

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL MARCO DEL ENFOQUE METACOGNITIVO
DE LAS SECCIONES CÓNICAS PARA LOS ESTUDIANTES DEL GRADO DÉCIMO DE
LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ALONSO CARVAJAL PERALTA DEL MUNICIPIO DE
CHITAGÁ



Claudia Villamizar Mogollón

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES
PROGRAMA MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BUCARAMANGA 2017

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL MARCO DEL ENFOQUE METACOGNITIVO
DE LAS SECCIONES CÓNICAS PARA LOS ESTUDIANTES DEL GRADO DÉCIMO DE
LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ALONSO CARVAJAL PERALTA DEL MUNICIPIO DE
CHITAGÁ

Claudia Villamizar Mogollón

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Magister en Educación.

Directora

Dra. Lenis Yelitza Santafé Rojas

Grupo de Investigación: Investigación y lenguaje

Línea de Investigación: Practicas pedagógicas

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES
PROGRAMA MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BUCARAMANGA 2017

DEDICATORIA

A Dios por haberme dado la oportunidad de cumplir este sueño que tanto había anhelado.

A mi Madre, Esposo, Hijos Javier, Jesús, Hermanos, familiares y amigos por sus colaboración,
apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

Al programa Becas para la Excelencia Docente del Ministerio de Educación Nacional por haber tenido en cuenta a nuestra Institución Alonso Carvajal Peralta y darme la oportunidad de realizar esta Maestría.

A la UNAB por aceptar mi inscripción y recibirme como estudiante de Maestría, disponer del traslado de los tutores a la ciudad de Cúcuta para mejorar mi formación.

A la Doctora Lenis Yelitza Santafé Rojas por ser mi directora de tesis, por sus asesorías, observaciones, recomendaciones acertadas y pertinentes para llegar a la feliz término con el desarrollo de esta investigación.

A la Doctora Astrid Portilla Coordinadora Académica de la Maestría por sus informaciones, formación Docente, compromiso con la Universidad y empeño porque todos culmináramos los estudios de la Maestría con éxito.

A mis compañeros y amigos de la Cohorte I de Cúcuta en especial a Cesar Arias, Deyaneth Medina, Marisol Rincón, Noralba Moreno por su apoyo incondicional y continuo durante estos dos años.

Al Señor Rector Nelson Mauricio Rico, Coordinadores, Docentes y Estudiantes del grado Undécimo A de la Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta del Municipio de Chitagá por su colaboración, apoyo en el desarrollo de la propuesta pedagógica desarrollada en los años 2016 y 2017.

A mi familia en especial a mis hijos Javier y Jesús por su motivación, colaboración y paciencia en el transcurso de estos dos años de estudio.

A todas las personas que de forma directa o indirecta contribuyeron a la realización de esta investigación y en mi crecimiento profesional.

Contenido

	pág.
Resumen	11
Introducción	13
Capítulo I.....	14
1. Contextualización de la investigación.....	14
1.1 Descripción del problema.....	14
1.1.1 Formulación de la pregunta de investigación.	16
1.2 Objetivos.....	17
1.2.1 Objetivo General.	17
1.2.2 Objetivos Específicos.....	17
1.3 Justificación.....	17
1.4 Contextualización de la Institución.....	20
1.4.1 Contextualización del municipio de Chitagá.	20
1.4.1.1 Economía.....	20
1.4.1.2 Agricultura	21
1.4.2 Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta.	21
Capítulo II	23
2. Marco Referencial.....	23
2.1 Antecedentes de la investigación.....	23
2.1.1. Antecedentes Internacionales.....	23
2.1.2 Antecedentes Nacionales.	25
2.1.3 Antecedentes Regionales.	27
2.2 Marco Teórico	30
2.2.1 Resolución de problemas.	30
2.2.1.1 ¿Por qué es importante aprender a resolver problemas matemáticos?.....	32
2.2.2 Aprendizaje.	33
2.2.2.1 Aprendizaje y motivación.	34

2.2.2.2 Estilos de aprendizaje.....	35
2.2.3 Metacognición.....	35
2.2.3.1 La metacognición y las estrategias de aprendizaje.....	36
2.2.4 Las cónicas.....	39
2.2.4.1 Secciones Cónicas.....	39
2.3 Marco Legal.....	43
Capítulo III.....	45
3. Metodología.....	45
3.1 Tipo de Investigación.....	45
3.1.1. Investigación-acción educativa.....	46
3.2 Proceso de la investigación.....	47
3.2.1 Aplicación de prueba diagnóstica.....	47
3.2.2 Proyecto de aula 1.....	50
3.2.3 Proyecto de aula 2.....	51
3.2.4 Proyecto de aula 3 (Evaluación- postest).....	55
3.3 Población y Muestra.....	60
3.4 Instrumentos para la recolección de información.....	62
3.4.1 Instrumento Diario de Campo.....	62
3.4.2 Instrumento Prueba Diagnóstica.....	63
3.5 Validación de Instrumentos.....	64
3.6 Resultados y discusión.....	65
3.6.1 Categorías y subcategorías.....	65
3.6.2 Análisis y Resultados.....	70
3.6.3 Análisis y Resultados de los proyectos de aula.....	77
3.6.4 Análisis y Resultados de la Evaluación.....	99
3.6.5 Triangulación.....	104
3.6.6 Mapa de redes.....	107
3.7 Principios éticos.....	107

Capítulo IV	108
4. Propuesta	108
4.1 Presentación.....	108
4.2 Justificación	108
4.3 Objetivos.....	109
4.3.1 Objetivo General.....	109
4.3.2 Objetivos Específicos.....	109
4.4 Logros	109
4.5 Metodología.....	109
4.6 Fundamento pedagógico.....	110
Capítulo V	154
5 . Conclusiones y Recomendaciones	154
5.1 Conclusiones.....	154
5.2 Recomendaciones	155
Bibliografía.....	157
Apéndices	162

Listado de figuras

	Págs.
Figura 1. Municipio de Chitagá.....	20
Figura 2. Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta	22
Figura 3. Modelo pregunta prueba diagnóstica – sesión 1	50
Figura 4. Ejercicio para observar cónicas – sesión 2	51
Figura 5. Pregunta sobre la circunferencia - sesión 3	52
Figura 6. Preguntas abiertas - sesión 4.....	52
Figura 7. Reconocimiento de la circunferencia – sesión 4.....	53
Figura 8. Reconocimiento de la parábola – sesión 5.....	53
Figura 9. Reconocimiento de la elipse – sesión 6	54
Figura 10. Observa las imágenes donde se puede ver la hipérbola – sesión 7.....	55
Figura 11. Modelo pregunta evaluación – sesión 8.....	55
Figura 12. Modelo pregunta evaluación final - sesión 8.....	60
Figura 13. Modelo pregunta pretest	64

Listado de tablas

	Págs.
Tabla 1. Categorías iniciales	66
Tabla 2. Categorías emergentes.....	68
Tabla 3. Categorías definitivas.....	68

Listado de apéndices

	Págs.
Apéndice A. Prueba diagnostica	162
Apéndice B. Proyecto de aula 3 – Evaluación secciones cónicas sesión 8.....	165
Apéndice C. Consentimiento Informado.....	170
Apéndice D. Carta al Señor Rector solicita permiso para el desarrollo de las intervenciones. ...	173
Apéndice E. Evidencias fotográficas	174

Resumen

La presente investigación está centrada en la resolución de problemas en el marco del enfoque metacognitivo de las secciones cónicas y en el aprendizaje por parte de los estudiantes del grado décimo de la Institución, se caracterizan los desempeños, para el cual se diseñan unas actividades que se aplican y luego se evalúan a partir de los resultados obtenidos.

La investigación es de tipo cualitativo debido a que produce datos descriptivos (las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable, adicional), se utilizó el marco de la investigación-acción educativa en la cual se describieron una serie de actividades realizadas en el aula de clase con fines tales como: (el desarrollo curricular, su autodesarrollo profesional, la mejora de los programas educativos, los sistemas de planificación o la política de desarrollo), Para su planteamiento se partió de una revisión bibliográfica, que dio luces al sustento teórico del problema y su posible solución, así como para la implementación de aspectos metodológicos, diseño de instrumentos como el pre test, actividades didácticas a tener en cuenta y el pos test. Determinado esto, se procedió al desarrollo de las estrategias didácticas que generaron un significativo y positivo Educativa Alonso Carvajal Peralta del Municipio de Chitagá, fortaleciendo específicamente el tema de las secciones cónicas. El impacto en los mencionados estudiantes fue significativo, y así lo reconoció la comunidad educativa una vez fueron socializados los resultados.

Palabras clave: Resolución de problemas, Enfoque metacognitivo, Secciones cónicas, Aprendizaje significativo.

Abstract

The present research is focused on the resolution of problems in the framework of the metacognitive approach of conic sections by tenth grade students. The performances are characterized, for which are designed some activities that are applied and then are evaluated from the results obtained.

This is a qualitative investigation due to it produces descriptive data (own words from people, spoken or written, and the observable behavior, additional). It was employed the framework of the action research in which were described a series of activities developed into the classroom for purposes such as: (curriculum development, professional development, the educational programs improving, the planning systems or the development politic) For its approach from a literature review, which gave light to the theoretical problem and its possible solution, as well as for the implementation of methodological aspects, design of instruments such as the pretest, didactic activities taken into account into the post test. Given this, it was proceeded to the planning and development of a teaching strategy that generated a significant and positive change in learning by the students, strengthening specifically the issue of conic sections in the tenth grade students of the Educational Institution Alonso Carvajal Peralta in the municipality of Chitagá. The impact on the students was significant, and this was recognized by the educational community once socialized their results.

Key words: Resolution of problems, metacognitive approach, conic sections, teaching strategy

Introducción

La presente investigación deja ver las dificultades de los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta del Municipio de Chitagá en la resolución de problemas; aspecto que es abordado desde la perspectiva del enfoque metacognitivo, tomando como base el tema de las secciones cónicas.

Para tal efecto, la investigación se estructuró partiendo de su contextualización desde la descripción y formulación del problema, los objetivos, la justificación y la descripción general de la Institución Educativa, aspectos relacionados en el primer capítulo.

En el segundo capítulo, se abordaron investigaciones internacionales, nacionales y regionales, que de una u otra manera se relacionan con el tema central de la presente investigación. De la misma manera se citaron aspectos teóricos tales como el aprendizaje, la metacognición y las secciones cónicas, terminando con todos los aspectos legales que impactan el tema tratado.

En el tercer capítulo, se trataron todos los aspectos metodológicos, tales como el tipo y proceso de investigación, población y muestra, instrumentos para la recolección de la información, validación de instrumentos y resultados y discusión.

Respecto al capítulo cuarto, se presenta allí la propuesta didáctica con su respectiva metodología y fundamento pedagógico. Por último, en el capítulo cinco están las conclusiones, recomendaciones bibliografía y apéndices.

Cabe destacar que la estrategia diseñada e implementada, cumplió en gran medida la expectativa ya que se percibió un cambio positivo por parte de los estudiantes respecto a la metodología empleada por supuesto, ante el tema tratado, es decir las secciones cónicas, pues es un tema que reviste cierto grado de complejidad lo cual exige, en la misma medida, creatividad y disposición por parte de quien enseña.

Capítulo I

1. Contextualización de la investigación

1.1 Descripción del problema

La presente investigación surgió como respuesta a los resultados de las pruebas SABER del grado noveno de los estudiantes de la Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta del municipio de Chitagá, ya que durante los dos últimos años han estado por debajo de la media a nivel departamental y nacional, específicamente en la competencia resolución de problemas, lo cual se evidencia en las cifras arrojadas por [] y que se mencionan a continuación:

El 84% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.

El 74% de los estudiantes no resuelve problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos.

El 66% de los estudiantes no resuelve problemas que involucran potenciación, radicación y logaritmación.

El 50% de los estudiantes no resuelve y formula problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular.

El 50% de los estudiantes no resuelve y formula problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación.

El 42% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

El modelo pedagógico, en el que se inscribe la I. E., es el constructivismo, referenciado por Jean Piaget, que veía al conocimiento como una construcción realizada desde el interior del individuo y no como una interiorización del entorno.

Para el constructivismo la enseñanza no es una simple construcción del conocimiento, es en cambio la organización de métodos de apoyo que permitan a los estudiantes construir su propio saber. No se aprende solo registrando en el cerebro; se aprende construyendo las propias estructuras cognitivas. La concepción constructivista del aprendizaje escolar se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en la institución, es promover los procesos de crecimiento personal de estudiante en el marco del grupo al que pertenece. Uno de los enfoques

constructivistas es el “enseñar a pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextuales”. Razón por la cual este modelo se correlaciona con el enfoque de aprendizaje significativo, que se basa en seis principios o variables didácticas: el trabajo abierto, la motivación, el medio, la creatividad, el mapa conceptual y la adaptación curricular. La aplicación de este, requiere que el docente lleve planeado al aula de clase la unidad didáctica o eje conceptual a desarrollar, bajo el control de las seis variables y por supuesto de los recursos didácticos que va a utilizar. El aprendizaje significativo es:

- Permanente: el aprendizaje que adquirimos es a largo plazo.
- Produce un cambio cognitivo: se pasa de una situación de no saber a saber.
- Está basado en la experiencia: depende de los conocimientos previos.

Por otra parte, Se puede percibir falta de motivación en las aulas por parte de los estudiantes para resolver problemas de matemáticas en general y concretamente, problemas relacionados con la vida cotidiana, pues están más orientados a resolver sistemas de forma rutinaria y algorítmica, usando los métodos de manera mecánica y resolviendo problemas típicos sin darle un sentido lógico.

Se debe mencionar que el puntaje de las pruebas SABER en matemáticas va 0 a 100 y que el departamento de Norte de Santander (Colombia), en el año 2015 obtuvo una media de 51 y que la Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta obtuvo una media de 49, ubicando a la Institución Educativa por debajo de la media del departamento.

De la misma manera, los indicadores en las evaluaciones internas del primero, segundo y tercer período académico del año 2015 muestran que el 70% de los estudiantes de decimo y once grados presentaron dificultad al resolver problemas y situaciones matemáticas que requerían del conocimiento de los números reales en diferentes contextos, del cálculo de áreas, volúmenes y de la organización e interpretación de datos.

Desde otra perspectiva, se debe mencionar que en las clases priman las estrategias basadas en la repetición, solución de operaciones de tipo algorítmico, donde el docente presenta un modelo para la solución de ejercicios de rutina, y propone a los estudiantes solucionar ejercicios del mismo

tipo, hasta que manejen las operaciones que aquí se realizan; por tanto, cuando a los estudiantes se les propone una situación que implique reflexión, comprensión, análisis y evaluación de los resultados, encuentran dificultades para resolverla.

En el mismo sentido, es procedente mencionar que existen falencias en la manera de desarrollar habilidades de pensamiento que permitan potenciar las competencias matemáticas, así como el pensamiento lógico y matemático, cuyas causas apuntan a que las estrategias didácticas utilizadas por los docentes, no están dando los resultados que ellos esperan, pues se observó que la tendencia es a que el alumno memorice el concepto, así como el procedimiento y, en menor medida, a la apropiación e interpretación de sus posibilidades de utilización y las vías para aplicarlos, lo que constituye una importante limitación en la concepción del proceso de formación de las competencias matemáticas.

Con base en lo anterior, se diseñó una estrategia didáctica basada en el enfoque metacognitivo, el cual generó un cambio significativo en el aprendizaje de las secciones cónicas a partir de la resolución de problemas cotidianos.

1.1.1 Formulación de la pregunta de investigación.

¿Cómo es el proceso de resolución de problemas en el marco del enfoque metacognitivo de las secciones cónicas en los estudiantes del grado decimo de la Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta del Municipio de Chitagá?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General.

Analizar el proceso de resolución de problemas en el marco del enfoque metacognitivo de las secciones cónicas en los estudiantes del grado décimo de la IE Alonso Carvajal Peralta del Municipio de Chitagá.

1.2.2 Objetivos Específicos.

Caracterizar los desempeños de los estudiantes de décimo grado en la solución de problemas sobre las secciones cónicas.

Diseñar unas actividades dentro del enfoque meta cognitivo para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con las secciones cónicas.

Aplicar las actividades diseñadas teniendo en cuenta el enfoque meta cognitivo y la resolución de problemas para las secciones cónicas.

Evaluar la propuesta a partir de los resultados obtenidos por los estudiantes en el desarrollo de las actividades propuestas.

1.3 Justificación

La resolución de problemas es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea. permiten a los estudiantes adquirir habilidades, destrezas al momento de formular, resolver problemas, modelar procesos, comunicar, razonar, comparar, ejercitar procedimientos y algoritmos; que serán fundamentales para los diferentes escenarios en donde el estudiante o profesional se desenvuelva. En este sentido, (Cardoso & Trinidad, 2008) expresan que “La influencia o importancia de las matemáticas en la sociedad ha ido en constante crecimiento, en

buena parte debido al espectacular aumento de sus aplicaciones. Puede decirse que todo se matematiza. No es concebible la innovación tecnológica, en el sentido actual de investigación y desarrollo, sin la presencia preeminente de las matemáticas y sus métodos”.

El pensamiento matemático es el elemento esencial que fomenta el desarrollo de la imaginación, creatividad y el razonamiento lógico. Para alcanzar esta competencia, en Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha establecido unos lineamientos que buscan el desarrollo y fortalecimiento de diversas habilidades. Para el caso específico de estudio, el grado decimo, el MEN a través de los lineamientos curriculares en matemáticas (1998) y estándares básicos de competencias, menciona que estos “constituyen la base para la orientación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en las aulas escolares” (p. 56).

Los mencionados estándares permiten identificar las competencias que debe desarrollar el estudiante de décimo grado, para ello se establecen unos conocimientos básicos, los cuales permiten desarrollar pensamiento numérico que incluye la comprensión del uso y significado de los números que son esenciales para formular y resolver problemas; el pensamiento espacial y sistema geométrico, para el manejo de información espacial, resolver problemas de ubicación, orientación, distribución de espacios, a través de los modelos geométricos; el pensamiento métrico y sistemas de medidas, adquiere competencias que le permiten resolver, formular problemas que involucren factores escalares, de estimación, construcción de figuras y cuerpos entre otros.

De otra parte, el proyecto se justifica teniendo en cuenta la necesidad de un cambio por parte de los docentes en la forma como se abordan las clases, dejando a un lado las clases tradicionales, magistrales o improvisadas (como es manifestado de manera informal por algunos estudiantes), para transformar su práctica pedagógica hacia clases didácticas mediante metodologías activas, donde se utilicen diferentes actividades que motiven y despierten el interés y la curiosidad de los educandos por aprender y así darle viabilidad a su proyecto de vida.

En este orden de ideas, y con el propósito de dar cumplimiento a los objetivos planteados en el proyecto, se plantean actividades, tales como:, intercambio grupo a grupo, investigación guiada, juego de rol, aplicación de pruebas internas, metodologías centradas en la transmisión de

información, método expositivo, talleres, videos, donde se da un aprendizaje auto regulado, trabajo en grupo que promueve no solo el conocimiento de tipo conceptual sino también habilidades de tipo social, afectivo y profesional. También se utilizan diferentes escenarios de aprendizaje y estrategias alternativas, basados siempre en el trabajo activo y respetando que el hecho de que el alumno sea el protagonista de su formación.

La importancia del desarrollo de competencias radica en que el estudiante aprende a darle solución a los problemas que se le presentan, no solo en la escuela sino fuera de ella, pues para desarrollar planteamientos matemáticos es indispensable generar ambientes de aprendizaje con situaciones significativas y comprensivas que posibiliten alcanzar niveles de competencias cada vez más complejas.

Basados en lo anterior, se debe mencionar que las competencias que se logran en el desarrollo del pensamiento matemático, están las de pensar, razonar, argumentar, comunicar, modelar, representar, usar el lenguaje simbólico, plantear y resolver problemas sin olvidar competencias lingüísticas y comunicativas que tienen una estrecha vinculación con el pensamiento matemático.

En este mismo sentido cabe destacar los planteamientos de (Rodríguez, 2007), quien indica que las estrategias didácticas se refieren a tareas y actividades que pone en marcha el docente de forma sistemática para lograr determinados objetivos de aprendizaje en los estudiantes.

En este mismo sentido cabe destacar los planteamientos de (Rodríguez, 2007), quien indica que las estrategias didácticas se refieren a tareas y actividades que pone en marcha el docente de forma sistemática para lograr determinados objetivos de aprendizaje en los estudiantes.

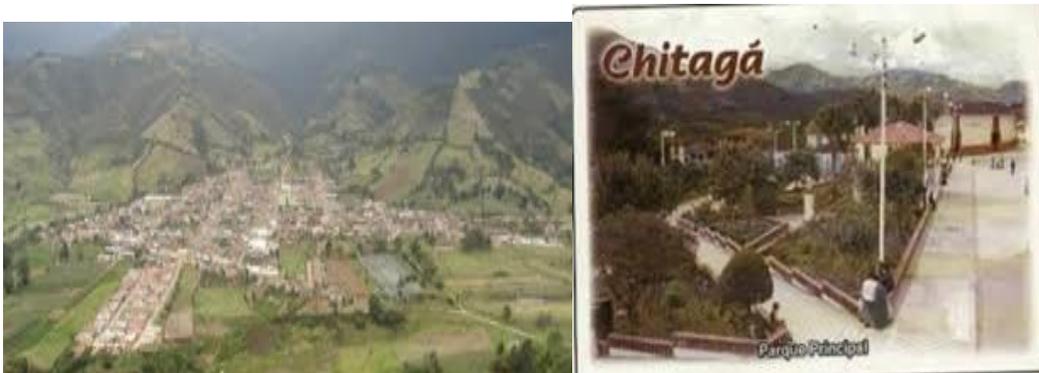
Por todo lo anteriormente mencionado, se hace necesario desarrollar la presente investigación con el ánimo de dar respuesta a las exigencias y necesidades de los estudiantes, toda vez que a partir del desarrollo del pensamiento se logra mejorar el desempeño académico en las áreas del conocimiento.

1.4 Contextualización de la Institución

1.4.1 Contextualización del municipio de Chitagá.

Chitagá es un municipio colombiano ubicado en el departamento de Norte de Santander su población es de 11.468 habitantes, su altitud de 2.350 metros sobre el nivel del mar y su clima es frío, templado y páramo, hace parte de la región sur-occidental del departamento y de la provincia de Pamplona.

Figura 1. Municipio de Chitagá



Fuente: (Alcaldía del Municipio de Chitagá, 2017)

1.4.1.1 Economía.

En el municipio de Chitagá, la economía se basa en la ganadería, la agricultura y la minería. Dentro del sector agrícola se cultiva café, plátano, frutas tropicales y caña de azúcar, legumbres, hortalizas y producción de frutales. En las zonas de páramos cultivo de papa en diferentes variedades, apio (arracacha), maíz, frijol, arveja y frutales silvestres.

Norte de Santander, se cuenta con una extensa región productora de Carbón. El Municipio cuenta con una red vial de más o menos 80 km de vías que permiten interconectar centros poblados como Pamplona, Bucaramanga y Bogotá (Martínez & *et al.*, 2010).

1.4.1.2 Agricultura: hay variedad de productos agrícolas que dependen del clima de la región. En la zona de Chucarima, Carvajal, Cornejo, la región del Porvenir, se cultiva café, plátano, frutas tropicales como naranjas, limonsones, chirimoyas, guayabas etc., también la caña de azúcar, el maíz en diferentes variedades, el aguacate criollo; el producto de mayor producción y venta es el café y la caña de azúcar. En las veredas como Tapurcuá, Llano Grande, Carrillo predomina el cultivo de hortalizas, legumbres entre las que se encuentra: la zanahoria, remolacha, la cebolla blanca cabezona, papa amarilla, fríjol, repollo; en la actualidad se destaca la producción de frutales como: el durazno, la curuba, tomate de árbol, también se saca al mercado el maíz, en choclo.

En las zonas de páramos; como en la región de Burgua, Lircha, presidente, Potreritos, Casa vieja, Quikuyes, Piedras, se cuenta con el cultivo de papa en diferentes variedades como: la pastusa, la única, en gran escala; la Tequendama, la R: 18, la papa criolla, etc. También se produce apio (arracacha), maíz, fríjol, arveja y frutales silvestres como la mora, la uchuva, la curuba y la fresa.

En cuanto a la ganadería, es un renglón representado por gran variedad de ejemplares de ganado Bovino, caballar, mular, caprino, porcino, etc. La minería, en Chitagá, según estudios realizados por Inge ominas, seccional Norte de Santander, se cuenta con una extensa región productora de carbón de la variedad diamante, pero que su explotación afecta el ecosistema del páramo de Chitagá, ya que esta mina tiene su inicio en la zona de presidente. Aún se encuentra en estudios técnicos la factibilidad de su explotación (Alcaldía del Municipio de Chitagá, 2017).

1.4.2 Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta.

Por el año 1934 fue creado un colegio para varones llamado Alfonso López sostenido por auxilios municipales y más tarde departamentales dirigido por el Señor José Paulino Moreno. En 1941 empieza a funcionar el Colegio para Señoritas con el nombre de Policarpa Salavarrieta, con el paso de los años se fue cambiando su razón social y es así como nuestros antepasados nos hablan, de otras asignaciones que tuvieron: Escuela Agrícola Vocacional, La Normal de Señoritas o Ramón González Valencia. En 1.958 por Decreto No. 0200 de junio 20 se fundó la Escuela Normal Rural de Chitagá, cuyo primer Rector fue el Señor Gerson David Aponte.

Por Resolución No. 4837 del 15 de octubre de 1970 se autoriza el cambio de modalidad de enseñanza Normalista por la de Bachillerato Clásico. Por Decreto no. 2025 del 19 de octubre de 1971 se cambia la denominación de Escuela Normal Nacional de Varones por Colegio Nacional de Varones hasta la fusión prácticamente. Donde se reorganiza el servicio educativo y por Decreto No. 000823 del 30 de septiembre de 2.002 se crea una nueva institución. Según decreto N° 000823 del 30 de septiembre de 2002, entes gubernamentales, fusionaron las instituciones; quedando en el municipio la nueva Institución Alonso Carvajal Peralta, conformada por las sedes: Núcleo Escolar Agrícola, Trino García Peña, Ramón González Valencia, Nuestra Señora Del Carmen Y Colegio Nacional, Cuenta con plantas físicas adecuadas, aulas de clase, laboratorios, biblioteca.

La institución Alonso Carvajal Peralta del Municipio de Chitagá se encuentra ubicada en el Departamento de Norte de Santander. Es una institución de carácter mixto de propiedad del Municipio. Actualmente está dividida en cinco sedes (La sede Núcleo Escolar Agrícola donde funciona el preescolar, la sede Trino García Peña donde se encuentran los grados 1° y 2°, la sede Niñas donde se encuentran los grados 3°, 4° y 5°, la sede Nuestra Señora del Carmen donde se desarrollan los grados 6°, 7° y 8° y la sede principal Alonso Carvajal Peralta donde se encuentran los grados 9°, 10° y 11°).

La institución cuenta con un rector, dos coordinadores, 43 docentes y 10 administrativos que atiende a una población de mil (1000) estudiantes (Proyecto Educativo Institucional "PEI", 2016).

Figura 2. Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta



Fuente: (Proyecto Educativo Institucional "PEI", 2016)

El calendario académico está constituido por 4 periodos donde estudian aproximadamente 1000 estudiantes. La institución cuenta con tres grupos de grado décimo en su sede central, todos con una población similar de estudiantes. El curso 10A posee 27 estudiantes (11 hombres y 16 mujeres), el curso 10B cuenta con 31 alumnos (11 hombres y 20 mujeres); y el curso 10C posee 33 alumnos (11 hombres y 22 mujeres) (Proyecto Educativo Institucional "PEI", 2016).

Capítulo II

2. Marco Referencial

2.1 Antecedentes de la investigación

A continuación, se presentan investigaciones realizadas en el ámbito internacional, nacional y regional, las cuales guardan relación con el presente proyecto, y que a la vez sirven como referente para la estructuración de los marcos de referencia, es decir, el teórico, el contextual y el legal, así como de la misma metodología.

2.1.1. Antecedentes Internacionales.

La investigación realizada por (Santos T. M., 2012), titulada *“El Papel de la Resolución de Problemas en el Desarrollo del Conocimiento Matemático de los Profesores para la*

Enseñanza”, concluye que el entendimiento o comprensión de las ideas matemáticas no es un proceso final; sino dinámico que se va robusteciendo en función de la necesidad de responder y resolver series de cuestionamientos que emerjan dentro y fuera de la propia comunidad de aprendizaje, un aspecto crucial en las agendas de resolución de problemas es la interacción y discusión abierta entre los grupos de investigación sobre los aspectos comunes y principios o fundamentos que distinguen cada uno de los programas.

En la resolución de problemas se reconoce también que pueden existir caminos distintos para promover el desarrollo del pensamiento matemático; sin embargo, todos esos caminos coinciden en reconocer la relevancia de conceptualizar la disciplina en términos de dilemas o preguntas que en este caso los profesores deben necesitan responder y discutir en términos de recursos matemáticos. Es decir, construyen, desarrollan, refinan, o transforman sus formas de comprender y resolver problemas como resultado de formular preguntas relevantes y responderlas con el uso de distintos medios, incluyendo las herramientas computacionales.

En este contexto, los acercamientos iniciales en la resolución de problemas pueden ser incoherentes o limitados, pero éstos se refinan o mejoran cuando los mismos profesores presentan y discuten de manera abierta sus ideas dentro de una comunidad profesional de aprendizaje que valora y promueve el cuestionamiento matemático o método inquisitivo.

El trabajo citado hace un significativo aporte a la presente investigación, toda vez que entiende y expone el desarrollo del pensamiento como un proceso continuo donde el docente juega un papel fundamental, asumiendo el rol de facilitador del proceso.

En su trabajo titulado “*Resolución de problemas y estímulo del pensamiento optimizador en la educación básica*”, (Malaspina, 2012) afirma que Las experiencias didácticas desarrolladas, nos muestran que los problemas de optimización adecuadamente presentados ofrecen valiosas oportunidades para desarrollar el pensamiento optimizador de nuestros alumnos y que tienen muchas potencialidades didácticas. Asimismo, afirma que se debe incluir los problemas de optimización en la formación y capacitación de docentes, estimulando su uso y su creación en diversas situaciones didácticas.

Desde la perspectiva del trabajo citado, se puede asumir un gran aporte desde la preparación académica de los docentes, pues solo de esta manera se pueden planear y desarrollar actividades didácticas encaminadas al desarrollo del pensamiento.

El autor (Ramirez, 2013) ejecutó el proyecto de grado titulado “*Las Secciones Cónicas en la Escuela Secundaria: un Análisis Matemático y Didáctico*”, donde como resultado de la labor realizada, presentó un breve recorrido por la Historia de las Secciones Cónicas en las Matemáticas, desde sus orígenes. Su evolución en tiempos y malos (Oscurantismo) y buenos (Renacimiento) y mostrando siempre, como la inclusión de nuevas herramientas, promueven dicho avance, ya sea en el siglo XV con Descartes y sus coordenadas o en la actualidad con las TICs.

También concluyó que el abordaje de las secciones cónicas como lugar geométrico resulta apropiado para el nivel educativo en el que se pretende desarrollar teniendo en cuenta las indicaciones propuestas en los Diseños Curriculares. Además, afirmó que las actividades propuestas promueven la exploración por parte de los alumnos para encontrar otras propiedades de las secciones cónicas, como también permiten afianzar los conocimientos adquiridos durante la lección.

Para el caso de esta investigación, se puede destacar como aporte el tema específico de las secciones cónicas, las cuales en ocasiones suponen cierta dificultad para los estudiantes.

2.1.2 Antecedentes Nacionales.

La investigación perpetrada por (Calderón, 2013) titulada “*Propuesta metodológica para la enseñanza de las secciones cónicas en el grado decimo*” tuvo como objetivo estudiar algunas aplicaciones de la parábola, elipse e hipérbola a partir de procesos de modelación, conceptualización de las curvas como lugares geométricos y obtener la representación analítica.

En este estudio se ultimó que esta propuesta didáctica permite destacar que el modelo de Van Hiele aplicado en la enseñanza de las secciones cónicas le permite al estudiante efectuar un aprendizaje por medio de experiencias que previamente han sido construidas y revisadas por el docente para garantizar que los estudiantes con buena comprensión sobre la temática fortalezcan y

continúen potenciando su conocimiento y, a su vez, facilite la comprensión de los elementos geométricos a los estudiantes que tienen dificultades en el aprendizaje de la Trigonometría.

La experiencia permitió observar que cuando los profesores presentamos la temática abordada de forma tradicional exponiendo las cónicas como un “manejo” de propiedades y fórmulas, no apreciamos la riqueza que tenemos frente a nosotros en las aulas de clase ya que al aplicar este modelo de enseñanza nuestros estudiantes, con sus palabras, expresan las características que corresponden a cada lugar geométrico debido a los hallazgos que la experiencia les proporciona al trabajar con materiales elementales como la cuerda y el lápiz, la regla y el compás, o simplemente con el doblado de papel, descubren la parte axiomática.

