

FORTALECIMIENTO DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS DE COMUNICACIÓN, REPRESENTACIÓN Y MODELACIÓN POR MEDIO DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA PABLO CORREA LEÓN

Jenny Margiory Silva Pérez¹

Carmen Edilia Villamizar²

Resumen

La investigación descrita en el presente artículo tuvo como objetivo principal fortalecer las competencias matemáticas de comunicación, representación y modelación de los educandos de grado noveno, de la Institución Educativa Pablo Correa León a través del diseño e implementación de estrategias didácticas. La metodología empleada presenta las características de la investigación-acción con un enfoque cualitativo, orientado por el modelo espiral de Kemmis y McTaggart (1988). Entre los resultados alcanzados se destaca cómo los estudiantes fueron adquiriendo gracias al proceso didáctico la capacidad de usar diferentes tipos de representación, argumentar ideas, modelar operaciones algebraicas y manejar con fluidez el lenguaje simbólico de cara a los retos que se presentan en los ambientes cotidianos sociales, productivos y de aprendizaje.

Palabras Clave: competencias matemáticas, comunicación, representación, modelación, didáctica.

STRENGTHENING MATHEMATICAL COMPETENCES OF COMMUNICATION, REPRESENTATION AND MODELING THROUGH DIDACTIC STRATEGIES IN THE EDUCATIONAL INSTITUTION PABLO CORREA LEÓN

Abstract

The research described in this article had as main objective to strengthen the mathematical skills of communication, representation and modeling of the ninth grade students of the Educational Institution Pablo Correa León through the design and implementation of didactic strategies. The methodology used presents the characteristics of action research with a qualitative approach, guided by the spiral model of Kemmis and McTaggart (1988). Among the results achieved is that students were able to use the didactic process to use different types of representation, to argue ideas, to model algebraic operations and to fluently handle the symbolic language in the face of the challenges presented in everyday environments Social, productive and learning.

Keywords: mathematical competences, communication, representation, modeling, didactics.

¹ Autor. Licenciado en Matemáticas e Informática. Correo electrónico: jemarsil0711@gmail.com

² Coautor. Magister en Educación Matemática. Correo Electrónico: cevilla28@gmail.com

Introducción

El fortalecimiento en el manejo de las matemáticas por parte de los estudiantes es un propósito común para las Instituciones Educativas (IE), el Ministerio de Educación, los docentes, los estudiantes e incluso para los padres de familia, puesto que abarca competencias fundamentales para la gestión y resolución de problemas que se presentan en la vida cotidiana.

En la IE Pablo Correa León ubicada en Cúcuta, capital de Norte de Santander, su Proyecto Educativo Institucional (PEI) destaca que la misión de este centro de formación es ser líder en los conocimientos humanísticos, técnicos y tecnológicos, sin embargo el cumplimiento de ese horizonte de acción formativo enfrenta retos específicos, pues cuando en el PEI se señala que los estudiantes deben poder convertirse, gracias a los aprendizajes obtenidos, en gestores del desarrollo económico y constructores de emprendimientos que beneficien a la sociedad, se empieza a analizar por qué estos objetivos no han podido consolidarse, identificándose en parte como síntomas, los resultados obtenidos por esta IE en el Índice Sintético de Calidad (ISCE), que en el año 2015 sobre una escala de 10 fue de 4.15 puntos, eso en medio de un escenario donde el promedio nacional en el nivel secundaria alcanzó 4.93 y en el contexto regional fue de 5.11.

En cuanto a los componentes del ISCE que reflejan un rendimiento problemático se encuentran el progreso y el desempeño. En el primer caso el área de matemáticas, ligada de forma directa al enfoque técnico profesional del colegio, tiene un promedio del 61% de los estudiantes, durante los años 2014 y 2015, ubicados en el nivel mínimo del manejo de las competencias, mientras que el 21% registra un nivel insuficiente y tan solo el 16% registra como satisfactorio, hasta llegar al punto donde un margen muy pequeño del 2% consigue expresar un nivel avanzado.

