NET: https://www.vitutor.net/1/3.html

Apéndices

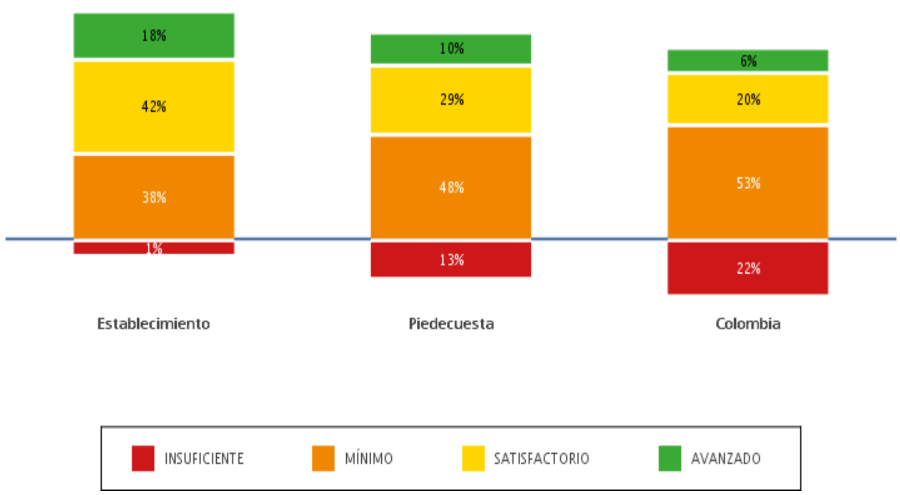
Apéndice A. Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas - grado noveno

Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, noveno grado INSUFICIENTE MÍNIMO SATISFACTORIO AVANZADO

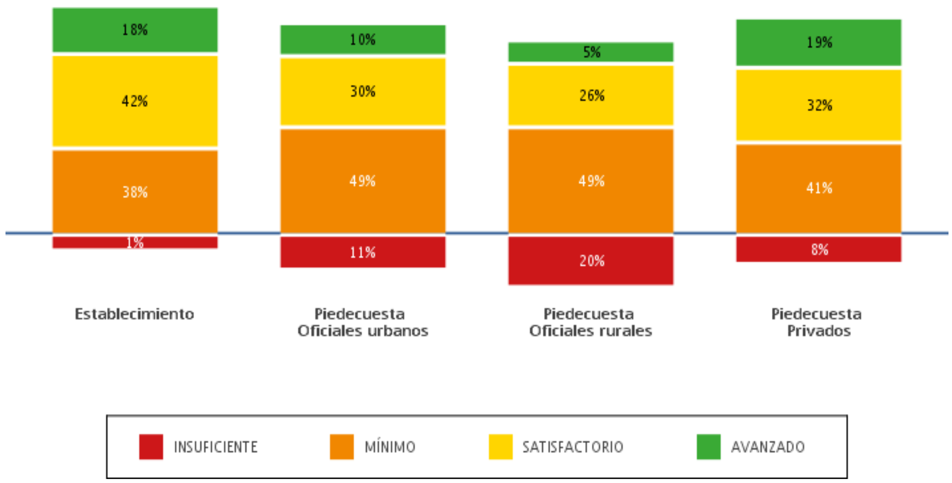


Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente y el país. Matemáticas - grado noveno

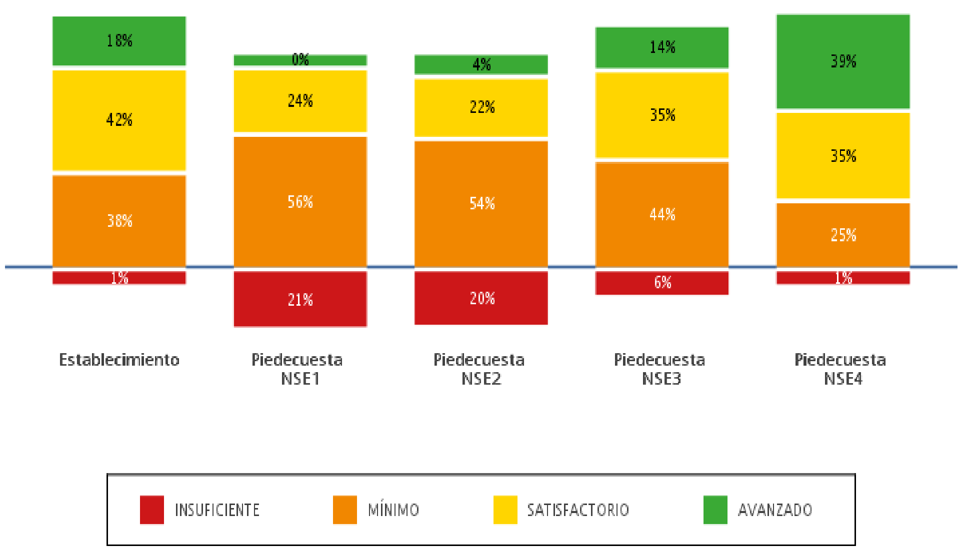


Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo y los tipos de establecimientos de la ETC según sector/zona. Matemáticas - grado noveno



Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo y los tipos de establecimientos de la ETC según niveles socioeconómicos (NSE). Matemáticas - grado noveno



Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

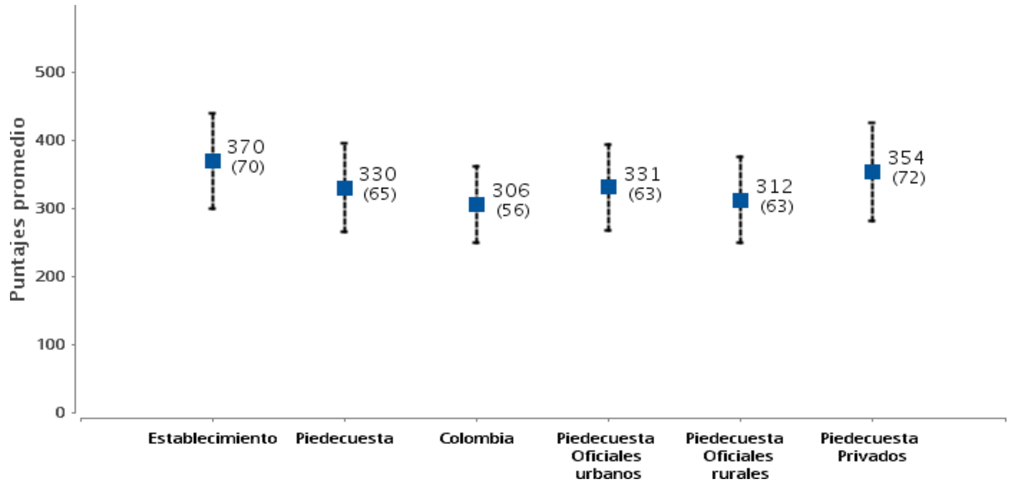
Puntaje promedio, margen de estimación y desviación estándar. Matemáticas - grado

Puntajepromedio,margendeestimacióneintervalodeconfianza.Matemáticas- grado noveno

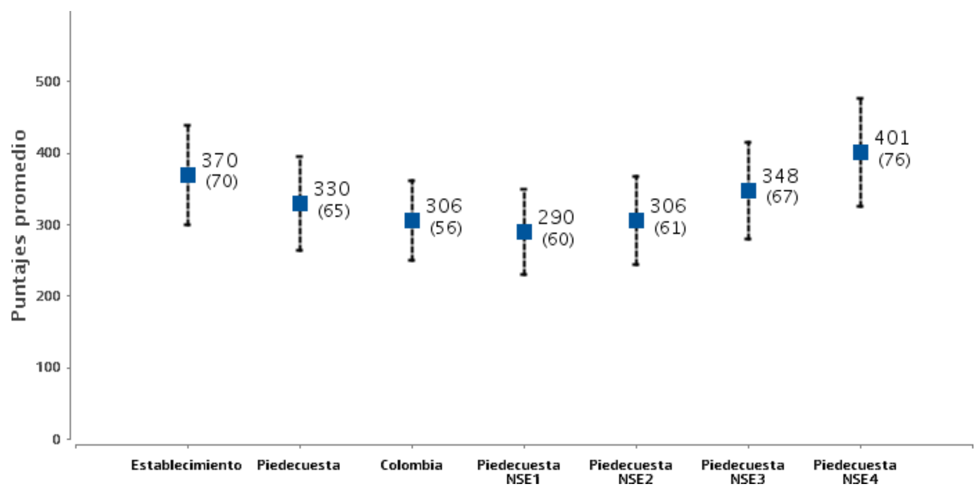
	Puntaje promedio	**Margen de estimación**	**Intervalo de confianza**
Establecimiento educativo	370	±2,3	(367,7 — 372,3)
Piedecuesta	330	±0,6	(329,4 — 330,6)
Colombia	306	±0,0	(306,0 — 306,0)
Establecimientos educativos oficiales Urbanos de Piedecuesta	331	±0,7	(330,3 — 331,7)
establecimientos educativos oficiales rurales de Piedecuesta	312	±1,8	(310,2 — 313,8)
Establecimientos educativos privados de Piedecuesta	354	±1,5	(352,5 — 355,5)
Establecimientos educativos de nivel socioeconómico (NSE) 1 de Piedecuesta	290	±5,3	(284,7 — 295,3)
Establecimientos educativos de nivel Socioeconómico (NSE) 2 de Piedecuesta	306	±1,1	(304,9 — 307,1)
Establecimientos educativos de nivel Socioeconómico (NSE) 3 de Piedecuesta	348	±0,7	(347,3 — 348,7)
Establecimientos educativos de nivel Socioeconómico (NSE) 4 de Piedecuesta	401	±3,3	(397,7 — 404,3)

Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

- **Puntajepromedioydesviaciónestándarenelestablecimiento educativo,laETC,elpaísylos tipos de establecimientos de la ETC según sector/zona. matemáticas - grado noveno**

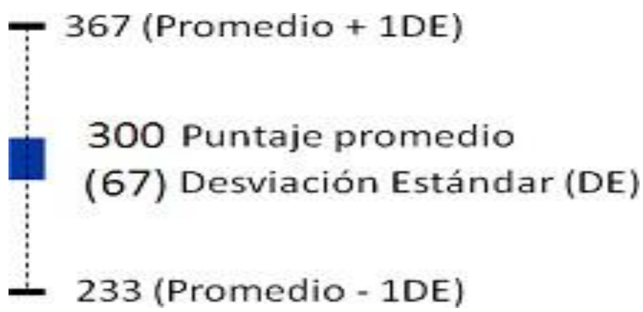


3.2. Puntajepromedioydesviaciónestándarenelestablecimiento educativo,laETC,elpaísylos tipos de establecimientos de la ETC según NSE. matemáticas - grado noveno



Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

Parainterpretarlainformacióncontenidaenlos siguientesgráficos tenga en cuenta el siguiente ejemplo:



La información debe leerse de la siguiente manera: el puntaje promedio en esta prueba, para este grado, es 300 puntos y la desviación estándar (DE) es 67. Esto quiere decir que aproximadamente el 68% de los estudiantes obtiene resultados entre 233 (promedio - 1DE) y 367 puntos (promedio +1DE).