Además, cada uno trabaja a su ritmo y no al ritmo del docente. El trabajado desarrollado en el aula de clase permitió observar una motivación de trabajo en el estudiante, observando diversión en el aula, pasar ratos más amenos donde se aprendía y se divertía; el aula se convirtió en una clase donde no hubo temor de comunicar los hallazgos a los compañeros o al docente a quien veían más como un guía del proceso educativo que como la persona que le debe dar una nota al saber si adquirió un conocimiento o no.

El aporte del trabajo citado, se torna bastante significativo, máxime si se tiene en cuenta que invita a los docentes a dejar atrás las metodologías tradicionales y aplicar estrategias novedosas que despierten el interés de los estudiantes, lo cual, según señala el autor, hace más amenas y divertidas las clases.

De otro lado, (Gutiérrez., 2012) realizó una investigación titulada “*Estudio de las aplicaciones de las cónicas mediado por la modelación desde una visión analítica*”, cuyo objetivo de llevar al aula situaciones problema tomadas de la realidad implica que el docente debe explorar ideas, utilizar recursos para integrar lo práctico y lo formal y sobre todo tener la disposición y actitud necesaria para sentirse bien, con el fin de que se cambie la idea sobre la clase de matemáticas, y con la realización de su estudio concluyó que los procesos de estructuración de la propuesta didáctica para la enseñanza de las cónicas, favoreció la comprensión de este tema a

través de la visualización, construcción, explicación y formalización de los aspectos gráfico y analítico de estas curvas geométricas.

En cuanto la revisión de los aspectos históricos que contribuyeron a la conceptualización que hoy se conoce de las cónicas, permitió observar la riqueza de los procesos de construcción de este conocimiento matemático que surge en el intento de dar solución a problemas irresolubles como la trisección de un ángulo y la duplicación del cubo que son de tan variada aplicación en ámbitos de la ciencia y la tecnología en esta época.

Sin embargo, llevando al aula situaciones problema tomadas de la realidad, implica a los docentes explorar ideas, la utilización de recursos, búsqueda de soluciones para integrar lo práctico y lo formal y sobre todo tener la disposición y actitud necesarias para querer hacerlo, sentirse bien haciéndolo y determinar lo pertinente para hacerlo, de tal manera que transforme la situación real en una situación de aprendizaje colaborativo, a medida que se apropia de recursos teóricos y prácticos que contribuyen al mejoramiento continuo de su desempeño como docente.

El aporte del trabajo citado se asimila desde la perspectiva del trabajo colaborativo, pues a partir de él, los estudiantes aprenden a compartir sus ideas, a respetar la opinión de sus compañeros y a trabajar en equipo, lo cual hace más significativo el aprendizaje.

2.1.3 Antecedentes Regionales.

En su tesis de maestría presentada para la Universidad Nacional de Colombia, titulada “*Propuesta metodológica para la enseñanza de las secciones cónicas en el grado décimo de la Institución Educativa Villas de San Ignacio de Bucaramanga*” (Calderon, 2013), presenta una forma de enseñar las secciones cónicas en un ambiente didáctico basado en que el estudiante aprenda haciendo. Por ello, presenta actividades para que el estudiante explore y descubra características de las figuras que él construye, en diálogo con sus compañeros y el docente, construya su propio conocimiento.

Para lograr dicho proceso empleó el modelo de Van-Hiele el cual se caracteriza al tener dos secciones, una de las cuales es descriptiva, en ella se observan niveles de razonamiento en los cuales el estudiante aumenta su capacidad de razonamiento matemático,

para avanzar en cada uno de ellos. La otra parte brinda a los maestros las pautas para que los estudiantes avancen de un nivel a otro, estas pautas se conocen como Fases de Aprendizaje.

El aporte del estudio citado a la presente investigación, se percibe desde el trabajo individual y grupal, el cual se evidencia en la constante interacción entre los estudiantes y los docentes; aspectos que hacen una contribución significativa al ambiente que debe reinar en el interior de las aulas de clase.

En su proyecto titulado *Resolución de problemas por medio de matemática experimental: uso de software de geometría dinámica para la construcción de un lugar geométrico desconocido*”, de la ciudad de Bucaramanga realizado por (Acosta, Mejía, & Rodríguez, 2011), llegaron a la conclusión de que el proceso de experimentación utilizando las herramientas del software Cabri Géomètre permite formular una conjetura sobre la forma del lugar geométrico solución del problema.

Algunas de las propiedades identificadas gracias a ese proceso experimental pudieron traducirse en argumentos deductivos para la demostración (construcción del punto F sobre $\longleftrightarrow AC$ que pertenece al lugar), pero otras no (el lugar es una circunferencia). Una segunda experimentación para buscar argumentos teóricos que apoyaran la conjetura permitió detectar otras propiedades que pudieron organizarse en forma deductiva, completando la demostración. La geometría experimental busca utilizar las ventajas de la representación informática de las figuras, para encontrar propiedades geométricas que permitan por una parte formular conjeturas, y por otra formular argumentos teóricos que las sustenten.

Pero el trabajo matemático no debe detenerse en la formulación de conjeturas razonablemente informadas, sino que debe buscar la formalización de los argumentos hasta lograr un razonamiento deductivo a partir de proposiciones aceptadas como verdaderas; es decir, una demostración. Sin embargo, los docentes de matemáticas sí pueden reproducir y comprender el proceso realizado, para adquirir una idea más clara de lo que significa la experimentación con software de geometría y su relación con los procesos de formalización matemática.

El aporte del trabajo citado a la presente investigación se evidencia desde la capacidad de argumentación que desarrollan los estudiantes por medio de este tipo de actividades, lo cual indefectiblemente lo lleva a un razonamiento deductivo; aspectos estos que contribuyen al desempeño académico de estos.

Por su parte (Parada, Rivera, & Urbina, 2015) , en su trabajo titulado “*Análisis del desempeño en resolución de problemas en estudiantes que hacen parte de un club de geometría*”, realizado en la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, concluyeron que los estudiantes del Nivel I, tradicionalmente adoptan varias estrategias de solución a un problema de construcción, enmarcadas por el tipo experimental y empírico; el software les permite combinar diferentes elementos, pero es el arrastre tipo test el que finalmente sirve de criterio para indicar si la solución es consistente.

Hay avance en el proceso de comunicación oral pero aún hay limitación a la hora de presentar una justificación en forma escrita. Además, afirmaron que los estudiantes del Nivel II son capaces de afrontar problemas que demandan una argumentación deductiva sin utilizar ejemplos o experimentación; al contar con un entrenamiento más amplio y un razonamiento lógico más avanzado (acorde a su edad) resultan ser más eficientes al momento de escribir una demostración deductiva, su actitud es más analítica que dependiente del uso del software. Y por otra parte afirmaron que los integrantes del Club han mostrado, en un período corto, avances importantes en el desarrollo del razonamiento matemático, la capacidad argumentativa, el pensamiento lógico, la actitud crítica y la capacidad de comunicación, elementos indispensables para un desempeño exitoso tanto a nivel competitivo como de su futuro profesional.

El aporte del trabajo citado a la presente investigación se percibe desde la perspectiva del desarrollo de los procesos comunicativos de los estudiantes, denotando de esta manera la transversalidad de las diferentes áreas del conocimiento con las matemáticas.

2.2 Marco Teórico

La estructura teórica del presente proyecto de investigación, se enmarcó en cuatro ejes fundamentales: la resolución de problemas y su creatividad aplicados a las matemáticas; algunos postulados sobre el aprendizaje, la metacognición como sustento pedagógico de la investigación y las secciones cónicas como objeto de conocimiento.

2.2.1 Resolución de problemas.

El término problema está muy desgastado en el contexto escolar pues se ha venido utilizando para hacer referencia a una amplia tipología de actividades que se proponen al alumnado con finalidades muy dispares. Algunos especialistas consideran que los problemas son ejercicios con un texto relacionado con la práctica, como un ejercicio construido con datos que corresponden a la realidad, con lo cual limitan el campo de los problemas solo a aquellos ejercicios que expresan mediante un texto una situación de la realidad en la cual hay un dato incógnito que deberá ser encontrado mediante las operaciones de cálculo correspondientes (Garcés, 2009).

Según (Cohen 1977) citado por (Perales, 1993), bajo el encabezamiento de resolución de problemas se reúnen tareas diversas, lo que ha causado en gran medida la dificultad de su interpretación teórica. No obstante, es necesario distinguir en primer lugar lo que se entiende comúnmente por problema y por su resolución. El «problema» podría ser definido genéricamente como cualquier situación prevista o espontánea que produce, por un lado, un cierto grado de incertidumbre y, por el otro, una conducta tendente a la búsqueda de su solución.

En la vida ordinaria se resuelve un problema para obtener un resultado; por el contrario, en el contexto escolar el resultado importa poco (a menudo es conocido) y sí lo hace la propia resolución (Dumas, 1987). La resolución de problemas» se utilizaría para referirse al proceso mediante el cual la situación incierta es clarificada e implica, en mayor o menor medida, la aplicación de conocimientos y procedimientos por parte del solucionador (Gagné, 1971).

Uno de los autores que más explícitamente ha hecho referencia a la importancia del papel de la resolución de problemas es (Schoenfeld, 1991 a 1992) citado por (Garcés, 2009), quien apunta la conveniencia no tanto de hablar de enseñar a resolver problemas, como de enseñar a pensar

matemáticamente, es decir modelizar, simbolizar, abstraer y aplicar ideas matemáticas en un amplio rango de situaciones.

Por su parte, (Mayer, 1986), utiliza indistintamente, a lo largo de su estudio, los términos pensamiento, cognición y resolución de problemas y lo hace sobre la base de la siguiente caracterización:

El pensamiento es cognitivo, pero se infiere de la conducta. Ocurre internamente y debe ser inferido indirectamente.

El pensamiento es un proceso que implica manipulación de, o establece un conjunto de operaciones sobre, el conocimiento.

El pensamiento es dirigido y tiene como resultado la “resolución” de problemas o se dirige hacia la solución.

Así, el pensamiento, según (Mayer, 1986), es lo que sucede cuando una persona resuelve un problema, es decir, produce un comportamiento que mueve al individuo desde un estado inicial a un estado final, o al menos trata de lograr ese cambio, llegando a definir directamente el pensamiento como resolución de problemas.

Mientras que (Ballester & al et, 1982), señala que un problema es un ejercicio que refleja, determinadas situaciones a través de elementos y relaciones del dominio de la ciencia o la práctica, en lenguaje común y exige de medios matemáticos para su solución. Se caracteriza por tener una situación inicial (elementos dados, datos) conocida y una situación final (incógnita, elementos buscados) desconocida, mientras que su vía de solución se obtiene con ayuda de procedimientos heurísticos.

La resolución de problemas matemáticos ha mantenido un doble lugar en la enseñanza como ámbito privilegiado para el desarrollo del pensamiento con el objetivo de que los alumnos sean buenos “resolución de problemas”, esto es, buenos pensadores y como objetivo más concreto, dirigido a que los alumnos sean capaces de resolver problemas (Garcés, 2009).

2.2.1.1 ¿Por qué es importante aprender a resolver problemas matemáticos?

Los problemas matemáticos constituyen un medio de construcción de nuevos aprendizajes, que adquieren significación en el momento que esos aprendizajes son útiles para resolver situaciones de la vida diaria. La resolución de problemas prepara para tomar decisiones y para enfrentarse a situaciones que representan la realidad y el entorno de los estudiantes. Permite aprender a argumentar, porque requiere explicar las razones por las que se siguieron determinados pasos para encontrar la solución, a la vez que se tiene la oportunidad de confrontar y comparar los procedimientos y resultados, con los de otros y así construir nuevos conocimientos. Es un medio de comunicación que facilita el intercambio de experiencias y sentimientos, favoreciendo las relaciones interpersonales (Quiñónez & Jhonson, 2012).

El regreso a lo básico, le daba mucha importancia al manejo de las operaciones fundamentales y procedimientos algorítmicos. Surgió como una respuesta inmediata a las deficiencias que el movimiento de las matemáticas modernas había dejado en los estudiantes. Sin embargo, el regreso a lo básico tampoco mejoró el aprovechamiento de los estudiantes, ya que aun cuando algunos estudiantes eran capaces de resolver operaciones, muchas veces no entendían el significado o sentido de las respuestas (Santos T. M., 1995)

Según (Vid & Trigo., 1997), se hace necesario complementar el desarrollo de las matemáticas a través de diferentes estrategias didácticas que le permitan al alumno a partir de situaciones problemas lograr un aprendizaje significativo de las mismas y no rutinario. Así, se menciona en el Plan y programas de estudio 1993: “...la orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento lógico matemático a partir de situaciones prácticas”. Se hace necesario que el alumno practique los procesos matemáticos resolviendo situaciones prácticas de la cotidianidad lo cual le permitirá adquirir habilidades en la resolución de problemas lógicos.

Una situación – problema, es definida por (Vega, 1992) como “aquella que exige que el que la resuelva comprometa en una forma intensa su actividad cognoscitiva. Es decir, que se emplee a

fondo, desde el punto de vista de la búsqueda activa, el razonamiento y elaboración de hipótesis, entre otras” (p. 15).

Del anterior planteamiento se deduce que la forma, la enseñanza de la resolución de problemas en la educación básica es rutinaria ya que se asignan ejercicios, más que problemas donde el estudiante los resuelve en forma mecánica. En otros casos, cuando realmente se trabajan situaciones problemáticas, como señala (Baroody, 1994), las mismas son extraídas de los libros en forma descontextualizada y, por tanto, alejadas de cualquier significado para los alumnos, debido a que los mismos en nada se asemejan con la realidad en la que están inmersos.

Según (Baroody, 1994), es más productivo trabajar en clase con “problemas genuinos”, los cuales exigen un análisis detallado para definir la incógnita, identificar los datos necesarios y decidir la estrategia a seguir para llegar a su resolución. En relación con lo anterior estos tipos de problemas, deben ser analizados para tener claridad en lo que se quiere conseguir con la resolución, lo que exige hacer un análisis para captar con exactitud el objetivo del mismo, de manera que el estudiante examine cuidadosamente la información que debe desechar y los datos que le sirvan.

Además, en problemas como éstos, los estudiantes requieren pensar para elegir la estrategia de solución más eficaz, pues, por sus características son factibles de aceptar diferentes vías de solución. Por esta razón, es importante que el docente oriente la enseñanza de la resolución de problemas a que el alumno pueda realizar suposiciones e inferencias, se le permite discutir sus conjeturas, argumentar, y por supuesto, equivocarse, (Baroody, 1994).

2.2.2 Aprendizaje.

El área de matemáticas se fundamentará en las teorías constructivistas de Jean Piaget, quién explica que el desarrollo del pensamiento es una función de dos amplios factores: La evolución o el desarrollo del organismo y la experiencia. Considera el desarrollo orgánico como un proceso de equilibrio, en la cual el organismo va gradualmente a través del tiempo adquiriendo mayor consistencia. David Ausubel, se ha interesado en la construcción práctica (Ramirez, 2011).

Para Vigotsky la actividad mental (percepciones, memoria, pensamiento, etc.) es la característica fundamental que distingue exclusivamente al hombre como ser humano. Esta actividad es el resultado de un aprendizaje sociocultural. En el caso del área de matemática en este aprendizaje influye los símbolos *aprendizaje descubrimiento aprendizaje mecanizado comprensivo* matemático y en general todos los tipos de señales que tienen algún significado definido socialmente. El desarrollo del pensamiento es, básicamente un proceso socio-genético: las funciones sociales tienen su origen en la vida social a partir de procesos biológicos simples que el niño posee al nacer. En el desarrollo de las temáticas se tendrán en cuenta estas teorías, ya que se basan en el desarrollo biológico del niño (a) inverso en el contacto que se tiene con su medio social, permitiéndole a través del desequilibrio, llegar al equilibrio en la formación del conocimiento (Ramirez, 2011).

2.2.2.1 Aprendizaje y motivación.

Uno de los aspectos más relevantes para que se dé el aprendizaje es la motivación y no hay duda acerca de que cuando esta no existe, los estudiantes no aprenden. No siempre hay ausencia de motivación; a veces, lo que se presenta es una inconsistencia entre los motivos del profesor y los del estudiante, o se convierte en un círculo vicioso el hecho de que éstos no estén motivados porque no aprenden

Al abordar la motivación y su relación con el aprendizaje, específicamente lo relacionado con darle a ésta una representación de doble vía, es necesario analizar los aspectos que inciden directamente en dicha relación. La motivación se constituye en el motor del aprendizaje; es esa chispa que permite encenderlo e incentiva el desarrollo del proceso. Según Woolfolk “la motivación se define usualmente como algo que energiza y dirige la conducta”. De esta manera, entra a formar parte activa del accionar del estudiante. Pero, su presencia o no, no puede atribuirse únicamente a las características personales del sujeto. Y es así como entran en juego las relaciones entre el alumnado y sus profesores uno de los aspectos fundamentales que incide directamente sobre la motivación (Ospina, 2006).

2.2.2.2 Estilos de aprendizaje.

El término estilos de aprendizaje ha sido definido por diferentes autores. Para (Keefe, 1979, citado por Kazu, 2009) los estilos de aprendizaje son características cognitivas, afectivas y psicológicas que los estudiantes usan como determinantes en alguna medida de su estilo de percepción, interacción y reacción; para (Dunn y Dunn, 1993, citados por Kazu, 2009), es una forma de obtener y procesar el conocimiento a partir de que los estudiantes se enfrenten con información nueva y difícil (Ortiz, 2013).

Por su parte (Schmeck, 1983, citado por Kazu, 2009) lo define como la tendencia de un estudiante para absorber una estrategia de aprendizaje especial independiente del medio ambiente, mientras que para Velasco (1996) son el conjunto de características biológicas, sociales, motivacionales y ambientales que una persona desarrolla para percibir, procesar, retener y acumular, información y que constituyen su particular modo de aprender y de procesar cognitivamente (Ortiz, 2013).

Con base en las definiciones anteriores, podemos concluir que cada persona tiene una manera muy particular de hacer determinadas funciones es decir puede tener un estilo de hablar, pensar o reír. Similarmente cuando se aprende algo el sujeto privilegia el estilo que más le acomode sobre otros y en un determinado momento puede combinar varios dependiendo de la complejidad de la tarea (Ortiz, 2013).

2.2.3 Metacognición.

Según (Baker, 1985) citado por (Curotto, 2010) afirma que la metacognición es el conocimiento sobre los propios procesos y productos cognitivos y también el conocimiento sobre las propiedades de la información, sobre los datos relevantes para el aprendizaje o cualquier cosa relacionada con procesos y productos cognitivos (Flavell, 1976) citado. (Curotto, 2010). Otros autores, relacionan la metacognición con el conocimiento sobre las capacidades cognitivas y la regulación de las mismas y sostienen que existe una dimensión metacognitiva en todas las estrategias.

Por su parte Flavell, 1976 citado por (Osses & Jaramillo, 2008), afirma que la metacognición, por un lado, se refiere “al conocimiento que uno tiene acerca de los propios

procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos y, por otro, “a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos, en relación con los objetos o datos cognitivos sobre los que actúan, normalmente en aras de alguna meta u objetivo concreto”. Así, por ejemplo, se practica la metacognición cuando se tiene conciencia de la mayor dificultad para aprender un tema que otro; cuando se comprende que se debe verificar un fenómeno antes de aceptarlo como un hecho; cuando se piensa que es preciso examinar todas y cada una de las alternativas en una elección múltiple antes de decidir cuál es la mejor, cuando se advierte que se debería tomar nota de algo porque puede olvidarse.

Desde la perspectiva de Carretero, (2001) citado por (Osses & Jaramillo, 2008), por una parte, se refiere a la metacognición como el conocimiento que las personas construyen respecto del propio funcionamiento cognitivo. Un ejemplo de este tipo de conocimiento sería saber que la organización de la información en un esquema favorece su recuperación posterior. Por otra, asimila la metacognición a operaciones cognitivas relacionadas con los procesos de supervisión y de regulación que las personas ejercen sobre su propia actividad cognitiva cuando se enfrentan a una tarea. Por ejemplo, para favorecer el aprendizaje del contenido de un texto, un alumno selecciona como estrategia la organización de su contenido en un esquema y evalúa el resultado obtenido (p.232).

2.2.3.1 La metacognición y las estrategias de aprendizaje.

En los últimos años y a la luz de los resultados arrojados por las investigaciones sobre la metacognición, se han desarrollado y diseñado métodos, programas, técnicas y estrategias sobre los aspectos fundamentales implicados en el aprendizaje, todos los cuales apuntan a lograr una mejora sustancial de los modelos de instrucción y de estudio (Chrobak, 2014).

A modo de ejemplo, se pueden enumerar los métodos más importantes: identificación de las ideas principales, subrayado, resumen, redacción escrita, comprensión, atención, memoria, apuntes, razonamientos, solución de problemas, enseñar a pensar, arte de preguntar, representaciones, etc. Esta separación de operaciones mentales se hace por necesidades propias de claridad de la exposición y necesidades de la investigación, pero es algo artificial, ya que la mente trabaja globalmente, sin desvincular unas acciones de otras. Por ejemplo, es difícil separar el pensar

del razonar y de la resolución de problemas, por lo que, por ejemplo, algunos programas diseñados para enseñar a aprender, pueden incluir ejercicios para desarrollar la memoria, la comprensión, u otros aspectos mentales (Chrobak, 2014).

Por su parte la estrategia es, en el campo de la literatura metacognitiva, lo que se refiere a las formas de trabajar mentalmente para mejorar el rendimiento del aprendizaje; o en otras palabras, se podría definir como el “conjunto de procesos cognitivos encuadrados conjuntamente en un plan de acción, empleados por un sujeto, para abordar con éxito una tarea de aprendizaje”, obviamente tanto la metacognición como las estrategias son en cierto modo indisociables, pero no obstante se refieren a dos conceptos diferentes. Con el objeto de clarificar en la medida de lo posible estas diferencias, resulta útil presentar una clasificación de las estrategias de aprendizaje, como la siguiente:

Atencionales	De codificación	Metacognitivas	Afectivas
	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Repetición ❖ Elaboración ❖ Organización ❖ Recuperación 	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Conocimiento del conocimiento ❖ Control ejecutivo 	

Al centrar los esfuerzos en identificar formas eficaces de aprender, la investigación sobre metacognición ha puesto de relieve la función autorreguladora de la misma, ya que las estrategias no son sino diferentes formas de ejercer la autorregulación del aprendizaje (Chrobak, 2014).

Los responsables de las funciones que integran el comportamiento inteligente se pueden separar en cuatro grupos, a saber: a) decidir cuál es la naturaleza del problema que hay que solucionar, b) formar una representación mental que guíe la ejecución de las estrategias, c) localizar la atención y otras operaciones mentales, d) observar los procesos de la solución (Chrobak, 2014).

Estos componentes del modelo de inteligencia coinciden esencialmente con la definición de metacognición y sus funciones, por lo que podríamos afirmar que el desarrollo inteligente puede

concebirse como el desarrollo de estrategias, de la metacognición y de la autodeterminación (entendiendo a la autodeterminación como la capacidad de aprender a desarrollarse a través del propio esfuerzo, en contraposición a la dependencia de guías externas, como padres o profesores). En otros términos, cuando hablamos de autorregulación, se hace referencia a la capacidad de aprender por uno mismo, a la autonomía y a la madurez mental que se logra con la enseñanza de estrategias (Chrobak, 2014).

De todo lo dicho, se puede concluir que es imperiosa la necesidad de enseñar estrategias metacognitivas para lograr cambios en el modelo de instrucción y en el modelo de aprender. Ese cambio empieza por la toma de conciencia de la necesidad de cambiar (Chrobak, 2014).

El cambio que sugiere a investigación metacognitiva empieza entonces por capacitar a los profesores para 1) tener una idea clara y concreta de lo que quieren que logre un alumno cuando le piden que haga una tarea determinada, 2) saber cómo debe trabajar el alumno para conseguir ese objetivo, 3) enseñarle a hacerlo y 4) tener recursos para comprobar que el alumno sabe hacer lo que le han solicitado (Chrobak, 2014).

Ante este panorama, parece imperativo implantar la enseñanza explícita de estrategias de aprendizaje, ya que resultaría poco razonable seguir pensando que el alumno que quiera aprender a estudiar pueda conseguirlo por sí mismo, dado que los datos han revelado que: (a) son muchos los que no lo consiguen (b) también los que lo consiguen pueden mejorar sus rendimientos (c) Si bien unos pocos pueden lograrlo muy bien, incluso para ellos se puede esperar un aumento en el nivel de eficiencia (Chrobak, 2014).

También se puede decir que tener buenas estrategias de trabajo no garantiza sin más un buen resultado, ya que un alumno puede saber estudiar y no querer hacerlo, pero esto no es lo que ocurre comúnmente y los resultados demuestran que el desarrollo metacognitivo es motivante por naturaleza (Chrobak, 2014).

2.2.4 Las cónicas.

Apollonius de Perga, en el siglo III a.C. fue el primero que las introdujo públicamente, escribiendo el más importante tratado antiguo sobre las secciones cónicas, aunque ya en el siglo anterior Menaechmus había escrito el primer tratado sobre cónicas. Lo que no es tan conocido es que el motivo que originó esta creación no fue precisamente el de explicar las órbitas de los planetas ni construir aparatos de radar, sino el de buscar soluciones solo con regla y compas de los tres famosos problemas griegos que hoy sabemos irresolubles, como son el de la duplicación del cubo, la trisección del ángulo y la cuadratura del círculo.

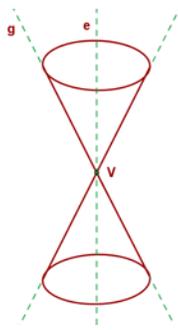
Durante muchos siglos, las cónicas fueron descartadas en los trabajos de los matemáticos hasta que volvieron súbitamente a la vida, al comprobarse que el mundo que nos rodea está lleno de secciones cónicas. En la elipse encontró Kepler la respuesta al enigma del movimiento planetario, descubriendo que el planeta Marte (ahora sabemos que al igual que el resto de los planetas) tiene orbitas elípticas y el sol está situado en uno de sus focos (de ahí el nombre dado a estos puntos).

En este descubrimiento Newton enunció la famosa ley de la gravitación universal; así el descubrimiento de Kepler se deduce como consecuencia matemática de dicha ley. También los satélites y los cometas tienen órbitas elípticas, de mayor o menor excentricidad, lo cual es en cierto modo providencial, pues si se tratara de hipérbolas o parábolas, no volverían a repetir su ciclo. Así mismo, Galileo demostró que las trayectorias de los proyectiles son parabólicas.

Con todos los aspectos abordados anteriormente, se puede afirmar, entonces, que el presente proyecto se suscribe dentro de un marco teórico que sustenta los objetivos planteados, además de la forma para cumplirlos desde la metodología que se plantea en el tercer capítulo.

2.2.4.1 Secciones Cónicas.

Una superficie cónica de revolución está engendrada por la rotación de una recta alrededor de otra recta fija, llamada eje, a la que corta de modo oblicuo.



Fuente. (Ditutor, 2015)

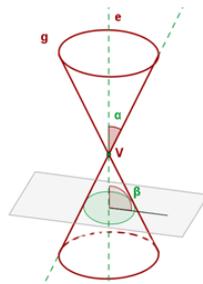
La **generatriz** es una cualquiera de las rectas oblicuas.

El **vértice** es el punto central donde se cortan las generatrices.

Las **hojas** son las dos partes en las que el vértice divide a la superficie cónica de revolución.

Se denomina **sección cónica** a la curva intersección de un cono con un plano que no pasa por su vértice. En función de la relación existente entre el **ángulo de conicidad (α)** y la **inclinación del plano respecto del eje del cono (β)**, pueden obtenerse diferentes secciones cónicas.

Elipse



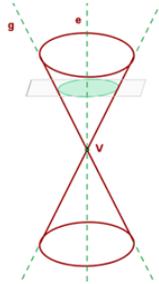
Fuente. (Ditutor, 2015)

La **elipse** es la sección producida en una superficie cónica de revolución por un plano oblicuo al eje, que no sea paralelo a la generatriz y que forme con el mismo un ángulo mayor que el que forman eje y generatriz.

$$\alpha < \beta < 90^\circ$$

La **elipse** es una curva cerrada.

Circunferencia



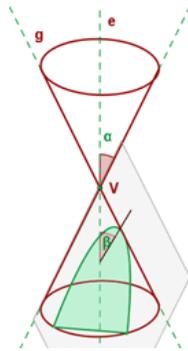
Fuente. (Ditutor, 2015)

La **circunferencia** es la sección producida por un plano perpendicular al eje.

$$\beta = 90^\circ$$

La **circunferencia** es un caso particular de elipse.

Parábola



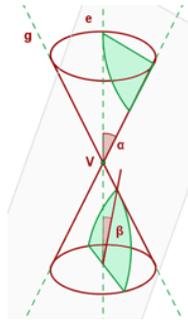
Fuente. (Ditutor, 2015)

La **parábola** es la sección producida en una superficie cónica de revolución por un plano oblicuo al eje, siendo paralelo a la generatriz.

$$\alpha = \beta$$

La **parábola** es una curva abierta que se prolonga hasta el infinito.

Hipérbola



Fuente. (Ditutor, 2015)

La **hipérbola** es la sección producida en una superficie cónica de revolución por un plano oblicuo al eje, formando con él un ángulo menor al que forman eje y generatriz, por lo que incide en las dos hojas de la superficie cónica.

$$\alpha > \beta$$

La **hipérbola** es una curva abierta que se prolonga indefinidamente y consta de dos ramas separadas (Ditutor, 2015).

Las secciones cónicas se pueden observar en la siguiente tabla, los elementos que tienen en común y sus diferencias.

	Círculo	Elipse	Parábola	Hipérbola
Ecuación (vértice horizontal):	$x^2 + y^2 = r^2$	$x^2 / a^2 + y^2 / b^2 = 1$	$4px = y^2$	$x^2 / a^2 - y^2 / b^2 = 1$
Ecuaciones de las asíntotas:				$y = \pm (b/a)x$
Ecuación (vértice vertical):	$x^2 + y^2 = r^2$	$y^2 / a^2 + x^2 / b^2 = 1$	$4py = x^2$	$y^2 / a^2 - x^2 / b^2 = 1$
Ecuaciones de las asíntotas:				$x = \pm (b/a)y$
Variables:	r = el radio del círculo	a = el radio mayor (= 1/2 la longitud del eje mayor) b = el radio menor (= 1/2 la longitud	p = la distancia desde el vértice al foco (o a la directriz)	a = 1/2 la longitud del eje mayor b = 1/2 la longitud del eje menor c = la distancia

		del eje menor) c = la distancia desde el centro al foco		desde el centro al foco
Excentricidad:	0		c/a	c/a
El relación al foco:	$p = 0$	$a^2 - b^2 = c^2$	$p = p$	$a^2 + b^2 = c^2$
Definición: es el conjunto de todos los puntos que cumple la condición...	la distancia al origen es constante	la suma del las distancias a cada foco es constante	la distancia al foco = la distancia a la directriz	la diferencia entre las distancias a cada foco es constante
Tópicos similares:	La sección geométrica sobre círculos			

Fuente: (Math. com, 2017)

2.3 Marco Legal

A continuación, se presentan algunos aspectos legales que sustentan el presente proyecto, lo cual permite inferir su importancia desde el punto de vista jurídico y su respaldo desde el mismo.

El Artículo 67 de la (Constitución Política de Colombia, 1991), se refiere al derecho a la educación, al acceso al conocimiento, a la ciencia, a la tecnología y a los de más bienes y valores de la cultura, así como la responsabilidad que tiene el estado, la familia y la sociedad con la educación.

Por su parte, la (Ley 15, 1994) en el artículo 31 menciona dentro de las áreas fundamentales de la educación media académica, la ampliación y profundización en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana;

En el artículo 77 menciona que las instituciones de educación formal gozan de autonomía para adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional.

En el artículo 91. Expresa que el educando es el centro del proceso educativo y debe participar activamente en su propia formación integral y que los establecimientos educativos incorporarán en el Proyecto Educativo Institucional acciones pedagógicas para favorecer el desarrollo equilibrado y armónico de las habilidades de los educandos, en especial las capacidades para la toma de decisiones, la asunción de responsabilidades, la solución de conflictos y problemas y las habilidades para la comunicación, la negociación y la participación

Por su parte, el decreto 1002 de 1984, deja ver los programas de matemáticas de la renovación curricular, cuya propuesta está basada en la teoría general de sistemas y estructura el currículo alrededor de cinco sistemas: numéricos, geométricos, métricos, de datos y lógicos.

