

EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LOS SISTEMAS NUMÉRICOS EN EL MARCO  
DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO  
GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N° 26

MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO

GRUPO DE INVESTIGACIÓN AL QUE SE INSCRIBE: EDUCACIÓN Y LENGUAJE  
LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES  
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE  
CÚCUTA  
2017

EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LOS SISTEMAS NUMÉRICOS EN EL MARCO  
DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO  
GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N° 26

MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO

Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título de Magíster en Educación

Asesor,

Dra. LENIS SANTAFE ROJAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES  
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

CÚCUTA

2017

## *Agradecimientos*

*Agradezco inmensamente a todas las personas de quienes recibí  
colaboración para alcanzar  
la materialización de este trabajo.*

*A Dios por permitirme alcanzar otro logro en mi vida.*

*A mi esposo Luis Omar y a mis hijos Santiago y Daniel,  
por su amor y apoyo incondicional*

*A mi tutora Doctora Lenis Santafé por su  
dedicación y valiosos aportes.*

*A mis profesores de la maestría por su meritoria labor.*

*A mis estudiantes de octavo grado  
por haber sido partícipes de esta investigación*

*A mi familia y a los amigos que  
me han animado en este camino.*

*Magda Celena Contreras Prado*

## Tabla de contenido

	<b>Pág.</b>
Tabla de contenido .....	4
Resumen .....	12
Introducción.....	14
1. Contextualización de la investigación.....	17
1.1 Formulación del problema.....	23
1.1.1 Pregunta principal de investigación.....	27
1.1.2 Objetivos.....	27
1.1.2.1 Objetivo general. ....	27
1.1.2.2 Objetivos específicos.....	27
1.2 Justificación.....	28
1.3 Contextualización de la institución .....	30
2. Marco de referencia.....	33
2.1 Antecedentes.....	33
2.1.1 Antecedentes Internacionales. ....	33
2.1.2 Antecedentes Nacionales.....	35
2.1.3 Antecedentes locales. ....	38

2.2 Marco teórico.....	40
2.3 Marco conceptual .....	52
2.4 Marco legal.....	53
3. Diseño Metodológico .....	56
3.1 Tipo de investigación .....	57
3.2 Proceso de investigación .....	58
3.3 Población y muestra .....	83
3.4 Instrumentos de recolección.....	85
3.5 Validez y confiabilidad de la información .....	87
3.6 Resultados y discusión .....	88
3.7 Principios éticos.....	109
4. Propuesta pedagógica - Los números no son un problema .....	110
4.1 Presentación.....	110
4.2 Justificación.....	110
4.3 Objetivos.....	111
4.4 Logros a desarrollar.....	112
4.5 Metodología.....	112
4.6 Fundamentos pedagógicos.....	116
4.7 Diseño de actividades .....	119
4.8 Desarrollo de las actividades propuestas.....	121

Conclusiones.....	166
Recomendaciones .....	167
Referencias bibliográficas .....	168

**Lista de tablas**

	<b>Pág.</b>
<i>Tabla 1.</i> Síntesis del modelo propuesto por Polya para resolver problemas .....	411
<i>Tabla 2.</i> Categorías y variables de estudio .....	81
<i>Tabla 3.</i> Codificación de los Informantes Claves .....	844
<i>Tabla 4.</i> Estudiantes etiquetados.....	844
<i>Tabla 5.</i> Diseño de actividades .....	1199
<i>Tabla 6.</i> Desarrollo de las actividades propuestas .....	12121