Lectura de resultados

El puntaje promedio de su establecimiento educativo es:

- Superior al puntaje promedio de los establecimientos educativos de la entidad territorial certificada donde está ubicado.
- Superior al puntaje promedio de los establecimientos educativos de Colombia.
- Superior al puntaje promedio de los establecimientos educativos oficiales urbanos de la entidad territorial certificada donde está ubicado.
- Superior al puntaje promedio de los establecimientos educativos oficiales rurales de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

- Similar al puntaje promedio de los establecimientos educativos no oficiales de la entidad territorial certificada donde está ubicado.
- Superior al puntaje promedio de los establecimientos educativos de nivel socioeconómico (NSE) 1 de la entidad territorial certificada donde está ubicado.
- Superior al puntaje promedio de los establecimientos educativos de nivel socioeconómico (NSE) 2 de la entidad territorial certificada donde está ubicado.
- Superior al puntaje promedio de los establecimientos educativos de nivel socioeconómico (NSE) 3 de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

Inferior al puntaje promedio de los establecimientos educativos de nivel socioeconómico (NSE) 4 de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

En términos de la desviación estándar, los resultados de su establecimiento educativo son:

Similares a los de los establecimientos educativos de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

Menos homogéneos que la de los establecimientos educativos de Colombia.

Menos homogéneos que los de los establecimientos educativos oficiales urbanos de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

Menos homogéneos que al de los establecimientos educativos oficiales rurales de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

Similares a los de los establecimientos educativos privados de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

Menos homogéneos que los de los establecimientos educativos de nivel socioeconómico (NSE) 1 de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

Menos homogéneos que los de los establecimientos educativos de nivel socioeconómico (NSE) 2 de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

Similares a el promedio de los establecimientos educativos de nivel socioeconómico (NSE) 3 de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

Similares a los de los establecimientos educativos de nivel socioeconómico (NSE) 4 de la entidad territorial certificada donde está ubicado.

Fortalezas y debilidades relativas en las competencias y componentes evaluados. Matemáticas- grado noveno

4.1. Competencias evaluadas. matemáticas - grado noveno

Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

Lectura de resultados

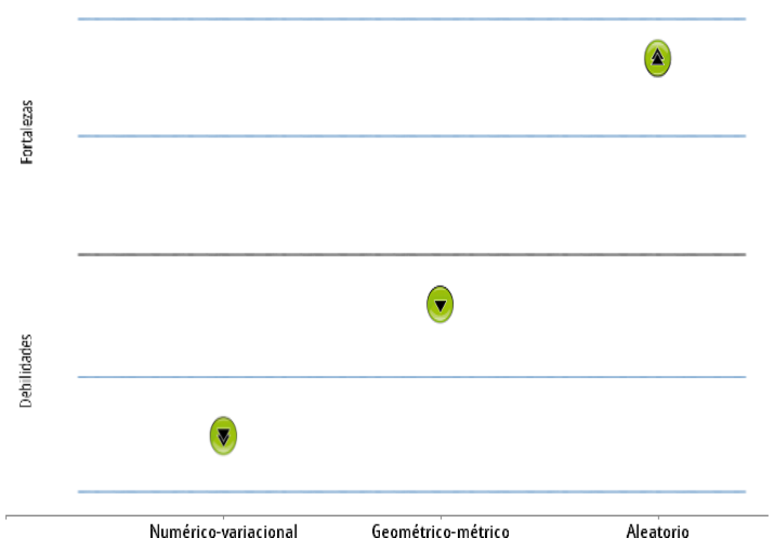
En comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar al suyo en el área y grado evaluado, su establecimiento es:

Similar en Razonamiento y argumentación

Débil en Comunicación, representación y modelación Similar en Planteamiento y resolución de problemas

4.2 Componentes evaluados. Matemáticas - grado noveno

Resultados de grado noveno en el área de matemáticas



Lectura de resultados

En comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar al suyo en el área y grado evaluado, su establecimiento es:

- Muy débil en el componente Numérico-variacional

Débil en el componente Geométrico-métrico, representación y modelación Muy fuerte en el componente Aleatorio

Fecha de actualización de datos: lunes 19 de febrero 2018

Reporte de resultados de estudiantes con discapacidad cognitiva

Número de estudiantes de noveno grado con discapacidad cognitiva según niveles de desempeño:

La información de resultados de los estudiantes con discapacidad cognitiva reportados por el rector en cada una de las sedes- jornadas del establecimiento educativo fue procesada de manera separada. Esto significa que dicha información no fue incluida en las estimaciones de los porcentajes de estudiantes según nivel de desempeño, puntajes promedio, márgenes de estimación y desviaciones estándar en cada una de las áreas.

ESTABLECIMIENTOS: ESTE MENSAJE SERA ENTREGADO POR LA OFICINA DE INVESTIGACIONES.

Las siguientes tablas contienen el número de estudiantes de noveno grado con discapacidad cognitiva del establecimiento en los correspondientes niveles de desempeño, en cada área evaluada.

Ficha técnica de evaluados

Establecimiento educativo	COLEGIO MUNICIPAL CARLOS VICENTE REY
Código DANE	168547001182
Dirección	KR 19 2 30
Municipio - Departamento	Piedecuesta-Santander
Sector	Oficial
Zona	Urbana
Nivel socioeconómico	3

Ficha técnica de evaluados* de noveno grado:

a. **Número de estudiantes presentes, ausentes y evaluados* por área:**

valuados	enguaje	atemáticas	cienci as natura les	Compentencia s ciudadanas	Ausentes
4 4	4 4	4 4			

b. Número de estudiantes evaluados* según tipo de discapacidad reportada:

aso	valuados	enguaje	atem áticas	iencias naturales	ompetencias ciudadanas
física				0	
sensorial				0	
cognitiva				0	

c. Número de estudiantes evaluados* y sedes-jornadas con indicios de copia:

		Lenguaje	Ciencias naturales	Matemáticas Competencias ciudadanas
studiante s	0	2		0
ede-Jornada	0	0		0

d. Número de estudiantes evaluados y sedes-jornadas que participaron en la prueba de acciones y actitudes ciudadanas:**

El establecimiento educativo no tiene estudiantes evaluados en la

Ficha técnica de evaluados

* Se entiende por estudiante evaluado quien contestó cinco o más preguntas de las pruebas de cada una de las áreas.

** En las pruebas de acciones y actitudes ciudadanas se entiende por estudiante evaluado o participante al alumno sin discapacidad cognitiva que responde de manera válida a las preguntas que conforman el indicador, es decir, marcaron una, y solo una, opción (respuestas diferentes a multimarca u omisión).

Apéndice B. Autorización uso de Datos

COLEGIO
CARLOS VICENTE REY
CARRERA 19 Nº 2 - 30 B/S/FRANCISCO,
SANTANDER, PIEDECUESTA.

AUTORIZACIÓN DEL USO DE DATOS PERSONALES E IMÁGENES DEL ALUMNADO

NOMBRE DEL ALUMNO ____________________

GRADO: ____________

representante legal del alumno/a ____________________

☐ Autorizo ☐ NO autorizo

— la captación de imágenes

— la publicación de datos personales simples (nombre, apellidos, curso, grupo

— la publicación de trabajos escolares.

para su difusión en cualquiera de los medios impresos, audiovisuales o espacios web del centro, con fines estrictamente educativos, no lucrativos y de información, durante el período de escolarización del alumno/a en el COLEGIO CARLOS VICENTE REY

De conformidad con lo establecido en el artículo 5.1. de la Ley Orgánica 15/1999 de protección de datos de carácter personal, declaro conocer el derecho que me asiste de acceso, rectificación, cancelación y oposición, mediante escrito dirigido a la dirección del centro y presentado en la secretaría del mismo.

En ......PIEDECUESTA.............................. , a .10.. de .FEBRERO............ de .2018....

HASTA.....08.......... de ....JUNIO.................. de ....2018 ....

Fdo:

____

Firma del acudiente

Apéndice C. Resultados Prueba Euler Proceso de Mejoramiento

SOLUCIONES Y ASESORIAS EDUCATIVAS EULER

solucioneseuler@gmail.com

LISTADO DE NOTAS

NIVELES DE DESEMPEÑO
SUPERIOR (91 - 100)
ALTO (80 - 90)
BASICO (70 - 79)
BAJO (10- 69)

