UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

Elaboración e implementación de secuencias didácticas para la construcción del concepto de función en estudiantes del grado noveno del Colegio Holanda de Piedecuesta, Santander

para optar al grado de:

Magister en Educación

Presentado por:

Edwing Enrique García Villabona

Director de Proyecto de Grado

Magister. James Ronald Velazco Mosquera

Bucaramanga, Colombia, Julio, 2017

Dedicatoria

A Dios,

A mi esposa Yury por su amor, paciencia y colaboración,

A mi hija Sara Valentina, la luz de mis ojos,

A mis compañeros y amigosque me colaboraron en esta labor,

Y a los estudiantes que hicieron posible este sueño.

EDWING

Agradecimientos

A nuestro asesor de proyecto, el docente James Velasco,

por sus consejos y orientaciones,

Al programa Becas de la Excelencia Docente,

por la oportunidad que nos brinda,

Atodo el personal del Colegio Holanda,

por hacer parte de este proceso.

Resumen

La elaboración de secuencias didácticas para la construcción del concepto de función surgió a partir de los bajos niveles de desempeño encontrados en los estudiantes del grado noveno del colegio Agroecológico Holanda de Piedecuesta. Para la obtención de dicha información, se tuvo en cuenta el Índice Sintético de Calidad (ISCE), las pruebas SABER y el informe por colegios del Día E proporcionados por el Ministerio de Educación Nacional. Posteriormente, se aplicó una prueba diagnóstica que registrólas nociones que tenían los estudiantes sobre el concepto de función y sus representaciones. Basándose en éstas evidencias, se elaboró un conjunto de secuencias didácticas con situaciones problema adaptadas al contexto de la institución educativa así como algunas actividades complementarias que le permitieron al estudiante construir el concepto de función a partir de su representación verbal, tabular, gráfica y expresión algebraica. Finalmente, se realizó un análisis de las secuencias didácticas implementadas y de las pruebas finalespara verificar la asimilación del concepto de función que adquirieron los estudiantes durante el proyecto.

PALABRAS CLAVES:FUNCIÓN – SECUENCIA DIDÁCTICA – PENSAMIENTO VARIACIONAL –REPRESENTACIÓN –APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.

Abstract

The design of didactic sequences for the construction of the function concept arose from the low performance levels found in the students from ninth grade who attend “Colegio Agroecológico Holanda” in Piedecuesta. This information was gathered keeping in mind

the “ISCE” (ÍndiceSintético de Calidad) results, the SABER test and the report for “Day E” (El día E) given by the Ministry of Education . After that, a diagnosis test was applied to the students which showed the notions that the students had about the function concept and its representations. Taking into account this evidence, a series of didactic sequences and complementary activities were created in order to improve this situation. The didactic sequences had contextualized problematic situations as well as a variety of steps which allowed the students to build the function concept based on verbal, tabular and graphic representations as well as algebraic expressions. Finally, an analysis of the didactic sequences and the final tests was carried out in order to find out the understanding of the function concept acquired by the students during the research project.

KEY WORDS:FUNCTION-DIDACTIC SEQUENCE-VARIATIONAL THINKING-REPRESENTATION -MEANINGFUL LEARNING

Tabla de Contenidos

Lista de ilustraciones

Introducción

La principal base para el progreso y desarrollo de una sociedad es la educación. La investigación e implementación de estrategias que contribuyan al mejoramiento de la calidad educativa repercute en el desarrollo integral de las personas y por ende, en la construcción de un mundo mejor.

La presente investigación está relacionada con los bajos niveles académicos en el pensamiento variacional de los estudiantes de noveno grado del Colegio Holanda en Piedecuesta, Santander y se enfoca en el mejoramiento de la comprensión del concepto de función. La problemáticase evidencia en los resultados de las pruebas SABER realizadas por el Estado, el Índice Sintético de Calidad y el informe por colegios del día E y en los resultados de una prueba diagnóstica realizada a los estudiantes.

Para afrontar estas falencias se elaboraron e implementaron secuencias didácticas con situaciones problema contextualizadas para cada una de las representaciones de la función (verbal, gráfica, tabular y algebraica), los cuales, siendo sistemas simbólicos diferentes se sincronizan para construir el concepto matemático de función. La conversión de estas representaciones permite al estudiante fortalecer la comprensión del concepto, interpretando fenómenos naturales, sociales y matemáticos.

Este trabajo se encuentra distribuido de la siguiente manera: En el capítulo 1 se describe la situación problema, los objetivos, justificación y una contextualización de la institución. El capítulo 2 nos muestra el marco referencial a través de los antecedentes internacionales, nacionales y locales de la investigación, el marco teórico y el marco legal. El capítulo 3 está relacionado con el diseño metodológico, mencionando aspectos como el tipo de investigación, el proceso de investigación, población y muestra, los instrumentos para la recolección de la información, validación de los instrumentos, categorización y resultados. El capítulo 4 presenta la propuesta pedagógica, el capítulo 5 las conclusiones y finalmente en el capítulo 6 se encuentran las recomendaciones.

1. Contextualización de la investigación

1.1 Descripción de la situación problema

La educación es un pilar fundamental para el desarrollo de una nación. En nuestro país, la Constitución Política a través del artículo 44°econoce la educación como uno de los derechos fundamentales de los niños; el artículo 67°la define como "un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura". Además, cabe destacar que nuestra comunidad educativa, al encontrarse en un contexto rural se ve amparada por el artículo 64°, el cual menciona el acceso a los servicios de educación de los trabajadores agrarios como un deber del Estado, con el fin de mejorar la calidad de vida de los campesinos.

De conformidad a lo establecido en el artículo 67° de la Constitución Política, se expide la ley 115 de 1994, que establece normas regulatorias para el servicio público de la educación, tales como áreas obligatorias, plan de estudios, concepto y regulación del currículo y formación del educando. Con relación al currículo y su regulación, el artículo 78° menciona la responsabilidad del Ministerio de Educación (MEN) en el diseño los lineamientos generales de los procesos curriculares.

Con el fin de dar cumplimiento al anterior artículo, en el año 1998, el MEN presenta los Lineamientos Curriculares, y de esta manera da orientaciones y criterios sobre los currículos, la función de cada área del conocimiento y sus enfoques.

En el año 2002 se crean los estándares curriculares, fundamentados en los lineamientos, pero más precisos para cada área y grado, comunes para todas las instituciones y un punto de partida para definir sus planes de estudio. A su vez los estándares básicos de competencias se convierten en una guía para "la formulación de programas y proyectos, tanto de la formación inicial del profesorado como de la cualificación de docentes en ejercicio" MEN (2002).

Con el fin de llevar a cabo el anterior propósito y a través de la oportunidad brindada por el proyecto "Becas para la excelencia docente" MEN (2014), se dio inicio a una serie de actividades que conllevan al desarrollo de un proyecto que mejore la calidad de los estudiantes de nuestra institución, específicamente en el área de matemáticas.

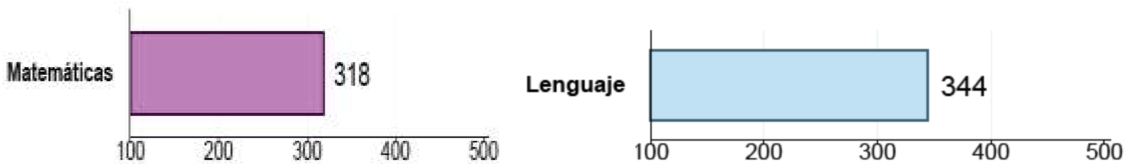
En primera medida se efectúa una revisión del Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), herramienta creada por el MEN para identificar el avance de una institución educativa en los componentes de progreso, desempeño, eficiencia y ambiente escolar. El análisis se centra en el componente progreso y desempeño, los cuales reflejanqué tanto ha mejorado la institución educativa con relación al año anterior y el puntaje promedio de los estudiantes en la pruebas Saber para matemáticas y lenguaje, respectivamente.

Para básica secundaria, aunque el ISCE aumentó para el año 2016, el componente desempeño presentó un descenso con respecto al 2015 y el puntaje para el componente progreso mejoró favorablemente.

BÁSICA SECUNDARIA Año	Desempeño	Progreso	Eficiencia	Ambiente	ISCE	MMA
2016	2,50	1,87	0,98	0,76	6,11	4,71
2015	2,55	0,59	0,72	0,77	4,63	

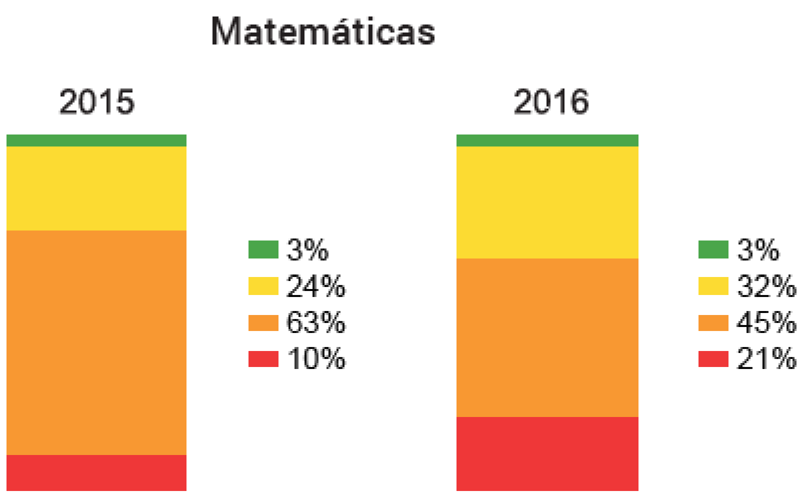
1. ISCE 2015-2016

Al verificar el componente desempeño nos indicaque se obtuvo un valor inferior en matemáticas con respecto a lenguaje.



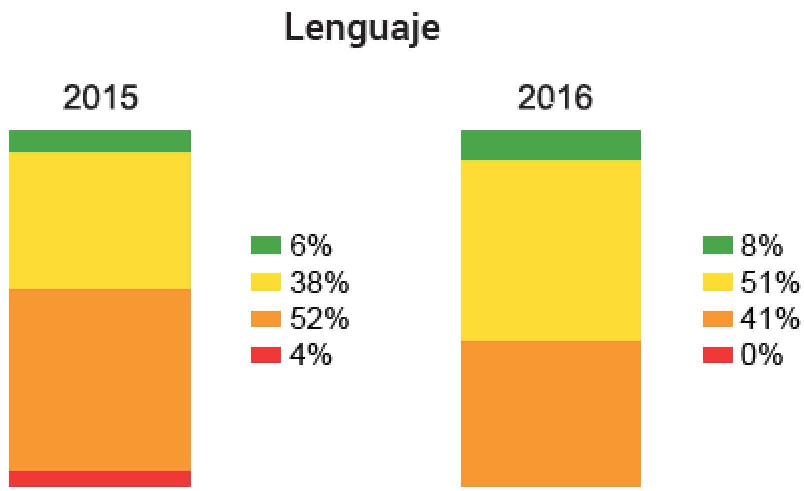
2. Componente Desempeño ISCE

El componente progresoseñala un incremento del nivel insuficiente, seguido de una disminución en el nivel mínimo en el año 2016.



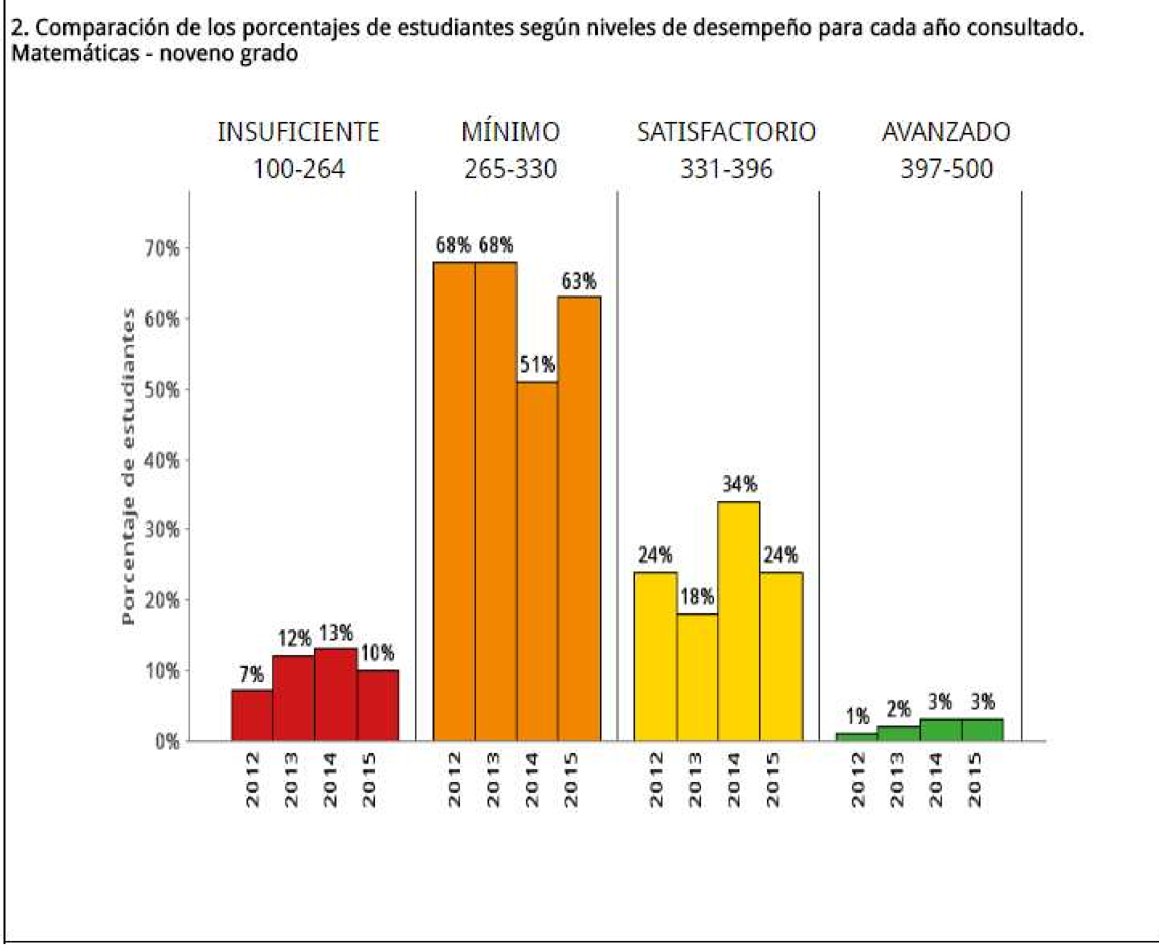
Caso contrario ocurre con el área de español, la cual presenta una disminución total en el nivel insuficiente, lo que justifica el aumento del indicador de un año a otro.

3. ComponenteProceso ISCEMatemáticas



4. Componente Proceso ISCE Español.

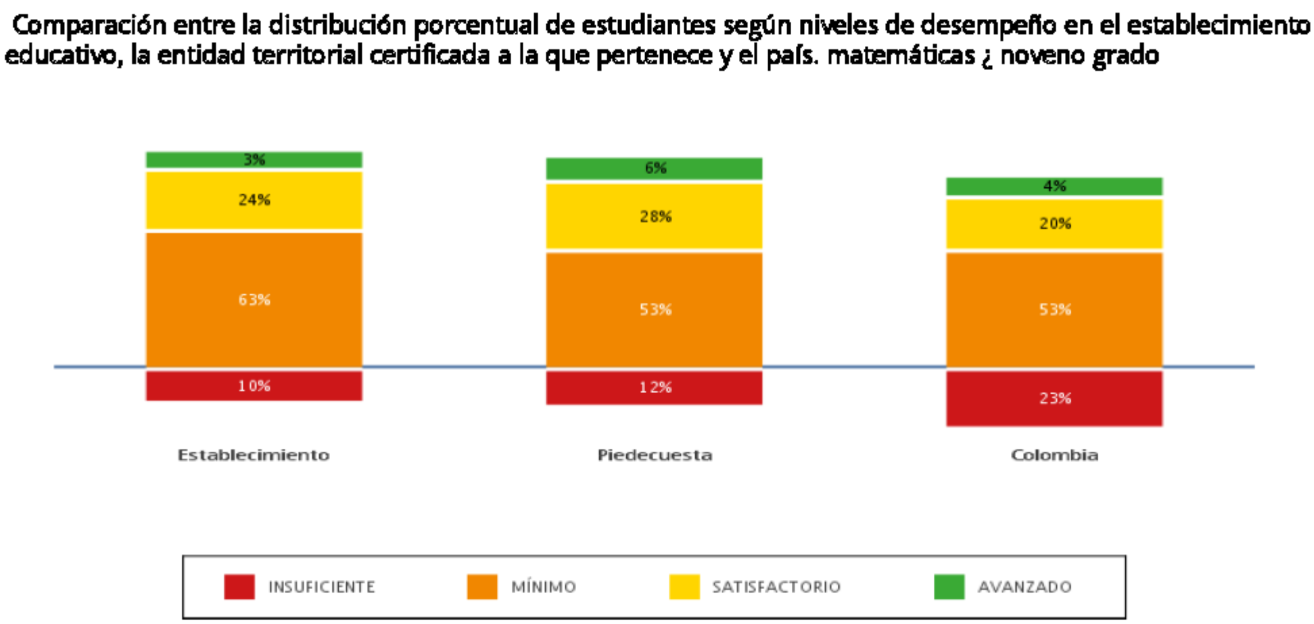
Para revisar a profundidad la causa de este descenso en el área de matemáticas, se recurre a los resultados históricos de nuestra institución, arrojados por las pruebas Saber realizadas por el Estado a través del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES).



5. Histórico pruebas Saber

El análisis del desempeño observado en el grado noveno indica un preocupante ascenso en el nivel insuficiente que ha ido incrementando a lo largo de los años comenzando en un 7% en el 2012 pasando por un 13% en el 2014 y finalmente un leve descenso del 3% en las pruebas del 2015. Estas falencias se ven reflejadas en el nivel mínimo cuyo valor porcentual ha disminuido en el 2014 después de haber mantenido una constante en los años anteriores, logrando un repunte en el 2015. El significativo aumento en el nivel satisfactorio de 16 puntos porcentuales con respecto al comparativo de los años 2013-2014 indica una mejora sustancial que tuvo un descenso en 2015; además se observa una leve mejoría con respecto al nivel avanzado (1 punto porcentual adicional en el 2014 y 2015 con respecto a 2013).

Al consultar los resultados de la prueba Saber 2015, observamos lo siguiente:



6. Comparación Establecimiento-Entidad-País

El gráfico anterior establece la comparación de resultados con respecto a las instituciones de municipio y al país. Observamos un comportamiento similar a los colegios de la entidad territorial certificada a la que pertenece el colegio y una diferencia positiva del 13% en el nivel insuficiente con respecto a los establecimientos educativos del país.

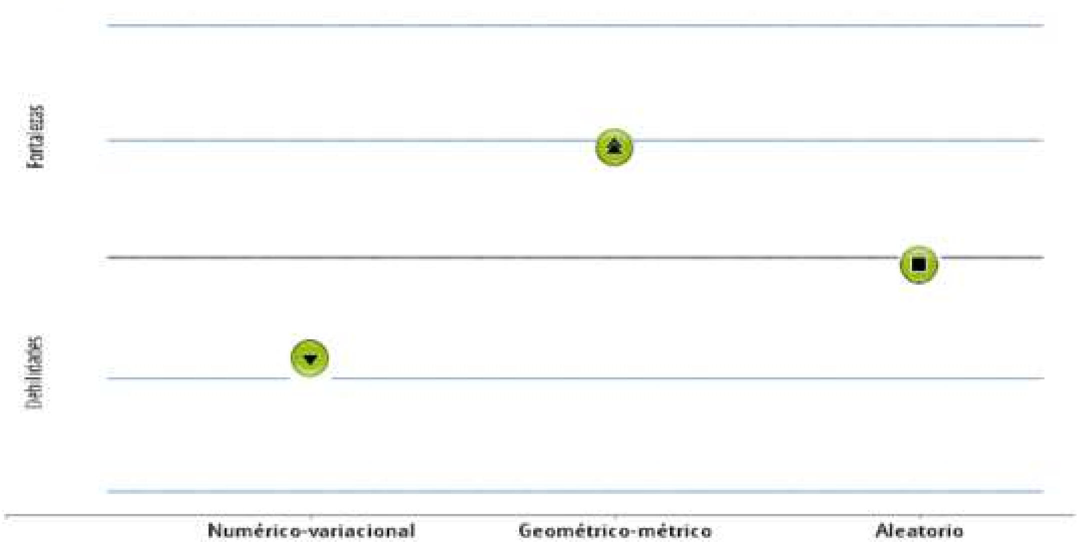
Los siguientes gráficos reflejan las fortalezas y debilidades en las competencias y componentes evaluados en matemáticas de noveno grado.

4.1. Competencias evaluadas. matemáticas - noveno grado

7.Competencias evaluadas Saber 9.

En el gráfico de competencias observamos que el puntaje promedio con respecto a otros establecimientos educativos con promedios semejantes, es similar en razonamiento y argumentación así como también en Planteamiento y resolución de problemas; además se observan fortalezas en comunicación, representación y modelación.

3.2. Componentes evaluados. matemáticas - noveno grado



8. Componentes evaluados Saber 9.

Al observar los componentes evaluados, se resalta la debilidad en el componente numérico-variacional, la fortaleza en el componente geométrico-métrico, y las semejanzas con establecimientos educativos de similar promedio en el componente aleatorio.

Para verificar este comportamiento en las competencias y en el componente numérico variacional, se efectuó una revisión al informe por colegios entregado en el día E. Este informe especifica los resultados de las pruebas Saber con cada una de las competencias haciendo énfasis en los aprendizajes en los que se deben realizar acciones pedagógicas para su mejoramiento, ICFES (2015).

En la prueba de matemáticas en el componente Comunicación el 56 % de los estudiantes no contestó correctamente las preguntas correspondientes a la competencia.

9. CompetenciaComunicación 9°

Al revisar el listado de aprendizajes relacionados con la competencia, se destaca la siguiente información:

- 87% de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.

- 73% de los estudiantes no usa ni relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.

- 65% de los estudiantes no establece relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

- 63% de los estudiantes no identifica características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan.

El componente razonamiento presenta un valor porcentual del 54% para la institución educativa, un punto por encima de la entidad territorial y dos por debajo del porcentaje nacional de estudiantes que no contestaron correctamente las preguntas de la competencia.

10. Competencia Razonamiento 9°

En el listado de aprendizajes relacionado con la competencia se destacan los siguientes ítems:

- 70% de los estudiantes no usa representaciones ni procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa o inversa.

- 60% de los estudiantes no verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.

Finalmente, el componente resolución indica el valor porcentual más alto (59%) en estudiantes que no respondieron correctamente a esta competencia.

11. Competencia Resolución 9°

En esta competencia resaltan las falencias en los siguientes aprendizajes:

- 72% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

Al culminar la revisión, se constata que la mayoría de las falencias del componente numérico-variacional de la prueba Saber están asociados con aprendizajes del pensamiento variacional por mejorar,mencionados enel reporte por colegios entregado el día E.

Realizando una revisión del Proyecto Educativo Institucional (PEI),su componente pedagógicopresenta una breve descripción del pensamiento variacional, y en su plan de áreano existe una orientación relacionada con el manejo delas temáticas relacionadas con este pensamiento e impartidas en el grado 9°, iniciando con la clasificación de la función y sus elementos pero obviando suconcepto.

El Plan de Mejoramiento Institucional plantea dentro de sus acciones de mejora para el componente pedagógico una "Revisión del componente pedagógico", PEI (2016); pero no especifica puntualmente sobre qué aspectos efectuar la revisión.

Con base en la información recopilada se elaboró un diagnóstico de conocimientos previos sobre el concepto de función y sus representaciones, relacionando la temática con situaciones problema relacionados con su contexto. (Anexo A).

El análisis de esta prueba y las actividades desarrolladas al inicio de esta investigación permiten la formulacióndel proyecto "*Elaboración e implementación de secuencias didácticas para mejorar la comprensión del concepto de función en estudiantes del grado noveno del Colegio Holanda Sede A de Piedecuesta, Santander.*".

1.1.1 Formulación del problema

¿Cómo fortalecerla construcción del concepto de función en los estudiantes del grado noveno del Colegio Holanda Sede A de Piedecuesta?

1.1.2Objetivo General

Posibilitar en los estudiantes de noveno grado del Colegio Holanda Sede A de Piedecuesta, Santander, la construcción del concepto de función mediante la elaboración e implementación de secuencias didácticas

1.1.3 Objetivos Específicos

- Identificarlos saberes previosque posibilitan la construcción del concepto de función mediante el análisisde pruebas externas yla realización de una pruebadiagnóstica.

- Elaborar e implementar las secuencias didácticas que permitan fortalecer la construcción del concepto de función.

- Evaluar la efectividad de las secuencias didácticas a través de su análisis y la realización de pruebas finales.

1.2Justificación

En los fenómenos naturales y sociales podemos observar muestras de variación. El aumento o disminución de los niveles de precipitación en una región, el crecimiento de un animal a medida que transcurre el tiempo, la compra y venta de un producto en un comercio, son ejemplos de esto. El interés natural del ser humano por entender el mundo que lo rodea va de la mano con el origen del concepto de función.

Además, cabe resaltar que en la actualidad, una gran cantidad de información distribuida por periódicos, revistas, informes, reportes, resultados de pruebas, páginas web etc.; vienen representados en gráficos y tablas que indican las variaciones de diversos fenómenos difundidos por los medios de comunicación.

Por consiguiente,una de las principales ideas de las matemáticas es el concepto de función,Godino y Font(2003)consideran necesario iniciar el estudio del concepto desde los primeros niveles de primaria y recomiendan centrar su estudio en la indagación de relaciones en contextos significativos para el estudiante y la utilización de diferentes métodos de representación que permitan el análisis de esas relaciones.