Para las matemáticas, los lineamientos son publicados en 1998 y proponen la reorganización de las propuestas curriculares a partir de la interacción entre conocimientos básicos, procesos y contexto. Las propuestas curriculares para el área de matemáticas han transitado de una organización que enfatiza en los contenidos a una organización que enfatiza en el desarrollo de competencias, para lo cual la resolución de problemas en diversos contextos se considera un elemento esencial. Este tránsito ha sido propuesto en los documentos de política educativa más se tienen evidencias que indican que las nuevas formulaciones no han logrado ingresar, de manera contundente en las instituciones educativas y, por tanto, permear las prácticas de formación (Ministerio de Educación Nacional de Colombia , 2014).

El (MEN, 2006), en los Estándares básicos de competencias para matemáticas de decimo, menciona que el estudiante Identifica características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas, además de resolver problemas en los que se usan las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.

Se deben mencionar, además, Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), los cuales son entendidos como el conjunto de saberes dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje son planteados para cada año escolar de grado primero a grado once, en las áreas de lenguaje y matemáticas y están estructurados en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias. En ese sentido, plantean una posible ruta de aprendizajes para que los estudiantes. Los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular, debido a que estos son complementados por los enfoques, metodologías, estrategias y contextos que se den en los establecimientos educativos, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales y se concretan en los planes de área (Ministerio de Educación Nacional , 2015).

Capítulo III

3. Metodología

3.1 Tipo de Investigación

El presente proyecto está enmarcado dentro de la investigación cualitativa, la cual es definida como aquella que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable (Quecedo & Castaño, 2002).

Taylor, S.J. y Bogdan R (1986), citados por (Quecedo & Castaño, 2002), sintetizan los criterios definitorios de los estudios cualitativos de la siguiente manera: la investigación cualitativa es inductiva, entiende el contexto y a las personas bajo una perspectiva holística y es sensible a los efectos que el investigador causa a las personas que son el objeto de su estudio.

Por otra parte, manifiestan que el investigador cualitativo trata de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas, suspende o aparta sus propias creencias,

perspectivas y predisposiciones y que para él todas las perspectivas son valiosas (Quecedo & Castaño, 2002).

3.1.1. Investigación-acción educativa.

Este proyecto de investigación se desarrolló en el marco de la Investigación-acción educativa, la cual es utilizada para describir una familia de actividades que realiza el profesorado en sus propias aulas con fines tales como: el desarrollo curricular, su autodesarrollo profesional, la mejora de los programas educativos, los sistemas de planificación o la política de desarrollo. Estas actividades tienen en común la identificación de estrategias de acción que son implementadas y más tarde sometidas a observación, reflexión y cambio. Se considera como un instrumento que genera cambio social y conocimiento educativo sobre la realidad social y/o educativa, proporciona autonomía y da poder a quienes la realizan (Peña, 2011).

Según (Rincón, 1997) citado por (Vallín, 2007), la investigación – acción se revela como uno de los modelos de investigación más adecuados para fomentar la calidad de la enseñanza e impulsar la figura del profesional investigador, reflexivo y en continua formación permanente”. En tal sentido, se puede afirmar que los docentes deben estar en constante actualización e innovación sobre metodologías en pro de un mejoramiento continuo sobre su labor, lo cual ha de verse reflejado en el aprendizaje significativo que adquieran los estudiantes.

Por otra parte, Elliot, (1998) citado por (Rodríguez, y otros, 2010-2011), establece que “el objetivo fundamental de la investigación acción es mejorar la práctica antes que producir conocimiento”. Con referencia a lo anterior, se puede afirmar que de realizarse la práctica pedagógica utilizando metodologías que permitan al estudiante interesarse y comprender la importancia de las matemáticas, se logrará un fortalecimiento en el aprendizaje de resolución de problemas matemáticos.

Desde la misma perspectiva, Lomax, (1990) citado por (Rodríguez, y otros, 2010-2011) define la investigación-acción como «una intervención en la práctica profesional con la intención de ocasionar una mejora». La intervención se basa en la investigación debido a que implica una indagación disciplinada.

Kemmis, (1984) citado por (Rodríguez, y otros, 2010-2011), expresa que la investigación-acción no sólo se constituye como ciencia práctica y moral, sino también como ciencia crítica. Para este autor la investigación acción es una forma de indagación autor reflexiva realizado por quienes participan (profesorado, alumnado, o dirección, por ejemplo) en las situaciones sociales (incluyendo las educativas) para mejorar la racionalidad y la justicia de sus propias prácticas sociales o educativas, su comprensión sobre las mismos, y las situaciones e instituciones en que estas prácticas se realizan (aulas o escuelas, por ejemplo).

Si los docentes indagan con sus compañeros y reflexionan sobre su práctica docente y la forma en que se está realizando, si se han visto o no resultados óptimos, en qué se está fallando, qué se debe hacer para mejorar; esto es debido al interés de los docentes hacia los estudiantes, ya que se quiere realmente que ellos aprendan, se analiza el porqué de su desinterés por el estudio, el por qué su indisciplina, será qué que son los docentes los que están fallando? Al hacer estas críticas constructivas sobre el trabajo de los docentes y al mismo tiempo buscar soluciones sobre cómo mejorar la práctica profesional, el nivel de educación de los estudiantes, de seguro mejorarán notablemente los resultados del estudiante.

3.2 Proceso de la investigación

A continuación, se describe paso a paso el proceso seguido en el desarrollo del proyecto, que como se mencionó en la justificación, busca un cambio por parte de los docentes en la forma como se abordan las clases, dejando a un lado las clases tradicionales y magistrales, para transformar su práctica pedagógica hacia clases didácticas mediante metodologías activas, donde se utilicen diferentes actividades que motiven, despierten el interés y la curiosidad de los educandos por aprender y así darle viabilidad a su proyecto de vida.

3.2.1 Aplicación de prueba diagnóstica.

Con base en lo establecido en la investigación- acción, se partió de una prueba diagnóstica aplicada en el mes de agosto de 2016 (ver Anexo A), la cual se estructuró de la siguiente manera:

El instrumento constaba de 8 ítems, en el Ítem 1 y 2 se identificaron los conceptos sobre la circunferencia y sus partes, así como la solución de las ecuaciones.

Ítems 3 y 4 reconocieron los conocimientos de geometría con los sólidos como el cilindro, la geometría analítica y ubicación de las coordenadas en el plano cartesiano.

Ítems 5 y 6 utilizados para reconocer los conocimientos sobre la función cuadrática, su gráfica que tienen forma de parábola, los términos de dominio y rango de la función.

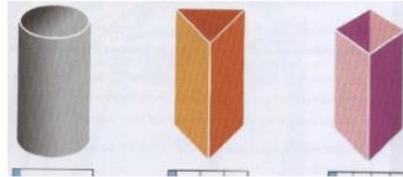
Ítems 7 y 8 sirvieron para determinar los presaberes que tiene los estudiantes sobre todas las clases de números que ha visto durante su recorrido en la etapa escolar y la ubicación en la recta. A continuación se puede observar un ejemplo de un ítem.

Figura 3. Ítems prueba diagnóstica

3. Una máquina que realiza cortes precisos para maquetas especializadas de diseño industrial, corto un cilindro por la mitad diagonalmente.

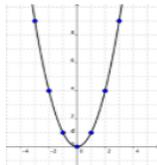


El cilindro quedo dividido en dos partes. ¿Cuál de los siguientes solidos corresponde a la parte derecha del corte del cilindro?



5. Una función cuadrática es toda función que pueda inscribirse de la forma $f(x)= ax^2+bx+c$ donde a, b y c son números reales, con la condición que $a \neq 0$. La grafica que nos muestran a

Continuación a que función pertenece:



- A. $F(x) = 2x^2$
- B. $F(x) = x^2$
- C. $F(x) = x^2 + 2$
- D. $F(x) = x^2 - 2$

6. Teniendo en cuenta la información anterior se puede afirmar que el dominio de la función Cuadrática es el conjunto de los números:

- A. R y el rango es el conjunto de los R^+
- B. R^- y el rango es el conjunto de los R
- C. R y el rango es el conjunto de los R
- D. R y el rango es el conjunto de los R^+

Fuente: Villamizar, C., 2017

Continuando con la secuencia de la investigación – acción se aplicó la estrategia didáctica de acuerdo con los siguientes proyectos de aula y sus correspondientes sesiones divididos así:

3 proyectos de aula, el primero con 2 sesiones, el segundo con cinco sesiones y el tercero con una sesión evaluativa final. Los objetivos y descripción de cada sesión, se describen a continuación.

3.2.2 Proyecto de aula 1.

Sesión 1

Se desarrolló durante la segunda y tercera semana de septiembre de 2016. Su objetivo fue conocer la historia de las secciones cónicas, cuales personajes realizaron su estudio y con qué áreas se relacionaban. La actividad constaba de dos sesiones; una, la observación de un video, y otra, realizaron una lectura y la compararon con el entorno. Las 8 preguntas diseñadas estuvieron estructuradas con base en las pruebas SABER, con el fin de conocer que conocimiento tenían los estudiantes en cuanto al tema, en la figura se puede observar un ejemplo de algunas de las preguntas.

Figura 4. Modelo pregunta prueba diagnóstica – sesión 1

1. ¿Cuáles fueron los aportes de estos personajes para la humanidad sobre las cónicas?

Fuente: Villamizar, C., 2017

Sesión 2

Su objetivo fue determinar las características de las secciones cónicas a través del cono, consistió en recordar el cono con sus partes, luego los estudiantes en hojas de block elaboraron cuatro conos donde se les indico los cortes que correspondía hacer a cada uno de ellos e ir reconociendo cada una de las cónicas, en la figura 4 se puede observar un ejercicio para determinar que cónicas se podrían ver.

Figura 5. Ejercicio para observar cónicas – sesión 2

Paso 1

Ubica la linterna sobre la cartulina y detalla qué cónica se observa. Luego aleja la linterna de la cartulina que cónicas observas escribe en tu cuaderno de apuntes. Ahora acerca la linterna la cartulina que cónica observa.

Apóyense en los resultados obtenidos con la actividad realizada en la que hallaron diferentes cónicas y con base en la información obtenida hasta el momento desarrollada en las actividades anteriores, se realiza una mesa redonda donde socialicemos lo aprendido hasta el momento.

En compañía de un compañero y apoyándote en los moldes que tu docente te facilitará, desarrolla los siguientes puntos:

- » Con ayuda de los moldes con forma de cono, realicen 4 conos de diferentes tamaños
- » Usando un cono, realiza un corte paralelo a la mesa en la que este apoyando el cono. Resalta la intersección del cono con el plano e indica qué cónica se obtiene.
- » Usando otro cono, realiza un corte perpendicular a la mesa. Resalta la intersección del cono con el plano e indica qué cónica se obtiene.
- » Usando un cono, realiza un corte diagonal que termine en la base del cono. Resalta la intersección del cono con el plano e indica qué cónica se obtiene.
- » Usando otro cono, realice un corte diagonal que no toque la base del cono. Resalta la intersección del cono con el plano e indica qué cónica se obtiene.
- » Enuncie lo que considere significativo para obtener una sección cónica degenerada.

Fuente: Villamizar, C., 2017

Ejercicio que realizaron los estudiantes con facilidad y a su vez les permitió observar fácilmente una cónica y por ende socializar posteriormente con sus compañeros todas las experiencias y opiniones referentes al tema.

3.2.3 Proyecto de aula 2

Sesión 3

Se aplicó durante la última semana de septiembre y la primera semana de octubre de 2016. Su objetivo fue reconocer la utilidad de los elementos con forma circular y hacer uso de ecuaciones para representar circunferencias ubicadas en el plano cartesiano, en esta sesión se observaron algunas imágenes que se fueron diseñadas teniendo en cuenta las circunferencias, después, los estudiantes respondieron preguntas acerca del entorno en el cual se encontraban, luego se les recordó conceptos sobre la circunferencia con sus partes. Como actividad elaboraron varias circunferencias con radios de diferentes medidas y se realizó retroalimentación.

Figura 6. Pregunta sobre la circunferencia - sesión 3

Observa detenidamente siguientes las imágenes y haciendo uso de diferentes tonalidades de colores, resalta las partes en las que consideres fue empleada una circunferencia.



Fuente: Villamizar, C., 2017

Sesión 4

Fue realizada durante la segunda y tercera semana de octubre de 2016. Su objetivo fue construir la concepción de circunferencia identificando sus características como lugar geométrico y hacer uso de ecuaciones para representar circunferencias ubicadas en el plano cartesiano. La actividad se dividió en dos partes: la primera con dos preguntas abiertas donde la mayoría de los estudiantes presentaron dificultades. Por lo cual se debió hacer un repaso del tema con el fin de poder continuar con la actividad.

Figura 7. Preguntas abiertas - sesión 4

¿Son útiles las circunferencias en el arte? Justifica tu Respuesta.

¿En qué contextos pueden resultar útiles las circunferencias? Justifica tu respuesta.

Fuente: Villamizar, C., 2017

En la segunda actividad se trabajó sobre la ecuación general para que los estudiantes analizaran y posteriormente contestaran las preguntas que el docente les realizó, lo cual se les dificultó, por lo tanto, en la semana siguiente se realizó un ajuste a la sesión y se hizo

retroalimentación, en la figura 7 se observa un modelo de la pregunta referente a la circunferencia para determinar si el estudiante tenía el concepto claro y así poder resolver una ecuación.

Figura 8. Reconocimiento de la circunferencia – sesión 4

Descripción de la circunferencia
 "Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro".



1. Teniendo en cuenta la definición construida anteriormente, responde las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuáles conocimientos previos, crees que se necesitarían para encontrar la ecuación que determina una circunferencia con centro en $C(h, k)$ dado y radio r , dado?

Fuente: Villamizar, C., 2017

Sesión 5

Se realizó durante la última semana de octubre y la primera semana de noviembre de 2016. Su objetivo fue identificar la noción de parábola como lugar geométrico y representar una parábola por medio de una ecuación canónica y general. En esta intervención se observaron unas obras arquitectónicas, posteriormente se les hizo algunas preguntas abiertas sobre los usos y aplicaciones de las parábolas, en la guía se presentaron los conocimientos sobre la definición, elementos, ecuaciones, canónica y general, con base en estos conceptos ellos solucionaron problemas y ejercicios, en la figura 8 se puede observar un ejercicio relativo al tema.

Figura 9. Reconocimiento de la parábola – sesión 5



Luego de ver estas imágenes y tener algo de idea de la forma de una parábola, responde:

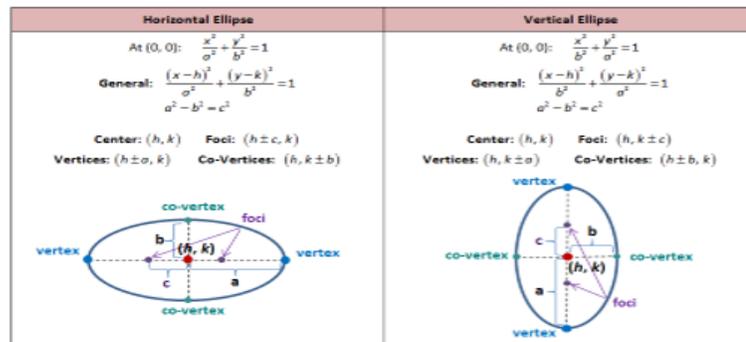
- a. ¿Qué piensas de estas imágenes y que usos se les pueden dar?

Fuente: Villamizar, C., 2017

Sesión 6

Se desarrolló durante la segunda semana de noviembre de 2016. Su objetivo fue describir la propiedad de reflexión de la elipse identificando su uso, representar la elipse reconociendo estrategias de construcción geométrica con regla y compas y hacer uso de ecuaciones para representar elipses en el plano cartesiano. La actividad se inició con un video sobre los diferentes usos de la elipse, allí se les presentó imágenes que ellos debían relacionar con la elipse, con sus elementos y ecuaciones, con base en lo anterior, desarrollaron problemas y ejercicios en los cuales iban socializando con el fin de aclarar dudas, un ejemplo de este ejercicios se puede observar en la figura 9, el desarrollo de la actividad tuvo un desempeño alto donde todos los estudiantes estuvieron atentos y participaron.

Figura 10. Reconocimiento de la elipse – sesión 6



Fuente: Villamizar, C., 2017

Sesión 7

Esta sesión se desarrolló durante la tercera semana de noviembre de 2016. Su objetivo fue construir la concepción de hipérbola identificando sus características, representando una hipérbola reconociendo estrategias de construcción geométrica con regla y compas, hicieron uso de ecuaciones para representar hipérbolas en el plano cartesiano. La sesión se dividió en dos partes, la primera fue ver dos videos sobre las aplicaciones de la hipérbola y respondieron algunas preguntas abiertas individualmente, en la segunda actividad se les presentó algunos conceptos de la cónica y la hipérbola, continuaron afianzado el tema realizando problemas y ejercicios. El desempeño de los estudiantes fue muy alto ya que ellos participaron, estuvieron muy atentos, hicieron preguntas sobre las dudas y se socializó con todos los compañeros.

Figura 11. Observa las imágenes donde se puede ver la hipérbola – sesión 7



Fuente: (Ministerio de Educación Nacional de Colombia , Colombia Aprende, 014)

3.2.4 Proyecto de aula 3 (Evaluación- postest).

Sesión 8

Figura 12. Modelo pregunta evaluación – sesión 8

8. Si en la ecuación se intercambia el lugar de los denominadores, se genera
- Otra hipérbola cuyo eje mayor es paralelo al eje y .
 - Otra hipérbola cuyo eje mayor es paralelo al eje x .
 - Una parábola cuya recta directriz es paralela al eje y .
 - Una parábola cuya recta directriz es paralela al eje x .

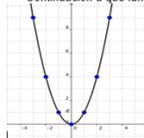
Fuente: Villamizar, C., 2017

Esta sesión se realizó durante la cuarta semana de noviembre de 2016. Su objetivo fue justificar el por qué la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola son lugares geométricos, representaron las secciones cónicas reconociendo estrategias de construcción geométrica con regla y compas e hicieron uso de ecuaciones para simbolizar las secciones cónicas en el plano cartesiano. La evaluación consistió en desarrollar 16 ítems elaborados con preguntas de tipo pruebas SABER. En la figura 11 podemos observar un ejemplo de estas preguntas.

3.2.5 Aplicación de la estrategia en el año 2017.

Al inicio del año lectivo 2017 por asignación académica en la institución se continuó con los estudiantes del grado 11A, ya que eran los que venía trabajando desde agosto del año anterior, en la última semana de enero y la primera semana de febrero se retomó el proceso de las intervenciones, se inició con la aplicación de la prueba diagnóstica, la cual estaba diseñada con ocho ítems a los cuales se les habían hecho las correcciones cuando fue aplicada en el mes de agosto cuando ellos estuvieron en el grado decimo. Se volvió aplicar la prueba diagnóstica y se realizó un análisis detallado de cada estudiante donde todavía se encontraron debilidades por lo tanto se procedió a realizar una retroalimentación, con base en las preguntas que trataban sobre la función cuadrática que tiene relación con la cónica la parábola, donde se les recordó la ley de los signos, ya que algunos estudiantes al desarrollar la función su grafica no era una parábola y quedaron confundidos.

5. Una función cuadrática es toda función que pueda inscribirse de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde a, b y c son números reales, con la condición que $a \neq 0$. La grafica que nos muestran a continuación a que función pertenece.



- A. $F(x) = 2x^2$
- B. $F(x) = x^2$
- C. $F(x) = x^2 + 2$
- D. $F(x) = x^2 - 2$

6. Teniendo en cuenta la información anterior se puede afirmar que el dominio de la función Cuadrática es el conjunto de los números:

- A. \mathbb{R} y el rango es el conjunto de los \mathbb{R}^+
- B. \mathbb{R}^+ y el rango es el conjunto de los \mathbb{R}
- C. \mathbb{R} y el rango es el conjunto de los \mathbb{R}
- D. \mathbb{R} y el rango es el conjunto de los \mathbb{R}^+

En la segunda y tercera semana de febrero se inició con el proyecto de aula 1 sección 1, el cual se realizó durante dos semanas por espacio de dos horas, su objetivo fue conocer la historia de las secciones cónicas, cuales personajes fueron los que realizaron el estudio y con qué áreas se relacionaron. Constaba de dos actividades, la primera se inició observando dos videos sobre la historia y aplicación de las secciones conicas, después se les entrego una guía que contenía una lectura sobre la historia, la realizaron de forma individual y en voz alta socializando con todos. Luego se procedió individualmente a responder unas preguntas basadas en los videos y en la lectura como se muestra en la imagen.

Responda:

1. ¿Cuáles fueron los aportes de estos personajes para la humanidad sobre las cónicas?

2. ¿Las figuras de forma cónica son cuerpos geométricos?

3. ¿Qué considera que es una figura de forma cónica?

4. ¿Cuál o cuáles fueron los problemas que dieron origen al estudio de las secciones cónicas?

5. Mencione las obras en las que se condensa el estudio de las secciones cónicas.

6. ¿En qué áreas necesitan de las secciones cónicas?

7. En un párrafo redacta la importancia que según tu experiencia, lo visto en los videos y lo leído en la lectura han tenido las secciones cónicas en el desarrollo de la arquitectura, la ingeniería y de nuestro entorno.

En la actividad dos presentada en la guía se les daba algunas imágenes del entorno que se relacionaban con cada una de las cónicas, debían recortarlas y pegarlas en sus cuadernos e ir comparando con otros objetos que estaban en su contexto, como actividad se les pedía averiguar otras imágenes que tuvieran relación con cada una de las cónicas. Estas son algunas de las imágenes que llevaron en la próxima clase.



En la cuarta semana de febrero se desarrolló el proyecto de aula 1, sesión 2, el objetivo de esta sección fue determinar las características de las secciones cónicas a través del cono, para la actividad uno debían traer una linterna y una cartulina negra de manera que cuando la linterna encendida la acercara a la cartulina ellos observaran que cónica se formaba y de la misma manera cuando se alejaba, terminada la actividad socializamos donde la mayoría de las respuestas se parecían. Continuamos con la actividad dos donde se les recordaba los elementos del cono y

realizaron la representación gráfica en cada uno de sus cuadernos, se hizo entrega a cada uno de los estudiantes de una hoja block para que dibujara cuatro conos con una medida de 10cm, los recortaran y unieran sus bordes para formar el cono, en la guía entregada se les indicaba los cortes que debían ir haciendo para encontrar cada una de las conicas. Se hizo la retroalimentación a la sesión debido a que unos estudiantes se les dificultó la elaboración y construcción de estos.



En la primera semana de marzo se desarrolló el proyecto de aula 2, sesión 3, cuyo objetivo fue reconocer la utilidad de los elementos con forma circular y hacer uso de ecuaciones para representar circunferencias ubicadas en el plano cartesiano, en esta sección los estudiantes observaron unas imágenes que habían sido diseñadas teniendo en cuenta las circunferencias, después respondieron algunas preguntas de que objetos utilizarían del entorno para realizar circunferencias muy grandes, se les recordó los conocimientos sobre la circunferencia con sus partes, como actividad elaboraron varias circunferencias con radios de diferente medida, se realizó retroalimentación ya que se tuvieron algunas dificultades en la elaboración de las circunferencias, como la utilización del instrumento para dibujarlas.

En la segunda y tercera semana de marzo se trabajó la sesión 4. Su objetivo fue construir la concepción de circunferencia identificando sus características como lugar geométrico y hacer uso de ecuaciones para representar circunferencias ubicadas en el plano cartesiano, la actividad 1 inicio entregándole a cada estudiante una guía individual para que respondieran dos preguntas abiertas tales como:

- a. ¿Cuáles conocimientos previos, crees que se necesitarían para encontrar la ecuación que determina una circunferencia con centro en $C(h,k)$ dado y radio r , dado? _____
 - b. ¿Cómo crees que se puede encontrar la ecuación que determina una circunferencia con centro en $C(h,k)$ y radio r , dado? _____
-

la mayoría de los estudiantes se les dificultó, por lo cual se debió hacer una retroalimentación para recordar los elementos de la circunferencia. En la actividad 2 se impartieron los conocimientos en la guía sobre la ecuación general con el fin de que analizaran y posteriormente respondieran algunas preguntas y los problemas que se presentaron sobre el entorno de nuestra institución, se les dificultó, por lo tanto la semana siguiente se volvió a retomar la sesión.

I. Selecciona la respuesta correcta, realice el proceso.



1. La glorieta del parque de Chitagá se encuentra sin iluminación pública, tiene un contorno que cumple con el lugar geométrico de una circunferencia de ecuación $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 100$. Los contratistas encargados del mantenimiento y reparación de la red eléctrica identificaron que el cableado que presenta fallas se encuentra ubicado espacialmente por la ecuación.
¿El cableado en que posición relativa con la circunferencia se encuentra?

A. $(-4, 4)$ $r = 10$
 B. $(4, -4)$ $r = 10$
 C. $(-4, -4)$ $r = 10$
 D. $(4, 4)$ $r = 10$

2. Al desarrollar la ecuación canónica del ejercicio anterior la ecuación general de la circunferencia es:

A. $X^2 + Y^2 - 8Y + 8X - 68 = 0$
 B. $X^2 + Y^2 + 8Y - 8X - 68 = 0$
 C. $X^2 + Y^2 + 8X + 8Y - 68 = 0$
 D. $X^2 + Y^2 - 8X + 8Y - 68 = 0$

En las dos últimas semanas de marzo se desarrolló la sesión 5, su objetivo fue identificar la noción de parábola como lugar geométrico y representar una parábola por medio de una ecuación canónica y general, en esta intervención observaron obras arquitectónicas, respondieron preguntas abiertas sobre los usos y aplicaciones de las parábolas, en la guía se les enseñaron los conocimientos sobre la definición, elementos, ecuaciones canónica y general con base a esos conceptos ellos solucionaron problemas y ejercicios.

En la primera semana y tercera de abril se desarrolló la sesión 6, su objetivo fue describir la propiedad de reflexión de la elipse identificando su uso, representar la elipse reconociendo estrategias de construcción geométrica con regla y compás y hacer uso de ecuaciones para representar elipses en el plano cartesiano. La actividad consistía en observar un video sobre los diferentes usos de la elipse, se les indicó algunas imágenes que ellos relacionaron con la elipse, después se le dieron los conceptos de la elipse con sus elementos y ecuaciones, con base en lo anterior desarrollaron algunos problemas y ejercicios en los cuales iban socializando y aclarando sus dudas, el desarrollo de la actividad tuvo un desempeño alto donde todos los estudiantes estuvieron atentos y participaron.

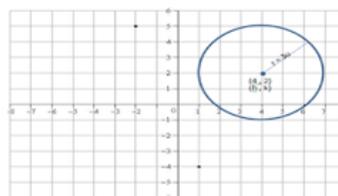
En la última semana de abril se desarrolló la sesión 7, la cual tuvo como objetivo construir la concepción de hipérbola identificando sus características, representar una hipérbola reconociendo estrategias de construcción geométrica con regla y compas, hacer uso de ecuaciones para representar hipérbolas en el plano cartesiano. La primera actividad fue ver dos videos sobre la construcción de una discoteca y el otro video las diferentes aplicaciones de la hipérbola con lo observado respondieron algunas preguntas abiertas individualmente, en la segunda actividad se le presentaron los conceptos de la hipérbola y posteriormente realizaron la solución de algunos problemas y ejercicios. El desempeño de los estudiantes fue muy alto ya que participaron, estuvieron muy atentos, realizaron preguntas y se socializó con todos los compañeros.

En la primera y segunda semana de mayo se desarrolló el proyecto de aula 3, sesión 8, sus objetivos fueron justificar por qué la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola son lugares geométricos, representaron las secciones cónicas reconociendo estrategias de construcción geométrica con regla y compás e hicieron uso de ecuaciones para representar las secciones cónicas en el plano cartesiano. La evaluación consistió en desarrollar 16 ítems elaborados con preguntas de tipo pruebas SABER dónde se pudo ver que todos los estudiantes realizaron su autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, sus desempeños fueron muy satisfactorios.

Figura 13. Modelo pregunta evaluación final - sesión 8

4. La ecuación general de la circunferencia que se muestra en la siguiente gráfica, está determinada por:

- A. $x^2+y^2-2x-2y-11=0$
- B. $x^2+y^2-8x-4y+11=0$
- C. $x^2+y^2-8x-4y-11=0$
- D. $-x^2-y^2-2x-2y-11=0$



Fuente: Villamizar, C., 2017

3.3 Población y Muestra

Una población está determinada por sus características definitorias. Por lo tanto, el conjunto de elementos que posea esta característica se denomina población o universo. Población es la

totalidad del fenómeno a estudiar, donde las unidades de población poseen una característica común, la que se estudia y da origen a los datos de la investigación (Tamayo & Tamayo, 1997).

Según (Tamayo & Tamayo, 1997), la población se define como la totalidad del fenómeno a estudiar donde la unidad de población posee una característica común la cual se estudia y da origen a los datos de la investigación” (p.114). Entonces, una población es el conjunto de todas las cosas que concuerdan con una serie determinada de especificaciones. Un censo, por ejemplo, es el recuento de todos los elementos de una población. La población es un conjunto de individuos de la misma clase, limitada por el estudio.

Cuando seleccionamos algunos elementos con la intención de averiguar algo sobre una población determinada, nos referimos a este grupo de elementos como muestra. Por supuesto, esperamos que lo que averiguamos en la muestra sea cierto para la población en su conjunto. La exactitud de la información recolectada depende en gran manera de la forma en que fue seleccionada la muestra (Tamayo & Tamayo, 1997).

Cuando no es posible medir cada uno de los individuos de una población, se toma una muestra representativa de la misma (Tamayo & Tamayo, 1997).

En cuanto (Arias, 2006) afirma que la población es un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes, para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación. Esta queda limitada por el problema y por los objetivos del estudio”. Es decir, se utilizará un conjunto de personas con características comunes que serán objeto de estudio.

Según (Arias, 2006) indica una serie de recomendaciones con respecto a la delimitación de la población, que son: La población objetivo debe quedar delimitada con claridad y precisión en el problema de investigación e interrogante) y en el objetivo general del estudio.

Para este caso, la población total fue de 80 estudiantes de la Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta del municipio de Chitagá

Por su parte, la muestra es definida por (Ludewig, 2010) , como un subconjunto de la población, que se obtiene para averiguar las propiedades o características de esta última, por lo que interesa que sea un reflejo de la población, que sea representativa de ella.

Para este caso, la muestra correspondió a 24 estudiantes del grado decimo Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta del municipio de Chitagá, discriminados en 12 mujeres y 12 hombres en edades de 16 a 18 años, un 75% provenían del sector urbano y un 25% del sector rural de las veredas de Bartaquí, Siagá, Burgua, los cuales presentaron estratos 1 y 2.

Sus hogares se caracterizaron en su mayoría, por tener a sus dos padres, con ingresos inferiores a un salario mínimo, quienes ejercían oficios de obreros en las fincas o en las obras de infraestructura desarrolladas en el municipio, otros estudiantes tenían padres trabajadores independientes que se dedicaban a la agricultura y ganadería, propietarios de pequeñas parcelas.

La mayoría de las madres eran amas de casa. Eran hijos de familias que promueven, la formación de personas con valores éticos y morales, que a su vez se fortalecen en la institución educativa y que se reflejan dentro de los diferentes ámbitos natural, social, cultural, económico, político y religioso. Son muy colaboradores, participativos en las actividades que desarrollaban en la IE. Los fines de semana ayudaban en cada uno de sus hogares.

3.4 Instrumentos para la recolección de información

Se entiende por Instrumento de Recolección de Información cualquier recurso de que pueda valerse el investigador para acercarse a los fenómenos y extraer de ellos información. De este modo el instrumento sintetiza en si toda la labor previa de la investigación, resume los aportes del marco teórico al seleccionar datos que corresponden a los indicadores y, por lo tanto, a las variables o conceptos utilizados (UDO, 2010). Para obtener la información se utilizaron los instrumentos que se mencionan y describen a continuación:

3.4.1 Instrumento Diario de Campo.

El diario de campo es un instrumento utilizado por los investigadores para registrar aquellos hechos que son susceptibles de ser interpretados. En este sentido, el diario de campo es

una herramienta que permite sistematizar las experiencias para luego analizar los resultados (Universidad Tecnológica de Pereira , 2017).

Para este caso, en el diario de campo se registraron todas las apreciaciones y observaciones durante el desarrollo de todas las actividades, por parte de la docente investigadora, en este punto es importante describir la estructura del mencionado diario de campo.

Encabezado: en el cual se consigna el nombre de la Institución, fecha en la cual se desarrolló la actividad y el nombre dicha actividad. Luego de este encabezado se ubica una tabla de 4 columnas:

Columna 1: Contexto y ampliación; se describe el lugar institucional en el cual se desarrolló la actividad, la población objeto de estudio de acuerdo con la actividad analizada así como los objetivos específicos de la actividad, la manera como contribuyen a alcanzar el objetivo principal del proyecto, el tiempo destinado, el espacio físico y otras características que se puedan mencionar al respecto.

Columna 2: Descripciones; se detallan las vivencias observadas y posteriormente se describen relacionándolas con el objeto de estudio.

Columna 3: Reflexión y análisis; se escriben todas las opiniones que llevan a comprender los hechos observados, interpretarlos de acuerdo con los fundamentos teóricos y argumentando así las vivencias observadas.