En ese orden de ideas analizando el histórico de resultados de las Pruebas Saber en el Periodo 2012-2015 para el grado noveno de la IE Colegio Pablo Correa León, en el área de matemáticas, se puede destacar que el puntaje refleja un contraste importante, puesto que en el 2012 alcanzaron 315 puntos sobre 500 posibles, en el 2013 fueron 277, en el 2014 eran 286, pero en el 2015 fueron 284, lo cual revela que desde el primer año tomado aquí como referencia el colegio no ha logrado volver a registrar un resultado por encima de los 300 puntos que es lo que destaca el promedio nacional. Esta diferencia estadísticamente significativa expresa que el 61% de los estudiantes alcanza un puntaje aproximado de 233 puntos, ubicándose en el nivel mínimo de rendimiento.

Ante este panorama de estadísticas e indicadores, la docente investigadora responsable del presente estudio, también observó cómo en su labor cotidiana los jóvenes tienen problemas para expresar ideas usando diferentes tipos de sistemas de representación, esto se termina reflejado en la capacidad para establecer relaciones entre diagramas y operaciones, así como construir argumentaciones que permitan sustentar y vender los proyectos que deben desarrollar en el marco de la educación técnica, pilar central de la IE Colegio Pablo Correa León.

Métodología

El desarrollo investigativo del presente proyecto se orientó por los principios y las posibilidades de una investigación de enfoque cualitativo, donde la realidad es vista y experimentada en su totalidad, sin el interés de medir sus partes de forma individual, sino con el propósito de ver la realidad educativa de los estudiantes de la IE Pablo Correa León de noveno grado, cuando interactúan en los escenarios dispuestos para la formación de competencias matemáticas a través de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La interacción se presentó como una de sus características centrales, debido a que en este enfoque debe existir un margen mínimo entre lo registrado como datos y lo que sucede en los grupos estudiados. En ese orden de ideas la investigación se desarrolló bajo los lineamientos de una Investigación Acción que permitió articular las diferentes perspectivas tomadas dentro del ámbito cualitativo.

Este tipo de investigación es definida por Elliot (1993) como “un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma” (p. 6), de acuerdo a su propósito busca ampliar la reflexión sobre las prácticas pedagógicas realizadas con la finalidad de llegar a una comprensión profunda y bien fundamentada de las problemáticas que afectan a las instituciones y grupos de estudio.

Esta elección favorece el desarrollo de un proyecto donde la participación de todos los involucrados fue permanente, creando por medio del foco didáctico experiencias de colaboración y retroalimentación, donde las situaciones pedagógicas al resultar sistemáticas aportaron mayor valor a la puesta en práctica de los aprendizajes obtenidos, así como también ayudaron a conseguir progresos paulatinos que puedan ser replicados por otros grados o docentes. En este caso el objetivo central de esta metodología fue generar una transformación en la práctica educativa de las matemáticas relativas a las competencias de comunicación, representación y modelación por medio del diseño y aplicación de estrategias didácticas.

Esto conduce a una de las características principales de esta propuesta y es su naturaleza cíclica, donde se motivaron los procesos de reflexión y evaluación, con la finalidad de continuar fortaleciendo su desarrollo, así como la calidad de los logros alcanzados.

La población estuvo conformada por el número de estudiantes matriculados en la Institución Educativa Pablo Correa León para grado noveno de la jornada de la mañana, el cual responde a 149 educandos. La muestra fue seleccionada por medio de muestreo no probabilístico, respondiendo a las necesidades de la investigación, estuvo integrada por los 38 estudiantes de grado 9-01, quienes en ese punto formativo enfrentan mayores retos académicos y prácticos, de forma tal que ser parte de esta estrategia pedagógica los ayudo a fortalecer su rendimiento de cara a su ingreso a la educación media. Los instrumentos seleccionados para recolectar los datos presentes en el contexto de estudio fueron el diario pedagógico y la observación participante.