Por el carácter relevante de este concepto matemático, la revisión de las pruebas externas e internas, y el interés que ha tenido el Ministerio de Educación Nacional en generar espacios que permitan mejorar el ejercicio profesional con la creación del programa “Becas para la Excelencia Docente”, a través de la Maestría en Educación, se creó la posibilidad de plantear e implementar un proyecto que contribuya a mejorar la calidad de los estudiantes de la institución en el área de matemáticas específicamente en la construcción del concepto de función.

En primera instancia, debemos enfrentarnos a una generalizada disposición negativa por parte de los estudiantes, caracterizada por la apatía, el desinterés y la escasa participación en el desarrollo de las clases. Por esta razón, el docente debe cambiar su proceso de enseñanza basado únicamente en el aprendizaje de contenidos y el desarrollo de algoritmos, lo cual deriva en que "el estudiante aprende el producto del pensamiento matemático más no el proceso" Skemp(1980).

Para abordar esta problemática, se propone emplear la secuencia didáctica de tal manera que el estudiante construya conocimiento desde una perspectiva constructivista, como un proceso en el cual el estudiante construye su propio conocimiento, siendo protagonista de su propia formación, buscando soluciones, y promoviendo el pensamiento creativo.

Al emplear otros procesos como la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación, etc.; el estudiante podrá resolver además de ejercicios habituales, situaciones que requieran de una mayor comprensión conceptual y de esa forma mejorar su desempeño académico.

1.3 Contextualización de la institución

El colegio Agroecológico Holanda comprende siete sedes ubicadas en lo que anteriormente se denominaba Mesa de Jéridas, hoy vereda: Holanda: Donde se encuentra ubicada la sede principal aproximadamente a 13 km del casco urbano del municipio de Piedecuesta, vía Piedecuesta los Santos. Sus sedes están ubicadas en las veredas San Miguel (Sede B), La Esperanza(Sede C), El Duende (Sede D), Los Cacaos (Sede E) , Mesitas de San Javier (Sede F) y La Navarra (Sede G). Todas ellas funcionaban como escuelas rurales independientes hasta la fusión realizada mediante resolución 06731 del 13 de agosto de 2003.

12. Colegio Holanda

En los últimos años el crecimiento poblacional en la zona ha aumentado considerablemente;la mayor parte de las familias tienen un alto número de integrantes, algunas están conformadas por padre y madrastra, madre y padrastro, mujeres cabeza de hogar y hombres con sus hijos. En esta zona las personas pertenecen a los estratos socio económicos 0, 1, y 2. En el aspecto económicosus fuentes de ingresos provienen de la ganadería, la administración de fincas, tiendas; otros se desempeñan como mayordomos, empleados de algunas empresas productoras de huevos, avícolas, y algunos sitios turísticos como el Parador del Teleférico, el Mercado Campesino, el Club Náutico Acuarela y los cultivos de cítricos y café.

En este apartado cabe resaltar el contexto rural en el que se encuentra la institución, en el cuál el nivel de desempleo es mínimo; el costo de vida es relativamente bajo, y las familias de escasos recursos recurren a los cultivos de pancoger para cubrir sus necesidades alimenticias. Lo anterior contrasta con respecto a otras instituciones ubicadas en zonas con un alto índice de inseguridad y desempleo, familias que no cuentan con las condiciones mínimas para suplir su alimentación, derivando en una población estudiantil con características disimiles marcadas por el contexto, el cuál cumple un papel relevante en la formación del alumno.

2. Marco Referencial

2.1 Antecedentes de la investigación

A continuación el lector encontrará información en torno a trabajos realizados por diferentes autores que manejan el concepto de función en el contexto académico sea este a nivel universitario o bien en la media vocacional.

Para hacer una mejor precisión de las investigaciones que anteceden a este proyecto en particular, se presenta en primera instancia el trabajo de estudiosos de países como Honduras, Costa Rica y Argentina, entre otros, para luego pasar a conocer los procesos que en la mencionada temática se han llevado a cabo desde la academia colombiana. Fue fundamental llevar a cabo este recorrido porque además de motivar la investigación desde un sentido mucho más pedagógico, también permite ampliar el espectro de posibilidades del concepto de función, aplicado en diversas circunstancias de la vida cotidiana, lo que supone que sea más viable la comprensión del mismo para los educandos.

2.1. 1 Ámbito internacional

Zuñiga (2009), en su tesis de doctorado "Un estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización en alumnos de un curso de Cálculo I" realizado en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán de Tegucigalpa, Honduras; plantea como objetivo principal conocer cómo los estudiantes del curso de Cálculo I de la Universidad Católica de Honduras, visualizan el concepto de función y su capacidad en los procesos de conversión en sus diferentes representaciones. Esta propuesta representa para este proyecto una guía para la implementación de las secuencias didácticas aterrizándolas al contexto educativo en el que nos encontramos.Además resalta la importancia de la enseñanza del concepto de función en secundaria y su trascendencia al nivel universitario.

Ugalde (2014), en el artículo "Funciones: Desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje" publicado en la revista digital indexada "Matemática, Educación e Internet" del Instituto Tecnológico de Costa Rica, plantea como objetivo principal motivar a los docentes e investigadores en educación matemática a integrar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemáticas relacionados con el concepto de función, el desarrollo histórico de dicho objeto de estudio. Como objetivo secundario sugiere diferentes actividades que se pueden utilizar para estudiar el concepto de función en varios niveles de la educación formal. Lo anterior basado en su experiencia a través del curso "Funciones: paso de la secundaria a la universidad" impartido por él en el 2012 en el marco de la Escuela seminario internacional Construcción de Capacidades en Matemáticas y Educación Matemática; (CANP) en Costa Rica. Este artículo aporta al trabajo un interesante resumen de la historia de la función, su importancia en el ámbito matemático, en la cotidianidad y en cada fenómeno natural que observamos;así como las formas de representación de las funciones, y la manera como recomienda abordar el concepto a través de una serie de actividades, representando un excelente modelo a seguir en la construcción del proyecto.

Vrancken, Engler, Giampieri y Miller (2015) en el artículo **"**Estudio de las funciones en situaciones variacionales. Resultados de la implementación de una secuencia de actividades" publicado en la revista digital "Matemática, Educación e Internet" se investiga cómo favorecer el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de primer año de Ingeniería Agronómica de la Universidad del Litoral en Argentina. Para llevar a cabo dicho proyecto se presentó una secuencia de actividades que buscaban analizar aspectos variacionales del concepto de función y los resultados de implementación.Al presente trabajo deinvestigación, le proporcionó valiosa información acerca de la relación entre los fenómenos de la naturaleza y la variación, pues al ser enfocado en un entorno agrícola se acerca al contexto de nuestra institución. Los análisis de las dificultades en secundaria y el análisis realizado a las preguntas realizadas a los estudiantes contribuyen a nutrir esta tesis.

Pollio(2016)en su conferencia "La conceptualización de la noción de función en estudiantes de ciclo básico" realizada en el 6° Congreso Uruguayo de Educación Matemática tiene como objetivo mostrar qué es lo que un grupo de alumnos al comenzar el primer año de bachillerato(correspondiente al grado 9° en nuestro país) han logrado conceptualizar del concepto de función.Esta conferencia realizada por la Magister Alejandra Pollio contribuye al proyecto aportando elementos mencionados en la elaboración y análisis de un cuestionario que tiene como fin detectar las definiciones previas del concepto de función en sus estudiantes.

2.1. 2 Ámbito nacional

Quintero y Cadavid (2009)exponen el desarrollo de su trabajo de investigación "Construcción del concepto de función en estudiantes de octavo grado" en el Décimo Encuentro Colombiano de Matemática Educativa realizado en Pasto, Nariño. Las ponentes, pertenecientes al grupo de investigación "Matemática, Educación y Sociedad" adscrito a la Universidad de Antioquia y dirigido por la Doctora en Educación Diana JaramilloQuiceno analizan el proceso de construcción del concepto de Función, en estudiantes de octavo grado, mediado por actividades orientadas bajo un abordaje sociocultural.Las autoras resaltan la importancia del contexto dentro de la enseñanza como apoyo a la dinámica de la clase, aspecto determinante en la construcción de cada una de las sesiones que conforman las secuencias didácticas elaboradas en nuestro proyecto. De otra parte, proponen en su ponencia la utilización de la investigación cualitativa para abordar el tema de función y acercarse al proceso de construcción del concepto.

Porras (2011), en su tesis de maestría*"*El concepto de función en la transición bachillerato-universidad" realizada en la Universidad de Cali presenta tres objetivos a alcanzar en su trabajo de investigación; el primero la caracterización de una estructura teórico-conceptual, relativa al concepto de función, que responda a las demandas matemáticas del currículum del primer semestrede las carreras de ingeniería y ciencias, que sirva de referencia para caracterizar un estado básico de comprensión de dicho concepto, deseable en estudiantes bachilleres, que ingresan a dichas carreras. El segundo objetivo es describir un estado básico de función, deseable en bachilleres que ingresan a carreras de ingeniería y ciencias. Como último objetivo plantea identificar problemas y vacíos notables que se suelen presentar en la construcción personal, por parte del alumno, de un estado básico de comprensión de función. El anterior trabajo resalta la importancia de la transposición didáctica, es decir el conjunto de transformaciones que sufre una obra para ser enseñada; así como también los obstáculos epistemológicos, y los aportes de Vinnery Sierpinska (1989) en la construcción del concepto; estos aportes contribuyen a fortalecer nuestro marco teórico. Además el estudio permite verificar la importancia de la tener unas buenas bases en el bachillerato para evitar estos inconvenientes en la etapa universitaria.

Flórez (2013), en su tesis de maestría "El diseño secuencial estructurado de actividades. Potenciador de aprendizaje significativo de la función lineal afín" realizada en la Universidad Nacional de Colombia. El objetivo de esta tesis es posibilitar en los alumnos del grado noveno de la Institución Educativa Esteban Ochoa un aprendizaje significativo del concepto de función lineal afín, mediante el diseño y aplicación estructurado de actividades.Esta tesis utilizael constructivismo y en particular la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel; constituyéndose en una fuente de información y una guía a través de una tesis validada, la cual forma parte importante en el desarrollo del proyecto.

Londoño (2014),en su tesis de maestría"Secuencia didáctica para la construcción de conocimientos sobre la mecánica de fluidos en estudiantes del grado octavo" presentada en la Universidad Nacional de Colombia tiene como objetivo general diseñar una secuencia didáctica para el grado octavo, que permita que los estudiantes construyan de manera colectiva, conocimiento científico relacionado con la mecánica de fluidos.

Este proyecto, aunque está enfocado a una temática diferente a la tratada en este proyecto de maestría, emplea para la construcción de las secuencias didácticas una adaptación de la propuesta de Melina Furman realizada para el MEN titulada "Orientaciones técnicas para la producción de secuencias didácticas para un desarrollo profesional situado en las áreas de matemáticas y ciencias". Estas sugerencias realizadas por Londoño constituyen una guía para la elaboración de las secuencias didácticas debido a que las orientaciones de Melina Furman hacen parte del Programa de Educación Rural (PER) que se ajustan a nuestro entorno educativo y cuya estructura ha sido propuesta para la elaboración de las secuencias didácticas en la institución.

2.1. 3 Ámbito local

Olarte (2015), en su tesis "Propuesta didáctica aprender enseñando conceptos básicos de función" realizada como requisito para optar al título de Magister en Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad de Antioquia señala como objetivo principal de este proyecto el fortalecimientodel proceso de aprendizaje de los estudiantes de grado noveno de la Institución EducativaPedro Fermín de Vargas (INEPEFEV) del municipio de Cepitá, Santander, en cuanto al concepto y las nociones básicas de función, mediante la experiencia significativa de enseñar a otros.Este proyecto presenta una característica llamativa: la enseñanza de nociones básicas de función en primaria a través de los estudiantes de noveno grado. Para ejecutar este proyecto la autora elaboró tablas que relacionan los subprocesos del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos de primaria (4° y 5° grado) con los de secundaria (8° y 9°). La anterior idea permite integrar algunos elementos de básica primaria en la prueba diagnóstica, e implementarlas en las secuencias didácticas si se llegara a encontrar falencias relacionadas con esos aspectos.

Téllez y Camacho (2016), en su tesis de maestría "Diseño e Implementación de Unidades Didácticas, Para Mejorar la Comprensión de los Conceptos Matemáticos de Medición y Fracción, en Estudiantes de 3° y 9° del Instituto Politécnico de Bucaramanga Sede A", de la Universidad Autónoma de Bucaramanga; cuyo objetivo es mejorar la percepción del concepto de medida y fracción a través de la implementación de unidades didácticas diseñadas desde criterios teóricos y procedimentales, teniendo en cuenta el contexto social de los estudiantes para enriquecer sus competencias matemáticas. La anterior investigación nos permite seguir la guía metodológica para categorizar las secuencias didácticas, y de esta manera establecer análisis, resultados y conclusiones.

Así mismo, Rueda (2016), para optar por el título de Magister en educación matemática de la Universidad Industrial de Santander, ejecutó el proyecto"Habilidades cognitivas asociadas al proceso de representación de fenómenos de variación". El investigador escogió como población muestra a los estudiantes que ingresan a la vida universitaria poniendo como énfasisel desarrollo del pensamiento variacional a partir de un enfoque de resolución de problemas y la importancia que se le da al desarrollo de procesos que permitan mejorar el desempeño académico en la educación básica y media para que ello se vea reflejado en la etapa universitaria.

2.2 Marco teórico

Luego de hacer un recorrido referencial en torno a los antecedentes que se estrechan en contenido y población muestra con el presente trabajo de investigación, se dará paso al abordaje teórico que dará sustento a la propuesta de Elaboración e implementación de secuencias didácticas para la construcción del concepto de función en estudiantes del grado noveno del Colegio Holanda Sede A de Piedecuesta, Santander. Ello permitirá una comprensión más amplia del sentido que tiene el conocimiento, en particular el que pertenece a los saberes matemáticos y la apropiación de este con un sentido práctico y aplicable por parte de jóvenes adolescentes en proceso formativo.

2.2.1 Conocimiento

Para empezar, es necesario definir a través de diversos autores el concepto de conocimiento entendido y explicado desde diversas disciplinas y experiencias que se citan a continuación:

En primera instancia, el físico Francisco Javier Almaguer (2007) señala que la humanidad siempre ha estado sumergida en la búsqueda, la explicación y el análisis de los fenómenos que la rodean. Toda la información procesada por un ser humano, como reflejo de las propiedades de los objetos en su mente se denomina conocimiento

Además del aporte anteriormente citado, históricamente se han establecido dos formas de conocimiento: el común y el científico. Ante esto, Bachelard (1978) explica que el conocimiento común es aquel que se resulta de la percepción, es construido por medio de la observación de los fenómenos y depende de la experiencia sensorial de quien lo examina. De otro modo, el conocimiento científico es la edificación a través de la abstracción, rompiendo con la experiencia inmediata, de esta manera se pasa de lo sensible a lo inteligible, siendo este un escenario donde es más relevante comprender que memorizar. Desde un punto de vista matemático la abstracción es ir más allá de las fórmulas matemáticas, llegando al trasfondo de estas, recorriendo el camino que condujo a ellas escudriñando su pasado.

Aunado a lo anterior, pero enfocado en el campo de la pedagogía, Piaget utiliza como referente el conocimiento científico para determinar la validez del conocimiento. Con base en ello sostiene que la epistemología genética es la disciplina que estudia los mecanismos y procesos mediante los cuales se pasa de los "estados de menor conocimiento a los estados de conocimiento más avanzado" Piaget(1979).

Además en su modelo constructivista menciona los conceptos de asimilación y acomodación, para los cuales es preciso indicar que la *asimilación* cognoscitiva se refiere a la acción del sujeto sobre el objeto, la cual supone una transformación y posterior incorporación del objeto en función de los esquemas cognitivos del primero. La *acomodación*ocurre cuando el objeto influye en los esquemas del sujeto y modifica la función asimiladora.

En resumen, según Piaget, la inteligencia es un proceso de adaptación basada en un *equilibrio* entre la asimilación y la acomodación, en la que el conocimiento no está en el sujeto o en el objeto, sino en el proceso de interacción de los dos o "construcción".

2.2.1.1 ***Conocimiento matemático***

En este enunciado el lector encontrará información relativa al conocimiento matemático: la definición del mismo, como también la evolución y el sentido del mismo dentro del desarrollo individual y social.

De acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (1998),en la escuela, el conocimiento matemático se considera como una "actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven"; esta actividad debe responder a opciones e intereses que surgen en la actualidad, convirtiéndose en una excelente herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento. Este organismo también afirma que el conocimiento matemático, así como todas las formas de conocimiento, son el resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, fruto de las experiencias de personas que interactúan en esos entornos, culturas y períodos históricos particulares. MEN (1998).

Desde esta perspectiva Serrano y Pons (2011) deducen que cuando el sujeto interacciona con el medio, sólo tiene dos fuentes para extraer información: el objeto y la acción; y esta extracción la realiza a través de dos procesos de abstracción: la *abstracciónempírica*cuando obtiene la información del propio objeto, denominada “conocimiento físico”, y la *abstracción reflexiva* que obtiene información de la acción sobre los objetos, la cual recibe el nombre de “conocimiento matemático” o “conocimiento lógico-matemático”.

Otros autores como BarberáyGòmez (1996) han caracterizado el conocimiento matemático a través de categorías en las que se destaca el alto nivel de abstracción que permite eliminar las referencias a los objetos y con ello, desvincularlos de las representaciones que generan. Los expertos antes mencionados agregan que el conocimiento matemático es de naturaleza altamente deductiva y no se valida a través de fenómenos o datos de las realidad, sino mediante un proceso interno de demostración y por último, que se apoya en un lenguaje formal específico, alejado del lenguaje natural y enfocado en obtener resultados consistentes basados en sus propios conceptos teóricos.

Intentar sincronizar los dos puntos de vista que se señalan en párrafos anteriores sobre el conocimiento matemático:el externo o referencial, que vincula las matemáticas con la realidad (conocimiento común); y el interno oformal y netamente matemático (conocimiento científico)resulta complejo y dificulta el paso de ese espíritu pre-científico a un espíritu verdaderamente científico, constituyéndose en lo que Bachelard (1987), denomina un *obstáculo epistemológico.*para adquirir y desarrollar el conocimiento matemático.

Otros autores como Rico (1997) realizauna organización del conocimiento matemático, desde el punto de vista cognitivo, dividiéndolo en conocimiento conceptual y conocimiento procedimental. El primero de estos, el *conceptual*, lo define como aquel que es rico enrelaciones, una red de conocimiento en el que sus conexiones son tan importantes como las piezas discretas de información. Por su parte el *procedimental* se refiere a la ejecución ordenada de una tarea que está constituida por reglas, algoritmos o instrucciones paso a paso los cuales indican cómo finalizarla. Estas instrucciones se ejecutan de forma secuencial, lineal y predeterminada.

2.2.2 Concepto

En este apartado el autor del presente trabajo de investigación define el término "concepto" dentro del panorama educativo y especialmente el matemático. Para hacerlo, hubo de consultar con diferentes autores entre los que se destaca Vergnaud (citado por Moreira, 2011) quien define el término concepto como una tríada compuesta porlos siguientes elementos: el conjunto de situaciones que dan sentido al concepto y que se conoce como *referente*, a esto se suma el conjunto de invariantes (objetos, propiedades y relaciones) sobre los que reposa la operatividad de los esquemas entendido como *significado*, y cierra con la integración de formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto y sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de sus tratamientos, llamadas *significante*.

Lo anterior implica que para estudiar un concepto es necesario incluir los tres componentes de manera simultánea. Por lo tanto un único concepto no hace referencia a un solo tipo de situación y una única situación no se analiza con un solo concepto.

Por su parte, el matemático Fernando Antonio Hitt Espinosa (1997) menciona que “el conocimiento de un concepto es estable en un alumno, si este es capaz de articular sin contradicciones diferentes representaciones del mismo, así como recurrir a ellas en forma espontánea durante la resolución de problemas”

2.2.3 Competencia matemática

Al hablar de competencia, no puede hacerse uso del término de forma exclusiva a los entornos laborales, sino al modo como un individuo es capaz de aplicar los conocimientos en diversas situaciones, haciendo uso de sus habilidades, actitudes y destrezas correspondientes al ámbito seleccionado; relacionando y organizando esos aspectos en función de un desempeño flexible, eficaz y con sentido.Esta misma conceptualización la ha integrado el Ministerio de Educación Nacional (2002) como “un hacer flexible que puede actualizarse en distintos contextos”.

Estas competencias se desarrollan durante toda la vida, y se enriquecen con buenos ambientes de aprendizaje; de manera que las matemáticas le permitan al individuo comprender mejor el mundo y formarse como personas con capacidad crítica, reflexiva y comprometida con la sociedad.

2.2.3 Pensamiento Variacional

Para dar comprensión al concepto que se tratará en el siguiente ítem, es preciso hacer referencia a los lineamientos curriculares del MEN (1998) en los que desagrega los conocimientos básicos en cinco pensamientos: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

El pensamiento variacional analiza, organiza y modela de forma matemática, fenómenos y situaciones cotidianas donde el cambio sea su característica principal. Lo anterior suscita en el estudiante una actitud observadora y de registro, promoviendo el empleo de lenguaje matemático.

Los núcleos conceptuales relacionados con la variación son: el continuo numérico, la función, las magnitudes, el álgebra, y los modelos matemáticos.

Entre los sistemas de representación relacionados con la variación se encuentran las expresiones verbales, las tablas, las gráficas cartesianas o sagitales, las fórmulas, representaciones pictóricas e icónicas, entre otras.

Para formar el concepto de función se deben sumar esos aspectos visuales, gráficos, algebraicos, numéricos, simbólicos, y geométricos, así como también una "adecuada comprensión de procesos matemáticos específicos como: número, variable, constante, parámetro, función, límite, derivada, integral, convergencia, representación e infinito para tener una adecuada construcción de las nociones de cambio y variación" Cantoral(2013).

El desarrollo del pensamiento variacional es un proceso que madura con el tiempo construyendo estructuras conceptuales que se enfrentarán a nuevas situaciones problemáticas que le exigirán al estudiante replantear lo aprendido.

2.2.5 Procesos generales

Según los lineamientos curricularesMEN (1998), los procesos presentes en la matemática son: la resolución y le planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

El informe por colegios de las pruebas SABER, analiza los tres primeros procesos. El primero que se enunciará es la *Resolución y planteamiento de problemas*el cual se considera el eje central del currículo de matemáticas. La continua resolución de problemas por parte de los estudiantes, ocasiona que ellos aumenten su confianza, curiosidad, y capacidad de comunicación matemática(expresar ideas, usar diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones y modelar situaciones).Esta referencia se sustenta en los argumentos de Polya (1969) quien menciona que“resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”. Según Polya los problemas se resuelven en cuatro fases: Comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del mismo y visión retrospectiva. Sumado a lo anterior, Santos (1992) resalta la importancia de crear un ambiente de aula que recree un “microcosmo” de condiciones matemáticas; y de esta manera conectar los valores de las matemáticas con la cotidianidad.

El segundo enunciado es el del *Razonamiento*, que está relacionado con los demás procesos, de manera general es la acción de organizar las ideas en la mente para llegar a una conclusión.En este proceso se debe tener en cuenta factores como la edad y el nivel de desarrollo del estudiante; se justifican las hipótesis, estrategias y pasos para solucionar un problema, encontrar patrones y expresarlos de forma matemática.

A los dos anteriores se suma el componente de *Comunicación*, entendida esta como la capacidad que tienen las personas de expresar sus ideas, demostrarlas, presentarlas de forma oral, escrita, o a través de imágenes, formular preguntas y presentar argumentos concluyentes. De esta manera el estudiante crea lazos entre sus nociones intuitivas y lo simbólico y abstracto de las matemáticas. Se generan conexiones entre las representaciones verbales, gráficas y simbólicas de las ideas matemáticas, de tal manera, que la ver una de ellas (por ej. una gráfica) la pueden describir de varias maneras. “La comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas” MEN (1998).

El desarrollo del estudiante en este proceso, se debe dar en un ambiente en el que las preguntas, la discusión de ideas, el trabajo en equipo, los informes, y la conversión del lenguaje cotidiano al matemático hagan parte del diario vivir en las aulas de clase.

Un proceso adicional, que debemos mencionar, dada su importancia en la temática desarrollada a lo largo de este trabajo es la *modelación,* este proceso genera una conexión entre el mundo real y las matemáticas a través de la simulación de un subproceso que ocurre en la cotidianidad, Vasco (2006) lo define como un “proceso de detección, formulación y proyección de regularidades por medio de la creación de un artefacto mental, un sistema con sus componentes, transformaciones y relaciones, cuyas variables covarían en forma que simulenlas regularidades de la covariación de los fenómenos o procesos que se intenta modelar.”Este proceso se desarrolla con la práctica por parte de los estudiantes a través de la resolución de situaciones problemáticas realesque pueden ser apoyadas por la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación que enriquecen la actividad modeladora.

2.2.6Función

2.2.6.1 Historia de la función

Para comprender el concepto de función el lector será llevado a hacer un breve recorrido histórico que comenzará desde la antigua Babilonia hasta llegar a lo que se considera como la matemática moderna, pero en esa línea de tiempo se pasará por la experiencia de los griegos, el aporte de oriente y de los franceses hasta alcanzar los albores del siglo XX.

Como ya se mencionaba, el estudio de la variación comienza desde las tablas babilónicas, pasando por las gráficas de Oresme y las fórmulas algebraicas del Renacimiento y destacándose el estudio del movimiento, eje principal de la construcción matemática de la variación, y por ende del cálculo. También se encuentra que la versión más primitiva relacionada con el concepto de función es la dependencia entre cantidades, ya que existen registros que datan delaño 2000 a.C, donde los babilonios, a través de tablas de cálculo elaboradas en arcilla indicaban los cuadrados de los números de 1 a 59 y los cubos de 1 a 32.Ugalde (2014)

Mientras el mundo evolucionaba por los años 600 a. C a 400 d. C, los griegos también hacían aportes fundamentales a las ciencias exactas. Fue en el periodo antes mencionado cuando Arquímedes plantea la primera ley de la hidrostática: “Cualquier cuerpo sólido que se encuentre sumergido total o parcialmente en un fluido será empujado en dirección ascendente por una fuerza igual al peso del volumen del líquido desplazado por elcuerpo sólido.”, esta ley nuevamente muestra aspectos relacionados con la dependencia entre cantidades, específicamente entre magnitudes asociadas a objetos.