Columna 4: Anotaciones y categorías; se registran las ideas que se pueden sugerir en la institución para la aplicación de la estrategia, así como se recuerdan y subrayan las categorías de análisis presentes.

3.4.2 Instrumento Prueba Diagnóstica.

Con la cual se determinó el grado de conocimiento de los estudiantes respecto al tema de secciones cónicas. En la figura 10 se observa un ejemplo de esta prueba.

Figura 14. Modelo pregunta pretest

2. Resuelva la siguiente ecuación $3x + 4 = 2x - 10$ y selecciona la respuesta correcta.

- A. 5
- B. . 14
- C. -14
- D. -5

Fuente: Villamizar, C., 2017

3.5 Validación de Instrumentos.

Para obtener la información necesaria para la investigación se diseñó una prueba diagnóstica, un diario de campo donde se escribieron los comportamientos dentro del aula de clase del trabajo que realizaron los estudiantes en los diferentes proyectos de aula con las sesiones, con estos instrumentos se analizaron las destrezas o debilidades de los jóvenes de décimo grado para la resolución de problemas, los cuales se describen en detalle en los resultados del proyecto.

Todo instrumento de recolección de datos debe resumir dos requisitos esenciales: validez y confiabilidad; con la validez se determina la revisión de la presentación del contenido, el contraste de los indicadores con los ítems (preguntas) que miden las variables correspondientes, se estima la validez como el hecho de que una prueba sea de tal manera concebida, elaborada y aplicada y que mida lo que se propone medir (Corral, 2009).

La confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto, produce iguales resultados (Hernández, Fernández, & Baptista, 2007).

Por otra parte, es de aclarar que la validación de los Instrumentos utilizados en la investigación, fue realizada por la directora de tesis: Doctora Lenis Santafé, quien dio el aval para su utilización y aplicación.

3.6 Resultados y discusión

A continuación, se presentan en forma detallada los resultados obtenidos luego de la aplicación de los proyectos de aula, iniciando por las categorías y subcategorías y continuando con el análisis de los resultados, con sus respectivas observaciones y conclusiones, mediante el proceso de triangulación, este término se toma del uso de la medición de distancias horizontales durante la elaboración de mapas de terrenos o levantamiento topográfico, donde al conocer un punto de referencia en el espacio, éste sólo localiza a la persona en un lugar de la línea en dirección a este punto, mientras que al utilizar otro punto de referencia y colocarse en un tercer punto (formando un triángulo) se puede tener una orientación con respecto a los otros dos puntos y localizarse en la intersección (Patton, 2002).

3.6.1 Categorías y subcategorías.

La categoría, se refiere en general a un concepto que abarca elementos o aspectos con características comunes o que se relacionan entre sí. Esa palabra está relacionada a la idea de clase o serie. Las categorías son empleadas para establecer clasificaciones. En este sentido trabajar con ellas implica agrupar elementos, ideas y expresiones en torno a un concepto capaz de abarcar todo. Se podría decir que es una forma de clasificación de la que deriva otras unidades más pequeñas llamadas subcategorías (Romero, 2002).

Las categorías iniciales se describen en la siguiente tabla.

Tabla 1. Categorías iniciales

Categorías	Sub-Categorías	Descripción
Motivación	Interés	<p>El concepto de interés tiene diferentes sentidos en las diversas teorías psicológicas. Para Piaget, es algo diferente a voluntad y evolutivamente anterior a ella, mientras que para el psicoanálisis, está más vinculado con el egoísmo (interés del yo), en oposición al altruísmo o 'interés' por el otro (libido objetal). Más allá de estas acepciones, interés en general se puede definir como el comportamiento motivado por una meta apetecible. Si para un niño saber más no es una meta apetecible, no tendrá interés en estudiar (Cazau, 2003).</p> <p>Para el caso de la presente investigación, puede hablarse del interés que tiene el alumno por su propio aprendizaje o por las actividades que le conducen a él. El interés se puede adquirir, mantener o aumentar en función de elementos intrínsecos y extrínsecos. La motivación, tiene que ver con lo que el profesor hace para que los alumnos se motiven.</p>
	Estimulación	<p>La Estimulación Cognitiva se define como el conjunto de técnicas y estrategias que pretenden optimizar la eficacia del funcionamiento de las distintas capacidades y funciones cognitivas (percepción, atención, razonamiento, abstracción, memoria, lenguaje, procesos de orientación y praxias) mediante una serie de situaciones y actividades concretas que se articulan y estructuran en lo que se denominan “Programas de Estimulación” (García, 2008).</p>

		Para el caso de la presente investigación la estimulación se contempla por medio de recompensas, que despiertan en el individuo la motivación para realizar algo.
	Recursos	<p>Los recursos didácticos son aquellos materiales que sirven como mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del alumno, favoreciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje y facilitando la interpretación de contenido que el docente ha de enseñar (González, 2014).</p> <p>Los recursos didácticos, para este caso, son aquellos materiales o herramientas que tienen utilidad en el proceso educativo. Haciendo uso de un recurso didáctico, un educador puede enseñar un determinado tema a sus alumnos.</p>
Meta cognición	Pre saberes Aprendizaje Significativo	El proceso en el enfoque meta cognitivo se tuvo en cuenta los presaberes de cada uno de los estudiantes, desarrollando una pretest donde se pudo observar los conocimientos que tenían sobre cada una de las cónicas, trabajo individual, aprendizaje significativo dentro del entorno que él vive y fuera de él.

Fuente: Villamizar, C., 2017

Las categorías emergentes descritas a continuación nacen de los resultados:

Tabla 2. Categorías emergentes

Evaluación	Pre saberes	La evaluación educativa es más que un medio que sirve para juzgar, medir, sistematizar o investigar el proceso educativo; también la evaluación es diagnóstico, selección, jerarquización, comprobación, comparación, comunicación, formación, orientación y motivación.
	Aprendizaje significativo	
	Cónicas	

Fuente: Villamizar, C., 2017

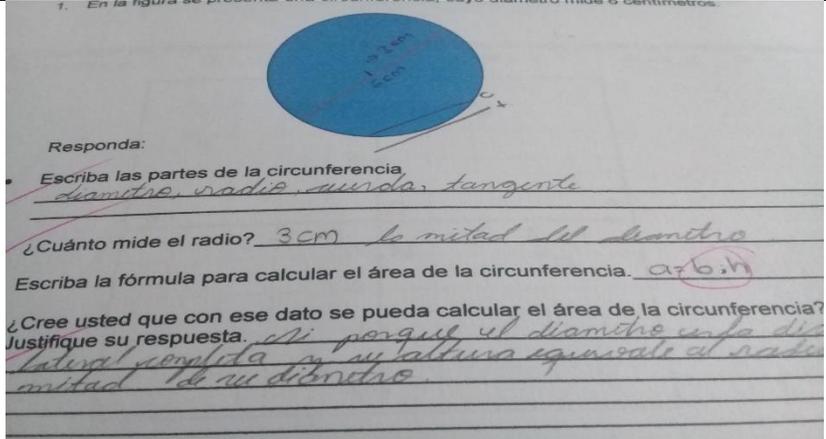
Tabla 3. Categorías definitivas

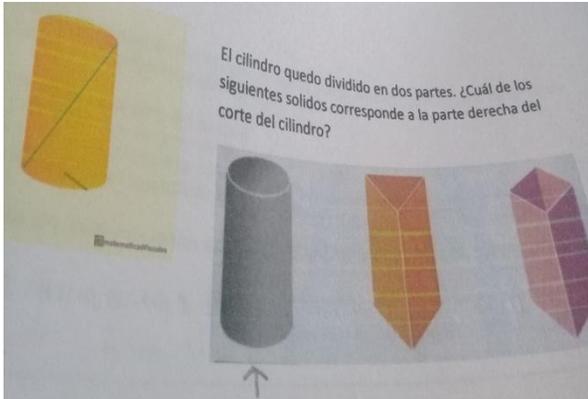
A continuación se relacionan las categorías definitivas:

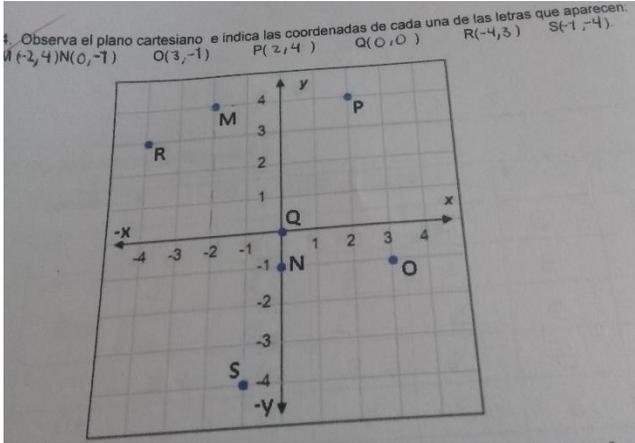
Categorías	Sub-Categorías	Descripción
Motivación	Interés	Es el interés que tiene el alumno por su propio aprendizaje o por las actividades que le conducen a él. El interés se puede adquirir, mantener o aumentar en función de elementos intrínsecos y extrínsecos. La motivación, tiene que ver con lo que el profesor hace para que los alumnos se motiven.
	Estimulación	La estimulación se contempla por medio de recompensas o también llamados estímulos, que despiertan en el individuo la motivación para realizar algo.
	Recursos	Los recursos didácticos, por lo tanto, son aquellos materiales o herramientas que tienen utilidad en un proceso educativo. Haciendo uso de un recurso didáctico, un

		educador puede enseñar un determinado tema a sus alumnos.
Meta cognición	Pre saberes Aprendizaje Significativo	El proceso en el enfoque meta cognitivo se tuvo en cuenta los pres saberes de cada uno de los estudiantes, desarrollando una pretest donde se pudo observar los conocimientos que tenían sobre cada una de las cónicas, trabajo individual, aprendizaje significativo dentro del entorno que él vive y fuera de él.
Evaluación	Pre saberes Aprendizaje significativo	La evaluación educativa es más que un medio que sirve para juzgar, medir, sistematizar o investigar el proceso educativo; también la evaluación es diagnóstico, selección, jerarquización, comprobación, comparación, comunicación, formación, orientación y motivación.

Fuente: Villamizar, C., 2017

		 <p>Los E2, E5, E11, E14 contestaron las preguntas de las partes de la circunferencia y la medida del radio las otras dos las dejaron en blanco. Todos los demás estudiantes no respondieron el ítem con sus cuatro preguntas, en blanco de lo cual se infiere que no tienen en cuenta sus pres saberes.</p>		
	<p>2.</p>	<p>Este ítem se pedía resolver una ecuación desarrollando el proceso para así seleccionar la respuesta correcta, la mayoría de los estudiantes desarrollaron la ecuación y llegaron a la respuesta correcta, los E16, E18 y E19 no acertaron la respuesta debido a que en el desarrollo la operación no fue la indicada porque fallaron en los signos. Se evidenció que la mayoría de los estudiantes acertaron, realizaron los procesos y así justificaron su respuesta.</p>	<p>En este ítem se vio que los estudiantes recordaron sus pres saberes sobre la solución de ecuaciones y con una</p>	<p>La mayoría de los estudiantes llegaron a la respuesta correcta donde se evidenció que tenían muy</p>

				justificación llegaron a la respuesta correcta.	claro el conocimiento sobre solución de ecuaciones.
3.	Este ítem todos los estudiantes respondieron al azar el cual la respuesta fue incorrecta, el cual trataba sobre los conocimientos de geometría donde se les decía que debían debía cortar un cilindro por la mitad diagonalmente, el cilindro quedaba dividido en dos partes de las figuras que se mostraban cual era la correcta, por lo tanto se concluyó que los estudiantes no recordaron ese conocimiento.		La mayoría de los estudiantes no acertaron la respuesta correcta, ya que no recordaron sus conocimientos de geometría.	La mayoría de los estudiantes respondieron al azar quedando la respuesta mal, se evidencia que no se acuerdan de los conocimientos sobre la solución de sólidos.	
4.	Se presentó un plano cartesiano con diferentes letras donde se les pedía ubicar las coordenadas a cada una de las letras, la respuesta en la ubicación fue la correcta, se puede ver que todos los		Se observó que los estudiantes tienen	Todos los estudiantes acertaron en la	

		<p>estudiantes tienen muy bien definidos los conocimientos sobre la ubicación en el plano cartesiano ya que es muy importante para el desarrollo del tema que vamos a tratar.</p> 	<p>conocimiento acerca del plano cartesiano, ubicación de coordenadas y ejes.</p>	<p>respuesta, lo cual se puede evidenciar que ubican correctamente las coordenadas y ejes en el plano cartesiano y tienen muy bien definido el pre saber del plano cartesiano.</p>
	<p>5.</p>	<p>En este ítem se dio la definición de la función cuadrática y se mostró la gráfica que se relaciona con la cónica de la parábola, los estudiantes debían relacionar la gráfica con la función. Las respuestas de los estudiantes E21, E8, E20, E3, fueron acertadas porque seleccionaron la función que correspondía a la gráfica dada. Los demás estudiantes respondieron equivocadamente lo</p>	<p>La mayoría de los estudiantes no acertaron la respuesta correcta, ya que no tuvieron en</p>	<p>La mayoría de los estudiantes respondieron al azar quedando la respuesta</p>

			que se evidencia que la respuesta fue al azar sin tener en cuenta los conocimientos del grado noveno.	cuenta sus conocimientos adquiridos en el grado noveno.	equivocada, se evidencia que no recuerdan los conceptos de la gráfica de la función cuadrática.
		6.	Para responder este ítem, los estudiantes debían tener en cuenta la información del ítem anterior, los Estudiantes E8, E12, E18, E24, E23, E15, E4, E6, E22, E1, E9, E14 seleccionar la respuesta correcta sobre el dominio y rango de la función cuadrática, los demás estudiantes no acertaron la respuesta lo se observó que la mitad de los estudiantes acertaron y la otra mitad respondieron al azar sin tener en cuenta la información dada, todavía se percibe que algunos de ellos responden sin analizar lo que les preguntan.	La respuesta se ve divide equilibradamente en dos: los que acertaron y los que responden al azar, falta concientización por parte de algunos de ellos.	La mitad del grupo acertó la respuesta y la otra mitad de respondieron al azar, se evidencia que no recuerdan los temas.
		7.	Este ítem consistió en que se les daban unos números reales y debían trazar la recta numérica ubicarlos y establecer relación de orden entre ellos. Se pudo ver que los estudiantes E4, E18, E8, E13, E21, E3, E17 realizaron el proceso como se indicó y su	Se observaron tres respuestas diferentes: los que realizaron el	La mitad de los estudiantes ubicaron correctamente

		<p>respuesta fue acertada, los estudiantes E16, E19, dejaron el ítem en blanco y los demás estudiantes realizaron la recta numérica pero la ubicación de los números fue incorrecta, les faltó un poco de concentración para el desarrollo adecuado.</p>	<p>proceso correctamente, otros dejaron en blanco y los que respondieron al azar ubicando los números reales donde ellos creían que era.</p>	<p>y relacionaron como se les indicaba, los demás respondieron al azar quedando la respuesta mal, y otros dejaron en blanco, se evidencia la falta de seriedad al responder la prueba.</p>
	8.	<p>Consistió en completar una tabla con las diferentes clases de números, se observó tres formas de responder el ítem: los estudiante E4, E3, E8, respondieron acertadamente la tabla y responden las cuatro preguntas argumentado que la prueba les había parecido fácil aunque había fallado en algunos temas. Los</p>	<p>La mayoría de los estudiantes dejaron este ítem en blanco</p>	<p>La mayoría de los estudiantes dejaron en blanco y argumentaron</p>

Estudiantes E22, E6, E15, E24, E12, E20, E21 respondieron la tabla pero no fue acertada lo que quiere decir que no tuvieron en cuenta sus pre saberes sino que respondieron al azar y en las preguntas argumentan que fue una prueba muy difícil porque habían temas que no los recordaban. Los demás estudiantes dejaron la tabla en blanco y en las preguntas respondieron que era una prueba muy difícil. Se puede concluir que la gran mayoría de los estudiantes no desarrollaron el ítem porque no tuvieron en cuenta su pre saberes ya que las diferentes clases de números se han trabajado desde su nivel de primaria y secundaria.

justificando que no recordaban.

que era una prueba difícil ya que no recordaron los temas que se preguntaban.

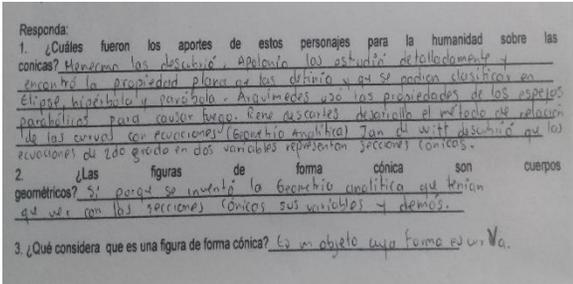
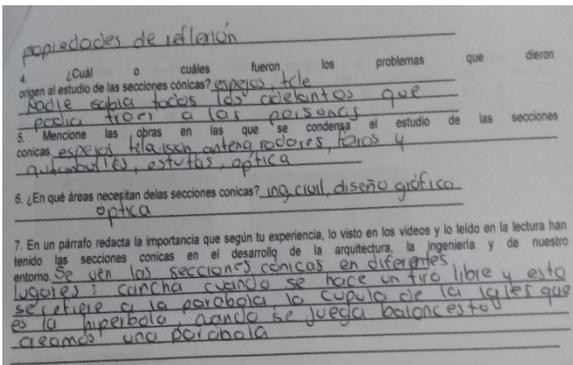
Números	N	Q	II	Z	R	C
-10	☒	☒	☒	☒	☒	☒
-4/7	☒	☒	☒	☒	☒	☒
$\sqrt[3]{0,001}$	☒	☒	☒	☒	☒	☒
8	☒	☒	☒	☒	☒	☒
$\sqrt{16}$	☒	☒	☒	☒	☒	☒
$\sqrt{-81}$	☒	☒	☒	☒	☒	☒
-3,45	☒	☒	☒	☒	☒	☒

Responda:

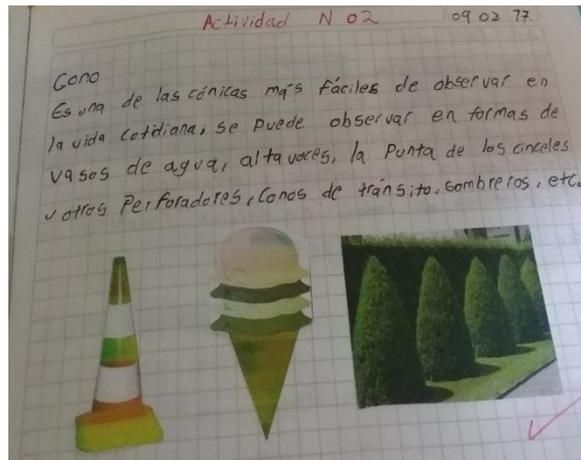
- > ¿Qué simboliza la letra II en matemáticas? IRACIONAL
- > ¿Cómo le pareció esta prueba diagnóstica? Fácil o difícil. porque. mmm fácil aunque se le dificultaron algunas cosas pero bueno
- > ¿Cuál ejercicio le cambiaría a la prueba? Proponga. el cambiaría el de la)
- > cilindros no se reconocía o no se entendió el objetivo.

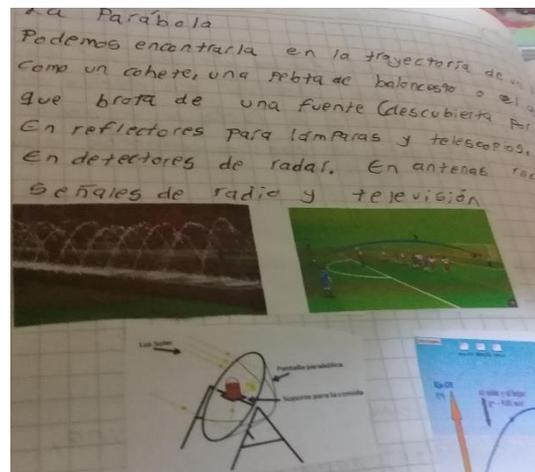
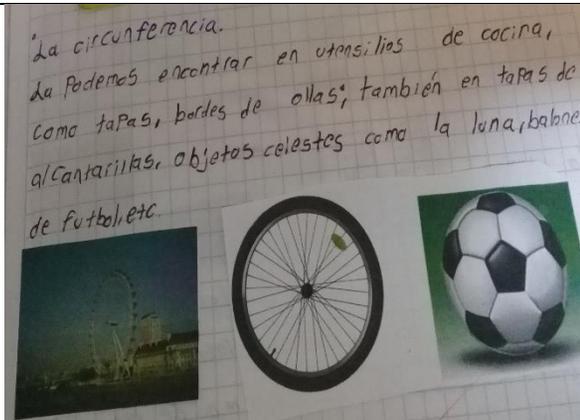
3.6.3 Análisis y Resultados de los proyectos de aula

Categorías	Subcategorías	Sesión	Análisis	Observaciones	Conclusiones
MOTIVACION	<p>Interés</p> <p>Estimulación</p> <p>Recursos</p>	<p>1.</p> <p>Introducción a las cónicas</p>	<p>Se inició la clase con la proyección de dos videos sobre “La historia de las cónicas” y “secciones cónicas” , después de haberlos visto se le entregó a cada estudiante una lectura individual que trataba sobre la historia de las cónicas donde debían leer mentalmente teniendo en cuenta un tiempo de cinco minutos, luego se dio las indicaciones de realizar la lectura en voz alta donde se le decía cual estudiante debía leer hasta que encontrara punto y así se continuaría hasta terminarla, se inició con el E1, E24, E3, E10, E15, E21, E2, E9, E23, E4, E18, E8, E16, E5, E12, E7, E11, E22, E13, E17, E19, E6, E14, terminada la lectura se hicieron comentarios donde ellos decían que les había parecido muy chévere los videos ya que les mostraban las diferentes aplicaciones de las cónicas y que algunas existían en la</p>	<p>La actividad desarrollada sirvió para que los estudiantes reflexionaran sobre la importancia de las secciones cónicas en nuestro entorno y ver los diferentes usos que tienen en cada una de las áreas de aplicación.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes estuvieron muy motivados observando los videos, hicieron la lectura y desarrollaron las preguntas de forma individual donde se puede ver que esta sesión les gustó mucho por la manera como la desarrolló.</p>

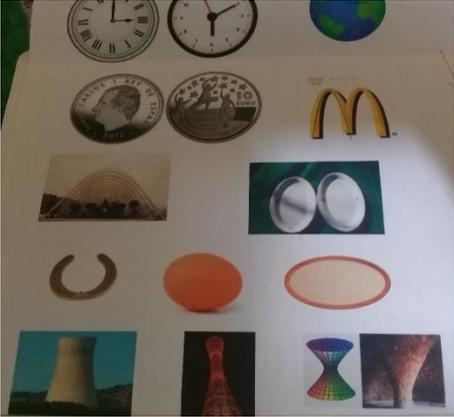
<p>META COGNICIÓN</p>	<p>Pre saberes</p> <p>Aprendizaje significativo</p>		<p>institución. Teniendo en cuenta los videos observados y la lectura procedieron individualmente a responder algunas preguntas planteadas como:</p>   <p>Todos los estudiantes respondieron las siete preguntas lo que se puede evidenciar que fue una actividad motivante y se logró un aprendizaje significativo en algunas de sus respuestas escribieron que habían visto</p>		<p>Cónicas</p>
---------------------------	---	--	--	--	----------------

muchas obras pero no sabían que se conocían también como cónicas y la relación que tenían con otras áreas. Terminada la actividad 1 se procedió a desarrollar la actividad 2 cada estudiante tenía su guía la cual consignaba en su cuaderno los apuntes referente a cada cónica y la relacionaba con las imágenes recortaba y pegaba como podemos evidenciar:





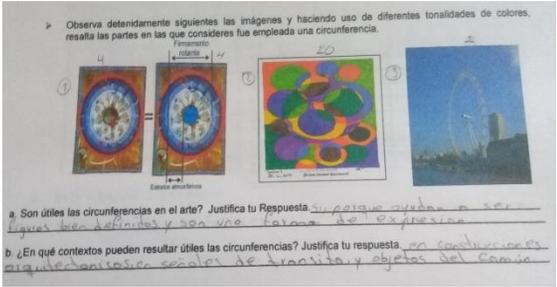
Con estas dos actividades desarrolladas en esta sesión, los estudiantes reconocieron e identificaron la historia de las cónicas, quienes las estudiaron y con cuales objetos del entorno se relacionaban cada una de ellas,

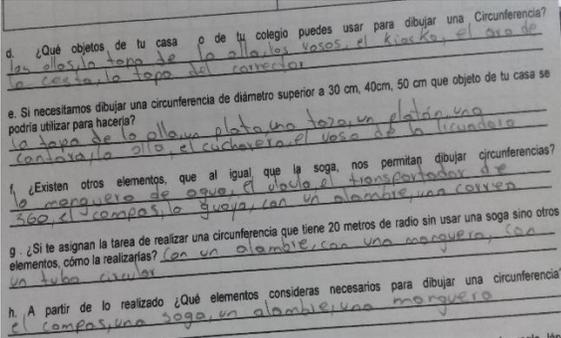
EVALUACIÓN	Pre saberes Aprendizaje significativo Cónicas		<p>así como su relación con cada una de las diferentes áreas del conocimiento. La evaluación se realizó teniendo en cuenta el desarrollo de las dos actividades mediante la observación, trabajo individual y el entusiasmo además se les dejó de consulta otras imágenes sobre las diferentes cónicas, donde todos cumplieron.</p> 		
------------	---	--	---	--	--

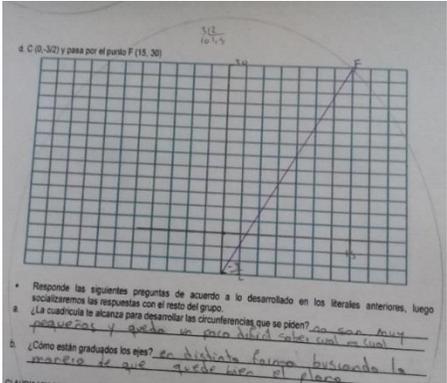
<p>MOTIVACION</p> <p>META COGNICIÓN</p>	<p>Interés</p> <p>Estimulación</p> <p>Recursos</p> <p>Pre saberes</p> <p>Aprendizaje significativo</p> <p>Cónicas</p>	<p>2.</p> <p>Introducción a las cónicas.</p>	<p>Esta sección se inició diciéndoles a los estudiantes si ellos habían traído la linterna la cual contestaron que sí, se les entrego una cartulina y la guía con la actividad 1 donde les indicaba que debían hacer. Los estudiantes acercaban y alejaban la linterna de la cartulina, observaban y respondieron las preguntas que al acercar la linterna a la cartulina se formaba una CIRCUNFERENCIA y cuando se alejaba la linterna de la cartulina se formaba una ELIPSE. Se realizó la socialización de lo que ellos habían observado y como les había parecido. Al desarrollar esta actividad se pudo evidenciar el gusto de los estudiantes por las actividades prácticas. Se continuó con la actividad 2 donde se les recordaba la figura geométrica del cono con sus partes después se les indico que debían dibujar en sus cuadernos de apuntes un cono de 10 cm de ancho y 10 cm de alto dejando $\frac{1}{2}$ cm de</p>	<p>La sesión presentada en el momento pedagógico hace que el estudiante vea la importancia de las secciones cónicas impartidas para la resolución de problemas de nuestro entorno.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes le dio mucha importancia a la clase ya que estuvieron motivados realizando los conos y analizando sus cortes e intercambiando opiniones con sus compañeros.</p>
---	---	--	---	--	--

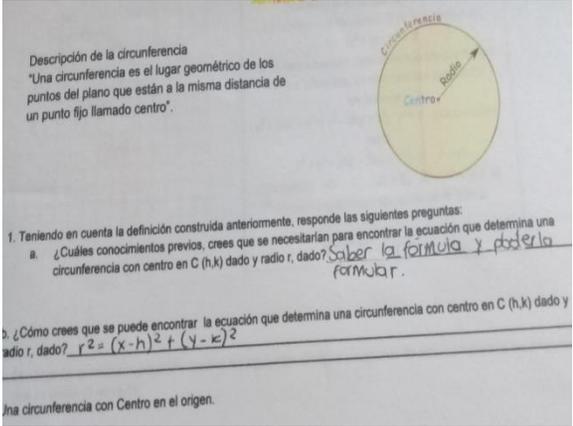
pestaña por ambos lados para luego pegarlos, cuando terminaron de hacerlo se les repartió una hoja de block individual cada estudiante debía hacer cuatro conos de 10 cm para realizar los cortes que le indicaban en la guía. Todos hicieron los cuatro conos realizaron los cortes en forma paralelo, en forma diagonal, perpendicular y otro corte en forma diagonal del cual concluyeron que se formaron las cuatro cónicas, lo cual se puede evidenciar en las imágenes.



			 <p>Por lo tanto se puede concluir que cuando las clases son más prácticas los estudiantes están motivados, demuestran interés y se realiza un aprendizaje significativo.</p>		
<p>MOTIVACION</p>	<p>Interés Estimulación Recursos</p>	<p>3 Descripción de la circunferenci a</p>	<p>Se inició la clase entregándoles la guía de trabajo a los estudiantes, en la primera actividad debían observar unas imágenes y responder individualmente tres preguntas como se evidencia en la imagen,</p>  <p>Todos los estudiantes respondieron las tres preguntas aunque en la pregunta c hubieron</p>	<p>El tiempo no alcanzaba, se debía extender para la siguiente semana ya que no se alcanzaba a desarrollar y cada uno de los estudiantes debía realizar su guía.</p>	<p>Todos los estudiantes realizaron las actividades cumpliendo con las indicaciones acordadas, les gustó mucho la sección ya que era muy práctica.</p>

<p style="text-align: center;">META COGNICIÓN</p>	<p style="text-align: center;">Pre saberes Aprendizaje significativo Cónicas</p>		<p>respuestas diferentes en cuanto al número de circunferencias que se presentaban en las imágenes. De la cuarta pregunta a la octava se hacían preguntas como:</p>  <p>Se les dio cinco minutos para que respondieran y luego socializaron sus respuestas, fueron muy similares como se ve en la imagen. Luego con la ayuda del compás dibujaron una circunferencia donde cada estudiante con los pres saberes que tenía recordó las partes de la circunferencia y procedieron a dibujarla en la guía donde ellos le dieron valores al radio de 3cm, 4cm, 5cm, 7cm. La actividad 1 terminó opinando sobre las obras que estaban dentro del entorno y</p>		
---	---	--	---	--	--

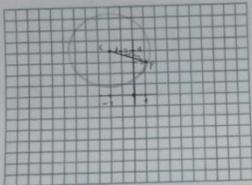
Evaluación	Pre saberes Aprendizaje significativo Cónicas		<p>que tenían forma de circunferencia el cual respondieron la cúpula de la iglesia, la glorieta del parque, los kioscos pequeños que están en la sede de la IE, el centro de la cancha de baloncesto. La clase se terminó pero como nos faltaba la actividad 2 se quedó que en la próxima clase se continuaba.</p> <p>La actividad 2 era muy práctico ya que los estudiantes dibujaron circunferencias teniendo en cuenta los radios que les indicaba la guía como se muestra en la imagen.</p>  <p>Esta sesión se evaluó con la observación directa, la forma como los estudiantes recordaron las partes de la circunferencia, el</p>		
------------	---	--	---	--	--

			<p>interés, motivación y el aprendizaje que lograron, como actividad complementaria se les dejo para que elaboraran unos planos y dibujaran las circunferencias de diferente radio.</p>		
<p>MOTIVACION</p> <p>META COGNICIÓN</p>	<p>Interés</p> <p>Estimulación Recursos</p> <p>Pre saberes Aprendizaje significativo</p> <p>Cónicas</p>	<p>4.</p> <p>Descripción de la circunferencia</p>	<p>Se inició la clase recordando la circunferencia, hubieron diversas definiciones de los estudiantes hasta llegar a la definición, después se les entrego la guía de trabajo teniendo en cuenta la definición que se había socializado se hizo la comparación.</p> 	<p>El desarrollo de estas actividades es muy bueno ya que los estudiantes intercambian ideas con sus compañeros y se realiza un aprendizaje significativo.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes realizaron las actividades con entusiasmo, se les vio muy motivados.</p>

En la guía individual se les dio la información de cómo se hallaba el radio donde ellos la analizaron y cuando ya la habían entendido empezaron a desarrollar las preguntas que estaban formuladas, se pudo evidenciar que la mayoría de los estudiantes asimiló y así desarrollo, solo tres estudiantes E5, E10, E18 escribieron que no entendieron.

Con esta ecuación si conocemos un punto $P(x, y)$ y un centro $C(h, k)$ podemos encontrar el radio de la circunferencia.

