

**Estrategia Pedagógica Activa Para Dinamizar El Aprendizaje
De Las Matemáticas En Grado Décimo**

Erika Paola Trejos Gómez



Universidad Autónoma de Bucaramanga

Maestría En Educación

Facultad De Educación

Bucaramanga

2017

**Estrategia Pedagógica Activa Para Dinamizar El Aprendizaje
De Las Matemáticas En Grado Décimo**

Erika Paola Trejos Gómez

**Trabajo de grado para obtener el título de:
Magíster en Educación**

Director:

Juan Hildebrando Alvarez Santoyo

Universidad Autónoma de Bucaramanga

Maestría En Educación

Facultad De Educación

Bucaramanga

2017

Dedicatoria

Quiero dedicar este trabajo principalmente a Dios por darme la salud que necesite en el momento de hacer y culminar este proceso, a mi esposo que siempre me brindo apoyo emocional durante el tiempo que escribía la tesis y a mis padres y familiares por estar brindándome confianza y estar pendiente de lo que necesite para poder finalizar la investigación.

Agradecimientos

En esta investigación directa o indirectamente participaron distintas personas opinando, corrigiendo y apoyando por eso agradezco a mis maestros por depositar conocimiento en mí, especialmente al doctor Juan no solo por ser mi maestro sino mi director, por su gran ayuda, paciencia, consejos, correcciones, orientaciones y su apoyo incondicional, ya que con su valiosa dirección permitió seguir y concluir el camino. A la institución donde se desarrolló la investigación, a la rectora, profesores y estudiantes por su colaboración.

Toda esta investigación no hubiera sido posible sin la ayuda de todos ustedes, por eso mi mayor reconocimiento y gratitud.

Resumen

Este trabajo de investigación presenta una estrategia pedagógica activa orientada desde las matemáticas en el grado décimo con el fin de identificar, aplicar y evaluar las características que generan un cambio de la formación tradicional a una formación con metodología didáctica, donde se parte del problema que tienen los estudiantes para conectar su conocimiento y relacionar el aprendizaje con el contexto en el que se desenvuelve, por lo tanto, se usa el método de investigación mixta con un pre test, un post test y la comparación de resultados desde la observación, estableciendo una estructura pedagógica adaptada de la secuencia didáctica y hexágono pedagógico de los hermanos de Zubiria con la teoría de pedagogía conceptual que facilita adaptar los saberes al aula de clase. Para lograrlo, se hace recuento teórico y explicación de la estrategia pedagógica activa, donde se puede ver la importancia, beneficios y elementos como la modelación y pensamiento matemático, que permiten concluir que una estrategia pedagógica activa mejora la enseñanza-aprendizaje y da grandes resultados cognitivos, fortaleciendo las capacidades matemáticas.

Tabla De Contenido

Introducción	11
1. Planteamiento del Problema	13
1.1 Antecedentes	13
1.2 Problema de investigación	14
1.3 Objetivos de la investigación	16
1.3.1 Objetivo General	16
1.3.2 Objetivos Específicos	16
1.4 Hipótesis	17
1.5 Justificación	17
1.6 Delimitaciones	18
1.7 Limitaciones	19
2. Marco Teórico	20
3. Método	49
3.1 Tipo de investigación	49
3.2 Diseño de investigación	51
3.3 Enfoque metodológico	52
3.4 Universo de investigación	52
3.4.1 Población	53
3.4.2 Muestra	53
3.5 Marco Contextual	53
3.6 Variables de la investigación	56
3.7 Análisis de la información	59

3.8 Consideraciones éticas	60
4. Análisis y Discusión de Resultados	61
4.1 Encuesta sociodemográfica	61
4.2 Análisis de variable cualitativa	65
4.2.1 Triangulación	65
4.3 Análisis de variable cuantitativa	71
4.3.1 Pre test	71
4.3.2 Post test	78
4.4 Comparación del pre test y post test	82
5. Conclusiones	84
Referencias	88
Apéndices	95

Lista de Figuras

Figura 1. Modelo del Hexágono	54
Figura 2. Edad en la que se encuentran los estudiantes	61
Figura 3. ¿Con quién vive?	62
Figura 4. Estrato Socioeconómico	62
Figura 5. ¿Cuántas personas viven en su casa?	62
Figura 6. ¿Cuáles de los miembros de su hogar trabajan?	63
Figura 7. ¿Qué carrera le gustaría estudiar?	63
Figura 8. ¿Cuál asignatura le llama más la atención?	63
Figura 9. ¿Qué es lo que más le gusta de las clases?	64
Figura 10. Esquema Diario de Campo	69

Lista de Tablas

Tabla 1. Técnicas e instrumentos	51
Tabla 2. Clasificación de las variables de investigación	57
Tabla 3. Comparación entrevista inicial y entrevista Final	65
Tabla 4. Organización de la Prueba	71
Tabla 5. Pensamientos matemáticos que se trabajaron en el pretest	73
Tabla 6. Respuestas que marcaron los estudiantes en el pre test	74
Tabla 7. Promedio en cada una de las preguntas según el pre test	75
Tabla 8. Respuestas que marcaron los estudiantes en el post test	79
Tabla 9. Promedio en cada una de las preguntas según el post test.	80
Tabla 10. Comparación del pre test y post test	81

Lista de Apéndices

Apéndice A. Autorización de datos para el tratamiento de la información del trabajo de grado	95
Apéndice B. Cuestionario Sociodemográfico	96
Apéndice C. Temas de Grado Décimo	98
Apéndice D. Entrevista	100
Apéndice E. Secuencia Didáctica	101
Apéndice F. Guía de la secuencia didáctica	102
Apéndice G. Diario de campo	110
Apéndice H. Registro fotográfico de las actividades que se realizaron en las intervenciones con la secuencia didáctica	111

Introducción

La sociedad va marcando pautas en el proceso de enseñanza aprendizaje y según Cantoral (2003) va afectando las prácticas educativas exigiendo nuevas metodologías en el aula, es por esto que hay que tener en cuenta las características de los jóvenes de esta época, donde la cultura apunta a modelos de conductas específicas y es la educación la que tiene la gran responsabilidad de transformar el aprendizaje para romper esquemas sociales.

Además para, “mejorar la enseñanza y el aprendizaje de un Saber cómo la matemática implica reorganizar el currículo de modo que éste se pueda movilizar desde una orientación metodológica participativa que integre otras alternativas matemáticas” (Obando & Munera, 2003). Teniendo en cuenta que lo que se pretende con esta investigación es crear una estrategia pedagógica activa que dinamice el aprendizaje de las matemáticas en décimo grado, se da como punto de partida los aspectos que propone Bauman en “Educar para transformar y los retos de la humanidad” (2013), los cuales se clasifican de la siguiente forma:

- Armonizar la relación maestro alumno
- Tratar la cantidad de información

Estos aspectos se tendrán en cuenta a lo largo de toda la propuesta de investigación y en la intervención, donde se le dé protagonismo al estudiante en un espacio activo llevado de la mano del contexto y de la información. Se aplicarán algunas metodologías y herramientas en el aula para desarrollar el pensamiento matemático, las cuales estarán apoyadas en teorías como las de Ausubel y de Zubiria con el hexágono pedagógico y la secuencia didáctica. También, se tendrá en cuenta aspectos propios de varios modelos pedagógicos, de los cuales se hace mayor énfasis en las corrientes pedagógicas: constructivista, activa y conceptual, sustentado desde Flores con los cuatro pilares de la educación en “la educación encierra un tesoro” (1996), donde

se retoma cada pilar así: “Aprender a conocer, Aprender hacer, Aprender a vivir juntos y Aprender a ser”; con estos se pretende que el estudiante llegue a ellos, incrementando sus posibilidades creativas de aprendizaje y la adquisición de conocimientos así como el desarrollo de habilidades, como lo propone Obando y Munera “cuando dicen que hay que involucrarlos de manera activa para que utilicen aspectos contextuales y herramientas dinamizadoras que los lleve a alcanzar esquemas generales de pensamiento” (2003).

1. Planteamiento del Problema

1.1 Antecedentes

El Colegio Jorge Isaac ha formado estudiantes integrales, para que alcancen una mejor calidad de vida durante 43 años y solo en la última década ha usado la pedagogía conceptual, que en esta institución se trabaja por medio de guías, donde es fundamental el uso del concepto “mentefacto”, para el desarrollo de la interpretación desde edad temprana. Sin embargo, en el colegio esta pedagogía no se centra propiamente en las matemáticas como área fundamental sino de manera general para todas las áreas, siendo actualmente las matemáticas muy operacional y memorística, dejando de lado el trabajo que exige las competencias desde los estándares para un proceso diferente del análisis y la resolución de problemas, desarrollado cada uno de los pensamientos matemáticos.

De manera puntual, en el Colegio Integrado Jorge Isaac ya se viene implementando medidas que le permitan alcanzar excelentes puntajes ICFES como una de las mejores instituciones, sobresaliendo en las pruebas Saber en un nivel muy superior, mejorando desde el proceso de lecto-escritura para generar un mayor pensamiento crítico. Para el 2016 la institución capacitó algunos docentes en el diplomado “lectores competentes” con el fin de implementar el proyecto de pedagogía conceptual de la Fundación Alberto Merani, desde el preescolar hasta grado undécimo.

Zubiria, fundador de la Fundación Alberto Merani afirma que “a los estudiantes les va mal porque no les han enseñado a pensar, interpretar y resolver” (1998), es por esto que trabaja por medio del programa lectores competentes los seis niveles de lectura, de acuerdo al grado en el que estén los estudiantes y de manera secuencial, pasando por: la fonética, la decodificación

primaria, la decodificación secundaria, la decodificación terciaria, la lectura precategórica y la lectura semántica, usando recursos como la web, los mentefactos y el manejo de los libros.

A partir de lo anterior, se pretende complementar el ambiente de aprendizaje de los estudiantes de grado décimo a través de una estrategia pedagógica activa, que muestre la gran importancia de mejorar las capacidades matemáticas en los jóvenes, de la mano de la pedagogía conceptual. Así mismo, reconocer las grandes potencialidades que se pueden desarrollar con actividades que se enfoquen a partir de una estrategia pedagógica activa, con diseños y secuencias didácticas que involucren los procesos matemáticos.

1.2 Problema de investigación

Uno de los problemas de las matemáticas hoy en día es que los estudiantes no sean capaces de conectar su conocimiento y relacionar su proceso de aprendizaje con el contexto en el que se desenvuelve y esto se evidencia en las pruebas externas, debido a la poca capacidad en resolución de problemas. Es necesario “Reconocer la necesidad de implementar modificaciones educativas en el campo particular de las matemáticas con base en diseños mejor adaptados a las prácticas escolares” (Cantoral & Farfan, 2003), permitiendo el desarrollo del pensamiento matemático.

A medida que los niños van creciendo y alcanzando la adolescencia se puede ver que la gran mayoría va perdiendo poco a poco la motivación por el estudio, como menciona Obando y Munera (2003), por eso la educación debe estar fortalecida desde el currículo y responder a la necesidad de los jóvenes especialmente desde el área de matemáticas. Esta situación no es nueva y se viene presentando a través de la historia, sin embargo, recientemente hay docentes que se interesan en mostrar otra forma de enseñar esta área como es el caso de Villa (2015) en la

Universidad de Antioquia con investigaciones de: modelación en la matemática, educación matemática y tecnologías de la información y comunicación en educación matemática.

“La crisis que viene presentándose en la escuela en cuanto a la errada metodología, que no presenta correlación entre el nivel de desarrollo intelectual del alumno, los conocimientos teóricos, metodológicos y el rendimiento en la implementación de nuevos conceptos” Mendoza (2005).

Por consiguiente, en el transcurso de la investigación se tratará de resolver los siguientes interrogantes que son los que encaminarán el problema:

- ¿La estrategia pedagógica activa motiva el aprendizaje en los estudiantes de grado décimo del colegio Integrado Jorge Isaac?.
- ¿Por qué implementar la estrategia pedagógica activa en estudiantes de décimo grado?.
- ¿Qué es la pedagogía activa?.
- ¿Cómo dinamizar el aprendizaje de las matemáticas mediante la pedagogía activa?.
- ¿Desde qué modelo pedagógico se puede trabajar la estrategia pedagógica activa que sustente el aprendizaje de las matemáticas?.
- ¿Qué efectos genera trabajar la estrategia pedagógica activa en las matemáticas en los estudiantes de décimo grado del Colegio Integrado Jorge Isaac?.
- ¿En que se basa la estrategia pedagógica activa para dinamizar el aprendizaje matemático en el Colegio Integrado Jorge Isaac?.
- ¿Qué condiciones debe tener la institución o estudiantes para garantizar éxito en la implementación de la estrategia pedagógica activa en las matemáticas?.
- ¿Qué rol y actitud debe asumir el docente de matemáticas del colegio Integrado Jorge Isaac para implementar la estrategia pedagógica activa?.

- ¿Qué recursos educativos se utilizarían para el desarrollo de la estrategia pedagógica activa en las matemáticas?

Por lo anterior, se quiere formular una estrategia pedagógica activa que pueda dinamizar las matemáticas y complementar el proceso educativo en grado décimo. Por ello el problema de esta investigación es: ¿Cómo una estrategia pedagógica activa puede dinamizar el aprendizaje de las matemáticas en décimo grado del colegio integrado Jorge Isaac?

1.3 Objetivos de la investigación

El objetivo general busca dar respuesta a un problema de investigación planteado anteriormente, y los objetivos específicos permitirán alcanzar el objetivo general.

1.3.1 Objetivo General. Diseñar la estrategia pedagógica activa que dinamice el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes de grado décimo del Colegio Integrado Jorge Isaac.

1.3.2 Objetivos Específicos.

- Identificar las características de la estrategia pedagógica activa.
- Aplicar una estrategia pedagógica activa que potencie el pensamiento matemático en los estudiantes de grado décimo.
- Evaluar la estrategia pedagógica activa desde los resultados obtenidos.

1.4 Hipótesis

Una estrategia pedagógica activa dinamizará el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes de grado décimo del Colegio Integrado Jorge Isaac, generando un cambio de la formación tradicional a una formación con metodología y herramientas didácticas, lo que llevará a mejorar los procesos matemáticos. Además, El tomar características puntuales de algunos modelos pedagógicos, permitirá dinamizar procesos, desarrollar pensamiento, adquirir competencias puntuales propias de las matemáticas y mejorar significativamente en los resultados de las evaluaciones y en las puntuaciones en pruebas de Estado.

En conclusión, se pretende implementar una estrategia pedagógica activa que le permita a los estudiantes desarrollar el aprendizaje de las matemáticas, usando el método de investigación mixta donde se tiene en cuenta un pre test, un post test y la comparación de resultados que llevarán a evidenciar si la estrategia usada es adecuado o no, sin dejar de lado la parte cualitativa que es la que explicará lo que está sucediendo desde la observación.

1.5 Justificación

Hoy en día la sociedad se ve enfrentada a una modernidad tecnológica que ha llevado a la educación a replantearse nuevas estrategias metodológicas, formulando unas de mayor impacto desde las TIC y la pedagogía activa, para motivar al estudiante a adquirir conocimientos, tal como lo menciona Bauman (2005), en una sociedad y una modernidad transitoria y en constante transformación. Es por esto que surge la necesidad de propiciar espacios para desarrollar de forma más productiva el proceso de aprendizaje, donde es importante encontrar

relación entre el discurso teórico y la práctica, llevando a la educación a renovar ciertas posturas en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Colombia.

Por lo tanto, la estrategia pedagógica que se pretende implementar en el Colegio Integrado Jorge Isaac implica otras metodologías que benefician al estudiante para la comprensión del conocimiento y para disminuir la reprobación de asignaturas y deserción escolar, volviéndose su formación académica vital para desenvolverse en su contexto y para alcanzar nuevas metas.

Es importante preocuparse por formular y aplicar estrategias de aprendizaje novedosas y actualizarse en la forma de enseñanza para que el estudiante aprenda fácilmente. Investigar las estrategias pedagógicas activas en las matemáticas ayuda a ampliar el conocimiento desde la lógica y el razonamiento.

1.6 Delimitaciones

Este trabajo se llevará a cabo con una muestra de 28 estudiantes de grado décimo, de una población de 400, de una institución educativa de carácter privado que ofrece educación formal desde pre-escolar hasta grado undécimo en el área metropolitana de Bucaramanga, llamado “*Colegio Integrado Jorge Isaac*”, el cual está fundamentado en la doctrina católica, buscando formar integralmente a los estudiantes desde los desempeños volitivos, procedimental, cognitivo y comunicativo, para llegar a alcanzar una mejor calidad de vida y desempeño social.

La institución cuenta con recursos como: aulas convencionales de clase, sala de informática, salón de expresión, salón de dibujo técnico, laboratorio de química, biblioteca,

además, de los espacios en común como: el patio, la sala de lectura, que puede permitir el desarrollo de un proceso de aprendizaje.

1.7 Limitaciones

Se deben tener en cuenta que algunas de las limitaciones están dadas desde:

- La disposición y actitud de las directivas ante la investigación.
- La actitud asumida por los docentes y estudiantes para asimilar la propuesta.
- La cantidad de actividades formativas que se programan en la institución.
- Los espacios insuficientes o no apropiados de acuerdo a las necesidades.

2. Marco Teórico

Este capítulo contiene recuento de referentes teóricos, explicación de la estrategia pedagógica activa, su importancia y sus beneficios; mira ciertos criterios y elementos como: modelación, pensamiento matemático, documentos rectores, estándares básicos de competencia matemática, indicadores de calidad y pedagogía conceptual, además, para finalizar se realiza una revisión de las investigaciones empíricas que se han hecho sobre el mismo tema.

Por consiguiente, se tiene en cuenta algunas claves para motivar a los alumnos recopilados desde los recursos web de la Universidad Internacional de Valencia:

1. Intentar asociar las actividades de la clase con los intereses del estudiante: deportes, música, eventos de actualidad, cultura audiovisual, etc.
2. Despertar la curiosidad del estudiante apelando al factor sorpresa. Por ejemplo, señalando discrepancias existentes entre determinadas creencias de la mayoría de la gente sobre muchos temas y la realidad.
3. Utilizar juegos y actividades, on line y físicas, para hacer las clases más divertidas, amables y cercanas a los alumnos.
4. Introducir variedad en la organización y estructura de las clases para no aburrir a los alumnos con una excesiva monotonía.
5. Ceder el protagonismo a los estudiantes, lo más recomendable hacer a los alumnos muy participes de la clase. Los alumnos tienen que poder preguntar y opinar si ningún miedo, ni sentirse cohibidos.
6. Un ejercicio interesante y altamente motivador es pedir a los alumnos (individualmente o por grupos) que aporten y creen un producto cultural relacionado

con las materias que se están explicando. Hoy en día existen muchos proyectos interesantes y distintos a la típica redacción u opinión personal por escrito. Por ejemplo, la elaboración de un blog interactivo o un vídeo.

7. Evitar dar demasiada importancia a las evaluaciones: Además de evitar la ansiedad y una competencia excesiva entre compañeros, los alumnos que estudian con el único objetivo de sacar buenas notas, además de ser más fácil que pierdan la motivación en algún momento, no disfrutan del placer de aprender por el solo hecho de hacerlo e incluso por diversión.
8. Trasladar la propia motivación a los estudiantes: La motivación también se contagia. Por este motivo, una estrategia muy eficaz es que el profesor comunique su propio interés por la materia a los alumnos. Los chicos son los primeros en detectar la pasión de un profesor por la asignatura, pero también su desgano o falta de interés.
9. Usar conceptos novedosos: Los recursos tecnológicos y las TIC (tecnologías de la información y comunicación) hace ya tiempo que entraron en el aula. Sin embargo, no se utilizan en todo su potencial.
10. El material interactivo y audiovisual, sobre todo si implica la participación activa de los estudiantes, es una apuesta segura para despertar el interés y la motivación de alumnos de todas las edades. En este tema, la imaginación del profesor o profesora para usar estos recursos con un toque original y motivador es fundamental, Por ejemplo, se puede utilizar el visionado de un vídeo de una película histórica para que los alumnos encuentren fallos e incongruencias, fomentando al mismo tiempo su espíritu crítico.

Así pues, tal vez la mejor manera de acercarse a las matemáticas, para lograr una interiorización y aprendizaje, es una estrategia pedagógica activa. Para muchas personas, las matemáticas son una ciencia que pocos llegan a entender. Es una asignatura a la cual muchos le demuestran miedo y poca voluntad, porque desde un principio se les ha inculcado en su mente que no todos serán capaces de entenderla debido a la falta de ciertas habilidades que pocos poseen, por ejemplo: una inteligencia lógico- matemática.

En este sentido, se ha venido dando una alternativa al currículo de matemática, dando una mayor relación entre los conocimientos matemáticos; el estudiante y el profesor se comienzan a entrelazar en una pedagogía activa, por medio del mejoramiento de los métodos de enseñanza-aprendizaje en el aula de clases, en la medida en que este método beneficie la actividad matemática del estudiante, claramente asistido por un profesional, al cual se llama maestro para poder ayudar y construir ideas matemáticas mediante diferentes formas de expresar los conceptos matemáticos.

Es importante aclarar, que la matemática debe ser bien fundamentadas desde la niñez, ya que en esta época es donde se comienzan a cimentar los primeros pilares de conocimiento matemático del humano. Por esta razón, en esta época de la vida, es necesario implementar unos métodos para la facilitación del aprendizaje de los conocimientos matemáticos.

John Jairo Múnera expresa: “Una alternativa para dinamizar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares puede ser el enfoque de situaciones problema, ya que los estudiantes, al incursionar en éstas, desarrollan niveles amplios de participación, ponen en juego su saber previo y reorganizan, con ayuda de sus compañeros y el docente, una red dinámica de relaciones conceptuales en función de la nueva información. Es decir, las situaciones problema se vuelven un contexto para la construcción de significados de los conceptos, en el que se

recrean las actividades individual y colectiva, se auto controlan los procesos de pensamiento matemático y se sistematizan los nuevos aprendizajes".

Retomando lo anterior, se habla de dinamización de las matemáticas al espacio para la actividad matemática, en donde se colocan en práctica los conceptos, teoría y axiomas matemáticos, donde se conecta la matemática con situaciones problemas.

En la investigación de Tomas Ortega, se encuentra el siguiente fragmento que cita:

“En matemáticas es muy importante la argumentación, la capacidad de convencimiento y de persuasión. El discurso matemático tiene que establecer la validez de los enunciados tanto para el orador como para la audiencia y esto es especialmente importante en la resolución de problemas.”

Ciertamente, la dinamización de las matemáticas tiene su fin en la facilitación de la interpretación de los conceptos matemáticos. Esta ciencia es importante fundamentarla ya que ayuda en el desarrollo intelectual, ayuda a razonar y a tener una mente preparada para el pensamiento, la crítica y la abstracción, que se presentan innumerables veces en la vida. Aprender matemáticas nos enseña a pensar de una manera lógica y a desarrollar habilidades para la resolución de problemas y toma de decisiones. Con las matemáticas adquirimos habilidades para la vida y es difícil pensar en algún área que no tenga que ver con ellas.