NOMBRE: COLEGIO CARLOS VICENTE REY
CIUDAD: PIEDECUESTA
PRUEBA: PRE - SABER NIVEL INTRODUCCIÓN

FECHA: MAYO 15 DE 2018
GRADO: 9 -1
JORNADA: MAÑANA

SOLUCIONES Y ASESORÍAS EDUCATIVAS

APELLIDOS Y NOMBRES DEL ESTUDIANTE	PUESTO	MATEMÁTICAS	LECTURA CRITICA	INGLÉS	CIENCIAS NATURALES
SARMIENTO RUEDA JULIETH PAOLA	1	91	91	92	88
MARTINEZ AMARIS JAFET	2	88	97	88	88
PULIDO RODRIGUEZ JAN ESTEBAN	3	88	91	88	88
GONZALEZ ROJAS CINDY CAROLINA	4	95	88	88	82
GONZALEZ BOHORQUEZ MARIA FERNANDA	5	88	85	88	88
FLOREZ LOPEZ SERGIO DANIEL	6	93	88	88	72
SANTAMARIA PINTO BRAYAN STIVEN	7	91	80	88	82
LEON VILLAMIL JUAN ESTEBAN	8	95	93	74	74
GARCIA RANGEL VALERIA SOFIA	9	80	95	88	72
CAVIEDES CONTRERAS ANA FARIDE	10	88	85	88	72
CELIS DULCEY ANA VICTORIA	11	80	91	88	72
MANTILLA ELVIRA JOAN SEBASTIAN	12	91	91	74	74
ROJAS CAMACHO FABIAN RICARDO	13	88	88	82	72
CAMARGO PORTILLA JUAN SEBASTIAN	14	80	85	74	88
JOYA CASTIBLANCO IVAN CAMILO	15	80	85	88	74
RODRIGUEZ NIYANEZ DAVID ALEJANDRO	16	91	91	72	72
MACHADO BLANCO WENDY HASBLEIDY	17	74	88	72	88
ARENAS SANCHEZ MARIA ANDREA	18	80	80	88	72
JAIMES MOGOLLON GISSELL LORENA	19	80	88	92	50
QUINTERO ALARCON MARIA FERNANDA	20	74	74	88	74
SANCHEZ RANGEL KAREN DAYANA	21	73	73	88	74
PEDRAZA JEREZ SANTIAGO	22	80	88	88	50
GUTIERREZ JAIMES THOMAS SANTIAGO	23	88	73	72	72
BENAVIDES DIAZ ANA MARIA	24	85	74	72	73
ZAMBRANO ARCINIEGAS NEFERT NORALBA	25	85	71	72	74
JAIMES CONTRERAS DAVID ALBERTO	26	91	88	72	50
RINCON NIÑO NATALIA ANDREA	27	80	88	82	50
VILLAMIZAR PRADA DANIEL FELIPE	28	88	88	74	50
ROJAS SCARPETTA JENNIFER	29	88	93	88	19
VARGAS CESPEDES NICOLAS CAMILO	30	80	88	70	50
PINTO PEDRAZA JOSE ANTONIO	31	88	85	95	19
BELLO MENDEZ VICTOR DANIEL	32	85	50	72	72
VARGAS CESPEDES MARIA JOSE	33	88	91	74	0
MORENO MORENO ANNEX MICHELL	34	74	80	74	19
SANCHEZ ABRIL BRIGGI NICOLLE	35	80	88	19	45
VERDUGO ACOSTA LAURA VANESSA	36	74	74	72	0
TIQUE CORREA NICOLLE VALENTINA	37	80	67	30	40
CONTRERAS ARCHILA ANGIE VANESSA	38	73	85	19	19

SOLUCIONES Y ASESORIAS EDUCATIVAS EULER
solucioneseuler@gmail.com

SOLUCIONES Y ASESORÍAS EDUCATIVAS

LISTADO DE NOTAS

NIVELES DE DESEMPEÑO
SUPERIOR (91 - 100)
ALTO (80 - 90)
BASICO (70 - 79)
BAJO (10- 69)

NOMBRE: COLEGIO CARLOS VICENTE REY
CIUDAD: PIEDECUESTA
PRUEBA: PRE - SABER NIVEL INTRODUCCIÓN

FECHA: MAYO 15 DE 2018
GRADO: 9 - 2
JORNADA: MAÑANA

APELLIDOS Y NOMBRES DEL ESTUDIANTE	PUESTO	MATEMÁTICAS	LECTURA CRITICA	INGLÉS	CIENCIAS NATURALES
ROSALES RODRIGUEZ MARIA PAULA	1	91	93	98	82
DIAZ GOMEZ VALENTINA	2	88	95	82	92
ORTIZ HERNANDEZ LUIS EDUARDO	3	91	91	92	82
RAMIREZ MOGOTOCORO JOSE DAVID	4	88	88	88	88
SIERRA JEREZ GTABRIELA ALEXANDRA	5	88	91	88	82
PEÑA VELANDIA LAURA VIVIANA	6	93	88	82	82
ROJAS JAIMES JORGE LUIS	7	85	80	88	88
CORDERO ORTIZ KAROL VIVIANA	8	73	88	82	92
BARRERA AMAYA DANIEL ALEJANDRO	9	91	88	82	72
HERNANDEZ HERNANDEZ KAREN LIZETH	10	85	85	88	72
LAVERDE LEON HENRY YESID	11	85	88	82	72
ROJAS MUNOZ JONATHAN DAVID	12	74	91	88	72
JAIMES PINYO KAREN LORENA	13	74	88	88	74
VILLAMIZAR QUESADA MARIA CAMILA	14	74	88	88	72
ALBAROJAS DANNA SOFIA	15	71	88	88	72
GOMEZ URIBE JOSE DAVID	16	71	91	82	72
ROMERO MALAGON ELIZABETH	17	50	93	82	88
ARIZA LUNA JHON SEBASTIAN	18	85	80	74	74
FLOREZ CORREA MARYORI VIVIANA	19	85	73	82	72
ESPINOSA AVILA SEBASTIAN	20	71	88	74	74
FLOREZ QUINTANILLA AURY YESENIA	21	88	80	88	50
REY MALDONADO STEVEN ARBEY	22	88	80	88	50
PALLARES PAEZ ERIKA YULIETH	23	73	74	82	72
CARVAJAL MATELLA TIFANY JULIETH	24	71	74	82	72
BOHORQUEZ HORMAZA ANDERSON DAVID	25	88	88	72	50
DIAZ KABARGE ANDREA KATHERINE	26	73	80	72	72
DIAZ GIL DAVID RICARDO	27	30	93	88	82
URIBE BUENAHORA YAJAIRA	28	74	88	50	72
SERRANO SANCHEZ NICOL DANIELA	29	73	85	72	50
ORTIZ GOYENECHE MAYERLY TATIANA	30	88	88	95	10
DIAZ CARVAJAL SILVIA JULIANA	31	50	80	88	50
PALACIOS RUEDA YEIMY LORENA	32	74	50	92	50
PINTO SANGUINO MARIA ISABEL	34	74	93	88	10
BURGOS PIAMONTE CARLOS DAVID	35	74	85	74	19
CAICEDO ORTEGA RICARDO ALEXIS	36	50	88	82	19
GARCIA OLAYA DANEYDY MARCELA	37	50	74	74	19
CUEVAS ROPERO PERYI DANIELA	38	50	73	74	19

SOLUCIONES Y ASESORIAS EDUCATIVAS EULER

solucioneseuler@gmail.com

LISTADO DE NOTAS

NIVELES DE DESEMPEÑO
SUPERIOR (91 - 100)
ALTO (80 - 90)
BASICO (70 - 79)
BAJO (10 - 69)

NOMBRE: COLEGIO CARLOS VICENTE REY
CIUDAD: PIEDECUESTA
PRUEBA: PRE - SABER NIVEL INTRODUCCIÓN

FECHA: MAYO 15 DE 2018
GRADO: 9 - 3
JORNADA: MAÑANA

APELLIDOS Y NOMBRES DEL ESTUDIANTE	PUESTO	MATEMÁTICAS	LECTURA CRITICA	INGLÉS	CIENCIAS NATURALES
GALEANO ARIZA JOSE LUIS	1	88	95	96	72
SUAREZ SANCHEZ ARLEY YESID	2	88	85	92	74
CAMACHO GARAVITO LIZETH KARINA	3	88	91	88	72
MENDEZ BAUTIDSTA JHON SEBASTIAN	4	85	93	88	72
RODRIGUEZ SANCHEZ JOLMAN STIVEN	5	88	91	74	74
PEÑA ROBLES ESILVIA FERNANDA	6	74	88	92	72
GUZMAN ARAUNZA SHARO NICOLLE	7	88	91	74	72
JAIMES FLOREZ LEIDY DY	8	80	85	88	72
MANTILLA CARRILLO JOHAN SEBASTIAN	9	80	85	88	72
CASTAÑEDA LAYTON CARLOS EDUARDO	10	74	85	92	72
RUEDA DIAZ NICOLAS	11	88	74	88	72
ROMERO PEDROZO YIBER DARLEY	12	80	95	74	72
HERNANDEZ JUAN DAVID	13	73	85	88	72
ORDOÑEZ DEL RIO JORGE ENRIQUE	14	80	91	74	71
SANABRIA GUERRERO KAREN SOFIA	15	80	73	88	72
GARCIA PAREDES ANDRES FELIPE	16	73	80	88	72
ARISTIZABAL URREA LAURA SOFIA	17	88	85	88	50
PEÑA ARDILA VIVIAN GERALDIN	18	88	73	74	74
AGUDELO NIETO JUAN PABLO	19	80	80	74	74
VARGAS JAIME JASON DAVID	20	80	88	88	50
SANTOS RONDON AURA ROCIO	21	71	85	72	72
ANDRADE GOMEZ DANIEL STEVEN	22	80	85	50	72
ORTIZ HERNANDEZ LUIS MIGUEL	23	91	88	88	19
LOPEZ QUINTERO VALERIA	24	30	91	88	72
YAÑEZ ARGUELLO KAREN YULITZA	25	85	80	88	19
PEÑA ROBLES MARIA CAMILA	26	80	80	88	19
GUTIERREZ ABRIL JAIDER LEONARDO	27	73	80	88	19
JEREZ PEÑA JOHAN YESSID	28	71	50	72	50
MANTILLA PEDRAZA NAZLY VALENTINA	30	71	80	72	19
AMAYA GARCIA BEYMEE LUCERO	31	80	80	74	0
BOHORQUEZ MONROY BEYKER DANILO	32	50	88	88	0
TORRES JEREZ FABIAN STIVEEN	33	74	50	50	40