Dado el $P(1, 3)$ y el $C(2, 4)$ encuentra el radio y grafica la circunferencia.



$$r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$$

$$= \sqrt{(1-(2))^2 + (3-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

$$\sqrt{1+1} = \sqrt{2} \approx 1.41$$

2. En el caso de ser h y k iguales a cero, es decir ser una circunferencia con centro en el origen.

a. La expresión canónica estaría reducida a $x^2 + y^2 = r^2$

b. ¿Qué pasaría en la anterior relación, si h y k fueron igual a cero?
no pasaría nada

3. Dadas las coordenadas del centro y del punto, hallar el radio de la circunferencia y graficarla.

a. $P(-3, 5)$ $C(2, -4)$ b. $P(1, 6)$ $C(-3, -7)$

$$r = \sqrt{(-3-2)^2 + (5-(-4))^2}$$

$$r = \sqrt{(-5)^2 + (9)^2}$$

$$r = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106} = 10,29$$

$$10,29 \text{ cm}$$

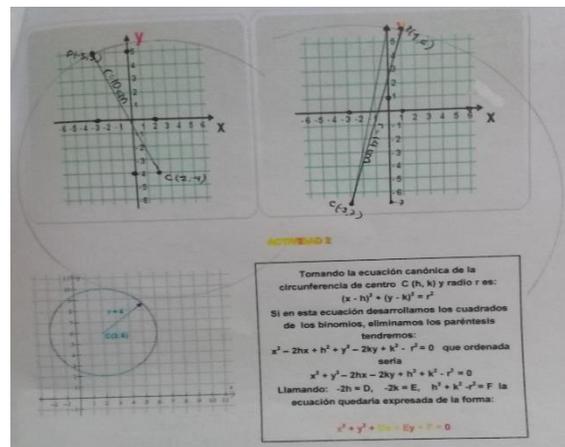
$$r = \sqrt{(1-(-3))^2 + (6-(-7))^2}$$

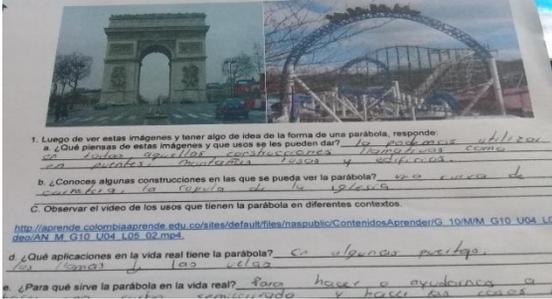
$$r = \sqrt{4^2 + 13^2}$$

$$r = \sqrt{16 + 169} = \sqrt{185} = 13,6$$

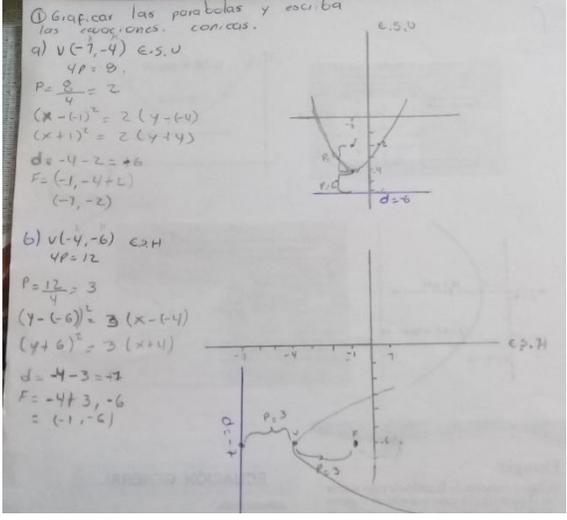
Se inició con la actividad 2 y se continuo de la misma forma los estudiantes iban leyendo y desarrollando las preguntas que se indicaban, algunos lo desarrollaron más rápido que otros, se observó la motivación,

interés de tal manera que cuando terminó la clase todos habían concluido. Una conclusión es que se ha notado el cambio de los estudiante son más participativos, se evidencia el trabajo de cada uno de ellos y a la vez están adquiriendo un aprendizaje significativo.



<p>MOTIVACION</p> <p>META COGNICIÓN.</p>	<p>Interés</p> <p>Estimulación</p> <p>Recursos</p> <p>Pre saberes</p> <p>Aprendizaje significativo</p> <p>Cónicas</p>	<p>5.</p> <p>Descripción de la parábola.</p>	<p>Se inició la clase entregándose la guía, la cual se les indico a los estudiantes que observaran la actividad 1 en las que se mostraban cuatro obras arquitectónicas después debían responder dos preguntas de forma individual y luego se socializaron donde todos los estudiantes participaron.</p>  <p>Se continuó la actividad observando un video tomado de Colombia aprende sobre las diferentes aplicaciones de la parábola, cuando se terminó de ver ellos respondieron otras cuatro preguntas como se ve en la imagen, todos estuvieron muy atentos y participaron de la actividad.</p>	<p>El desarrollo de esta sesión presentó algunos inconvenientes por el tiempo, el cual en la próxima clase se debió retomar y terminarlo.</p>	<p>La gran mayoría de los estudiantes se les vio la motivación e interés en el desarrollo de estas actividades ya que participaron y como no lo terminaron ellos propusieron terminarlo en las siguientes clases.</p>
--	---	--	--	---	---

			<p>http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/MN_G10_U04_L05/dec/AN_M_G10_U04_L05_02.mp4</p> <p>d. ¿Qué aplicaciones en la vida real tiene la parábola? <i>En algunas puertas, las lamas y las velas</i></p> <p>e. ¿Para qué sirve la parábola en la vida real? <i>Para hacer o ayudarnos a hacer una curva semicircular y hacer las cosas más bonitas</i></p> <p>f. ¿Cómo se utiliza la propiedad reflexiva de la parábola en diferentes contextos en situaciones reales? <i>Cuando se trasladan a otro lugar que son de igual forma.</i></p> <p>g. Busca otras aplicaciones de la parábola en la vida real. <i>la utilizan en arquitectura, ingeniería, matemática, física, combustión.</i></p> <p>Después se pasó a la actividad 2 que contenía la teoría de la sección cónica de la parábola, se les daba la definición, sus elementos las ecuaciones que se podían encontrar canónica y general, ellos iban analizando y realizaban preguntas donde comprendían así se continuo, cuando ya terminaron la parte teórica se les pidió que realizaran cuatro ejercicios teniendo en cuenta los conocimientos adquiridos, como se evidencia en la imagen la mayoría de los estudiantes los realizaron E5, E9, E16, solamente realizaron dos de los cuatro ejercicios de aplicación.</p>		
--	--	--	--	--	--

			 <p>① Graficar las parábolas y escriba las ecuaciones cónicas.</p> <p>a) $V(-1, -4) \in S.O$ $4p = 8$ $p = \frac{8}{4} = 2$ $(x - (-1))^2 = 2(y - (-4))$ $(x + 1)^2 = 2(y + 4)$ $d = -4 - 2 = -6$ $F = (-1, -4 + 2)$ $(-1, -2)$</p> <p>b) $V(-4, -6) \in 2.H$ $4p = 12$ $p = \frac{12}{4} = 3$ $(y - (-6))^2 = 3(x - (-4))$ $(y + 6)^2 = 3(x + 4)$ $d = -4 - 3 = -7$ $F = -4 + 3, -6$ $= (-1, -6)$</p>		
<p>MOTIVACION</p> <p>META COGNICIÓN</p>	<p>Interés</p> <p>Estimulación</p> <p>Recursos</p> <p>Pre saberes</p> <p>Aprendizaje significativo</p> <p>Cónicas</p>	<p>6.</p> <p>Descripción de la elipse.</p>	<p>Esta sección se inició entregándoles la guía a cada uno de los estudiantes donde se les indico que debían responder dos preguntas que estaban en la actividad 1 como se puede ver en la imagen.</p>	<p>Se puede ver un trabajo en grupo, muy dinámico ya que ellos se colaboran y ayudan mutuamente.</p>	<p>Todos los estudiantes resolvieron las actividades indicadas y participaron mucho y estuvieron atentos.</p>

			<p style="text-align: center;">ACTIVIDAD 1.</p> <p>1. Es importante estudiar la elipse? <u>SI, PORQUE CON ELLA TENEMOS AVANCES TECNOLÓGICOS INCREPABLES Y SOBRE TODO EN LA CIENCIA</u></p> <p>2. Tiene alguna aplicación: <u>LA ASTRONOMÍA, ARQUITECTURA, MEDICINA Y DIFERENTES PROFESIONES DE LA APLICACIÓN A LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA.</u></p> <p>Observa el siguiente video y compara con sus respuestas, corrígelas: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/MM/G10_U04_deo/SN_M_G10_U04_L04_01.mp4</p> <p>3. En que profesiones nos describen las aplicaciones de la elipse <u>ASTRONOMÍA, ARQUITECTURA, MEDICINA, MATEMÁTICA</u></p> <p>Respecto a lo que observaste en el video, ¿Cuáles de las siguientes imágenes corresponden a una aplicación de la elipse en la vida real? Coloca una X</p>		
--	--	--	--	--	--

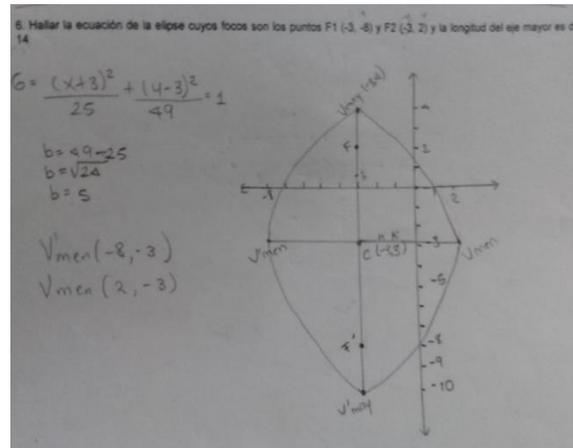
Y se continuo observando un video tomado de Colombia aprende sobre la importancia de la sección cónica de la elipse, terminado de ver el video se realizó la socialización de las preguntas con lo observado en el video, los E10, E13, E21 opinaron de la importancia de la elipse en la medicina que según el video mostraron un aparato forma de elipse que ayuda a visualizar los masas que se forman en el cuerpo, mostraron interés ya que estos tres estudiantes quieren estudiar la medicina. Los estudiantes E1, E4, E5, E8, E23, E24 opinaron sobre la aplicación de la elipse con

el sistema solar y las orbitas cuando giraba alrededor del sol formaba una elipse, E2 le gusto la aplicación de la elipse con las artes. Terminada la socialización debían analizar cinco imágenes y decir si se relacionaban o no con la elipse todos los estudiantes realizaron ese ítem, se presentó discusión en la imagen cuatro porque el E5 decía que no tenía forma de elipse, logrando aclararle que si la observaba detalladamente se veía la forma de la elipse.

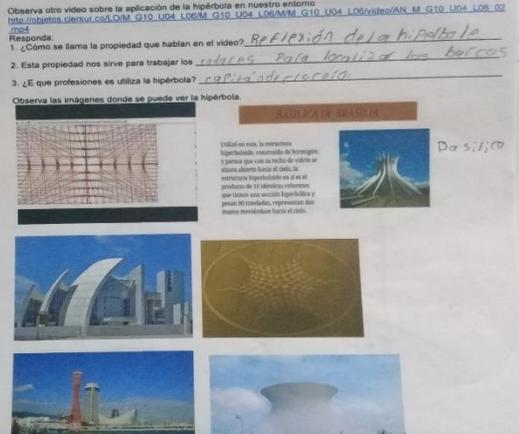


Luego se continuó leyendo la teoría de la sección cónica de la elipse, donde se les daba la definición, sus elementos las ecuaciones

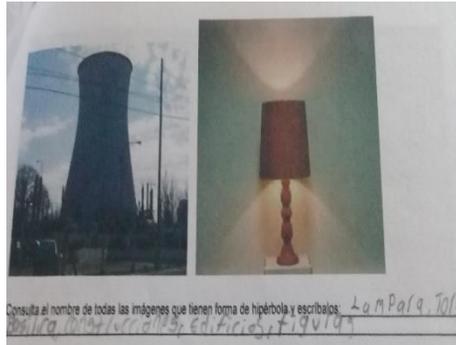
que se podían encontrar canónica y general, ellos analizaban realizaban preguntas sobre las dudas que encontraban y se hacían las explicaciones en general para todos hasta que comprendían así se continuo hasta lograr un aprendizaje. Después pasamos a la actividad dos donde se realizaron algunos ejercicios de aplicación de los conocimientos anteriormente adquiridos. En la imagen se puede observar el desarrollo de un ejercicio.



Los estudiantes E6, E10, E11, E16, E18, E20, E22 no alcanzaron a terminar y quedaron con el compromiso que en la casa lo harían.

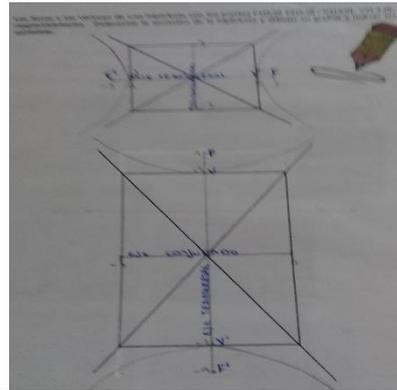
<p>MOTIVACION</p> <p>META COGNICIÓN</p>	<p>Interés</p> <p>Estimulación</p> <p>Recursos</p> <p>Pre saberes</p> <p>Aprendizaje significativo</p> <p>Cónicas</p>	<p>7. Descripción de la hipérbola.</p>	<p>Se inició la clase con la proyección de dos videos sobre las aplicaciones de la hipérbola tomados de Colombia aprende, después los estudiantes mediante un dibujo ilustraron lo que les había quedado del video 1 y con el video 2 respondieron las preguntas como lo muestra la imagen.</p>  <p>En la guía se les pedía que observaran una imágenes y que les colocaran los nombres solamente los estudiantes E13, E21 les colocaron los nombres los demás dejaron en blanco en los cuales respondían que ellos “no habían visto esas imágenes por lo cual no</p>	<p>Se deben realizar estas actividades ya que el estudiante se motiva y por lo tanto el mismo formula sus propios problemas.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes realizaron las actividades con entusiasmo, se les veía muy motivados</p>
---	---	--	--	--	---

sabían su nombre y dejaron sin responder”, con la ayuda de los videos debían escribir nombres de objetos que hubieran visto y tuvieran la forma de una hipérbola y respondieron como lo muestra la imagen.



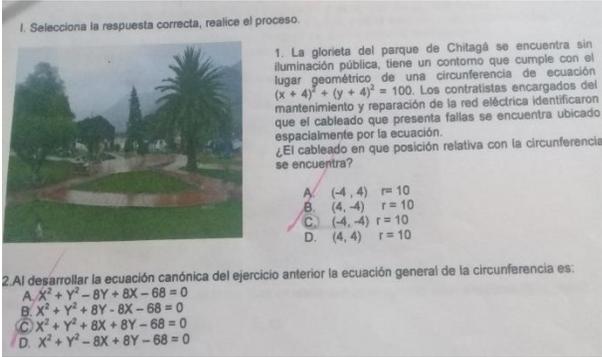
Se continuó con la actividad 2 que contenía la teoría de la sección cónica de la hipérbola, debieron analizar la definición y compararon con la definición de la elipse, encontraron que la diferencia entre las ecuaciones eran el signo + cambio por el signo -, reconocieron sus elementos e intercambiaron opiniones entre ellos, cuando ya terminaron la parte teórica se continuó con el desarrollo de cinco problemas de aplicación sobre la hipérbola,

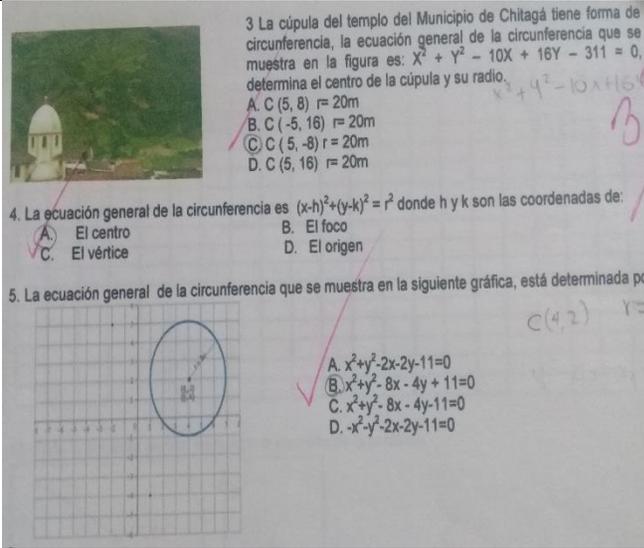
la mayoría de los estudiantes los resolvieron presentaron dificultad los estudiantes E5, E6, E16, E18, a los cuales se les debió realizar retroalimentación y así terminar la sesión como se esperaba. La imagen representa el trabajo realizado por los estudiantes.

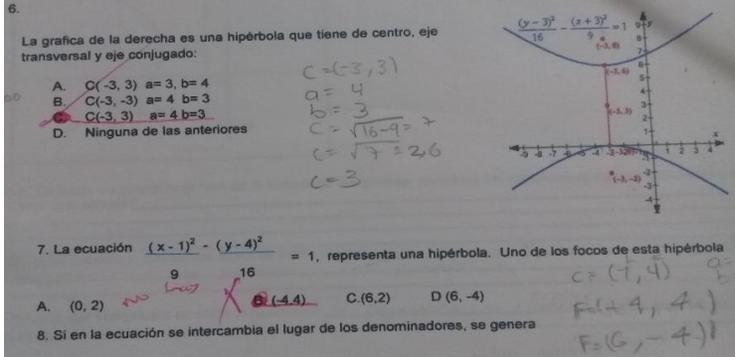


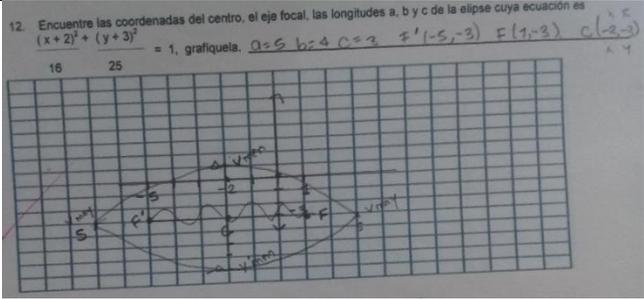
En el desarrollo de las sesiones se observó nuevas actitudes en los estudiantes, cada vez estuvieron más motivados, debido a que es muy importante realizar cambios en la labor pedagógica apoyándonos en las diferentes estrategias teniendo en cuenta el contexto en el cual los estudiantes se encuentran, ya que esto permitió recordar pre saberes y a la vez obtener conocimientos nuevos que ayudaron a enriquecer el aprendizaje de cada uno de los estudiantes.

3.6.4 Análisis y Resultados de la Evaluación.

Categorías	Subcategorías	Ítems	Análisis	Observaciones	Conclusiones
<p>E V A L U A C I O N</p>	<p>Pre saberes Aprendizaje significativo cónicas</p>	<p>1-2-3- 4-5</p>	<p>En estos ítems se valoró el aprendizaje desarrollando problemas del entorno utilizando imágenes del municipio. Revisando sus guías se pudo evidenciar que los estudiantes E21, E8, E10, E12, E7, E1, E20 respondieron acertadamente los cinco ítems; los estudiantes E23, E17, E15, E19, E3, E11, E24, acertaron los ítems del segundo al quinto fallando en el ítem uno; los demás estudiantes acertaron de uno a tres ítems, por lo que se puede concluir que tuvieron un aprendizaje significativo sobre la cónica de la circunferencia, sus respuestas se fundamentaron en los conocimientos adquiridos.</p> 	<p>Utilizar esta clase de evaluación más seguida, ya que se ve el interés de los estudiantes al resolver problemas del entorno.</p>	<p>Todos los estudiantes acertaron sus respuestas con su debida justificación, fue un desempeño muy bueno en la solución de estos ítems.</p>

			 <p>3 La cúpula del templo del Municipio de Chitagá tiene forma de circunferencia, la ecuación general de la circunferencia que se muestra en la figura es: $X^2 + Y^2 - 10X + 16Y - 311 = 0$, determina el centro de la cúpula y su radio. A. C (5, 8) $r = 20m$ B. C (-5, 16) $r = 20m$ C. C (5, -8) $r = 20m$ D. C (5, 16) $r = 20m$</p> <p>4. La ecuación general de la circunferencia es $(x-h)^2+(y-k)^2 = r^2$ donde h y k son las coordenadas de: A. El centro B. El foco C. El vértice D. El origen</p> <p>5. La ecuación general de la circunferencia que se muestra en la siguiente gráfica, está determinada por: A. $x^2+y^2-2x-2y-11=0$ B. $x^2+y^2-8x-4y+11=0$ C. $x^2+y^2-8x-4y-11=0$ D. $-x^2-y^2-2x-2y-11=0$</p>		
<p>E V A L U A C I O N</p>	<p>Pre saberes Aprendizaje significativo Cónicas</p>	<p>6-7-8</p>	<p>En estos ítems se evaluaron los conocimientos adquiridos acerca de la hipérbola, se observó que todos los estudiantes acertaron el punto 6 y el 8, en el punto 7 tuvieron dificultad o no comprendieron la pregunta ya que la mayoría de los estudiantes no acertaron la respuesta la única que acertó fue la E21.</p>	<p>Seguir trabajando con los proyectos de aula ya que se pudo ver el interés de los estudiantes, recordó sus conocimientos sobre la hipérbola.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes llegaron a la respuesta correcta donde se evidenció que tenían muy claro el conocimiento de la sección</p>

			<p>6. La grafica de la derecha es una hipérbola que tiene de centro, eje transversal y eje conjugado:</p> <p>A. $C(-3, 3)$ $a=3$, $b=4$ B. $C(-3, -3)$ $a=4$ $b=3$ C. $C(-3, 3)$ $a=4$ $b=3$ D. Ninguna de las anteriores</p> <p>7. La ecuación $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-4)^2}{16} = 1$, representa una hipérbola. Uno de los focos de esta hipérbola</p> <p>A. $(0, 2)$ B. $(-4, 4)$ C. $(6, 2)$ D. $(6, -4)$</p> <p>8. Si en la ecuación se intercambia el lugar de los denominadores, se genera</p> 		<p>cónica la hipérbola.</p>
<p>E V A L U A C I O N</p>	<p>Pre saberes Aprendizaje significativo Cónicas</p>	<p>9-10-11-12</p>	<p>Estos ítems se valoraban el aprendizaje sobre la sección cónica de la elipse, los ítems 9, 10 todos acertaron con la respuesta y 11 solo acertaron los estudiantes E21, E1, E3, E11 porque recordaron como se convertían metros a kilómetros los demás estudiantes fallaron en esa pregunta en el ítem 12 era pregunta abierta de encontrar la ecuación y dibujar la elipse todos lo realizaron excepto E2, E16, E19. A continuación se presenta la imagen como evidencia del E21.</p> 	<p>La mayoría de los estudiantes acertaron la respuesta ya que recordaron sus conocimientos.</p>	<p>Se puede ver que los estudiantes tienen los conocimientos muy claros sobre la cónica elipse ya que su desempeño fue exitoso.</p>

					
<p>E V A L U A C I O N</p>	<p>Pre saberes Aprendizaje significativo Cónicas</p>	<p>13-14- 15-16</p>	<p>Estos ítems estaban formulados a pregunta abierta sobre la parábola, La estudiante E21 acertó correctamente todos los ítems, los demás estudiantes acertaron los ítems 14, 15 y 16 fallando en el ítems 13 ya que solo hacían la ecuación y no graficaron la parábola, se observó desde diferentes puntos de vista sus apreciaciones pero siempre llegaron a la misma conclusión.</p>	<p>Se observó que los estudiantes tienen muy bien el conocimiento acerca de la parábola, la cual relacionan con la función cuadrática, ubicación de coordenadas y ejes en el plano.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes acertaron en la respuesta y se evidencia que ya manejan correctamente la pregunta abierta.</p>

			<p>14. Teniendo en cuenta la lectura de la historia de las cónicas, menciona los matemáticos que las estudiaron y cuáles fueron sus aportes? <u>Apolonio → las cónicas, (domo → curvas cónicas y aplicación plana que las venía, Arquímides, esferas rotatorias, René Descartes ecuaciones de segundo grado x + y, John Wall propiedades cónicas, Isaac Newton)</u></p> <p>15. ¿Qué considera que es una figura de forma cónica? <u>la curva geométrica es una curva cónica. aquella que tiene cónicas y propiedades</u></p> <p>16. ¿En qué profesiones es utiliza la hipérbola? <u>ingeniería, medicina, astrología, arquitectura y en muchas ocasiones cotidianas.</u></p> <p>17. Dibuja la parábola con sus partes</p> <p>f → foco v → vértice d → directriz p → parámetro eje de simetría.</p>		
--	--	--	--	--	--

Con el pos test se observó que los estudiantes lograron un aprendizaje significativo teniendo en cuenta la metacognición donde debían partir de los presaberes y conocimientos adquiridos durante el desarrollo de cada sesión, el cual se revisaba la guía de trabajo individual de cada estudiante y se observó que mejoraron en sus aprendizajes y por lo tanto fue muy poca la retroalimentación que se debió hacer, esto gracias al aprendizaje basado en el enfoque metacognitivo el cual fortalece el trabajo individual como el trabajo en equipo y se logra una buena participación entre los estudiantes.

3.6.5 Triangulación

La triangulación se refiere al uso de varios métodos (tanto cuantitativos como cualitativos), de fuentes de datos, de teorías, de investigadores o de ambientes en el estudio de un fenómeno. La triangulación ofrece la alternativa de poder visualizar un problema desde diferentes ángulos (sea cual sea el tipo de triangulación) y de esta manera aumentar la validez y consistencia de los hallazgos (Okuda, 2005). El uso de esta técnica explica la rigurosidad y es útil al describir en la metodología para determinar en qué grado son aplicables a su práctica los resultados ofrecidos (Vergel, 2015).

TEORÍA	HALLAZGOS	ANÁLISIS
(Benedito, 2000), afirma que las estrategias didácticas "son un conjunto planificado de acciones y técnicas que conducen a la consecución de objetivos procedimentales durante el proceso educativo". Estas estrategias representan un mecanismo por medio del cual se logran los objetivos de aprendizaje, considerando que las mismas proporcionan al docente pautas precisas para la acción.	La mayoría de los estudiantes estuvieron muy motivados observando los videos, hicieron la lectura y desarrollaron las preguntas de forma individual donde se puede ver que esta sesión les gustó mucho por la manera como la desarrolló.	Se percibe que la estrategia utilizada por el docente fue efectiva, pues la motivación de los estudiantes fue evidente, lo cual hace un aporte significativo al proceso de enseñanza y aprendizaje.
El pensamiento, según (Mayer, 1986), es lo que sucede cuando una persona resuelve un problema, es decir, produce un comportamiento que mueve al individuo desde un	Todos los estudiantes realizaron las actividades cumpliendo con las indicaciones acordadas, les gustó mucho la sección ya que era muy práctica.	Mediante el desarrollo del pensamiento, los estudiantes siguieron las indicaciones dadas y cumplieron el objetivo

<p>estado inicial a un estado final, o al menos trata de lograr.</p>		<p>planteado para el aprendizaje. Lo anterior permite inferir que la estrategia utilizada por la docente fue más que efectiva.</p>
<p>(Rodríguez L. , 2011), el aprendizaje significativo tiene valor de cambio, porque se reconstruyen los esquemas cognitivos de quien aprende y supone producción y aplicación de ese conocimiento para quien lo construye.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes acertaron la respuesta ya que recordaron sus conocimientos.</p>	<p>Al recordar los conceptos trabajados en clase, se puede inferir que los estudiantes tuvieron un aprendizaje significativo, lo cual refuerza una vez más la efectividad de las estrategias utilizadas por la docente</p>
<p>(Gagné, 1971), afirma que la resolución de problemas se refiere al proceso mediante el cual la situación incierta es clarificada e implica, en mayor o menor medida, la aplicación de conocimientos y procedimientos por parte del solucionador (Gagné, 1971).</p>	<p>Para esta actividad, el estudiante debía buscar objetos del entorno que le ayudaran a realizar circunferencias con unos diámetros y radios muy grandes.</p>	<p>En la medida en que los conceptos fueron más complejos, se desarrolló más la capacidad de pensamiento y resolución de problemas. En este caso, la interacción de los estudiantes con su entorno natural hace que el aprendizaje sea significativo y, por ende, redunde en sus resultados académicos.</p>

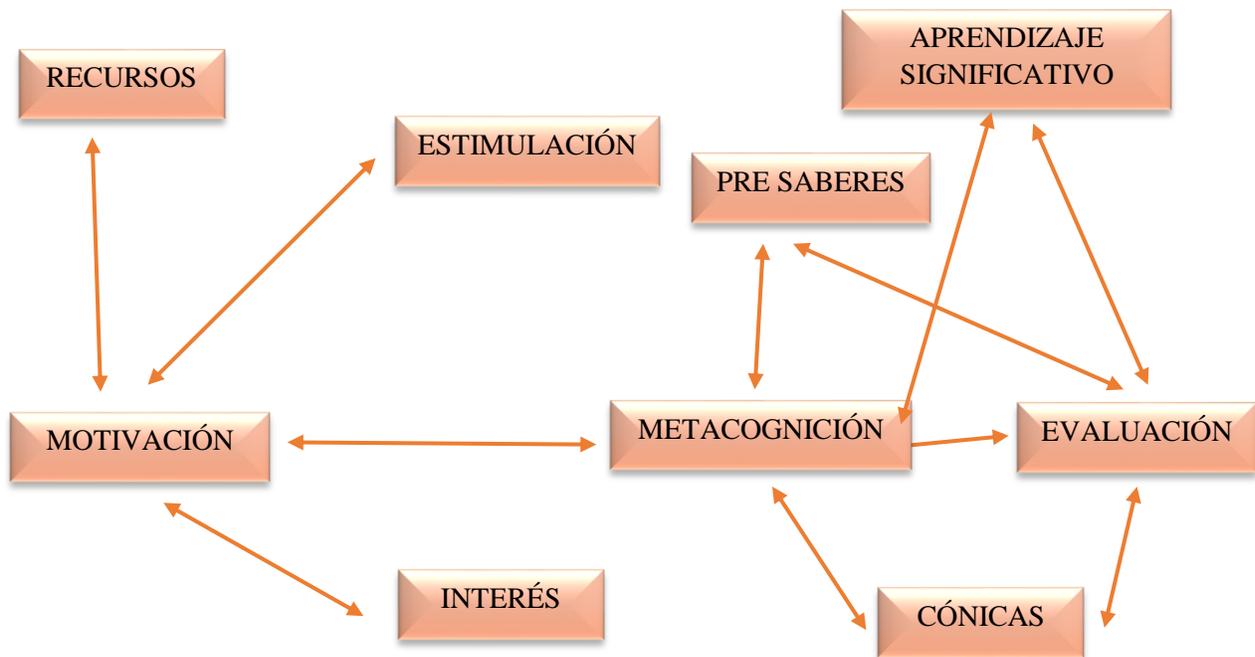
<p>La orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento lógico matemático a partir de situaciones prácticas”. (Vid & Trigo,, 1997),</p>	<p>Se pudo evidenciar el gusto de los estudiantes por las actividades prácticas.</p>	<p>En autor citado afirma que las actividades prácticas facilitan en gran medida el aprendizaje, pues los estudiantes muestran agrado por ellas, y eso es lo que exactamente se evidenció durante todo el proceso.</p>
---	--	--

La triangulación de métodos parte del desarrollo de siete secciones diseñadas teniendo en cuenta los derechos básicos de aprendizaje dados por Ministerio de Educación Nacional, así como el registro de los diarios pedagógicos de los cuales surgen los hallazgos, resultados y análisis.

Se aplicaron un pretest y un pos test a los 24 estudiantes el cual se evidencia un aprendizaje significativo ya que los resultados del pos test mejoraron mucho.

3.6.6 Mapa de redes.

En el mapa de redes presentado a continuación se encuentra la relación de las categorías y las sub categorías tenidas en cuenta para la óptima realización de este proyecto, cabe aclarar que tanto en la categoría de evaluación, y la categoría metacognición se manejan las mismas subcategorías, aplicadas a cada una de estas. Por otro lado, se hace necesario resaltar la importancia de estas categorías y subcategoría, pues son el eje principal de este proyecto ya que gracias a esta se mantiene un orden específico.



3.7 Principios éticos

La respuesta a los principios éticos que se tuvieron en cuenta para el éxito en el desarrollo del proyecto, fue el “Consentimiento Informado”, ya que se tuvo la autorización de los padres de

familia para el trabajo que se elaboró con sus hijos, con el debido respeto y seriedad que ellos merecían.

Capítulo IV

4. Propuesta

4.1 Presentación

La propuesta que se presenta a continuación se realizó con base en el tema de las secciones cónicas, teniendo como base las falencias encontradas en los estudiantes en la etapa de diagnóstico y tuvo como objetivo generar aprendizajes por medio del enfoque metacognitivo y con base pedagógica en el aprendizaje significativo y el trabajo colaborativo.