Los principios éticos considerados están inspirados en la perspectiva de Elliot (1993) quien los esbozó dentro de sus experiencias de investigación pedagógica, en ese orden de ideas todos los participantes fueron ser consultados y se obtuvieron consentimientos informados de los padres para registrar a los niños con algún dispositivo audiovisual, se tramitaron

permisos para realizar observaciones y analizar documentos que no eran de dominio público, el desarrollo permaneció abierto a las sugerencias de las personas implicadas, los alumnos tuvieron los mismos derechos que la docente y el uso de sus datos u opiniones contó con autorización, finalmente todos los participantes conocieron esta serie de principios establecidos.

Propuesta Pedagógica

La propuesta de las estrategias didácticas estuvo conformada por un grupo de actividades, estructuradas bajo la lógica de cinco unidades didácticas principales, encaminadas al fortalecimiento de las competencias matemáticas de comunicación, representación y modelación. La primera se enfocó en el tema de traducción del lenguaje, la segunda en las ecuaciones, la tercera en las funciones, entretanto la cuarta en la pendiente y finalmente la quinta abordó la función lineal.

Esta experiencia busco propiciar en los 38 jóvenes participantes del grado 9-01, de la IE Pablo Correa León, una visión y compromiso activos con un grupo de competencias que implican el ejercicio de conocimientos matemáticos, ágiles y prácticos, para responder a los retos cotidianos que se presentan, no sólo en el aprendizaje sino en la vida en general.

Dentro de su planteamiento se reconoce la importancia de contar con momentos que conduzcan al reconocimiento, aproximación y apropiación de los conocimientos, por medio de un avance progresivo que va orientado por el matiz didáctico de cada una de las acciones diseñadas, las cuales están pensadas para favorecer la construcción del producto final: la administración de una microempresa.

Las estrategias didácticas están conformadas por cinco unidades temáticas encargadas de articular el desarrollo de la propuesta pedagógica, estas condensan los aspectos centrales de las competencias matemáticas de comunicación, representación y modelación como son: traducción del lenguaje, el mundo de las ecuaciones, funciones y pendiente. Además, cuenta con el diseño de pruebas de entrada y salida, denominadas como de diagnóstico y final, encaminadas a realizar un seguimiento y evaluación de los impactos alcanzados con su aplicación.

El proceso de desarrollo estuvo pensado bajo el enfoque del Aprendizaje basado en Problemas (APB), para ser realizado, por medio de talleres formulados en las cinco unidades didácticas donde se promueve el trabajo grupal y colaborativo, puesto que fueron realizadas en 9 grupos, conformado cada uno por 4 integrantes. La modalidad de trabajo fue la de un laboratorio matemático que permite establecer relaciones ante el propósito común de crear un emprendimiento y la puesta en práctica de los conocimientos matemáticos necesarios para su adecuada formulación.

La construcción y fundamentación de pensamiento matemático, en torno a las competencias señaladas, destaca la presentación de actividades encargadas de activar la participación y el compromiso de los estudiantes en la construcción del conocimiento, además de incentivar la consolidación de una actitud apropiada para asumir procesos de colaboración y de

socialización, todas orientadas a la conformación de ideas productivas como un reflejo del buen uso del pensamiento matemático.

La decisión de proponer el desarrollo de las guías y sus respectivas actividades en el contexto del laboratorio matemático favorecen que por medio del APB los estudiantes puedan mostrar habilidades en cuanto a la búsqueda y el manejo de la información, dado que mediante enunciados y representaciones simbólicas tienen que resolver problemáticas, además la conformación de grupos favorece la generación de responsabilidades comunes donde cada uno no solo debe tener en cuenta su proceso de aprendizaje, sino también cooperar con los de sus demás compañeros.

Discusión

Las estrategias didácticas giraron en torno al fortalecimiento de las competencias matemáticas de comunicación, representación y modelación, de forma tal, que cada una de las diferentes unidades didácticas diseñadas para socialización y aplicación abordaron de forma progresiva su desarrollo, no sólo desde una intención evaluativa sino para reconocer los pre saberes, reflexionar en torno a sus conceptos clave y establecer actividades lúdicas que les permitieron dimensionar el uso práctico de sus habilidades y componentes.

En la perspectiva de Goñi (2008) “las competencias matemáticas ponen en relieve habilidades y destrezas que se relacionan con el reconocimiento e interpretación de los problemas que aparecen en distintos ámbitos y situaciones” (p. 12) de tal forma que se buscó dar respuesta a la complejidad del tema proponiendo un abanico amplio de opciones y actividades didácticas.