## Lista de gráficas

	<b>Pág.</b>
Gráfica 1. <i>Resultados Pruebas SABER. Matemáticas 9°. 2014</i> .....	199
Gráfica 2. <i>Resultados Pruebas SABER. Matemáticas 9°. 2015</i> .....	199
Gráfica 3. <i>Resultados Pruebas SABER. Matemáticas 9°. 2016</i> .....	20
Gráfica 4. <i>Resultados ISCE 2017</i> .....	221
Gráfica 5. <i>Etapas en el proceso de resolución de problemas, según Polya (1945)</i> .....	41
Gráfica 6. <i>Factores que influyen al resolver problemas</i> .....	455
Gráfica 7. <i>Aspectos del currículo de matemáticas</i> .....	466
Gráfica 8. <i>Mapa conceptual de números reales.</i> .....	477
Gráfica 9. <i>Desarrollo de las sesiones</i> .....	61
Gráfica 10. <i>Resumen de procesos llevados a cabo en las sesiones</i> .....	799
Gráfica 11. <i>Organización de las sesiones</i> .....	799
Gráfica 12. <i>Análisis semántico diario pedagógico</i> .....	899
Gráfica 13. <i>Dendograma rama 1. Observación – diario pedagógico</i> .....	90
Gráfica 14. <i>Pensamiento matemático</i> .....	1133
Gráfica 15. <i>Factores que influyen al resolver problemas</i> .....	1188



## Lista de figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1. <i>Informe por colegio del grado 9° 2015</i> .....	266
Figura 2. <i>Informe por colegio del grado 9° 2016</i> .....	266
Figura 3. <i>Diagrama de sistemas numéricos</i> .....	499
Figura 4. <i>Aplicación del diagnóstico I</i> .....	599
Figura 5. <i>Aplicación del diagnóstico II</i> .....	60
Figura 6. <i>Sesión 1</i> .....	622
Figura 7. <i>Actividad de exploración</i> .....	633
Figura 8. <i>Números reales</i> .....	644
Figura 9. <i>Le apuesto al saber</i> .....	655
Figura 10. <i>Sesión 7</i> .....	655
Figura 11. <i>Historia números naturales</i> .....	688
Figura 12. <i>Ejercicios para reforzar en casa</i> .....	699
Figura 13. <i>Actividad de práctica</i> .....	70
Figura 14. <i>Le apuesto al saber 2</i> .....	71
Figura 15. <i>Actividad sesión 5</i> .....	722
Figura 16. <i>Actividad sesión 6</i> .....	722
Figura 17. <i>Le apuesto al saber 3</i> .....	733
Figura 18. <i>Le apuesto al saber 4</i> .....	744
Figura 19. <i>El postest</i> .....	755

Figura 20. <i>Postest II</i> .....	755
Figura 21. <i>Postest III</i> .....	766
Figura 22. <i>Aplicación del pretest</i> .....	777
Figura 23. <i>Muestra sesiones</i> .....	788
Figura 24. <i>Aplicación de un postest</i> .....	788
Figura 25. <i>Categorías emergentes en grandes conglomerados</i> .....	91
Figura 26. <i>Diario pedagógico</i> .....	922
Figura 27. <i>Primer conglomerado</i> .....	933
Figura 28. <i>Segundo conglomerado</i> .....	944
Figura 29. <i>Tercer conglomerado (a)</i> .....	955
Figura 30. <i>Tercer conglomerado (b)</i> .....	955
Figura 31. <i>Cuarto conglomerado</i> .....	966
Figura 32. <i>Análisis semántico de la observación pedagógica</i> .....	977
Figura 33. <i>Asociación entre nodos</i> .....	988
Figura 34. <i>Percepción de la estrategia pedagógica</i> .....	999
Figura 35. <i>Análisis diario pedagógico</i> .....	100
Figura 36. <i>Análisis Entrevista</i> .....	101
Figura 37. <i>Características de la estrategia</i> .....	102
Figura 38. <i>Entrevista resumen</i> .....	1032
Figura 39. <i>Nube I</i> .....	1033
Figura 40. <i>Dendograma</i> .....	1044
Figura 41. <i>Nube II</i> .....	1055
Figura 42. <i>Asociación entre diario pedagógico y entrevista</i> .....	1055

Figura 43. <i>Mapa triangulación de fuentes Observación - Entrevista</i> .....	1066
Figura 44. <i>Actividades resueltas por los estudiantes</i> .....	1088