Tampoco se puede desconocer la influencia oriental pues ellos también desarrollaron el concepto de función. Un ejemplo de ello es TabitibnQurra, alrededor del año 850 descubrió la fórmula general para hallar los números “amigos” (un par de enteros positivos*a* y *b*, de tal manera que *a* es la suma de los divisores propios de *b,* y *b*es la suma de los divisores propios de *a.*Por ejemplo los números 220 y 284.
En ese descubrimiento se evidencian las representaciones tabular y algebraica de la función.

Siglos después, en Francia, alrededor de 1361, Nicholas Oresme creó una versión primitiva de representación gráfica para modelar la variación de ciertos fenómenos naturales. Su propósito era representar las propiedades de la cualidad observada a través de las propiedades de la figura geométrica.

Es importante mencionar que esta representación gráfica no tenía referencia a escala en el segmento horizontal, es decir no se podía asociar a una representación algebraica.

En Europa, entre los siglos XV y XVI surge el uso de símbolos para representar objetos matemáticos y el estudio de la naturaleza a partir de un nuevo enfoque experimental y físico. Los siglos XVII y XVIII se destacan por la introducción de los sistemas coordenados por Descartes, las ecuaciones de Fermat para representar curvas y un gran aporte de Newton hacia el concepto formal de función con la teoría de las *fluxiones.* Esta teoría describe las magnitudes como movimientos continuos, de tal manera que una variable "dependiente" se genera a partir de una "independiente".

La palabra "función" aparece escrita por primera vez en un manuscrito de Leibniz de 1673 y la primera definición en un artículo de Bernoulli en 1699:

"Aquí denotamos por función de una variable una cantidad compuesta, de una o varias maneras, de esa cantidad variable y constante"

A esto se le añaden los aportes de Euler y Lagrange, y posteriormente, en la primera mitad del siglo XIX Cauchy, Riemann, Lobachevsky y Dirichlet dan una definición más general y rigurosa.

En el siglo XX la percepción del concepto de función se enmarca dentro de la teoría de conjuntos, al respecto Azcarate y Defelou (1990) mencionan:

> Hay que resaltar que se trata de una última generalización del concepto, y que, como tal, pierde muchos de los atributos que tenían las definiciones clásicas, como son la idea de variación, de continuidad, de la variable como parámetro temporal, de dependencia, característicos de la mayoría de problemas que generaron la necesidad del concepto de función.

Hoy en día el desarrollo de la matemática moderna y sus avances en diversas áreas van de la mano con el estudio de las funciones. En palabras de Loi(1988) "El concepto de función señala el comienzo de una nueva era de la cual constituye el nudo esencial. Si insisto sobre esta noción fundamental no es sólo porque haya abierto nuevas puertas al pensamiento, sino también y sobre todo porque ha cambiado el espíritu de la matemáticas".

2.2.6.2 Concepto de función

El anterior abordaje histórico contextualiza y enmarca el concepto de función que en de acuerdo con Spivak (2005) se entiende como"El concepto más importante de todas las matemáticas(…)en casi todas las ramas de la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de funciones. No ha de sorprender, por lo tanto, que el concepto de función sea de gran generalidad."

El concepto de función va a la par con el interés del ser humano en comprender situaciones cotidianas y los fenómenos naturales que lo rodean.

En palabras de Godino y Font (2003) "Hay muchas situaciones en las que dos variables están relacionadas. Esta relación es una función cuando para cada valor de la variable independiente le corresponde un solo valor de la variable dependiente."

Con base en esto, es necesario dejar claro que una variable independiente es aquella que asume valores y cambia de un valor a otro sin depender de la otra variable. Y que por su parte, la variable dependiente también varíapero los cambios de un valor a otro dependen de los cambios que se producen en la otra variable.

De esto se desglosa que las funciones se pueden expresar en diferentes representaciones las cuáles expresan la misma idea. Por ejemplo, en una *expresión* *verbal*seemplea el lenguaje común para realizar una descripción general que no requiere de simbología elaborada.Cuando se trata de una forma *tabular* se usa la tabla como muestra de función presentada numéricamente y la cual representa un elemento para comenzar el estudio de la función. El uso de filas con variables, contribuye a la comprensión acerca de que una variable puede tener un número infinito de valores de reemplazo además de aportar a la construcción de la expresión algebraica. Luego de usar la forma tabular se puede emplear la representación *gráfica* de la misma. Al realizar la gráfica, según señala el MEN (1998) se hace más significativa la caracterización de las variables dependiente e independiente; además nos permite visualizar características generales de la función.Otra de las formas es la algebraica, la cual expresala función a través de una fórmula o ecuación entre los elementos que la componen.

Aunque idealmente las representaciones contienen la misma información, ponen en función diferentes procesos cognitivos, cada uno de ellos estrechamente relacionado con los otros.

"La representación gráfica conecta con las potencialidades conceptualizadoras de lavisualización y se relaciona con la geometría y la topología. La representación en formade tabla pone de manifiesto los aspectos numéricos y cuantitativos. La fórmula conectacon la capacidad simbólica y se relaciona principalmente con el álgebra, mientras que larepresentación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas y esbásica para interpretar y relacionar las otras tres."Godino y Font (2003).

2.2.7 El contexto escolar

Un elemento que no se puede obviar dentro del proceso educativo es el contexto en el cual se desarrolla el estudiante. Es por ello que el Ministerio de Educación Nacional (1998) en sus lineamientos curriculares señala que el contexto está relacionado con cada ambiente que rodea al estudiante, tales como sus condiciones económicas, sociales, culturales, religiosas. Cada uno de estos aspectos debe tenerse en cuenta para la elaboración e implementación de una experiencia didáctica con el fin de darles sentido a las matemáticas que aprende.

En el artículo de Van Reeuwijk(1997) investigadores del Instituto Freudenthal consideran que a través del contexto el estudiante desarrollará una actitud crítica y flexible al utilizar las matemáticas en un contexto real.

En el caso de la función, los contextos donde aparece permiten establecer una relación entre mundos que cambian, convirtiéndose en una herramienta de conocimiento que enlaza patrones de variación entre variables y de esta manera generar predicciones y controlar el cambio MEN (1998).

2.2.8 Representaciones semióticas

El empleo de signos o símbolos para figurar el mundo circundante no es algo ajeno al individuo y mucho menos a los estudiantes. Es claro que constantemente se interactúa con este tipo de caracteres y que estos ayudan a construir significados. Es por ello que a continuación se muestra en categorías las representaciones mentales y semióticas, con el propósito de comprender la pertinencia de las mismas dentro de la enseñanza y claro está del proyecto que se desarrolla con los estudiantes del colegio Holanda de Piedecuesta.

Según Duval, (citado por Zuñiga, 2009)hay dos tipos de representaciones: *representaciones mentales* queson las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, una situación o lo que les está asociado; es a la que se presta mayor atención y de otra parte, las *representaciones semióticas* que son aquellas producidas por signos que pertenecen a un mismo sistema de representación, con su propia significancia y funcionamiento.

Las representaciones semióticas son un elemento importante para el desarrollo de las representaciones mentales y la producción de conocimiento. Las representaciones semióticas de un objeto matemático son indispensables, puesto que los objetos matemáticos no son directamente accesibles.

Además, los sistemas semióticos cumplen con tres actividades cognitivas esenciales en toda representación. El primero de ellos es la presencia de una *representación identificable* mediante la cual y de acuerdo a las reglas de formación del registro semiótico se realiza una selección de los rasgos y datos del objeto a representar en determinado sistema. Le sigue el *tratamiento* de una representacióno dicho de otro modo**,** una transformación llevada a cabo dentro del mismo registro (transformación interna). Ej. La factorización de una expresión algebraica. Por último está la *conversión* de una representación**,** entendida como la transformación de una representación a otra con diferente registro (transformación externa). Una expresión algebraica puede ser transformada a un registro de tabulación o a un registro gráfico.

Otro aspecto destacado por Duval está relacionado a que la aprehensión intelectual de un objeto o “noesis”debe ocurrir a través de una representación del mismo objeto, de tal manera que lo ayude a interiorizar (semiosis).

Lo anterior lleva a la conclusión que “No hay noesis sin semiosis” Duval (1999). Según Zuñiga (2009) si tenemos en cuenta los lineamientos teóricos de Duval observamos que para construir conceptos matemáticos se debe trabajar más de un sistema de representación, realizando tareas de conversión de una representación a otra; de esta manera la articulación entre registros dará origen a la construcción de conceptos matemáticos.

2.2.9 Situación problema

Otro aspecto que resulta fundamental dentro del contexto de este trabajo de grado, es la situación problemática, la cual se convierte en un microambiente de aprendizaje proveniente de la cotidianidad, las matemáticas y otras ciencias. El diseño de una situación problemática debe comprometer la afectividad del estudiante, desencadenando los procesos de aprendizaje esperados MEN (1998).

Esto también es defendido por Gil y De Guzmán (1993) quienes plantean que “la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.” El autor resalta la importancia de la manipulación por parte del estudiante de los objetos matemáticos, generándole autonomía, autoconfianza, reflexión, diversión con cada actividad realizada y la transferencia de estas actividades a diversos aspectos de su trabajo mental, de tal manera que lo preparen otros problemas científicos y de su cotidianidad.

Otro aporte es el de Freudenthal (citado por MEN, 1998), pues considera que una situación problema debe ser "simplificada, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones y suposiciones, y debe precisarse más, de acuerdo con los intereses del que resuelve el problema." La información del problema enunciado debe trasladarse a las matemáticas, surgiendo un modelo matemático de la situación planteada inicialmente. Su resolución se realiza mediante la revisión de ejemplos, aplicación de métodos, obteniendo conclusiones y validándolos retornando al mundo real.

2.2.10 Constructivismo

Según los Lineamientos Curriculares (1998),el constructivismo considera que las matemáticas son una creación de la mente humana y que únicamente existen de forma real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. Esta corriente va de la mano con la pedagogía activa de Rousseau y la psicología genética de Piaget; se enfoca en los contextos en los cuales la mente ejecuta la construcción del concepto matemático, como los organiza en estructuras y que aplicación les da.

Las teorías relacionadas con el constructivismodefinen el conocimiento como el resultado de la interacción entre la información previa y la nueva información, de tal manera que se construyen modelos que interpretan esta información nueva y evitan solamente recibirla.

Desde la perspectiva constructivista, no hay “objeto de enseñanza” sino “objeto de aprendizaje, a partir de sus concepciones previas, el sujeto construye nuevos significados del objeto de aprendizaje, socializándolos, contrastándolos con otro significados y con el conocimiento disciplinar socialmente aceptado.

2.2.11 Aprendizaje significativo

Diversos autores como Piaget, Vygotsky, Ausubel, afirman que a través de la realización de aprendizajes significativos es que el estudiante construye. Esta construcción es fruto de un proceso de selección, organización y transformación de la información que recibe, estableciendo conexiones con sus conocimientos previos; lo anterior permite definir el aprendizaje significativo como “aquel que conduce la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes”Díaz (2002).

Por otra parte, Ausubel (2002) afirma que “el potencial cognitivo humano a diferencia de un ordenador no puede manejar con mucha eficacia información que se enlaza con él de manera literal“. La condición más importante para que el aprendizaje sea significativo es que pueda relacionarse con los que el estudiante ya sabe.

Es decir el aprendizaje no comienza de cero, sino sobre la base del saber que se ha construido y de las estructuras mentales formadas.

Díaz (2002)(citado por Zuñiga, 2009) sostiene que “el aprendizaje significativo es aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes”.

2.2.12Transposición didáctica

La presentación axiomática es una de las formas clásicas que se emplean en la enseñanza de las matemáticas. La manera como se definen los objetos de estudio con ayuda de las nociones introducidas previamente, organizando los nuevos conocimientos adquiridos con los anteriores, cumple con el propósito de acumular máximo “conocimiento” en un mínimo de tiempo.

Desafortunadamente, la presentación axiomática descarta todo el recorrido, las dificultades y propiedades y motivaciones que han dado origen a los conceptos fundamentales; y de esta manera facilita la enseñanza transponiéndolos en el contexto escolar. A esta operación se le conoce como transposición didáctica(Brousseau, 1986). Chevallard (1997)la define como “el paso de un contenido de saber preciso a una versión didáctica de este objeto de saber”.

2.2.13 Secuencia didáctica

Las secuencias didácticas representan una parte fundamental en el aprendizaje debido a que permiten que el estudiante aplique preconceptos, intereses, confrontación de procesos, resolución de situaciones problemas, entre otros. De esta manera, como afirma

Londoño (2014)las secuencias representan un insumo para mejorar la calidad de la educación.

La secuencia didáctica es una ruta trazada por el educador para que el estudiante construya conocimiento, se elabora de acuerdo a las necesidades del contexto, empleando recursos didácticos adecuados con actividades que estimulen la autonomía y el pensamiento crítico abordando un tema de forma progresiva.

Este trabajo de investigación emplea para la elaboración de las secuencias didácticas las pautas establecidas por Furman (2012). Esta autora recomienda involucrar a los estudiantes aprovechando los recursos del medio como insumo, para que los estudiantes adquieran habilidades y construyan conceptos.

2.3 Marco legal

Ley 115 de febrero 8 de 1994

Artículo 5: Fines De La Educación Colombiana

La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

Artículo 22. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria.

Literal c. El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

Artículo 23: Áreas obligatorias y fundamentales:

"Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional. Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, son los siguientes:

1. Ciencias naturales y educación ambiental.
2. Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia.
3. Educación artística.
4. Educación ética y en valores humanos.

5. Educación física, recreación y deportes.

6. Educación religiosa.

7. Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros.

8. Matemáticas.

9. Tecnología e informática."

Artículo 73. Plan De Estudios

"Con el fin de lograr la formación integral del educando, cada establecimiento educativo deberá elaborar y poner en práctica un Proyecto Educativo Institucional en el que se especifiquen entre otros aspectos, los principios y fines del establecimiento, los recursos docentes y didácticos disponibles y necesarios, la estrategia pedagógica, el reglamento para docentes y estudiantes y el sistema de gestión, todo ello encaminado a cumplir con las disposiciones de la presente ley y sus reglamentos".

Artículo 76. Concepto de currículo.

"Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional".

Artículo 77. Autonomía escolar.

"Dentro de los límites fijados por la presente ley y el proyecto educativo institucional, las instituciones de educación formal gozan de autonomía para organizar las áreas fundamentales de conocimientos definidas para cada nivel, introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional".

Artículo 78. Regulación del currículo.

"El Ministerio de Educación Nacional diseñará los lineamientos generales de los procesos curriculares y, en la educación formal establecerá los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos, tal como lo fija el artículo 148 de la presente ley. Los establecimientos educativos, de conformidad con las disposiciones vigentes y con su Proyecto Educativo Institucional, atendiendo los lineamientos a que se refiere el inciso primero de este artículo, establecerán su plan de estudios particular que determine los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración".

Artículo 92. Formación del educando.

"La educación debe favorecer el pleno desarrollo de la personalidad del educando, dar acceso a la cultura, al logro del conocimiento científico y técnico y a la formación de valores éticos, estéticos, morales, ciudadanos y religiosos, que le faciliten la realización de una actividad útil para el desarrollo socioeconómico del país".

Artículo 109. Finalidades de la formación de educadores.

"La formación de educadores tendrá como fines generales:

a) Formar un educador de la más alta calidad científica y ética;

b) Desarrollar la teoría y la práctica pedagógica como parte fundamental del saber del educador;

c) Fortalecer la investigación en el campo pedagógico y en el saber específico, y

d) Preparar educadores a nivel de pregrado y de posgrado para los diferentes niveles y formas de prestación del servicio educativo".

Decreto 1860 de agosto 3 de 1994

Artículo 14. Contenido del proyecto educativo institucional.

"Todo establecimiento educativo debe elaborar y poner en práctica, con la participación de la comunidad educativa, un proyecto educativo institucional que exprese la forma como se ha decidido alcanzar los fines de la educación definidos por la ley, teniendo en cuenta las condiciones sociales, económicas y culturales de su medio. Para lograr la formación integral de los educandos, debe contener por lo menos los siguientes aspectos:

- La estrategia pedagógica que guía las labores de formación de los educandos".
- La organización de los planes de estudio y la definición de los criterios para la evaluación del rendimiento del educando".

Artículo 38. Plan de estudios.

"El plan de estudios debe relacionar las diferentes áreas con las asignaturas y con los proyectos pedagógicos y contener al menos los siguientes aspectos:

1. La identificación de los contenidos, temas y problemas de cada asignatura y proyecto pedagógico, así como el señalamiento de las diferentes actividades pedagógicas.

2. La distribución del tiempo y las secuencias del proceso educativo, señalando el período lectivo y el grado en que se ejecutarán las diferentes actividades.

3. La metodología aplicable a cada una de las asignaturas y proyectos pedagógicos, señalando el uso del material didáctico, de textos escolares, laboratorios, ayudas, audiovisuales, la informática educativa o cualquier otro medio o técnica que oriente o soporte la acción pedagógica”.

Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)

Están constituidos por los saberes básicos que han de aprender los estudiantes en grado escolar; relacionados con las áreas de Lenguaje y Matemáticas. Los Derechos Básicos de Aprendizaje entran en coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias estructurados por el Ministerio de Educación Nacional. Con relación específicamente a los DBA de Matemáticas del grado 9°, de los 18 derechos contemplados, nueve corresponden al pensamiento variacional.

3.Diseño metodológico

3.1 Tipo de Investigación

Basado en la formulación del problema y en los objetivos planteados, esta investigación es de carácter cualitativo. Está orientada a identificar las dificultades que presentan los estudiantes con el concepto de función; y se pretende fortalecer su comprensión realizando secuencias didácticas con actividades que les permitan manejar cada una de las representaciones del concepto (verbal, tabular, algebraica, gráfica) aplicando tareas de tratamiento y conversión para llegar a la construcción del concepto.

3.2 Proceso de Investigación

Carr y Kemis (1988) (citados porCerda, 2003) plantean condiciones que deben darse para que exista investigación acción participativa: debe partir de las necesidades identificadas en el entorno educativo, contar con el compromiso y participación de sus integrantes siguiendo un ciclo de acción-reflexión, es decir, planear, actuar, observar y reflexionar.

Cerda (2003) establece cuatro pasos que intervienen en un proceso de investigación:

- ***Diagnóstico:*** En esta fasese analizó los resultados de las pruebas realizadas por el Estado (ISCE, SABER; Informe por colegios Día E) y se realizó una prueba diagnóstica con el fin de determinar falencias en la noción del concepto de función.

- ***Elaboración de un plan:*** A partir de los resultados encontrados, se construye un plan de acción consistente en elaborar secuencias didácticas adaptadas al contexto,que le permitan al estudiante mejorar la comprensión del concepto de función. Para lograr esto se realiza una revisión bibliográfica de los documentos oficiales (lineamientos y estándares), e información relacionada con investigaciones que apunten al pensamiento variacional y específicamente al concepto de función. De esta manera el docente adquiere un dominio en los componentes teóricos, procedimentales y sociales de la problemática a tratar.
- ***Puesta en marcha del plan:***Consiste en la implementación de las secuencias didácticas y la realización de un seguimiento al conjunto de actividades llevadas a cabo, apoyado por un par académico que tome por escrito las observaciones realizadas durante el desarrollo de las secuencias, complementado con la presencia del asesor de tesis en algunas de las sesiones.
- ***Reflexión:*** Se efectúa un análisisde las secuencias didácticaspara evaluar las fortalezas y revisar las debilidades y de esta manera mejorar las siguientes secuencias.

Por medio de los registros escritos y los aportes realizados por el tutor, se realiza una recolección de información y se condensa a través de una categorización que nos permita determinar el mejoramiento en la comprensión del concepto de función y la efectividad de las estrategias implementadas. Así como la ejecución de una prueba final para corroborar el análisis realizado.

3.3 Población y muestra

La población objeto de estudio estuvo constituida por 50 estudiantes del grado 9-1 y 9-2 del Colegio Agroecológico Holanda. La muestra corresponde a 25 estudiantes del grado 9-2.

3.4 Instrumentos para la recolección de la información

Los instrumentos utilizados para el proceso de investigación, fueron:

- Prueba diagnóstica
- Observación de clase
- Prueba Final
- Registro fotográfico

3.5 Validación de los instrumentos

La validación de los instrumentos se realizó a través de la aplicación de una prueba diagnóstica, la observación por parte de pares académicos y creación de informes escritos por parte de los mismos, la evaluación por expertos realizada por nuestro director de proyecto, y finalmente la confrontación de objetivos con respecto a la investigación realizada.

3.6 Categorización

La categorización está dada por tres componentes que han estado presentes a lo largo de esta investigación.

Identificación:Corresponde al nivel de motivación del estudiante hacia el nuevo aprendizaje, en el cual explora sus saberes previos en cada una de las actividades a realizar, a través de la identificación de las características de cada representación y el fenómeno que describe generando un espacio de aprendizaje.

Tratamiento: Se efectúa el análisis de las transformaciones dentro de la misma representación, siguiendo las reglas de tratamiento propias de cada registro, las cuales, a través de acciones procedimentales, conllevan al desarrollo de destrezas que le permiten al docente guiarlo hacia la conceptualización.

Conversión:Esta categoría contiene el análisis de los cambios de registro, y las conexiones que el estudiante realiza con otras representaciones articulándolas de forma coherente; poniendo en función diferentes procesos cognitivos,y permitiéndole establecer conclusiones en situaciones con diversos niveles de complejidad, aplicándolas en cualquier contexto.

3.7 Resultado y discusión

Secuencia didáctica 1: Un mundo cambiante		
Categoría	**Actividad**	**Análisis**
Identificación	Patrones con figuras geométricas (Material concreto). Patrones con figuras geométricas(Guía de trabajo) Patrones con puntos - Valores numéricos Patrones con curvas	En esta actividad, la utilización de material concreto llamó la atención de los estudiantes, se mantuvo una permanente atención en el desarrollo de las actividades. El trabajo colaborativo contribuyó a que el estudiante interactué con sus compañeros, corrija sus desaciertos y sirva de apoyo a sus compañeros durante el proceso de aprendizaje. Según los lineamientos del MEN (1998) "Es importante que los alumnos se sensibilicen ante los patrones que se encuentran a diario en diversas situaciones, a describirlos y a elaborar modelos matemáticos de esos patrones y a establecer relaciones." Al asignar una serie de números naturales a las secuencias de figuras para que el estudiante determine cuál objeto debe ocupar esa posición, los estudiantes asimilaron la actividad y pusieron en juego la idea de función de acuerdo con lo expuesto por Godino y Font

		(2003), quienes afirman la importancia de este proceso para el afianzamiento del concepto.
	Avícola El Guamito Estación de Servicio El Guayabal Venta de golosinas Secuencia fraccionaria Dulces Alba	Los valores tabulares del ejercicio de la Avícola el Guamito fueron llamativos, ya que, aunque habitan esa región, muchos no conocían la clasificación de los huevos por su peso. Situación similar ocurrió con la Estación de Servicio cercana al colegio, y los demás locales comerciales mencionados en la secuencia didáctica. Cabe resaltar la curiosidad que les despertó los valores contenidos en las representaciones tabulares a trabajar en esta secuencia y su verificación con la realidad. Así mismo la manera como esos valores "cambiaban" en cada situación problema fue motivo de interacción y discusión entre ellos.

Tratamiento	Patrones con figuras geométricas (Material concreto). Patrones con figuras geométricas(Guía de trabajo) Patrones con puntos - Valores numéricos Patrones con curvas	En este momento, al preguntar a los estudiantes por qué ubicaron determinada figura geométrica en el paso señalado, algunos mencionaron en sus explicaciones el término “secuencia” y otros emplearon la expresión “patrón”. Cuando se le preguntó al estudiante ¿Qué es un patrón? Lo definió como “una secuencia de símbolos que se repiten hasta cierto punto”; lo anterior coincide con el estándar asociado a este aprendizaje asociado al nivel de básica primaria y necesario para el estudio del concepto de función: “Identifico el patrón numérico de una secuencia y lo explico con palabras o tablas” MEN (2002). En la actividad de las líneas curvas entrecruzadas algunos estudiantes proponen diversas soluciones eliminando fragmentos equivocados. Algunos asumen que los lazos están separados y eliminan uno de ellos pero no descubren el patrón que les permita hallar la respuesta. Una estudiante interviene y dice “No es que se quite una línea o lazo, es que se quita un fragmento de la

	Avícola El Guamito Estación de Servicio El Guayabal Venta de golosinas Secuencia fraccionaria (Pizza) Dulces Alba	figura en la parte donde está el vértice en donde se unen las dos líneas hacia la izquierda, se va perdiendo la mitad y queda la forma de X" (Respuesta final) Al revisar las tablas de Avícola El Guamito los estudiantes establecen dos tipos de respuestas para encontrar los valores faltantes, la disminución de 8 gramos de peso de cada tipo de huevo y la asociación de los pesos con los múltiplos de 8. El ejercicio de la estación de servicio El Guayabal, al ser mencionada una actividad de su cotidianidad les facilito la comprensión de la situación, detectando la variación de $8000 para cada galón, determinando los costos para los valores restantes efectuando operaciones de multiplicación. La situación relacionada con el local comercial de Juanita, al ser presentada como una secuencia, asignándole a cada caja un número, ocasionó un breve tiempo adicional para la obtención de la respuesta. Se observaron falencias en algunos estudiantes, en el manejo de las potencias: Al mencionar un estudiante la relación de las variables

		con la potenciación, un estudiante mencionó "3^2 es igual a 6, profesor", y otros dos más asintieron. En ese momento se realizó una intervención por medio del docente para recordar el manejo de las operaciones de potenciación. Al revisar el caso de la Pizzería Macuto, los estudiantes la relacionaron inicialmente a los múltiplos de 2, intentándolo asociar a la tabla de multiplicar. Al observar con detenimiento observan que el patrón está conformado por las potencias de 2. En la actividad de Dulces Alba, aunque estaba contextualizada y planteaba una expresión algebraica aditiva (f(x) = x+4; la manera como fue presentada la relación variable dependiente – variable independiente no fue la adecuada. La "promoción" que indicaba que si compraba cualquier cantidad de dulces recibías cuatro adicionales; fue desvirtuada por uno de los estudiantes quien expresó: "Esa promoción no tiene sentido, en mi caso iría en varias ocasiones y sólo compraría un dulce para quedarme con más cantidad de caramelos".