En la primera instancia durante el desarrollo de la propuesta pedagógica fue administrada una prueba diagnóstica entre los estudiantes del grado 9-01 de la IE Pablo Correa León que permitió identificar que los temas con mayores deficiencias eran los procesos de codificación y decodificación matemática, el dominio del lenguaje gráfico y algebraico, así como la relación entre situaciones y variables.

Esas debilidades fueron exploradas por Duval (2006) quien señala que cuando los estudiantes se enfrentan a las representaciones semióticas que sintetizan las operaciones matemáticas complejas, en expresiones más simples, la dificultad no está en los conceptos, sino en cómo estos son aplicados en situaciones cotidianas específicas. En ese caso se privilegiaron aquellos contenidos que aludían casos reales y de esa forma se puso en marcha la aplicación de las guías didácticas estipuladas.

No obstante, durante la experiencia inicial de aproximarse al grupo para conocer el estado de sus competencias comunicativas se observaron ciertas actitudes predominantes en los jóvenes, entre ellas: apatía por la actividad matemática, bloqueos psicológicos y emocionales frente al área de conocimiento, dificultades para describir sus falencias o dificultades con los temas de estudio, confusión en torno a las relaciones existentes entre los componentes de las competencias seleccionadas. El conjunto de manifestaciones registradas llevó a la decisión de restar presión a la participación en la estrategia y enfocarla en la posibilidad de que los estudiantes pudieran disfrutar momentos lúdicos mientras estaban construyendo nuevos conocimientos.

Esta clase de experiencias ha sido registrada por Díaz Barriga (1999) donde destaca una clave empleada dentro de esta propuesta que consiste en “restablecer la vida en el aula, de manera que el método y el contenido se subordinen a aquellos elementos vivos que se hallan en el entorno social, cultural y escolar del estudiante” (p. 29), una visión que permitió dinamizar las intervenciones dadas sobre el eje didáctico.

Es así como después de socializar el contenido de las estrategias y obtener una mirada general de la situación se inició con el desarrollo de la primera unidad didáctica denominada Traducción del Lenguaje donde el objetivo general fue el fortalecimiento de las actividades de transformación y modelación de los lenguajes natural y algebraico. En ese momento los estudiantes mostraron una gran resistencia a realizar lecturas de los contextos presentados, entre ellos la venta de bienes, las edades de algunos compañeros de trabajo o la asociación gráfica de datos, Por consiguiente, se evidenciaba frustraciones al representar situaciones reales en el lenguaje matemático; he imposibilitaba que el estudiante argumentara la solución al problema demostrando su veracidad en el proceso tanto algebraico como numérico.

En la teoría de la modelación de Freudenthal (1991) esa es la forma para conseguir generar valor y significado en los estudiantes respecto a su relación con las matemáticas, en ese sentido ellos deben sentir que pueden convertir los problemas sociales en expresiones destinadas a encontrar una o varias soluciones. Dentro de su procedimiento se reconocen dos tipos: el primero es horizontal que implica partir de la realidad para convertirla en símbolos y la vertical “que describe los cambios que sufre la expresión matemática del modelo dentro del propio mundo de los símbolos” (Freudenthal, 1991, p. 9).

En ese sentido autores como Bosch y Gascón (1997) consideran que la matemática implica en sí misma una actividad de modelación permanente, en esa perspectiva no tratan de analizar la relación de las expresiones matemáticas con el mundo real o las relaciones que establecen los estudiantes entre los diferentes tipos de registro matemáticos, sino que se concentran en los procesos de fortalecimiento de estudio.

Frente a las situaciones tensionantes de la práctica pedagógica la docente, autora de la presente investigación, decidió dar fuerza a las actividades introductorias de reflexión y conceptualización estableciendo un paralelo entre los códigos que actúan como sinónimos o relativos entre el lenguaje verbal y el lenguaje matemático permitiendo así la matematización de una situación real, asociando los lenguajes y facilitando la modelación de los contextos.