## Resumen

Sin lugar a dudas la resolución de problemas matemáticos siempre ha presentado dificultad en el desempeño de los estudiantes. A partir de esta necesidad, surgió la investigación, que fue desarrollada dentro del enfoque cualitativo, bajo el diseño investigación-acción. Se aplicó una prueba diagnóstica para caracterizar a los estudiantes según sus conocimientos previos; seguidamente, se diseñó e implementó una propuesta pedagógica para el aprendizaje de los sistemas numéricos utilizando como metodología la resolución de problemas; el trabajo fue estructurado en sesiones que contenían actividades variadas y el planteamiento de situaciones en contexto acordes con los tipos de problemas de las pruebas SABER, en miras de alcanzar un aprendizaje significativo. Finalizado el proceso se evidenció como resultado en los estudiantes de octavo grado del Colegio Oriental 26, la habilidad para aplicar los conceptos en la resolución de problemas, así como el desarrollo de destrezas y actitudes positivas frente a situaciones en contexto.

Palabras claves: resolución de problemas, aprendizaje, destrezas, actitudes, sistemas numéricos.

## **LEARNING OF NUMERICAL SYSTEMS IN THE FRAMEWORK OF TROUBLESHOOTING**

### **ABSTRACT**

Without doubt, the solution to mathematical problems has always presented a great difficulty in the student performance. This investigation seeks to respond to this need. It was developed using the Qualitative Approach and following the Action Research process. The researchers applied a diagnostic test to characterize students according to their previous knowledge. After that, a pedagogical proposal was designed and implemented. It was about the numerical systems learning using the problem solving methodology. The work was structured in sessions which offered many various activities and the approach of situations in context in accordance with the types of problems of SABER tests, with the view to achieving the significant learning of the student. When the process was finished, as a result, the eighth grade students from the Oriental 26 School showed: ability to apply the concepts in problem solving, as well as the development of skills and positive attitudes to deal with situations in context.

Key words: problem solving, learning, skills, attitudes, numerical systems

## Introducción

La presente investigación parte del análisis de las dificultades que presentan los estudiantes de octavo grado, al momento de abordar una situación problemática, las cuales han sido evidenciadas en el informe por colegios, de acuerdo con los resultados de las pruebas SABER, que expide el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES), al igual que los bajos resultados obtenidos en las pruebas internas realizadas en la Institución Educativa Colegio Oriental N° 26. Respecto a las dificultades, Godino & Batanero (2004) afirman que:

Los estudiantes aprenden matemáticas por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, y su confianza y buena disposición hacia las matemáticas están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela (p. 67).

Por consiguiente, corresponde al docente revisar su quehacer pedagógico, para proponer a sus estudiantes nuevas experiencias enriquecedoras que posibiliten aprendizajes más retadores y placenteros, que generen en ellos nuevas formas de pensar, hábitos de perseverancia y curiosidad, que produzcan motivación y a su vez, presente la matemática como una disciplina con sentido, en la que se aprenden conceptos, procedimientos, estrategias, actitudes y valores.

Es así, que el interés principal de esta investigación es analizar el proceso de aprendizaje de los sistemas numéricos en los estudiantes de octavo grado en el marco de la resolución de problemas, con el fin de propiciar estrategias surgidas desde el contexto y particularidades de la comunidad educativa que fortalezcan el aprendizaje en relación directa con su uso en el área de

matemáticas, en procura del logro de mejores resultados tanto de las pruebas internas como externas.

De esta manera, se maneja una metodología de investigación acción, desde el enfoque cualitativo, donde el objeto de estudio es el proceso de aprendizaje de los 48 estudiantes de octavo grado, de la jornada de la mañana del Colegio Oriental N° 26, siendo ésta la muestra, dentro de un grupo de 108 estudiantes de grado octavo, distribuidos en las jornadas mañana y tarde, con edades comprendidas entre 12 y 15 años. Se utilizan como instrumentos de recolección de información los resultados obtenidos en las pruebas SABER con su respectivo análisis, el pretest, el postest, la observación directa, el diario pedagógico y la entrevista semiestructurada a los estudiantes.