Todas las actividades contaban con una estructura definida donde se tuvieron en cuenta los estándares a desarrollar por parte del estudiante, el DBA, las competencias, el tiempo a emplear y las herramientas a utilizar para el logro de los objetivos.

Posteriormente se plantearon los conceptos básicos del tema a tratar y una serie de preguntas y/o ejercicios prácticos que los estudiantes resolvieron de forma individual o en grupo, de acuerdo con lo planteo el docente.

Para finalizar se presentó una prueba evaluativa por medio de la cual se pudo establecer la efectividad de la propuesta y el cumplimiento de los objetivos planteados.

4.2 Justificación

Los temas desarrollados por medio del enfoque metacognitivo cobran gran validez en la medida en que hacen un gran aporte a las estrategias y metodologías que resultan más útiles y efectivas para los docentes y a la vez representan para los estudiantes aprendizajes significativos.

El hecho de abordar los diferentes temas con estrategias diferentes a las tradicionales, despertó gran interés en los estudiantes, lo cual redundó en el mejoramiento de los indicadores

académicos, tanto en pruebas internas como externas, y facilitaron la labor de los docentes, toda vez que el estudiante asumió gran parte de la responsabilidad en su proceso formativo.

4.3 Objetivos

4.3.1 Objetivo General.

Mejorar el desempeño académico de los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta del municipio de Chitagá, por medio de la implementación del enfoque meta cognitivo en la resolución de problemas.

4.3.2 Objetivos Específicos.

Diseñar actividades basadas en el enfoque meta cognitivo para mejorar las dificultades presentadas por los estudiantes en la resolución de problemas con las secciones cónicas.

Aplicar las actividades diseñadas a los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta del municipio de Chitagá

Evaluar la efectividad de las actividades aplicadas.

4.4 Logros

Identificar las secciones cónicas en objetos de su entorno.

Determinar las características de las secciones cónicas.

Describir el cono a partir de actividades con material concreto.

4.5 Metodología

A continuación, se describe la metodología utilizada para el desarrollo de cada una de las actividades planteadas:

Cada una de las actividades contó con una parte introductoria de conceptualización aprovechando algunas páginas web y recursos gráficos.

Posteriormente se reforzaron los conceptos por medio de preguntas acerca de los temas tratados. Así mismo se resolvieron problemas y se contextualizaron a la vida cotidiana de los estudiantes. Estas actividades se desarrollaron de manera individual y en grupo.

Finalmente se hizo una retroalimentación y se dejaron actividades de refuerzo en casa.

4.6 Fundamento pedagógico

Flavell (1976: 232), citado por (Osses & Jaramillo, 2008), afirma que la metacognición, por un lado, se refiere “al conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos y, por otro, “a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos, en relación con los objetos o datos cognitivos sobre los que actúan, normalmente en aras de alguna meta u objetivo concreto”

Según (Kagan, 1994), el Aprendizaje Cooperativo “se refiere a una serie de estrategias instruccionales que incluyen a la interacción cooperativa de estudiante a estudiante, sobre algún tema, como una parte integral del proceso de aprendizaje”.

Rodríguez, (2004), sostiene que la Teoría del Aprendizaje Significativo aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo.

PROPUESTA



INSTITUCION EDUCATIVA
 “ALONSO CARVAJAL PERALTA”

Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 2015
 REG. SED Libro 5 Folio 348
 NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155

PROYECTO DE AULA 1
 INTRODUCCION A LAS SECCIONES CONICAS
 SESION 1

NOMBRE: _____ GRADO: _____ FECHA: _____

<p>ESTANDAR: Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cono.</p>
<p>DBA: Conoce las propiedades geométricas que definen distintos tipos de cónicas (circunferencia, parábola, elipse e hipérbola) en el plano y las utiliza para encontrar las ecuaciones generales de este tipo de curvas.</p>
<p>COMPETENCIAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificación de las secciones cónicas en objetos de su entorno. ✓ Determinar las características de las secciones cónicas. ✓ Describir el cono a partir de actividades con material concreto.
<p>TIEMPO: 6 horas.</p>
<p>HERRAMIENTAS:</p> <p>Internet, tablero, marcadores, regla, hojas en blanco, Video Beam. Guía de trabajo, fotocopias, cartulina, tijeras, lápiz,</p>

ACTIVIDAD 1



1. Observa los siguientes videos y con base en lo observado responde las siguientes preguntas de manera individual en tu cuaderno de apuntes.

<https://www.youtube.com/watch?v=28XcngppvXA> Historia y aplicaciones de las cónicas.

<https://www.youtube.com/watch?v=cUN7lo806xs> Secciones cónicas.

2. De manera individual realiza la lectura “Cónicas: historia” que encuentras en tu material, a partir de la información responde las siguientes preguntas, luego socializaremos algunas respuestas.

Cónicas: <http://conicas.solomatematicas.com/historia.aspx>

El matemático griego Menecmo (vivió sobre el 350 A.C.) descubrió estas curvas y fue el matemático griego Apolonio (262-190 A.C.) de Perga (antigua ciudad del Asia Menor) el primero en estudiar detalladamente las curvas cónicas y encontrar la propiedad plana que las definía. Apolonio descubrió que las cónicas se podían clasificar en tres tipos a los que dio el nombre de: elipses, hipérbolas y parábolas.

Las elipses son las curvas que se obtiene cortando una superficie cónica con un plano que no es paralelo a ninguna de sus generatrices.

Las hipérbolas son las curvas que se obtiene al cortar una superficie cónica con un plano que es paralelo a dos de sus generatrices (Base y arista).

Las parábolas son las curvas que se obtienen al cortar una superficie cónica con un plano paralelo a una sola generatriz (Arista).

Apolonio demostró que las curvas cónicas tienen muchas propiedades interesantes. Algunas de esas propiedades son las que se utilizan actualmente para definir las.

Quizás las propiedades más interesantes y útiles que descubrió Apolonio de las cónicas son las llamadas propiedades de reflexión. Si se construyen espejos con la forma de una curva cónica que gira alrededor de su eje, se obtienen los llamados espejos elípticos, parabólicos o hiperbólicos, según la curva que gira. Apolonio demostró que, si se coloca una fuente de luz en el foco de un espejo elíptico, entonces la luz reflejada en el espejo se concentra en el otro foco. Si se recibe luz de una fuente lejana con un espejo parabólico de manera que los rayos incidentes son paralelos al eje del espejo, entonces la luz reflejada por el espejo se concentra en el foco. Esta propiedad permite encender un papel si se coloca en el foco de un espejo parabólico y el eje del espejo se apunta hacia el sol. Existe la leyenda de que Arquímedes (287-212 A.C.) logró incendiar las naves romanas durante la defensa de Siracusa usando las propiedades de los espejos parabólicos. En la actualidad esta propiedad se utiliza para los radares, las antenas de televisión y espejos solares. La propiedad análoga, que nos dice que un rayo que parte del foco se refleja paralelamente al eje sirve para que los faros de los automóviles concentren el haz en la dirección de la carretera o para estufas. En el caso de los espejos hiperbólicos, la luz proveniente de uno de los focos se refleja como si viniera del otro foco, esta propiedad se utiliza en los grandes estadios para conseguir una superficie mayor iluminada.

En el siglo XVI el filósofo y matemático René Descartes (1596-1650) desarrolló un método para relacionar las curvas con ecuaciones. Este método es la llamada Geometría Analítica. En la Geometría Analítica las curvas cónicas se pueden representar por ecuaciones de segundo grado en

las variables x e y . El resultado más sorprendente de la Geometría Analítica es que todas las ecuaciones de segundo grado en dos variables representan secciones cónicas se lo debemos a Jan de Witt (1629-1672).

Sin lugar a dudas las cónicas son las curvas más importantes que la geometría ofrece a la física. Por ejemplo, las propiedades de reflexión son de gran utilidad en la óptica. Pero sin duda lo que las hace más importantes en la física es el hecho de que las órbitas de los planetas alrededor del sol sean elipses y que, más aún, la trayectoria de cualquier cuerpo sometido a una fuerza gravitatoria es una curva cónica. El astrónomo alemán Johannes Kepler (1570-1630) descubrió que las órbitas de los planetas alrededor del sol son elipses que tienen al sol como uno de sus focos en el caso de la tierra la excentricidad es 0.017 y los demás planetas varían desde 0.004 de Neptuno a 0.250 de Plutón. Más tarde el célebre matemático y físico inglés Isaac Newton (1642-1727) demostró que la órbita de un cuerpo alrededor de una fuerza de tipo gravitatorio es siempre una curva cónica.

Responda:

1. ¿Cuáles fueron los aportes de estos personajes para la humanidad sobre las conicas? _____

2. ¿Las figuras de forma cónica son cuerpos geométricos? _____

3. ¿Qué considera que es una figura de forma cónica? _____

4. ¿Cuál o cuáles fueron los problemas que dieron origen al estudio de las secciones cónicas? _____

5. Mencione las obras en las que se condensa el estudio de las secciones cónicas. _____

6. ¿En qué áreas necesitan de las secciones cónicas? _____

7. En un párrafo redacta la importancia que, según tu experiencia, lo visto en los videos y lo leído en la lectura han tenido las secciones cónicas en el desarrollo de la arquitectura, la ingeniería y de nuestro entorno.

ACTIVIDAD 2

Compara sus respuestas con la siguiente información:

El cono:

Es una de las cónicas más fáciles de observar en la vida cotidiana, se puede observar en formas de vasos de agua, altavoces, la punta de los cinceles u otros perforadores, conos de tránsito, sombreros, etc.



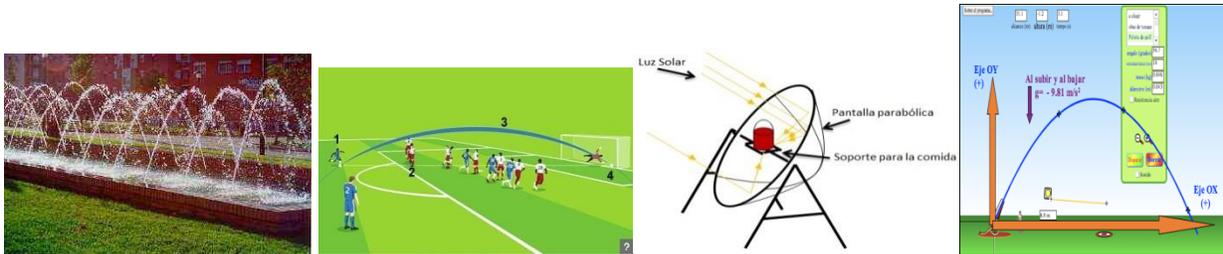
La circunferencia:

La podemos encontrar en utensilios de cocina, como tapas, bordes de ollas; también en tapas de alcantarillas, objetos celestes como la luna, balones de futbol, etc.



La parábola:

Podemos encontrarla en la trayectoria de un proyectil como un cohete, una pelota de baloncesto o el agua que brota de una fuente (descubierta por Galileo). En reflectores para lámparas y telescopios. En detectores de radar. En antenas receptoras de señales de radio y televisión.



La elipse:

La podemos encontrar en formas de las cubiertas de mesas, formas de ventanas, formas de marcos para encuadrar retratos y fotografías, formas de las bases de envases, en la forma de las órbitas de los planetas que giran alrededor del sol (descubierto por Kepler).



La hipérbola:

Podemos encontrar diversas formas en las construcciones y en los elementos construidos por el ser humano. Es el caso de los lentes bicóncavos utilizados en la industria oftalmológica. Y en los silos nucleares.



Como tarea debe investigar las imágenes de otros objetos del entorno que se relacionen con las secciones cónicas.



INSTITUCION EDUCATIVA
 “ALONSO CARVAJAL PERALTA”



Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 2015

REG. SED Libro 5 Folio 348

NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155

PROYECTO DE AULA 1
INTRODUCCION A LAS SECCIONES CONICAS.

SESION 2

NOMBRE: _____ GRADO: _____ FECHA: _____

ESTANDAR: Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cono.

DBA: Conoce las propiedades geométricas que definen distintos tipos de cónicas (circunferencia, parábola, elipse e hipérbola) en el plano y las utiliza para encontrar las ecuaciones generales de este tipo de curvas.

COMPETENCIAS:

Identificación de las secciones cónicas en objetos de su entorno.

Determinar las características de las secciones cónicas.

Describir el cono a partir de actividades con material concreto.

TIEMPO: 6 horas

HERRAMIENTAS:

Tablero, marcadores, regla, hojas en blanco, Guía de trabajo, fotocopias. Linternas, cartulina, tijeras, lápiz,

ACTIVIDAD 1 – SOMBRAS

Paso 1

Ubica la linterna sobre la cartulina y detalla qué cónica se observa. Luego aleja la linterna de la cartulina que cónicas observas escribe en tu cuaderno de apuntes. Ahora acerca la linterna la cartulina que cónica observa.

Apóyense en los resultados obtenidos con la actividad realizada en la que hallaron diferentes cónicas y con base en la información obtenida hasta el momento desarrollada en las actividades anteriores, se realiza una mesa redonda donde socialicemos lo aprendido hasta el momento.



En compañía de un compañero y apoyándote en los moldes que tu docente te facilitará, desarrolla los siguientes puntos:

» Con ayuda de los moldes con forma de cono, realicen 4 conos de diferentes tamaños

» Usando un cono, realiza un corte paralelo a la mesa en la que este apoyando el cono. Resalta la intersección del cono con el plano e indica qué cónica se obtiene.

» Usando otro cono, realiza un corte perpendicular a la mesa. Resalta la intersección del cono con el plano e indica qué cónica se obtiene.

» Usando un cono, realiza un corte diagonal que termine en la base del cono. Resalta la intersección del cono con el plano e indica qué cónica se obtiene.

» Usando otro cono, realice un corte diagonal que no toque la base del cono. Resalta la intersección del cono con el plano e indica que cónica se obtiene.

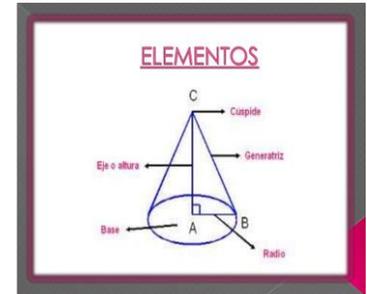
» Enuncie lo que considere significativo para obtener una sección cónica degenerada.

ACTIVIDAD - 2

Haciendo uso de los nombres de los elementos del cono, observa la información y su representación en el cuerpo geométrico.

Vértice: Es el punto en el cual se intersecan al menos dos aristas o confluye una generatriz.

Base: Es la superficie circular generada por la rotación del radio en torno al eje.

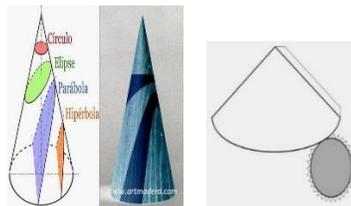


Eje: Es la línea central sobre la cual rota la línea generatriz, o exterior del cono. En un cono rectángulo es congruente con la altura

Radio: Es el segmento fundamental para formar la base, al rotar sobre el eje forma un círculo que sirve de base del cuerpo geométrico.

Superficie: Es la curva formada por medio de un segmento de línea que rota con respecto al eje, y se extiende desde el vértice hasta la base.

Haciendo uso de los elementos del cono, su representación en el cuerpo geométrico, realiza *la construcción de cuatro conos.*



INSTITUCION EDUCATIVA



Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 2015

“ALONSO CARVAJAL PERALTA”

REG. SED Libro 5 Folio 348

NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155

PROYECTO DE AULA 2

DESCRIPCION DE LA CIRCUNFERENCIA

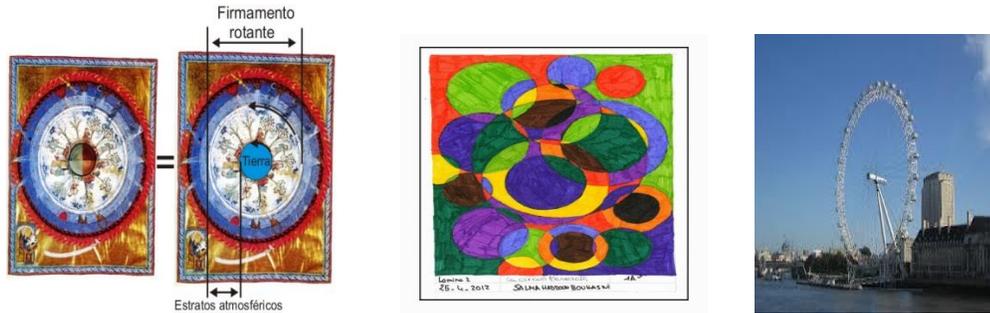
SESION 3

NOMBRE: _____ GRADO: _____ FECHA: _____

<p>ESTANDAR: Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cono.</p>
<p>DBA: Soluciona problemas geométricos en el plano cartesiano. Encuentra la ecuación de la circunferencia de radio r con centro en (a, b). 1</p>
<p>COMPETENCIAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Justificar por qué la circunferencia es un lugar geométrico. ✓ Reconocer la utilidad de los elementos con forma circular. ✓ Construir la concepción de circunferencia identificando sus características como lugar geométrico. ✓ Representar geoméricamente una circunferencia. ✓ Hacer uso de ecuaciones para representar circunferencias ubicadas en el plano cartesiano.
<p>TIEMPO: 2 horas.</p>
<p>HERRAMIENTAS:</p> <p>Tablero, marcadores, regla, hojas en blanco, Guía de trabajo, fotocopias. Compas</p>

ACTIVIDAD - 1

Observa detenidamente siguientes las imágenes y haciendo uso de diferentes tonalidades de colores, resalta las partes en las que consideres fue empleada una circunferencia.



¿Son útiles las circunferencias en el arte? Justifica tu Respuesta.

¿En qué contextos pueden resultar útiles las circunferencias? Justifica tu respuesta.

Intercambia con tu compañero de al lado tu material del estudiante, evalúa si tu compañero si identificó las circunferencias o si se equivocó, y apunta cuántas circunferencias identificó correctamente al momento de colorear las circunferencias.

Escribe en la tabla.

CIRCUNFERENCIAS ACERTADAS	CIRCUNFERENCIAS INCORRECTAS

¿Qué objetos de tu casa o de tu colegio puedes usar para dibujar una Circunferencia?

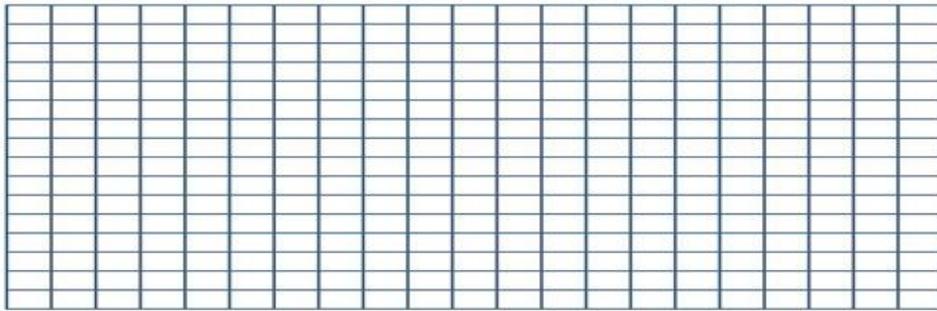
¿Si necesitamos dibujar una circunferencia de diámetro superior a 30 cm, 40cm, 50 cm que objeto de tu casa se podría utilizar para hacerla? _____

¿Existen otros elementos, que al igual que la sogá, nos permitan dibujar circunferencias?

¿Si te asignan la tarea de realizar una circunferencia que tiene 20 metros de radio sin usar una sogá sino otros elementos, cómo la realizarías? _____

A partir de lo realizado ¿Qué elementos consideras necesarios para dibujar una circunferencia? _____

Ahora, con base en lo anterior, construyamos una circunferencia con los instrumentos como compás, regla, lápiz, que tienes. Sigue atentamente las instrucciones y realiza lo que en cada una de ellas se describe. Elegimos un punto de referencia que servirá de centro. Elegimos una distancia que utilizaremos de radio de 3 cm y con ayuda del compás ubicamos el centro y el otro extremo servirá para posicionar la punta del lápiz del compás. Ya con nuestra circunferencia dibujada, ahora reconozcamos los elementos básicos de la circunferencia. Tracemos el diámetro con ayuda de la regla que hemos tenido. Duplica su tamaño y ponla sobre el radio, de tal forma que cruce de lado a lado de la circunferencia pasando por encima del centro. Tracemos una línea secante a la circunferencia, esta será nuestra cuerda. Y puede ir desde un punto en la circunferencia a otro sin tener que pasar por encima de nuestro centro. Por lo que viendo todos los elementos básicos en conjunto obtendremos, la descripción de las partes de la circunferencia:



Centro: Punto central que está a la misma distancia de todos los puntos pertenecientes a la circunferencia.

Radio: Pedazo de recta que une el centro con cualquier punto perteneciente a la circunferencia.

Cuerda: Pedazo de recta que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

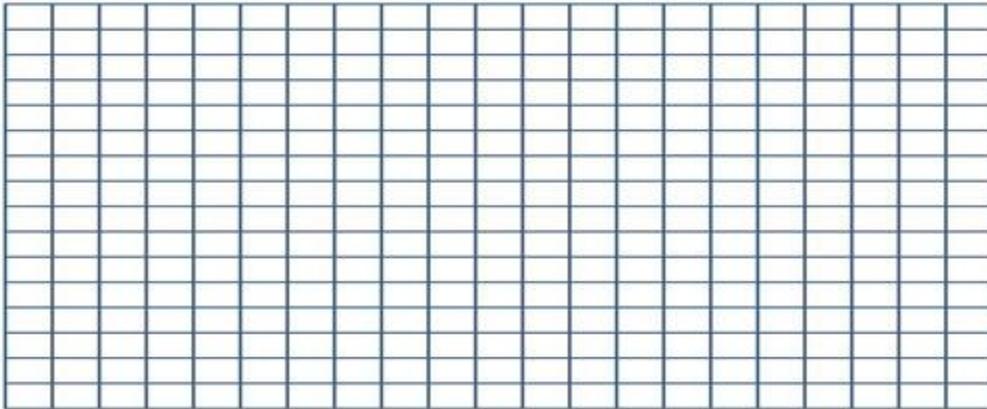
Diámetro: Mayor cuerda que une dos puntos de una circunferencia.

Arco: Segmento de curva entre dos puntos que pertenecen a la circunferencia.

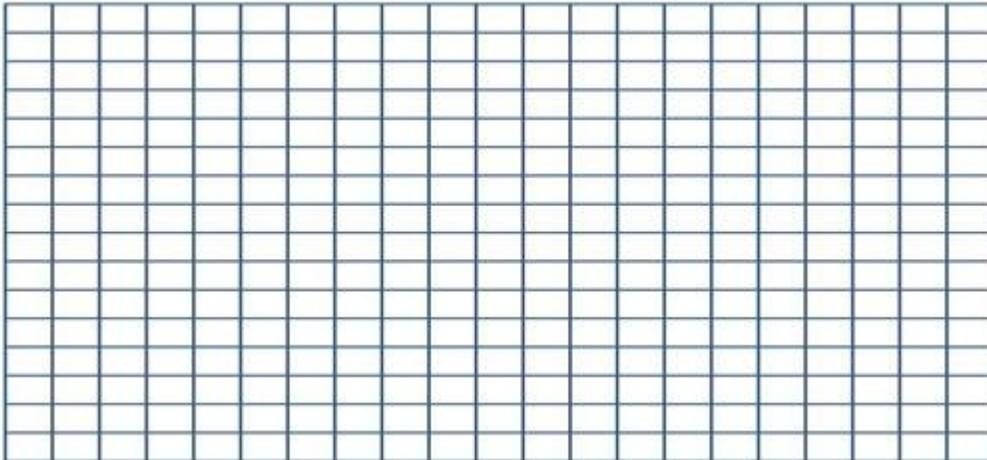
ACTIVIDAD - 2

A partir de lo observado y con ayuda de tu compás construye de manera individual una circunferencia, dados los siguientes elementos:

Se da un Radio de 5 centímetros.

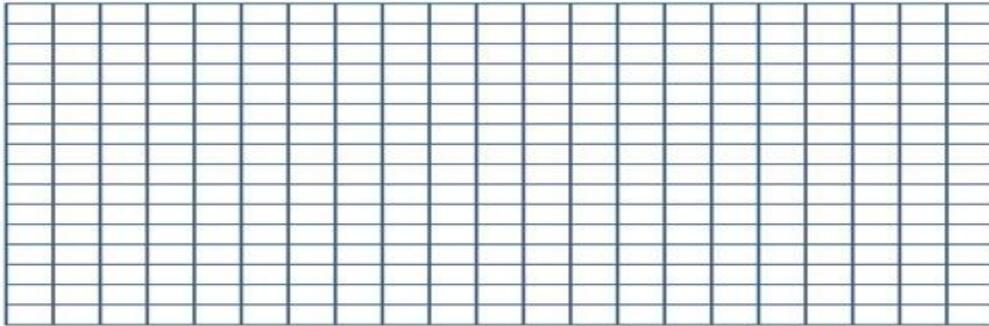


Se da un Diámetro de 13 centímetros.

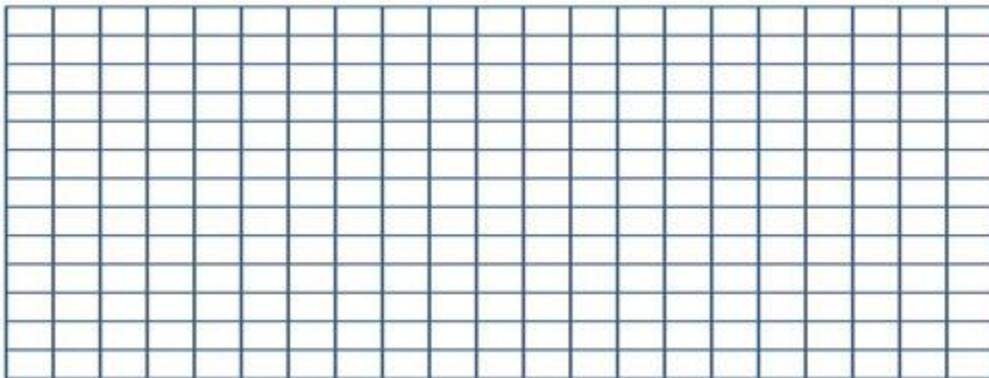


Traza un plano cartesiano en la cuadrícula y ubica los siguientes centros y puntos:

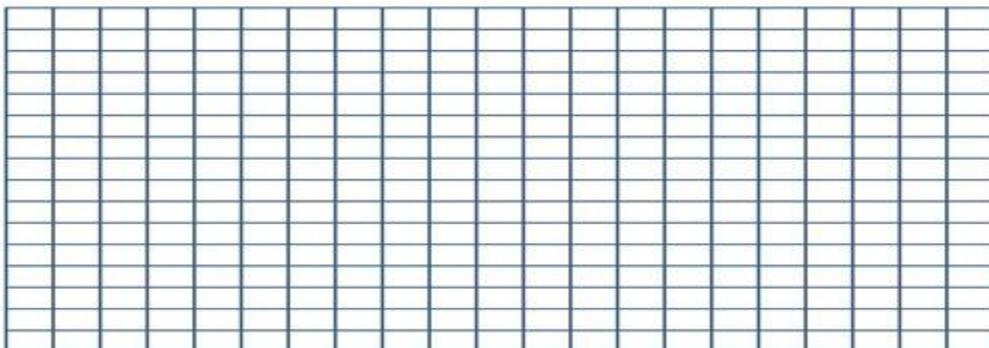
Centro $(0,0)$ y pasa por el punto A $(0,4)$, dibuja la circunferencia.



Centro $(0,0)$ y pasa por el punto B $(8.5, 3)$. Dibuja la circunferencia.



Centro $(0,0)$ y pasa por el punto D $(5, 6.5)$. Dibuja la circunferencia.

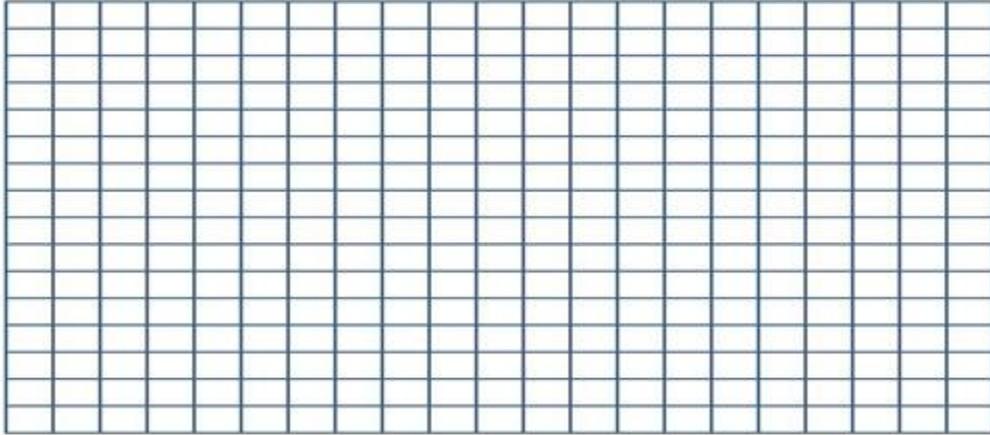


Después, haciendo uso de tu compás, saca aparte la longitud del radio de cada una de las circunferencias construidas y determina cuál de estas es de mayor longitud.

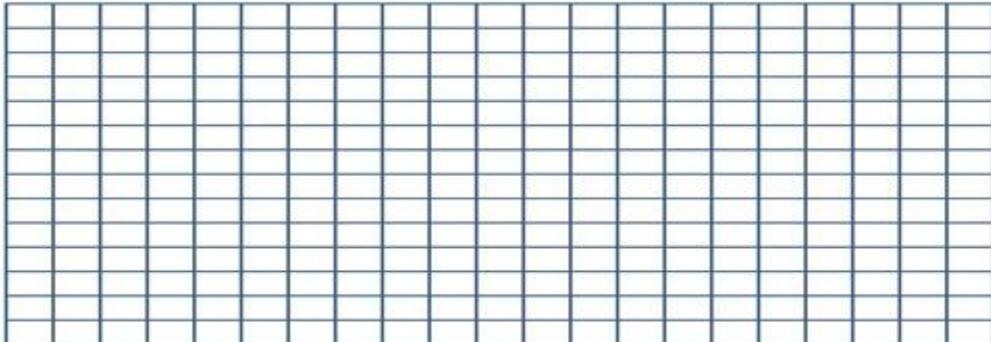
a _____ b _____ c _____

Posteriormente, tomando en consideración los siguientes centros y longitudes de radio en la cuadrícula que tienes, traza las circunferencias solicitadas; luego las socializaremos:

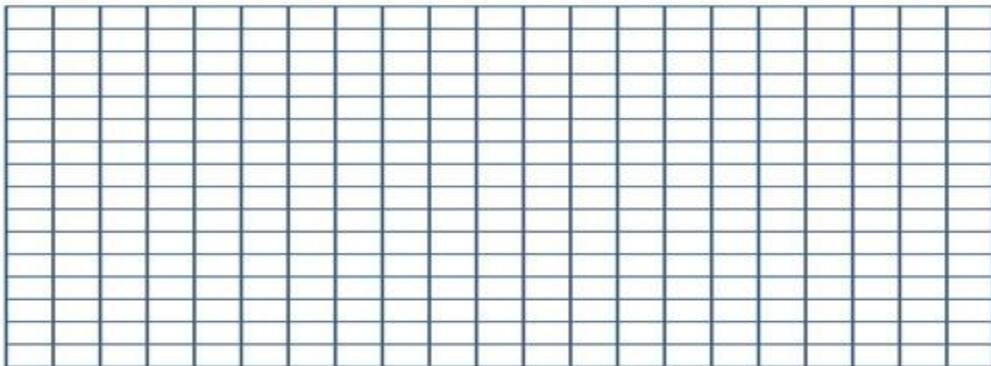
$C(0,0)$ y $r = 5\text{cm}$



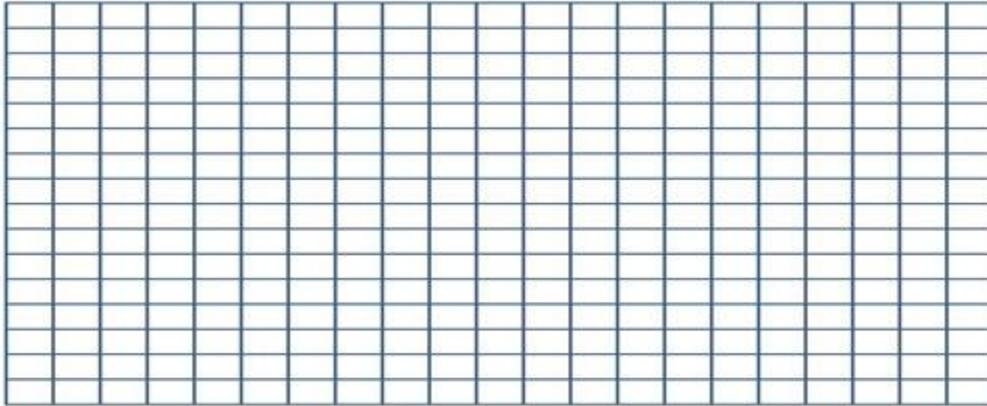
$C(0, 1/10)$ y $r = 3.5\text{cm}$



Centro $(-20,0)$ y pasa por el punto $E(-10,-25)$



d. $C(0, -3/2)$ y pasa por el punto $F(15, 30)$



- Responde las siguientes preguntas de acuerdo a lo desarrollado en los literales anteriores, luego socializaremos las respuestas con el resto del grupo.

a. ¿La cuadrícula te alcanza para desarrollar las circunferencias que se piden?

b. ¿Cómo están graduados los ejes?

c. ¿Cómo graduarías los ejes del plano cartesiano a utilizar?