De aquí la importancia de enseñar las matemáticas, de una manera en donde la mayoría se beneficie, ya que en la realidad la matemática para muchos es algo monótono, que molesta y aburre.

Con todo lo dicho anteriormente, lo que se busca es cambiar la perspectiva y el pensamiento que rodea a las matemáticas. Esta visión de matemáticas didácticas está representada en Guy Brousseau, cuando afirma: “Saber matemáticas” no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, es “ocuparse de

problemas” que, en un sentido amplio, incluye tanto encontrar buenas preguntas como encontrar soluciones. Una buena reproducción, por parte del alumno, de la actividad matemática exige que este intervenga en dicha actividad, lo cual significa que formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías, que los ponga a prueba e intercambie con otros, que reconozca los que están conforme a la cultura matemática y que tome los que le son útiles para continuar su actividad”.

Además, si impartimos estos métodos de educación matemática, lograremos crear en las mentes de las personas un pensamiento más abierto hacia las matemáticas, eliminando el estereotipo de “las matemáticas solo son para genios”, y creando una nueva idea de matemáticas, donde el analfabetismo matemático sea casi nulo, y todos sean capaces de resolver situaciones problemas con mayor facilidad.

Para continuar, se tiene en cuenta que las estrategias pedagógicas están basadas en referentes teóricos que apuntan hacia distintas direcciones como: rigidez, disciplina, conducta, repetición, ejercitación, interiorización, desarrollo intelectual, productividad, practica, entre otras, que en el transcurrir del tiempo han pasado de una enseñanza impartida por un profesor a una enseñanza – aprendizaje centrada en el estudiante. Es útil, por lo tanto, reflexionar sobre las características que las estrategias ofrecen en cada modelo, para percibir como dinamizar el aprendizaje de las matemáticas. Ausubel, citado por Rojas (2011) dice que “el aprendizaje es significativo cuando puede incorporarse a las estructuras de conocimiento que posee el sujeto”.

Los modelos pedagógicos que fueron creados hace varias décadas se siguen implementando hoy en día, como es el caso del modelo de pedagogía tradicional. Por lo tanto, se presentará un resumido recuento histórico de los modelos pedagógicos más usados para evidenciar los cambios en el proceso de enseñanza aprendizaje de la época anterior a la época

actual, revisando el cambio social del que habla el sociólogo y filósofo Bauman desde su teoría de la modernidad líquida, de la cual se expresa como:

“Aquella sociedad donde las condiciones de actuación de sus miembros cambian antes de que las formas puedan consolidarse en unos hábitos y en una rutina determinada. Esto, evidentemente, tiene sus consecuencias sobre los individuos porque los logros individuales no pueden solidificarse en algo duradero, los activos se convierten en pasivos, las capacidades en discapacidades en un abrir y cerrar de ojos” (Barreno, 2011).

Este mismo autor invita a pensar en un aprendizaje que vaya a la misma velocidad de los cambios actuales, sin generar contradicción a la cantidad de información y era tecnológica que en la que se desenvuelve la sociedad, permitiendo que los maestros se capaciten cada vez más y a esto se añade que en cualquier momento se puede usar los modelos pedagógicos, pero es necesario contextualizarlo en la época actual y conocerlos, para recurrir a los planteamientos de cada autor y así extraer su información. Además, la posibilidad de retomar todas las teorías y modelos pedagógicos permite trabajar ciertas funciones en determinados contextos, propios de la educación, especialmente desde la matemática con la teoría, la práctica, la investigación, el liderazgo y quizá otros más que se vean en cada modelo.

Según Gutiérrez (2002), los modelos educativos paradigmáticos en la historia empiezan con el enfoque pedagógico tradicional en el siglo XIX, el cual marca paradigmas en la sociedad por la formación del carácter de los alumnos a través de la rigidez, la disciplina y la intimidación, donde su método básico es el de “dictar clase”.

Además, se encuentra con el transcurrir del tiempo muchos otros modelos entre los cuales se conocieron con más fuerza el modelo conductista, que nace en Rusia en el año 1910, donde su labor se concentraba en modelar cuidadosamente la conducta de los estudiantes para que fuera productiva con una formación de la voluntad, de la memoria y la virtud. En el año 1960 aparece

el modelo cognitivo el cual pretende que cada alumno acceda progresiva y secuencialmente a una etapa superior del desarrollo intelectual de acuerdo a las necesidades de cada uno, facilitándoles que lleguen a una etapa cognitiva superior con clases flexibles, donde se les fomenta el análisis y la argumentación a partir de la lectura, también, hay otros de una época más cercana a la actual de los cuales se hablará más adelante.

A partir de esos cambios, entre modelo y modelo y la evolución de la educación ¿se puede escribir sobre una educación de aprendizaje significativo? con unas características que se ven reflejadas en el proceso de desarrollo de los modelos pedagógicos, como:

- Docencia centrada en el alumno y técnicas de estudio.
- Un nuevo rol del docente: gestor y mediador del proceso de aprendizaje
- Desarrollo de competencias.
- Cambios en la organización de contenidos.
- Seguimiento en la evaluación.
- Aprendizajes autónomos y manejo de herramientas de aprendizaje.

También, se tiene la corriente pedagógica del constructivismo en “la perspectiva constructivista, en general desde la postura del aprendizaje que puede facilitarse, pero cada persona reconstruye su propia experiencia interna, con lo cual puede decirse que la inteligencia no puede medirse, ya que es única en cada persona, en su propia reconstrucción interna y subjetiva de la realidad. Por el contrario, la instrucción del aprendizaje postula que la enseñanza o los conocimientos pueden programarse, de modo que pueden fijarse de antemano unos contenidos, método y objetivos en el proceso de aprendizaje, llevando a cabo el desarrollo de esa "inteligencia no medible”.

Por otro lado, según la teoría de Vygotsky y Piaget la pedagogía activa se debe entender como la manera de enseñar en donde se facilita el aprendizaje por medio de la motivación, para

el desarrollo de la conciencia crítica a partir del análisis y la transformación de la realidad. La periodista Plaza (2013) en su artículo: ¿Qué es la pedagogía activa?, hace un recuento que ayuda a comprender de dónde surge la pedagogía activa y cuál es el uso que se le debe dar a esta.

El primero es la pedagoga italiana “María Montessori (1870-1952). Se graduó en 1896 en Medicina, siendo la primera mujer médico en Italia. Fue una innovadora de los métodos pedagógicos a principios del siglo XX. En el desarrollo de su labor pedagógica descubre a Jean Itard, “*padre*” de la pedagogía moderna, y a Edouard Séguin. Elabora su propio material pedagógico”.

Además, en segunda estancia. El austríaco Rudolf Steiner (1861-1925) es el creador de la pedagogía Waldorf: el aprendizaje de los niños se realiza a través del juego y del movimiento.

Por otro lado, se tiene autores más modernos como lo son los alemanes Rebeca (1939) y Mauricio Wild (1937), que utilizan la pedagogía Pestalozzi, basada en el pedagogo suizo Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827); el pedagogo italiano Francesco Tonucci, “*Frato*”(1941); o el educador británico sir Ken Robinson (1950), considerado un experto en asuntos relacionados con la creatividad y la calidad de la enseñanza.

El modelo de enseñanza de la pedagogía activa inicia en las primeras décadas del siglo XX y se basa en el aprendizaje vivencial de los alumnos, fomenta la autodisciplina, la competitividad, el criterio crítico, la automotivación, la cooperación; se aprovecha todo el espacio y entorno escolar para trabajar por proyectos partiendo de la motivación, se desarrolla la creatividad y además forma a personas con sentido democrático.

Guevara (2014) puede clasificar la metodología como:

Metodología Clases magistrales. La teoría de toda la vida; basta con una tiza y una pizarra o el marcador, aunque también se utilizan presentaciones por ordenador, videos y la pizarra electrónica.

Metodología Clases prácticas. La mayoría de las veces es una clase; pero en lugar de transmitir conceptos abstractos se resuelve un problema; es decir, desde el punto de vista metodológico es idéntica a las clases magistrales.

Metodología Clases de Laboratorio. Se suelen utilizar en materias más técnicas y los alumnos manejan dispositivos donde se comprueba la validez de las teorías. Desde el punto de vista metodológico requiere la adquisición de determinadas habilidades prácticas.

Metodología Tutorías. El profesor orienta la demanda de información del alumno; es un instrumento muy potente, para la autoformación, y autonomía de la construcción del aprendizaje.

Metodología Evaluación. Se suele utilizar la modalidad de evaluación sumativa (la utilizada para evaluar los conocimientos adquiridos) y obtener una calificación.

Metodología Guías Planificación. Se suele hacer al inicio del curso, básicamente son guías donde el alumno puede conocer con antelación los objetivos de la asignatura, el programa, el método de evaluación, la carga docente, actividades y condiciones.

Metodología Trabajos individuales y en grupo. Son trabajos que el profesor define el tema y alcance; los alumnos lo hacen por su cuenta y una vez finalizado se le presenta al profesor.

ABP Aprendizaje Basado en Problemas. Es una técnica didáctica basada en el diseño de problemas reales (escenarios o situaciones) y un método para encontrar la solución a los mismos. Busca desarrollar en los estudiantes las habilidades de comunicación, trabajo en equipo colaborativo, investigación y selección de información, así como el auto estudio y aprendizaje por cuenta propia.

Roles en la estrategia pedagógica activa. Roles mediados por la secuencia didáctica desde el Ministerio de educación y tecnología (1997)

Rol del docente. La participación del docente puede ser la siguiente (López, 1997):

- Formular buenas preguntas, que motiven la reflexión, la relación de ideas y que ayuden a encontrar puntos claves durante la discusión.
- Hacer que todos participen, pero sin que nadie acapare la discusión.
- Evitar que un participante sea inhibido por otro.
- Llevar al grupo de una fase a otra.
- Sintetizar progresivamente lo que el grupo descubra.
- Evitar exponer sus propias opiniones para no influir en el grupo.
- Utilizar el pizarrón o algún otro recurso tecnológico para resumir y clarificar.
- Administrar el tiempo para asegurar el avance del trabajo.
- Reformular (repetir con otras palabras) las buenas intervenciones de cualquier alumno.
- Inducir tanto el análisis riguroso como la toma de decisiones.

Rol del alumno. Las tareas fundamentales del alumno son las siguientes:

- Entender y asimilar.
- Trabajar individualmente y en equipo.
- Formular preguntas relevantes para la solución del caso.
- Participar mediante la expresión de sus opiniones, juicios, hechos y posibles soluciones.
- Escuchar atenta y abiertamente las opiniones de los demás.
- Llegar a un consenso global.
- Y finalmente, reflexionar sobre los aprendizajes logrados.

Estas características son con las que se pretende trabajar para llegar a la estrategia pedagógica activa que se ha planteado inicialmente. La historia de los modelos pedagógicos está enmarcada en tres momentos, dado por algunos autores:

Momento 1. Avanzini, el cual parte de ¿Para qué educar?, dando origen a los modelos católicos, protestantes, liberal-racionalista y socialista (2001).

Momento 2. Planchar, el cual parte de ¿Qué necesita el estudiante para transformarse? Y a la cual le propone cuatro modelos: con énfasis en contenidos, fundamentados en efectos y objetivos, con énfasis en procesos y el último, con énfasis en resultados, desprenden los modelos neoliberales y fundamenta los estándares de calidad (2014).

Momento 3. Salanova, Gutiérrez, Posner, Flórez; son los autores que manejan los modelos escolásticos, conductistas, romántico, liberal, cognitivo, constructivista, crítico y social (2013).

Por otro lado se encuentra el catolicismo que se enmarco un poco en el momento 1, pero del cual se hace especial énfasis por la ética que encierra; en este se puede encontrar los siguientes exponentes:

- *Dominico:* Tomas de Aquino con la pedagogía de la pregunta
- *Jesuitas:* Ignacio de Loyola con modelo de rigurosidad y con formación para la disciplina.
- *Agustín de Ipola:* trabajando la Moral.

Por otro lado y a la par de los modelos pedagógicos se deben tener en cuenta otros elementos propios de la matemática, que no se pueden desligar, estos son: la modelación, pensamiento matemático, documentos rectores, estándares básicos y pruebas Saber.

El concepto de modelación en las matemáticas es tomado de la revista científica de América Latina, el Caribe, España y Portugal, por Villa, como “un proceso que al incorporarse en las clases de matemáticas ofrece diversas ventajas debido a las relaciones que establece entre las matemáticas y la *realidad* asociada a los contextos extraescolares” (Rojas & Cuartas, 2010).

“La inclusión de la modelación como un proceso en la clase de matemáticas en Colombia se propone desde 1998 con la presentación, por parte del Ministerio de Educación Nacional (MEN), del documento de los Lineamientos Curriculares en matemáticas en donde además se sugiere el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la implementación de otros cuatro procesos, a saber: el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 18).

Se define el pensamiento matemático como “el proceso de construcción de los conceptos y los procesos mentales, éste se desarrolla para mostrar la acción como una forma *especial* de la actividad humana, el interés por desarrollarlo es caracterizar o modelar los procesos de comprensión de los conceptos y procesos” (Estándares básicos de competencias en matemáticas, 2005).

A mediados del Siglo XX, Jean Piaget en sus estudios previos sobre la lógica y la epistemología dio a conocer que “el pensamiento lógico actúa por medio de operaciones sobre las proposiciones y que el pensamiento matemático se distingue del lógico porque versa sobre el número y sobre el espacio” (Piaget, 1978), dando lugar a la aritmética y a la geometría. Tanto el pensamiento lógico como el matemático se distinguirían del pensamiento físico, que utiliza los dos anteriores, pero tiene una relación diferente con la realidad y la experiencia.

El pensamiento opera como una red compleja de elementos y conceptos que actúan como construcciones sucesivas, estas garantizan el éxito en una actuación ante una situación. El desarrollo del pensamiento matemático rompe el esquema “el maestro enseña y el estudiante aprende” (Piaget, 1978), garantizando formas naturales y espontáneas para razonar las

matemáticas. La motivación, la afectividad, la imaginación, la comunicación y aspectos de representación para la conformación de las ideas, son factores importantes para que se dé el Pensamiento Matemático.

Además, académicos como Hadamard, Poincare, Polya, Freudenthal, Piaget y Bosch (2012), realizaron estudios que apuntan todos hacia el razonamiento matemático y donde se encuentran similitudes en el momento de afirmar que el currículo y los métodos de enseñanza se han apoyado en procedimientos muy tradicionales, donde la mecanización y memorización son procesos importantes dentro de las matemáticas. Si el estudiante sólo desarrolla estos procesos quedará imposibilitado de percibir los vínculos que tienen las aplicaciones y procedimientos lógicos más cercanos a su vida cotidiana. Esto se da porque no hay una adecuada articulación de los conceptos previos con los nuevos, aspectos que conllevan a una generalización sin sentido, desconociéndose la conceptualización y significados.

En los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias en matemáticas no está ausente la división entre pensamiento lógico y Pensamiento Matemático, pero estos documentos proponen estudiar los conceptos articulados en cinco pensamientos:

- Pensamiento numérico
- Pensamiento espacial
- Pensamiento métrico
- Pensamiento aleatorio
- Pensamiento variacional

Guzmán (1995), dice que una de las figuras más influyentes en la educación matemática en España y en Latinoamérica es: la aritmética y la geometría, en su devenir histórico, por lo tanto, “el espíritu matemático habría de enfrentarse con:

- La complejidad del símbolo (álgebra).
- La complejidad del cambio y de la causalidad determinística (cálculo).
- La complejidad proveniente de la incertidumbre en la causalidad múltiple incontrolable (probabilidad, estadística).
- La complejidad de la estructura formal del pensamiento (lógica matemática)” (Guzmán, 2005).

Desde esta mirada histórica, se da a conocer la relación con los cinco tipos de pensamiento matemático enunciados en los Lineamientos Curriculares: en *la aritmética*, el pensamiento numérico; en *la geometría*, el pensamiento espacial y el métrico; en *el álgebra y el cálculo*, el pensamiento métrico y el variacional, y en *la probabilidad y estadística*, el pensamiento aleatorio. Finalmente, puede verse la alusión al pensamiento lógico, llamado también hipotético-deductivo o pensamiento formal. En los cinco tipos de pensamiento es necesario atender al uso y al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes y, a su vez, el progreso en este pensamiento los potencia y moldea.

Cuando se habla de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar, no se debe olvidar la importancia que tienen determinados documentos, establecidos desde el Ministerio de Educación Nacional, quien es el encargado de proponer, diseñar y poner en marcha las principales directrices que todo proceso educativo en el país debe seguir. En este caso, se retoman los documentos rectores como: los lineamientos curriculares de matemáticas y los estándares básicos de competencias en matemáticas. Pero, el trabajo de ellos no debe desligarse de los indicadores de calidad (Pruebas Saber) que permiten encontrar algunas debilidades en cuanto al aprendizaje de las matemáticas escolares, específicamente en el pensamiento variacional.

Se debe saber que el estándar es una meta y una medida, es una descripción de lo que el estudiante debe lograr en una determinada área, grado o nivel; expresa lo que debe hacerse y lo bien que debe hacerse, son el punto de partida para que las instituciones educativas, los municipios, las localidades y regiones definan su propio marco de trabajo curricular. Estos aseguran que todas las escuelas ofrezcan educación similar y de alta calidad, lo que permite la igualdad de oportunidades educativas para todos los estudiantes. Además, permiten especificar requisitos para la promoción a grados y niveles siguientes, así como para la graduación a la finalización de la educación básica o media, contribuyendo al diseño de pruebas de logros académicos estandarizadas y comparables MEN (2006), son la base para diseñar estrategias y programas de formación y capacitación de docentes, a partir de criterios y expectativas compartidas, que pasan de la enseñanza centrada en el docente, al aprendizaje en el estudiante.

En el nuevo panorama educativo es fundamental que la evaluación sea parte integral en el proceso de aprendizaje, aporte información útil para los estudiantes, docentes e instituciones, se aplique continuamente y propicie la discusión sobre las falencias detectadas en el aprendizaje, a fin de poner en marcha acciones correctivas.

Según Clavijo (2008), la evaluación se entiende cada vez más, como parte fundamental de la formación de calidad, puesto que genera información útil y permanente para el docente, el estudiante, la institución y la comunidad educativa. En Colombia, el ICFES ha enfocado las pruebas internas hacia la evaluación de competencias, lo que implica un dominio significativo del saber, pues apunta a la comprensión profunda, a la construcción de inferencias y deducciones, al análisis crítico y a la utilización oportuna y pertinente de los conceptos. Se trata ahora, de desarrollar capacidades para interpretar, argumentar y proponer mundos posibles, de llenar de significado un contexto y de darle sentido a nuestras acciones y sobretodo de estar en capacidad de resolver problemas nuevos.

El examen de Estado que aplica el ICFES llamado Saber 11 a los estudiantes colombianos de undécimo de la educación media tiene como propósitos, evaluar los procesos de enseñanza y aprendizaje que se llevan a cabo en las comunidades educativas, por medio de esta evaluación, se informa a los estudiantes sobre sus competencias en cada una de las áreas básicas, con el ánimo de aportar elementos para la orientación de su opción profesional e igualmente apoyar los procesos de autoevaluación y mejoramiento permanente de las instituciones educativas. MEN (2006).

Las pruebas Saber (elaboradas por el ICFES) por su parte, se aplican a los estudiantes de los grados: 3º, 5º, 7º y 9º, de educación básica, en las áreas de lenguaje y matemáticas, estas pruebas tienen entre otros propósitos obtener, procesar, interpretar y divulgar información confiable y análisis pertinentes sobre el estado de la educación en el país que satisfagan la demanda social, servir de base para tomar decisiones en las diferentes instancias del servicio educativo y para definir o reorientar políticas que fortalezcan la reforma educativa en marcha y orienten la gestión del sector.

Ambas pruebas centran su atención y sus esfuerzos fundamentalmente en conocer el logro cognitivo de los estudiantes, bien sea en términos de conocimientos, competencias, habilidades de pensamiento, saberes, actitudes, etc. Aunque no todas las evaluaciones están orientadas a medir estrictamente lo mismo, la mayoría de países coinciden en evaluar las áreas centrales del currículo: lenguaje, matemáticas, ciencias naturales y ciencias sociales principalmente. La elaboración y desarrollo de estas pruebas proponen la interdisciplinariedad de las ciencias que les exigen a las comunidades educativas reflexionar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje que se realizan actualmente.

Ahora, siendo consecuentes con el tipo de evaluación que se ha venido reclamando en el desarrollo de los procesos escolares (evaluación por procesos, autoevaluación y reconocimiento de los diferentes ritmos de aprendizaje, etc.), se asume la evaluación como un proceso continuo y permanente que busca dar cuenta del estado de los procesos educativos en pro del mejoramiento de los mismos. Por tal motivo, los resultados que arrojan estas pruebas son un diagnóstico importante en el proceso de autoevaluación escolar, a nivel institucional, a la hora de revisar o construir planes y proyectos educativos. Se espera que los resultados tengan implicaciones no sólo en el aula, sino también en la transformación y desarrollo del sistema educativo en general.

Teniendo en cuenta lo anterior, se pretende en esta investigación proponer una estrategia pedagógica activa que permita mejorar el aprendizaje de las matemáticas. Las características que se desprenden de cada uno permiten implementar una propuesta que llevada en su totalidad puede dinamizar el aprendizaje de las matemáticas y obtener excelentes resultados a largo plazo. Teniendo en cuenta que la evaluación primero estaba dada solo en un solo sentido y después se generan diferentes formas de evaluar donde el estudiante aporta desde su autoevaluación y la evaluación compartida conocida como heteroevaluación.

En momento que se instaura la Escuela Nueva se empieza a observar el cambio entre generaciones, desde todos los ámbitos y hoy en día esos cambios están marcados fuertemente por la tendencia tecnológica, es por esto que se pretende por medio de esta investigación dar una herramienta matemática que ofrezca oportunidades para aprender competencias y conceptos importantes con profundidad y comprensión, que apunte a un aprendizaje continuo y significativo en el cual se denoten cambios en la sociedad.

Para esto es importante tener en cuenta las siguientes pautas:

- Importancia del conocimiento y enseñanza que le va a dar al estudiante.

- Motivación a los estudiantes para que ellos quieran aprender
- Tipo de maestro que los estudiantes deben tener.
- La postura del maestro en el aula de clase.