Inicialmente se aplica un pretest para caracterizar a los estudiantes de acuerdo con sus conocimientos previos, a continuación se organizan las ocho sesiones de trabajo plasmados en guías de aprendizaje, que incluyen variadas actividades como: lecturas, redacción de párrafos, observación de videos, mapas conceptuales, exposiciones, entre otras, sobre los sistemas numéricos: naturales, enteros, racionales, irracionales y reales, con sus respectivas representaciones, propiedades y relaciones, teniendo como eje la resolución de problemas, tal como se plantea en los estándares básicos de competencias, para finalizar con una prueba postest, para evaluar la propuesta.

La metodología basada en la resolución de problemas, es una excelente herramienta para darles a los estudiantes, la oportunidad de desarrollar habilidades intelectuales, habilidades de autonomía, de pensamiento y estrategias, para que aprendan a enfrentarse a situaciones complejas, como las que tendrán en el mundo que viene (Gaulin, 2001). La resolución de problemas no se debe considerar como una parte aislada dentro de la enseñanza de la

matemática, al contrario, debe proporcionarse muchas oportunidades para practicarlos, de tal forma, que los estudiantes encuentren sentido a los conceptos que aprenden para luego poder ser aplicados en la vida diaria.

En el presente documento, están organizados los capítulos de la siguiente manera: una primera sección dedicada a contextualización de la investigación, la descripción de la situación problemática, junto con las causas que la originan y los objetivos propuestos para solucionarla, en el segundo apartado, se evidencian los planteamientos teóricos que sustentan la propuesta, en el tercer capítulo se presenta la metodología planteada para lograr los objetivos del estudio y una cuarta sección destinada a la propuesta pedagógica, llamada “los números no son un problema” que consta de unas pautas para resolver problemas, el diseño y desarrollo de las actividades, el pretest, las ocho sesiones y el posttest, para finalizar con las conclusiones y recomendaciones.



## **1. Contextualización de la investigación**

La Institución Educativa Colegio Oriental No. 26, fue creada jurídicamente en mayo de 2004, es decir, nació como Institución Educativa. No obstante, la historia se remonta a 1968, y siendo escuela, la institución formuló e inscribió, en octubre de 2001, su primer P.E.I. En 2002, se empezó a trabajar en su reformulación, teniendo en cuenta los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional.

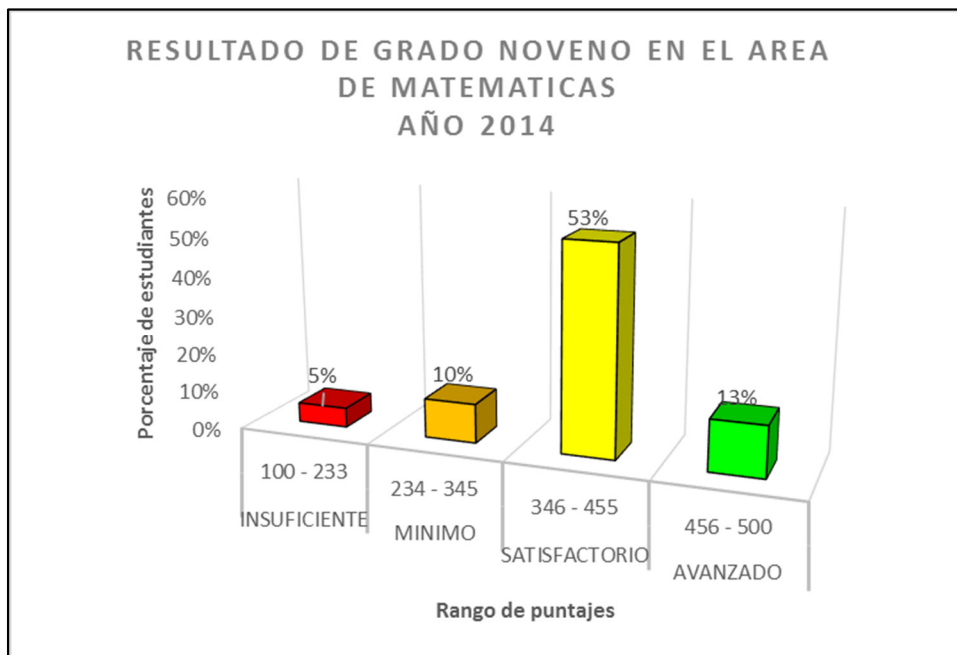
En el marco de ese esfuerzo innovador, diferentes referentes teóricos fueron abriendo camino para considerar que en la vida de la institución, debería privilegiarse el desarrollo de la inteligencia emocional y la formación de valores, a la par con el desarrollo cognitivo. Fue entonces necesario cambiar el nombre del P.E.I. y se adoptó el de “Progresemos, estimulando inteligencias”, acompañándolo con el lema: “Con entusiasmo, amor y alegría, vivenciamos los valores y desarrollamos las inteligencias”.