- Como actividad para tu casa en tu cuaderno de apuntes realiza varios planos y traza:

a. Una circunferencia con centro en el origen

b. Una circunferencia con centro diferente al origen.

c. Una circunferencia con radio mayor a 10 unidades.

d. Una circunferencia con radio menor 10 unidades.

e. Después, haciendo uso de diferentes tonalidades de colores, resalta en tus circunferencias los elementos constitutivos de cada una.



INSTITUCION EDUCATIVA
 “ALONSO CARVAJAL PERALTA”



Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 2015

REG. SED Libro 5 Folio 348

NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155

PROYECTO DE AULA 2
DESCRIPCION DE LA CIRCUNFERENCIA
SESION 4

NOMBRE: _____ GRADO: _____ FECHA: _____

ESTANDAR: Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cono.

DBA: Soluciona problemas geométricos en el plano cartesiano. Encuentra la ecuación de la circunferencia de radio r con centro en (h, k) .

COMPETENCIAS:

- ✓ Justificar por qué la circunferencia es un lugar geométrico.
- ✓ Reconocer la utilidad de los elementos con forma circular.
- ✓ Construir la concepción de circunferencia identificando sus características como lugar geométrico.
- ✓ Representar geoméricamente una circunferencia.
- ✓ Hacer uso de ecuaciones para representar circunferencias ubicadas en el plano cartesiano.

TIEMPO: 2 horas.

HERRAMIENTAS:

Tablero, marcadores, regla, hojas en blanco, Guía de trabajo, fotocopias. Compas

ACTIVIDAD - 1

Descripción de la circunferencia

“Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro”.

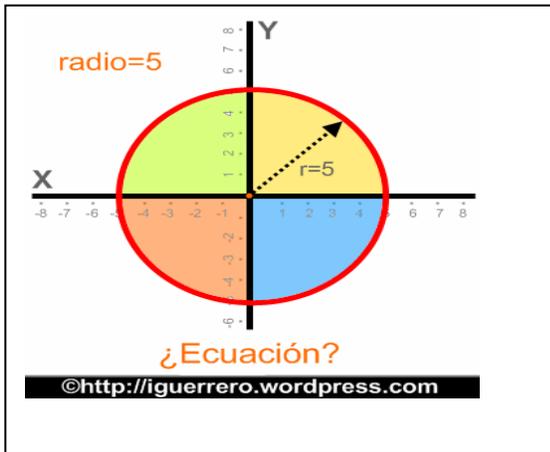


1. Teniendo en cuenta la definición construida anteriormente, responde las siguientes preguntas:

- c. ¿Cuáles conocimientos previos, crees que se necesitarían para encontrar la ecuación que determina una circunferencia con centro en $C(h, k)$ dado y radio r , dado?

- d. ¿Cómo crees que se puede encontrar la ecuación que determina una circunferencia con centro en $C(h, k)$ y radio r , dado? _____

Una circunferencia con Centro en el origen.



Si P (x, y) es un punto cualquiera sobre la circunferencia, entonces el conjunto: $(x, y): d(P, C) = r$ define la circunferencia, de esta manera:

Al momento de elevar la expresión algebraica al cuadrado obtenemos que

Por lo que la relación que define a una circunferencia de radio r con centro en un punto cualesquiera C(h, k) estará dada por la expresión la expresión

Ahora bien, esta expresión es para una circunferencia de radio r y centro en (h, k). A continuación, se presenta la ecuación canónica de la circunferencia:

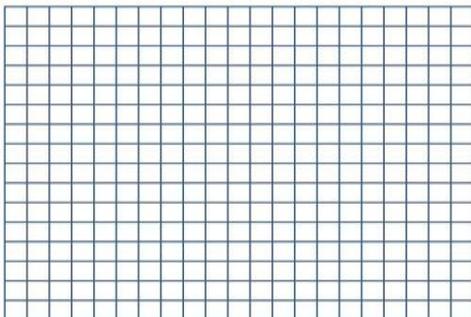
$$\sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2} = r$$

$$\left(\sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}\right)^2 = r^2$$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Con esta ecuación si conocemos un punto P (x, y) y un centro C (h, k) podemos encontrar el radio de la circunferencia.

- Dado el P (1, 3) y el C (-2, 4) encuentra el radio y grafica la circunferencia.



2. En el caso de ser h y k iguales a cero, es decir ser una circunferencia con centro en el origen.

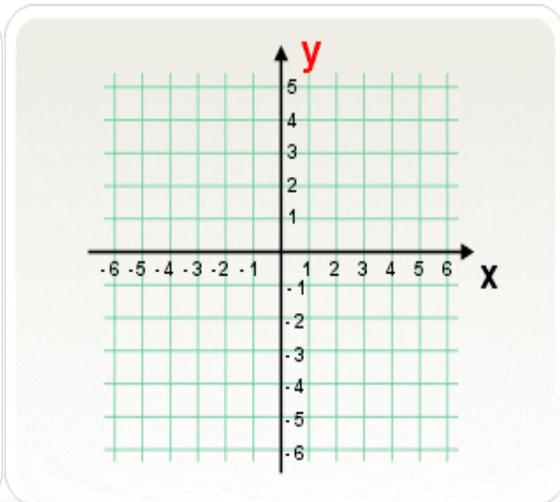
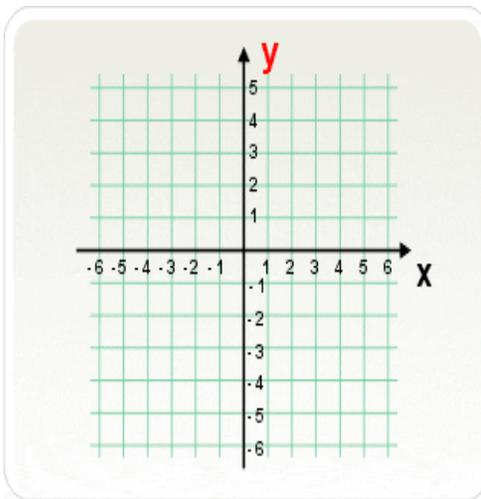
- a. La expresión canónica estaría reducida a:

b. ¿Qué pasaría en la anterior relación, si h y k , fueron igual a cero?

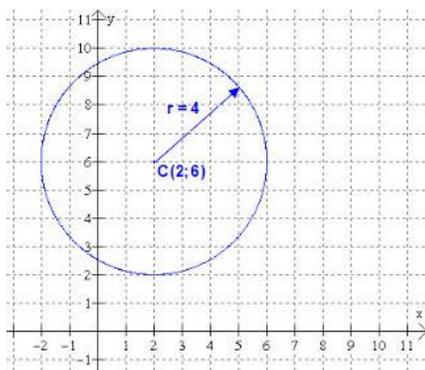
3. Dadas las coordenadas del centro y del punto hallar el radio de la circunferencia y graficarlo.

a. $P (-3, 5)$ $C (2, -4)$

b. $P (1,6)$ $C (-3, -7)$



ACTIVIDAD - 2



Tomando la ecuación canónica de la circunferencia de centro $C(h, k)$ y radio r es:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Si en esta ecuación desarrollamos los cuadrados de los binomios, eliminamos los paréntesis tendremos:

$$x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 - r^2 = 0$$

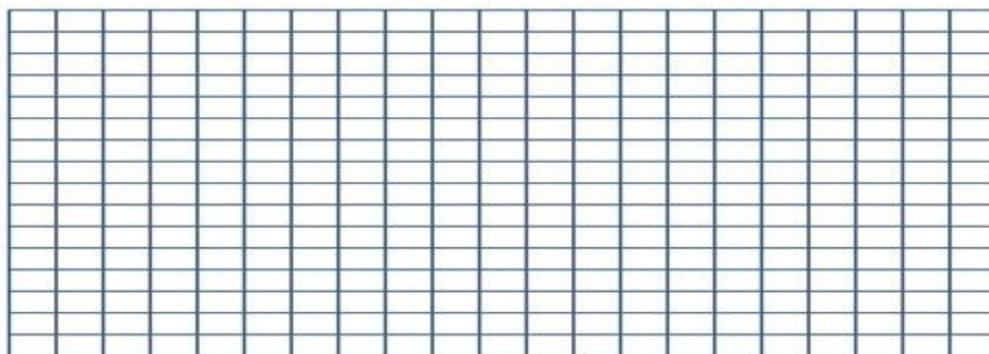
que ordenada sería

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

Llamando: $-2h = D$, $-2k = E$, $h^2 + k^2 - r^2 = F$ la ecuación quedaría expresada de la forma:

1. Con base en la anterior explicación observa los siguientes ejemplos y responde de manera individual las preguntas que se hacen al respecto:

- Halle la ecuación de la circunferencia con los datos que se presentan en el grafico anterior.
- Halle la ecuación de la circunferencia con centro $C(-3, -4)$ y tiene radio 3cm. Grafique la circunferencia en el plano.



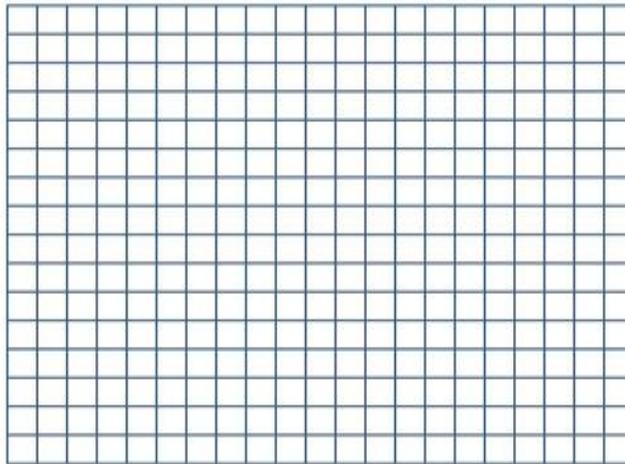
a. Describe paso a paso, los procedimientos realizados, para determinar la ecuación general de la circunferencia en cada uno de los ejemplos.



b. Determina cuáles de los pasos anteriores se pueden considerar como necesarios, en cualquier caso, justificando tu elección. _____

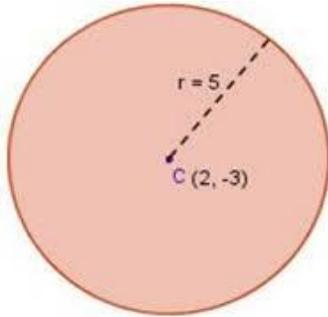
c. Escribe en el siguiente apartado las dudas que puedas tener y en el momento indicado por tu docente, compártelas con el resto de la clase. _____

2. Dado el centro y el radio, determinar la ecuación de la circunferencia: a. $C(3,6)$ y $r=5$ y grafica la circunferencia.



ACTIVIDAD - 3

Cuando conoces la ecuación general de la circunferencia puedes encontrar las coordenadas del centro y el radio.



$X^2 + Y^2 - 4X + 6Y = 12$ ahora ordenas las X, Y

$X^2 - 4X + Y^2 + 6Y = 12$ ahora completa los cuadrados

$X^2 - 4X + 4 + Y^2 + 6Y + 9 = 12 + 9 + 4$ aplique el caso III trinomio cuadrado perfecto

$(X - 2)^2 + (Y + 3)^2 = 25$

Cuando los números que están en el paréntesis están con signo + las coordenadas del centro se dan con signo -.

C (2, -3) y el r= 5

Teniendo en cuenta la explicación realiza en su hoja en blanco los siguientes ejercicios:

1. Encuentra las coordenadas del centro y el radio. Gráfica la circunferencia.

- a. $X^2 + Y^2 + 6X + 10Y = 2$
- b. $X^2 + Y^2 + 2X + 8Y + 1 = 0$
- c. $X^2 + Y^2 + 12X + 4Y =$

2. Seleccione la respuesta correcta de cada viñeta:



2.1. La glorieta del parque de Chitagá se encuentra sin iluminación pública, tiene un contorno que cumple con el lugar geométrico de una circunferencia de ecuación $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 100$. Los contratistas encargados del mantenimiento y reparación de la red eléctrica identificaron que el cableado que presenta fallas se encuentra ubicado espacialmente por la ecuación.

¿El cableado en que posición relativa con la circunferencia se encuentra?

- A. (-4 , 4) r= 10
- B. (4, -4) r = 10
- C. (-4, -4) r = 10
- D. (4, 4) r = 10

2.2. Al desarrollar la ecuación canónica del ejercicio anterior la ecuación general de la circunferencia es:

- a. $X^2 + Y^2 - 8Y + 8X - 68 = 0$
- b. $X^2 + Y^2 + 8Y - 8X - 68 = 0$
- c. $X^2 + Y^2 + 8X + 8Y - 68 = 0$
- d. $X^2 + Y^2 - 8X + 8Y - 68 = 0$



2.3 La cúpula del templo del Municipio de Chitagá tiene forma de circunferencia, la ecuación general de la circunferencia que se muestra en la figura es: $X^2 + Y^2 - 10X + 16Y - 311 = 0$, determina el centro de la cúpula y su radio.

- a. C (5, 8) r= 20m
- b. C (-5, 16) r= 20m
- c. C (5, -8) r = 20m
- d. C (5, 16) r= 20m

- La ecuación general de la circunferencia es $(x-h)^2+(y-k)^2 = r^2$ donde h y k son las coordenadas de:

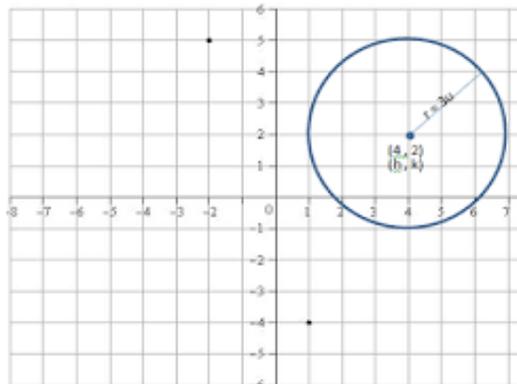
- A. El centro
- B. El foco
- C. El vértice
- D. El origen

- En el enunciado anterior r^2 es:

- a. El centro.
- b. El foco.
- c. El vértice.
- d. El radio.

- La ecuación general de la circunferencia que se muestra en la siguiente gráfica, está determinada por:

- a. $x^2+y^2-2x-2y-11=0$
- b. $x^2+y^2- 8x - 4y + 11=0$
- c. $x^2+y^2- 8x - 4y-11=0$
- d. $-x^2-y^2-2x-2y-11=0$





INSTITUCIÓN EDUCATIVA
 “ALONSO CARVAJAL PERALTA”



Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 2015

REG. SED Libro 5 Folio 348

NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155

PROYECTO DE AULA 2
DESCRIPCION DE LA PARABOLA
SESION 5

NOMBRE: _____ GRADO: _____ FECHA: _____

<p>ESTANDAR: Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cono.</p>
<p>DBA: Conoce las propiedades geométricas que definen distintos tipos de cónicas. Conoce algunas aplicaciones de las curvas cónicas, por ejemplo, las parábolas se utilizan para crear la parte reflectiva de las linternas.</p>
<p>COMPETENCIAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Justificar por qué la parábola es un lugar geométrico. ✓ Construir la representación geométrica de la parábola. ✓ Identificar la noción de parábola como lugar geométrico. ✓ Representar una parábola por medio de una ecuación canónica y general.
<p>TIEMPO: 6 horas.</p>
<p>HERRAMIENTAS:</p> <p>Tablero, marcadores, regla, hojas en blanco, Guía de trabajo, fotocopias. Compas</p>

ACTIVIDAD - 1

Rebeca y Jasón son dos apasionados por el arte, quieren a futuro estudiar arquitectura. Dentro de una de sus conversaciones, al dirigirse a sus casas, empiezan a hablar de diferentes obras arquitectónicas que consideran hermosas, encontrando que en todas ellas se usa la parábola, o una curva similar a esta, como herramienta para dar belleza a las construcciones y además dar un fin práctico. Entre las obras arquitectónicas que se muestran están estas:



1. Luego de ver estas imágenes y tener algo de idea de la forma de una parábola, responde:
 - a. ¿Qué piensas de estas imágenes y que usos se les pueden dar?

b. ¿Conoces algunas construcciones en las que se pueda ver la parábola?

C. Observar el video de los usos que tienen la parábola en diferentes contextos.

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/M_G10_U04_L05/video/AN_M_G10_U04_L05_02.mp4.

d. ¿Qué aplicaciones en la vida real tiene la parábola?

e. ¿Para qué sirve la parábola en la vida real?

f. ¿Cómo se utiliza la propiedad reflexiva de la parábola en diferentes contextos en situaciones reales?

g. Busca otras aplicaciones de la parábola en la vida real.

ACTIVIDAD - 2

PARÁBOLA DEFINICIÓN

Es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de una recta fija llamada directriz y de un punto fijo llamado foco

A la recta perpendicular a la directriz que pasa por el foco se la llama **eje de la parábola**

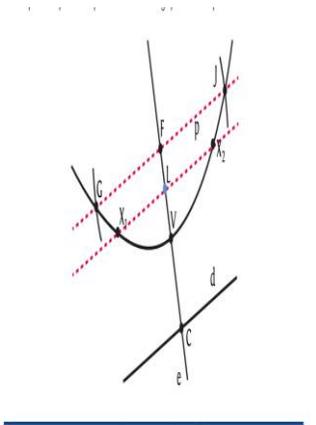
Al punto de corte del eje con la parábola se le llama **vértice**

Se define la **excentricidad** de la parábola como el cociente entre las distancias de un punto P al foco y a la directriz, y por tanto $e = 1$

Elementos de la Parábola

En toda Parábola conviene considerar:

- F** : Es el punto fijo llamado Foco.
- D** : Es la recta fija llamada Directriz.
- e** : Es la recta perpendicular a la Directriz trazada por **F** y es el eje de Simetría de la Parábola.
- V** : Se llama Vértice y es el punto de intersección de la Parábola con el Eje de Simetría.



- ### CONSTRUCCION DE LA PARABOLA.
- 1: En una hoja en blanco traza una recta con ayuda de tu regla y un punto fuera de ella, a la recta la llamaremos d y al punto externo F.
 - 2: Trazas una perpendicular a d que pase por F, la llamaremos e, al punto de corte entre d y e lo llamaremos C.
 - 3: Halla el punto medio del segmento FC, a este punto lo llamaremos V, este es nuestro primer punto de la parábola.
 - 4: Trazas una paralela a d por F y nómbrala p.
 - 5: Con centro en F y radio FC traza los dos arcos que cortan a la recta p, a los puntos de corte llámalos G y J, los puntos G, J y V harán parte de nuestra parábola, es hora de crear más puntos.
 - 6: Elige un punto cualquiera (L) en CF, traza por este punto una paralela a d y con centro F y radio CL traza dos arcos que corten a la paralela que acabas de trazar, a estos dos nuevos puntos márcalos, estos serán dos nuevos puntos de tu parábola. Paso 7: Repite el procedimiento del paso 7 cuantas.

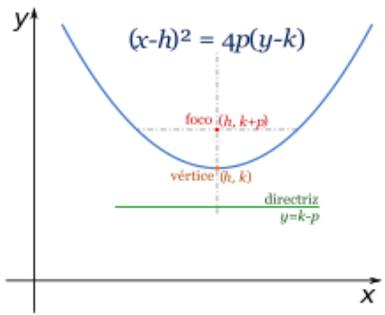
Ecuación Ordinaria de la Parábola con Vértice (h, k)

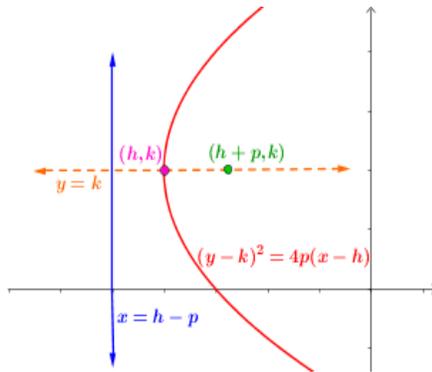
- Si p es positiva, la parábola se abre hacia arriba.
- Si p es negativa, la parábola se abre hacia abajo.
- Las ecuaciones ordinarias para las parábolas paralelas al eje-y son:

$(x - h)^2 = 4p(y - k)$

$(x - h)^2 = -4p(y - k)$

El gráfico de la parábola es hacia abajo.





Analizando una Parábola

Hallar las coordenadas del vértice y el foco de la parábola, la ecuación de la directriz, y su gráfico respectivo; siendo Su ecuación general $y^2 - 8x - 2y - 15 = 0$.

$$y^2 - 8x - 2y - 15 = 0$$

$$y^2 - 2y + \frac{1}{1} = 8x + 15 + \frac{1}{1}$$

$$(y - 1)^2 = 8x + 16$$

$$(y - 1)^2 = 8(x + 2)$$

$4p = 8$
 $p = 2$

Ecuación Ordinaria

El vértice es $(-2, 1)$.
El foco es $(0, 1)$.
La ecuación de la directriz es $x = -4$.
La parábola se abre hacia la derecha.

Ejemplo

Hallar la ecuación de la parábola cuyo vértice es el punto $(3,4)$ y cuyo foco está en el punto $(3,2)$. Hallar también la ecuación de su directriz y la longitud del lado recto.

- ¿Cuánto vale h ? ¿cuánto vale k ?
- En los puntos dados, ¿cuál de sus componentes permanece constante?
- ¿Qué tipo de parábola es?
- ¿Cuál es la forma de la ecuación de esta parábola?
- ¿Cuánto vale p ?
- La recta directriz ¿es vertical u horizontal?
- ¿Cuál es su ecuación?
- ¿Cuánto vale el lado recto?

ECUACIÓN GENERAL

- **ECUACIÓN GENERAL**
- Lo general es que el vértice de la parábola no sea el $V(0, 0)$ sino un punto cualquiera $V(k, h)$
- La fórmula quedaría:

$$x^2 = 2py$$

$$(x - k)^2 = 2p(y - h)$$

$$x^2 - 2kx + k^2 = 2py - 2ph$$

$$x^2 - 2kx - 2py + (k^2 + 2ph) = 0$$
- Que es la llamada
- **ECUACIÓN GENERAL DESARROLLADA**

ACTIVIDAD - 3

Con lo observado soluciona los siguientes puntos en la hoja en blanco que tu profesor te da.

- a. Grafica una parábola cualquiera con vértice $(0,0)$, que abra al lado izquierdo, haz un proceso análogo al observado anteriormente y plantea la ecuación para este tipo de parábolas.
- b. Grafica una parábola cualquiera con vértice $(0,0)$, que abra hacia arriba, haz un proceso análogo al observado anteriormente y plantea la ecuación para este tipo de parábolas.
- c. Grafica una parábola cualquiera con vértice $(0,0)$, que abra hacia abajo, haz un proceso análogo al observado anteriormente y plantea la ecuación para este tipo de parábolas.
- d. ¿Qué pasará si traslado el vértice a la coordenada $(0, k)$?, apóyate graficando una parábola con estas nuevas condiciones en los diferentes casos.
- e. ¿Qué pasará si traslado el vértice a la coordenada (h, k) ?, apóyate graficando una parábola con estas nuevas condiciones en los diferentes casos. ¿Qué observas de parecido en cada ecuación?, ¿Qué tienen de diferente?



INSTITUCION EDUCATIVA
 “ALONSO CARVAJAL PERALTA”



Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 20

REG. SED Libro 5 Folio 348

NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155

PROYECTO DE AULA 2
DESCRIPCION DE LA ELIPSE
SESION 6

NOMBRE: _____ GRADO: _____ FECHA: _____

ESTANDAR: Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cono.

DBA: Una elipse es el conjunto de puntos cuya distancia a un foco es siempre la misma.

Conoce algunas aplicaciones de las curvas cónicas por ejemplo las orbitas de los planetas alrededor del sol son elípticas en uno de sus focos.

COMPETENCIAS:

- ✓ Justificar por qué la elipse es un lugar geométrico.
- ✓ Describir la propiedad de reflexión de la elipse identificando su uso.
- ✓ Identificar la concepción de la elipse identificando sus características como lugar geométrico.
- ✓ Representar la elipse reconociendo estrategias de construcción geométrica con regla y compas.
- ✓ Hacer uso de ecuaciones para representar elipses en el plano cartesiano.

TIEMPO: 2 horas.

HERRAMIENTAS:

Tablero, marcadores, regla, hojas en blanco, Guía de trabajo, fotocopias. Compas

ACTIVIDAD - 1

1. Es importante estudiar la elipse?

2. Tiene alguna aplicación:

Observa el siguiente video y compara con sus respuestas, corrígelas:

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/M_G10_U04_L04/video/SN_M_G10_U04_L04_01.mp4. eM_G10_U04_L04_01.mp4
colombiaaprende.edu.co//Contenidos

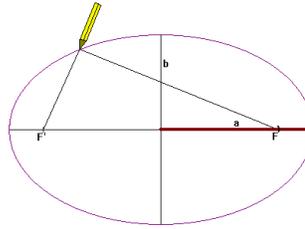
3. En que profesiones nos describen las aplicaciones de la elipse.

Respecto a lo que observaste en el video, ¿Cuáles de las siguientes imágenes corresponden a una aplicación de la elipse en la vida real? Coloca una X

Imagen	Si	No
 <p>El Sol constituye uno de los centros de la elipse;</p> <p>centros de la elipse</p> <p>Sol</p> <p>elipse</p>		
		
		
		
		

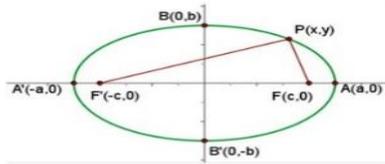
CONSTRUCCION DE LA ELIPSE

Dibuja dos segmentos perpendiculares de diferentes tamaños nómbralos AB y CD y su punto de intersección O. 2. Prolonga el segmento CD y traza el segmento AC. 3. Traza con el compás un arco con centro en O y radio AO, desde A hasta la prolongación de segmento CD, nombra al punto de intersección E. 4. Traza con el compás un arco con centro en C y radio CE, desde E hasta el segmento AC, nombra al punto de intersección F. 5. Encuentra la mediatriz del segmento AF, nombra O₁ su punto de intersección con la prolongación del segmento AO, y O₃ el punto de intersección con la prolongación del segmento CD. 6. Por simetría encuentra el punto O₂ y O₄. 7. Traza las rectas O₄ O₂, O₃ O₂ y O₄ O₁. 8. Traza las circunferencias: Con centro en O₁ y radio O₁ A Con centro en O₂ y radio O₂ B 9. Nombra T₁, T₂, T₃ Y T₄ los puntos de intersección de las circunferencias con los segmentos. 10. Traza dos arcos de circunferencia: Con centro en O₃ y radio O₃ T₁, desde T₁ hasta T₂ Con centro en O₄ y radio O₄ T₃, desde T₃ hasta T₄ Distancia focal Radio



La elipse es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que la suma de las distancias a otros dos puntos fijos llamados focos es constante.

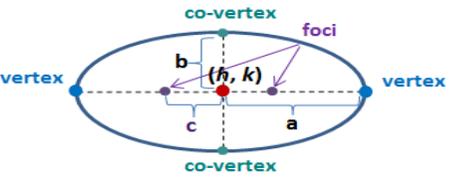
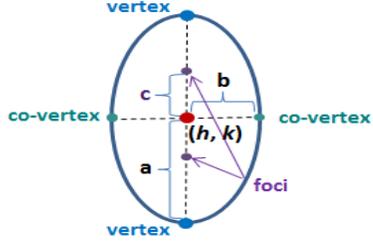
ELIPSE



Elipse con centro en el origen

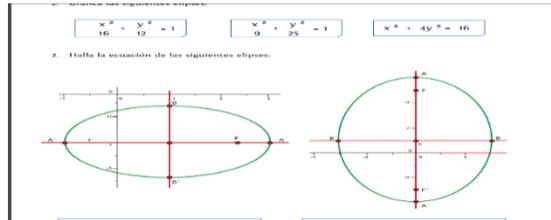
La gráfica de cada una de las siguientes ecuaciones es una elipse con centro en el origen y que tiene las propiedades dadas.

ECUACIÓN	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $a > b > 0$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ $a > b > 0$
VÉRTICES	$(\pm a, 0)$	$(0, \pm a)$
EJE MAYOR	Horizontal, longitud $2a$	Vertical, longitud $2a$
EJE MENOR	Vertical, longitud $2b$	Horizontal, longitud $2b$
FOCOS	$(\pm c, 0)$, $c^2 = a^2 - b^2$	$(0, \pm c)$, $c^2 = a^2 - b^2$
GRÁFICA		

Horizontal Ellipse	Vertical Ellipse
<p>At (0, 0): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$</p>	<p>At (0, 0): $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$</p>
<p>General: $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ $a^2 - b^2 = c^2$</p>	<p>General: $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$ $a^2 - b^2 = c^2$</p>
<p>Center: (h, k) Foci: $(h \pm c, k)$ Vertices: $(h \pm a, k)$ Co-Vertices: $(h, k \pm b)$</p>	<p>Center: (h, k) Foci: $(h, k \pm c)$ Vertices: $(h, k \pm a)$ Co-Vertices: $(h \pm b, k)$</p>
	

ACTIVIDAD - 2

Teniendo en cuenta la información anterior desarrolle los siguientes ejercicios



2. ¿Cuál de las siguientes es la ecuación de la elipse que tiene los focos definidos por $F_1(0,-3)$ y $F_2(0,3)$ y el eje mayor es $2a = 10$? a) c) b) d) 11) La gráfica de corresponder a:

- a) Una hipérbola con asíntotas
- b) Una hipérbola con los focos $F_1(-5, 0)$ y $F_2(5, 0)$
- c) Una elipse con el focal vertical
- d) Una elipse con vértices $V_1(0, -5)$ y $V_2(0, 5)$

3. Encuentre la ecuación ordinaria de la elipse con vértices en $V_1(-3, 7)$ y $V_2(-3, -1)$ y cuyo lado recto es igual a 2. Haga un bosquejo de la gráfica determinando sus elementos (focos, vértices, centro)

4. Hallar la ecuación de la elipse, según las condiciones dadas cuyos focos y vértices son los puntos $F_1(3,0)$, $F_2(-3,0)$, $V_1(5,0)$ y $V_2(-5,0)$

5. Hallar las coordenadas del centro, vértices y focos, longitud de los ejes y el lado recto, excentricidad y trazar la gráfica de las elipses:

- a) $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 21 = 0$
- b) $4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 37 = 0$

6. Hallar la ecuación de la elipse cuyos focos son los puntos $F_1(-3, -8)$ y $F_2(-3, 2)$ y la longitud del eje mayor es de 14



INSTITUCION EDUCATIVA
 “ALONSO CARVAJAL PERALTA”



Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 2015

REG. SED Libro 5 Folio 348

NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155

PROYECTO DE AULA 2
DESCRIPCION DE LA HIPERBOLA
SESION 7

NOMBRE: _____ GRADO: _____ FECHA: _____

<p>ESTANDAR: Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cono.</p>
<p>DBA: Conoce las propiedades geométricas que definen distintos tipos de cónicas. Conoce algunas aplicaciones de las curvas cónicas.</p>
<p>COMPETENCIAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Justificar por qué la hipérbola es un lugar geométrico. ✓ Construir la concepción de hipérbola identificando sus características. ✓ Representar una hipérbola reconociendo estrategias de construcción geométrica con regla y compas. ✓ Hacer uso de ecuaciones para representar hipérbolas en el plano cartesiano.
<p>TIEMPO: 2 horas.</p>
<p>HERRAMIENTAS:</p> <p>Tablero, marcadores, regla, hojas en blanco, Guía de trabajo, fotocopias. Compas. Video beam. Internet.</p>

ACTIVIDAD - 1

Observa el video:

http://objetos.ciersur.co/LO/M_G10_U04_L06/M_G10_U04_L06/M/M_G10_U04_L06/video/A_N_M_G10_U04_L06_01.mp4

Después de observar la animación, responde:

1. ¿Cuál sería tu estrategia para identificar donde construir la discoteca?

2. Crea un gráfico con ayuda de tu compás y regla dónde identifiques todos aquellos puntos que cumplen la condición que expresa el ingeniero al finalizar la animación.