Escobedo (2014), menciona: “si las nuevas tecnologías tienen nuevos lenguajes y formas de representación que permiten crear escenarios de aprendizaje, las instituciones educativas no pueden permanecer al margen de conocer y utilizar estos lenguajes y formas de comunicación, desde los procesos gráficos (mapas mentales, mapas conceptuales, cuadros sinópticos, líneas de tiempo, diagrama de espina de pescado, diagrama de flujo, organigrama, cuadros comparativos, etc) hasta el uso pedagógico de múltiples materiales y recursos educativos que ofrece las TIC, se ha modificado la estructura convencional del aprendizaje, partiendo del cambio mismo de la palabra enseñar por palabra aprendizaje en la nueva era, que es dada de acuerdo a la necesidad de cada estudiante y todas las tendencias que se viven hoy en día”. “La irrupción de las nuevas tecnologías obliga a educar a los niños de una manera distinta” Gardner (2011).

Por consiguiente, si se decidiera realizar importantes cambios en el modelo de enseñanza-aprendizaje se debe pensar en nuevos sistemas y técnicas de apoyo a la vida moderna que se centre más en el aprendizaje basado en “estrategias” que involucren capacidades intelectuales. Es por esto que se ahondará en el concepto de pedagogía activa según Ballesteros y Moral (2014).

Afirman los anteriores autores en el mismo artículo, que el principio fundamental de la pedagogía activa es que el alumno sea un sujeto activo en su propio aprendizaje y el docente actúe como un facilitador del proceso, observando, motivando y preparando un espacio adecuado, en lugar de ser solo un transmisor de conocimientos. Dicen además, que muchos pensadores y educadores han apostado por este tipo de pedagogía a lo largo de la historia, como Juan Jacobo Rousseau. En la misma línea, el método docente de John Dewey estaba basado en que el alumno adoptara una posición activa frente al aprendizaje y en una educación científica.

Otra docente que aplicó estas metodologías en sus aulas, y cuyas prácticas se aplican actualmente en muchas escuelas en todo el mundo, fue María Montessori. Esta profesora prestó atención a las acciones espontáneas de los niños no interferidas por adultos y desarrolló un método de enseñanza basado en nuevos materiales y ambientes preparados, donde ayudar al niño a desarrollar su potencial como ser humano a través de la observación científica de un profesor entrenado (Lillard, 2013).

Por otro lado, Ordoñez (2004), también habla sobre la “enseñanza activa”, donde dice que “posiblemente seguimos estando convencidos de la responsabilidad de quien aprende en su propio aprendizaje, pero buscamos más claramente ver que trabaje para lograrlo”. Puede que todavía se conciba el aprendizaje como intercambio de información entre fuente y receptor, pero ya no es el docente la fuente única, ni siquiera principal. Sin embargo, se debe entender que la labor es brindar un conocimiento a los alumnos. Cambiar concepciones es difícil, y más lo es acomodar las prácticas a concepciones nuevas. Más comúnmente cambiamos prácticas, si somos lo suficientemente osados para ensayar cosas nuevas y, obviamente, si pensamos que el cambio se necesita por alguna buena razón. Pero nuestras concepciones sobre lo que es y cómo ocurre el aprendizaje y sobre nuestra propia disciplina no cambian al mismo tiempo, de modo que seguimos jugando el mismo papel de "dadores" de conocimiento.

Además Ordoñez (2004), complementa que no es suficiente acogerse a la "pedagogía activa" para buscar nuevas rutas de aprendizaje para los alumnos. Hay que recordar que la llamada Escuela Activa de Enseñanza proviene de finales del siglo XIX, a partir de desarrollos pedagógicos prácticos de grandes observadores del aprendizaje infantil como Ovidio Decroly, Johann Herbart, Celestin Freinet y María Montessori, quienes notaron que los niños ejercen naturalmente su curiosidad de saber, en sus actividades propias. Es de ellas de donde debe

partirse para ayudarlos a buscar vías para llegar a conocer. De aquí viene el gran interés de la educación en el juego como forma de aprender y la concepción, por fin explícita en la historia de la pedagogía, del estudiante como agente y no sólo como receptor del conocimiento.

Pero el pensamiento y el conocimiento que pueden alimentar la práctica pedagógica han avanzado mucho a partir de este movimiento de la actividad del estudiante, que comenzó con niños pequeños y parece haberse quedado circunscrito a la pedagogía infantil durante mucho tiempo, para aparecer últimamente como lo nuevo en pedagogía en su extrapolación a la enseñanza de estudiantes mayores. Porque todavía la pedagogía activa se interesa por la enseñanza, pero los adelantos más importantes en la pedagogía actualmente se relacionan con la comprensión que ahora tenemos de qué es y cómo ocurre el aprendizaje; y la investigación y las teorías más útiles para esta comprensión son probablemente las que componen, hoy en día y desde muy diversos puntos de vista, lo que se denomina el constructivismo en educación.

También, cabe anotar que otro punto clave por el se pretende desarrollar estrategias pedagógicas activas es la pedagogía conceptual que se llevará a cabo a lo largo de los encuentros con los estudiantes. La pedagogía conceptual propia del autor de Zubiria se ha trabajado desde Colombia y trae la innovación del modelo de hexágono pedagógico y el concepto del mentefacto. La pedagogía conceptual es un modelo pedagógico que surge de la propuesta pedagógica que lleva al estudiante más allá del conocimiento científico e intelectual, se propone desarrollar inteligencia emocional y hacer de los alumnos personas más capaces a la hora de enfrentar la realidad social y el mundo que los rodea. Nace como paradigma para suplir las necesidades y responder a los retos educativos de la sociedad del próximo siglo.

Su utilidad es importante porque permite que el alumno desarrolle el trabajo escolar por sí solo y descubra que puede aprender, y que el aprender no es algo difícil ni tedioso.

Zubiria S. (1999), explica que la pedagogía conceptual es un modelo pedagógico que ha surgido como el resultado de largos años de reflexión e investigación en la Fundación Alberto Merani para el Desarrollo de la Inteligencia (FAMDI), naciendo como paradigma para suplir las necesidades y responder a los retos educativos de la sociedad del próximo siglo. Busca formar instrumentos de conocimiento desarrollando las operaciones intelectuales y privilegiando los aprendizajes de carácter general y abstracto sobre los particulares y específicos, planteando dentro de sus postulados varios estados de desarrollo a través de los cuales atraviesan los individuos a saber, el pensamiento nocional, conceptual, formal, categorial y científico.

El objetivo de la pedagogía conceptual es promover el pensamiento, las habilidades y los valores en sus estudiantes, diferenciando a sus alumnos según el tipo de pensamiento por el cual atraviesan (y su edad mental), y actuando de manera consecuente con esto, garantizando además que aprehendan los conceptos básicos de las ciencias y las relaciones entre ellos.

El perfil de acuerdo al cual el modelo de la pedagogía conceptual busca formar a los individuos, es el de personalidades capaces de crear conocimiento de tipo científico o interpretarlo en el papel de investigadores.

El modelo del hexágono pedagógico que se plantea en la pedagogía conceptual lo define Mendoza (2009) como un camino cuya visión de futuro hace pensar que permitirá aprovechar al máximo las enseñanzas de los instrumentos de conocimiento y las operaciones intelectuales para formar hombres y mujeres éticas, creativas e inteligentes. Esos propósitos marcan diferencias bastante amplias sobre otras teorías del aprendizaje que se preocupan por enseñar información y gestos motores. El modelo pedagógico del hexágono presenta seis componentes con un orden determinado para hacer eficaz su funcionamiento.

Componente 1- Propósitos: es el primer componente del Modelo del Hexágono y el que otorga sentido y direccionalidad al quehacer pedagógico; es decir, los fines educativos, los cuales deben permitir la integración de la asignatura a las áreas curriculares. Deben estar adecuados a los estudiantes, a las condiciones reales de recursos y tiempo.

Componente 2 - Enseñanzas: representan el qué enseñar, y actúan en el sentido de medios fines. Trabajan en torno a los instrumentos de conocimiento (nociones, proposiciones, conceptos, pre categorías, categorías), aptitudes (emociones, sentimientos, actitudes, valores y principios), destrezas (operaciones intelectuales, operaciones psicolingüísticas, y destrezas conductuales). Se enseña para que aprendan y no para que memoricen, dejando de lado la información irrelevante.

Componente 3 - Evaluación: es el paso siguiente después de elaborar los propósitos y las enseñanzas; le da mayor peso al diseño curricular ya que para cada propósito y cada enseñanza, ésta precisa y delimita el nivel de logro, así como también precisa y operacionaliza propósitos y enseñanzas.

Componente 4 - Secuencia: es la forma de organizar pedagógicamente las enseñanzas, facilitando al alumno aprehender y al profesor enseñar.

Componente 5 - Didácticas: representan el cómo enseñar, abordan la cuestión del cual es el mejor procedimiento para enseñar una enseñanza determinada, es decir, se enseña para la comprensión.

Componente 6 - Recursos: un genuino recurso didáctico se apoya en el lenguaje o representa realidades materiales dado que el pensamiento se liga intrínsecamente con el lenguaje o la realidad.

La pedagogía conceptual más allá de su contenido filosófico establece una serie de herramientas para trabajar en el aula. El modelo del hexágono y la aplicación de mentefacto a la luz del análisis resulta ser un buen modelo para lograr aprendizajes eficaces dentro del objetivo constructivista. Zubiria (1999).

Para finalizar y teniendo en cuenta que el objetivo de la investigación es diseñar una estrategia pedagógica activa que dinamice el desarrollo del pensamiento matemático, se tiene en cuenta la revisión de investigaciones que han implementado la misma temática en esta área, enfocadas en su mayoría a la parte de preescolar o primera infancia y a la básica primaria, avanzando un poco en media vocacional y pregrado profesional pero implementada totalmente desde las TIC, lo cual hace que esta tesis tenga el sello único ya que no se aborda solo desde estas temáticas sino desde el modelo constructivista y pedagogía conceptual, donde el docente debe capacitarse y cambiar sus paradigmas involucrándose más con la educación de la nueva era.

Algunos ejemplos de investigaciones empíricas dadas desde postgrado y pregrado que involucran la enseñanza de las matemáticas o la estrategias pedagógicas:

Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. De la universidad de Granada (2005). El autor construye sus fundamentos para la reforma de la enseñanza sobre una idea de la enseñanza que enfatiza la comprensión y el razonamiento, la transformación y la reflexión. Este énfasis está justificado porque la investigación y las políticas educativas suelen ignorar esta dimensión ¿Cuáles son las fuentes del conocimiento base para la docencia?, ¿en qué términos pueden estas fuentes ser conceptualizadas?, ¿cuáles son los procesos didácticos de acción y razonamiento? y ¿cuáles son sus implicaciones para las políticas de formación del profesorado y de reforma? Las respuestas –informadas por un cúmulo creciente de estudios sobre profesores jóvenes y con experiencia, así como por la filosofía y la psicología– van más allá de

los supuestos e iniciativas de las reformas actuales. El resultado para los educadores prácticos, académicos y políticos debe ser una mayor reorientación sobre cómo la enseñanza debe ser comprendida y los profesores deban ser formados y evaluados.

Implicaciones didácticas de geogebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes de último grado de secundaria. Edwin David Tamayo Martínez (2013).

Este trabajo presenta los resultados de una investigación de carácter cualitativo cuyo propósito fue la evaluación del Geogebra para determinar implicaciones didácticas relacionadas con el uso de este tipo de recurso educativo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El estudio indagó, partiendo de las percepciones de estudiantes y docente, las debilidades y fortalezas de este recurso y dedujo implicaciones en el aprendizaje significativo. Se realizaron tres talleres para el análisis de los diferentes tipos de funciones con estudiantes del grado 11 del Colegio Colombo Francés del municipio de La Estrella (Antioquia, Colombia); estos talleres fueron objeto de reflexión sobre cuatro aspectos centrales: dificultades más comunes al implementar el recurso, fortalezas que puedan orientar reflexiones didácticas, descripción de las interacciones entre estudiantes y docentes.

Investigación en educación matemática desde las tecnologías de la información y la comunicación. Jorge Enrique Fiallo Leal (2015). La tesis proporciona un panorama y algunas consideraciones sobre la investigación en educación matemática, en relación con el uso de las tecnologías de la información y la comunicación como mediadores pedagógicos en la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina. Inicialmente se hace una descripción del panorama internacional y luego se hace lo propio con el panorama nacional y local. En todos ellos se abordan algunas revisiones y resultados de proyectos que incorporan la tecnología en la enseñanza de las matemáticas.

La mediación tecnológica para la construcción de conocimiento matemático desde la complejidad. Evelyn Coromoto Chirinos Perozo (2015). La mediación tecnológica para la construcción de conocimiento matemático desde la complejidad, es una reflexión teórica que se aborda para comprender la manera que tiene el docente de constituir conocimientos, tomando en cuenta el pensamiento de Ilya Prigogine y otros filósofos, que coadyuvan a mejorar de manera determinante el proceso enseñanza-aprendizaje. En este artículo se incluyen básicamente los vacíos teóricos y operativos que se presentan en el proceso de formación del estudiante en el área de matemática, y la forma que el docente debería utilizar las tecnologías de información y comunicación para potenciar sus estrategias didácticas y pedagógicas en función de construir el conocimiento adecuado a los nuevos tiempos, caracterizados por la complejidad. Esta complejidad se enmarca a través de dos componentes: es un sistema abierto, y está conformado por elementos individuales que interactúan para determinar el comportamiento del todo.

Implicaciones académicas: percepción de metas docentes y procesos autorregulatorios en estudiantes de bachillerato. Martha Leticia Gaeta Gonzáles, Judith Cavazos Arroyo (2014). Profundizar en el estudio de los procesos personales y contextuales que inciden en la implicación académica de los estudiantes se considera necesario, ante el bajo rendimiento en muchos contextos académicos, principalmente en el área de matemáticas. En este estudio se analizaron los procesos de autorregulación del aprendizaje y la percepción de metas docentes en relación con el enfoque de aprendizaje y el rendimiento académico en matemáticas, en estudiantes de bachillerato. Aprendizaje basado en problemas como potencializador del pensamiento matemático.

Hernán Darío Hidalgo Paredes, Eduardo Andrés Mera Gutiérrez, Jairo López Ordoñez, Luz Elena Patiño Giraldo. (2015). El propósito de esta investigación fue determinar la

incidencia de la estrategia didáctica del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), en el mejoramiento de los resultados obtenidos de las pruebas Saber 11 en el área de matemáticas, teniendo como sujetos a los educandos de la Institución Educativa “Jorge Villamil Cordovéz” de Pitalito (Huila). Esta estrategia didáctica resignifica el modelo tradicional de la enseñanza de las matemáticas, pues permite reflexionar sobre la actividad académica y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, a través de trabajos colaborativos y auto-dirigidos, los cuales propician la comparación, la revisión y el debate permanente de lo aprendido y de los contenidos que circulan en el aula. El presente estudio hace parte del macro-proyecto “Didácticas alternativas”: una posibilidad que responde a la diversidad en el aula. Con características de una investigación empírico analítica, de corte cuantitativo, donde inicialmente se determinaron las competencias matemáticas que tenían los estudiantes a través de la aplicación de un instrumento especializado llamado simulacro, de la empresa Instruimos de la ciudad de Medellín. Posteriormente se desarrolló la estrategia didáctica del ABP a la cual se le hizo valoración y seguimiento a partir de la prueba antes mencionada. Luego se compararon los resultados obtenidos durante este proceso con los desempeños logrados por los estudiantes, en las pruebas SABER11 en la respectiva área, de dichas comparaciones emergen entonces conclusiones que consolidan el ABP como una estrategia didáctica alternativa eficaz al proceso enseñanza aprendizaje y finalmente se nombran algunos impactos y recomendaciones de la investigación.

Estrategias activas en el razonamiento lógico - matemático de los estudiantes de cuarto año de educación básica. Solís Velasco, Patterson Vinicio, Piña Muñoz, María Stefania, Rodríguez Castro, Melida Irene. (2015). El proyecto de investigación trata de la incidencia que tienen las estrategias de estudio en el razonamiento lógico-matemático está relacionado con la habilidad de trabajar y pensar en términos de números. De acuerdo a los objetivos de establecer un manual para que sirva de apoyo a los docentes en la impartición de las clases de matemáticas,

de acuerdo a la importancia que tiene la habilidad de desarrollar el razonamiento lógico en los escolares, esto conlleva a que los docentes presten la atención debida, dado que esto no solo les afectará en el presente sino a futuro cuando estos estén en el colegio y por qué no en la universidad. Los métodos que se utilizarán están dentro de la observación, aplicación de encuestas y posteriormente el procesamiento de esa información. Consecuentemente con los resultados obtenidos al elaborar, aplicar y posteriormente analizar e interpretar los resultados de las encuestas, claramente se evidencia el problema, pues existe un considerable grado de ausencia de estrategias de estudio incidiendo directamente sobre su aprovechamiento académico. Esta investigación fue un estudio realizado con la intención de abordar una de las problemáticas educativas que mayor relevancia tiene a nivel nacional como lo es el bajo rendimiento académico en la asignatura de matemática y la influencia que tiene el empleo cotidiano de métodos, estrategias y técnicas didácticas activas en la comprensión de la misma, pueden influir en el mejoramiento del nivel de aprendizaje de los estudiantes de décimo año de educación general básica de la Unidad Educativa San Francisco de Asís del cantón. Para ello se consideró la situación problemática en cuanto a la no utilización de metodologías activas para la enseñanza por parte de los docentes del área de matemática quienes desarrollan su clase basados en un esquema tradicionalista, en donde la utilización del pizarrón y la tiza son los únicos recursos con que el docente desarrolla la clase, él es el único elemento activo es quien entrega los conocimientos y el estudiante es únicamente un actor pasivo que no aporta para la consecución de los mismos. La investigación tuvo como objetivo general conseguir que los profesores de matemática de la Unidad Educativa San Francisco de Asís del Cantón Salcedo utilicen metodologías activas a través de la aplicación y el empleo de las TIC para mejorar el rendimiento en matemática de los estudiantes del décimo año de educación básica para lo cual se plantea la utilización de programas informáticos que facilitarán el abordaje de las diferentes temáticas y

permitirán al estudiante practicar frente a su computador, instrumento que hoy es irremplazable en la vida de los jóvenes.

La metodología activa y el desarrollo de la inteligencia lógica matemática de los niños de quinto año de educación básica de la escuela “Albert Einstein” de la parroquia Ciudad Nueva, Cantón Pillaro, provincia de Tungurahua (2015). La educación de hoy en día busca crear un cambio sustancial en la manera de enseñar dejando un lado viejos esquemas que no han aportado en nada en la construcción de los aprendizajes, en los estudiantes que encuentran dificultad a la hora de asimilar los saberes, entonces en la escuela particular Albert Einstein en la ciudad de Villavicencio, se observó un problema generado por la inadecuada metodología aplicada durante la práctica docente que es una de las causas para que el educando tenga deficiencia en canalizar la inteligencia lógica en el área de matemáticas, donde es necesario que los niños y niñas tengan facilidad para desarrollar y construir los conocimientos de manera adecuada, esto ayudará notablemente en el fortalecimiento de las capacidades, habilidades y destrezas, donde la participación, el dinamismo del maestro en relación con los estudiantes logrará superar la calidad de la educación, que se requiere en el niño que sea significativa, para eso es necesario trabajar con estrategias que le permita al estudiante mejorar la inteligencia lógica al poder solucionar los ejercicios matemáticos de manera idónea, por lo cual es importante trabajar en los educandos las capacidades como la razón, la producción de ideas nuevas, el análisis, la reflexión y sobre todo la inteligencia lógica al momento de resolver los ejercicios de matemáticas adecuadamente, es decir el niño debe solucionar los problemas de manera eficiente, con el aporte decidido del maestro que aplicará una metodología activa acorde a las necesidades de los estudiantes.

El máster de formación inicial del profesorado de secundaria y el conocimiento práctico profesional del futuro profesorado de ciencias experimentales, matemáticas y tecnología. Jenaro Guisasola Aranzábal, José Ignacio Barragués Fuentes, Mikel Garmendia (2013). Los

objetivos de este estudio fueron: (a) identificar los principios más importantes de un programa de formación inicial del profesorado de ciencias de secundaria; (b) identificar las estructuras de conocimiento que han construido futuros profesores de ciencias de secundaria sobre la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. El estudio se basa en los postulados de la cognición docente en el sentido de que los docentes construyen sus propios esquemas a partir de sus experiencias con el fin de comprender, planificar y responder a la dinámica de su aula. Este estudio cualitativo consistió en entrevistas y observaciones de cuatro futuros profesores de ciencias, y un análisis de los programas de formación inicial que han recibido. Para analizar los datos se combinaron métodos de inducción analítica de caso único y de casos cruzados. Con los datos obtenidos, se pudo concluir que se adoptaron algunos de los aspectos del programa de formación inicial, tales como el aprendizaje centrado en el estudiante, el aprendizaje cooperativo, y el conocimiento pedagógico general. Sin embargo, el grado de adopción en la práctica parece estar relacionado con otras experiencias más significativas de aprendizaje de los sujetos y las limitaciones del entorno escolar.

La revisión de investigaciones empíricas relacionadas con la pedagogía activa, se puede ver un claro fortalecimiento de este ámbito en el sector educativo, no obstante, esta pedagogía que ha tratado de dinamizar desde algunos niveles la matemática no ha tenido el objetivo en estudiantes de educación media, puesto que solo se ha trabajado desde otros niveles y desde las TIC, sin el rigor y formalidad que requiere el poder implementar una estrategia.

Las investigaciones empíricas son una pequeña muestra que evidencian que ya se ha pensado en la modificación de la educación tradicional y la enseñanza partiendo de las estrategias pedagógicas de las matemáticas, sin embargo, la gran mayoría de estudios se enfocan a las TIC, como recurso y dejan un poco de lado el contexto que es lo que se pretende rescatar con esta investigación.

3. Método

En este apartado se mostrará el método, técnicas, instrumentos, procesos y fases que se llevaron a cabo para dinamizar las matemáticas en grado décimo a partir del desarrollo y análisis de resultados de una estrategia pedagógica activa.

3.1 Tipo de investigación

Se implementó una investigación mixta, con base en Pereira (2011), es un tipo de estudio donde el investigador mezcla o combina técnicas de investigación, métodos, enfoques, conceptos o lenguaje cuantitativo o cualitativo en un solo estudio”.

En la misma línea, Creswell (2008) dice que la investigación mixta permite integrar, en un mismo estudio, metodologías cuantitativas y cualitativas, con el propósito de que exista mayor comprensión acerca del objeto de estudio. Aspecto que, en el caso de los diseños mixtos, puede ser una fuente de explicación a su surgimiento y al reiterado uso en ciencias que tienen relación directa con los comportamientos sociales”.

Según el escritor y poeta Graf (1913), “el excelente maestro es aquel que, enseñando poco, hace nacer en el alumno un deseo grande de aprender”, es por esto que para el desarrollo de las actividades fue necesario tener en cuenta los siguientes parámetros.