SOLUCIONES Y ASESORIAS EDUCATIVAS EULER
solucioneseuler@gmail.com

LISTADO DE NOTAS

NIVELES DE DESEMPEÑO
SUPERIOR (91 - 100)
ALTO (80 - 90)
BÁSICO (70 - 79)
BAJO (10- 69)

euler
SOLUCIONES Y ASESORÍAS EDUCATIVAS

NOMBRE: COLEGIO CARLOS VICENTE REY
CIUDAD: PIEDECUESTA
PRUEBA: PRE - SABER NIVEL INTRODUCCIÓN

FECHA: MAYO 15 DE 2018
GRADO: 9 - 4
JORNADA: MAÑANA

APELLIDOS Y NOMBRES DEL ESTUDIANTE	PUESTO	MATEMÁTICAS	LECTURA CRITICA	INGLÉS	CIENCIAS NATURALES
BENITEZ RIBERO JAVIER ENRIQUE	1	97	97	95	98
ORDUZ CARVAJAL CRISTIAN VLADEMIR	2	95	91	88	88
SANCHEZ CAMPO JHON FREDY	3	93	80	82	88
PADILLA RIVERA PAULA ANDREA	4	91	88	92	71
JAIMES CHANCU ANDRES FELIPE	5	88	91	88	74
CALDERON CARREÑO DANIELA	6	85	93	88	74
RUEDA CASTAÑEDA ALVARO JAVIER	7	85	95	88	72
SOTO RAMIREZ DANIELA ALEXANDRAQ	8	88	88	88	72
BARAJAS GARNICA DEIVI JHOAN	9	88	88	88	72
LAZARO GONZALEZ EDINSON FELIPE	10	74	93	95	71
MONSALVE ALMEIDA LAURA XIMENA	11	85	74	92	82
JAIMES ORDUZ JESSICA NATHALIA	12	88	88	92	62
CASTAÑO ROJAS JHONATAN SNEIDER	13	91	88	72	74
HERNANDEZ OSMA JORGE STYVEN	14	91	80	82	72
GOMEZ ARENALES DIEGO ARLEY	15	88	88	74	74
SAIZ GELVEZ MELKIN ANDRES	16	74	88	88	72
RANGEL CASTAÑEDA WILMER ARLEY	17	88	85	74	72
ABREO FLOREZ JIMMY ALEXANDER	18	85	74	88	72
ORTIZ SUAREZ DIEGO ALEJANDRO	19	71	88	88	72
MANCERA RAMIREZ VALERY DAYANA	20	74	85	82	72
GONZALEZ ANAYA VALERIA	21	80	88	72	72
GUTIERREZ ESCOBAR DAVID ANDRES	22	74	88	72	74
GOMEZ MANTILLA MARIA CAMILA	23	74	88	72	74
SOCHA MALDONADO JAVIER ANDRES	24	91	88	50	74
MANTILLA LOPEZ MICHAEL STEVEN	25	73	85	82	50
LUNA TARAZONA JULIETH ANDREA	26	88	88	88	19
TAMAYO CADENA MARIA JOSE	27	88	88	88	19
SIDEDOR VERGARA SIRLEY ANDREA	28	74	85	50	74
MARTINEZ MIRANDA JOHAN SEBASTIAN	29	30	91	88	72
LOPEZ CHAPARRO MARIA VICTORIA	30	74	80	72	50
FORERO OSPINO ANGIE VANESSA	31	73	93	88	19
RUIZ SANTAMARIA LINDA VALENTINA	32	80	88	74	19
NIÑO DAVILA ANGY SAMARA	33	71	74	74	19
SEPULVEDA BECERRA YIMY ANDREY	34	72	80	19	50
BALLESTEROS NIÑO YURLEY DAYANA	35	74	73	10	72
SARMIENTO RICO CAMILA ANDREA	36	73	74	50	19
MARTINEZ SERRANO MARIA PAULA	37	74	88	10	50

Apéndice D. Diario de Campo

DIARIO DE CAMPO	
JOLY ANDREA ALONSO PEÑUELA	PÁGINA 136 de 165

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS	GRADO: NOVENO	GRUPO: 9º1

FECHA	PROPÓSITO	ACTIVIDADES	EVALUACIÓN
SEM. 1. Del 24 al 28 de enero	Realizar introducción general a los contenidos, evaluación y proceso de clase de la asignatura	• Presentación personal • Presentación de contenidos, evaluación y metodología de trabajo.	Se dialoga sobre la realización de prueba diagnostico
SEM. 2. Del 31 al 4 de Feb.	Repasar los conceptos básicos de geometría y algebra	• Realización de prueba diagnóstico sobre cónicas y ecuaciones algebraicas.	En esta actividad se observa con MUCHA PREOCUPACIÓN que los conceptos básicos de geometría, es decir de 6º y 7º no se recuerdan.
SEM. 3 Del 7 al 11 de Feb.	Repasar los conceptos básicos de geometría y algebra	• Realización de prueba diagnóstico sobre aritmética.	En la actividad se observa que además de no recordar los conceptos de 6º y 7º, los aspectos concernientes a geometría y algebra no se recuerdan tampoco, lo cual aumenta mi PREOCUPACIÓN. Se dialoga al respecto con el equipo de matemáticas.

SEM. 4 Del 14 al 18 de Feb.	Realizar repaso general de los conceptos de conjuntos numéricos y sus operaciones básicas.	• Explicación de los distintos conjuntos numéricos y perímetro, área, volumen y ecuaciones algebraicas. • Explicación de las operaciones con cónicas.	El tema queda bien comprendido por la mayoría de los estudiantes, observo que falta mucho compromiso por parte de los estudiantes respecto a este repaso.
SEM. 5 Del 21 al 25 de Feb.	Realizar repaso general de los conceptos y sus operaciones básicas.	Se continua con la explicación y resolución de ejercicios sobre construcción, modelación y operaciones de cónicas, se asigna taller sobre el tema	La actividad se realiza sin dificultades significativas en cuanto al desarrollo de los temas pero la participación de los estudiantes es pobre.
OBSERVACIONES: Me parece muy preocupante la situación detectada en las actividades de diagnóstico, por ello se decide suspenderlas y empezar el repaso de los temas prerrequisitos de 9ª, con la aceptación y aprobación por parte de los estudiantes, se les insiste que este trabajo debe ser asociado entre ellos y el docente, es decir deben trabajar y aportar mucho para superar las dificultades y dudas encontradas en el diagnóstico.			

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS	GRADO: NOVENO	GRUPO: 9º1

FECHA	PROPÓSITO	ACTIVIDADES	EVALUACIÓN
SEM. 6 Del 28 al 4 de Mar.	Realizar repaso general de los conceptos de geométricos y sus operaciones básicas. Trabajo de didáctico	• Se aclaran dudas del taller asignado y se realiza prueba escrita. • Se explica las cónicas en forma didáctica con un trabajo en el piso creado planos cartesianos y ubicando las variables y parejas para crear la cónicas	Se presentan dificultades con los ejercicios propuestos en la prueba, se nota falta de estudio, con respecto a la explicación de los conceptos básicos geométricos, se presentan muchas dudas y temor por el tema, según ellos muy complejo. 
SEM. 7 Del 7 al 11 de Mar.	Realizar repaso general de los conceptos de geometría y las cónicas.	• Se continua con la explicación de las cónicas en el entorno • Se asigna taller para realizar en casa.	A pesar de las explicaciones de los temas y las aclaraciones de dudas no se ve mejora en la disposición en las clases y en el trabajo autónomo.

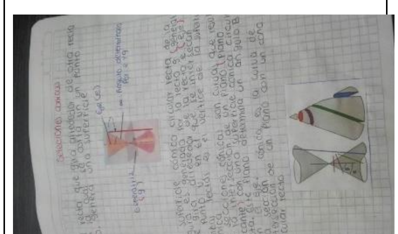
SEM. 8. Del 14 al 18 de Mar.	Realizar repaso general de los conceptos de las cónicas, ecuaciones algebra y su graficación	• Explicación de expresiones cónicas algebraicas y su representación grafica	El trabajo con los estudiantes de 9º está siendo provechoso debido a la disciplina constante en el grupo.
SEM. 9 Del 28 al 1 de Abr.	Realizar repaso general de los conceptos de cónicos y algebra	• Se continúa con la explicación.	Hasta ahora se ha dificultado un poco la comprensión de los temas debido a que los estudiantes tienen vacíos de años anteriores pero estudian en casa.
SEM. 10 Del 4 al 1 de Abr.	Realizar repaso general de los conceptos.	• Explicación de Las secciones cónicas.	En este tema se recordaban prácticamente todo lo teórico, pero se tiene dificultad a el concepto y el proceso practico.
SEM. 11 Del 11 al 15 de Abr.	Realizar repaso general de los conceptos de algebra y representación de las secciones cónicas.	• Se realiza actividad evaluativa sobre los conceptos de algebra y cónicos: operaciones básicas, productos notables y factorización.	Los resultados son alentadores, en este periodo los porcentajes de perdida son bajos 

OBSERVACIONES: Los procesos académicos en este periodo son buenos, a pesar de ser repaso la mayoría de los estudiantes cumplen con los compromisos acordados y estudian en la casa por su cuenta y además prestan la debida atención a las explicaciones en clase.

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS	GRADO:NOVENO	GRUPO: 9º1

FECHA	PROPÓSITO	ACTIVIDADES	EVALUACIÓN
SEM. 12 Del 25 al 29 de Abr.	Se maneja vocabulario geométrico definiendo las diferentes secciones cónicas.	• proceso de modulación y para ello definen cuatro niveles de entendimiento de las nociones y relaciones geométricas en las cónicas.	Se realizó trabajo de modelación en donde los estudiantes plasmaron y demostraron su creatividad y la motivación en la asignatura. 

SEM. 13 Del 2 al 4de May.	Las propiedades que surgen se usan para la conceptualización de las formas, se identifican partes y se usan para su clasificación. Se comienza a realizar generalizaciones de clases de formas.	• Se maneja el trabajo cooperativo	Al realizar trabajo cooperativo se puede evidenciar que los compañeros con mayor facilidad al manejo de cónicas son el apoyo y fortalecimiento para todos los demás 
SEM. 14 Del 5 al 8 de May.	Comienza a discernir cuerpos y figuras geométricas, las propiedades que surgen se usan para la conceptualización de las formas, se identifican partes y se usan para su clasificación. Se comienza a realizar generalizaciones de clases de formas	• Se manejó la actividad de modelación donde ellos realizan el trabajo construcción representativa de cónicas.	 Actividad de construcción de cónicas.

SEM. 15 Del 8 al 10 de May.	Aquí el alumno entiende y construye una demostración, entiende el rol que juegan las condiciones necesarias y suficientes y distingue una afirmación de su recíproca. Puede llegar a un mismo resultado por distintos caminos. Comprende la estructura axiomática de la matemática.	Con apoyo de los apuntes, videos y explicación de clase y en equipo de tres estudiantes.	 Construcción de cónicas en cartulina
SEM. 16 Del 11 al 14 de May.	Los alumnos deben recibir información para conocer el campo de estudio que van a iniciar, los tipos de problemas que van a resolver, los métodos y materiales que utilizarán,	•	

SEM. 17 Del 15 de May.	Los alumnos deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido, intercambiar sus experiencias y discutir sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio Aplicación de la prueba final para observar el mejoramiento continuo de los estudiantes.	Construcción de conceptos y procesos para la aplicación de cónicas. Evaluación prueba final	

OBSERVACIONES: se observa que los estudiantes al tener que explorar, crear, ejecutar, modelar e interpretar presentan mayor motivación en la asignatura y la utilización correcta de las cónicas en nuestro mundo.