El uso del lenguaje común y su codificación en expresiones pictóricas, gráficas y algebraicas fue el primer tema abordado porque representaba una conexión importante entre el conocimiento matemático y su aplicación cotidiana, es así como en el proceso logístico y demostrativo los jóvenes comenzaron a mostrar de forma lenta, pero consistente que podían responder mejor a los ejercicios cuando estos narraban situaciones reales con las cuales podían mostrar interés y sentirse identificados.

Un avance que es conceptualizado por Wiske (2003) cuando explica que

“Las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente, de

tal manera que la dimensión de las formas de expresión y comunicación es constitutiva de la comprensión de las matemáticas” (p. 238).

Una de las principales fuentes de apoyo identificadas en esta propuesta pedagógica fue la metodología enfocada en el Aprendizaje Basado en Problemas y el Aprendizaje Colaborativo puesto que permitió dinamizar el desarrollo de las unidades didácticas posteriores.

En las siguientes actividades cuando se plantearon el conjunto las temáticas que suelen integrar las mayores pesadillas de los estudiantes de secundaria, como son las ecuaciones, las funciones y pendiente, sin embargo fueron precisamente esas tres unidades donde se consiguieron los mayores avances, claro se debe considerar que ya había transcurrido un trimestre de trabajo en la implementación de las estrategias y los jóvenes se sentían más cómodos dentro de la experiencia, pero aun así fue por medio de las actividades establecidas en un ritmo que alternaba, simplicidad y dificultad, que fue posible involucrar a los grupos de trabajo conformados en la construcción de habilidades en torno a estas unidades.

El ritmo didáctico estuvo influenciado por los principios del Aprendizaje Significativo donde se prioriza “que el alumno lleve a cabo diversas actividades para establecer relaciones entre lo nuevo y lo que ya sabe, es decir, matizar, reformular, diferenciar, descubrir, ordenar, clasificar, jerarquizar, relacionar, integrar y resolver problemas” (Ponce, 2004, p. 22).

La interrelación entre las actividades de comunicación, representación y modelación fue identificada por los alumnos, quienes durante los procesos didácticos de las estrategias iban detectando las relaciones de forma tal que las identificaban junto a sus compañeros y así lo notificaban ante la docente, iniciándose en ese punto una inflexión, pues se logró que los jóvenes pasaran de comprender los temas para comenzar a consolidar argumentaciones acerca de por qué estaban realizando los procedimientos y cuáles eran los resultados esperados.

El Aprendizaje Basado en Problemas (APB) fue una constante dentro del diseño de las unidades didácticas que conformaron las estrategias, pues todas contaron con un diseño estándar, que planteaba una dinámica que fue bien aceptada por los estudiantes, donde en el primer momento se daba una introducción al tema por medio de preguntas, la proyección de un video relacionado con la competencia explicada y la conceptualización de las principales nociones vinculadas con su desarrollo. En el segundo momento se planteaban problemas, unos más complejos que otros, pues iban incrementando su dificultad a medida que los jóvenes avanzaban en la solución de la guía, después de eso se planteaba una actividad lúdica donde se terminaba de asimilar el tema y finalmente la prueba de evaluación con preguntas tipo Saber.

En el propósito de complejizar la adquisición y el desarrollo de las competencias se planteaban diferentes tipos de ejercicios y operaciones a medida que se avanzaba de unidad, de esa manera se observó en los estudiantes lo que explica el autor Barrows (1999) que ante las tareas de mayor dificultad van descubriendo nuevas habilidades y capacidades, así cuando lograban representar una situación real por medio de una ecuación o traducir al lenguaje natural una serie de representaciones para argumentar una decisión o describir un proceso,

podían descubrir nuevas áreas de oportunidad y capacidades para asentar los conocimientos adquiridos y transformarlos bajo una lógica de evolución permanente.

Esa decisión de apostar por un proceso que fuera ganando en dificultad permitió que los estudiantes del grado 9-01 mantuvieran el interés y la motivación, pues siempre se mostraron dispuestos a participar y decidir en grupo cuáles eran los procedimientos u opciones adecuadas para desarrollar la actividad, pero el compromiso no terminaba ahí debido a que también los jóvenes evidenciaban comportamientos de responsabilidad compartida en los procesos de aprendizaje, pues se preocupaban por aquellos que no podían avanzar a la par en el fortalecimiento de las competencias.