Desde esta perspectiva se ha venido avanzando en los procesos educativos institucionales hacia la consideración de un proceso pedagógico centrado en el estudiante, como parte de un contexto en el que desempeña una misión, encaminada hacia la transformación propia y de los elementos que componen su realidad social.

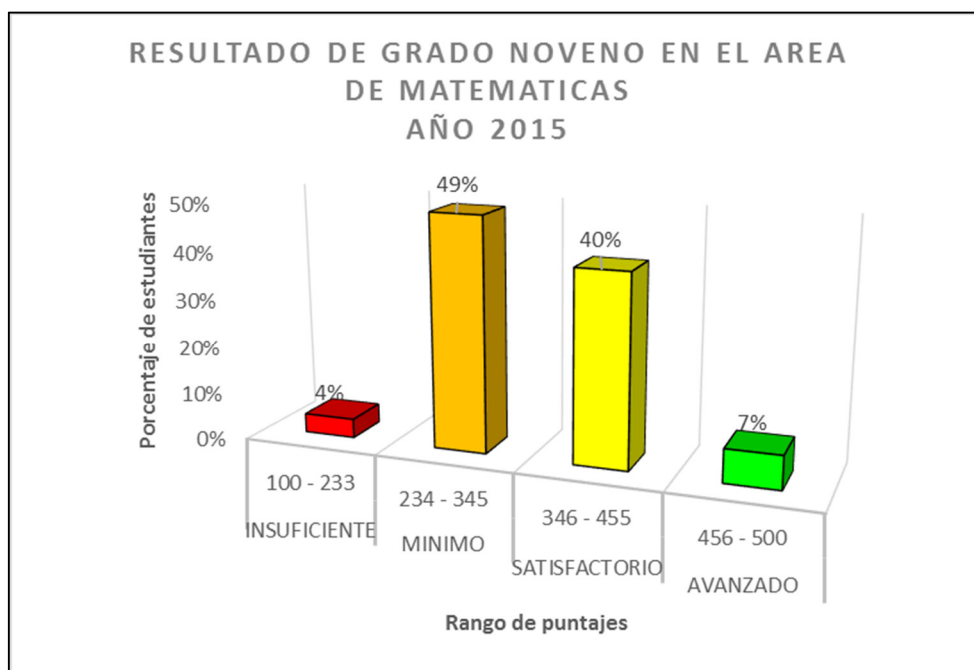
De acuerdo con el PEI, entre los teóricos que soportan el modelo pedagógico de la institución se encuentran: Piaget, en los aportes este autor se confirma la importancia de la motivación como espacio planeado en el que el educador procura desencadenar una necesidad que llevará al estudiante a un desequilibrio en su actividad cognitiva, el que después del evento de aprendizaje logrará reestablecerse al incorporarse a los repertorios ya construidos.