Apéndice E. Carta de Autorización

COLEGIO MUNICIPAL CARLOS VICENTE REY

Piedecuesta - Santander

Resolución de Aprobación – Académica y Técnica N° 1639 del 10 de noviembre de 2016

Resolución de Aprobación – CUS 00218 del 16 de Febrero de 2012

Registro DANE 168547001182 – NIT. 800169789-3

Piedecuesta 05 de agosto de 2017

Doctora:
Maria Piedad Acuña Agudel
Coordinadora Académica Maestría en Educación y Maestría
Facultad de Ciencias Sociales, Humanidades y Artes
Universidad Autónoma de Bucaramanga

Asunto: Autorización aplicación del Proyecto de Investigación

Cordial saludo por medio de la presente autorizo a la docente JOLY ANDREA ALONSO PEÑUELA identificada con C.C Nº 37.510.440 de Bucaramanga docente del área de matemáticas en la jornada de la mañana para que realice el proyecto de investigación correspondiente al programa de becas para docentes del ministerio de educación nacional quien es apoyado por prestigiosa universidad como es la UNAB.

Agradezco De Antemano Todo Su Apoyo.

Emilson Ortiz rojas
Rector

Apéndice F. Taller de conicas

COLEGIO
CARLOS VICENTE REY
CARRERA 19 Nº 2 - 30 B/S/FRANCISCO,
SANTANDER, PIEDECUESTA.

unab

TALLER DE

CONICAS

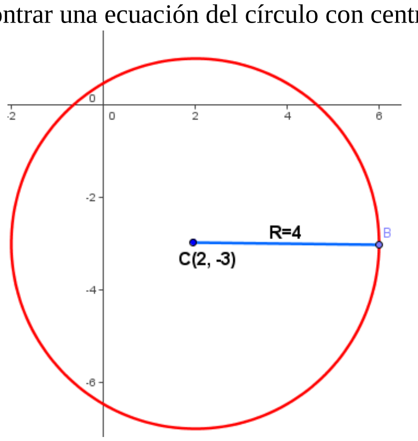
Nombre:_____________________________________ grado: 9ª1

Realiza la siguiente taller en grupos colaborativos de 4 integrantes

1: En las siguientes ecuaciones diga que posible curva es:

1. $y^2-4x^2=4$	**2.** $x=2y^2$	**3.** $2x-3y+6=0$
4. $9x^2+4y^2-18x+16y-11=0$	**5.** $9x^2-4y^2-18x-16y-43=0$	**6.** $4x^2+y^2=4$
7. $4x^2-9y^2=36$	**8.** $4x+3=0$	**9.** $5y-3=0$
10. $3x^2+3y^2+12x-18y=-27$	**11.** $y=\frac{-2}{3}x+3$	**12.** $y=-2x^2-4x+5$
13. $x=-2y^2+3y-1$	**14.** $x^2+y^2-25=0$	**15.** $3x^2+2x-3y+5=0$
16. $2y^2-3y+4x-6=0$	**17.** $y=5x^2$	**18.** $4x^2+9y^2=36$

2: Encontrar una ecuación del círculo con centro en (2, -3) y un radio = 4



3: Dada la ecuación $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$ Mostrar que la gráfica de esta ecuación es un círculo y encontrar su centro y su radio.

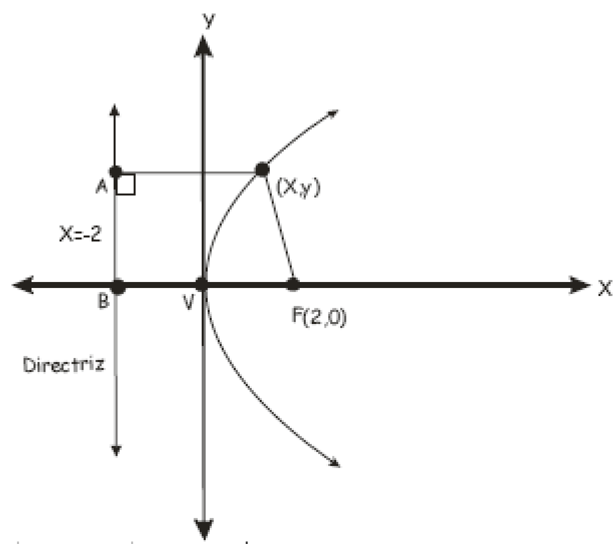
4: Determinar la gráfica de la ecuación $2x^2+2y^2+12x-8y+31=0$

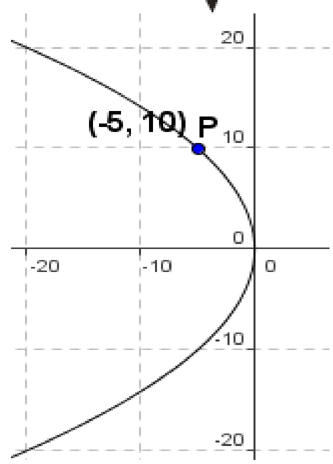
5: Encontrar el centro y el radio de la circunferencia representada por la ecuación: $X^2 + y^2 - 16x + 2y + 65 = 0$

6: El diámetro de una circunferencia es el segmento de la recta definida por los puntos: D (-8,-2) y E (4,6). Obtener la ecuación de dicha circunferencia.

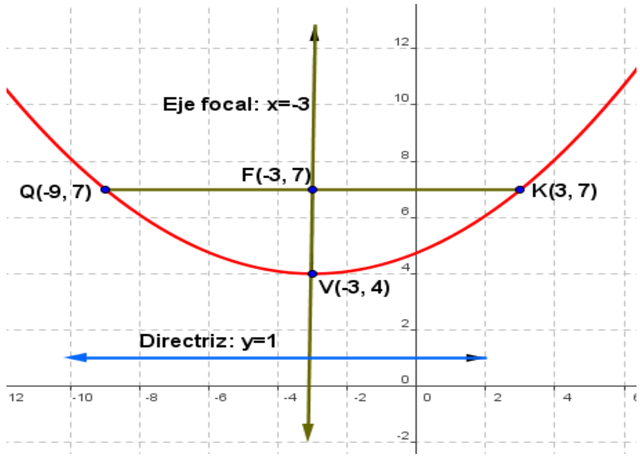
7: Hallemos la ecuación de la parábola con foco (2,0) y directriz la recta X= -2. Dibujemos la gráfica.

8: Una parábola tiene su vértice en el origen, su eje focal es el eje x y pasa por el punto (-5,10), hallemos su ecuación y dibujemos su gráfica.

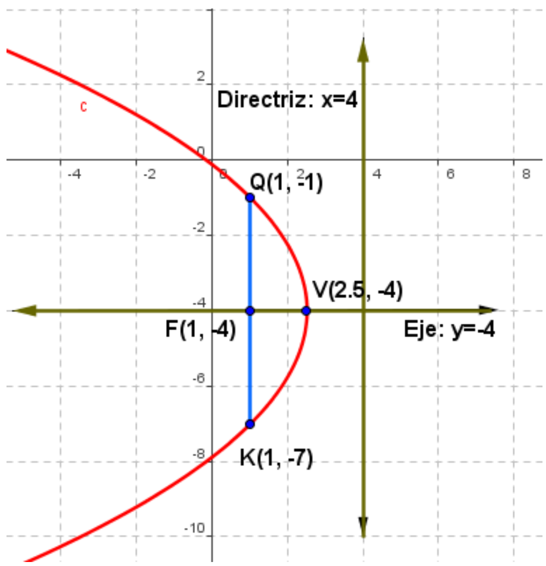




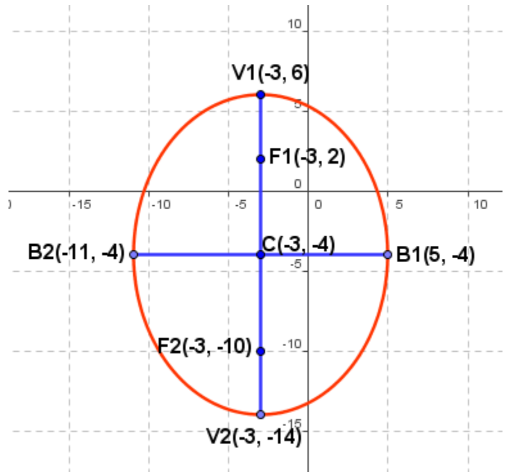
9: Encontrar una ecuación de la parábola que tiene como directriz la recta $y = 1$ y como foco el punto $(-3, 7)$.



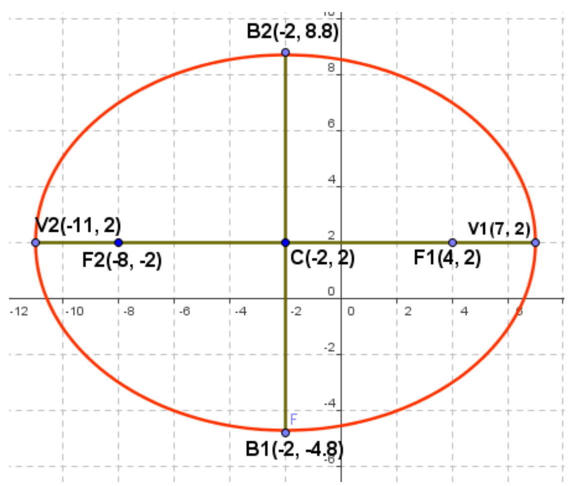
10: Dada la parábola que tiene por ecuación $y^2 + 6x + 8y + 1 = 0$ encontrar el vértice, el foco, una ecuación de la directriz, una ecuación del eje, y la longitud del lado recto. Trazar la gráfica.



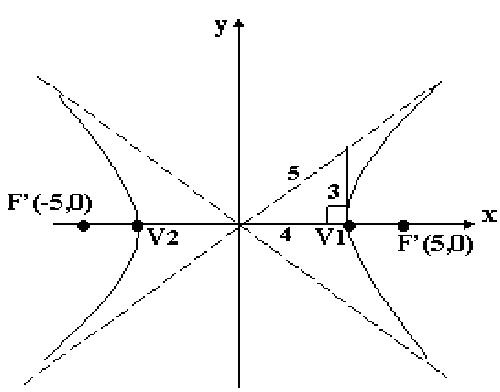
11: Determinar la gráfica de la ecuación $25x^2+16y^2+150x+128y-1119=0$. Encontrar los vértices, focos, excentricidad y extremos del eje menor.



12*:* Encontrar una ecuación de la elipse para la cual los focos están en (-8, 2) y (4, 2) y la excentricidad es 2/3. Hacer un dibujo de la elipse.