Descripción de la hipérbola

Observa otro video sobre la aplicación de la hipérbola en nuestro entorno

http://objetos.ciersur.co/LO/M_G10_U04_L06/M_G10_U04_L06/M/M_G10_U04_L06/video/A_N_M_G10_U04_L06_02.mp4

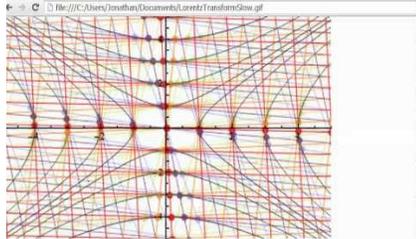
Responda:

1. ¿Cómo se llama la propiedad que hablan en el video?

2. Esta propiedad nos sirve para trabajar los

3. ¿En qué profesiones es utiliza la hipérbola?

Observa las imágenes donde se puede ver la hipérbola.



BASILICA DE BRASILIA

Utilizó en esta, la estructura hiperboloide, construida de hormigón, y parece que con su techo de vidrio se alzara abierto hacia el cielo, la estructura hiperboloide en sí es el producto de 16 idénticas columnas que tienen una sección hiperbólica y pesan 90 toneladas, representan dos manos moviéndose hacia el cielo.



Torre de Kobe

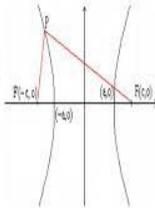


Consulta el nombre de todas las imágenes que tienen forma de hipérbola y escríbalos:

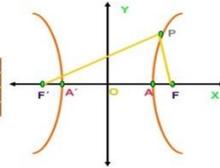
ACTIVIDAD - 2

Definición de La Hipérbola como Lugar Geométrico:

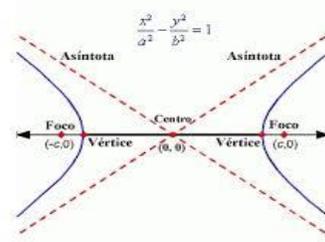
■ Hipérbola es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.



Elementos de la hipérbola



- En toda hipérbola conviene considerar:
- Y: Es el eje secundario de la hipérbola y es la mediatriz del eje focal.
- X: Es el eje focal de la hipérbola.
- F y F': Son los focos de la hipérbola.
- A y A': Son los vértices de la hipérbola.
- O: Es el centro de la hipérbola.
- P: Es un punto de la hipérbola.
- PF y PF': Son los radio vectores de la hipérbola.



Ecuación canónica de la hipérbola

■ Con eje transversal horizontal

Centro (0, 0)

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Centro (h, k)

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

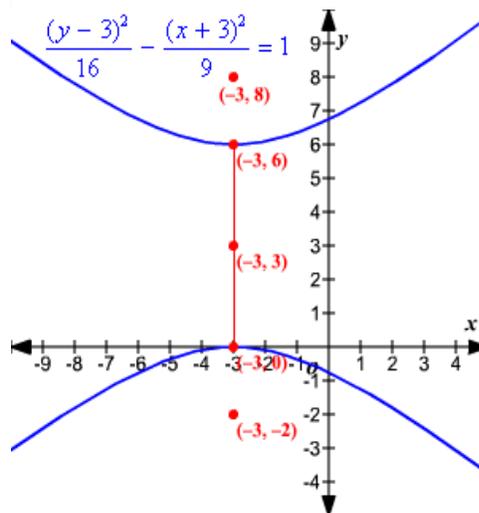
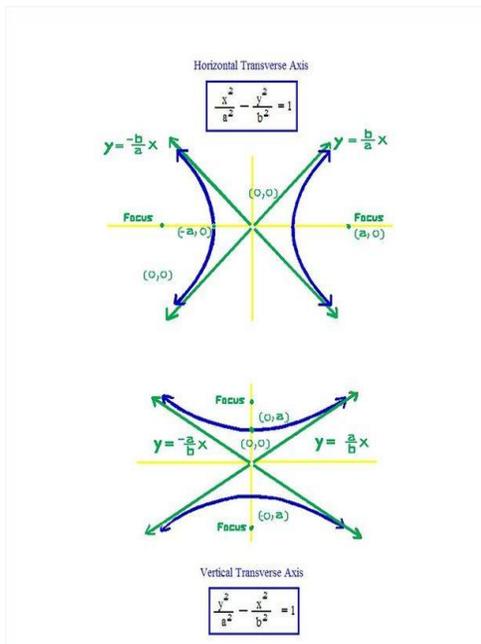
■ con eje transversal vertical

Centro (0, 0)

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Centro (h, k)

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$



DE CANONICA A GENERAL

- $144(y-4)^2 - 144(x-6)^2 = 144$
- $9(y-4)^2 - 16(x-6)^2 = 144$
- $9(y^2 - 2(y)(4) - (4)^2) - 16(x^2 - 2(x)(6) - (6)^2) = 144$
- $9(y^2 - 8y - 16) - 16(x^2 - 12x - 36) = 144$
- $9y^2 - 72y - 144 - 16x^2 - 192x - 576 = 144$

Ejercicios

1. Representa gráficamente y determina las coordenadas del centro, de los focos, de los vértices y la excentricidad de las siguientes hipérbolas.

- a. $9x^2 - 18x + 9 - 4y^2 = 0$
- b. $Y^2 - 2x^2 - 4x - 4y = 0$

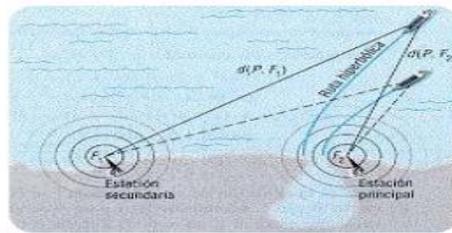
2. Grafica las hipérbolas con centro en (0,0).

- a. $x^2 / 16 - y^2 / 9 = 1$
- b. $y^2 / 49 - x^2 / 25 = 1$

3. Dado el centro encuentra la ecuación canónica de la hipérbola y grafíquela.

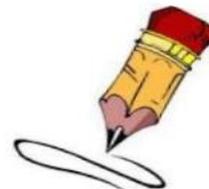
C (-4, 2) a= 10, b = 6

Dos estaciones LORAN están separadas por una distancia de 200 km entre si . Un barco registra una diferencia de tiempo de 0,0004 segundo entre las dos señales LORAN . ¿ En que lugar tocaría tierra si siguiera la hipérbola correspondiente a esta diferencia de tiempo ? (La velocidad de la luz es 300.000 km/s.)



4.

- Los focos y los vértices de una hipérbola son los puntos F1(5,0) F2(5,0) , V1(4,0), V2(-4,0), respectivamente . Determine la ecuación de la hipérbola y dibujar su grafica e indicar las asíntotas.



Capítulo V

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

Teniendo en cuenta la formulación de los objetivos, se plantean a continuación las conclusiones del proyecto.

Se aplicó el enfoque meta cognitivo en la competencia de resolución de problemas de las secciones cónicas en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Alonso Carvajal Peralta del municipio de Chitagá, lo cual se logró mediante la caracterización de su desempeño en dicho tema.

Para tal efecto, se aplicó una prueba evaluativa (pretest) la cual permitió determinar serias falencias en los estudiantes a la hora de resolver problemas, específicamente de las secciones cónicas, con base en ello, se procedió entonces, al diseño y aplicación de actividades dentro del enfoque meta cognitivo para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con las secciones cónicas de lo cual se deben resaltar los siguientes aspectos:

- El cambio de metodología resultó atractivo para los estudiantes.
- En ese mismo sentido, el trabajo realizado en el tema tratado fue más ameno, entretenido y significativo.
- Las estrategias utilizadas por el docente, tales como videos y desarrollo de guías, fueron bien recibidas y asimiladas por los estudiantes.
- El trabajo individual y grupal resultó efectivo, lo cual se pudo evidenciar en el desarrollo de cada actividad y en la evaluación final.

Respecto a este último punto, se debe mencionar que se aplicó una prueba evaluativa (postest), de la cual se resaltan los siguientes aspectos:

- Los resultados fueron significativamente mejores que los del pretest.
- Se evidenció un aprendizaje significativo, pues los estudiantes partieron de sus presaberes y pudieron llevar los nuevos conceptos a su vida práctica.
- El trabajo colaborativo fue de gran utilidad en la comprensión y resolución de problemas enfocados a las secciones cónicas.

5.2 Recomendaciones

El Estado, en cabeza del Ministerio de Educación Nacional, debe dar continuidad a los programas de capacitación a los docentes a nivel de maestrías y doctorados, pues solo así se logrará la meta de “Colombia, la más educada”.

Los directivos de las Instituciones Educativas deben gestionar recursos y planes con los cuales se capacite al personal docente, en aras del mejoramiento del desempeño académico de los estudiantes.

Los docentes, por su parte, deben asumir como propios los retos de una continua actualización académica y canalizar las oportunidades que le brinda el Estado para prepararse, esto en pro de sus estudiantes y de sí mismo.

Por otra parte, los docentes han de ser proactivos, dinámicos y creativos, buscando y aplicando siempre las mejores estrategias educativas para aplicar a sus alumnos.

Desde la perspectiva de los estudiantes, se les sugiere participar de manera activa en todos los proyectos que se apliquen durante su proceso educativo, pues son ellos quienes resultaran más beneficiados de ello.

De la misma manera, los estudiantes han de proponer y exigir de sus docentes la implementación de nuevas estrategias educativas y hacer aportes para que estas se cumplan.

Bibliografía

- Alcaldía del Municipio de Chitagá. (25 de Mayo de 2017). Recuperado el 29 de Mayo de 2017, de http://chitaga-nortedesantander.gov.co/informacion_general.shtml#economia
- Ballester, S., & *al et.* (1982). *Metodología de la enseñanza de la Matemática.* . (Vol. Tomo 1). (P. y. Educación., Ed.) Cuba.
- Baroody, A. (1994). (A. Visor, Ed.) Obtenido de El Pensamiento Matemático de los Niños: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010-29142011000200009
- Benedito, E. (2000). *Didáctica de la matemática moderna.* México : Trillas .
- Calderón, G. W. (2013). *Propuesta metodológica para la enseñanza de las secciones conicas en el grado decimo.* Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y naturales , Universidad Nacional de Medellín, Medellin.
- Cardoso, E. E., & Trinidad, C. M. (25 de Noviembre de 2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. (file:///C:/Users/LaRoca/Downloads/2652Espinosa2.pdf, Ed.) *Revista Iberoamericana de Educación*(47/5).
- Chrobak, R. (2014). *La metacognición y las herramientas didácticas.* Recuperado el 30 de Mayo de 2017, de <https://www.unrc.edu.ar/publicar/cde/05/Chrobak.htm>
- Constitución Política de Colombia. (1991). Obtenido de <http://www.constitucioncolombia.com/titulo-2/capitulo-2/articulo-67>

- Curotto, M. M. (Noviembre de 2010). La metacognición el aprendizaje de las matemáticas. (U. N. Catamarca, Ed.) *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 2(2).
- Dumas, C. A. (1987). *La resolution de problemes en Physique au Lycée*. Paris: .Universidad de París.
- Fernández, G., Gómez, D. P., Masero, M., & Zapata, R. I. (s.f.). *La resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas para la economía y la empresa*. Universidad de Valencia , Valencia.
- Gagné, R. (1971). *Las condiciones del aprendizaje*. . Nueva York: Trad. española:.
- Garcés, C. E. (2009). *Incidencia del GeoGebra en la Resolución de Problemas con Sistemas Lineales 2x2*. Barcelona : Universitat Autònoma de Barcelona.
- Godino, J. D., Batanero, J. D., & Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada. Granada: GAMI, S. L. Fotocopias.
- Gutiérrez., I. P. (2012). *Estudio de las aplicaciones de las conicas mediado por la modelación desde una visión analítica”*. Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y naturales, Universidad Nacional de Bogotá Colombia, Bogotá.
- La Revista Venezolana de Educación*. (2005). (*Educere*) , 9(29).
- Ley 15. (1994). Obtenido de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articulos-85906_archivo_pdf.pdf
- Malaspina, J. U. (2012). *Resolución de problemas y estímulo del pensamiento optimizador en la educación básica*. Pontificia Universidad Católica del Perú . Perú: Centro de investigación y formación en educación matemática.

Mayer, R. (1986). *Pensamiento, Resolución de Problemas y Cognición*. (I. 9788475093994, Ed.) Paidós Ibérica.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia . (8 de Mayo de 2014). Obtenido de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-342931_recurso_1.pdf

Moreira, M. (2005). *Aprendizaje Significativo Crítico - teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula* . (Instituto de Física Universidad Federal de Porto Alegre, Ed.) Recuperado el 27 de Mayo de 2017

Nieto, S. J. (31 de Julio de 2004). Obtenido de file:///C:/Users/LaRoca/Downloads/resolucion_de_problemas.pdf

Osses, S., & Jaramillo, S. (2008). *Metacognicion: un camino para aprender a aprender*. Recuperado el 31 de Mayo de 2017, de <http://www.scielo.cl/pdf/estped/v34n1/art11.pdf>

Peña, A. B. (2011). *Métodos científicos en observación en educación* . Madrid - España : Visión libros .

Perales, P. F. (1993). La Resolución De Problemas: Una Revisión Estructurada. (C. U. Cartuja., Ed.) *Enseanza de las ciencias*, 173.

Proyecto Educativo Institucional "PEI". (2016). Obtenido de Institucion educativa "Alonso Carvajal Peralta": <file:///c:/users/laroca/downloads/proyecto%20educativo%20institucional%20resignificado%20-%202016.pdf>

Quiñónez, A., & Jhonson, J. (2012). *Matemáticas, resolución de problemas con operaciones básicas. Para solucionar acontecimientos de la vida cotidiana. Sexto grado del Nivel*

Primaria. Guatemala:: Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, Ministerio de Educación.

Ramire, B. E. (2011). *Pensamiento matemático, proyecto curricular area de matemáticas*. Proyecto curricular , Colegio Pedagogico de los Andes , Cúcuta.

Ramirez, R. H. (2013). *Las Secciones Cónicas en la Escuela Secundaria: un Análisis Matemático y Didáctico, Especialista en Didáctica de las Ciencias con Orientación en Matemática*. Especialista en Didáctica de las ciencias con Orientación en Matemática, Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina.

Rodriguez, G. S., Herráiz, D. N., Prieto, d. I., Martínez, S. M., Picazo, Z. M., Castro, P. I., y otros. (2010-2011). Recuperado el 29 de Mayo de 2017, de https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/Inv_accion_trabajo.pdf

Rodríguez, L. (2004). *La Teoría del Aprendizaje Significativo*. Recuperado el 30 de Mayo de 2017, de <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>

Rodriguez, L. (2011). *La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual*. Recuperado el 30 de Mayo de 2017

Rodriguez, W. E. (2016). Teoría de Piaget: Etapas del desarrollo cognitivo del niño ¿Tu hijo evoluciona según su edad? *Cognifit - Salud, cerebro & neurociencias* .

Santos, T. M. (Abril de 1995). ¿Qué Significa el Aprender Matemáticas? Una Experiencia con Estudiantes de Cálculo. *Educación Matemática*, 7(1), 48.

Santos, T. M. (2012). *El papel de la resolución de problemas en el desarrollo del conocimiento matemático de los profesores para la enseñanza*. Universidad de Costa Rica. San José de Costa Rica : Centro de investigación y formación en educación matemática .

- Tárraga, M. R. (2008). *¡Resuélvelo ! Eficacia de un entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas matemáticos en estudiantes con dificultades de aprendizaje*. . Tesis Doctoral , Universidad de Valencia., Valencia. España. .
- Tellerias, N. (2001). Recuperado el 24 de Mayo de 2017, de rtelleria@iprm.upel.ve
- Vallín, G. D. (2007). Impacto de los resultados de la investigación en la formación del licenciado en derecho de la. (U. A. León, Ed.) *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo* ISSN 2007 - 7467.
- Vega, M. C. (1992). *La Enseñanza de la Matemática en la Escuela Básica a través de la Resolución de Problemas. Enseñanza de la Matemática*,. Caracas :
http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010-29142011000200009.
- Vid, S., & T. .. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*”,. México: Iberoamérica.

Apéndices

Apéndice A. Prueba diagnóstica

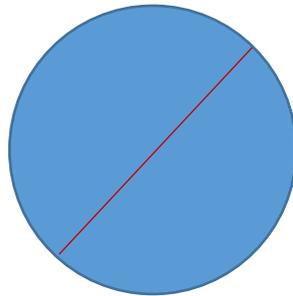


INSTITUCION EDUCATIVA
“ALONSO CARVAJAL PERALTA”
Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 2015
REG. SED Libro 5 Folio 348
NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155



NOMBRE: _____ GRADO: _____ FECHA: _____

1. En la figura se presenta una circunferencia, cuyo diámetro mide 6 centímetros.



Responda:

- Escriba las partes de la circunferencia

- ¿Cuánto mide el radio? _____
- Escriba la fórmula para calcular el área de la circunferencia.

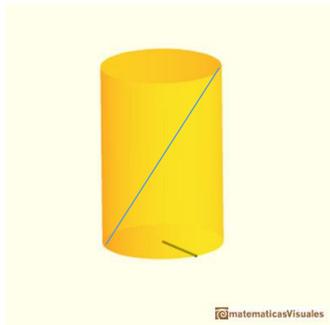
- ¿Cree usted que con ese dato se pueda calcular el área de la circunferencia? Si o no.

Justifique su respuesta. _____

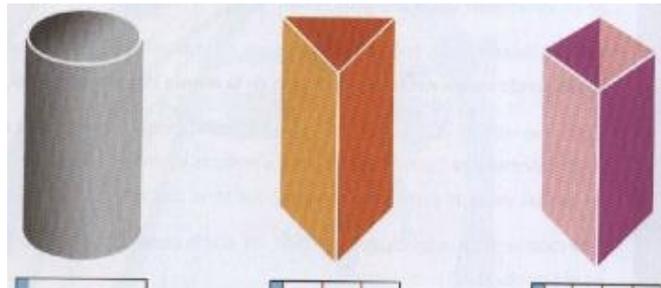
2. Resuelva la siguiente ecuación $3x + 4 = 2x - 10$ y selecciona la respuesta correcta.

- A. 5
- B. . 14
- C. -14
- D. -5

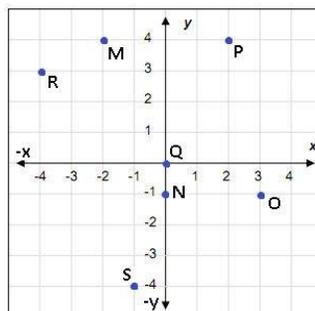
3. Una máquina que realiza cortes precisos para maquetas especializadas de diseño industrial, corto un cilindro por la mitad diagonalmente.



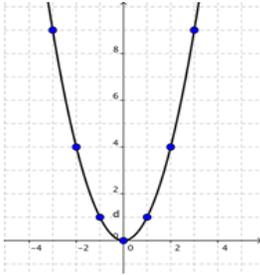
El cilindro quedó dividido en dos partes. ¿Cuál de los siguientes sólidos corresponde a la parte derecha del corte del cilindro?



4. Observa el plano cartesiano e indica las coordenadas de cada una de las letras que aparecen: M () N () O () P () Q () R () S ().



5. Una función cuadrática es toda función que pueda inscribirse de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde a, b y c son números reales, con la condición que $a \neq 0$. La grafica que nos muestran a continuación a que función pertenece:



- A. $F(x) = 2x^2$
- B. $F(x) = x^2$
- C. $F(x) = x^2 + 2$
- D. $F(x) = x^2 - 2$

6. Teniendo en cuenta la información anterior se puede afirmar que el dominio de la función Cuadrática es el conjunto de los números:

- A. \mathbb{R} y el rango es el conjunto de los \mathbb{R}^+
- B. \mathbb{R}^- y el rango es el conjunto de los \mathbb{R}
- C. \mathbb{R} y el rango es el conjunto de los \mathbb{R}
- D. \mathbb{R} y el rango es el conjunto de los \mathbb{R}^+

7. Ubica los números reales en la recta numérica y ordénalos de mayor a menor:

$\frac{3}{4}, 0, -6, \frac{7}{12}, -3, \frac{1}{2}, -\frac{4}{9}, 5, \pi, \sqrt{5}$

8. Completa la tabla con los signos de €, £.

Números	N	Q	I	Z	R	C
-10						
-4/7						

$\sqrt[3]{0,001}$						
8						
$\sqrt{16}$						
$\sqrt{-81}$						
-3, 45						

Responda:

- ¿Qué simboliza la letra II en matemáticas?

- ¿Cómo le pareció esta prueba diagnóstica? Fácil o difícil. Por que?.._____
- ¿Cuál ejercicio le cambiaría a la prueba? Proponga._____

Apéndice B. Proyecto de aula 3 – Evaluación secciones cónicas sesión 8



INSTITUCION EDUCATIVA
“ALONSO CARVAJAL PERALTA”
 Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 2015



REG. SED Libro 5 Folio 348

NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155

PROYECTO DE AULA 3
EVALUACION DE LAS SECCIONES CONICAS
SESION 8

NOMBRE: _____ GRADO: _____ FECHA: _____

<p>ESTANDAR: Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las secciones cónicas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cono.</p>
<p>DBA: Conoce las propiedades geométricas que definen distintos tipos de cónicas (circunferencia, parábola, elipse e hipérbola) en el plano y las utiliza para encontrar las ecuaciones generales de este tipo de curvas</p>
<p>COMPETENCIAS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Justificar por qué la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola son lugares geométricos. ✓ Representar las secciones cónicas reconociendo estrategias de construcción geométrica con regla y compas. ✓ Hacer uso de ecuaciones para representar las secciones cónicas en el plano cartesiano.
<p>TIEMPO: 2 horas.</p>
<p>HERRAMIENTAS:</p> <p>Tablero, marcadores, regla, hojas en blanco, Guía de trabajo, fotocopias. Compas</p>

I. Selecciona la respuesta correcta, realice el proceso.



1. La glorieta del parque de Chitagá se encuentra sin iluminación pública, tiene un contorno que cumple con el lugar geométrico de una circunferencia de ecuación $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 100$. Los contratistas encargados del mantenimiento y reparación de la red eléctrica identificaron que el cableado que presenta fallas se encuentra ubicado espacialmente por la ecuación.
¿El cableado en qué posición relativa con la circunferencia se encuentra?

- E. $(-4, 4)$ $r = 10$
- F. $(4, -4)$ $r = 10$
- G. $(-4, -4)$ $r = 10$
- H. $(4, 4)$ $r = 10$

2. Al desarrollar la ecuación canónica del ejercicio anterior la ecuación general de la circunferencia es:

- A. $X^2 + Y^2 - 8Y + 8X - 68 = 0$
- B. $X^2 + Y^2 + 8Y - 8X - 68 = 0$
- C. $X^2 + Y^2 + 8X + 8Y - 68 = 0$
- D. $X^2 + Y^2 - 8X + 8Y - 68 = 0$



3 La cúpula del templo del Municipio de Chitagá tiene forma de circunferencia, la ecuación general de la circunferencia que se muestra en la figura es: $X^2 + Y^2 - 10X + 16Y - 311 = 0$, determina el centro de la cúpula y su radio.

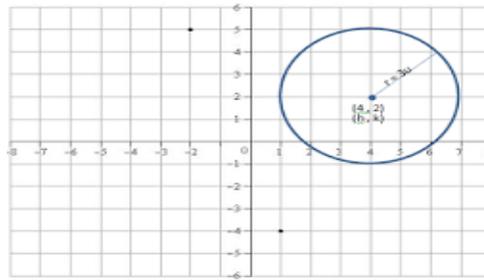
- A. C $(5, 8)$ $r = 20m$
- B. C $(-5, 16)$ $r = 20m$
- C. C $(5, -8)$ $r = 20m$
- D. C $(5, 16)$ $r = 20m$

3. La ecuación general de la circunferencia es $(x-h)^2+(y-k)^2 = r^2$ donde h y k son las coordenadas de:

- E. El centro
- B. El foco
- C. El vértice
- D. El origen

4. La ecuación general de la circunferencia que se muestra en la siguiente gráfica, está determinada por:

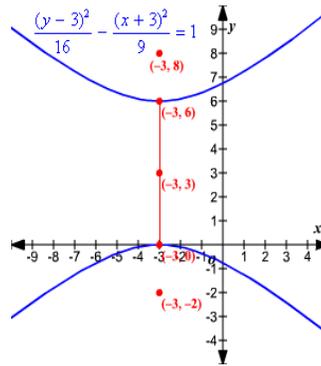
- A. $x^2+y^2-2x-2y-11=0$
- B. $x^2+y^2- 8x - 4y + 11=0$
- C. $x^2+y^2- 8x - 4y-11=0$
- D. $-x^2-y^2-2x-2y-11=0$



5.

La grafica de la derecha es una hipérbola que tiene de centro, eje transversal y eje conjugado:

- A. C(-3, 3) a= 3, b= 4
- B. C(-3, -3) a= 4 b= 3
- C. C(-3, 3) a= 4 b=3
- D. Ninguna de las anteriores



6. La ecuación $\frac{(x - 1)^2}{9} - \frac{(y - 4)^2}{16} = 1$, representa una hipérbola. Uno de los focos de esta hipérbola

- A. (0, 2)
- B. (-4,4)
- C.(6,2)
- D (6, -4)

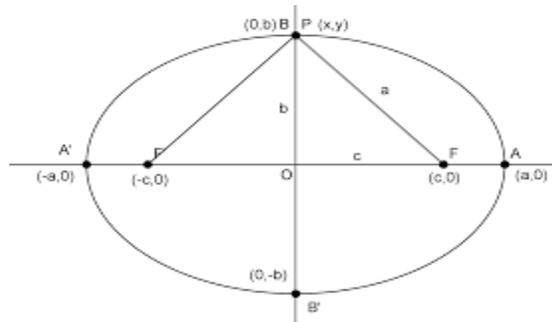
7. Si en la ecuación se intercambia el lugar de los denominadores, se genera

- A. Otra hipérbola cuyo eje mayor es paralelo al eje y.
- B. Otra hipérbola cuyo eje mayor es paralelo al eje x.
- C. Una parábola cuya recta directriz es paralela al eje y.
- D. Una parábola cuya recta directriz es paralela al eje x.

8. Para construir una elipse a partir de la ecuación planteada basta con:

- A. Cambiar de lugar los numeradores.
- B. Intercambiar numeradores con denominadores.
- C. Cambiar el 1 por un cero después del igual.
- D. Cambiar el signo menos por un signo más.

9. En cuanto a las elipses es correcto afirmar que:



- A. El eje mayor es el segmento BB' de longitud $2b$, b es el valor del semieje mayor.
- B. La distancia focal es el segmento FF' de longitud $2c$, c es el valor de la semidistancia focal.
- C. El eje menor es el segmento AA' de longitud $2a$, a es el valor de semieje menor.
- D. El eje secundario es la recta que pasa por los focos.

10. La ecuación de una pista circular de atletismo es $x^2 + y^2 - 10000m = 0$



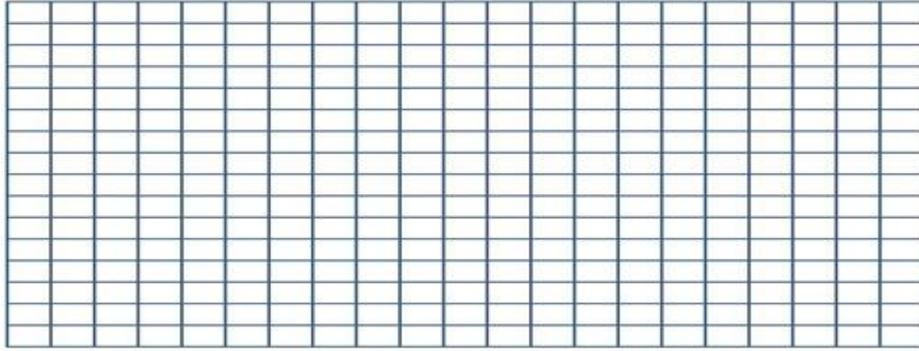
¿Cuántas vueltas aproximadamente debe darle un atleta que debe recorrer 8Km alrededor de la pista?

- A. 628 B. 14 C. 12 D. 15

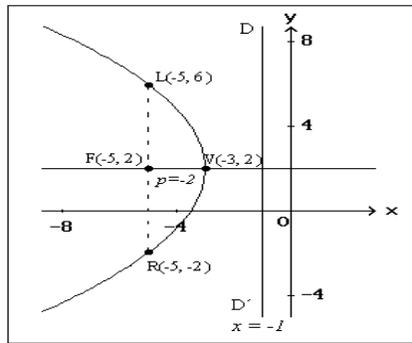
II. Preguntas abiertas.

11. Encuentre las coordenadas del centro, el eje focal, las longitudes a , b y c de la elipse cuya ecuación es $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 1$, gráfiquela.

16 25



12. Dada la siguiente gráfica, encuentra la ecuación de la parábola.



13. ¿Teniendo en cuenta la lectura de la historia de las conicas, menciona los matemáticos que las estudiaron y cuáles fueron sus aportes?

14. ¿Qué considera que es una figura de forma cónica?

15. ¿En qué profesiones se utiliza la hipérbola?

Apéndice C. Consentimiento Informado



INSTITUCION EDUCATIVA
“ALONSO CARVAJAL PERALTA”

Resolución No 04741 del 18 de noviembre de 2015

REG. SED Libro 5 Folio 348

NIT: 890.501.419-1 DANE: 154174000155



CONSENTIMIENTO INFORMADO

Cordial saludo,

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto: **LA RESOLUCION DE PROBLEMAS EN EL MARCO DEL ENFOQUE METACOGNITIVO DE LAS SECCIONES CONICAS.** Y a su vez solicitar aprobación para que su hijo/a _____ participe en la implementación del mismo. El estudio estará bajo la orientación de la docente **CLAUDIA VILLAMIZAR MOGOLLON** estudiante de la maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Durante el presente año se implementarán proyectos pedagógicos de aula, espacios destinados a:

Aplicación de pruebas diagnósticas para establecer el nivel en el que se encuentran los niños en cada una de sus dimensiones, cuestionario de comportamientos pro-sociales y manejo de emociones, además se observaran algunos pre-saberes propios de la edad de los niños (lenguaje)

Aplicación de un cuestionario para caracterizar el núcleo familiar para determinar personas que acompañan al infante en el proceso y el establecimiento de pautas de crianza en el hogar.

Implementación de actividades lúdicas pedagógicas para fortalecer el desarrollo multidimensional de los niños y las niñas, el manejo de las emociones y pautas de crianza.

Las fotografías tomadas de mi hijo(a) durante la realización de actividades escolares grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.

La aplicación de los cuestionarios contarán con total confidencialidad, solo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a un mejor desarrollo emocional, social y cognitivo de su hijo(a).

Me comprometo a:

Acompañar a mi hijo (a) en el proceso, apoyándolo en los compromisos escolares que adquiera,
_____ identificada con C.C. _____.

Participar en el proyecto no genera riesgos, costos, ni efectos indeseados para Usted ni para los niños y niñas, al contrario, obtendrá como beneficio acompañamiento para su proceso de aprendizaje.

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

Nombre completo: _____

Teléfono de contacto y/o correo electrónico: _____

Firma: _____

Apéndice D. Carta al Señor Rector solicita permiso para el desarrollo de las intervenciones.

Chitagá, Julio 21 de 2016

Señor:

NELSON MAURICIO RICO RAMIREZ

RECTOR. INSTITUCION ALONSO CARVAJAL PERALTA.

Chitagá.

REF: Solicitud de autorización y colaboración para desarrollar la propuesta de Investigación en la Institución.

Actualmente somos estudiantes beneficiadas de las Becas para la excelencia MEN en convenio con la UNAB en el programa Maestría en Educación; estamos en el tercer semestre y debemos iniciar el desarrollo de la propuesta de investigación: LA RESOLUCION DE PROBLEMAS EN UN MARCO METACOGNITIVO CON LAS OPERACIONES BASICAS CON FRACCIONARIOS PARA EL GRADO SEXTO Y LAS SECCIONES CONICAS PARA EL GRADO DECIMO, la cual está dirigida por la Doctora Leni Yelitza Santafé Rojas.

Para la ejecución de esta investigación se hace necesario realizar:

- Selección del grado Sexto A con una muestra de 33 estudiantes y del grado Decimo B con una muestra de 31 estudiantes.
- Consentimiento de los padres de familia de los estudiantes que cursan los grados Sexto A y Decimo B.
- Aplicación de encuestas.
- Aplicación de proyectos de aula en cada uno de los grados mencionados.

Por lo anterior le solicitamos su valiosa colaboración para desarrollar la propuesta en la Institución la cual se llevara a cabo desde el 1 de agosto de 2016 hasta finalizar dicha propuesta.

Agradeciendo de antemano su apoyo a la formación como profesionales.

Atentamente.

CLAUDIA VILLAMIZAR MOGOLLON
DOCENTE

NORALBA MORENO CARVAJAL
DOCENTE

Apéndice E. Evidencias fotográficas