Didáctica. Según el diccionario de la real academia española (RAE), la didáctica es la disciplina científico – pedagógica que tiene como fin el estudio de los procesos y elementos existentes en la enseñanza y el aprendizaje.

Trabajo en equipo. Según el libro “*la dinámica de los grupos pequeños*” (Anzieu, Didier; 1997), el trabajo en equipo es el trabajo hecho por varios individuos donde cada uno hace una parte pero todos con un objetivo común.

Habilidad de pensamiento. Según el sistema de gestión de contenidos wordpress la habilidad de pensamiento está asociada a la capacidad de desarrollo de procesos mentales que permiten resolver distintas cuestiones.

Lógica matemática. Según el libro “*A mathematical induction to logic, 2nd edition*” (Endrton, Herbert; 2001) y “*logic for mathematicians*” (Hamilton A.G; 1998), la lógica matemática consiste en el estudio matemático de la lógica, y en la aplicación de dicho estudio a otras áreas de la matemática y la ciencia.

Juegos didácticos. Según el artículo “*juegos educativos y materiales manipulativos*” (Burgos Navarrete, Viadys Guynet; 2005), es una técnica participativa de la enseñanza encaminado a desarrollar en los estudiantes métodos de dirección y conducta, estimulando la disciplina con un adecuado nivel de decisión y autodeterminación.

Organizadores de información. Según “*graphic organizers: cognitive origins, constructivist implications*”, los organizadores gráficos como representación visual del conocimiento facilitan la retención y el recuerdo a través de la síntesis y el análisis de la información (Kang, 2004).

Salida de campo. Según la Universidad pontificia bolivariana de la ciudad de Medellín, las salidas de campo, hacen parte del desarrollo de un área particular al llevar al estudiante a poner en práctica sus conocimientos en las situaciones de la realidad y en consecuencia su contenido tiene al menos una calificación formal dentro de la asignatura; el valor porcentual de la calificación de la salida de campo y debe quedar estipulado en el programa curricular.

Cuerpos geométricos. Según Salas (2005), “Un poliedro es, en el sentido dado por la geometría clásica al término, un cuerpo geométrico cuyas caras son planas y encierran un volumen finito.

3.2 Diseño de investigación

La investigación se lleva a cabo por medio de las siguientes técnicas e instrumentos que se especifican en la Tabla 1.

Tabla 1.
Técnicas e instrumentos

Técnica	Instrumento	Definición Teórica
Encuesta sociodemográfica	Encuesta	Instrumento para recopilar información, en diferentes áreas de investigación
Entrevista	Entrevista	Es un proceso de comunicación que se realiza normalmente entre dos personas; en este proceso el entrevistador obtiene información del entrevistado de forma directa.
Observación	Diario de campo	Soporte que permite registrar datos, información u observaciones a lo largo de un periodo de tiempo.
Aplicación de una prueba Pre test	Examen Saber, prueba válida aplicada por el Estado	Estudio que se realiza antes de que una investigación se efectúe. Normalmente incluye aspectos como la exploración, el estudio de conceptos, primeras reacciones, elementos aislados y prueba de alternativa.
Aplicación de una prueba Post test	Examen Saber, prueba válida aplicada por el Estado	Estudio que se realiza cuando se define la investigación. El post test, generalmente, mide las variables que puede medir.

3.3 Enfoque metodológico

En años anteriores se ha implementado desde el área de matemáticas la metodología tradicional para ofrecer un conocimiento al estudiante, sin fijarse mucho en el proceso de aprendizaje de los mismos; es por esto, que se aplica la entrevista para evidenciar las estrategias metodológicas más usadas en el aula de clases y se realiza el proceso de observación por medio del diario de campo, luego se lleva a cabo la prueba pre test y se hace la intervención y desarrollo de la estrategia pedagógica activa por medio de la secuencia didáctica, durante este proceso se realiza el diario de campo, después, se realiza el post test y se hace una entrevista final que es la que permite comparar el trabajo de antes con el trabajo después de la aplicación de la estrategia.

3.4 Universo de investigación

Contextualizando un poco se tiene que el Colegio Integrado Jorge Isaac es de carácter privado con 45 años de funcionamiento y modalidad comercial, está ubicado en Colombia, en la ciudad de Bucaramanga en el barrio Diamante 1, calle 106 # 29-47. Con un nivel socio económico de estudiantes de estratos 3 y 4, con una planta física en buenas condiciones, un plan de área completo que ofrece servicios desde grado pre jardín hasta grado undécimo. Su jornada es única y maneja los siguientes horarios:

Preescolar: De 7:00 am a 12:00 m

Primaria: De 6:15 am a 12:15 pm

Bachillerato: De 6:15 am a 2:00 pm

3.4.1 Población. La población es de 400 estudiantes (total de estudiantes de la institución), desde el grado pre jardín (niños de 3 años), hasta los grado undécimo, en donde se encuentra un solo grupo por cada grado.

3.4.2 Muestra. Se trabaja con una muestra a intervenir de 28 estudiantes de grado de décimo.

3.5 Marco Contextual

En la intervención se llevó a cabo la estrategia pedagógica activa organizada en cuatro pautas: capacitación, diseño, intervención y análisis. De no trabajar algunas de las pautas no se garantizaría el cumplimiento del objetivo propuesto.

Pauta 1. Capacitación. Proceso primordial que involucra directamente a los docentes ya que se les debe capacitar no solo en los modelos pedagógicos, sino también en el diseño de la secuencia didáctica desde el hexágono pedagógico que se maneja en la pedagogía conceptual de Zubiria (1999). El tener esta capacitación permite tener más herramientas para poder desarrollar una estrategia pedagógica activa. Esta secuencia se puede manejar desde cualquier área del conocimiento, sin embargo, solo se pretende aplicar desde el área de matemáticas en la muestra de los estudiantes de la media.

Pauta 2. Diseño. El diseño está dado desde una secuencia didáctica que maneja todo el proceso del hexágono pedagógico en la pedagogía conceptual y la implementación de la modelación para contextualizar el aprendizaje a su vida, llevado a un objeto tangible en alguno de los casos.

Lo que se debe conocer para esta pauta se especifica en la imagen 1, del modelo de hexágono pedagógico, tomado directamente de la fundación Alberto Merani.



Figura 1. *Modelo del Hexágono*

Además, se debe tener muy claro cómo se trabaja la secuencia didáctica como herramienta y proceso de planeación, la cual desarrolla cada docente antes de iniciar su intervención o encuentro con los estudiantes.

En esta pauta de diseño, se tiene en cuenta que Zubiría (1999), menciona que la secuencia didáctica está basada en el hexágono pedagógico que es el que permite desarrollar adecuadamente un proceso educativo y así mismo, enmarcan tres etapas:

Etapa 1. Inicio: Con las fases de motivación y encuadre. En la fase de motivación se tiene como objetivo vincular a los estudiantes y disponerlos con el aprendizaje; en la fase de encuadre es necesario establecer los acuerdos para que el ambiente de toda la sesión sea apropiado.

Etapa 2. Desarrollo. Con las fases de enunciación, modelación, simulación, ejercitación y demostración. En la fase de enunciación el propósito es explicar los instrumentos de conocimiento como conceptos y procedimientos; ejemplificarlos y verificar que los estudiantes lo han comprendido. En la fase de modelación el docente aplica lo enunciado en la fase anterior con un ejercicio específico que muestre a los estudiantes cómo se aplica, evidenciando errores y explicando soluciones. En la fase de simulación se evidencia si el estudiante puede usar apropiadamente lo aprendido, acompañándolo en su proceso y despejando dudas. En la fase de ejercitación el estudiante puede resolver ejercicios sin ayuda del docente. Por último la fase de demostración donde se evalúa al estudiante.

Etapa 3. Cierre. Fases de síntesis y conclusiones. Se debe implementar en todas las sesiones para puntualizar lo aprendido, se sintetiza a través de preguntas planteadas por el docente hacia los estudiantes y estos son los que concluyen.

Para finalizar la pauta dos donde se tiene las tres etapas cabe destacar que el hexágono pedagógico y la secuencia didáctica no sería lo único a tener en cuenta en esta parte, todo el trabajo se debe desarrollar con una metodología dada desde la modelación que es la que permite volver tangible y contextualizar todos los conocimientos que se llevan al aula.

Pautas 3: Intervención. Cuando se ha elaborado una secuencia didáctica se tiene totalmente planeada una clase, se debe recordar que es muy importante el cómo se llega a los estudiantes y con qué tipo de motivación. Es necesario también en esta tercera pauta hacer otro

proceso fundamental para esta investigación que es el de observación, evaluación y toma de evidencias.

Pauta 4: Análisis. Teniendo en cuenta el producto y resultado del proceso se revisa que se haya cumplido el propósito o competencia.

La estrategia pedagógica activa se medirá comparando tres momentos:

- El resultado cuantitativo del pre test y del post test,
- La entrevista realizada a los estudiantes antes y después de la intervención
- La información recogida en el diario de campo antes y durante de la intervención.

Sin embargo, antes de iniciar este proceso de investigación se tiene en cuenta los siguientes documentos de autorización:

- Consentimiento informado de datos para el tratamiento de la información del colegio.
- Consentimiento informado de datos para el tratamiento de la información de los estudiantes con la aprobación de los padres de familia (Apéndice A).

El consentimiento informado es la autorización para el tratamiento de la información que permite poder trabajar con los estudiantes de grado décimo (Apéndice A), y es la que da inicio al proceso de investigación con los estudiantes.

3.6 Variables de la investigación

Las variables de la investigación mixta están dadas desde la metodología cuantitativa y la metodología cualitativa especificada en la Tabla 2.

Tabla 2.
Clasificación de las variables de investigación

Objeto de estudio dado por		
Metodología	Variable	Categoría
Cuantitativa	<ul style="list-style-type: none"> • Independiente: estrategia pedagógica activa • Dependiente: pensamientos matemáticos 	
Cualitativa		<ul style="list-style-type: none"> • Motivación • Rol del docente • Rol del estudiante

La estrategia pedagógica activa permite realizar unas actividades que pretender fomentar los conocimientos y habilidades matemáticas de los estudiantes, basada en la pedagogía conceptual, la cual se tiene como pauta para el desarrollo de cada una de las guías.

Ahora bien, partiendo de las respuestas dadas en la encuesta sociodemográfica (Apéndice B), la entrevista (Apéndice D) inicial y el diario de campo (Apéndice G) se pretende trabajar las actividades con el objetivo de que se deje un producto tangible por período que muestre que los estudiantes adquirieron el aprendizaje que es comprobado a partir del proceso evaluativo. Cada período se llevará una guía con una secuencia didáctica que es la que se implementará en cada uno de los periodos para poder desarrollar la estrategia pedagógica activa (Apéndice E) y a partir de ella se recogerán y analizarán los datos para determinar si es el mejor método.

Esta investigación es cuasi experimental, sustentado desde lo que se dice Moreno (2013). La definición y características están dadas desde el concepto de cuasi-experimento como

manipulación de la variable independiente. Esta es una característica que tiene como objetivo el estudio del efecto de la variable independiente sobre la variable dependiente de la investigación. En el diseño cuasi-experimental el investigador no interviene en la formación de los grupos, de manera que recurre a grupos intactos o naturales. Se trata de grupos de individuos que ya están formados.

Por lo tanto, esta investigación desde la parte cuantitativa maneja la **variable independiente** que es la estrategia pedagógica activa y la **variable dependiente** que son los pensamientos matemáticos; en la manipulación de las variables se observa su comportamiento y finalmente se hace la comparación de los resultados del pre test y post test para garantizar que la estrategia pedagógica activa dinamiza el aprendizaje de las matemáticas; desde la parte cualitativa se manejan categorías desde los datos descriptivos como es el caso de la motivación y rol.

Por otro lado, se encuentran la estrategia pedagógica y los instrumentos de pre test y post test, de los cuales se programan sin aplicación de prueba piloto ya que su funcionamiento ya está validado por fundación Alberto Merani con la secuencia didáctica y el M.E.N en el caso del pre y post test, por ser unos instrumentos tomados directamente del ICFES, asegurando el funcionamiento en el campo.

Una vez desarrollado los instrumentos se finaliza con el post test y la interpretación y análisis de los datos recogidos, haciendo la triangulación de lo cualitativo con el pre test y post test y con la entrevista y los datos arrojados en la observación que se hace al inicio y durante la secuencia didáctica, además de tener en cuenta esas categorías de motivación y roles.

Navarro (2009), dice que la triangulación en investigación es “la combinación de dos o más teorías, fuentes de datos o métodos de investigación en el estudio de un fenómeno singular”

(Denzin, 1970). Según el aspecto en el que se adopte la estrategia de combinación se puede hablar de:

- Triangulación de fuentes de datos que consiste en la consideración del punto de vista de los distintos grupos que conforman la realidad objeto de estudio.
- Triangulación de investigador que supone la participación de varios investigadores en el proceso y cuyo objetivo es compensar el sesgo potencial derivado del análisis de los datos desde una única perspectiva.
- Triangulación teórica aplicando en la investigación las distintas teorías existentes sobre un tema con el objeto de encontrar los aspectos complementarios aplicables al tema de investigación que aportan las distintas perspectivas.
- Finalmente, la triangulación metodológica consiste en la combinación de varios métodos de recogida y análisis de datos para acercarse a la realidad investigada.

3.7 Análisis de la información

En la elección de las técnicas de recogida y análisis de datos, se ha optado por el uso combinado de técnicas cualitativas y cuantitativas (triangulación metodológica) en dos fases secuenciales. Como veremos en el siguiente capítulo con la observación – diario de campo que se hace de manera inicial y durante el proceso, además de la entrevista que se hace antes y después de la aplicación de la estrategia pedagógica activa, finalmente, el pre test y el post test con el objetivo de que las distintas perspectivas enriquezcan el proceso de investigación tanto en la fase de recogida de datos como en la de análisis de los mismos.

3.8 Consideraciones éticas

Como criterio ético se hace un consentimiento informado a la institución, estudiantes, padres de familia y/o acudientes, en donde aceptan la participación en la investigación la cual no presenta riesgos de maleficencia de la información que se recoja o derive de la participación de los estudiantes, ya que se asegura la protección de la identidad de todos.

4. Análisis y Discusión de Resultados

Este capítulo contiene el análisis de la investigación mixta dado desde lo cualitativo con las categorías de motivación y roles, y de lo cuantitativo con las variables dependientes e independiente, las cuales se registran mediante diferentes procedimientos realizados con los estudiantes de grado décimo; se hace el estudio de una estrategia pedagógica activa con una ruta dada por cuatro pautas: capacitación, diseño, intervención y análisis, apoyada desde la secuencia didáctica y hexágono pedagógico, desde la corriente pedagógica del constructivismo y la modelación, para dinamizar las matemáticas y se sustenta con las técnicas e instrumentos de encuesta sociodemográfica, entrevistas (inicial y final), observación desde el diario de campo que se hace antes y durante el desarrollo de la investigación, el pre test, el post test; elegidas así para dar a conocer el análisis y resultados.

4.1 Encuesta sociodemográfica

Se inicia con el cuestionario sociodemográfico, el cual arrojó la siguiente información.

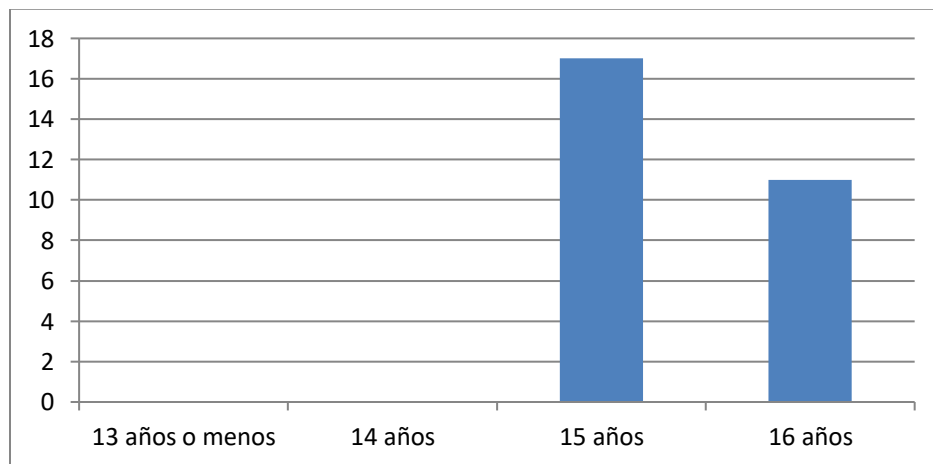


Figura 2. Edad en la que se encuentran los estudiantes

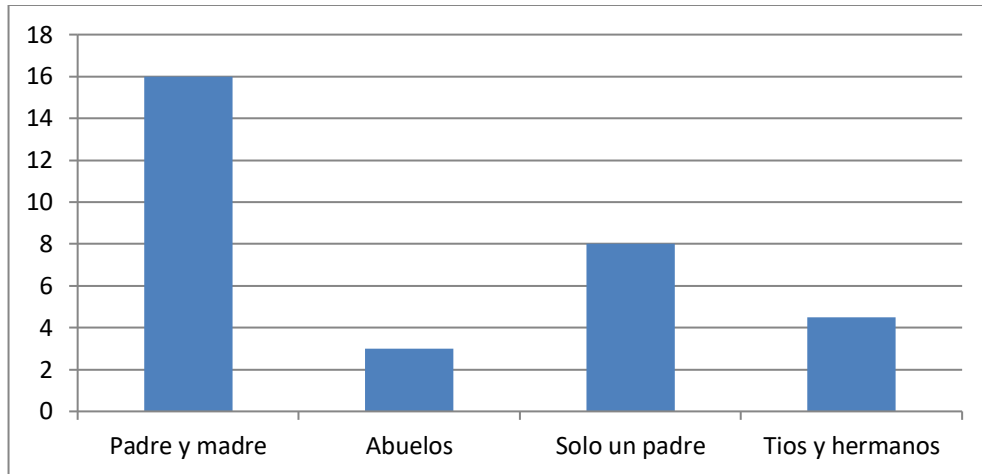


Figura 3. ¿Con quién vive?

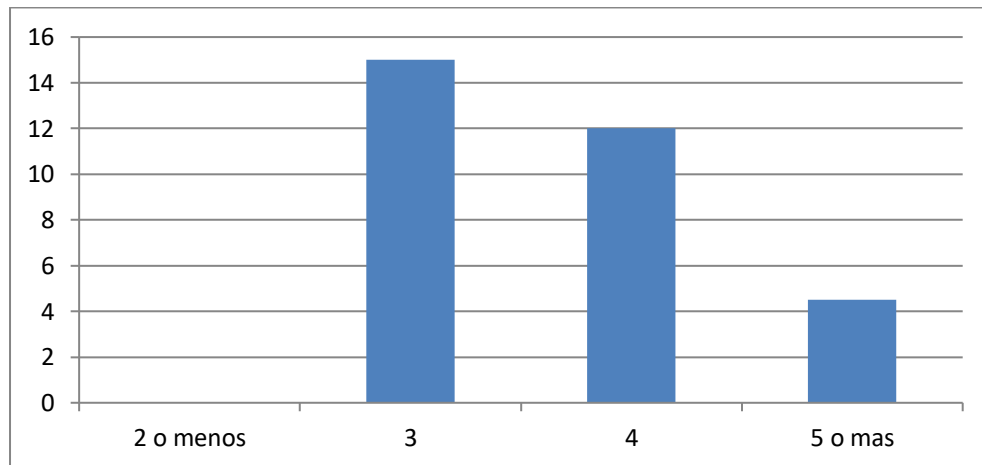


Figura 4. Estrato Socioeconómico

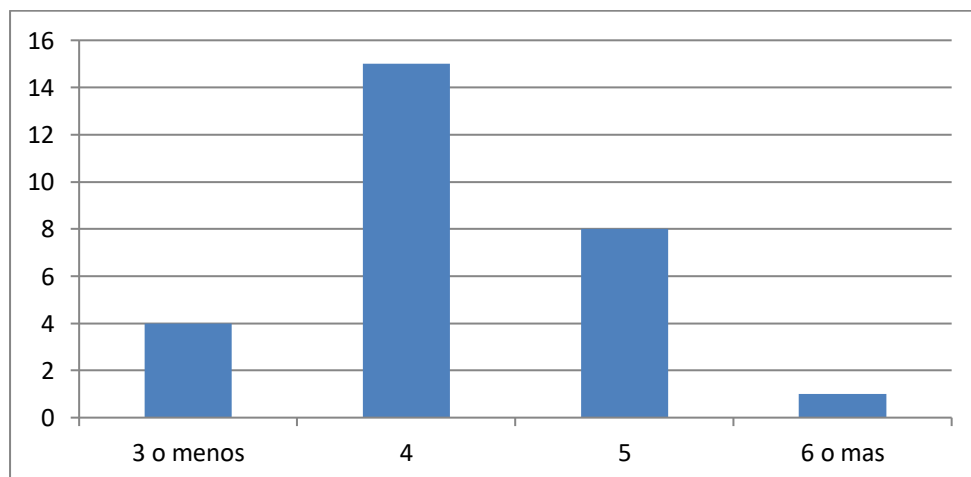


Figura 5. ¿Cuántas personas viven en su casa?

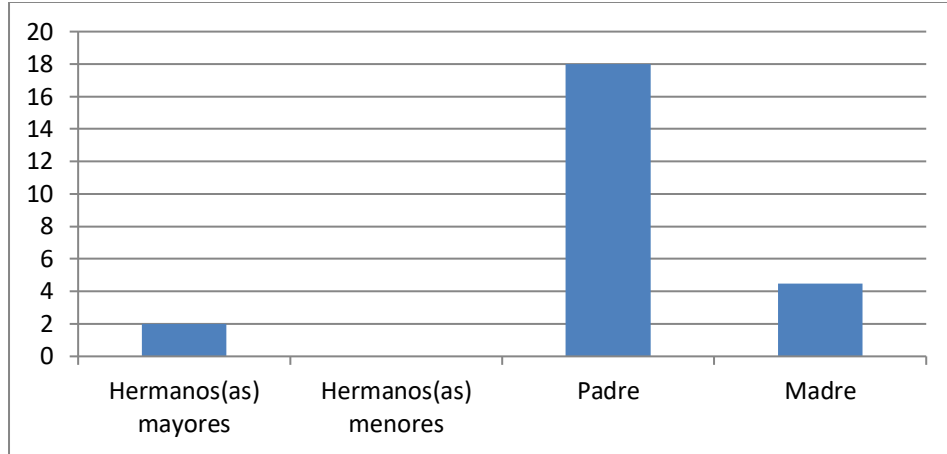


Figura 6. ¿Cuáles de los miembros de su hogar trabajan?