		Esta actividad debe ser replanteada cambiando la situación por otra que se adapte a una expresión algebraica a la cual se le suma una constante por Ej: La comisión por ventas más el sueldo básico que recibe un empleado en uno de los negocios de prendas de vestir de la zona.
Conversión	Patrones con figuras geométricas (Material concreto). Patrones con figuras geométricas(Guía de trabajo) Patrones con puntos - Valores numéricos Patrones con curvas Avícola El Guamito Estación de Servicio El	Cuando el profesor pregunta las diferencias entre el patrón de los círculos y el de las líneas entrecruzadas, muchos de los estudiantes mencionan que en la primera se "suman" y en la segunda se "restan", de esta manera los asocian con los patrones de crecimiento y decrecimiento.

	Guayabal Venta de golosinas Secuencia fraccionaria (Pizza) Dulces Alba	Al preguntar el valor de n galones, se presenta cierto grado de dificultad en la construcción de la expresión algebraica. Al hacer una revisión del procedimiento realizado para obtener los valores de la tabla, los estudiantes construyen la expresión algebraica 8000n y otros la escriben n8000; a través de un contrato didáctico determinamos escribir la variable al final y tomar 8000 n como respuesta. Estas situaciones planteadas, nos permiten observar que están acordes con los lineamientos MEN (1998)donde mencionan la importancia de emplear situaciones problema con los estudiantes para la construcción de expresiones algebraicas.

Secuencia didáctica 2: Represento mi entorno		
Categoría	**Actividad**	**Análisis**
Identificación	Gráfica Estación de Servicio Plaza de mercado papa Ejercicio deportista	Se establece una conexión con la actividad de la estación de servicio para hacer una retroalimentación y relacionarlo con la temática a desarrollar en esta secuencia didáctica. La pregunta acerca de la asignación de los ejes para cada variable sirvió para aclarar algunas dudas con respecto a la ubicación de las mismas.

	Recibo de la luz sin subsidio/ con subsidio	La actividad de la plaza de mercado sirvió para reforzar estos conceptos, estableciendo una conexión con un evento cotidiano, facilitando su asimilación. El ejercicio relacionado con la actividad realizada por un deportista con relación a la distancia recorrida, fue asociado con la competencia atlética que se realiza en la semana cultural del colegio, resaltando la notable diferencia de las distancias recorridas por ellos mismos. Al escribir las parejas ordenadas, lo hicieron de manera rápida y ordenada. El ejercicio del recibo de luz, les permitió a muchos descubrir la manera como se realiza el cálculo básico del monto a pagar; y ser más observadores y colaboradores en el ahorro de energía. Las actividades relacionadas con aspectos cotidianos delos estudiantes fueron bien aceptadas por los mismos, lo cual facilita el desarrollo de la temática, destacandola importancia del contexto, el cual "tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas." MEN (1998).
Tratamiento	Gráfica Estación de Servicio Ejercicio deportista	Es importante mencionar que algunos estudiantes presentan dificultades en la construcción de las gráficas particularmente en la graduación de los ejes por una inadecuada asociación longitud-número, como lo menciona

	Plaza de mercado papa Recibo de la luz	Azcarate y Defelou(1990). Para esto el docente realizó una mediación para aclarar las dudas al respecto. Una vez aclaradas están dudas establecieron las parejas ordenadas, y realizaron la ubicación en el plano cartesiano con mayor facilidad debido a la práctica realizada anteriormente. En la gráfica de la gasolinera, al preguntarles: ¿Qué particularidad observas en la gráfica?, se obtuvo como respuesta: “”Va en subida, profesor”; “siempre aumenta”; uno de los estudiantes mencionó: “es una gráfica de proporcionalidad”, identificando la proporcionalidad como función lineal descrita por Garcia, Serrano, y Camargo(1998). En el ejercicio de las libras de papa, una vez efectuamos las operaciones indicadas para obtener los valores faltantes en la tabla procedemos a establecer las parejas ordenadas y realizar la representación gráfica. La obtención de los valores tabulares se realizó sin ningún contratiempo. En el ejercicio relacionado con el recibo de luz, los estudiantes establecieron los valores faltantes, algunos estudiantes tardaron en hacer las operaciones por estar relacionada la situación con números decimales. El cálculo del valor porcentual para obtener el subsidio, originó contratiempos en algunos estudiantes, quienes bajo la orientación del docente pudieron solventarlo fácilmente.
Conversión	Estación de Servicio	En la actividad “Venta de papa en el mercado campesino”, una vez realizadas las operaciones necesarias para completar la tabla, se realizó la

	Ejercicio deportista Plaza de mercado papa Recibo de la luz Subsidio Recibo de la luz	siguiente pregunta: ¿Con que expresión representarían el valor de x libras de papas? La mayoría trató de deducir la expresión algebraica a partir del último ejercicio realizado, analizando la gráfica y unos más volvieron a la tabla de la actividad para determinar la expresión algebraica. El aspecto en el que se presentó dificultad es coherente con lo expresado por Duval, (citado por Zuñiga, 2009) el cual señala que "la conversión del sistema algebraico al gráfico es más fácil que el inverso, es decir del gráfico al algebraico". Al construir la gráfica para obtener la distancia recorrida por el deportista a los 12 minutos, recurrieron a la representación tabular para obtenerla respuestadebido a que la representación gráfica les originó dudas. Lo anterior coincide con la definición de aprendizaje de las funciones a partir de las posibles traducciones planteadas por Janvier (citado por Azcarate y Defelou, 1990). Este aprendizaje, se basa en "un conocimiento de los lenguajes de representación, es decir por la capacidad para leer e interpretar cada uno de ellos y posteriormente para traducir de uno a otro".

Desde \ Hacia	Descripción verbal	Tabla	Gráfica	Fórmula
Descripción verbal	—	Medida	Boceto	Modelo
Tabla	Lectura	—	Trazado	Ajuste
Gráfica	Interpretación	Lectura	—	Ajuste
Fórmula	Interpretación	Cómputo	Gráfica	—

13. Tabla de traducciones de Janvier (1978)

En este caso los estudiantes realizaron procesos de ajuste, y de lectura para determinar la expresión algebraica.

En el ejercicio del recibo de la luz, la mayoría determinó la expresión algebraica rápidamente.

Al establecer una variación del ejercicio del costo de un recibo de luz consistente en calcular el valor final restándole un 15% del total de los kwH consumidos, se presentaron dificultades en algunos estudiantes que no recordaban la manera como se calcula un porcentaje. Además, la obtención de la expresión algebraica presentó dificultades en los estudiantes, a algunos por la inclusión de un valor decimal, a otros por la representación del valor porcentual.

Al finalizar algunos escribieron la expresión como 468,64X-(15/100)468,4X (la “aparición” de dos X en la ecuación les costó trabajo en su construcción.

Otros la escribieron como 468,64X- 0,15(468,4X). Algunos estudiantes no

		pudieron determinarla. Sólo un estudiante realizó la resta algebraica para obtener una expresión simplificada. Es importante realizar un repaso de construcción de expresiones generales, y operaciones con polinomios, así como realizar ejemplos de menor complejidad e irlos escalonando para que el estudiante recuerde o mejore sus falencias en el manejo de expresiones algebraicas. Un hecho para destacar fue la respuesta dada por un estudiante quien mencionó lo siguiente: "Si 486,4 multiplicado por K (Kilovatios) es P; y P multiplicado por 15/100 es %, entonces la respuesta es P- %= Valor con subsidio". Esta respuesta la podemos asociar a lo que denominan los lineamientos curriculares como *Indicadores de comportamiento creativo* los cuales se registran cuando "en las situaciones de enseñanza y aprendizaje, las respuestas, las preguntas y los procedimientos no esperados, pero que indican una actitud innovadora o de descubrimiento de relaciones matemáticas. La respuesta creativa será aquella que aparece como nueva para el sujeto que la produce; puede considerarse como un descubrimiento, en unos casos, o como una invención, en otros." (MEN, 1998) .

Secuencia didáctica 3: Áreas y rectángulos		
Categoría	**Actividad**	**Análisis**
Identificación	Construir rectángulos Cálculo del perímetro Cálculo del área	La realización de la actividad fuera del salón se convirtió en una experiencia agradable para los estudiantes, al cambiar el entorno cotidiano en el que se desenvuelven las mismas. La utilización de material concreto, nuevamente llamó la atención de los estudiantes, contribuyendo a una buena disposición para trabajar en clase y teniendo en cuenta que:"conviene elevar al máximo el impulso cognoscitivo, despertando la curiosidad intelectual y utilizando materiales que atraigan la atención" Ausubel, Novak y Hanesian (1978).
Tratamiento	Construir rectángulos Cálculo del perímetro Cálculo del área	Se les dan las indicaciones para que construyan los rectángulos, algunos realizan preguntan como las siguientes: "¿Profe, se puede construir un triángulo de 30 y 30 y 20 y 20?", especificando las medidas de todos los lados, esto denota que el estudiante ha estado acostumbrado desde hace mucho tiempo a recibir instrucciones precisas que no le permiten tomar sus propias decisiones, y por esto dudan cuando se le da la oportunidad de aportar su punto de vista. Surgen preguntas interesantes, tales como: "¿es necesario que en el rectángulo se toquen los vértices de cada lado?" Lo anterior debido a que el alambre no les permitía cerrar el rectángulo, otros grupos realizaron una unión con los alambres. Al elaborar los 9 rectángulos (3 de 60 cm, 3 de 80 cm, y 3 de 100 cm) con los alambres, cada estudiante sumara las medidas de sus lados y lo consignará en su cuaderno. En esta actividad, debemos reconsiderar la utilización de alambre como material concreto. Lo anterior debido que los estudiantes presentan dificultades en la

		manipulación del mismo; al trabajar con la sección de alambre completa y doblarlo para construir el rectángulo, las medidas ideadas por los estudiantes disminuyen. Además para construir el polígono cruzan los alambres en uno de sus vértices para poder cerrarlos. Se estableció un contrato didáctico con los niños para que realizaran lo cálculos con las medidas ideales y los trazaran en sus cuadernos. Es recomendable utilizar un material diferente al realizar la actividad, para mejorar la manipulación. O en su defecto, entregarles el material con cortes exactos para que construyan los rectángulos. Al preguntarles que tienen en común los rectángulos, los estudiantes afirmaron que algunos rectángulos tienen diferente largo y ancho pero su perímetro es igual, un grupo lo definió como “los rectángulos mantiene su estándar” y otro expresó: “No importan las medidas, siempre va a dar el mismo resultado teniendo en cuenta la medida inicial con la que se está trabajando”. Se realiza la pregunta: ¿Cómo obtendría el valor de la altura de un rectángulo de 60 cm de perímetro dada una longitud x de la base? Explíquelo con sus propias palabras. En la siguiente actividad al calcular el área del rectángulo para las figuras elaboradas y realizar la comparación perímetro-área a través de la pregunta: Si el perímetro de los rectángulos (en este caso de 80 cm) ¿por qué el área es diferente? Muchos no dieron respuesta alguna, otros grupos decían que porque en el perímetro se sumaba, en cambio en el área se multiplicaba. Finalmente un estudiante manifestó lo siguiente “Porque en el perímetro se suman los lados y en el área se tiene en cuenta *todo lo que está adentro*” acercándose de manera coloquial al concepto de área definida como la medida de la superficie de la figura. En la pregunta ¿Es posible que existan rectángulos con diferentes perímetros pero la misma área? Se demostró el trabajo colaborativo y se planteaban

		soluciones que no correspondían, pero los mismos compañeros se encargaban de colaborarle a quien pasaba para ir construyendo la respuesta. En algunos grupos representaban la solución pero obviando la asignación de unidades de medida asociadas a los rectángulos. De esta manera observamos que este momento coincide con lo descrito por Llinares y Sanchez(1991), quienes plantean que “En la discusión los estudiantes aprenden a comunicar sus puntos de vista y a escuchar las argumentaciones de los otros, validan formas de representación y construyen socialmente el conocimiento.”
Conversión	Construir rectángulos Cálculo del perímetro Cálculo del área	En la pregunta: ¿Cómo obtendría el valor de la altura de un rectángulo de 60 cm de perímetro dada una longitud x de la base? Explíquelo con sus propias palabras a los estudiantes les costó expresar esa situación, a excepción de un grupo que explicó el proceso de manera bastante cercana a la respuesta. La mayoría de los grupos no simplificó la expresión manteniendo el número 2 en el denominador. (60-2x)/2 = Ancho o 30-x= Ancho Al realizar la construcción de la expresión algebraica relacionada con la obtención de área, los estudiantes plantearon bien la expresión pero mostraron dudas en la multiplicación de polinomios al momento de simplificarla. Al trabajar en la tabla de valores, con los datos suministrados por el docente, los estudiantes dudan de los valores que van obteniendo, se sorprenden al ver resultados similares para 2 números distintos (por ejemplo que en el primer número y el último número de la tabla se encuentra como resultado 0). Se dificulta la ubicación de las parejas ordenadas. Al construir la gráfica les llamó la atención su forma, algunos grupos le asignan desplazan una unidad el cero alejándolo del origen del plano cartesiano, para lo cual se hicieron las respectivas aclaraciones.

		El evento anterior es comparable por lo mencionado por Sierpinska (citada por Azcarate y Defelou, 1990) sobre como la función “como una curva” puede convertirse en in obstáculo para el conocimiento. La pregunta: ¿Cuál es el área máxima que se puede obtener con un rectángulo de 60 cm de perímetro? Al analizar la gráfica los estudiantes determinan que la respuesta corresponde al valor 225, por que la gráfica “llega hasta ahí y se devuelve”. A la pregunta: si la respuesta correcta es 225, ¿cuál es la medida de sus lados? Cuando observan que la respuesta correcta es un cuadrado, algunos mencionan “entonces está mal porque preguntan por un rectángulo”. El docente con ayuda de los alumnos les pide que mencionen características de los rectángulos, y de los cuadrados para de esta manera establecer criterios en común de las dos figuras geométricas y establecer que un cuadrado presenta las propiedades de un rectángulo. Toda esta serie de actividades confirma que la utilización de escenarios geométricos puede ser utilizada “para reconocer y descubrir regularidades o patrones presentes en las transformaciones”MEN(1998).

4. Propuesta pedagógica

A continuación se describen los aspectos fundamentales relacionados con la propuesta pedagógica realizada dentro del marco del proyecto: "Elaboración e implementación de secuencias didácticas para la construcción del concepto de función en estudiantes del grado noveno del Colegio Agroecológico Holanda".

4.1 Presentación de la propuesta

Esta propuesta pedagógica está basada en tres secuencias didácticas desarrolladas acorde a los objetivos planteados al inicio de este trabajo de investigación. En el transcurso del trabajo el estudiante realiza una serie de actividades que le llevaran hacia el concepto de función y su comprensión. Lo anterior enfocado en el modelo constructivista; recalcando la importancia de los presaberes, a través del aprendizaje significativo y la asimilación a través de situaciones problema dentro del contexto de la institución.

4.2 Justificación

Los niveles académicos observados en las pruebas externas realizadas por el Estado, indican que existen dificultades en el área de matemáticas. El pensamiento variacional, parte fundamental del área, es uno de los más afectados al realizar el análisis de resultados.

Por lo anterior, esta propuesta está encaminada a generar un cambio de paradigma en el docente proponiendo un proceso de enseñanza diferente, que apunte al mejoramiento de la calidad de los estudiantes, basado en estrategias que les permitan la construcción de su propio conocimiento, mejorando su comprensión conceptual, lo cual desencadenará en mejores resultados a lo largo de su vida estudiantil y profesional.

4.3 Objetivos

- Elaborar una propuesta pedagógica encaminada a la construcción del concepto de función a través de la elaboración de secuencias didácticas.
- Implementar las secuencias didácticas desagregadas en sesiones, de tal manera que permitan al estudiante reconocer las representaciones verbal, tabular, gráfica y algebraica de una función.
- Emplear material concreto y situaciones problema contextualizadas con la institución educativa, y de esta manera establecer una conexión de la matemática con el mundo real.
- Analizar las actividades realizadas en las secuencias didácticas con el fin de verificar los avances en la comprensión del concepto de función por parte de los estudiantes.

4.4 Indicadores de desempeño

- Reconoce el estudio de patrones numéricos en combinación con patrones geométricos como un factor determinanteque proporciona bases sólidas para la comprensión de regularidades numéricas relacionadas con la estructura aditiva y multiplicativa.
- Utiliza el lenguaje verbal como representación de una función para realizar una descripción de una situación cotidiana que involucra al concepto.
- Identifica el uso de sistemas de representación que permiten construir e interpretar patrones de variación y dependencia.

- Reconoce el aspecto numérico y cuantitativo de la función en su representación tabular y su contribución a la construcción de expresiones algebraicas y representaciones gráficas.
- Emplea la representación gráfica de la función para visualizar características generales de la misma.
- Expresa una función a través de su forma algebraica, conectándola con su capacidad simbólica.
- Identifica relaciones entre diferentes propiedades de las representaciones que le permiten realizar transformaciones de conversión entre las mismas.
- Establece transformaciones de tratamiento dentro de cada una de las representaciones de función.
- Identifica el proceso para construir expresiones algebraicas a partir de modelos geométricos rectangulares.

4.5 Metodología

La primera secuencia didáctica "Un mundo cambiante", involucra la temática del hallazgo de patrones. La secuencia cuenta con actividades en las que se emplean figuras geométricas elaboradas con material concreto, apoyado con elementos proyectados a través de un monitor de televisión. Se destaca el trabajo colaborativo, el planteamiento de hipótesis, el surgimiento de preguntas y la resolución de las mismas entre los estudiantes con la mediación del docente.

En las actividades relacionadas con tablas, están asociadas a situaciones problema en conexión con el contexto de la institución.

La secuencia didáctica “Represento mi entorno” efectúa un nexo con la anterior para introducir la representación gráfica de la función a partir de la expresión verbal y tabular vistas anteriormente. Posteriormente plantea una serie de actividades que conducen a la interpretación de la gráfica describiendo su comportamiento; construyendo gráficas a partir de representaciones tabulares y expresiones algebraicas. Las situaciones problema están relacionadas con la cotidianidad como el hecho de ir a una estación de servicio a comprar gasolina, hacer deporte, hacer mercado o analizar la forma como se cancela un servicio público como el de la electricidad. Se efectúan transformaciones de tratamiento y conversión para encontrar la solución de las situaciones planteadas.

La tercera secuencia didáctica “Áreas y rectángulos” incorpora el trabajo fuera del aula de clase, así como el manejo de material concreto para construir figuras geométricas y el trabajo colaborativo. Las actividades de descubrimiento ocasionaban una nutrida interacción entre los integrantes de los equipos de trabajo y el docente como mediador, creando un hilo conductor en cada sesión que los llevaba a despertar su curiosidad e interés por construir conocimiento. A través del material concreto se elaboraron varias situaciones relacionadas con las representaciones de la función y de esta manera reafirmar los conceptos.

4.6 Fundamento pedagógico

Los fundamentos pedagógicos están basados en el aprendizaje significativo de Ausubel, el constructivismo, el manejo de pensamiento variacional sugerido por Godino y Font, los parámetros para la elaboración de Melina Furman y los pasos de la investigación de Eduardo Cerda.

4.7 Diseño de Actividades

El diseño de actividades a través de la elaboración de secuencias didácticas se encuentra en los anexos de esta investigación.

4.8 Experiencias exitosas

Estas experiencias se encuentran en el capítulo 3, sección 3.6 denominada “Categorización”, donde se describen las experiencias exitosas en el transcurso del proyecto.

5.Conclusiones.

- Las pruebas externas (ISCE, SABER, Día E) constituyen una valiosa fuente de información cuando se efectúa una análisis concienzudo de cada una de ellas, estableciendo conexiones que permitan determinar las falencias, no solamente en el área en general, sino también en un pensamiento o una temática específica, y de esta manera proceder a elaborar una estrategia que permita mejorar esa deficiencia encontrada.
- La implementación de secuencias didácticas permitió que se desarrollara el tema a tratar de manera dinámica, colaborativa, en la cual se establecían interacciones docente-estudiante, estudiante-estudiante, permitiendo crear conexiones entre sus presaberes y el nuevo conocimiento.
- A través de la indagación de presaberes, un manejo adecuado de las secuencias didácticas que conviertan en parte activa al estudiante y permitan que vaya construyendo la definición del concepto; y la aplicación de situaciones problema dentro del contexto y a la par del momento en que ocurre el aprendizaje, contribuimos en nuestra labor docente a generar estudiantes con capacidad para explorar, plantear hipótesis y construir respuestas a diversos modelos presentes en su cotidianidad.
- La retroalimentación de nuestras actividades pedagógicas permite que tomemos decisiones correctas que mejoren nuestra práctica docente, generando un espacio

de reflexión y permitiendo que analicemos las fortalezas y debilidades de nuestra metodología y de esta manera no repetir los errores año tras año. Lo anterior conlleva a que el estudiantemejore en la comprensión y asimilación de sus conocimientos.

Recomendaciones

- Es importante generar un cambio de paradigma en el docente, de tal manera que deje a un lado la metodología tradicional de enseñanza donde el docente posee la información, define un concepto, recita un contenido y el estudiante recibe todo esto cuál recipiente vacío para después realizar una serie de ejercicios descontextualizados que no desarrollan el pensamiento matemático.
- Se sugiere que el trabajo con situaciones problémicas adaptadas al contexto sean implementadas en las asignaturas básicas, y que los diferentes cuestionamientos generados promuevan el pensamiento del estudiante, mejorando su capacidad crítica y de síntesis, de acuerdo con los entornos pedagógicos que se trabajan en cada una de las áreas.
- Incentivar a la comunidad académica para que pueda llevar los resultados de sus investigaciones al aula de clase, de tal forma que generen espacios que propicien, desarrollen y potencien cada uno de los procesos escolares.

Lista de referencias

Almaguer , B. (2007). *Actividad y comunicación científica.* Imperatriz: BeniRos.

Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva.* Barcelona: Paidós.

Azcarate, C., y Defelou, J. (1990). *Funciones y gráficas.* Madrid: Sintesís.

Bachelard, G. (1978). *El racionalismo aplicado.* Buenos Aires: Paidós.

Bachelard, G. (1987). *La formación del espíritu científico.* México: Siglo XXI.

Barberá, E., y Goméz, C. (1996). Las estrategias de enseñanza y evaluación en matemáticas. En C. Moreno, y I. Solé, *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista* (págs. 383-404). Madrid: Alianza.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en didactique des mathematiques, 7*(2), 33-115.

Cantoral, R. (2013). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional.* Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.

Cerda, H. (2003). *Como elaborar proyectos: Diseño, ejecución y evaluacíon de proyectos sociales y educativos.* Bogotá: Magisterio.

Chevallard, Y. (1997). *Transposición didáctica.* Buenos Aires: Aique.

Díaz, F. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo.* México: Mc Graw Hill.

Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Annales de Didactique et de Sciencies Cognitives, 5*, 37-65.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* (M. Vega, Trad.) Cali: Síntesis.

Flórez, H. A. (2013). *El diseño secuencial estructurado de actividades.* Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Furman, M. (2012). *Programa Educación Rural - PER: Orientaciones técnicas para la producción de secuencias didácticas para un desarrollo profesional situado en las áreas de matemáticas y ciencias.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Garcia, G., Serrano, C., y Camargo, L. (1998). *Una propuesta curricular para las nociones de función como dependencia y la proporcionalidad como función lineal.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Gil, D., y De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y la matemática. Tendencias e innovaciones.* Madrid: Popular.

Godino, J. D., y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctiica para maestros.* Granada: ReproDigital.

Hitt, F. (1997). Sistemas semióticos de representación. *Avance y Perspectiva, 16*, 191-196.

Llinares, S., y Sanchez, M. V. (1991). *La formación de profesores de matemáticas.* Sevilla: Copyur S.L.

Loi, M. (1988). Rigor y ambiguedad. En *Pensar la matemática.* Barcelona: Tusquets.

Londoño, D. (2014). *Secuencia didáctica para la construcción de conocimientos sobre la mecánica de fluidos en estudiantes del grado octavo.* Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares.* Bogotá: Libros y libres S.A.

MEN. (2002). *Ministerio de Educación.* Obtenido de Mineducación: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf

Moreira, M. A. (2011). La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. *Publicación UFGRS*, 1-28.

Piaget, J. (1979). *Tratado de logíca y conocimiento científico (1). Naturaleza y métodos de la epistemología.* Buenos Aires: Paidós.

Polya, G. (1969). *Como plantear y resolver problemas.* México: Trillas.

Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra, y otros, *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (págs. 15-38). Madrid: Ice-Horsori.

Rueda, N. J. (2016). *Habilidades cognitivas asociadas al proceso de representación de fenómenos de variación.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Santos, L. M. (1992). Resolución de problemas. El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a Considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Educación Matemática, 4*(2).

Serrano, J. M., y Pons, R. M. (2011). El desarrollo del conocimiento matemático. *Psicogente, 14*(26), 269-293.

Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas.* Madrid: Ediciones Morata.

Spivak, M. (2005). *Cálculo Infinitesismal.* Madrid: Reverté.

Ugalde, W. (2014). Funciones: Desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Matemática, Educación e Internet, 14*(1), 1-48.

Van Reeuwijk, M. (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *UNO. Revista didáctica de las matemáticas*(12), 13-14.

Vasco, C. E. (2011). *El pensamiento variacional y la modelación matemática.* Obtenido de Universidad Federal do Rio Grande do Sul UFGRS- PIBID: http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf

Zuñiga, M. I. (2009). *Un estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización en alumnos de un curso de Cálculo I.* Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco de Morazán.