Por su parte, Ausubel, para la consecución de un aprendizaje significativo, otorga relevancia al material usado para el aprendizaje, considerando que debe cumplir con ciertas características entre las que es posible mencionar: su potencial para centrar la atención del alumnado, la relación con sus ideas de anclaje, la posibilidad de interacción directa y al referirse a un significado lógico, se considera su pertinencia de acuerdo con las particularidades de los estudiantes. De acuerdo con el autor, el estudiante se configura como el protagonista en el escenario educativo, asumiendo desde su propia actividad la construcción del conocimiento. El maestro por su parte contribuye a esta construcción, aportando una presentación de los contenidos dispuesta de manera creativa, secuencial, pertinente, que logre mantener la atención y la disposición adecuada del estudiante. Todo con el fin de formar ciudadanos competentes, capaces de enfrentar los retos y lograr mejores condiciones de vida.

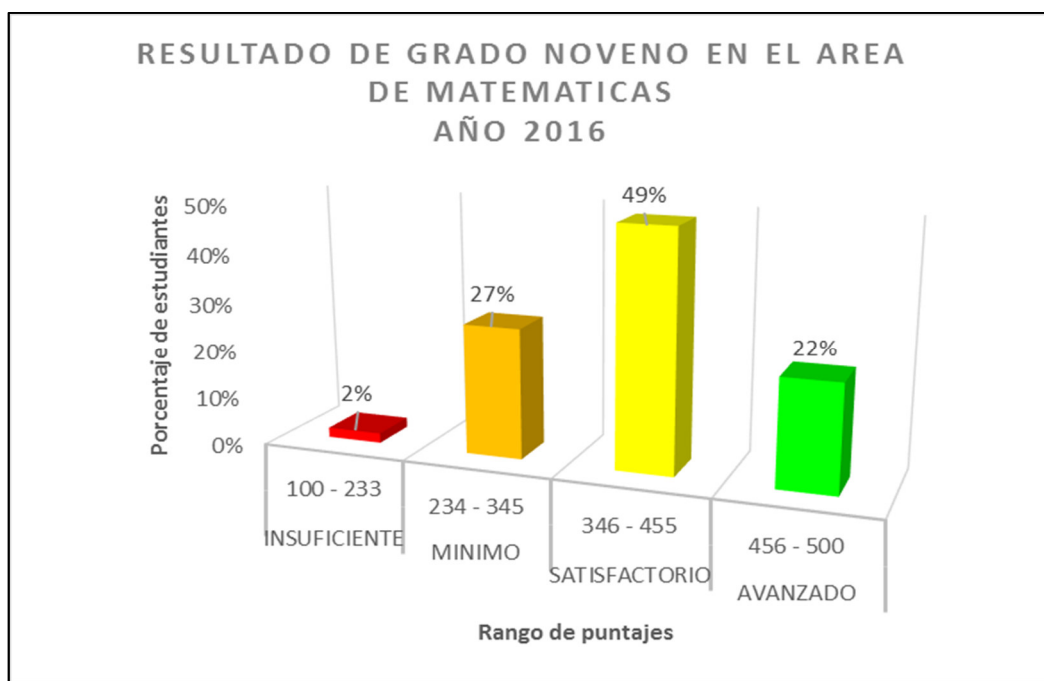
Luego de un análisis de los resultados de las pruebas SABER, se evidencia que la población estudiantil de la Institución Educativa Colegio Oriental N° 26 presenta un nivel de desempeño medio en el área de matemáticas. Partiendo de un estudio documental de los resultados, correspondiente a los años 2014 al 2016, se observa con toda claridad, que la población estudiantil en mención se ubica mayoritariamente en los niveles mínimo y satisfactorio, dos pequeños porcentajes en los niveles de extremos mínimo y máximo de la tabla de valoración, denominados insuficientes y avanzados respectivamente.