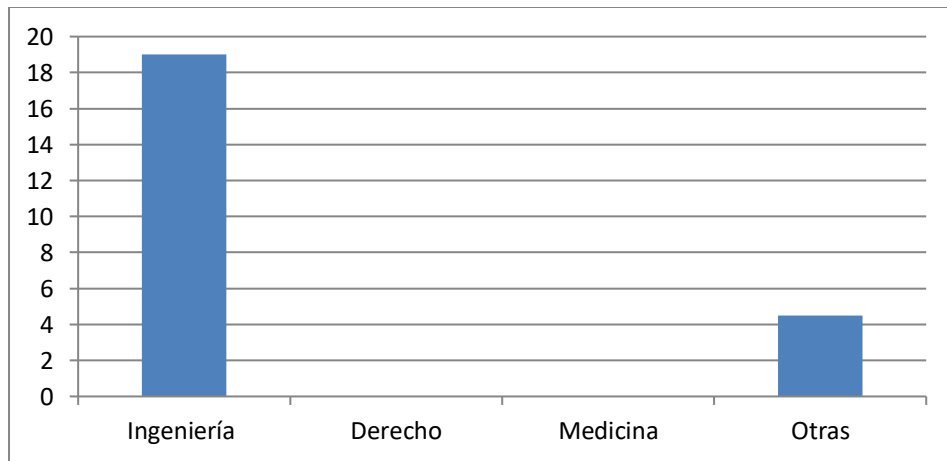


Figura 7. ¿Qué carrera le gustaría estudiar?

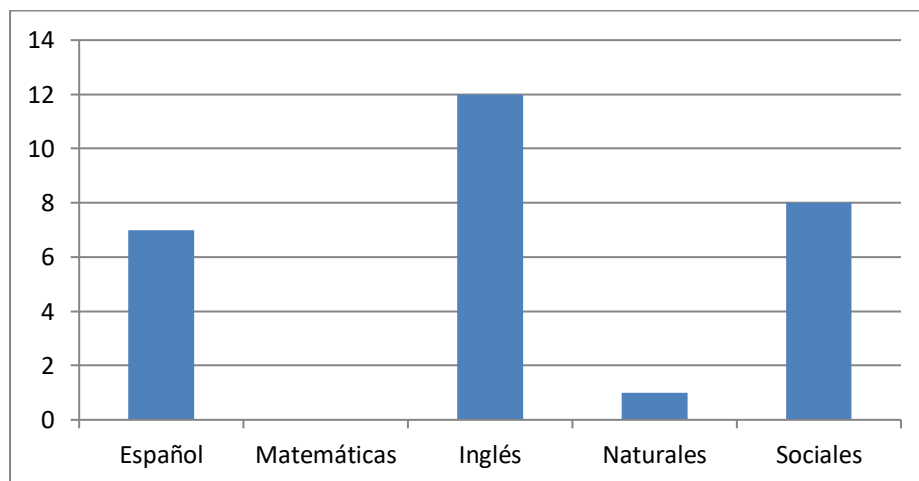


Figura 8. ¿Cuál asignatura le llama más la atención?

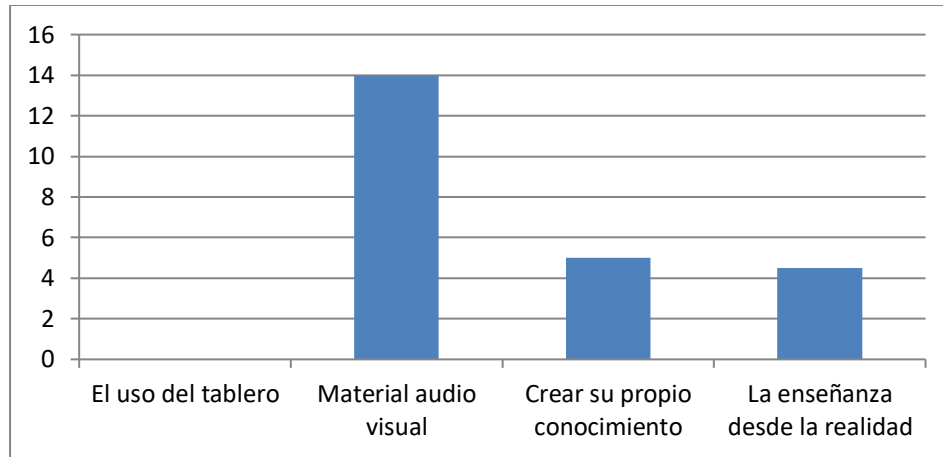


Figura 9. ¿Qué es lo que más le gusta de las clases?

Los resultados de la encuesta sociodemográfica evidencia un grupo bastante homogéneo de una población de hombres y mujeres adolescentes con un rango de edad comprendido entre 15 y 16 años, además, la gran mayoría de encuestados respondieron que viven con sus padres en un estrato socio económico 3 y 4, donde un significativo porcentaje vive con 4 o 5 miembros que conforman su núcleo familiar, donde son específicamente sus padres los que trabajan y tienen la responsabilidad del sustento económico del hogar. Estando en grado décimo y muy próximos a finalizar el bachillerato tienen claro que les gustaría estudiar carreras relacionadas con las ingenierías, psicología, contaduría, entre otras; también, arroja la encuesta que la asignatura que más le llama la atención es inglés, sociales y español, sin dejar pasar para esta investigación que ningún estudiante se haya inclinado por la asignatura de matemáticas, sustentando en una pregunta que lo que más les gusta de las clases es que los docentes se apoyen del material audiovisual para impartir el conocimiento.

Por lo tanto, la encuesta permitió dar bastante fuerza a uno de los problemas de investigación que es la motivación en el aprendizaje de las matemáticas, buscando que la estrategia pedagógica activa no solo logre dinamizar sino también mejorar el nivel de aprendizaje matemático y la motivación a partir de la secuencia didáctica que se implementa.

4.2 Análisis de variable cualitativa

4.2.1 Triangulación. La recolección de los datos inicia con la entrevista inicial a los estudiantes que es la que permitió obtener evidencias del uso de metodología tradicional o constructivista, donde el docente en algunos casos se dedica a impartir todo el conocimiento y en otros casos deja que sean los estudiantes quienes lo construyan, faltando acompañamiento y pautas para seguir en la actividad, donde los estudiantes se sienten que se dejan solos.

Según Turiñan y Saez (2006) la metodología comprende técnicas, métodos y estrategias para adquirir nuevos conocimientos. Estos mismos autores mencionan a Kaplan (1964), con cuatro acepciones sobre la metodología:

- Conjunto de técnicas o procedimientos específicos que se emplean en una ciencia o en el contexto particular del mismo.
- Epistemología filosófica de la ciencia o teoría del conocimiento.
- Disposición intelectual, forma de pensar, de reconocer y de actuar
- Descripción, explicación y justificación de los métodos en general y más expresamente del método científico.

En la Tabla 3, se muestra la comparación de las respuestas dadas en la entrevista inicial y final.

Tabla 3.
Comparación entrevista inicial y entrevista Final

Preguntas de la Entrevista	Inicial	Final
1) Menciona las diferentes estrategias metodológicas	• La explicación del tema, usando el tablero.	Se hicieron clases más variadas, usando diferentes

Preguntas de la Entrevista	Inicial	Final
que han usado los profesores en el presente año.	<ul style="list-style-type: none"> • Pocas veces utilizan deferentes herramientas. • Son muy teóricas. 	estrategias, como es el material didáctico, las exposiciones realizadas por los estudiantes, la visita de varios sitios: el patio, el aula múltiple, el parque y otros para el desarrollo de las actividades usando materiales diversos
2) ¿Conoce algunos nombres de las estrategias metodológicas?	No	<ul style="list-style-type: none"> • Pedagogía activa • Pedagogía conceptual • Secuencia didáctica
3) ¿Cuál de las estrategias metodológicas le llama más la atención y por qué?	Donde las clases se puedan hacer de forma diferente, más dinámica, con mayor participación.	La pedagogía activa ya que permitió generar motivar, involucrar a los estudiantes y que se aprendiera más, fue más divertida.
4) ¿Con qué estrategia considera usted ha mejorado el aprendizaje?	Donde se emplean diferentes instrumentos, aquellas con las que las clases se hacen de forma variada.	Con la que permite que el conocimiento se lleve a la realidad, aquella que sea dinámica.
5) ¿Cuál estrategia favorece más el aprendizaje matemático?	Una diferente a la que se está usando	La estrategia pedagógica activa.

Después de la entrevista se obtiene que la mayoría de docentes en casi todas las áreas (no solo en matemáticas), recurran a la metodología de clases magistrales y la evaluación sumativa, dejando de lado otro tipo de metodologías que pueden ayudar al estudiante a adquirir su aprendizaje. A pesar que en la actualidad se puede recurrir a gran cantidad de metodologías pedagógicas y estrategias metodológicas, la educación se sigue quedando en los mismos métodos del siglo pasado y esto se evidenció claramente en la respuesta que dieron los estudiantes en el momento de ser entrevistados. En la estrategia pedagógica activa se usa especialmente la planificación de guías (Apéndice E) para el desarrollo de la secuencia didáctica, la cual tiene los apartes de: estándares, competencia que debe alcanzar el estudiante, componentes matemáticos a trabajar, las etapas y las fases de la secuencia; claro está, acompañada de otras metodologías que ayudarán al estudiante a obtener un aprendizaje significativo.

Continuando, con el proceso de observación, en el cual se utilizó la herramienta de diario de campo se evidenció que los docentes en muchas ocasiones no realizan, ni planifican diferentes estrategias para que el aprendizaje de los estudiantes sea activo. En este sentido, Osorio (2011), la cual especifica que “el diario pedagógico es una herramienta de suma importancia dentro del ejercicio docente, en tanto le propende al maestro sistematizar aquella información valiosa que rescata de su labor y que a su vez, le permite tener una evidencia concisa de los procesos que efectúa en el aula. Sin embargo, el verdadero objeto del diario pedagógico se encuentra en su utilidad como herramienta de investigación y análisis, puesto que la sistematización del mismo le permite problematizar su práctica, recurrir a fuentes de información teórica, pensar en las estrategias y métodos de enseñanza que le facilite y propenda un mejoramiento continuo y efectivo de su praxis”.

Sanabria (2002), citando a Acero, bosqueja el modelo convencional del diario de campo (Apéndice G) de la siguiente manera:

Actividad No. _____

Fecha: _____

Tipo de Actividad: (Ej. Una conferencia, una clase, reunión de profesores, convivencia, visita institucional, taller, sesión de seminario...)

Objetivo: (No es el objetivo con el cual se programó la actividad, sino con qué fin participó -Usted- en la actividad objeto de registro)

Descripción: (Cómo se llevó a efecto la actividad. Es “dibujar” con palabras la realización de los hechos. En investigación cualitativa y concretamente en los métodos Etnográficos, se atribuye especial valor a esta parte.)

Experiencia: (Qué aprendí del evento, qué conceptos teóricos pude verificar, cómo se aplicaron, cómo se desarrollaron o se pusieron a prueba. En la misma forma, se pueden escribir las necesidades teóricas que suscitaron los hechos.)

No confundir con: Cómo me sentí, cómo me fue, qué acierto o qué fallas observé... no son sus observaciones del evento, ya que éstas irán mejor en el punto anterior.

Pueden adicionarse otros aspectos, siempre y cuando se consideren útiles para los objetivos de la sistematización de la experiencia, por ejemplo: Evaluación de la actividad, sugerencias, modificaciones que podrían mejorar la actividad, otros.

Teniendo en cuenta este modelo se utilizó para observación el esquema de diario de campo (Figura 10).

El diario de campo dentro de las actividades educativas fue fundamental ya que permitió sistematizar la información, donde se encuentra inicialmente que las clases matemáticas se realizaron la mayoría de las veces sin enriquecer el conocimiento de los estudiantes, ya que es el docente el único que maneja los conceptos, mientras que en la observación que se hace durante la estrategia pedagógica activa, cambia la dinámica, donde se dio más protagonismo a los

estudiantes, permitiendo que el conocimiento se maneje en las dos direcciones (docente- alumno y alumno – docente), donde las clases no solo eran teóricas, sino que todas tuvieron espacios donde los estudiantes construyeron el conocimiento a partir del material concreto llegando a contextualizar las matemáticas; además se empleó en las secuencias didácticas la motivación y el propósito.


 Colegio Integrado Jorge Isaac DIARIO DE CAMPO			
Asignatura:		Grado:	
Actividad:		Fecha:	
Objetivo:			
Descripción			
Metodología:	Rol del docente:	Rol del estudiante:	Motivación de los estudiantes:
Recursos:			
Necesidad que surge de la clase:		Evaluación realizada por el docente:	
Experiencia y expectativas			

Figura 10. Esquema Diario de Campo

De acuerdo al diario de campo aplicado al inicio, se tiene que los docentes no llevan a cabo estrategias en donde el estudiante pueda descubrir y crear su propio aprendizaje. Sobre este punto de vista Moreno (2003) afirma que el fin primordial del método activo es lograr la máxima intervención del alumno en el aprendizaje, de tal manera que, a simples insinuaciones u

orientaciones dadas por el profesor, el alumno responda por sí mismo. Es notable que el uso de estrategias, técnicas, herramientas y recursos didácticos de parte del docente y del estudiante sea escaso de tal manera que, es fundamental la orientación de la aplicación de las mismas para el logro de los aprendizajes en los diferentes estilos representados en las aulas.

El resultado de la observación reafirma que no se aplican las técnicas en las diferentes actividades para mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje y de ésta manera permitirle al estudiante alcanzar las competencias necesarias. Por lo tanto, para este problema es necesario que el docente retome las estrategias, técnicas, instrumentos, recursos, todo esto para aplicar una buena metodología. De ahí la importancia de aplicar dentro del aula la metodología activa.

A través de la investigación se ha podido revelar que los docentes aplican muy poca metodología activa y esto debe cambiar para lograr un buen aprendizaje, ligada a la motivación, donde Bonetto y Calderón (2014) nos dicen que la motivación es fundamental en el momento de analizar el aprendizaje. Al respecto, parecen interesantes las palabras de Bono y Huertas (2006):

(...) decir que en los alumnos hay falta de motivación sería un poco exagerado. Más bien se podría pensar que los estudiantes no es que no están motivados sino que lo están por cosas distintas que lo que le proponen sus profesores (p. 6).

Según lo expuesto por los autores, parece que el nuevo dilema educativo tiene que ver con descifrar de algún modo las nuevas modalidades de estar y sentirse motivado, las novedosas razones que resultan motivantes hoy para los estudiantes.

En última instancia el diario de campo inicial permitió observar el rol del docente y del estudiante, obteniéndose lo siguiente:

- El rol del docente: durante la observación fue dada desde la metodología magistral, donde se impartió un conocimiento con la ayuda del tablero y en algunos momentos de guías, que permitían resolver actividades o ejercicios; la oportunidad de participación

de los estudiantes fue poca, la forma de verificar el aprendizaje fue dada por medio de ejercicios, tareas y evaluaciones sumativas, durante las clases no hubo un espacio donde se diera el dialogo entre el docente y el estudiante.

- El rol del estudiante: plenamente pasivo y poco motivado, atento a las explicaciones del profesor para adquirir el aprendizaje y poder resolver los ejercicios.

4.3 Análisis de variable cuantitativa

4.3.1 Pre test. Después del proceso de observación se lleva a cabo la siguiente fase de la investigación, el pre test es tomada de una de las pruebas ICFES, prueba de selección múltiple con única respuesta, la cual permitió unificar la comprensión de los cinco pensamientos matemáticos por medio de 30 preguntas, que resuelven los 28 estudiantes que corresponden a la totalidad de la muestra.

Tabla 4.
Organización de la Prueba

Pregunta	Pensamiento matemático evaluado	Estudiantes que contestaron de forma correcta	Estudiantes que contestaron de forma incorrecta
1	Pensamiento numérico y sistema numérico	2	26
2	Pensamiento espacial y sistema geométrico	2	26
3	Pensamiento numérico y sistema numérico	3	25

Pregunta	Pensamiento matemático evaluado	Estudiantes que contestaron de forma correcta	Estudiantes que contestaron de forma incorrecta
4	Pensamiento variacional y sistema algebraico	1	27
5	Pensamiento variacional y sistema algebraico	12	16
6	Pensamiento espacial y sistema geométrico	10	18
7	Pensamiento espacial y sistema geométrico	3	25
8	Pensamiento variacional y sistema algebraico	11	17
9	Pensamiento variacional y sistema algebraico	11	17
10	Pensamiento numérico y sistema numérico	14	14
11	Pensamiento espacial y sistema geométrico	9	19
12	Pensamiento métrico y sistema de medidas	8	20
13	Pensamiento métrico y sistema de medidas	13	15
14	Pensamiento espacial y sistema geométrico	2	26
15	Pensamiento espacial y sistema geométrico	13	15
16	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	6	22
17	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	8	20
18	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	10	18
19	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	11	17
20	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	7	21
21	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	9	19
22	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	12	16
23	Pensamiento variacional y sistema algebraico	7	21

Pregunta	Pensamiento matemático evaluado	Estudiantes que contestaron de forma correcta	Estudiantes que contestaron de forma incorrecta
24	Pensamiento variacional y sistema algebraico	9	19
25	Pensamiento espacial y sistema geométrico	6	22
26	Pensamiento numérico y sistema numérico	4	24
27	Pensamiento numérico y sistema numérico	4	24
28	Pensamiento numérico y sistema numérico	12	16
29	Pensamiento métrico y sistema de medidas	14	14
30	Pensamiento numérico y sistema numérico	6	22

Tabla 5.
Pensamientos matemáticos que se trabajaron en el pretest

Pensamiento matemático	Total de preguntas que tiene en el pre test
Pensamiento numérico y sistemas numéricos	7
Pensamiento espacial y sistemas geométricos	7
Pensamiento métrico y sistemas de medidas	3
Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	7
Pensamiento variacional y sistemas algebraico	6

En la Tabla 6 se encuentra las respuestas que marcaron los estudiantes en el pre test, donde se resalta con rojo las que están incorrectas, en esta se encuentra el promedio de preguntas y de preguntas correctas por estudiante.

Tabla 6.

Respuestas que marcaron los estudiantes en el pre test

Estudiante	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	Pregunta 7	Pregunta 8	Pregunta 9	Pregunta 10	Pregunta 11	Pregunta 12	Pregunta 13	Pregunta 14	Pregunta 15	Pregunta 16	Pregunta 17	Pregunta 18	Pregunta 19	Pregunta 20	Pregunta 21	Pregunta 22	Pregunta 23	Pregunta 24	Pregunta 25	Pregunta 26	Pregunta 27	Pregunta 28	Pregunta 29	Pregunta 30	Promedio	
1	A	A	A	C	C	A	A	C	A	A	C	A	A	C	B	B	B	C	C	B	A	A	C	B	A	C	A	A	C	B	8	
2	A	B	A	A	A	A	A	A	B	A	C	A	A	C	C	A	A	C	B	B	C	A	A	C	B	A	C	A	A	C	1	
3	A	A	C	B	B	A	A	C	A	C	B	A	C	C	B	A	C	B	A	C	A	B	A	C	A	B	C	B	C	C	7	
4	A	C	C	A	A	B	A	A	C	A	A	C	B	A	C	A	A	B	B	A	A	A	C	B	A	C	A	A	C	B	8	
5	A	B	B	B	C	C	C	B	C	C	B	B	C	C	C	B	B	C	C	B	B	A	B	B	B	A	C	B	A	C	1	
6	A	A	C	A	A	A	B	B	A	C	A	C	A	A	A	A	A	A	A	B	B	A	C	A	A	B	B	A	C	9		
7	C	C	C	A	B	C	B	B	C	C	C	A	A	C	A	A	C	C	C	A	A	B	C	B	A	C	A	B	C	B	5	
8	A	C	A	A	C	B	A	C	C	A	A	A	A	B	A	C	C	B	A	C	A	A	C	B	A	C	A	A	C	8		
9	A	A	C	A	A	C	B	A	A	B	B	A	C	A	A	C	B	B	C	C	B	C	B	B	A	A	C	B	A	A	9	
10	A	C	C	A	A	C	B	B	C	A	A	C	A	A	C	A	A	A	A	A	C	C	A	A	C	C	A	A	C	C	8	
11	A	C	A	A	C	B	A	C	C	C	C	A	A	C	A	A	C	C	B	B	A	A	C	C	A	A	C	A	A	A	8	
12	C	A	C	A	A	C	B	A	A	A	A	A	A	B	A	C	A	A	A	A	C	B	A	C	A	A	B	A	A	A	9	
13	C	C	C	A	A	C	B	B	C	B	B	A	C	A	A	C	B	B	C	C	C	A	A	C	B	A	C	B	A	A	1	
14	A	C	A	A	C	B	A	C	C	A	A	C	A	A	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	C	A	A	C	6	
15	A	A	C	A	A	C	B	A	A	C	C	A	A	C	A	A	C	C	B	B	A	A	B	A	C	C	A	A	C	A	9	
16	A	C	B	B	C	B	A	A	C	B	A	C	C	A	A	C	B	B	A	A	A	C	A	A	A	A	A	A	B	A	B	9
17	B	C	A	A	C	A	A	C	A	A	C	B	A	C	A	C	A	A	C	C	C	C	A	A	C	B	B	C	C	C	9	
18	A	A	B	A	C	C	A	A	C	A	A	C	A	C	B	A	B	A	C	C	B	A	A	C	B	A	C	C	A	A	1	
19	C	C	A	A	A	A	A	A	B	A	C	A	A	A	C	A	A	A	A	A	A	C	A	A	C	B	A	A	B	B	1	
20	A	C	A	A	C	B	B	C	C	C	A	A	C	A	A	C	A	A	C	A	C	C	A	A	C	B	B	C	A	A	8	
21	A	A	C	A	A	C	C	A	A	C	B	B	C	C	C	B	B	C	C	C	A	C	B	B	C	A	C	B	B	C	7	
22	C	C	A	A	C	B	B	C	C	A	A	C	C	A	A	A	C	C	A	A	C	B	A	C	C	C	B	A	C	C	1	

Estudiante	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	Pregunta 7	Pregunta 8	Pregunta 9	Pregunta 10	Pregunta 11	Pregunta 12	Pregunta 13	Pregunta 14	Pregunta 15	Pregunta 16	Pregunta 17	Pregunta 18	Pregunta 19	Pregunta 20	Pregunta 21	Pregunta 22	Pregunta 23	Pregunta 24	Pregunta 25	Pregunta 26	Pregunta 27	Pregunta 28	Pregunta 29	Pregunta 30	Promedio
23	B	A	C	A	C	A	A	B	A	C	B	A	A	B	B	B	A	A	B	B	A	C	B	A	A	A	C	B	A	A	7
24	C	C	C	A	A	B	A	C	C	C	B	B	C	A	A	B	B	C	A	A	A	C	C	B	C	A	C	C	B	C	6
25	C	A	A	A	C	A	A	C	A	A	A	C	C	C	C	A	C	C	C	C	A	A	A	A	B	A	A	A	A	B	10
26	A	C	A	A	C	A	A	A	C	A	B	A	A	A	A	B	A	A	A	A	C	C	C	A	A	C	C	C	A	A	9
27	A	A	C	A	A	C	C	A	A	C	B	B	C	B	B	B	B	C	B	B	C	A	A	B	C	C	A	A	B	C	11
28	C	C	A	A	C	B	B	C	C	A	A	B	C	A	B	A	B	C	A	A	B	B	C	C	C	A	A	C	C	A	6
Promedio	2	2	3	1	12	10	3	11	11	14	9	8	13	2	13	6	8	10	11	7	9	12	7	9	6	4	4	12	14	6	

En la siguiente tabla se encuentra la relación total de respuestas correctas en cada uno de los pensamientos y su promedio.