Anexos

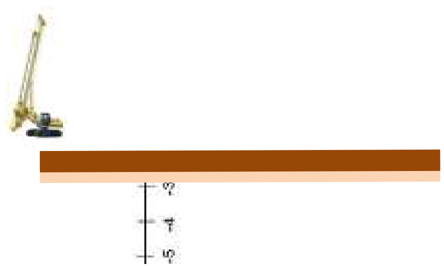
Anexo A. Prueba Diagnóstica

COLEGIO AGROECOLÓGICO HOLANDA
Fundación Alejandro Galvis Galvis - Piedecuesta
PRUEBA DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICAS 9°. PROFESOR: Edwing García.

1. Para la construcción del acueducto en la Mesa de los Santos se instalan 3 máquinas perforadoras en el Cañón del Chicamocha. Cada máquina realiza perforaciones para encontrar depósitos de agua subterránea logrando alcanzar

profundidades de 6; 4,75 y 2,5 metros de profundidad, respectivamente.

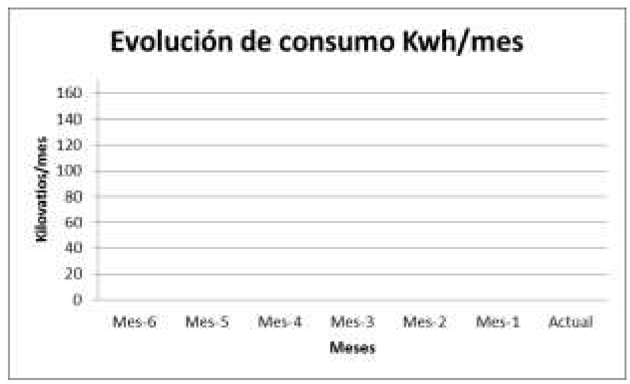
En la siguiente gráfica representa la profundidad alcanzada por cada máquina.



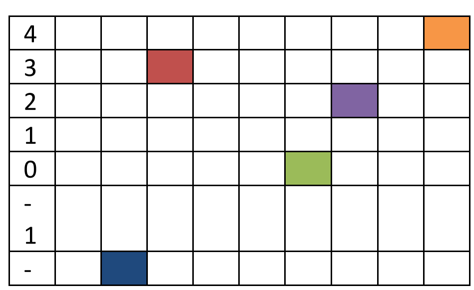
2. La empresa Electrificadora de Santander (ESSA) publica a través del recibo de pago una gráfica que relaciona el consumo en kilovatios por mes

Mes-6 108
Mes-5 113
Mes-4 121
Mes-3 138
Mes-2 143
Mes-1 126
Actual 152

Represente los valores dados por la empresa de servicios, empleando la siguiente gráfica



3. En la siguiente cuadrícula se han ubicado sitios representativos aledaños a la institución. A cada uno de ellos se les ha asignado una coordenada formada por un número ubicado en el eje horizontal y otro ubicado en el eje vertical. Ej. El peajeestáubicadoen las coordenadas (-2,3).

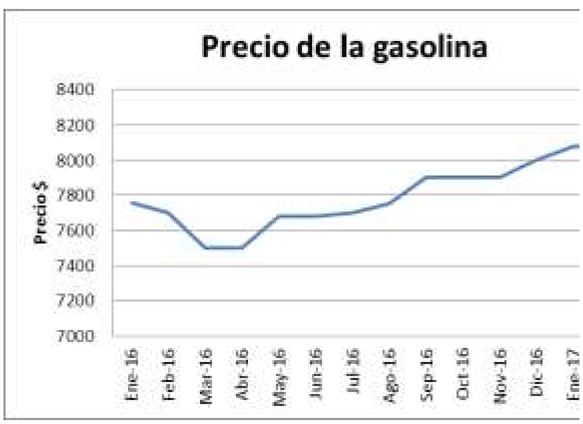


2									
-3									
-4									
	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

	Col. Holanda		Col. La Fuente
	Peaje		Vda. San Miguel
	Col. Jéridas		EstaciónGuayabal

Escribe las coordenadas que corresponden a cada sitio:
Colegio Holanda:
Colegio La Fuente:
Estación de servicio El Guayabal:
Vereda San Miguel:
Colegio Mesa de Jéridas:

4. La estación de servicio El Guayabal ha publicado en la cartelera una gráfica que indica el valor del galón de gasolina en pesos con respecto a cada uno de los meses transcurridos desde Enero 2016 hasta Marzo de 2017.



a. ¿Qué idea te da la gráfica con respecto al valor de la gasolina?
b. Al observar el mes de Mayo de 2016 ¿Cuál es el valor aproximado del galón de gasolina?
c. ¿Qué ocurrió en los meses de Septiembre a Noviembre del 2016?
d. ¿En qué período de tiempo el precio de la gasolina fue mayor a $7700 y menor a 8100?

5. La Huerta Biológica está obsequiando bonos de cortesía a los visitantes según la cantidad de boletas que adquieran al ingresar al parque; la información se indica en la siguiente tabla:

Boletas de ingreso	1	3	4	7	…	n
Bonos de cortesía	8	10	11			

La temporada invernal ha ocasionado que caiga barro sobre el aviso, ocultando la cantidad de bonos cuando ingresan 7 personas.

a. ¿Cuál es la cantidad de bonos que le corresponderían a un grupo de visitantes que compra 7 boletas?
b. ¿Qué expresión correspondería a la cantidad de bonos entregada a un grupo de n personas?

6. La constructora Incomesa está efectuando la venta de lotes urbanísticos por un valor de $100´000.000 a crédito; se paga una cuota inicial de $30’000.000 y 28 cuotas de 2’500.000.

a. ¿Cuál es la cantidad de dinero que se ha cancelado cuando se han pagado 15 cuotas?
   i. 30’000.000
   ii. 67’500.000
   iii. 37’500.000
   iv. 100’000.000
b. ¿Qué expresión me permite representar la situación anterior?
   i. y = 30´000.000 + n
   ii. y = 2´500.000n
   iii. y = 2´500.000n + 30´000.000
   iv. y = 2´500.000n - 30´000.000

Anexo B. Análisis prueba diagnóstica

Resultados y análisis de prueba diagnóstica

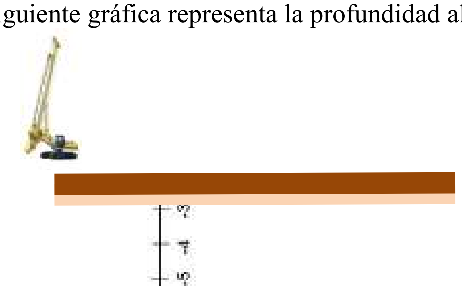
El diagnóstico de conocimientos previos se realiza en el Colegio Agroecológico Holanda sede A, a un grupo de 24 estudiantes del grado 902. La intencionalidad de esta prueba es analizar los conocimientos previos sobre el concepto de función y sus representaciones, a través de situaciones problema relacionadas con su contexto. La duración de la prueba es de una hora.

Las situaciones problema y sus resultados fueron los siguientes:

Situaciónproblema 1.

7. Para la construcción del acueducto en la Mesa de los Santos se instalan 3 máquinas perforadoras en el Cañón del Chicamocha. Cada máquina realiza perforaciones para encontrar depósitos de agua subterránea logrando alcanzar profundidades de 6; 4,75 y 2,5 metros de profundidad, respectivamente.

   En la siguiente gráfica representa la profundidad alcanzada por cada máquina.



Con esta situación problema buscamos analizar la capacidad del estudiante de representar un valor empleando una recta numérica y asimilando el concepto de "profundidad" como un valor negativo.

COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Procedimental	Operaciones		
	Relaciones	23	1

Tabla 1. Resultados situación problema 1

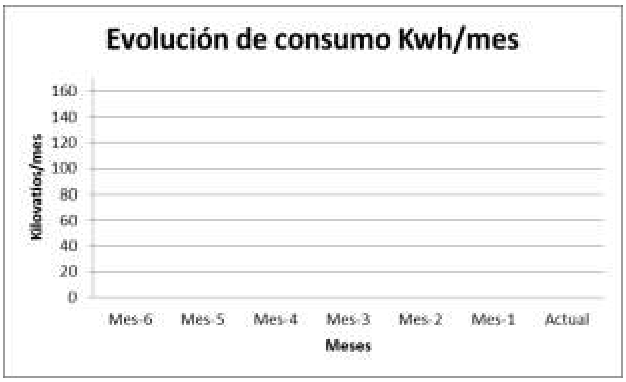
En esta pregunta podemos determinar que la mayor parte de los estudiantes establece una adecuada asociación de la longitud suministrada (profundidad) con el número dado. Se destaca que la mayoría de estudiantes efectuó la construcción de líneas punteadas para establecer la relación máquina-profundidad.

Situaciónproblema 2.

8. La empresa Electrificadora de Santander (ESSA) publica a través del recibo de pago una gráfica que relaciona el consumo en kilovatios por mes

Mes-6	108
Mes-5	113
Mes-4	121
Mes-3	138
Mes-2	143
Mes-1	126
Actual	152

Represente los valores dados por la empresa de servicios, empleando la siguiente gráfica



Esta situación refleja un evento cotidiano relacionado con los valores descritos en un recibo de servicios públicos con el fin de que los estudiantes representen gráficamente valores y relacionen los meses con su respectivo consumo en kilovatios a través de los ejes de la gráfica.

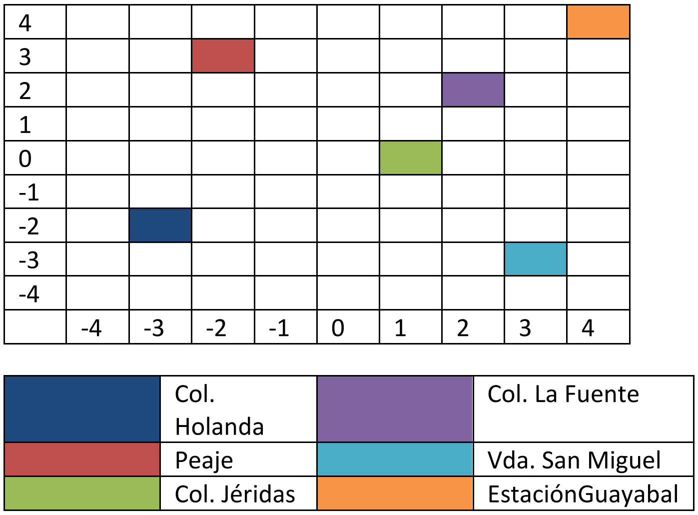
COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Conceptual	Aplicabilidad		
	Representación	22	2

Tabla 2. Resultados situación problema 2

Casi todos los estudiantes realizaron la construcción de gráficas a partir de la información suministrada, destacándose en la mitad de estudiantes la utilización de barras que asemejan la estructura original de un recibo de luz.

, Situaciónproblema 3.

9. En la siguiente cuadrícula se han ubicado sitios representativos aledaños a la institución. A cada uno de ellos se les ha asignado una coordenada formada por un número ubicado en el eje horizontal y otro ubicado en el eje vertical. Ej. El peajeestáubicadoen las coordenadas (-2,3).



Escribe las coordenadas que corresponden a cada sitio:

Colegio Holanda:
Colegio La Fuente:
Estación de servicio El Guayabal:
Vereda San Miguel:
Colegio Mesa de Jéridas:

Esta situación problema busca analizar la capacidad de lectura y ubicación de puntos por sus coordenadas a través de sitios representativos de la región.

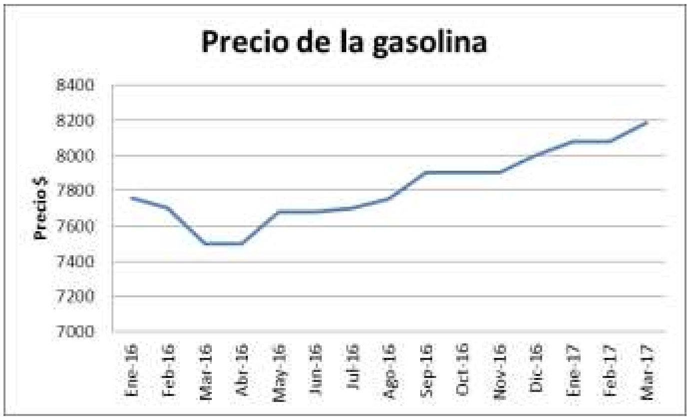
COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Procedimental	Operaciones		
	Relaciones	18	6

Tabla 3. Resultados situación problema 3.

En esta situación problema existió una comprensión generalizada en la ubicación de las coordenadas. Las falencias existentes se centran en el cambio que realizaron al utilizar los ejes invertidos, representando la primera coordenada en el eje vertical.

Situaciónproblema 4.

10. La estación de servicio El Guayabal ha publicado en la cartelera una gráfica que indica el valor del galón de gasolina en pesos con respecto a cada uno de los meses transcurridos desde Enero 2016 hasta Marzo de 2017.



a. ¿Qué idea te da la gráfica con respecto al valor de la gasolina?
b. Al observar el mes de Mayo de 2016 ¿Cuál es el valor aproximado del galón de gasolina?
c. ¿Qué ocurrió en los meses de Septiembre a Noviembre del 2016?
d. ¿En qué período de tiempo el precio de la gasolina fue mayor a $7700 y menor a 8100?

Esta situación problema apunta a establecer la capacidad del estudiante en la lectura e interpretación de una gráfica a través de la variación del precio de la gasolina en un determinado número de meses en una estación de servicio cercana a la institución.

Numeral 4, Literal a

a. ¿Qué idea te da la gráfica con respecto al valor de la gasolina?

COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Conceptual	Aplicabilidad	5	19
	Representación		

Tabla 4. . Resultados situación problema 4a.

Los estudiantes respondieron equivocadamente analizando sólo un valor de la gráfica (4 estudiantes), solamente cada uno de los valores extremos de la gráfica (14 estudiantes) sin realizar la interpretación de la gráfica describiendo de forma global la gráfica representada, atendiendo a sus características generales, es decir, a las variaciones que presenta a lo largo de los 15 meses.

Numeral 4, Literal b

b. Al observar el mes de Mayo de 2016 ¿Cuál es el valor aproximado del galón de gasolina?

COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Conceptual	Aplicabilidad	23	1

	Representación		

Tabla 5. Resultados situación problema 4b.

Se realizó una lectura efectiva de la gráfica relacionando un valor de una de las variables para así hallar el valor correspondiente de la otra. Esto recalca la facilidad del estudiante en resolver puntos determinados en una gráfica; caso contrario ocurre al analizar la totalidad de la misma.

Numeral 4, Literal c

c. ¿Qué ocurrió en los meses de Septiembre a Noviembre del 2016?

COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Conceptual	Aplicabilidad	21	3
	Representación		

Tabla 6. Resultados situación problema 4c.

Este literal arrojó buenos resultados en los estudiantes al realizar la interpretación de la gráfica, en este caso considerando que el precio no variaba o se mantenía "estable" como afirmaron la mayoría de ellos en sus respuestas.

Numeral 4, Literal d

d. ¿En qué período de tiempo el precio de la gasolina fue mayor a $7700 y menor a 8100?

COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Conceptual	Aplicabilidad	4	20
	Representación		

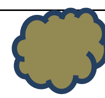
Tabla 7. . Resultados situación problema 4d.

En este caso la interpretación de la gráfica a través de un intervalo en el que se o modifica el comportamiento de la misma en relación al precio de la gasolina presento falencias en la mayoría de estudiantes al no responder con el rango de meses adecuados, incluyendo meses que no eran afines a la condición inicial o excluyendo meses que cumplían con la condición.

Situación problema 5.

Esta situación problema plantea una tabla de valores para que a través de una visión cuantitativa se establezca una correspondencia que permita hallar otro valor de la tabla y posteriormente construya la expresión algebraica correspondiente.

11. La Huerta Biológica está obsequiando bonos de cortesía a los visitantes según la cantidad de boletas que adquieran al ingresar al parque; la información se indica en la siguiente tabla:

Boletas de ingreso	**1**	**3**	**4**	**7**	**…**	**n**
Bonos de cortesía	8	10	11		…	

La temporada invernal ha ocasionado que caiga barro sobre el aviso, ocultando la cantidad de bonos cuando ingresan 7 personas.

a. ¿Cuál es la cantidad de bonos que le corresponderían a un grupo de visitantes que compra 7 boletas?

b. ¿Qué expresión correspondería a la cantidad de bonos entregada a un grupo compuesto por **n** personas?

Numeral 5, Literal a

a. ¿Cuál es la cantidad de bonos que le corresponderían a un grupo de visitantes que compra 7 boletas?

COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Procedimental	**Operaciones**	10	14
	Relaciones		

Tabla 8. Resultados situación problema 5a.

Una cantidad cercana a la mitad de estudiantes determinaron el patrón y encontraron el valor faltante; las personas que no encontraron la respuesta correcta presentan falencias para establecer patrones y resolver el cuestionamiento estableciendo relaciones erróneas entre las cantidades que intervienen en la situación problema, por ejemplo multiplicando las boletas de ingreso por sí mismas, por el doble, o sumando valores que estaban en la tabla para obtener un resultado.

Numeral 5, Literal b

COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Conceptual	Aplicabilidad		
	Representación	4	20

Tabla 9. Resultados situación problema 5b.

El resultado de esta situación problema indica las dificultades que poseen los estudiantes para construir una expresión empleando lenguaje algebraico utilizando fórmulas que no se ajustan a la expresión solicitada, por ejemplo: 7n, n bonos, X, n.x (7 estudiantes). Otros emplean como respuesta valores numéricos obviando la presencia de la variable **n,** por ejemplo: 0 bonos, 7 bonos (4 estudiantes).El resto de estudiantes no respondió la pregunta.

Situaciónproblema 6.

12. La constructora Incomesa está efectuando la venta de lotes urbanísticos por un valor de $100´000.000 a crédito; se paga una cuota inicial de $30’000.000 y 28 cuotas de 2’500.000.

    a. ¿Cuál es la cantidad de dinero que se ha cancelado cuando se han pagado 15 cuotas?
        i. 30’000.000
        ii. 67’500.000
        iii. 37’500.000
        iv. 100’000.000
    b. ¿Qué expresión me permite representar la situación anterior?
        i. y = 30´000.000 + n

ii. y = 2´500.000n
iii. y = 2´500.000n + 30´000.000
iv. y = 2´500.000n - 30´000.000

Numeral 6, Literal a

a. ¿Cuál es la cantidad de dinero que se ha cancelado cuando se han pagado 15 cuotas?
   v. 30’000.000
   vi. 67’500.000
   vii. 37’500.000
   viii. 100’000.000

COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Procedimental	**Operaciones**	6	18
	Relaciones		

Tabla 10. Resultados situación problema 6ª

La principal falencia observada en esta situación problema se registró debido a que el estudiante realizaba la multiplicación del valor de la cuota mensual por el número de cuotas, pero olvidaba sumarle la cuota inicial seleccionando la opción número iii. 37’500.000, realizando un cómputo inadecuado de la expresión verbal planteada (16 estudiantes); los otros 2 estudiantes realizaron las operaciones indicadas pero obtuvieron un resultado erróneo.

Numeral 6, Literal b

b. ¿Qué expresión me permite representar la situación anterior?
   ix. y = 30´000.000 + n
   x. y = 2´500.000n
   xi. y = 2´500.000n + 30´000.000
   xii. y = 2´500.000n - 30´000.000

COMPONENTE	CATEGORIA	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Conceptual	**Aplicabilidad**		
	Representación	12	12

Tabla 11. Resultados situación problema 6b.

Esta pregunta presenta la particularidad de ser acertada por la mitad de los estudiantes y denota la diferencia entre pedirle al estudiante construir la fórmula (Numeral 5, Literal b) y otorgarle un conjunto de opciones. 5 estudiantes determinaron la expresión algebraica de manera errónea al basarse en el proceso numérico efectuado en el literal anterior (Multiplicar las cuotas y no sumar la cuota inicial).

CONCLUSIONES

- La mayoría de los estudiantes establecen asociaciones longitud-número empleando la recta numérica.
- La mayoría de los estudiantes representan información empleando diagramas de barras para asociar las variables mencionadas en la situación problema.
- Algunos estudiantes presentan dificultades en la identificación y representación de coordenadas al conformar las parejas invirtiendo los ejes sin fijar un criterio para asociar cada coordenada a un eje determinado: Primera coordenada (Eje horizontal), segunda coordenada (Eje vertical).
- Gran parte de los estudiantes presentan dificultades en su capacidad de análisis de una situación global representada por una gráfica, centrándose sólo en sus valores extremos e ignorando las variaciones a lo largo de la misma.
- Caso contrario ocurre al analizar un punto determinado de la gráfica para encontrar otro valor relacionado o un intervalo en el que el valor permanece constante; la mayoría respondió correctamente. No existe la transición para pasar de una situación "punto a punto" a una global.
- Cuando una gráfica presenta intervalos cuya principal característica es la variación de sus valores, aumentando y/o disminuyendo los mismos; surgen dudas en los estudiantes, quienes no logran identificar el intervalo correcto debido a la inclusión de valores inadecuados al planteamiento inicial o a la exclusión de datos que hacen parte de la respuesta.
- Las situaciones problema presentadas a través de tablas inician en el estudiante el desarrollo del pensamiento variacional, a través de los procesos aritméticos y

detección de patrones que algunos estudiantes aún no reconocen y conllevan a una mala escritura de la expresión algebraica correspondiente.

- La solución de situaciones problema es una actividad que nos permite establecer relaciones entre mundos en continuo cambio, identificar y mejorar aspectos relacionados con el pensamiento variacional y particularmente con el concepto de función a través de los enunciados verbales, las representaciones en tabla, las gráficas y las representaciones algebraicas.

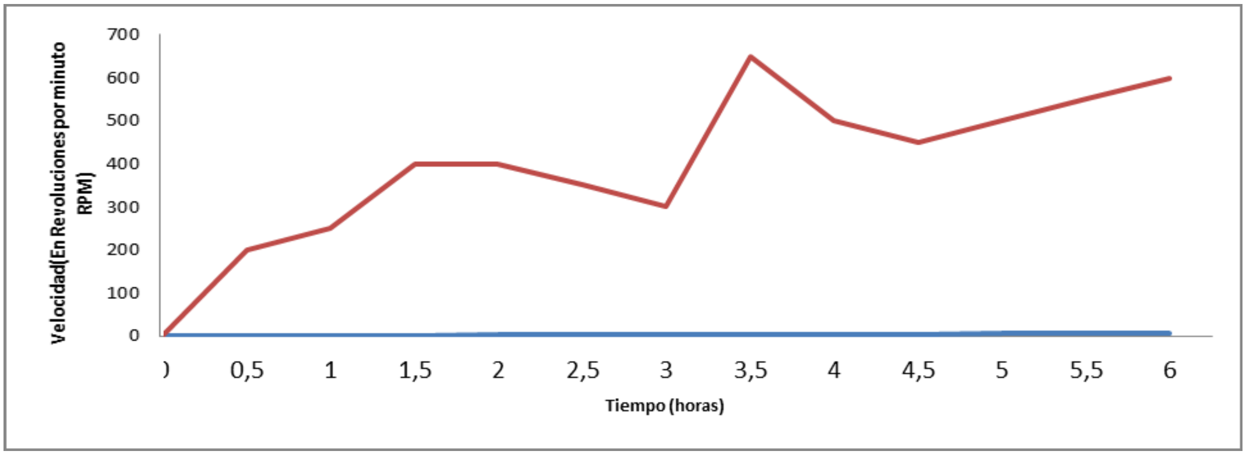
Anexo C. Prueba final

COLEGIO AGROECOLÓGICO HOLANDA

Fundación Alejandro Galvis Galvis - Piedecuesta

PRUEBA FINAL DE MATEMÁTICAS 9°. PROFESOR: Edwing García.

La empresa Café Mesa de los Santos cuenta con un molino para procesar el grano producido. La gráfica a continuación muestra las revoluciones por minuto (RPM) relacionadas con el tiempo de funcionamiento en un día.



Con la información anterior responda las preguntas 1 a la 4.

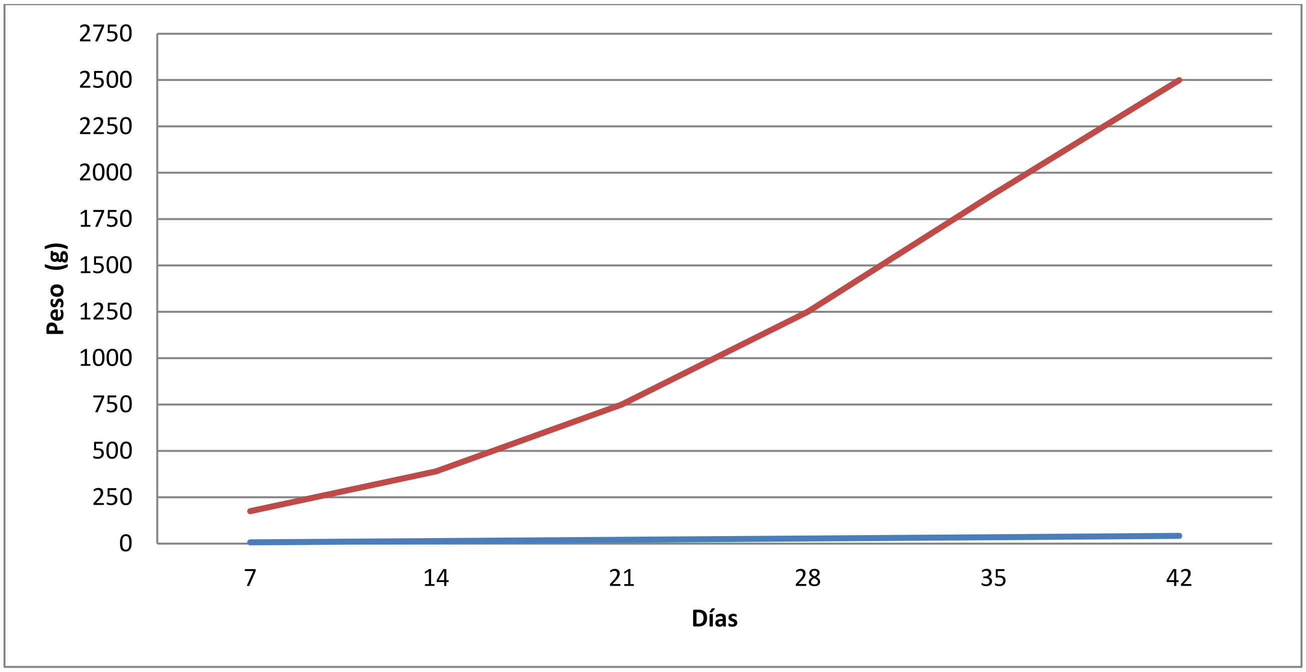
1. El molino aumentó su velocidad de manera más rápida entre
   a. La hora 1 y la hora 1,5.
   b. La hora 3,5 y la hora 6.
   c. La hora 3 y la hora 3,5
   d. La hora 1,5 y la hora 2.