De esa manera se retoman los aportes de Gómez y Castrillón 2001 donde se señala la importancia de

“un cambio de sentido sobre su asunto de conocimiento, ya no centrado en la enseñabilidad, sino en la educabilidad como la potencia de todo sujeto para aprehender y como un proceso propio del educando en el que el sujeto docente más que transmitir un conocimiento, busca alternativas para que el educando encuentre sus propias formas de conocer y configurar el conocimiento” (p. 31).

En las observaciones registradas quedó reflejado como las interacciones en el aula de clase siempre se dieron dentro de un objetivo común, el cual superaba la aprobación o calificación de cada guía didáctica, para concentrarse en la consolidación del emprendimiento productivo, pues los jóvenes siempre actuaron de formas proactivas frente a los retos que se presentaban cuando no entendían un problema o ejercicio y entre ellos consultaban información, comparaban perspectivas y así lograban resolver los problemas planteados.

No obstante, queda un largo camino por andar para cumplir con las principales características que demanda el Aprendizaje Colaborativo especialmente con aquellos que remiten a un

“cambio en la relación profesor-estudiante: la autoridad pasa del profesor a grupos de pares y luego a comunidades de conocimiento especializado, se discuten la autoridad del profesor y la validez de los contenidos, gracias al método, así como la importancia del trabajo y diálogo entre pares” (citado en González y Matajira, 2005, p. 25).

En ese sentido la combinación de los fundamentos pedagógicos y el enfoque de APB favorecieron el fortalecimiento de las competencias matemáticas identificadas para orientarlas a la acción y conseguir aportar por medio de sus conocimientos al desarrollo del entorno productivo de la IE.

Conclusiones

El nivel de desempeño desde el ámbito de la comunicación, representación y modelación matemática de los estudiantes de grado noveno de la IE Pablo Correa León inicialmente, antes de implementar la propuesta pedagógica, registraba un nivel mínimo según los resultados de las Pruebas Saber puesto que enfrentaban dificultades para emplear diferentes tipos de representación, lograr describir relaciones matemáticas, relacionar diagramas para

formalizar, modelar usando el lenguaje natural y algebraico, argumentar con el lenguaje formal o natural.

En el contexto de la Institución esas deficiencias no solo se ven reflejadas en el ISCE sino también en los proyectos productivos que los alumnos deben desarrollar para cumplir con los requisitos de la educación media técnica, puesto que los jóvenes tienen ideas, pero no saben cómo concretarlas y materializarlas bajo criterios de viabilidad matemática y financiera. De esta manera el proyecto se planteó con esa motivación alcanzando resultados preparatorios favorables.

El diseño e implementación de las estrategias didácticas motivó el proceso de aprendizaje para el fortalecimiento de las competencias matemáticas seleccionadas porque permitió a los estudiantes identificar sus conceptos y posibilidades de aplicación dentro de un ambiente pedagógico basado en la solución problemas que motivaron una participación activa, lúdica y comprometida.

El desarrollo de las cinco unidades didácticas permitió abordar los diferentes temas y habilidades vinculados con las competencias de comunicación, representación y modelación, cada uno por medio de momentos de reflexión, conceptualización, solución de actividades con problemas, acciones lúdicas y evaluaciones según el tipo de preguntas relacionadas en las pruebas saber, de forma tal que los estudiantes experimentaron nuevas formas de entrar en contacto con el conocimiento matemático y transformarlo en creaciones o argumentaciones de valor para su vida.

Dentro de los impactos alcanzados por las estrategias se identifica un avance general donde los estudiantes pasaron de tener un 16% de desempeño satisfactorio a lograr ocupar un 65% en el rango más alto, según los resultados registrados por las Pruebas tipo Saber aplicadas en el tramo final de cada guía didáctica, además se evidenció en la última actividad del laboratorio matemático una capacidad general para modelar y representar las ecuaciones conducentes a identificar el punto de equilibrio de la idea de emprendimiento definida a lo largo del proceso.