Tabla 7.
Promedio en cada una de las preguntas según el pre test

Pensamiento matemático	Total de preguntas que tiene en el pre test	Total de preguntas que se contestaron correctamente	Formula que se usó para encontrar el promedio	Promedio
Pensamiento numérico y sistemas numéricos	7	45	$28*7=196$ $45/196=0.23$	0.23
Pensamiento espacial y sistemas geométricos	7	45	$28*7=196$ $45/196=0.23$	0.23

Pensamiento matemático	Total de preguntas que tiene en el pre test	Total de preguntas que se contestaron correctamente	Formula que se usó para encontrar el promedio	Promedio
Pensamiento métrico y sistemas de medidas	3	35	$28 \cdot 3 = 84$ $35/84 = 0.42$	0.42
Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	7	63	$28 \cdot 7 = 196$ $63/196 = 0.32$	0.32
Pensamiento variacional y sistemas algebraico	6	51	$28 \cdot 6 = 168$ $51/168 = 0.30$	0.30

Según los resultados que se muestran en las tablas se tiene que el pre test arroja que:

- Los estudiantes contestaron muchas preguntas de forma incorrecta.
- Resultados muy bajos.
- Según la medida dada en la columna de razón y proporción sobresale el pensamiento métrico y sistemas de medidas con un puntaje de 0.42.
- Los pensamientos numéricos y sistemas numéricos y el pensamiento espacial y sistemas geométricos fueron los más bajos de acuerdo a la razón y proporción con un puntaje de 0.23.
- Ningún estudiante obtiene un resultado de 15 puntos, todos se encuentran con resultados menores.
- El puntaje menor fue de 5 puntos obtenido por uno solo.
- El puntaje mayor de 11 puntos fue obtenido por cuatro.
- Según los resultados no se ha adquirido un aprendizaje significativo.

- Les falta afianzar las competencias de comunicación, razonamiento y resolución en cada uno de los pensamientos matemáticos.
- A partir de la evaluación se evidenció el estado en el que se encuentra el aprendizaje en cada uno de los pensamientos, ahora se procedió a implementar la estrategia pedagógica activa.

Durante la presentación del pre test las dificultades fueron:

- El procedimiento que debían hacer para llegar a la respuesta ya que no fue el más adecuado.
- Los estudiantes tienen poco dominio de fórmulas.
- Invirtieron mucho tiempo al inicio y después al final les tocó contestar casi que al azar algunas preguntas.

Durante el proceso de la secuencia didáctica se llevaron a cabo varias actividades que formaban parte de la estrategia y permitieron generar un desarrollo cognitivo y práctico, en donde se puede apreciar el uso de los conceptos y definiciones aplicadas a la vida real, al contexto, realizando un producto por periodo según el concepto que se manejó:

Actividad 1. Salida de campo al frente del colegio, para medir la altura de los árboles con un método inductivo para optimizar el aprendizaje de las diferentes componentes de un triángulo rectángulo y la puesta en práctica del teorema de Pitágoras.

Actividad 2. Organizadores de la información sobre la historia de la trigonometría y las funciones trigonométricas, con el fin de aprender a resumir y extraer ideas principales de un texto, y encontrar un método de estudio para la práctica de las razones trigonométricas.

Actividad 3. Creación de juegos didácticos para el desarrollo potencial de la lógica de los jóvenes en los cuales hay un mejoramiento en las habilidades psicomotrices y la capacidad mental.

Actividad 4. Construcción de cuerpos geométricos para el manejo de la percepción visoespacial (la tridimensionalidad).

Estas actividades se realizaron con el objetivo de adquirir y recalcar la importancia de la metodología y didáctica en la asignatura, encontrando un medio didáctico por medio del cual el estudiante aprenda y pueda obtener conocimientos teórico-prácticos, siendo fundamental la motivación al estudiante para hacerlo participes a cada uno, potenciando las habilidades mentales mediante la puesta en práctica de los conocimientos.

Las actividades fueron un complemento, que permitieron cambiar el ambiente de aprendizaje del estudiante por medio de la secuencia didáctica, para así demostrar la gran importancia de la estrategia pedagógica activa para innovar y mejorar las capacidades mentales y cognitivas de los jóvenes. Así mismo, La secuencia didáctica ayudó a los estudiantes a utilizar fuentes de información.

4.3.2 Post test. La estrategia se finaliza con una prueba post test, la cual tuvo como base el pre test donde se conservó la misma estructura y cantidad de preguntas con la misma distribución de los pensamientos, donde solo tiene unas pequeñas modificaciones en las opciones de respuesta; en algunos puntos se pregunta lo mismo con palabras distintas y se cambia el orden de la respuestas en selección múltiple. A continuación, se presentan los datos en tablas, en donde una de ellas muestra la respuesta de cada uno de los estudiantes y en las otras se muestra el análisis del promedio y comparación de resultados del pre test y post test:

Tabla 8.
 Respuestas que marcaron los estudiantes en el post test

Estudiante	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	Pregunta 7	Pregunta 8	Pregunta 9	Pregunta 10	Pregunta 11	Pregunta 12	Pregunta 13	Pregunta 14	Pregunta 15	Pregunta 16	Pregunta 17	Pregunta 18	Pregunta 19	Pregunta 20	Pregunta 21	Pregunta 22	Pregunta 23	Pregunta 24	Pregunta 25	Pregunta 26	Pregunta 27	Pregunta 28	Pregunta 29	Pregunta 30	Promedio
1	A	A	C	B	C	B	C	C	B	A	C	C	B	B	A	A	C	B	B	B	A	A	B	A	C	C	B	A	A	C	2
2	A	A	B	B	B	C	C	C	C	A	C	B	B	B	A	A	B	C	A	C	A	B	A	C	C	B	B	A	A	B	2
3	C	A	B	A	B	C	C	B	B	A	A	B	A	A	B	A	C	C	B	C	A	A	B	A	C	B	C	A	A	B	2
4	B	A	A	B	C	C	B	C	B	B	C	B	B	A	A	A	C	A	B	A	A	C	B	C	C	B	B	B	C	B	2
5	B	A	C	B	B	C	C	C	C	A	C	B	B	B	A	A	A	B	B	C	B	A	B	C	B	B	B	A	B	B	2
6	A	B	C	B	B	A	C	C	B	A	C	B	B	C	C	B	C	C	A	B	A	C	B	C	C	B	B	A	A	B	2
7	C	A	C	B	A	C	C	C	B	A	C	A	B	B	A	A	C	B	C	C	A	A	B	C	B	B	B	C	A	A	2
8	C	C	B	B	C	C	C	B	B	A	B	B	B	A	A	A	C	B	B	C	A	A	B	A	C	B	B	B	A	A	2
9	A	A	C	A	B	B	A	C	B	C	A	B	B	A	A	A	A	B	B	C	A	A	B	C	C	B	A	A	B	C	2
10	A	C	C	B	B	B	C	C	B	A	C	B	B	B	C	A	C	B	B	C	B	B	B	C	C	B	B	B	A	B	2
11	A	A	C	B	B	A	C	C	C	A	C	B	C	B	A	B	C	B	A	A	A	C	C	C	B	B	A	C	B	2	
12	B	A	C	B	B	A	C	C	B	A	C	B	B	C	A	A	C	B	B	B	C	A	B	C	A	B	B	A	A	B	2
13	A	A	A	A	B	C	B	A	B	B	B	B	B	A	A	C	C	C	B	C	A	A	B	C	C	B	B	B	A	B	2
14	A	B	C	C	B	C	C	C	B	A	C	B	B	B	C	A	B	B	B	C	A	A	B	C	A	B	B	A	A	A	2
15	B	A	C	B	A	C	C	C	B	A	C	C	A	A	A	C	B	A	C	A	A	B	B	C	A	C	A	A	B	2	
16	A	A	B	B	B	C	C	B	B	A	C	B	B	C	A	A	C	B	B	A	B	A	B	C	C	C	B	A	B	B	2
17	A	A	C	C	B	C	C	C	C	A	B	B	B	C	B	A	B	B	B	B	A	A	C	C	C	B	B	B	A	B	2
18	A	A	C	B	B	B	A	C	B	B	C	B	B	C	A	A	C	B	B	C	B	A	B	C	B	B	B	A	A	C	2
19	A	B	C	A	B	C	C	A	B	A	C	B	A	A	A	B	C	C	B	C	A	A	B	A	C	B	B	A	A	B	2
20	A	A	C	A	C	C	C	C	B	C	B	B	B	A	A	A	C	B	C	C	A	B	B	C	C	A	B	C	A	B	2

Estudiante	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	Pregunta 7	Pregunta 8	Pregunta 9	Pregunta 10	Pregunta 11	Pregunta 12	Pregunta 13	Pregunta 14	Pregunta 15	Pregunta 16	Pregunta 17	Pregunta 18	Pregunta 19	Pregunta 20	Pregunta 21	Pregunta 22	Pregunta 23	Pregunta 24	Pregunta 25	Pregunta 26	Pregunta 27	Pregunta 28	Pregunta 29	Pregunta 30	Promedio
21	B	A	C	B	B	A	B	C	B	A	C	A	B	A	A	C	C	B	B	C	A	A	B	C	B	B	A	A	B	B	2.2
22	A	A	A	B	A	C	A	C	B	A	C	B	B	B	A	A	C	A	B	C	A	A	B	A	C	A	B	A	A	A	2.2
23	C	A	C	B	B	A	C	C	B	B	C	B	B	B	B	A	B	B	B	B	A	A	B	C	C	B	B	A	A	B	2.3
24	A	A	C	B	B	A	C	B	B	A	C	B	B	C	A	C	C	B	B	C	C	A	B	C	A	B	B	C	A	B	2.3
25	A	B	B	B	C	C	C	C	B	C	B	A	B	A	A	A	C	B	B	C	A	A	B	A	C	B	B	A	A	B	2.3
26	A	A	C	C	B	C	A	C	B	A	C	B	A	C	A	A	C	A	B	C	A	A	C	B	C	B	B	A	A	B	2.3
27	C	C	C	B	A	C	C	C	B	A	A	B	B	A	A	A	C	B	A	C	A	A	B	C	B	A	B	A	C	B	2.2
28	A	A	C	A	B	C	C	A	B	A	B	B	B	B	A	A	B	B	B	B	A	A	B	C	C	C	A	C	A	B	2.1
Promedio	18	21	20	19	19	18	21	21	24	21	19	23	23	11	20	22	21	20	21	18	22	23	24	20	20	21	23	19	21	21	

Tabla 9.

Promedio en cada una de las preguntas según el post test.

Pensamiento matemático	Total de preguntas que tiene en el post test	Total de preguntas que se contestaron correctamente	Formula que se usó para encontrar el promedio	Promedio
Pensamiento numérico y sistemas numéricos	7	144	$28 \cdot 7 = 196$ $144/196 = 0.73$	0.73
Pensamiento espacial y sistemas geométricos	7	130	$28 \cdot 7 = 196$ $130/196 = 0.66$	0.66
Pensamiento métrico y sistemas de medidas	3	67	$28 \cdot 3 = 84$ $67/84 = 0.80$	0.80

Pensamiento matemático	Total de preguntas que tiene en el post test	Total de preguntas que se contestaron correctamente	Formula que se usó para encontrar el promedio	Promedio
Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	7	147	$28 \cdot 7 = 196$ $147/196 = 0.75$	0.75
Pensamiento variacional y sistemas algebraico	6	127	$28 \cdot 6 = 168$ $127/168 = 0.76$	0.76

Tabla 10.
Comparación del pre test y post test

Pensamiento matemático	Total de preguntas que se contestaron correctamente en el pre test	Total de preguntas que se contestaron correctamente en el post test	Promedio pre test	Promedio post test
Pensamiento numérico y sistemas numéricos	45	144	0.23	0.73
Pensamiento espacial y sistemas geométricos	45	130	0.23	0.66
Pensamiento métrico y sistemas de medidas	35	67	0.42	0.80
Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	63	147	0.32	0.75
Pensamiento variacional y sistemas algebraico	51	127	0.30	0.76

4.4 Comparación del pre test y post test

Teniendo la comparación que se muestra en la tabla 8 se evidencia un cambio positivo entre el pre test y el post test, indicando que los estudiantes adquirieron el aprendizaje.

Algunos aspectos interesantes que sobresalen después de aplicada la prueba post test son los siguientes:

- Mejoría en su desempeño
- Agrado por el trabajo realizado en las clases
- Mejor nivel de comprensión
- Más motivación por las actividades que se realizaban.

La investigación mixta combina métodos cualitativos y cuantitativo, los cuales permiten realizar una triangulación de datos derivados de ambos tipos metodológicos que pretenden responder las preguntas de investigación con los datos que se recogieron por medio de la observación y entrevista, debido a que el interés es comprobar que la estrategia pedagógica activa dinamiza las matemáticas, se utiliza en la secuencia didáctica técnicas didácticas y metodológicas que llevaron al estudiante a protagonizar su aprendizaje.

Los datos aportados por el diario de campo que se hace inicialmente y durante el proceso arroja resultados favorables, ya que es importante que se usen diferentes estrategias metodológicas para promover el aprendizaje a través de las experiencias y componentes, y no solo quedándose en la estrategia tradicional, reconociendo todos los aportes positivos a la educación, evitando abusos de alguna de las estrategias y además tratando de contextualizar el conocimiento para que los estudiantes cambien el pensamiento de lo que es la matemática y se pueda dinamizar, ofreciendo grandes bases y competencias para la vida.

En la observación y entrevista se tiene una categoría que es la motivación la cual en el momento de compararla con el antes y el después del proceso, se obtienen resultados positivos para la investigación, al cambiar el pensamiento, inicialmente nadie le gustaba y motivaba, argumentando que era difícil, complicada y aburrida. Al finalizar proceso expresaron gusto y entendimiento por la matemática.

Frente a la observación se puede decir que fue razonable abordarla como técnica ya que permitió acompañar la investigación en el proceso de reflexionar críticamente sobre las estrategias pedagógicas usadas en las clases de matemáticas y cómo surge la estrategia pedagógica activa, llegando a decir que si dinamiza y favorece la capacidad de atención, mejorando la construcción de nuevo conocimiento contextualizado.

5. Conclusiones

En la investigación se desarrolló la estrategia pedagógica activa con los estudiantes de grado decimo, donde hubo participación de los directivos, docentes y estudiantes que permitieron reflexionar sobre la dinamización de las matemáticas, posibilitando el mejoramiento de la calidad educativa y desarrollo del aprendizaje.

A lo largo del proceso de investigación se logra el diseño de una estrategia pedagógica activa que dinamiza el desarrollo del pensamiento matemático que parte de la identificación de características, aplicación y evaluación de los resultados obtenidos.

Se generó un fortalecimiento de las matemáticas evidenciado en el análisis de los promedios de las pruebas que se llevaron a lo largo de la investigación, donde el marco teórico fue fundamental para la comprensión de los parámetros y desarrollo del proceso, de forma que admite explicar una significativa mejoría en resultados.

La pedagogía activa es importante en el proceso de enseñanza aprendizaje, donde el docente debe estar preparado para brindar al estudiante una buena educación, desde la aplicación de esta se demuestra el cambio que se da cuando se pasa de la metodología tradicional a la pedagogía activa, mejorando las competencias y los resultados obtenidos. Es por esto que se hizo necesario aplicar diferentes técnicas y estrategias mediadas por la secuencia didáctica de la pedagogía conceptual que permiten volver el aprendizaje algo innovador.

Se elaboró una estrategia pedagógica activa y al ser aplicada se arroja los siguientes resultados: el despertar de la motivación y la dinamización de la matemática como potencial del método de enseñanza-aprendizaje.

Se aplicó una estrategia pedagógica activa lo cual generó cambios en la metodología y en el actuar tanto del maestro como de los estudiantes, permitiendo decir que la secuencia didáctica, como estrategia pedagógica activa mejora la enseñanza-aprendizaje y da grandes resultados en las capacidades lógicas, prácticas y cognitivas del ser humano. La aplicación de las ciencias cognitivas a la didáctica ha permitido que los nuevos modelos activos sean más flexibles y abiertos, y muestren la enorme complejidad y el dinamismo de los procesos cognoscitivos.

Para construir una estrategia pedagógica activa hay que tener en cuenta que los componentes que actúan en el acto didáctico son: el docente, el estudiante y el contexto social del aprendizaje. Y que la experiencia resultante de las actividades didácticas fortalecen las capacidades interpretativas, analíticas y argumentativas.

Además, algunos de los impactos que puede tener la estrategia pedagógica activa es poder fomentar en los estudiantes el autoestima, la motivación, mejoría del rendimiento académico y la responsabilidad, todo esto, por medio de las actividades que se trabajan en el aula de clases, siendo un éxito el aprendizaje y ofreciendo un espacio para vincular activamente en el intercambio de ideas en el trabajo colaborativo.

Gracias al diseño e implementación de esta estrategia se logró despertar en los estudiantes el interés y la motivación, y entender la enseñanza de las matemáticas de una manera diferente. La aplicación de esta estrategia pedagógica activa dinamiza el desarrollo del pensamiento matemático y mejora la adquisición del aprendizaje de los estudiantes.

Los resultados de la aplicación de la estrategia pedagógica activa se pueden apreciar en el post test con las respuestas dadas por los estudiantes, además se puede evidenciar que su práctica ayuda a mejorar el aprendizaje y sus promedios mejoraron.

Por lo tanto, esto permitió ver resultados tangibles donde se mejora el proceso académico, la participación e interés de los estudiantes, garantizando un aprendizaje significativo, que son capaces de llevar a diferentes contextos

Hallazgos:

- Se muestra la información derivada de la aplicación de una estrategia pedagógica activa a 28 estudiantes de grado décimo y metodología usada a través de la secuencia didáctica.
- En relación a la entrevista que indaga sobre las estrategias pedagógicas usadas en las clases de matemáticas y la influencia en especial de la estrategia pedagógica activa, el 100% de los encuestados estuvo de acuerdo que esta práctica permitió ayudar a adquirir mejor el aprendizaje, en cuanto a la observación en el diario de campo se pudo evidenciar que la categoría motivación y participación que se estaba estudiando, obtuvo un cambio muy significativo pasando del 16% al 80%. Por otro lado, se evidenció mejoría en la apropiación del conocimiento dado en los promedios que se arrojaron en el pre test y post test.
- Se recomienda, fortalecer el pensamiento y sistemas geométricos. Por otro lado, cabe señalar que la investigación con su enfoque cualitativo y cuantitativo se puede aplicar en otros contextos educativos incluyendo procesos que lo complementen.

Ventajas. Las ventajas de la triangulación estuvieron dadas desde:

- La motivación
- La creatividad

- El análisis y la recolección de datos
- La innovación
- El marco teórico
- La cercanía del investigador al objeto de estudio

Riesgos. Algunos de los riesgos que aparecen estrechamente ligados son:

- Acumulación de gran cantidad de información sin análisis exhaustivo
- Dificultad de organización de los materiales en un marco coherente
- Complejidad derivada de los estudiantes de grado décimo

Para finalizar se recomienda aplicar la estrategia pedagógica activa en otros contextos, donde dependiendo de la forma que el docente de la transferencia se pueden obtener buenos resultados.

Referencias

- Acero, E. (s.f.). El Diario de Campo: medio de investigación del docente. *Revista Actualidad Educativa*. (13), p. 13
- Acosta, N. (2005). Tendencias pedagógicas contemporáneas. La pedagogía tradicional y el enfoque histórico-cultural. Análisis comparativo. *Revista cubana de Estomatología*, V.42. N1. Recuperado de: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-75072005000100009
- Aportes pedagógicos (2012). *Hacia una formación de docentes competentes, que posibilite la practica pedagógica autónoma e investigativa, como elemento articulador del profesional de la educación*. Recuperado de: <http://andyvillar2.blogspot.com.co/>
- Arbey, A. & Sánchez U. (2016). El contexto: dimensión viva de la praxis educativa. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. No. 48. Recuperado de: Disponible en: <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN>
- Avanzini, G. (2001). El desarrollo de las Ciencias de la Educación y los Fundamentos del Renacimiento de la Reflexión Filosófica en el campo de la educación en Francia. *Renacimiento Educativo*. Vol. 25 pp.51-66
- Barrero, C. (2011). Zygmunt Bauman y la sociedad líquida. *Revista Esfinge, apuntes para un pensamiento diferente*. Recuperado de: <http://www.revistaesfinge.com/filosofia/corrientes-de-pensamiento/item/757-56zygmunt-bauman-y-la-sociedad-liquida>
- Blanchard, M. (2014). *Transformando la sociedad desde las aulas: Metodología de aprendizaje por proyectos para la innovación educativa de el Salvador*. El Salvador: Narcea.
- Bonetto, V. (2014). *La importancia de atender a la motivación en el aula*. Recuperado de: <http://psicopediahoy.com/importancia-atender-a-la-motivacion-en-aula/>

- Bosch, M. (2012). *Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles*. Recuperado de: [file:///C:/Users/EDWIN/Downloads/Dialnet-ApuntesTeoricosSobreElPensamientoMatematicoYMultip-4836767%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/EDWIN/Downloads/Dialnet-ApuntesTeoricosSobreElPensamientoMatematicoYMultip-4836767%20(2).pdf)
- Burgos, N. & Guynett V. (2005). *Aprendamos por medio del juego*. Recuperado de: <http://aprendamospormediodeljuego.blogspot.com.co/p/juegos-didacticos.html>
- Clavijo, G. (2008). *La Evaluación de la formación GACC. La evaluación proceso de Formación*. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/productos/1685/articles-178627_ponen7.pdf
- Definición (s.f.). *Definición de Diario de Campo*. Recuperado de: <http://definicion.mx/diario-de-campo/>
- Escobedo, A. (2014). *Las nuevas tecnologías crean nuevos lenguajes y formas de representación*. Recuperado de: http://es.slideshare.net/Ana_Escobedo/si-las-nuevas-tecnologas-crean-nuevos-lenguajes-y-formas-de-representacin.
- Evelyn, C. (2015). *La mediación tecnológica para la construcción de conocimiento matemático desde la complejidad*. *Revistas Científicas y humanísticas*. Vol. 15. Num1. Recuperado de: <http://200.74.222.178/index.php/multiciencias/article/view/20244>.
- Fiallo, L. (2015). Fiallo L. *Acerca de la investigación en educación matemática desde las tecnologías de la información y la comunicación*. *Revista Actualizaciones pedagógicas*, Universidad de la Salle. Recuperado de: <http://revistas.lasalle.edu.co/index.php/ap/article/view/3436>
- Flórez, R. (2013). *Los modelos de enseñanza*. Recuperado de: <http://es.slideshare.net/CristianCastaeda1/los-modelos-de-enseanza-rafael-florez-ochoa>
- Flórez, T. (2005). *Modelos pedagógicos y planificación: un poco de historia*. Recuperado de: <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=78295>

- Gaeta, G. & CABazos, A. (2014). Implicación académica en matemáticas: percepción de metas docentes y procesos autorregulatorios en estudiantes de bachillerato. *Revista Ibero-Americana de estudios en educación*. Recuperado de:
<http://piwik.seer.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/7663>.
- Guevara, Z. (2014). *Metodologías Pedagógicas*. Recuperado de:
<http://algunosaportespedagogicos.blogspot.com.co/2014/10/pedagogia-educacion-didactica-teorico.html>
- Guisasola, A. & Barragués, F. (2013). El Máster de Formación Inicial del Profesorado de Secundaria y el conocimiento práctico profesional del futuro profesorado de Ciencias Experimentales, Matemáticas y Tecnología. *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*. Recuperado de:
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4544545>
- Gutiérrez, Z. (2002). Modelos educativos paradigmáticos en la historia de la educación. *Revistas CSIC*. Recuperado de:
<http://arbor.revistas.csic.es/index.php/arbor/article/viewFile/1105/1112>
- Guzmán, M. (1995). *Tendencias e Innovaciones en Educación Matemática. Conferencia en el Seminario de Educación Matemática*. (Documento inédito disponible en La OEI). OEI. Bogotá.
- Hernández, M. (2014). *Metodología activa como herramienta para el aprendizaje de las operaciones básicas en matemática Maya* (tesis de grado). Universidad Rafael Landívar. Quetzaltenango. México
- Hidalgo, P., Gutiérrez, M.; López, O. y Patiño, G. (2015). Aprendizaje basado en problemas como potencializador del pensamiento matemático. *Revista de la Facultad de Ciencias Sociales y Humanas Universidad de Manizales*. Recuperado de:
<http://revistasum.umanizales.edu.co/ojs/index.php/plumillaeducativa/article/view/845>.