2. La velocidad se mantuvo constante durante
   a. La hora 0,5 y la hora 1
   b. La hora 2 y la hora 3
   c. La hora 0 y la hora 6
   d. La hora 1,5 y la hora 2.

3. ¿Qué expresión representa la relación entre la velocidad (v) y el tiempo (t) durante la hora 4,5 y la hora 6 de funcionamiento del molino?
   a. v= 10t
   b. v=4,5t
   c. v=100t
   d. v=2t

4. ¿Cuánto tiempo transcurre, desde el momento en que el molino empieza a disminuir su velocidad por **segunda** vez, hasta cuando vuelve a aumentarla?
   a. 4,5 horas
   b. 1 hora
   c. 0,5 horas
   d. 3 horas

5. Una empresa de alimento para aves muestra en la siguiente gráfica la variación del peso de un pollo de engorde respecto a su edad en días.



¿En cuál de las siguientes tablas la información corresponde a lo mostrado en la gráfica?

a.

Día	Peso (g)
0	175
14	390
21	785
28	1275
35	1885
42	2540

b.

Día	Peso (g)
7	50
14	500
21	750
28	1275
35	2000
42	2540

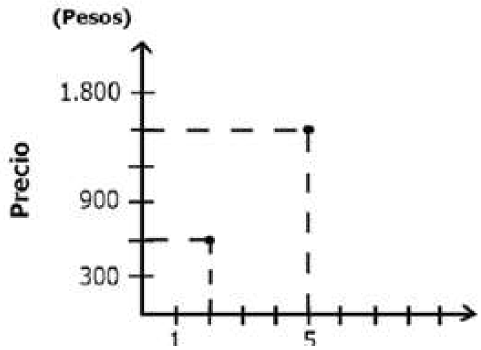
c.

Día	Peso (g)
7	175
14	390
21	750
28	1250
35	1885
42	2500

d.

Día	Peso (g)
7	250
14	500
21	750
28	1250
35	1750
42	2250

6. En un local de la plaza campesina cada dulce de café tiene el mismo precio. La siguiente gráfica relaciona el número de dulces y el precio correspondiente.



Cantidad de dulces de café

¿Cuál es el mayor número de dulces de café que se puede comprar con 2000 pesos?

a. 5
b. 6
c. 4
d. 7

Un local de venta de camisetas en Panachi, le paga a sus empleados $400000 mil de salario básico, más una comisión de $2000 pesos por cada camiseta que vendan. La siguiente tabla representa la relación entre el pago que recibe un empleado y el número de camisas vendidas.

Número (C) de camisetas vendidas	Pago (S) en pesos
1	402000
2	404000
3	406000
4	408000

Basado en la información anterior, conteste las preguntas 7 y 8.

7. Si en el transcurso del mes, un empleado logra vender 16 camisetas. ¿Cuántodinerorecibiríaporsutrabajo?
   a. $416000
   b. $432000
   c. $400016
   d. $6400000

8. ¿Qué expresión algebraica representaría el pago (S) de un empleado al vender un número (C) de camisas?
   a. S = 2000C – 400000
   b. S= 16 C + 400000
   c. S= 2000C + 400000
   d. 400000C

9. Cada uno de las actividades, representaciones, y características que hemos visto a lo largo de estas secuencias didácticas conforman el concepto matemático de función. Según lo anterior, ¿Qué es una función?

Las preguntas fueron elaboradas según los modelos de preguntas de las pruebas SABER 2012-2015 y adaptadas al contexto de la institución.

Estructura de la preguntas

Pregunta 1 y 2

Competencia: Razonamiento y argumentación. ***Afirmación:*** Interpretar tendencias que se presentan en una situación de variación.

Pregunta 3 y 4

Competencia: Comunicación, representación y modelación. ***Afirmación***: Identificar características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan.

Pregunta 5

Competencia: Comunicación, representación y modelación. ***Afirmación:*** Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación.

Pregunta 6

Competencia: Planteamiento y resolución de problemas. ***Afirmación:*** Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

Pregunta 7, 8 y 9

Competencia: Comunicación. ***Afirmación:*** Usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación y viceversa.

Anexo D. Análisis prueba final

Resultados y análisis de prueba final

La prueba final se realiza a un grupo de 24 estudiantes del grado 902 en la Sede A del Colegio Agroecológico Holanda. Esta prueba tiene como finalidad evidenciar la comprensión del concepto de función. Su formato es tipo prueba SABER, con la particularidad de la justificación de cada respuesta, con el fin de no dejar al azar los resultados obtenidos. La prueba tiene una duración de una hora.

Preguntas relacionadas con la competencia: ***Razonamiento y argumentación***

Preguntas	**Tipo de respuesta**			
	Respuestacorrecta con justificación	**Respuestacorrecta sin justificación**	**Respuesta incorrecta con justificación acertada (Error en la selección de la opción)**	**Respuesta incorrecta con justificación errada o sin justificación**
1	15	1	0	8
2	22	1	0	1

Estas dos preguntas basadas en la interpretación de tendencias que se presentan en una situación de variación, muestran un resultado positivo, en el que la mayoría contestó y justificó correctamente determinando el comportamiento de la gráfica de manera segura.

Preguntas relacionadas con la competencia: ***Comunicación, representación y modelación***

Preguntas	Tipo de respuesta			
	Respuestacorrecta con justificación	Respuestacorrecta sin justificación	Respuesta incorrecta con justificación acertada (Error en la selección de la opción)	Respuesta incorrecta con justificación errada o sin justificación
3	9	0	0	15
4	10	3	0	11
5	19	2	0	3

La pregunta número 3 relacionada con la identificación de las características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan, presentó un nivel de acierto por debajo del 50%; lo anterior debido a que no tomaron el intervalo adecuado y erraron en la obtención de la expresión algebraica al asociar los valores de la ecuación como múltiplos de 10 y no de 100. como era lo correcto, evidenciando errores en las operaciones con números decimales.

La pregunta 4 relacionada con la misma temática, presenta valores por debajo del 50%, debido a que la mayoría de los estudiantes no tuvieron en cuenta el enunciado que menciona la disminución de la velocidad por *segunda* vez, la mayor parte respondió la pregunta relacionando con el primer decrecimiento de la gráfica señalada.

La pregunta 5 la cual busca que el estudiante reconozca relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analice la pertinencia de la representación, presenta valores cercanos al 80% de respuestas correctas estableciendo una buen manejo de la conversión entre la representación gráfica y la tabular.

Preguntas relacionadas con la competencia: ***Planteamiento y resolución de problemas***

Preguntas	**Tipo de respuesta**			
	Respuestacorrecta con justificación	**Respuestacorrecta sin justificación**	**Respuesta incorrecta con justificación acertada (Error en la selección de la opción)**	**Respuesta incorrecta con justificación errada o sin justificación**
6	16	2	1	5

El numeral 6 cuyo objetivo está enfocado en resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos, presenta un porcentaje de precisión por encima del 50%.

Preguntas relacionadas con la competencia: ***Comunicación***

Preguntas	**Tipo de respuesta**			
	Respuestacorrecta con justificación	**Respuestacorrecta sin justificación**	**Respuesta incorrecta con justificación acertada (Error**	**Respuesta incorrecta con justificación errada o sin**

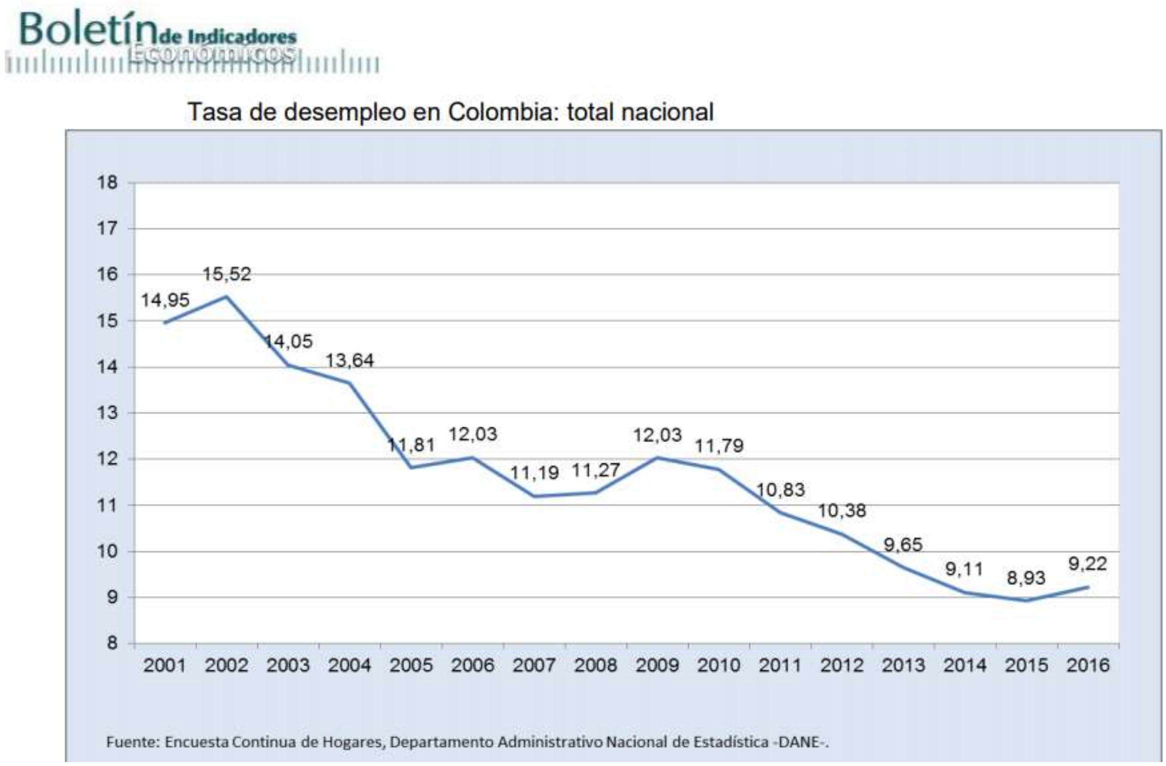
			en la selección de la opción)	**justificación**
7	21	2	0	1
8	14	3	0	7

La preguntas 7 y 8 están asociadas a usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación y viceversa. En este caso en la pregunta 7, la interpretación de la representación tabular para obtener un dato particular emplearon las operaciones indicadas la mayoría de los estudiantes. En el caso 8, aunque más de la mitad contestó correctamente, aún existen dificultades para establecer la expresión algebraica. En la pregunta 9 un porcentaje cercano al 50% describió una función como la relación entre 2 variables y/o su dependencia, la representación más usada para ejemplificarla es la tabular y posteriormente la gráfica. Algunos sólo escribieron un ejemplo idéntico al de la evaluación final, y unos pocos simplemente obviaron la pregunta.

Anexo E. Prueba Adicional

COLEGIO AGROECOLÓGICO HOLANDA
Fundación Alejandro Galvis Galvis - Piedecuesta
PRUEBAADICIONAL DE MATEMATICAS 9°. PROFESOR: Edwing García.

El Banco de la República publica una gráfica con los valores de las tasas de desempleo en Colombia de 2001 a 2016. Con base a la siguiente información responde las preguntas 1 a 3.



Tomado de: http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/paginas/bie.pdf

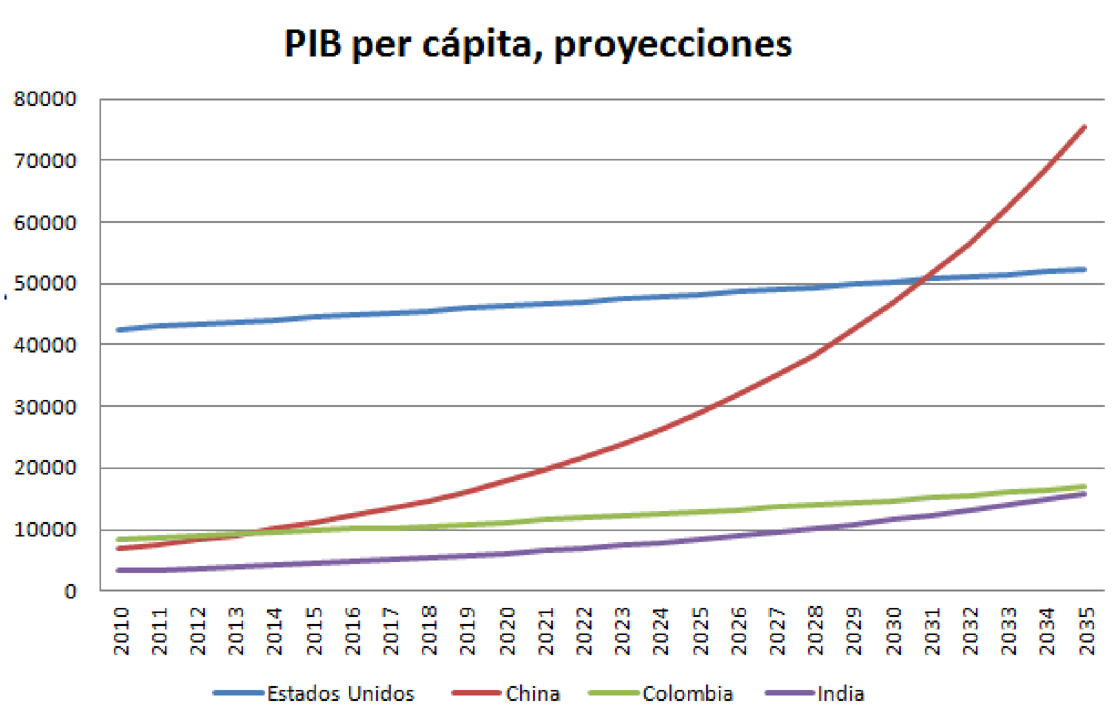
1. Describa con sus propias palabras lo que ocurre en los años 2006 a 2011

____
____
____

2. En el período 2005-2006, ¿Considera que una cantidad significativa de personas consiguió empleo? Justifique su respuesta.

____
____
____

El Producto Interno Bruto (PIB) per cápita, se calcula para determinar el ingreso promedio de los habitantes de una nación, además permite establecer el ritmo de progreso de un país y crear proyecciones de su comportamiento. A partir de la siguiente gráfica que muestra el PIB per cápita de 4 países en dólares con respecto a cada año; responda las preguntas de la 3 a la 6.



Tomado de http://franciscoazuero.blogspot.com.co/2011/

3. En los años 2010 a 2012, ¿cuáles son los dos países que tienen el PIB per cápita más bajo? ¿Por qué?

____

____

4. ¿En qué año el PIB per cápita de China se igualará al de Estados Unidos? ¿Por qué?

____

____

5. ¿Qué debe ocurrir para que Colombia tenga éste indicador al nivel de China o Estados Unidos?

____

____

6. En la actualidad, ¿cómo es la calidad de vida de un habitante de la India con respecto a uno de Estados Unidos? ¿Por qué?

____

____

A través del simulador web de Apuestas La Perla, se puede averiguar el monto a pagar por cada peso apostado para su modalidad de 3 cifras. Con base en esa información responde las preguntas 7 y 8.

Tomado de : http://www.perlatodo.com/

7. Un trabajador de la casa chancera necesita averiguar el valor que se debe pagar al apostar $500, $1000, y $1500 y entregar el dinero a cada ganador. Si el internet está caído y sólo conoce el valor a pagar por $1 apostado. ¿Puedes ayudarle a entregar los premios correctamente?

Valor apostado ($)	Premio ($)
1	450
500	
1000	
1500	

8. ¿Qué expresión algebraica representaría el valor ganado al apostar X pesos?. Justifique su respuesta
   a. 1500X
   b. 450X

c. 1X
d. 450 + X

Lea con atención el fragmento publicado en el diario La Patria, y responda la siguiente pregunta

LA PATRIA.COM

Google Búsqued

Noticias de Manizales y Caldas, Julio 14 2017

ECONOMÍA Lunes, Julio 10, 2017

Unos ganan y otros pierden con el impuesto a las bolsas

Foto | Freddy Arango | LA PATRIA Ana María Bañol, líder de Creaciones Samaria, asegura que la clientela ha aumentado. Las bolsas más vendidas son las de cambre, tienen un precio que oscila entre los $1.300 y $2 mil 500.

*Se debe pagar $20 por cada bolsa plástica que reciba en una caja registradora, incluyendo domicilios. El precio de esta irá aumentando $10 pesos cada año hasta llegar a los $50, en el 2020. En la factura debe aparecer el número de bolsas y el valor del impuesto. Así lo establece la Reforma Tributaria aprobada el año pasado.

Tomado de: https://goo.gl/UPQSbd

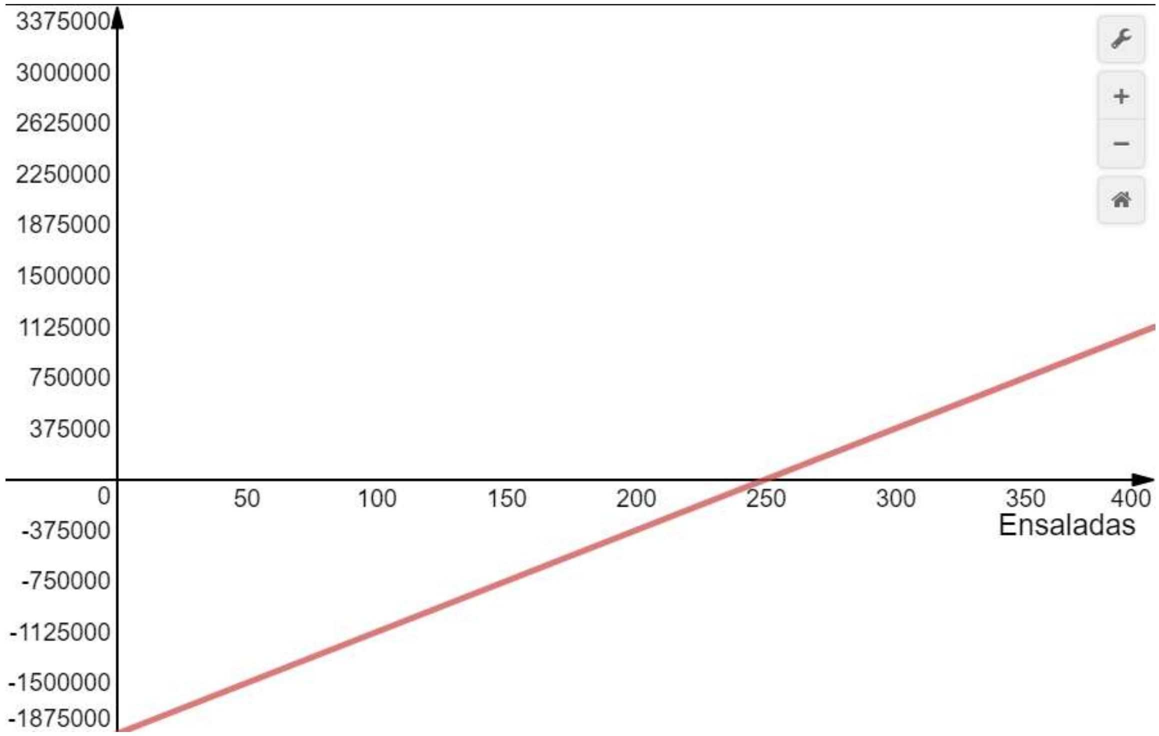
9. Basado en el texto anterior, construya una gráfica que indique el valor del impuesto a las bolsas con respecto a cada año.

Doña Clara tiene un local en el mercado campesino; allí vende ensalada de frutas, a $7500 cada una. Los gastos mensuales son de $1’875.000.

Tomado de: https://goo.gl/zyiTP7

Utiliza una de las siguientes dos representaciones para obtener la cantidad mínima de ensaladas que debe vender Doña Clara para cubrir sus gastos y empezar a obtener ganancias.

Representación 1



Tomado de: https://www.desmos.com/calculator/q2t8awqj4o

Representación 2

$C(x) = 7500x - 1875000$

10. ¿Qué representación utilizó? Escriba el procedimiento que utilizó para encontrar la respuesta.

11. ¿Por qué no empleó la otra representación para solucionar el problema?

____
____
____
____
____

12. Bono Extra: “En busca de la función perdida”. En este numeral se les solicita a los estudiantes buscar en su entorno, junto con su familia una representación de función, aplicarle un proceso de conversión y registrarlo de forma fotográfica. (Anexos fotográficos).

Anexo F. Análisis de la prueba adicional

Resultados y análisis prueba adicional

Esta prueba fue realizada al grupo de 24 estudiantes del grado 902 de la sede A del Colegio Agroecológico Holanda. Esta prueba tiene como objetivo evidenciar la permanencia del concepto a través de preguntas obtenidas en informes publicados por medios masivos como periódicos, revistas, noticieros y páginas web. Además se complementa con situaciones cotidianas que contienen las diferentes representaciones vistas a lo largo de las secuencias didácticas.

Las preguntas se analizaron según su clasificación conceptual o procedimental y los procesos de traducción expuestos por Janvier (Citado por Azcarate (1990)).

Preguntas 1 a 6

COMPONENTE	TRADUCCIÓN	RESPUESTA		
		Pregunta	Correcta	Incorrecta
Conceptual	Interpretación (Gráfico a Descripción verbal)	1	11	10
		2	12	9
		3	14	7
		4	9	12
		5	9	12
		6	9	12

Estas preguntas están presentes en la mayor parte de la prueba debido a la frecuencia en la que las representaciones gráficas están presentes en los medios de comunicación como una forma de visualizar la información.

En general, los aspectos por mejorar en los estudiantes están presentes en la interpretación de intervalos de la misma. Lo anterior debido a que los estudiantes realizan una descripción de un punto determinado (uno o los dos extremos del intervalo) o realizan el análisis de algunos componentes sin realizar una descripción global de acuerdo con las características de variación de la gráfica, como afirma Azcarate (1990).

En las preguntas 1 y 2 cabe resaltar como los estudiantes argumentan su descripción del comportamiento de la gráfica calculando la diferencia de la tasa entre años consecutivos.

Las preguntas relacionadas con el Producto Interno Bruto contrastaron en cuanto a que la descripción inicial correspondiente a la pregunta 3 fue realizada por más de la mitad de los estudiantes identificando los valores más bajos; pero en la siguiente pregunta menos de la mitad no acertaron el punto de corte de las dos rectas teniendo un desfase de un año en el cruce correcto, y algunas de las personas que acertaron se apoyaron trazando líneas punteadas a partir del eje localizando las coordenadas correctas.

Al indagarles acerca de cómo lograr que el país mejore este indicador económico, menos del 50% de los estudiantes emplearon la información de la gráfica para hacer referencia a los ingresos. Sus respuestas se basaron en críticas a la falta de empleo, la corrupción, los recursos naturales, etc, lo anterior ocasionado posiblemente por la característica de pregunta abierta de la misma, que dio lugar a esas inferencias.

La pregunta 6, que preguntaba acerca de la calidad de vida de los habitantes de India y EEUU, se justificó con base en los datos de la gráfica y algunos estudiantes mencionaron aspectos generales de las condiciones de vida de los ciudadanos.

Pregunta 7

COMPONENTE	TRADUCCIÓN		RESPUESTA	
		Pregunta	Correcta	Incorrecta
Procedimental	Medida (Descripción verbal a tabular)	7	16	5

Esta pregunta tuvo un amplio porcentaje de estudiantes que realizaron las operaciones de manera correcta completando la tabla indicada en el ejercicio. Algunos estudiantes realizaron operaciones matemáticas de manera errada o que no correspondían a lo solicitado (por ej. suma).

Pregunta 8

COMPONENTE	TRADUCCIÓN	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Conceptual	Ajuste (Tabla a expresión algebraica)	13	8

En esta pregunta, se observa que más de la mitad de los estudiantes seleccionaron y justificaron la escogencia de la expresión algebraica, relacionándola con el valor pagado al apostar 1 peso. Algunos estudiantes seleccionaron la expresión 1500x o 1X relacionando con datos pertenecientes a la tabla pero que no correspondían a la expresión algebraica solicitada.

Pregunta 9

COMPONENTE	TRADUCCIÓN	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Procedimental	Boceto (Descripción verbal a gráfica)	12	9

En esta pregunta, los aspectos por mejorar en algunos estudiantes están en la correcta selección de las escalas para graficar, posiblemente ocasionado por no tener útiles escolares adecuados para tomar las medidas correspondientes. Por otra parte existen estudiantes recursivos que anexan hojas cuadriculadas para realizar la gráfica correctamente.

Pregunta 10

COMPONENTE	TRADUCCIÓN	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Procedimental	**Posibilidades de resolución** **Interpretación (Gráfica a descripción verbal)** **Ajuste (Gráfica a expresión algebraica)** **Interpretación (Expresión algebraica a descripción verbal)**	12	9

Al analizar esta pregunta causa curiosidad que la mayoría de los estudiantes despejaron la ecuación algebraica para encontrar la solución, posteriormente algunos la verificaron observando la gráfica. Se recalca la utilización de las 2 representaciones en la mayoría de los estudiantes para encontrar la respuesta correcta. Sólo un estudiante dedujo la respuesta directamente de la gráfica. Un pequeño grupo comentó que el valor obtenido servía para pagar las deudas, pero para obtener algo de ganancia debía vender una ensalada de frutas más, complementando la respuesta obtenida.