13*:* Los focos y los vértices de una hipérbola son los puntos: *F(5, 0), F'(- 5,0),*V_1*(4,0)*yV_2*(-4,0),* respectivamente. Determine la ecuación de la hipérbola. Dibujar su gráfica e indicar las asíntotas.



14*:* Dada la hipérbola cuya ecuación viene dada por: $7\,y^{2} \square 9x^{2} \square 63$ Determine: coordenadas de los focos, de los vértices, ecuaciones de las asíntotas. Trazar la gráfica.

Apéndice G. Actividad de manejo de cónicas

COLEGIO
CARLOS VICENTE REY
CARRERA 19 Nº 2 - 30 B/S/FRANCISCO,
SANTANDER, PIEDECUESTA.

unab

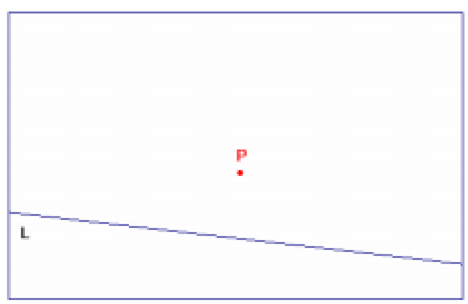
Observa detenidamente la forma del slogan de McDonald’s

Cada V al revés del slogan describe una nueva sección cónica que estudiaremos a continuación denominada PARÁBOLA.

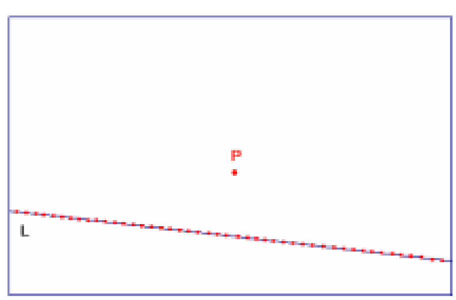
Centremos nuestra atención a su estudio para más adelante poder describir sus características más relevantes además de determinar matemáticamente las ecuaciones de estas parábolas que nos pueden despertar el apetito.

CONSTRUCCIÓN DE LA PARÁBOLA DOBLANDO PAPEL.

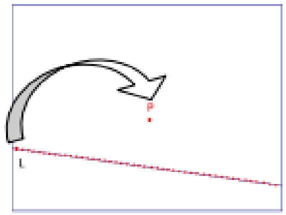
Consideremos una hoja de papel de forma rectangular (puede ser una hoja de papel tamaño carta) y ubíquela de forma horizontal. Trace un doblez en la parte inferior de esta y un punto preferiblemente como se indica en la siguiente gráfica. Llame L al doblez y P al punto.

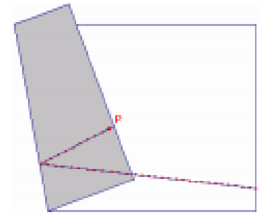


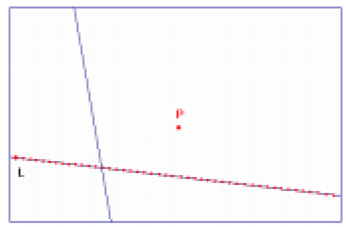
A continuación, marca puntos sobre el doblez L con una distancia entre ellos de aproximadamente 5 milímetros.



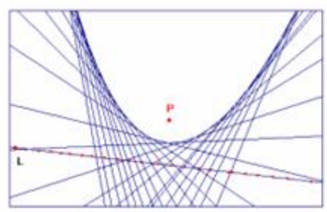
Lleva el punto ubicado en el extremo izquierdo de L sobre el punto P y trace el doblez.



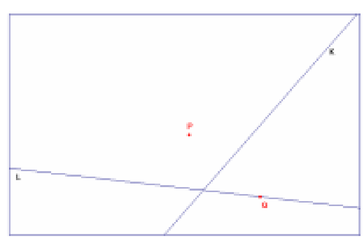




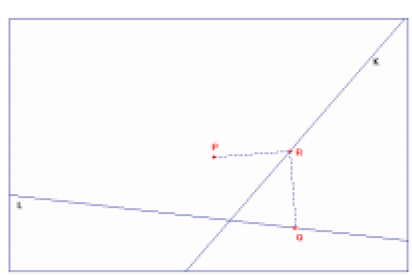
Lleva el punto P sobre cada uno de los puntos trazados sobre el doblez L, al finalizar observarás los siguientes dobleces:



La figura en forma de U que se observa es una PARÁBOLA. Ahora, definamos la condición que cumplen los puntos que pertenecen a esta nueva sección cónica, es decir, definamos el lugar geométrico llamado PARÁBOLA. Toma una nueva hoja de papel y marca el doblez L y el punto P exterior a L. Luego señala un punto Q sobre el doblez y llévalo sobre P encontrando así el doblez K. Quedarán trazados en la hoja los siguientes elementos.



Si marcamos un punto R sobre el doblez K podemos fácilmente verificar que la distancia de P a R es igual a la distancia de R a Q ¿Cómo lo verificamos?



Apéndice H. Actividad Final

COLEGIO
CARLOS VICENTE REY
CARRERA 19 Nº 2 - 30 B/S/FRANCISCO,
SANTANDER, PIEDECUESTA.

unab

ACTIVIDAD FINAL

DESCRIPCIÓN DE IMÁGENES: Observa las siguientes imágenes y trata de describir la forma que tiene cada una.

Descripción:
____
____
____

Descripción:
____
____
____

Apéndice I. Test de conceptualización a procedimiento

TEST

Responde con sinceridad las siguientes preguntas:

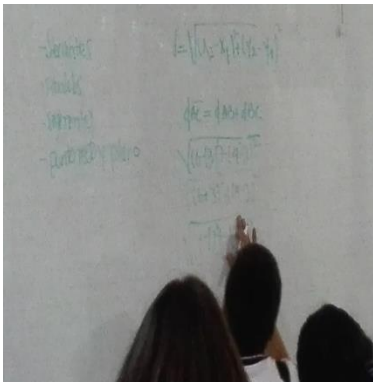
1. ¿Te parece que el doblado de papel es una buena herramienta para la enseñanza de las matemáticas?
   Si _____ No _____
   ¿Por qué?

2. ¿Te parece que el doblado de papel es una buena herramienta para la enseñanza de las secciones cónicas?
   Si _____ No _____
   ¿Por qué?

3. ¿Crees que existió algún(os) inconveniente(s) para la enseñanza de las secciones cónicas utilizando el doblado de papel?
   Si _____ No _____ ¿Cuál (es)?

Apéndice J. Evidencias Fotográficas

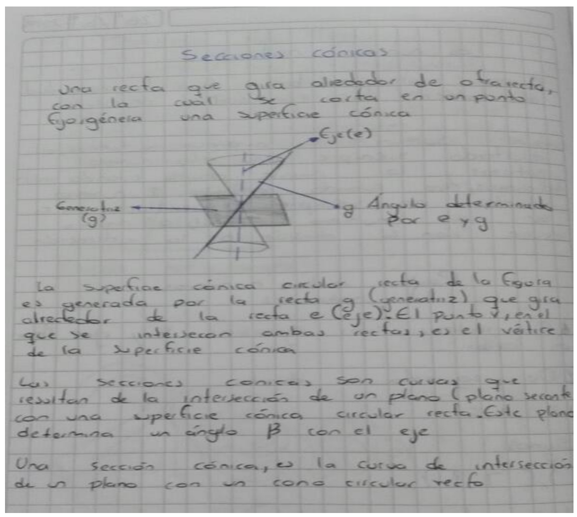
Actividades evidenciadas en fotografía:






Taller individual de cónicas

Toma de apuntes en actividades de conceptualización y fortalecimiento de la temática de cónicas.



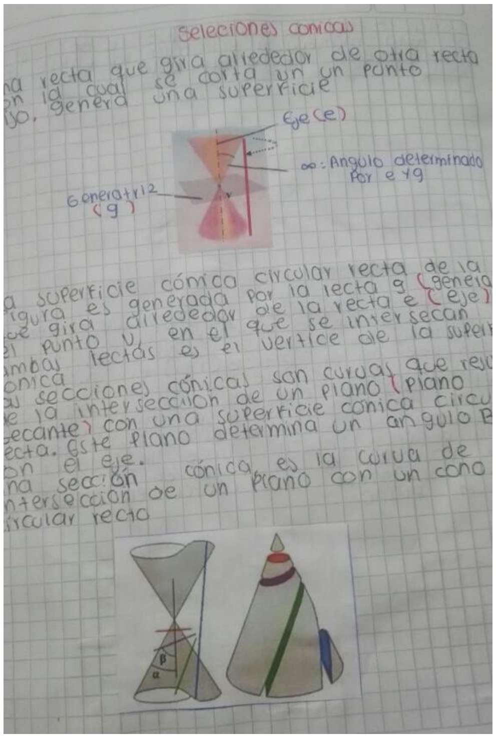
Secciones cónicas

Una recta que gira alrededor de otra recta, con la cuál se corta en un punto fijo, génera una superficie cónica

La superficie cónica circular recta de la figura es generada por la recta g (generatriz) que gira alrededor de la recta e (eje). El punto V, en el que se intersecan ambas rectas, es el vértice de la superficie cónica

Las secciones cónicas son curvas que resultan de la intersección de un plano (plano secante con una superficie cónica circular recta. Este plano determina un ángulo β con el eje

Una sección cónica, es la curva de intersección de un plano con un cono circular recto



Seleciones conicas

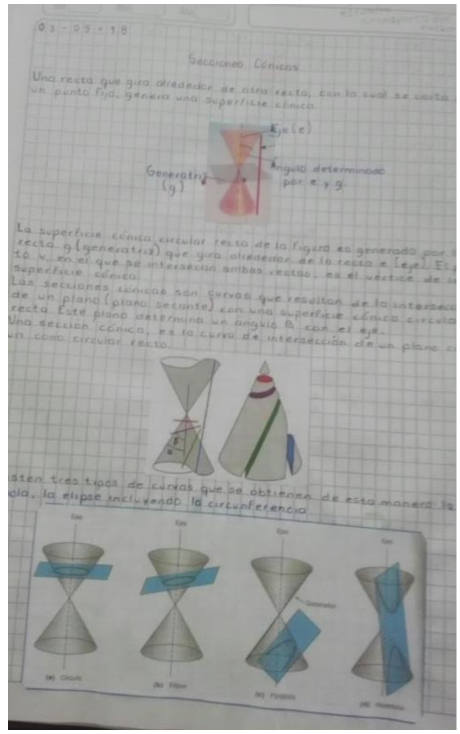
na recta que gira alrededor de otra recta
on la cual se corta un un punto
ijo, genera una superficie