Por otra parte, los estudiantes de noveno grado también lograron consolidar otros avances como la capacidad de trabajar en grupo, profundizar en la investigación y el desarrollo de las actividades propuestas en el aula, gozar junto con la docente de matemáticas de una nueva dinámica donde por medio de acciones lúdicas se disfruta mucho más del aprendizaje matemático y lograr argumentar gracias al manejo fortalecido del lenguaje formal las ideas con las que quieren modelar el mundo aumentando la productividad de sus familias y comunidades.

Referencias Bibliográficas

- Barrows, H. (1996) Problem-Based learning in medicine and beyond: A brief overview. In WILKERSON L., GIJSELAERS W.H. (eds) Bringing Problem-Based Learning to Higher Education: Theory and Practice, San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Bosch, M. (1997). La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad, Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona.

- Buitrago, L; Torres, L; Hernández, R. (2010). La secuencia didáctica en los proyectos de aula un espacio de interrelación entre docente y contenido de enseñanza. <http://www.javeriana.edu.co/biblos/tesis/educacion/tesis59.pdf>
- Díaz Barriga, A. (1999). Docente y programa. Lo institucional y lo didáctico. Bs As: Aique Grupo Editor S.A.
- Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales (2a. ed.). Peter Lang-Universidad del Valle. Cali.
- Elliot, J. (1993). La investigación-acción en educación. Madrid: Ediciones Morata, S. L.
- Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics Education. China Lectures, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- Gallego, C., Pons, M., Alemany, C., Barceló, M., Guerra, M., Orfila, M., et al., (2005). Repensar el aprendizaje de las matemáticas. Barcelona, España: Graó.
- Gascón, J. (1997). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), 7-34.
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). Cómo planificar la investigación-acción. Barcelona: Laerte.
- MEN. (2004). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Menin, O. (2013). El ensayo de "escuela serena" realizado por las hermanas Cossettini en la República Argentina. Recuperado de <http://www.unl.edu.ar/nsjsf/menin.htm>
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Resultados Pruebas Saber 2016. Recuperado de <http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-propertyvalue-48535.html>
- Morales, P; Landa, V; (2004). APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS. *Theoria*, 13() 145-157. Recuperado de <http://2011.www.redalyc.org/articulo.oa?id=29901314>
- Monsalve, A; Pérez, E. (2012). El diario pedagógico como herramienta para la investigación. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5163235.pdf>
- Múnera, J. (2014). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. *Revista Educación y Pedagogía*, vol. 23, núm. 59, enero-abril, 2011.
- Pérez, M. (2010). Tratamiento de la información y competencia digital en el área de matemáticas. Recuperado de <https://revistasuma.es/revistas/64-junio-2010/tratamiento-de-la-informacion-y.html>
- Ponce, V; (2004). El aprendizaje significativo en la investigación educativa en Jalisco. *Sinéctica, Revista Electrónica de Educación*, () 21-29. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99815918004>

- Ramirezparis, X. (2011). La lúdica en el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de <http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewFile/1620/1063>
- Restrepo Gómez, B; (2005). Aprendizaje basado en problemas (ABP): una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. Educación y Educadores, 8() 9-19. Recuperado de <http://2011.www.redalyc.org/articulo.oa?id=83400803>
- Taylor, S.J. y Bogdan, R. (2002) Introducción a los métodos cualitativos de investigación: la búsqueda de los significados, Madrid: Paidós.
- Vergara, L. (2013). Matemática crítica: Una herramienta para modelar situaciones que promueven ciudadanía y pensamiento matemático reflexivo. http://www.uan.edu.co/images/programas-posgrados/Maestria_Edu_Matematica/documentos/ResumenTesisMatematicaCriticaHerramientaModelarSituacionesPromuevanCiudadaniaPensamientoMatematicoReflexivo.pdf
- Villa Ochoa, J. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/viewFile/102/202>
- Wiske, M. (2003). La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica. Paidós. Buenos Aires, Barcelona, México, págs. 237-239.