Pregunta 11

COMPONENTE	TRADUCCIÓN	RESPUESTA	
		Correcta	Incorrecta
Conceptual	**Explicación de por qué no utilizó el ajuste o alguno de los tipos de interpretación para resolver el problema.**	12	9

Curiosamente, la expresión algebraica fue la más utilizada, pero en la mayoría de los casos, apoyada por la representación gráfica como mecanismo de comprobación de la respuesta o de reemplazo de la expresión algebraica.
Aunque en comparación con la prueba anterior los porcentajes disminuyeron; el descenso no fue considerable a pesar del intervalo de tiempo entre una prueba y otra.

Con respecto a la actividad 12, se adicionan algunos registros fotográficos en los anexos.
Azcarate, C., y Defelou, J. (1990). *Funciones y gráficas.* Madrid: Sintesís.

Anexo G

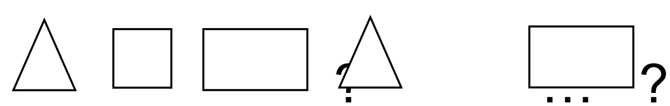
Secuencias didácticas

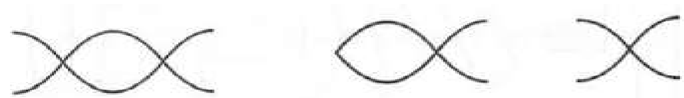
	COLEGIO AGROECOLOGICO HOLANDA FUNDACION ALEJANDRO GALVIS GALVIS PLAN DE CLASES – SECUENCIA DIDACTICA I	FORMATO : CH 053 VERSION: 01 2017 PAGINAS 1 DE 1

DOCENTE: Edwing Enrique García Villabona	AREA: Matemáticas	GRADO:9°	PERIODO: II

ESTANDARES: Identifica relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.	SESIONES PROGRAMADA 4 sesiones de 1 hora	FECHA DE INICIO:	FECHA FINAL:
COMPETENCIAS:			

COHERENCIA	DESEMPEÑOS ESPERADOS	PRESABERES Y SABERES CLAVES
	Identificar el uso de las gráficas como sistemas de representación que permiten construir e interpretar patrones de variación y dependencia.	Gráficas, Ejes, Plano cartesiano, Variación, Dependencia, Puntos, Representación.

SECUENCIA PARA EL LOGRO DE COMPETENCIA	ACTIVIDADES	METODOLOGIA	RECURSOS	TIEMPO
EXPLORACION En este momento se motiva a los estudiantes hacia un nuevo aprendizaje, reconociendo sus saberes previos frente al estándar a abordar y/o actividades, la importancia y necesidad de dicho aprendizaje.	Los estudiantes ubicarán su pupitre a los costados del salón para dejar libre la zona central. Se conformarán equipos de 5 integrantes cada uno. A cada grupo se le hará entrega de un determinado número de figuras geométricas elaboradas con palitos de paleta para que las sitúen según el orden dado por el docente.  Paso 1 Paso 2 Paso 3 Paso 4 Paso 5 Paso 6 … Paso 12	Participación de los estudiantes. Utilización de material concreto Trabajo colaborativo	Tablero Marcadores Palitos de paletas	4 sesiones de 1 hora

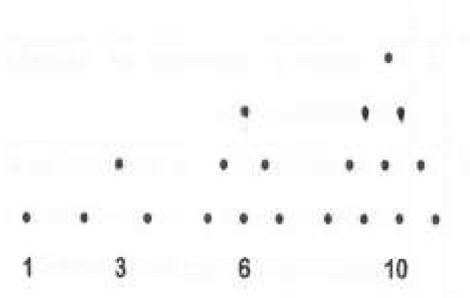
	Una vez ubicadas las figuras guía se les preguntará que particularidad observan en las figuras colocadas; posteriormente solicitará a los estudiantes determinarán que figura geométrica iría ubicada en el paso 5 y en el 12. Al concluir la actividad anterior, el docente representará las siguientes figuras en el tablero y determinarán la respuesta del patrón de crecimiento o decrecimiento.(15 minutos).  ?... ? Paso 1 Paso 2 Paso 3… Paso 20  ? Paso 1 Paso 2 Paso 3 Paso 4			

SECUENCIA PARA EL LOGRO DE COMPETENCIA	ACTIVIDADES	METODOLOGIA	RECURSOS	TIEMPO
ESTRUCTURACION DE LA CLASE	El docente empleando el tablero elaborará la siguiente situación:			

En este momento el docente orienta hacia conceptualización, enseñanza explicita y modelación con relación a desempeños esperados.

Hace la modelación y verifica la comprensión de los aprendizajes.

Plantea la secuencia de actividades a desarrollar teniendo en cuenta los tiempos, la organización de los estudiantes y el producto esperado.



?

…

Paso 1 Paso 2 Paso 3 Paso 4… Paso 5…

Los estudiantes decidirán la cantidad de pelotas que dibujará, su distribución y su valor numérico.

Una vez determinadas las respuestas se les realizara la siguiene pregunta:

¿Qué característica en común tenían cada uno de los ejercicios que hemos visto hasta el momento?

Posteriormente se realizará la siguientes actividades de manera individual.

- La avícola el Guamito publica una tabla que muestra la clasificacion de los huevos de gallina frescos según el peso.

La tipografía sufrió un desperfecto y no imprimió los pesos para los huevos tipo AAA y tipo B.

Tipo	**Jumbo**	**AAA**	**AA**	**A**	**B**
Peso (g)	80	?	64	56	?

Encuentra el peso de los tipos de huevo faltantes.
Explica de qué manera encontraste la respuesta.

-La estación de servicio El Guayabal publica una lista de precios según el galón de gasolina.

Galón	Precio $
1	$8000
2	$16000
3	$24000
4	?
….	
15…	?
N	?

¿Cuál es el valor de 15 galones?, ¿y de n galones?

Nota:
*Si persisten las dudas sobre el número n y su expresión algebraica se hará un breve repasosobre como escribir expresiones sencillas como : "Un número n aumentado en 7", "El triple de n", etc.
- Juanita tiene una venta de dulces y le encanta organizarlos en cajas jugando con los números. En esta ocasión los ubica de los siguiente manera:

1 4 9 16 ?... n

Caja 1 Caja 2 Caja 3 Caja 4 Caja 5 Caja n

¿Cuál es la cantidad de caramelos en la caja 5?, ¿ y en la caja n? (10 minutos)

La pizzerría Macuto presenta una variedad de opciones para porcionar la pizza. Observa la siguiente secuencia:

1/2 1/4 1/8 1/16 ?/? … ?/? …

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Paso 1 Paso 2 Paso 3 Paso 4 Paso 5 … Paso n

¿Qué número iría en la posición 5? ¿Por qué?
¿qué expresion correspondería a la posición n?

*¿Qué características tienen los valores de cada una de las secuencias y tablas vistas?</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>PRACTICA - EJECUCION Y TRANSFERENCIA

Acciones de aprendizaje según el uso de materiales y desempeños esperados. Relaciona los desempeños con el contexto del estudiante.

Planea como socializar y transferir lo aprendido con el fin de consolidar aprendizajes</td>
<td>Para complementar la clase y comprobar la asimilación del tema los estudiantes resolverán las siguientes situaciónes-problema.

- Dulces Alba acaba de lanzar una promoción al comprar cualquiera de sus dulces. La promoción esta señalada en la siguiente tabla:

<table>
<tr><td>Paga</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>20…</td><td>N</td></tr>
<tr><td>Lleva</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>?...</td><td>?</td></tr>
</table>

¿Cuántos dulces llevaría alguien que compre 20 de ellos?

¿Qué expresión se utilizaría al comprar n caramelos?

- Juan ve en una tienda deportiva un balón de futbol, y decide hablar con sus amigos para comprarlo. De manera que fuera sencillo para él saber cuánto tenían que aportar sus compañeros; Juan elaboró la siguiente tabla.</td>
<td></td>
<td></td>
<td>50 minutos</td>
</tr>
</table>

	<table><tr><td>Amigos</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>20…</td><td>N</td></tr><tr><td>Dinero $</td><td>80000</td><td>40000</td><td>26666</td><td>¿?</td><td>¿?</td><td>¿?</td></tr></table> Determinar los valores faltantes y la cantidad de dinero para n amigos. Retroalimentación			

SECUENCIA PARA EL LOGRO DE COMPETENCIA	BITACORA
EVALUACION FORMATIVA	Actividades con material concreto y complementarias para el trabajo con patrones En esta actividad, la utilización de material concreto llamó la atención de los estudiantes, se mantuvo una permanente atención. El trabajo colaborativo contribuyó a que el estudiante interactué con sus compañeros, corrija sus desaciertos y sirva de apoyo a sus compañeros durante el proceso de aprendizaje. Según los lineamientos del (MEN, 1998) “Es importante que los alumnos se sensibilicen ante los patrones que se encuentran a diario en diversas situaciones, a describirlos y a elaborar modelos matemáticos de esos patrones y a establecer relaciones.” Al asignar una serie de números naturales a las secuencias de figuras para que el estudiante determine cuál objeto debe ocupar esa posición, los estudiantes asimilaron la actividad y pusieron en juego la idea de función de acuerdo con lo expuesto por (Godino y Font, 2003). Al preguntar al estudiante por qué ubicó determinada figura geométrica en el paso señalado, algunos mencionaron en sus explicaciones el término “secuencia” y otros emplearon la expresión “patrón”. Cuando se le preguntó al estudiante ¿Qué es un patrón? Lo definió como “una secuencia de símbolos que se repiten hasta cierto punto”; lo anterior coincide con el estándar asociado a este aprendizaje asociado al nivel de básica primaria y necesario para el

	estudio del concepto de función : "Identifico el patrón numérico de una secuencia y lo explico con palabras o tablas" (MEN, 2002). En la actividad de las líneas curvas entrecruzadas algunos estudiantes proponen diversas soluciones eliminando fragmentos equivocados. Algunos asumen que los lazos están separados y eliminan uno de ellos pero no descubren el patrón que les permita hallar la respuesta. Una estudiante interviene y dice "No es que se quite una línea o lazo, es que se quita un fragmento de la figura en la parte donde está el vértice en donde se unen las dos líneas hacia la izquierda, se va perdiendo la mitad y queda la forma de X" (Respuesta final) Cuando el profesor pregunta las diferencias entre el patrón de los círculos y el de las líneas entrecruzadas, muchos de los estudiantes mencionan que en la primera se "suman" y en la segunda se "restan", de esta manera los asocian con los patrones de crecimiento y decrecimiento. Actividades con tablas de valores y expresión algebraica Al revisar las tablas de Avícola El Guamito los estudiantes establecen dos tipos de respuestas para encontrar los valores faltantes, la disminución de 8 gramos de peso de cada tipo de huevo y la asociación de los pesos con los múltiplos de 8. El ejercicio de la estación de servicio El Guayabal, al ser mencionada una actividad de su cotidianidad les facilito la comprensión de la situación, detectando la variación de $8000 para cada galón y determinando los costos para los valores restantes. Al preguntar el valor de n galones, se presenta cierto grado de dificultad en la construcción de la expresión algebraica. Al hacer una revisión del procedimiento realizado para obtener los valores de la tabla, los estudiantes construyen la expresión algebraica 8000n y otros la escriben n8000; a través de un contrato didáctico determinamos escribir la variable al final y tomar 8000 n como respuesta. Esta situaciones planteadas, nos permiten observar que están acordes con los lineamientos (MEN, 1998)donde mencionan la importancia de emplear situaciones problema con los estudiantes para la construcción de expresiones algebraicas. La actividad de Dulces Alba, aunque estaba contextualizada y planteaba una expresión algebraica aditiva (f(x) =

	x+4; la manera como fue presentada la relación variable dependiente – variable independiente no fue la adecuada. La "promoción" que indicaba que si compraba cualquier cantidad de dulces recibías cuatro adicionales; fue desvirtuada por uno de los estudiantes quien expresó: "Esa promoción no tiene sentido, en mi caso iría en varias ocasiones y sólo compraría un dulce para quedarme con más cantidad de caramelos". Esta actividad debe ser replanteada cambiando la situación por otra que se adapte a una expresión algebraica a la cual se le suma una constante por Ej.: La comisión por ventas más el sueldo básico que recibe un empleado en uno de los negocios de prendas de vestir de la zona.

	COLEGIO AGROECOLOGICO HOLANDA FUNDACION ALEJANDRO GALVIS GALVIS PLAN DE CLASES – SECUENCIA DIDACTICA II	FORMATO : CH 053 VERSION: 01 2017 PAGINAS 1 DE 1

DOCENTE: Edwing Enrique García Villabona	AREA: Matemáticas	GRADO:9°	PERIODO: II

ESTANDARES: Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.	SESIONES PROGRAMADA 4 sesiones de 1 hora	FECHA DE INICIO:	FECHA FINAL:
COMPETENCIAS:			

COHERENCIA	DESEMPEÑOS ESPERADOS	PRESABERES Y SABERES CLAVES
	Identificar el estudio de las gráficas como sistema de representación que codifica aspectos relevantes de la variación.	Operaciones con números naturales y decimales, Ejes cartesianos, Puntos, Coordenadas, Constante, Variación, Dependencia.

SECUENCIA PARA EL LOGRO DE COMPETENCIA	ACTIVIDADES	METODOLOGIA	RECURSOS	TIEMPO
EXPLORACION En este momento se motiva a los estudiantes hacia un nuevo aprendizaje, reconociendo sus saberes previos frente al estándar a abordar y/o actividades, la importancia y necesidad de dicho aprendizaje.	Se realizará una conexión con un ejercicio elaborado en la sesión anterior. La estación de servicio El Guayabal publica una lista de precios según el galón de gasolina.	Participación de los estudiantes. Trabajo colaborativo	Tablero Marcadores	

Galón	Precio $
1	$8000
2	$16000
3	$24000
4	?
….	
15…	?

	n | ? ¿Cuál es el valor de 15 galones?, ¿y de n galones?			

SECUENCIA PARA EL LOGRO DE COMPETENCIA	ACTIVIDADES	METODOLOGIA	RECURSOS	TIEMPO
ESTRUCTURACION DE LA CLASE En este momento el docente orienta hacia conceptualización, enseñanza explicita y modelación con relación a desempeños esperados. Hace la modelación y verifica la comprensión de los aprendizajes. Plantea la secuencia de actividades a desarrollar teniendo en cuenta los tiempos, la organización de los estudiantes y el producto esperado.	En la plaza de mercado, un comerciante vende la libra de papa a $1200. Para tener un mejor manejo en sus ventas decide elaborar una tabla de precios. Ayúdale a terminar los espacios faltantes. (tabla abajo) Una vez diligenciados los valores, se les preguntará: ¿Cuánto valen x libras? Al deducir la expresión que representa la simulación representaremos la expresión obtenida de otra manera: C(x) = 1200x.			

Cantidad de Libras	**Precio ($)**
1	1200
2	2400
3	
4	4800
5	6000
6	
7	
8	9600
12	
x	

Donde C(x) representa el costo **de** comprar x libras a $1200 cada una.

Posteriormente escribiremos la cantidad de libras y su costo empleando parejas ordenadas condensando la manera de representar la información.
(1, 1200), (2, 2400). . . (8, 9600), etc.

Una vez terminada la conformación de las parejas dibujaremos un plano cartesiano y le asignaremos al eje horizontal (x) la cantidad de libras que indica la tabla realizada nombrando al eje “Libras”. El mismo procedimiento lo realizaremos con el eje vertical (y) nombrándolo “Precio”

Después, el estudiante determinará la escala a emplear para ubicar los valores. El docente verificará que se han graficado correctamente y resaltará que las escalas pueden ser diferentes en cada uno de los ejes. (15 minutos)

- Un deportista realiza ciertos recorridos para ejercitarse y emplea la siguiente tabla para medir sus tiempos (25 minutos)

Tiempo	**Distancia**
5	1500
10	3000
15	4500
20	6000

Basado en la tabla escribir las coordenadas.
¿Qué representa?
¿Cuánto tiempo ha empleado si ha recorrido 5000 metros?
¿Cuántos metros recorre en 40 minutos?
¿Cuánto el tiempo aumenta de 5 a 10 minutos?
Escribe las coordenadas y representa la situación gráficamente.

	Utilizando la gráfica calcula, aproximadamente, la distancia recorrida a los 12 minutos.			
PRACTICA - EJECUCION Y TRANSFERENCIA Acciones de aprendizaje según el uso de materiales y desempeños esperados. Relaciona los desempeños con el contexto del estudiante. Planea como socializar y transferir lo aprendido con el fin de consolidar aprendizajes	La electrificadora de Santander emite un nuevo recibo de pago mensual. Inicialmente, Para calcular el valor a pagar utiliza el costo por kilovatio hora (kwh) y el consumo en el mes. Por ejemplo:			

Kwh	Precio del Kwh ($)
1	468,64
2	
4	1873,6
15	
X	

Completa los valores de la tabla

¿Cuál sería el valor inicial a pagar de un residente que consume 95 Kwh en un mes

¿Cuál sería la expresión empleada para x kwh?

Para determinar el pago final, la empresa le aplica un subsidio del 15% al valor calculado anteriormente.

Por ejemplo, si el costo por consumo mensual es 121 entonces el precio del kwh sería $56676,4 menos el 15% (8501,46) daría como resultado $48174,94.

Construya la tabla de pago alculando el subsidio del 15%

Kwh	Precio con subsidio del 15%($)
1	
2	

4	
15	
X	

Como se representaría el valor a pagar al aplicarle el subsidio del 15%

¿Existe otra manera de representarla?

.

Condense la información empleando parejas ordenadas

Dibuje el plano cartesiano y represente los valores.

SECUENCIA PARA EL LOGRO DE COMPETENCIA	BITACORA
EVALUACION FORMATIVA	La conexión con la actividad pasada “Estación El Guayabal” sirvió para hacer una retroalimentación y establecer relación con la temática a desarrollar en esta secuencia didáctica. La pregunta relacionada con la asignación de los ejes para cada variable sirvió para aclarar algunas dudas con respecto a la ubicación de las mismas. Posteriormente se emplean las parejas ordenadas con base ellas realizamos la ubicación en el plano cartesiano. La pregunta relacionada con ¿Qué particularidad observas en la gráfica?, tuvo como respuesta: “”Va en subida, profesor”; “siempre aumenta” y “es una gráfica de proporcionalidad”, identificando la proporcionalidad como función lineal descrita por (Garcia, Serrano, y Camargo, 1998).

	Es importante mencionar que algunos estudiantes presentan dificultades en la construcción de las gráficas particularmente en la graduación de los ejes por una inadecuada asociación longitud-número, como lo menciona (Azcarate y Defelou, 1990) (p. 64) La actividad de la plaza de mercado sirvió para reforzar estos conceptos conecta con un evento cotidiano facilitándole la asimilación del concepto. En este ejercicio, una vez completamos los valores faltantes procedemos a establecer las parejas ordenadas y realizar la representación gráfica. Una vez concluida, se realizó la siguiente pregunta: ¿Con que expresión representarían el valor de x libras de papas? La dificultad aumento en los estudiantes, cuando la mayoría trató de deducir la expresión a partir del último evento realizado (la gráfica), otro establecieron la relación con el ejercicio de la estación de gasolina y unos más volvieron a la tabla para determinar al expresión algebraica. El aspecto en el que se presentó dificultad es coherente con lo expresado por Duval, citado por (Zuñiga, 2009) el cuál señala que “la conversión del sistema algebraico al gráfico es más fácil que el inverso, es decir del gráfico al algebraico”. Además, el hecho de volver a la representación tabular para obtener la respuesta cuando la representación gráfica les originó dudas, coincide con la definición de aprendizaje de las funciones a partir de las posibles traducciones planteadas por Janvier (citado por (Azcarate y Defelou, 1990)). Este aprendizaje, se basa en “un conocimiento de los lenguajes de representación, es decir por la capacidad para leer e interpretar cada uno de ellos y posteriormente para traducir de uno a otro”.

Hacia / Desde	Descripción verbal	Tabla	Gráfica	Fórmula
Descripción verbal	—	Medida	Boceto	Modelo
Tabla	Lectura	—	Trazado	Ajuste
Gráfica	Interpretación	Lectura	—	Ajuste
Fórmula	Interpretación	Cómputo	Gráfica	—

14. Tabla de traducciones de Janvier (1978)

En este caso los estudiantes realizaron procesos de ajuste, y de lectura para determinar la expresión algebraica.

En el ejercicio relacionado con el recibo de luz, los estudiantes establecieron los valores faltantes, algunos estudiantes tardaron en hacer las operaciones por estar relacionada la situación con números decimales. Y la mayoría determinó la expresión algebraica rápidamente.

Al establecer una variación del ejercicio del costo de un recibo de luz consistente en calcular el valor final restándole un 15% del total de los kwH consumidos, se presentaron dificultades en algunos estudiantes que no recordaban la manera como se calcula un porcentaje. Además, la obtención de la expresión algebraica presentó dificultades en los estudiantes, a algunos por la inclusión de un valor decimal, a otros por la representación del valor porcentual.

Al finalizar algunos escribieron la expresión como 468,64X- (15/100)468,4X (la “aparición” de dos X en la ecuación les costó trabajo en su construcción.

Otros la escribieron como 468,64X- 0,15(468,4X). Algunos estudiantes no pudieron determinarla. Sólo un

	estudiante realizó la resta algebraica para obtener una expresión simplificada. Es importante realizar un repaso de construcción de expresiones generales, y operaciones con polinomios, así como realizar ejemplos de menor complejidad e irlos escalonando para que el estudiante recuerde o mejore sus falencias en el manejo de expresiones algebraicas. Un hecho para destacar fue la respuesta dada por un estudiante quien mencionó lo siguiente: "Si 486,4 multiplicado por K (Kilovatios) es P; y P multiplicado por 15/100 es %, entonces la respuesta es P- %= Valor con subsidio". Esta respuesta la podemos asociar a lo que denominan los lineamientos curriculares como *Indicadores de comportamiento creativo* los cuales se registran cuando "en las situaciones de enseñanza y aprendizaje, las respuestas, las preguntas y los procedimientos no esperados, pero que indican una actitud innovadora o de descubrimiento de relaciones matemáticas. La respuesta creativa será aquella que aparece como nueva para el sujeto que la produce; puede considerarse como un descubrimiento, en unos casos, o como una invención, en otros." (MEN, 1998) . Para concluir, las actividades relacionadas con aspecto de su cotidianidad fueron bien aceptadas por lo estudiantes y facilitó el desarrollo de la temática, destacándola importancia del contexto, el cual "tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas." (MEN, 1998)

	COLEGIO AGROECOLOGICO HOLANDA FUNDACION ALEJANDRO GALVIS GALVIS PLAN DE CLASES – SECUENCIA DIDACTICA III	FORMATO : CH 053 VERSION: 01 2017 PAGINAS 1 DE 1

DOCENTE: Edwing García	AREA: Matemáticas	GRADO: 9°	PERIODO: II

ESTANDARES: Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas	SESIONES PROGRAMADA 4 sesiones de 1 hora	FECHA DE INICIO:	FECHA FINAL:
COMPETENCIAS:			

COHERENCIA	DESEMPEÑOS ESPERADOS	PRESABERES Y SABERES CLAVES
	Identificar el proceso para construir expresiones algebraicas a partir de modelos geométricos rectangulares.	Operaciones con números naturales, área y perímetro de un rectángulo.

SECUENCIA PARA EL LOGRO DE COMPETENCIA	ACTIVIDADES	METODOLOGIA	RECURSOS	TIEMPO
EXPLORACION En este momento se motiva a los estudiantes hacia un nuevo aprendizaje, reconociendo sus saberes previos frente al estándar a abordar y/o actividades, la importancia y necesidad de dicho aprendizaje.	Toma de lista (5 minutos) Para la implementación de esta sesión se les solicitará con anterioridad a los estudiantes traer alambre según las medidas especificadas: 60, 80 y 100 cm y una regla para las respectivas mediciones. Los estudiantes se distribuirán en equipos de tres integrantes, los cuáles trabajarán con cada una de las medidas solicitadas. (5 minutos). A cada grupo se le pedirá construir rectángulos con cada uno de los alambres y tomar las medidas de sus lados. Para esta actividad	Participación de los estudiantes. Trabajo colaborativo	Material concreto	

	construirán 4 rectángulos y consignarán sus medidas en el cuaderno.			