Eje (e)

∞ : Angulo determinado Por e y g

Generatriz (g)

a superficie cónica circular recta de la
igura es generada por la recta g (genera
ue gira alrededor de la recta e (eje)
el punto V, en el que se intersecan
ambas rectas es el vertice de la super
onica
as secciones cónicas son curvas que resu
e la intersección de un plano (plano
ecante) con una superficie conica circu
ecta. Este plano determina un angulo B
on el eje.
na sección cónica es la curva de
ntersección de un plano con un cono
ircular recto



03 - 05 - 18

Secciones Cónicas

Una recta que gira alrededor de otra recta, con la cual se corta
un punto fijo, genera una superficie cónica

Eje (e)

Angulo determinado por e y g

Generatriz (g)

La superficie cónica circular recta de la figura es generado por
recta g (generatriz) que gira alrededor de la recta e [eje]. El
to v, en el que se intersecan ambas rectas, es el vertice de
superficie cónica.
Las secciones cónicas son curvas que resultan de la interseccion
de un plano (plano secante) con una superficie cónica circular
recta. Este plano determina un angulo B con el eje.
Una sección cónica, es la curva de intersección de un plano
un cono circular recto.

isten tres tipos de curvas que se obtienen de esta manera la
ola, la elipse incluyendo la circunferencia

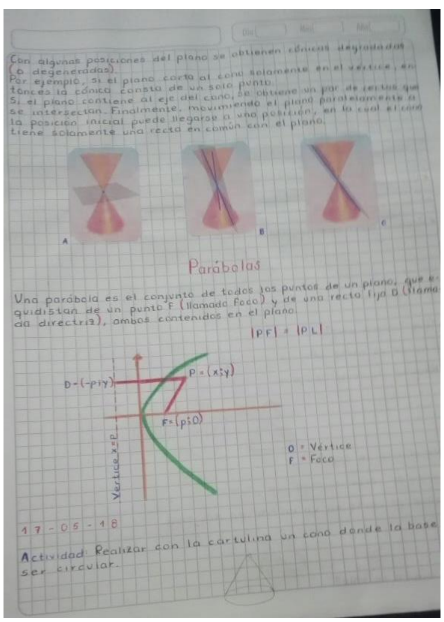
Ejes

(a) Circulo

(b) Elipse

(c) Parábola

(d) Hipérbola



Con algunas posiciones del plano se obtienen cónicas degradadas
(o degeneradas).
Por ejemplo, si el plano corta al cono solamente en el vértice, en-
tonces la cónica consta de un solo punto.
Si el plano contiene al eje del cono, se obtiene un par de rectas que
se intersectan. Finalmente, moviendo el plano paralelamente a
la posición inicial puede llegarse a una posición, en la cual el cono
tiene solamente una recta en común con el plano.

A B C

Parábolas

Una parábola es el conjunto de todos los puntos de un plano, que e-
quidistan de un punto F (llamado foco) y de una recta fija D (llama-
da directriz), ambos contenidos en el plano.

$|PF| = |PL|$

D = (-p; y)

P = (x; y)

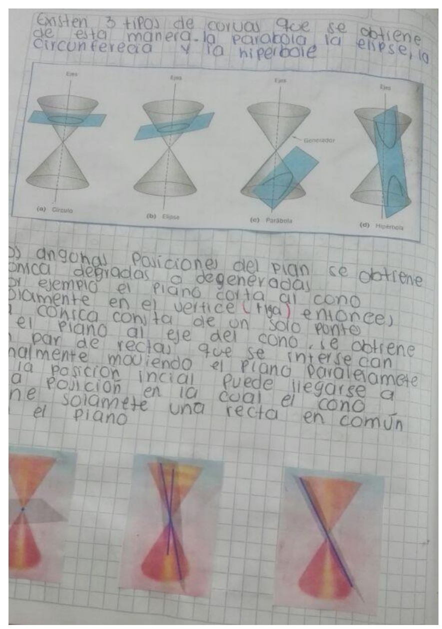
F = (p; 0)

Vertice x = P

O = Vértice
F = Foco

17 - 05 - 18

Actividad: Realizar con la cartulina un cono donde la base
ser circular.



Existen 3 tipos de curvas que se obtiene
de esta manera. la parabola, la elipse, la
circunferecia y la hiperbole

Ejes

(a) Circulo

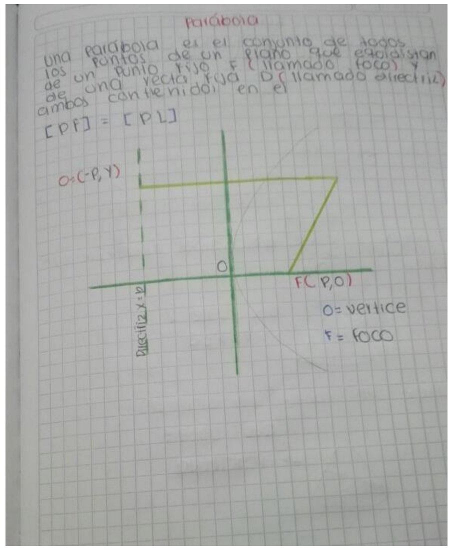
(b) Elipse

Generador

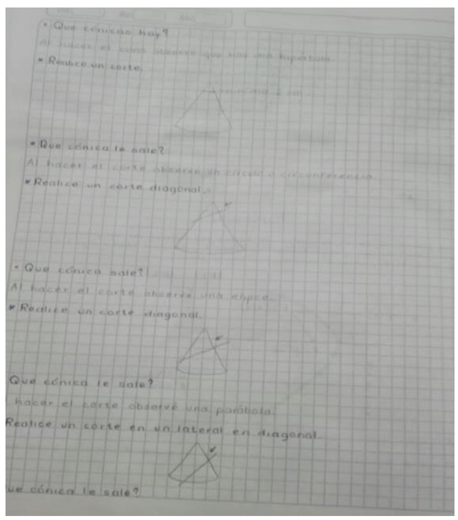
(c) Parábola

(d) Hipérbola

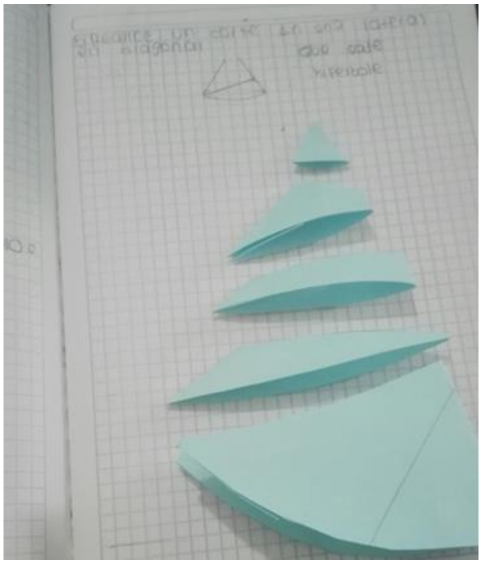
os angunas posiciones del plan se obtiene
onica degradas o degeneradas
or ejemplo el plano corta al cono
olamente en el vertice (riga) entonces
a conica consta de un solo punto
el plano al eje del cono, se obtiene
n par de rectas que se interse can
nalmente moviendo el plano paralelamete
la posicion incial puede llegarse a
a posición en la cual el cono
ne solamete una recta en común
el plano

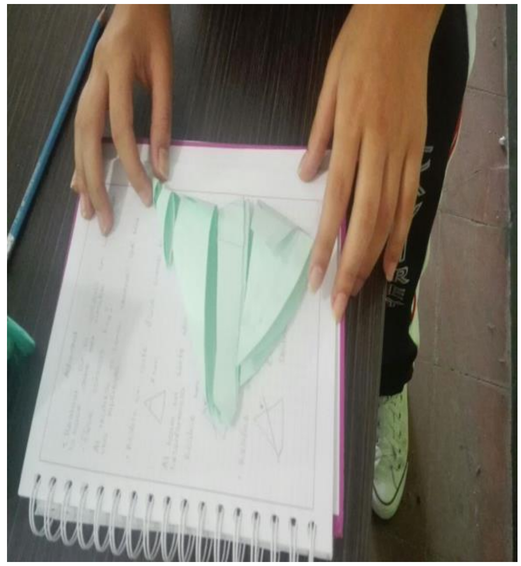


Actividad de modelación y construcción del cono y corte de cónicas.

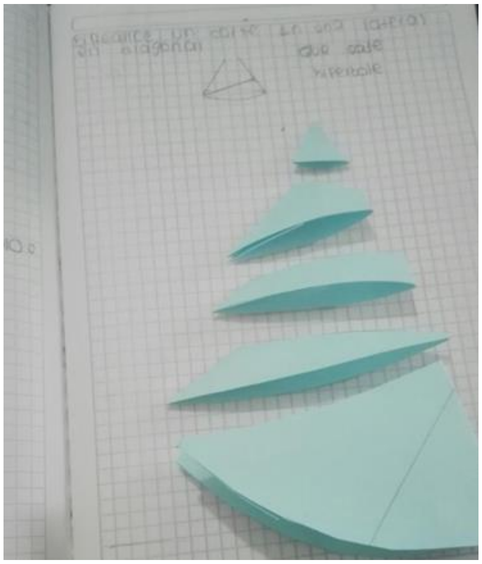


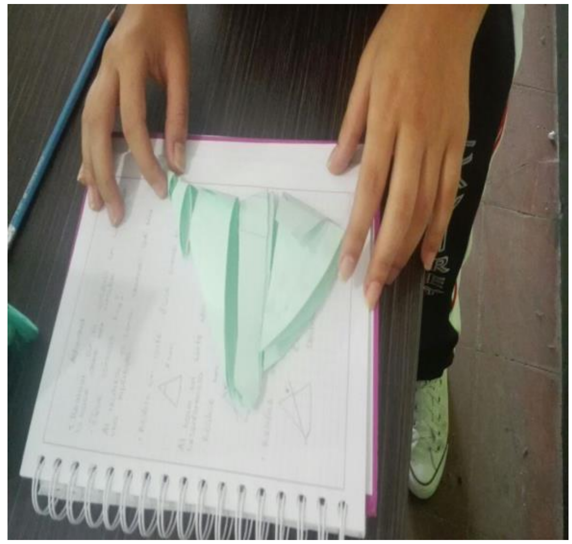
Manejo de material como el compás, transportador, regla, tijeras cartulina y etc.