Linares, S. (2011). *Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación*. Recuperado de:

<http://marivetsam.blogspot.com.co/2011/12/salvador-linares.html>

Navarro, A; Ruiz, R & Posada (2009). La triangulación metodológica en el ámbito de la investigación social: dos ejemplos de uso. Instituto de Estudios Sociales de Andalucía (IESA/CSIC). Departamento de Estudios Telefónicos.

<https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjh7qSW4ujRAhWDSSYKHU8VCvAQFggYMAA&url=http%3A%2F%2Fdigital.csic.es%2Fbitstream%2F10261%2F82068%2F1%2F409413.pdf&usg=AFQjCNGc4gWeeFbiSGOvOkLyyIkZVdRxfQ&bvm=bv.145822982,d.eWE>

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (s.f.). *Evaluación de recursos didácticos*.

Recuperado de: <http://coleccion.educ.ar/coleccion/CD6/contenidos/teoricos/modulo-2/m2-10.html>

Ministerio de Educación. (2005). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*.

Potenciar el pensamiento matemático: un reto escolar. Recuperado

de: http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Moreno, E. (2013). *Metodología de investigación, pautas para hacer tesis*. Recuperado de:

<http://tesis-investigacion-cientifica.blogspot.com.co/2013/08/disenos-cuasi-experimentales.html>

Morga, L. (2012). *Teoría y técnica de la entrevista*. Recuperado de:

http://www.aliat.org.mx/BibliotecasDigitales/salud/Teoria_y_tecnica_de_la_entrevista.pdf

Munera, J. (2011, enero-abril). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. *Revista Educación y Pedagogía*.

- Ordoñez (2004). Pensar pedagógicamente desde el constructivismo, de las concepciones a las prácticas educativas. *Revista de estudios sociales*. Recuperado de: <http://digibug.ugr.es/handle/10481/15244>
- Ortega, T. (1985). *Conexiones matemáticas y dinamización de aprendizajes*. Universidad de Valladolid. Editorial Grao.
- Osorio, M. (2011). *Práctica pedagógica y educativa (evidencias, registros, sistematización y reflexiones de mi práctica docente en el área de español)*. Recuperado de: <https://practicadocente1.wordpress.com/diario-pedagogico/>
- Pacheco, S. (2014). *Las metodologías activas y su incidencia en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en los estudiantes del décimo año de Educación Básica de la Unidad Educativa San Francisco de Asís del Cantón Salcedo*. Universidad técnica de Ambato. *Repositorio Digital*. Recuperado de: <http://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/6831>.
- Pereira, P. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. *Revista Electrónica Educare*. Vol. XV. N° 1. Recuperado de: <http://www.nexsysla.com/COL/pagina/modelo-autorizacion-del-titular-para-el-tratamiento-de-sus-datos-personales>.
- Piaget, J. (1978). *Introducción a la Epistemología Genética I, el Pensamiento Matemático*. Paidós. Buenos Aires.
- Pontificia Universidad Javeriana (s.f.) *Salidas de campo*. Recuperado de: <http://fear.javeriana.edu.co/estudiantes/pregrado/programa-ecologia/salidas-campo>
- Secretaría de Educación Pública (s.f.). *Qué son los organizadores gráficos*. Recuperado de: <http://tic.sep.df.gob.mx/micrositio/micrositio3/>

Tamayo, M. (2013). Implicaciones didácticas de Geogebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes del último grado de secundaria. Universidad de Guadalajara. *Revista de Innovación Educativa*. Recuperado

de:<http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/437>

Turiñan, J. & Sawz, R. (2006, 3 de marzo). Metodología de investigación y construcción del conocimiento de la educación. *Revista Galeana de Ensino*. Recuperado de: www.Dialnet-LaMetodologiaDeInvestigacionYLaConstruccionDelCono-2554505.pdf

Universidad Internacional de Valencia (s.f.). *Cómo motivar a los alumnos: recursos y estrategias*. Recuperado de: <http://www.viu.es/como-motivar-a-los-alumnos-recursos-y-estrategias/>

Velasco, S. et.al. (2015). *Estrategias activas en el razonamiento lógico – matemático de los estudiantes de cuarto año de educación básica*. Recuperado de:<http://repositorio.unemi.edu.ec/handle/123456789/2394>

Villa, O.; Rojas S. & Cuartas R. (2010). ¿Realidad en las matemáticas escolares?: reflexiones acerca de la “realidad” en modelación en educación matemática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. N. 29. Recuperado de:<http://funes.uniandes.edu.co/893/1/194214466004.pdf>

Villavicencio, V. & Quintuña, R. (2015). *La metodología activa y el desarrollo de la inteligencia lógica matemática de los niños de quinto año de educación básica de la escuela “ungur unguh” de la parroquia ciudad nueva, Cantón Pillaro, Provincia de Ungurahua*. Recuperado de:<http://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/12742>

Wikipedia (s.f.). *Teoría constructivista del aprendizaje*. Recuperado de:

https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_constructivista_del_aprendizaje

Zubiría, S. (1999). *Estructura de la pedagogía conceptual*. Recuperado de:
<http://www.monografias.com/trabajos21/pedagogia-conceptual/pedagogia-conceptual.shtml>

**Apéndice A. Autorización de datos para el tratamiento de la información
del trabajo de grado**



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BUCARAMANGA
FACULTAD DE EDUCACION
MAESTRIA EN EDUCACION
RECOLECCION DE DATOS
Realizado por Erika Paola Trejos Gómez
Junio 2016

**Autorización de datos para el tratamiento de la información del trabajo de grado
“Estrategia pedagógica activa para dinamizar las matemáticas en grado décimo”**

Por medio del presente documento YO _____,
estudiante del Colegio Integrado Jorge Isaac, del grado _____, cursado en el año _____,
otorgo consentimiento y autorización a _____, estudiante de la
Maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga (UNAB), para usar
mi información en lo que sea requerido el para trabajo de grado.

Firma: _____

Documento: _____

Apéndice B. Cuestionario Sociodemográfico



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
 RECOLECCIÓN DE DATOS
 Realizado por Erika Paola Trejos Gómez
 Junio 2016

CUESTIONARIO SOCIODEMOGRÁFICO

Nombre: _____ Grado: _____ Fecha: _____

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Edad en la que se encuentra?
 - A. 13 años o menos
 - B. 14 años
 - C. 15 años
 - D. 16 años o más

2. ¿Con quién vive?
 - A. Papá y mamá
 - B. Abuelos
 - C. Sólo un padre
 - D. Tíos o hermanos

3. ¿Cuál es su estrato socioeconómico?
 - A. 2 o menos
 - B. 3
 - C. 4
 - D. Más de 5

4. ¿Cuántas personas viven en su casa?
 - A. 3 o menos
 - B. 4
 - C. 5
 - D. Más de 6

5. ¿Cuáles de los miembros de su hogar trabajan?
 - A. Hermanos(as) mayores
 - B. Hermanos(as) menores
 - C. Tu padre
 - D. Tu madre

6. ¿Qué carrera le gustaría estudiar?
 - A. Ingeniería
 - B. Derecho
 - C. Medicina
 - D. Otra ¿Cuál? _____

7. ¿En qué universidad te gustaría realizar tus estudios?

8. De las siguientes asignaturas cuál es la que más le llama la atención.
- A. Español
 - B. Matemáticas
 - C. Inglés
 - D. Ciencias naturales
 - E. Ciencias sociales
9. ¿Qué es lo que más le gusta que hagan en las clases?
- A. Que el docente de la clase usando el tablero y dictando
 - B. Que el docente lleve material audio visual
 - C. Que el docente le permita crear a usted su propio conocimiento
 - D. Que el docente le enseñe a partir de ejercicios y actividades que relacionen con la realidad.
10. ¿Cuáles cree usted que son las características que debe tener un buen maestro?

Apéndice C. Temas de Grado Décimo

El plan de área de trigonometría de décimo se dividió en una serie de temas y diferentes actividades didácticas que desarrollan habilidades de pensamiento para facilitar el aprendizaje de los estudiantes.

Entre ellos se encuentran:

Primer periodo:

- Funciones.
- Poliedros.
- Ángulos y radianes.
- Teorema de Pitágoras.
- Abecedario griego.

Producto. Salida de campo al frente del colegio, para medir la altura de los arboles con un método inductivo para optimizar el aprendizaje de las deferentes componentes de un triángulo rectángulo y la puesta en práctica del teorema de Pitágoras.

Segundo periodo:

- Funciones y razones trigonométricas.
- Gráficos de las funciones trigonométricas.
- Plano cartesiano; radio y diámetro.
- Funciones positivas y negativas.

Producto. Organizadores de la información sobre la historia de la trigonometría y las funciones trigonométricas, con el fin de aprender a resumir y extraer ideas principales de un texto, y encontrar un método de estudio para el ejercicio de las razones trigonométricas.

Tercer periodo:

- Identidades trigonométricas
- Verificación de identidades trigonométricas.

Producto. Creación de juegos didácticos para el desarrollo potencial de la lógica de los jóvenes en los cuales hay un mejoramiento en las habilidades psicomotrices y la capacidad mental.

Cuarto periodo:

- Elementos básicos de la trigonometría.
- Ángulos.
- Polígonos.
- Axiomas, postulados, definiciones y teoremas.
- Poliedros.

Producto. Construcción de cuerpos geométricos para el manejo de la percepción visoespacial (la tridimensionalidad).

Apéndice D. Entrevista



MAESTRIA EN EDUCACIÓN

INVESTIGACIÓN: Estrategia pedagógica activa para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas

A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez

ENTREVISTA

A continuación, se realizarán preguntas sobre estrategias metodológicas a cinco estudiantes de grado undécimo del Colegio Integrado Jorge Isaac.

- 6) Menciona las diferentes estrategias metodológicas que han usado los profesores en el presente año.
- 7) ¿Conoce algunos nombres de las estrategias metodológicas?
- 8) ¿Cuál de las estrategias metodológicas le llama más la atención y por qué?
- 9) ¿Con qué estrategia considera usted ha mejorado el aprendizaje?
- 10) ¿Cuál estrategia favorece más el aprendizaje matemático?

Apéndice E. Secuencia Didáctica



MAESTRIA EN EDUCACION
 INVESTIGACION: Estrategia pedagógica activa
 para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas.
 A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez

COEGIO INTEGRADO JORGE ISAAC				
Area: Matemáticas		Asignatura: Trigonometría	Periodo Académico: 1	
Docente: Erika Paola Trejos Gómez			Grado: Decimo	
SECUENCIA DIDACTICA: FUNCIONES				
ESTANDAR(ES)	COMPETENCIA(S)	COMPONENTES	COMPETENCIA DE LA UNIDAD	
<ul style="list-style-type: none"> Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Pensamiento numérico y sistemas numéricos. 	<ul style="list-style-type: none"> Comunicación (x) Razonamiento (v) Resolución (v) 	Numérico y geométrico	Identifica e interpreta las diferentes funciones polinómicas, dando uso de cada una de ellas en diferentes contextos.	
ETAPAS Y FASES				
<p>ESTANDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> Analiza las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales. Establece relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada. 	<p>ETAPA 1: INICIO</p> <ul style="list-style-type: none"> Competencias y habilidades que se quieren potenciar en los estudiantes. Afectiva, comprensión tácita, productos específicos. 	<ol style="list-style-type: none"> MOTIVACIÓN: Teniendo en cuenta que la función es una relación se le presenta al estudiante en esta primera parte una dinámica donde debe identificar y escribir que tipo de relación ve en cierta imagen (en la que se emplea, la más notaría es la de alto y bajo). ENCUADRE: <ul style="list-style-type: none"> Se enuncian las normas de trabajo y las acciones reparadoras en caso de incumpliría El propósito de la secuencia didáctica. La forma como se quiere trabajar y la agenda del día. 		
	<p>ETAPA 2: DESARROLLO</p> <ul style="list-style-type: none"> Explicar las enseñanzas de que es una función y tipos o clases de funciones. Proponer actividades que evidencien la apropiación y transferencia de lo que aprendió sobre las funciones. 	<ol style="list-style-type: none"> ENUNCIACIÓN: Se da a conocer el concepto de función, los procedimientos, clases de funciones y gráficas. MODELACION: Se dan ejemplos resueltos con el paso a paso para que los estudiantes entiendan mejor lo que se va a trabajar. SIMULACION: Ejercicios en clase individual o en parejas, donde los estudiantes cuenten con la ayuda del docente. EJERCITACIÓN: El estudiante resuelve ejercicios solos y cuentan como un quiz. DEMOSTRACIÓN: Se realiza el taller evaluativo en forma individual. 		
	<p>ETAPA 3: CIERRE</p> <ul style="list-style-type: none"> Puntualizar lo que se aprendió sobre funciones y conectarlo con el tema de la próxima secuencia didáctica. 	<ol style="list-style-type: none"> SINTESIS : <ul style="list-style-type: none"> Retomar el propósito con la ayuda de los estudiantes Hacer preguntas de enseñanza. CONCLUSIONES: <ul style="list-style-type: none"> Cerrar con lo deben haber aprendido Explicar la tarea para la casa 		

Apéndice F. Guía de la secuencia didáctica



MAESTRIA EN EDUCACION
 INVESTIGACION: Estrategia pedagógica activa
 para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas.
 A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez



Colegio Integrado "Jorge Isaac"
 GUIA #1
 TRIGONOMETRIA- PRIMER PERIODO

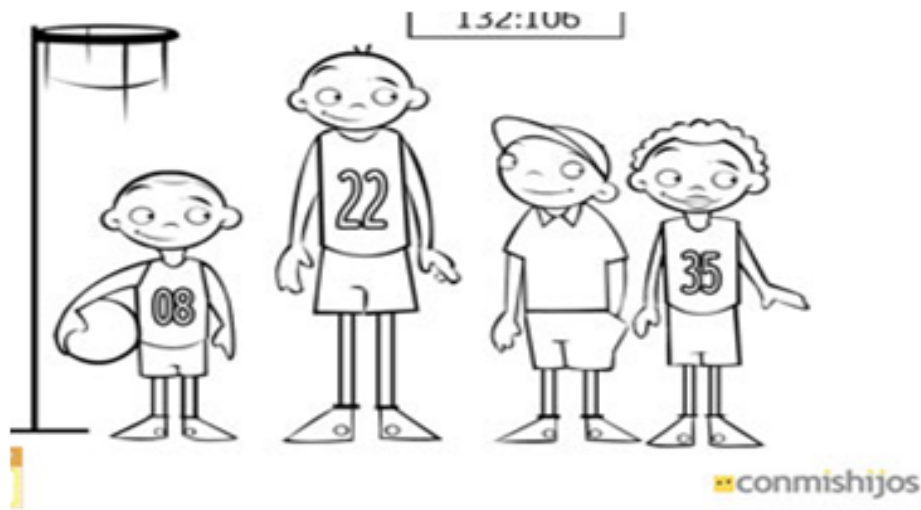
NOMBRE: _____ FECHA: _____

CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES

PROPOSITO:
RECONOCER LAS DIFERENTES FUNCIONES

DINAMICA:

Observa el siguiente dibujo escribe la relación que encuentres entre los personajes

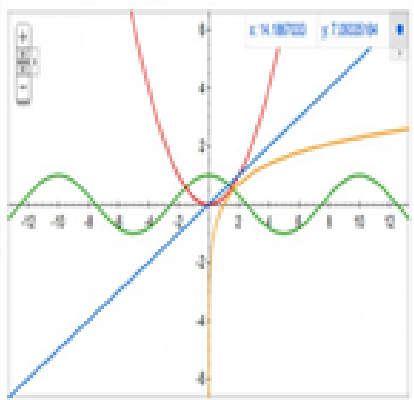


RELACION:



MAESTRIA EN EDUCACIÓN
 INVESTIGACIÓN: Estrategia pedagógica activa
 para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas.
 A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez

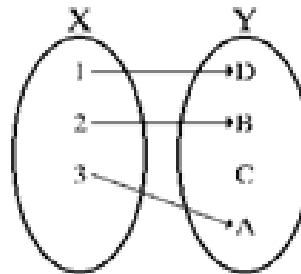
DEFINICIÓN DE FUNCIÓN:



Una función, en matemáticas, es el término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades. El término función fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes, quien escribió: "Una variable es un símbolo que representa un número dentro de un conjunto de ellos. Dos variables X y Y , están asociadas de tal forma que al asignar un valor a X entonces, por alguna regla o correspondencia, se asigna automáticamente un valor a Y . La variable X , a la que se asignan libremente valores, se llama variable independiente, mientras que la variable Y , cuyos valores dependen de la X , se llama variables dependientes. Los valores permitidos de X constituyen el dominio de definición de la función y los valores que toma Y constituye su recorrido".

Para que una relación de un conjunto A en otro B sea función, debe cumplir dos condiciones, a saber:

- Todo elemento del conjunto de partida A debe tener imagen.
- La imagen de cada elemento $x \in A$ debe ser única. Es decir, ningún elemento del dominio puede tener más de una imagen.
- El conjunto formado por todos los elementos de B que son imagen de algún elemento del dominio se denomina conjunto imagen o recorrido de f .



Tomado de <https://www.monografias.com/trabajos17/funciones/funciones/matematicas.shtml>

En lenguaje cotidiano o más simple, diremos que las funciones matemáticas equivalen al proceso lógico común que se expresa como "depende de".

Las funciones matemáticas pueden referirse a situaciones cotidianas, tales como: el costo de una llamada telefónica que depende de su duración, o el costo de enviar una encomienda que depende de su peso.

A modo de ejemplo, ¿cuál sería la regla que relaciona los números de la derecha con los de la izquierda en la siguiente lista?:

1 -----> 1
 2 -----> 4
 3 -----> 9
 4 -----> 16

Los números de la derecha son los cuadrados de los de la izquierda.



MAESTRIA EN EDUCACIÓN
 INVESTIGACIÓN: Estrategia pedagógica activa
 para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas.
 A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez

La regla es entonces "elevar al cuadrado":

1 -----> 1
 2 -----> 4
 3 -----> 9
 4 -----> 16
 x -----> x^2 .

Para referirse a esta regla podemos usar un nombre, que por lo general es la letra f (de función). Entonces, f es la regla "elevar al cuadrado el número".

Usualmente se emplean dos notaciones:

$$x \text{ -----> } x^2 \quad \text{o} \quad f(x) = x^2.$$

Así, $f(3)$ significa aplicar la regla f a 3. Al hacerlo resulta $3^2 = 9$.

Entonces $f(3) = 9$. De igual modo $f(2) = 4$, $f(4) = 16$, $f(a) = a^2$, etc.

Veamos algunos ejemplos que constituyen funciones matemáticas.

Ejemplo 1

Correspondencia entre las personas que trabajan en una oficina y su peso expresado en kilos

Conjunto X	Conjunto Y
Angela	55
Pedro	88
Manuel	62
Adrián	88
Roberto	90

Cada persona (perteneciente al conjunto X o dominio) constituye lo que se llama la **entrada** o **variable**

Dominio y rango de una función

El dominio de una función es el conjunto de valores para los cuales la función está definida; es decir, son todos los valores que puede tomar la variable independiente (la x).

Por ejemplo la función $f(x) = 3x^2 - 5x$ está definida para todo número real (x puede ser cualquier número real). Así el dominio de esta función es el conjunto de todos los números reales.

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x + 2}, \quad -1 < x < 2$$

En cambio, la función tiene como dominio todos los valores de x para los cuales $-1 < x < 2$, porque aunque pueda tomar cualquier valor real diferente de -2 , en su definición determina en qué intervalo está comprendida.



MAESTRIA EN EDUCACIÓN
 INVESTIGACIÓN: Estrategia pedagógica activa
 para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas.
 A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez

Si el dominio no se especifica, debe entenderse que el dominio incluye a todos los números reales para los cuales la función tiene sentido.

En el caso de la función $h(x) = \sqrt{x+3}$, el dominio de esta función son todos los números reales mayores o iguales a -3 , ya que $x+3$ debe ser mayor o igual que cero para que exista la raíz cuadrada.

COMO RESUMEN, PARA DETERMINAR EL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN, DEBEMOS CONSIDERAR LO SIGUIENTE:

Si la función tiene radicales de índice par, el dominio está conformado por todos los números reales para los cuales la cantidad **subradical** sea mayor o igual a cero.