SECUENCIA PARA EL LOGRO DE COMPETENCIA	ACTIVIDADES	METODOLOGIA	RECURSOS	TIEMPO
ESTRUCTURACION DE LA CLASE En este momento el docente orienta hacia conceptualización, enseñanza explicita y modelación con relación a desempeños esperados. Hace la modelación y verifica la comprensión de los aprendizajes. Plantea la secuencia de actividades a desarrollar teniendo en cuenta los tiempos, la organización de los estudiantes y el producto esperado.	**Perímetro** A cada grupo se les preguntará qué situación se presentaría al calcular el valor del perímetro a cada uno de los rectángulos formados. (5 minutos) Cada grupo calculará el valor del perímetro para cada rectángulo y contrastará el resultado con la respuesta dada a la pregunta anterior. (15 minutos). (Los estudiantes concluirán que dos rectángulos con diferente base y altura pueden tener el mismo perímetro). Preguntar a los estudiantes: - ¿Cómo obtendría el valor de la altura de un rectángulo de 60 cm de perímetro dada una longitud x de la base ? Explique con sus propias palabras. - ¿Qué expresión algebraica representa el ancho de un rectángulo de 60 cm de perímetro? x Ancho 60= x +x + + ancho + ancho 60 = 2x + 2ancho (60-2x)/2 = ancho 30-x = ancho	Participación de losestudiantes.	Material concreto	

	- ¿Cómo obtendría el ancho para un rectángulo de 80 cm de perímetro?, ¿y de 100? **Área** Se le preguntará a cada grupo: Si calculamos el área de cada rectángulo creado. ¿Qué creen que pasaría con los resultados? Posteriormente, con los valores de las medidas que han asignado a los rectángulos hallarán el área de cada uno de ellos. Los estudiantes describirán que ocurrió con cada área calculada y si coincide con la respuesta que dieron a la pregunta formulada con anterioridad.			
PRACTICA - EJECUCION Y TRANSFERENCIA Acciones de aprendizaje según el uso de materiales y desempeños esperados. Relaciona los desempeños con el contexto del estudiante. Planea como socializar y transferir lo aprendido con el fin de consolidar aprendizajes	- ¿Qué expresión algebraica representa el cálculo del área para cualquier longitud x de la base en un rectángulo de 60 cm de perímetro? Explique con sus palabras. Solicitarle a los estudiantes que con la expresión algebraica que obtuvieron de la altura obtengan la correspondiente al área del rectángulo. (Para un perímetro de 60 cm los estudiantes deducirían: Área = x. (60-2x)/2 = x. (30-x) => Área = 30x –x2 Área= 30x – x2, ¿Qué ocurre cuando x = 0? ¿Y cuando x = 30?. Y así determinar el rango de valores que satisface a la situación planteada. Ahora, procedemos a construir la representación gráfica de la expresión hallada. (se les solicita a los estudiantes graficar 10 valores, el docente orientará para que los valores correspondan al primer cuadrante del plano cartesiano). Se les preguntará a los estudiantes cuál sería el área máxima que podría obtener con un rectángulo de 60 cm (este procedimiento lo realizarán apoyándose en la expresión algebraica y través de la interpretación tabular y gráfica)			

	Al deducir el área máxima del rectángulo de 60 cm de Perímetro con Área= 30x – x2, los estudiantes determinarán que es 225 cm2. Lo anterior implica que la base y la altura tendrían un valor de 15 cm, convirtiéndose en un cuadrado. Se explicarán las condiciones de este caso especial de cuadrado aplicando los conceptos que tienen en común las dos figuras geométricas.			

SECUENCIA PARA EL LOGRO DE COMPETENCIA	BITACORA
EVALUACION	La realización de la actividad fuera del salón se convirtió en una experiencia agradable para los estudiantes, al cambiar el entorno cotidiano en el que se desenvuelven las mismas. La utilización de material concreto, nuevamente llamó la atención de los estudiantes, contribuyendo a una buena disposición para trabajar en clase y teniendo en cuenta que: “conviene elevar al máximo el impulso cognoscitivo,

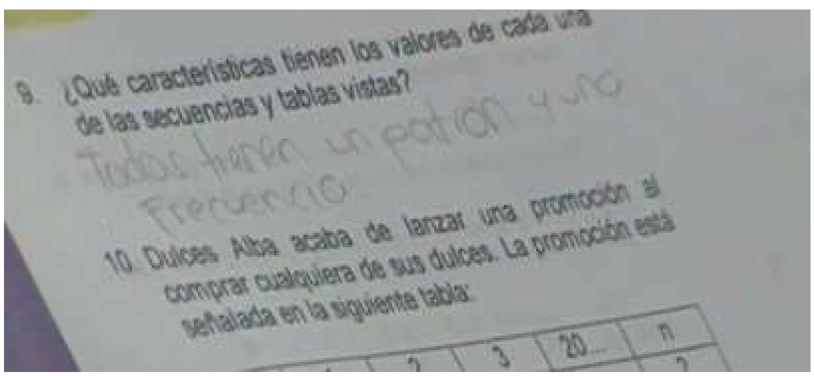
FORMATIVA Acciones de aprendizaje según el uso de materiales y desempeños esperados. Relaciona los desempeños con el contexto del estudiante. Planea como socializar y transferir lo aprendido con el fin de consolidar aprendizajes	despertando la curiosidad intelectual y utilizando materiales que atraigan la atención” (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978).” Se les dan las indicaciones para que construyan los rectángulos, algunos realizan preguntan como las siguientes: “¿Profe, se puede construir un triángulo de 30 y 30 y 20 y 20?”, especificando las medidas de todos los lados, esto denota que el estudiante ha estado acostumbrado desde hace mucho tiempo a recibir instrucciones precisas que no le permiten tomar sus propias decisiones, y por esto dudan cuando se le da la oportunidad de aportar su punto de vista. Surgen preguntas interesantes, tales como: ¿es necesario que en el rectángulo se toquen los vértices de cada lado? Lo anterior debido a que el alambre no les permitía cerrar el rectángulo, otros grupos realizaron una unión con los alambres. Al elaborar los 9 rectángulos (3 de 60 cm, 3 de 80 cm, y 3 de 100 cm) con los alambres, cada estudiante sumara las medidas de sus lados y lo consignará en su cuaderno. Al preguntarles que tienen en común los rectángulos, los estudiantes afirmaron que algunos rectángulos tienen diferente largo y ancho pero su perímetro es igual, un grupo lo definió como “los rectángulos mantiene su estándar” y otro expresó: “No importan las medidas, siempre va a dar el mismo resultado teniendo en cuenta la medida inicial con la que se está trabajando”. Al realizar la pregunta: ¿Cómo obtendría el valor de la altura de un rectángulo de 60 cm de perímetro dada una longitud x de la base? Explíquelo con sus propias palabras. A los estudiantes les costó expresar esa situación, a excepción de un grupo que explicó el proceso de manera bastante cercana a la respuesta. La mayoría de los grupos no simplificó la expresión manteniendo el número 2 en el denominador. (60-2x)/2 = Ancho o 30-x= Ancho

	En la siguiente actividad al calcular el área del rectángulo para las figuras elaboradas y realizar la comparación perímetro-área a través de la pregunta: Si el perímetro de los rectángulos (en este caso de 80 cm) ¿por qué el área es diferente? Muchos no dieron respuesta alguna, otros grupos decían que porque en el perímetro se sumaba, en cambio en el área se multiplicaba. Finalmente un estudiante manifestó lo siguiente "Porque en el perímetro se suman los lados y en el área se tiene en cuenta *todo lo que está adentro*" acercándose de manera coloquial al concepto de área definida como la medida de la superficie de la figura. En la pregunta ¿Es posible que existan rectángulos con diferentes perímetros pero la misma área? Se demostró el trabajo colaborativo y se planteaban soluciones que no correspondían, pero los mismos compañeros se encargaban de colaborarle a quien pasaba para ir construyendo la respuesta. En algunos grupos representaban la solución pero obviando la asignación de unidades de medida asociadas a los rectángulos. De esta manera observamos que este momento coincide con lo descrito por (Llinares & Sanchez, 1991), quienes plantean que "En la discusión los estudiantes aprenden a comunicar sus puntos de vista y a escuchar las argumentaciones de los otros, validan formas de representación y construyen socialmente el conocimiento." Al realizar la construcción de la expresión algebraica relacionada con la obtención de área, los estudiantes plantearon bien la expresión pero mostraron dudas en la multiplicación de polinomios al momento de simplificarla. Al trabajar en la tabla de valores, con los datos suministrados por el docente, los estudiantes dudan de los valores que van obteniendo, se sorprenden al ver resultados similares para 2 números distintos (por ejemplo que en el primer número y el último número de la tabla se encuentra como resultado 0). Se dificulta la ubicación de las parejas ordenadas. Al construir la gráfica les llamó la atención su forma, algunos grupos le asignan desplazan una unidad el cero alejándolo del origen del plano cartesiano, para lo cual se hicieron las respectivas aclaraciones. El evento anterior es comparable por lo mencionado por Sierpinska (citada por (Azcarate & Defelou, 1990) sobre como la función "como una curva" puede convertirse en in obstáculo para el conocimiento.

	La pregunta: ¿Cuál es el área máxima que se puede obtener con un rectángulo de 60 cm de perímetro? Al analizar la gráfica los estudiantes determinan que la respuesta corresponde al valor 225, por que la gráfica “llega hasta ahí y se devuelve”. A la pregunta: si la respuesta correcta es 225, ¿cuál es la medida de sus lados? Cuando observan que la respuesta correcta es un cuadrado, algunos mencionan “entonces está mal porque preguntan por un rectángulo”. El docente con ayuda de los alumnos les pide que mencionen características de los rectángulos, y de los cuadrados para de esta manera establecer criterios en común de las dos figuras geométricas y establecer que un cuadrado presenta las propiedades de un rectángulo. Toda esta serie de actividades confirma que la utilización de escenarios geométricos puede ser utilizada “para reconocer y descubrir regularidades o patrones presentes en las transformaciones”. (MEN, 1998) Para recalcar y mejorar, en esta secuencia, debemos reconsiderar la utilización de alambre como material concreto. Lo anterior debido que los estudiantes presentan dificultades en la manipulación del mismo; al trabajar con la sección de alambre completa y doblarlo para construir el rectángulo, las medidas ideadas por los estudiantes disminuyen. Además para construir el polígono cruzan los alambres en uno de sus vértices para poder cerrarlos. Se estableció un contrato didáctico con los niños para que realizaran lo cálculos con las medidas ideales y los trazaran en sus cuadernos. Es recomendable utilizar un material diferente al realizar la actividad, para mejorar la manipulación. O en su defecto, entregarles el material con cortes exactos para que construyan los rectángulos.

Anexo H .Registro Fotográfico

SECUENCIA 1

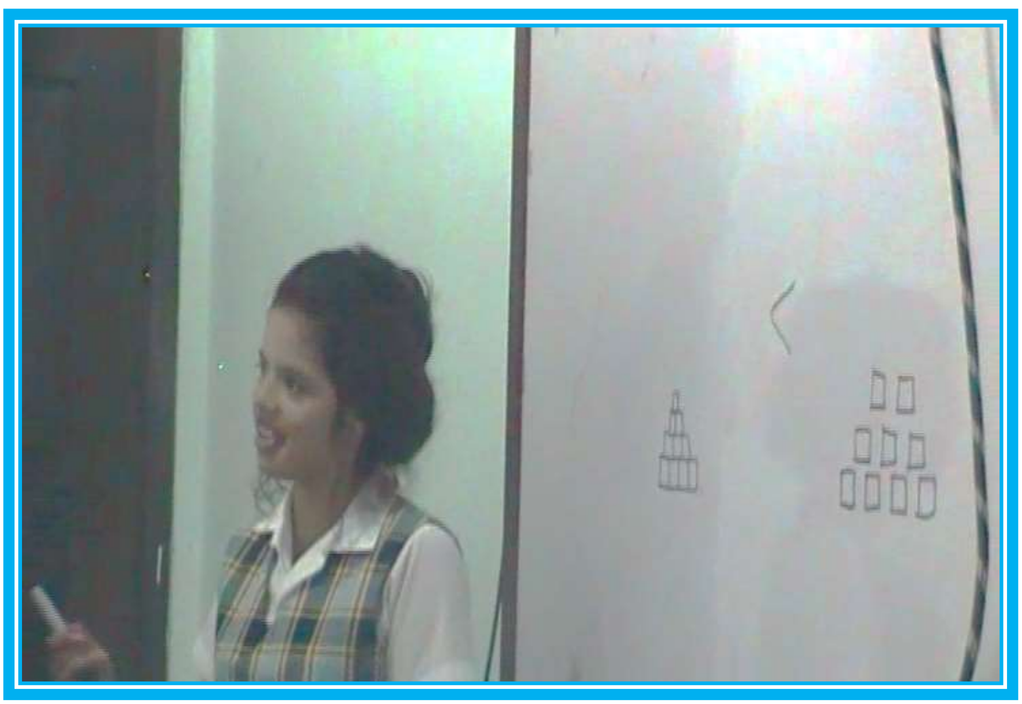


9. ¿Qué características tienen los valores de cada una de las secuencias y tablas vistas?

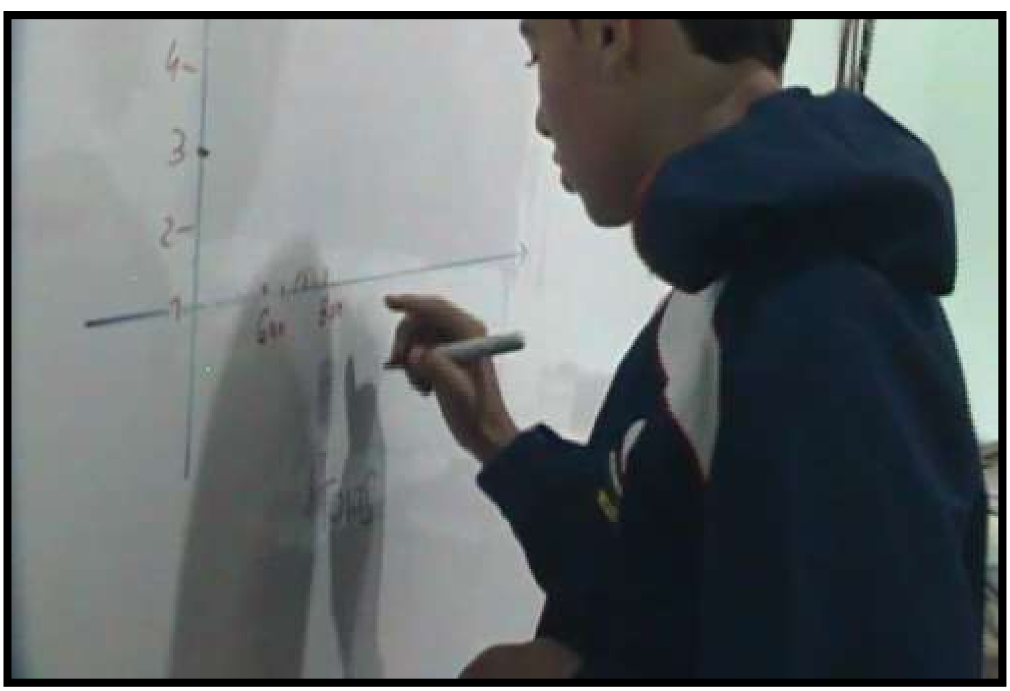
Todos tienen un patron y una Frecuencia

10. Dulces. Alba acaba de lanzar una promoción al comprar cualquiera de sus dulces. La promoción está señalada en la siguiente tabla:

	1	2	3	20...	n

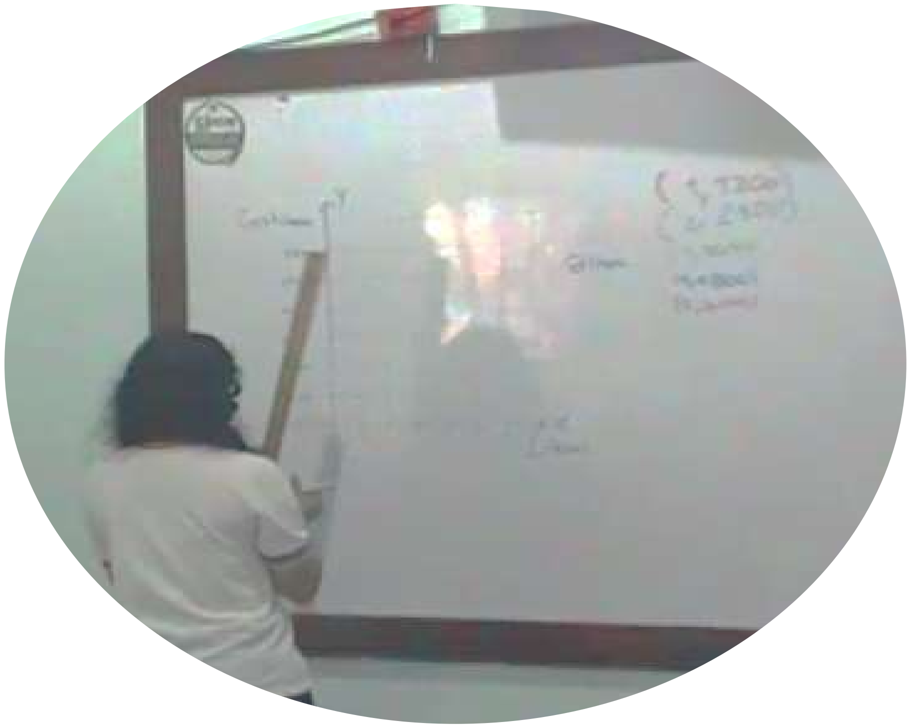


SECUENCIA 2

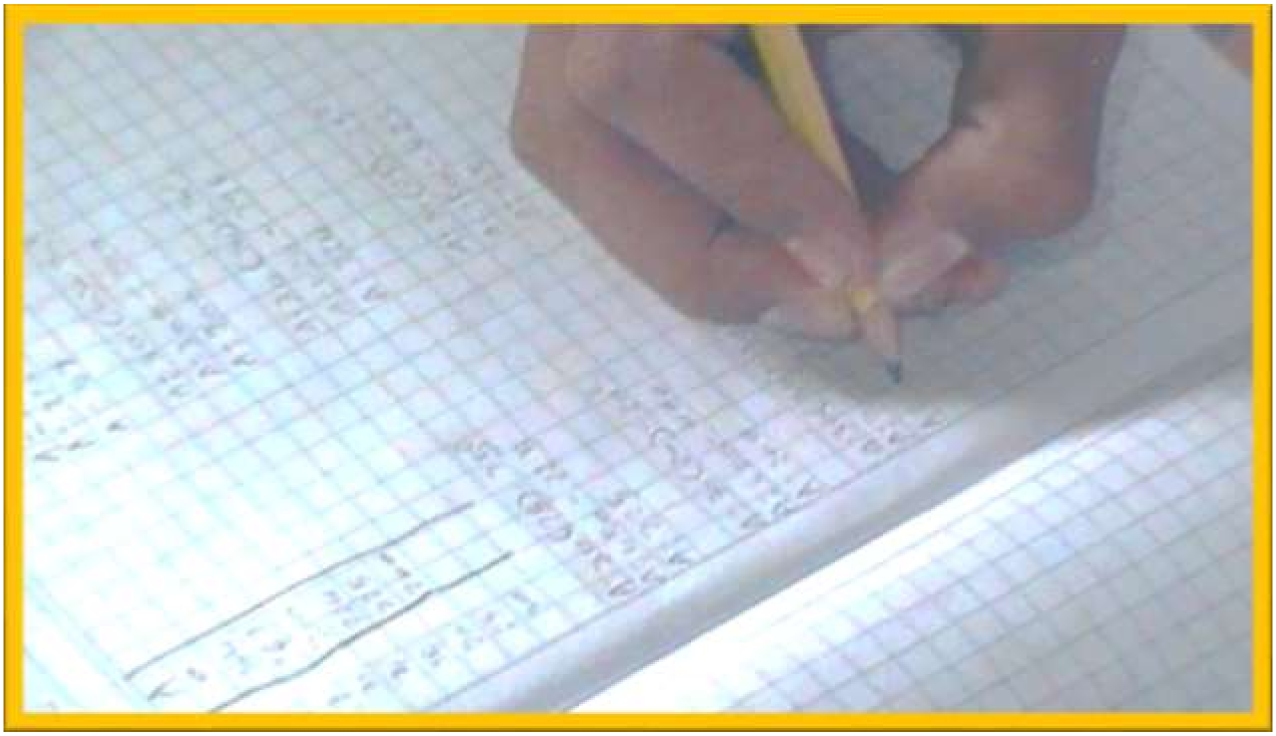


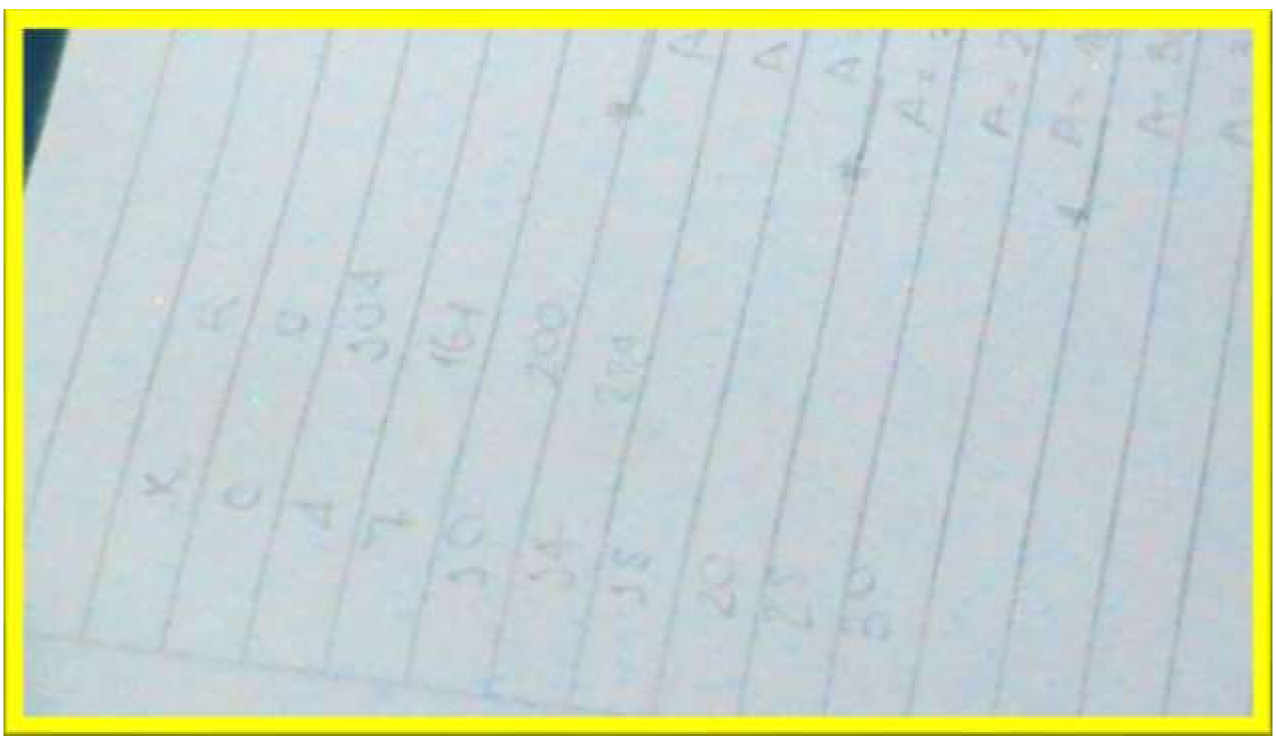

=1200x
=1200.3


=1200x
=1200.3

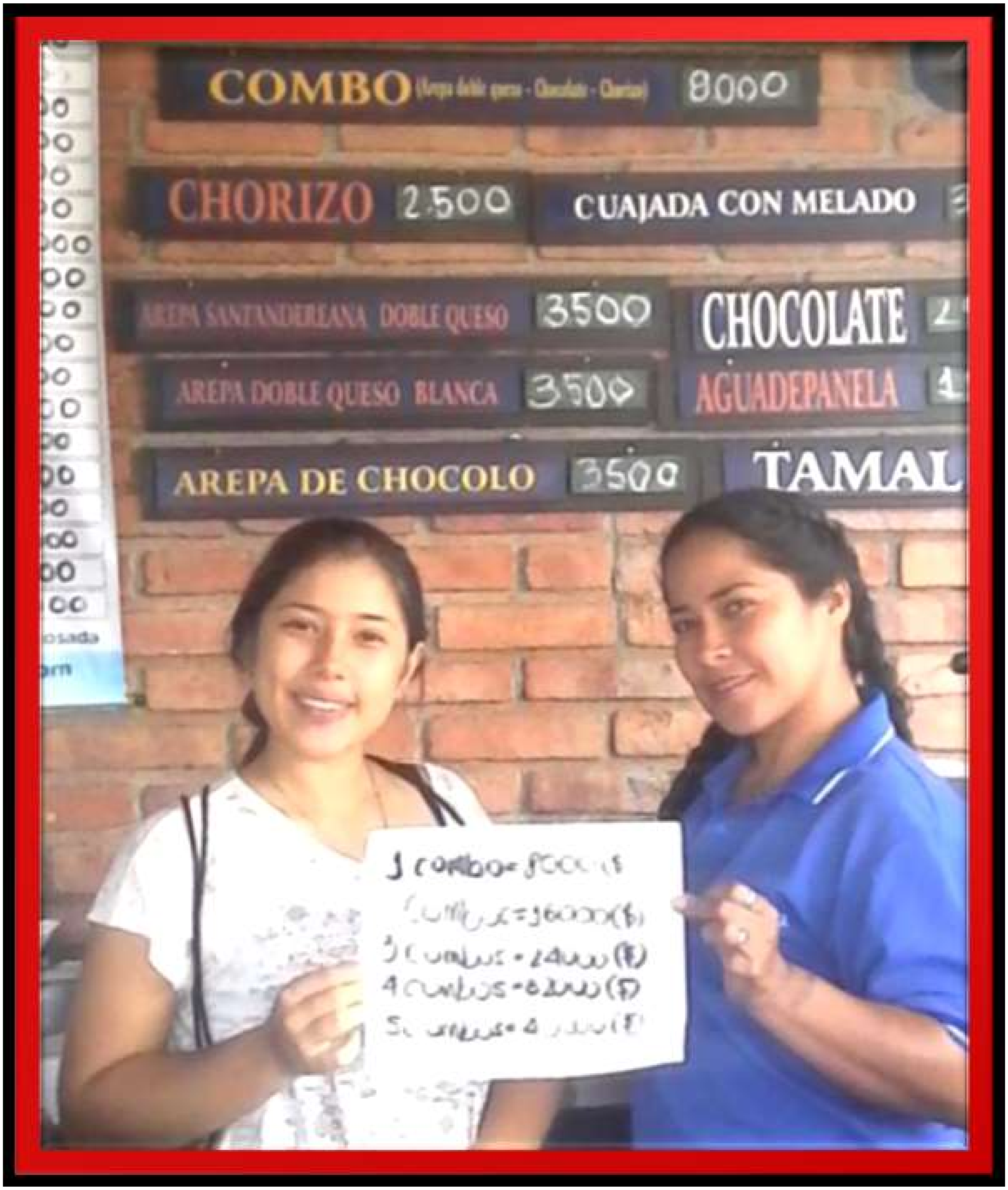


SECUENCIA 3





Actividad en búsqueda de la función perdida.




PONY
Malta
1. 1500
2. 3000
3. 4500
C(x)=1500x