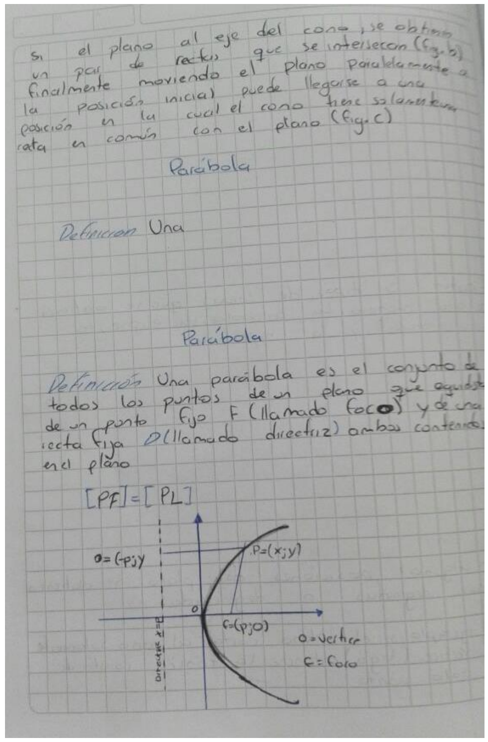


Manejo de materiales





Construcción de cónicas en el plano cartesiano



si el plano al eje del cono, se obtiene un par de rectas que se intersecan (fig. b) finalmente moviendo el plano paralelamente a la posición inicial puede llegarse a una posición en la cual el cono tiene solamente una recta en común con el plano (fig. c)

Parábola

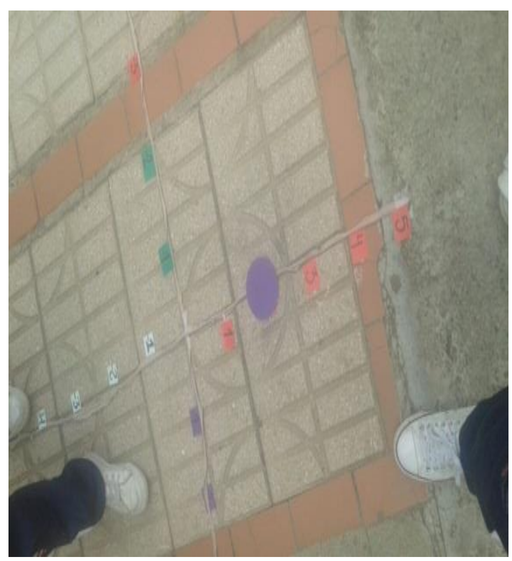
Definición Una

Parábola

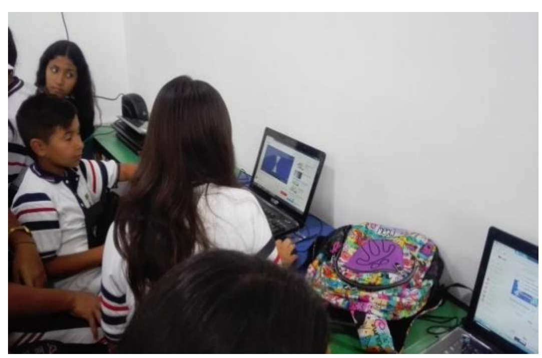
Definición Una parábola es el conjunto de todos los puntos de un plano que equidistan de un punto fijo F (llamado foco) y de una recta fija D (llamado directriz) ambos contenidos en el plano

[PF] = [PL]

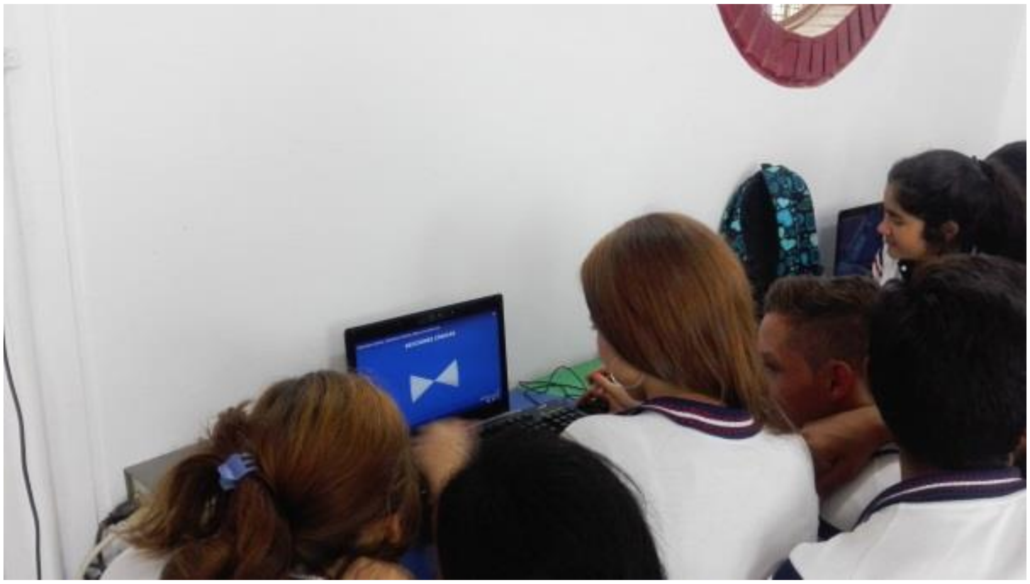
Actividad lúdica de construcción del plano cartesiano y representación de cónicas.




Actividad procedimental y conceptual

Manejo y trabajo cooperativo de TIC con los estudiantes



Manejo y trabajo cooperativo de TIC con los estudiantes

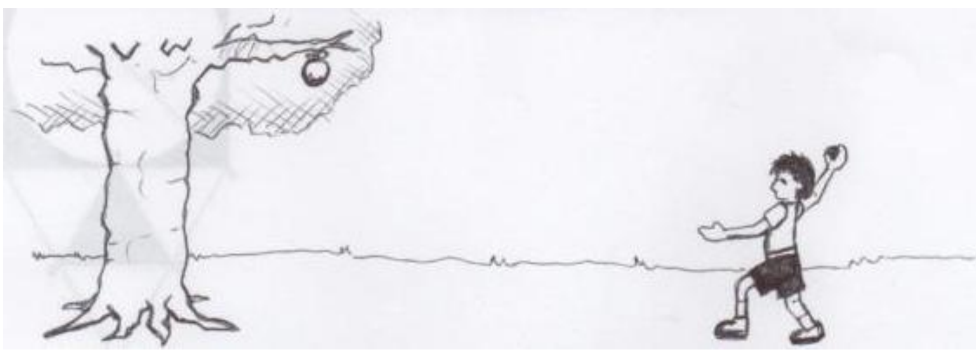
Apéndice K. Prueba Diagnostico

COLEGIO CARLOS VICENTE REY
Piedecuesta -Santander

Nombre:____Grupo: _________

Docente: JOLY ANDREA ALONSO PEÑUELA

Un niño toma una piedra y la arroja tratando de impactar una fruta que se encuentra en una rama alta de un árbol. Se sabe que no la lanzó lo suficientemente fuerte como para conseguir su objetivo.



Situación trayectoria

1. Qué trayectoria describe la piedra desde que parte de la mano del niño hasta que cae al piso.

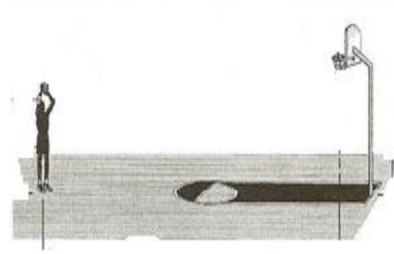
   a) Rectilínea

   b) Curvilínea

   c) paralela

   d) Ninguna DE LAS ANTERIORES

2. ¿Basado en el enunciado es igual la trayectoria que describe un balón de baloncesto cuando es lanzado hacia la canasta con la que describe la figura 1?



Rectilínea

a) Curvilínea

b) Paralela

c) Ninguna de las anteriores

3. Indicar la ecuación de una circunferencia centrada en el punto C (1,0) y de radio R=2

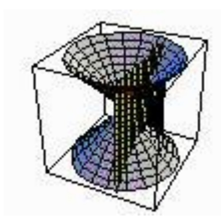
A. $(x-1)^2 + y^2 = 2$

B. $(x-1)^2 + y^2 = \sqrt{2}$

C. $x^2 + (y-1)^2 = 4$

D. $(x-1)^2 + y^2 = 4$

4. ¿Qué tipo de cónica describe la siguiente figura?



a) Una circunferencia

b) Una recta

c) Una hipérbola

d) Una elipse

6. Calcular la ecuación de la circunferencia centrada en el punto C (1,1) y que pasa por el origen.

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{2}$

B. $(x-1)^2+(y-1)^2=2$

C. $(x+1)^2+(y+1)^2=2$

D. $(x-1)^2+(y-1)^2=\sqrt{2}$

6. Al reducir la expresión $\frac{2a}{b}+\frac{a}{2b}-\frac{a}{b}+\frac{2a}{3b}$, el resultado es:

a) $\frac{5a}{4b}$ b) $\frac{4a}{7b}$ c) $\frac{13a}{6b}$ d) $\frac{15a}{5b}$

7. El valor de la expresión $\frac{x^2+y^2}{z^2}-w^2$, cuando $x=3$, $y=-2$, $z=1$ y $w=-2$ es:

a) 9 b) 8 c) 10 d) 11

8. Al suprimir paréntesis en: $4x+[x-(2x-3)]-[5-2(1-x)]$, el resultado es:

a) $-x$ b) x c) $2x$ d) $-2x$

9. Al desarrollar la expresión $(2x-4)^2$, el resultado es:

a) $4x^2-16x-16$ b) $4x^2+16x+16$ c) $4x^2-16x+16$ d) $4x^2+16x-16$

10. El resultado de la ecuación $\frac{x-1}{x-3}=\frac{3}{4}$ es:

a) $x=2$ b) $x=-3$ c) $x=4$ d) $x=-5$

MARCA LA RESPUESTA CORRECTA EN LA SIGUIENTE TABLA

1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
A		A		A		A		A		A		A		A		A		A	
B		B		B		B		B		B		B		B		B		B	
C		C		C		C		C		C		C		C		C		C	
D		D		D		D		D		D		D		D		D		D	