Si la función es un polinomio; una función de la forma $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ (donde $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ son constantes y $n \in \mathbb{Z}$, entero no negativo), el dominio está conformado por el conjunto de todos los números reales.

Si la función es racional; esto es, si es el cociente de dos polinomios, el dominio está conformado por todos los números reales para los cuales el denominador sea diferente de cero.

El rango (recorrido o ámbito) es el conjunto formado por todas las imágenes; es decir, es el conjunto conformado por todos los valores que puede tomar la variable dependiente; estos valores están determinados además, por el dominio de la función.

Ejemplo

Identificar dominio y rango de la función $f(x) = \sqrt{x-2}$

Veamos:

Como la función tiene radicales el dominio está conformado por todos los valores para los cuales $x-2 \geq 0$. Esto es, el dominio de la función incluye todos los reales que son mayores o iguales a 2.

El rango es igual al conjunto de los números reales positivos incluyendo el cero; puesto que al reemplazar los valores del dominio se obtienen únicamente valores positivos bajo la función f .

TIPOS DE FUNCIONES

Dependiendo de ciertas características que tome la expresión algebraica o notación de la función f en x , tendremos distintos tipos de funciones:

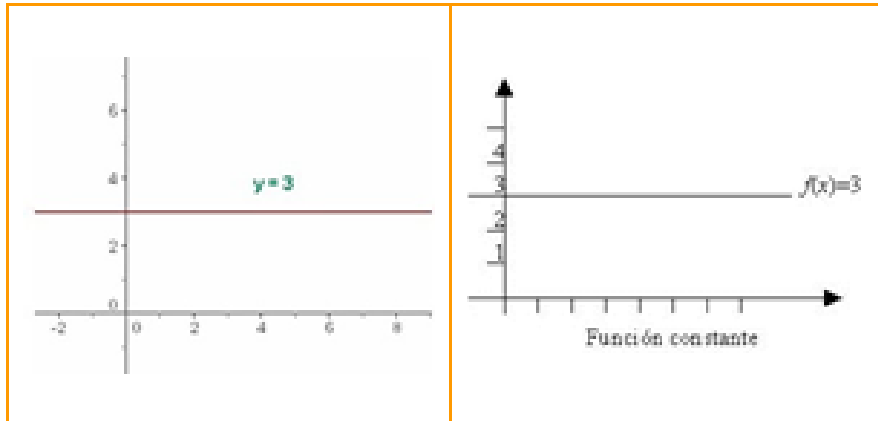
- **FUNCIÓN CONSTANTE**

Una función de la forma $f(x) = b$, donde b es una constante, se conoce como una **función constante**.

Por ejemplo, $f(x) = 3$, (que corresponde al valor de y) donde el dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es $\{3\}$, por tanto $y = 3$. La gráfica de abajo muestra que es una recta horizontal.



MAESTRIA EN EDUCACIÓN
 INVESTIGACIÓN: Estrategia pedagógica activa
 para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas.
 A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez



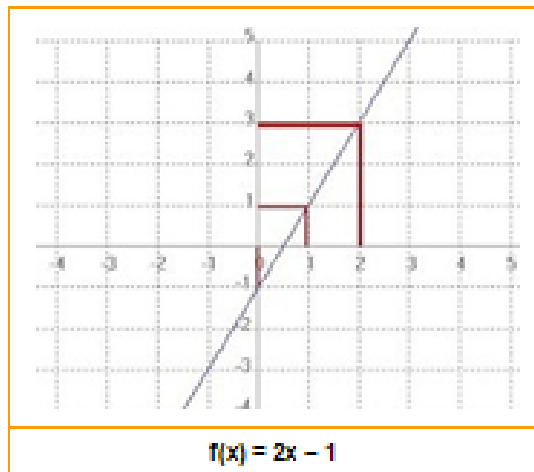
• FUNCIÓN LINEAL

Una función de la forma $f(x) = mx + b$ se conoce como una función lineal, donde m representa la pendiente y b representa el intercepto en y . La representación gráfica de una función lineal es una recta. Las funciones lineales son funciones polinómicas.

Ejemplo:

$$f(x) = 2x - 1$$

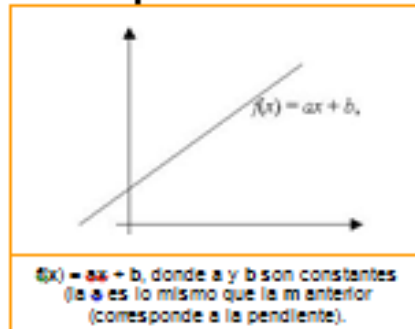
es una función lineal con pendiente $m = 2$ e intercepto en y en $(0, -1)$. Su gráfica es una recta ascendente.





MAESTRIA EN EDUCACIÓN
 INVESTIGACIÓN: Estrategia pedagógica activa
 para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas.
 A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez

En general, una función lineal es de la forma



Para trazar la gráfica de una función lineal solo es necesario conocer dos de sus puntos.

• FUNCIÓN POLINÓMICA

Una función f es una función polinómica si $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, donde a_0, a_1, \dots, a_n son números reales y los exponentes son enteros positivos.

Ejemplo:

$$f(x) = x^2 - 2x - 3;$$

$$g(x) = 5x + 1;$$

$$h(x) = x^3$$

El dominio de todas estas funciones polinómicas es el conjunto de los números reales (porque el elemento x puede ser cualquier número real).

> Función cuadrática

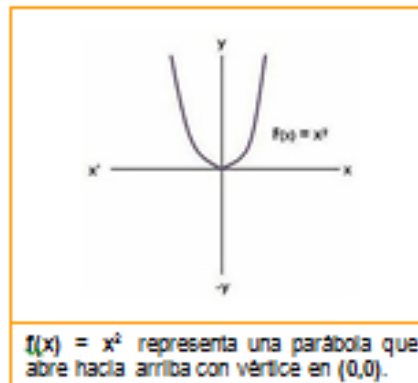
Una función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son constantes y a es diferente de cero, se conoce como una función cuadrática.

La representación gráfica de una función cuadrática es una parábola. Una parábola abre hacia arriba si $a > 0$ y abre hacia abajo si $a < 0$. El vértice de una parábola se determina por la fórmula:

$$\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$$

Las funciones cuadráticas son funciones polinómicas.

Ejemplo:





MAESTRIA EN EDUCACIÓN
 INVESTIGACIÓN: Estrategia pedagógica activa
 para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas.
 A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez

FUNCIÓN RACIONAL

Una función racional es el cociente de dos funciones polinómicas. Así es que q es una función racional si para todo x en el dominio, se tiene:

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Para los polinomios $f(x)$ y $g(x)$.

Ejemplos:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

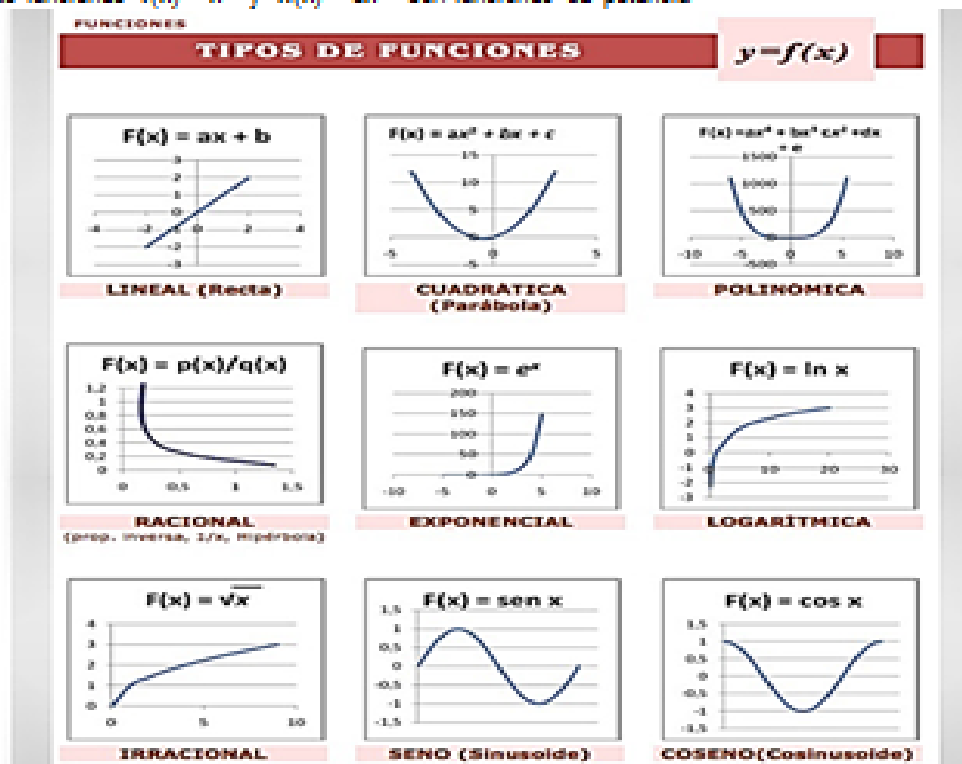
$$g(x) = \frac{1}{x-3}$$

Nota: El dominio de una función polinómica son los números reales; sin embargo, el dominio de una función racional consiste de todos los números reales excepto los ceros del polinomio en el denominador (ya que la división por cero no está definida).

Función de potencia

Una función de potencia es toda función de la forma $f(x) = x^r$, donde r es cualquier número real.

Las funciones $f(x) = x^{1/2}$ y $h(x) = 5x^{2/3}$ son funciones de potencia





MAESTRIA EN EDUCACIÓN
 INVESTIGACIÓN: Estrategia pedagógica activa
 para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas.
 A CARGO DE: Erika Paola Trejos Gómez

ACTIVIDAD INDIVIDUAL

1) Representar gráficamente

a) $f(x) = 3x - x^2$

b) $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

c) $f(x) = \frac{x^2}{2-x}$

d) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

e) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1}$

2) Expresar mediante una fórmula la función que asocia a cada número:

- a) Su cuádruplo.
 b) Un número 2 unidades mayor.
 c) Su mitad menos 1.
 d) El cuadrado del número que es una unidad menor.

3) Dada la función $f(x) = 5x^2 + 2$

Encontrar el valor de la función para cuando $x = 2$.

4) El precio de arrendar un auto es de 15 dólares más 0,20 de dólar por kilómetro recorrido.

- a) Hallar la fórmula que expresa el costo del arriendo en función del número de los kilómetros recorridos.
 b) ¿Cuánto hay que pagar si se han recorrido 50 kilómetros?
 c) Si han cobrado 53 dólares ¿cuántos kilómetros se han recorrido?

5) Represente las funciones constantes

a) $y = 2$ b) $y = -2$ c) $y = 34$ d) $y = 0$

6) Represente las rectas verticales

a) $x = 0$ b) $x = -5$

7) Represente las funciones lineales

a) $y = \frac{x}{7}$ b) $y = 2x$

8) Represente las funciones afines

a) $y = 2x - 1$ b) $y = -2x - 1$ c) $y = 16x - 1$ d) $y = 16x + 1$

9) Represente la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas:


a) $y = x^2 + 2x - 3$ b) $y = x^2 + 2x$ c) $y = x^2 + 4$

¿QUE SABIA DEL TEMA?	¿QUE APRENDI?	¿QUE DESEO PROFUNDIZAR?

REALIZADO POR:

 LIC. ERIKA PAOLA TREJOS GÓMEZ

Apéndice G. Diario de campo

 Colegio Integrado Jorge Isaac DIARIO DE CAMPO			
Asignatura:		Grado:	
Actividad:		Fecha:	
Objetivo:			
Descripción			
Metodología :	Rol del docente:	Rol del estudiante:	Motivación de los estudiantes:
Recursos:			
Necesidad que surge de la clase:		Evaluación realizada por el docente:	
Experiencia y expectativas			

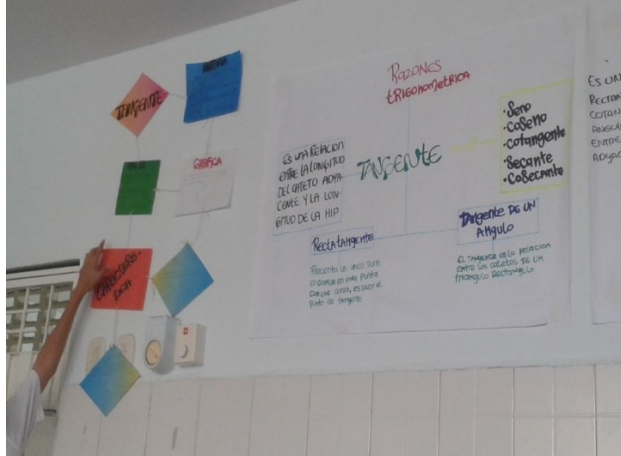
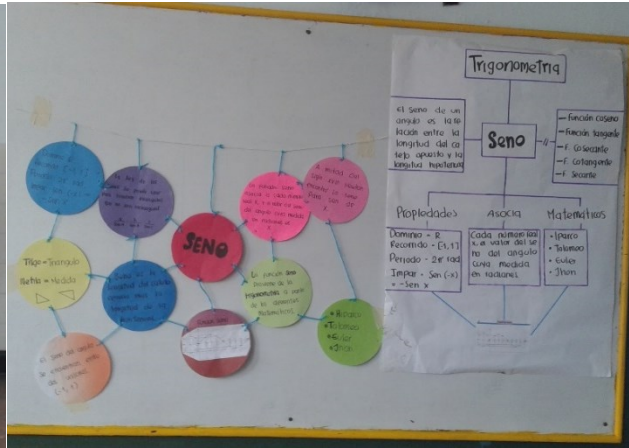
Apéndice H. Registro fotográfico de las actividades que se realizaron en las intervenciones con la secuencia didáctica.

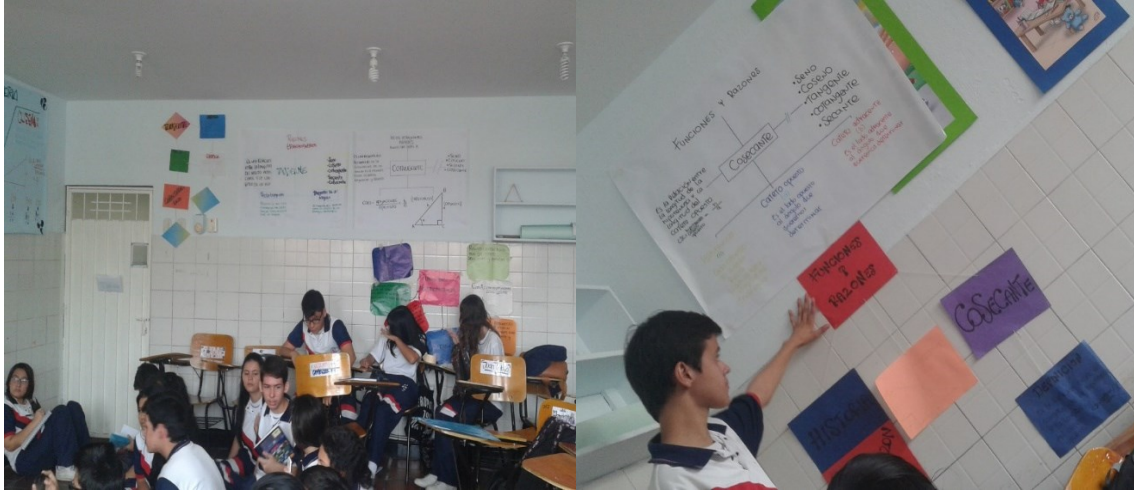
- **Primer periodo: salida de campo**



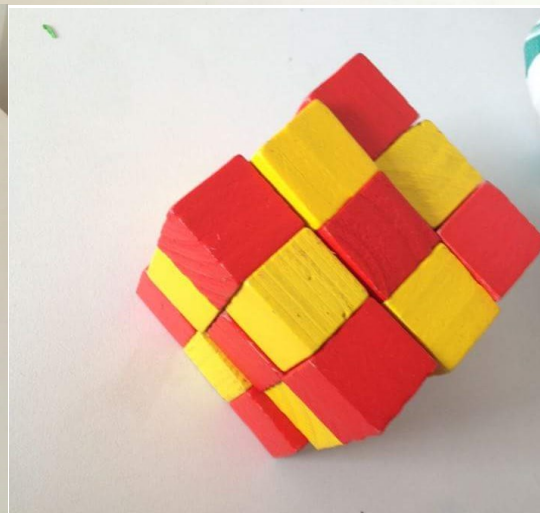
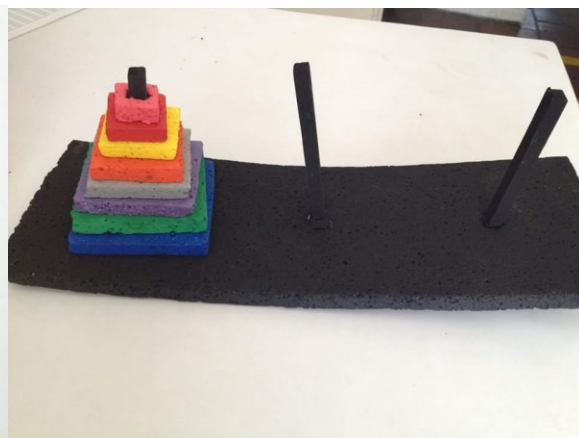


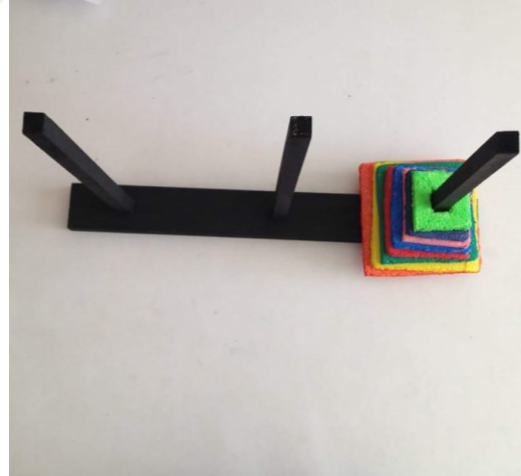
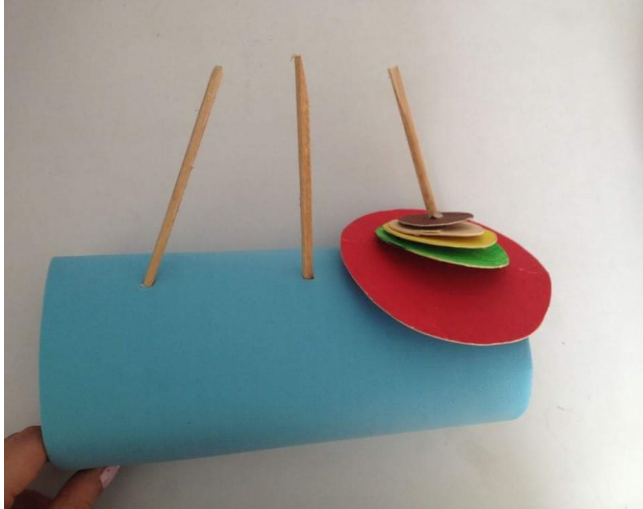
• Segundo periodo: mapas conceptuales funciones trigonométricas





- **Tercer periodo: Juegos didácticos**

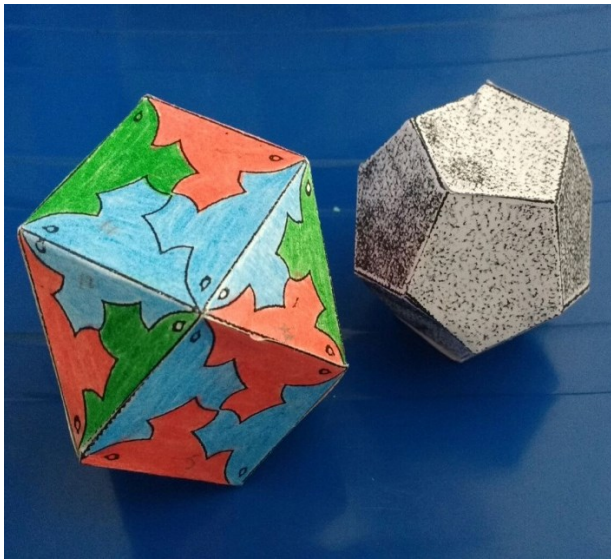
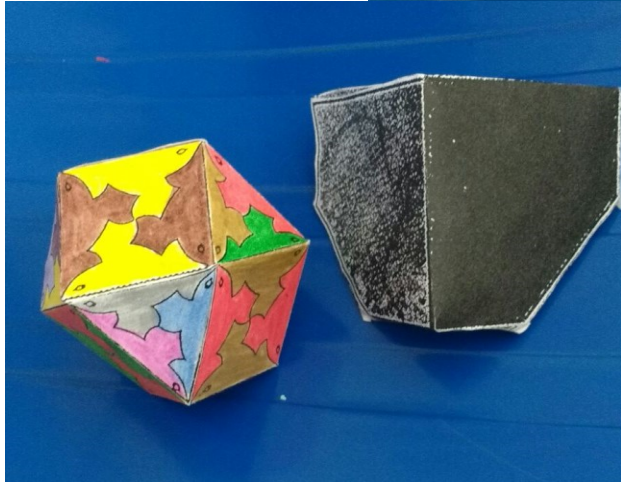




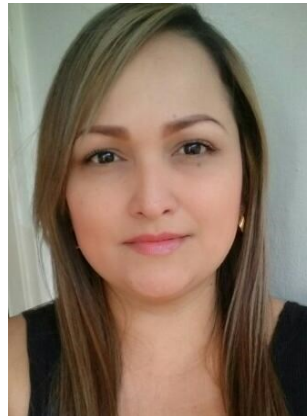


- **Cuarto periodo: Poliedros**





Curriculum Vitae



Erika Paola Trejos Gómez

Originaria de la Ciudad de Medellín – Antioquia, Colombia. Egresada como Licenciada en educación Básica con énfasis en Matemáticas, de la Universidad de Antioquia de la ciudad de Medellín, en el 2010.

La investigación titulada “Estrategia pedagógica activa para dinamizar el aprendizaje de las matemáticas en grado décimo” es la que presenta en este documento para aspirar al grado de Maestría en Educación.

Su experiencia de trabajo ha sido en el ámbito educativo, se ha desempeñado como docente desde hace 10 años y como coordinadora hace 5 años en colegios privados de Colombia, orientando como docente las matemáticas en los niveles básica Primaria, secundaria y media, y como coordinadora académica de los grados de pre jardín hasta undécimo.

Ha realizado las siguientes investigaciones:

- Las situaciones de variación y cambio como herramienta para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático desde los primeros grados de escolaridad. 2008*
- Clasificación de Polígonos en scratch. 2012*
- Rol de los padres de familia en el aprendizaje escolar. 2015.*