Gráfica 1. Resultados Pruebas SABER. Matemáticas 9°. 2014

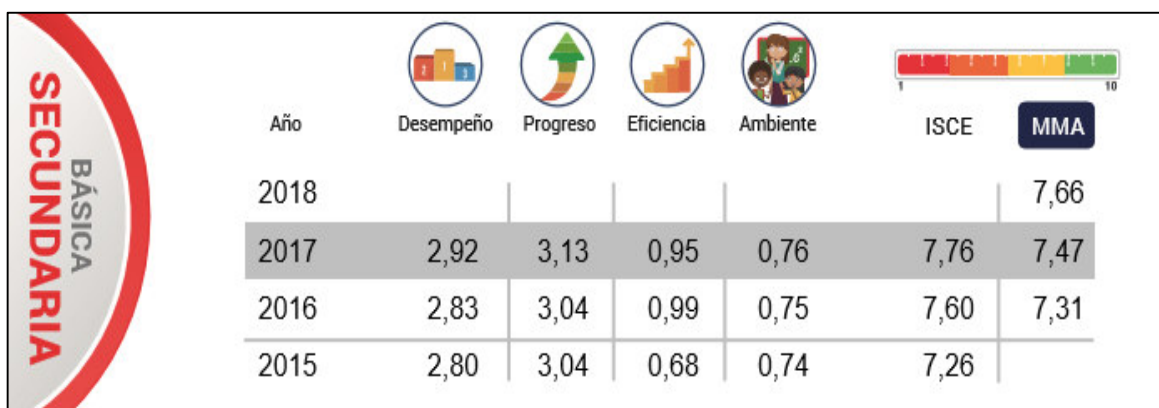


Gráfica 2. Resultados Pruebas SABER. Matemáticas 9°. 2015



Gráfica 3. Resultados Pruebas SABER. Matemáticas 9°. 2016

En ese mismo orden de ideas, desde la perspectiva del diagnóstico interno de la Institución se observa, que en el área de matemáticas la tendencia es homóloga al de las pruebas externas. Si bien existe una variación porcentual mínima de un año al otro en común en los resultados tanto externos como internos, esta no se constituye como diferencia estadísticamente significativa, por el contrario se marca con toda claridad un patrón repetitivo tanto en el tiempo como en los ámbitos de aplicación. Reforzando lo anteriormente enunciado, al analizar los factores tanto de progreso como de desempeño en el reporte del índice sintético de calidad educativa (ISCE) de la institución, es evidente que este patrón se repite tanto en los años 2015 al 2017.



Gráfica 4. Resultados ISCE 2017

Siendo la educación una tarea inconclusa, reflexiva y en constante construcción y transformación, desde la razón de ser como institución y a nivel personal aún más por la vocación de maestros, surge el cuestionamiento, por qué estos resultados no mejoran significativamente y cuáles son las razones y condiciones que los propician, para así emprender un plan de mejoramiento.

Se observa que se trabaja toda la temática planeada, se realizan los procesos pedagógicos y didácticos, se acompaña al estudiante en el desarrollo de competencias; sin embargo no se percibe una tendencia a los niveles altos en las escalas valorativas de los procesos de evaluación tanto internos como externos y por el contrario se repite el modelo de que la gran mayoría se ubica en los puntos intermedios de dichas escalas.

El estudiante en situaciones propias del área de las matemáticas, tiene asociaciones preconcebidas de limitar la praxis a formas, teoremas, leyes y aplicación de fórmulas, lo que lo abstrae de la verdadera perspectiva de esta ciencia como lenguaje para expresar fenómenos, situaciones y hechos en su mayoría reales. Ya es de vieja data, en que las actividades y

evaluaciones de esta área son limitadas a la aplicación de fórmulas repetitivas, operacionalizadas sin contexto ni exigencia de interpretación alguna; por el contrario los sistemas educativos actuales están orientados al desarrollo de competencias, definidas por Vasco (2003) como el conjunto de conocimientos, habilidades, comprensiones y disposiciones cognitivas, metacognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad o cierto tipo de tareas en contextos nuevos y retadores. Se podría pensar que una persona es competente, cuando utiliza oportunamente todos los saberes adquiridos, en cualquier circunstancia de la vida, dando solución acertada a los problemas o situaciones. De allí que ahora el estudiante al ser evaluado ha de abordar las matemáticas como un proceso para entender y procesar un contexto en busca de una respuesta dependiente de las condiciones y características del mismo.

Como estándar actual de evaluación en matemáticas, es común que al estudiante se le plantee una situación dentro de un universo o contexto específico, que requiere ser interpretado antes de ser procesado, lo que implica que de la comprensión que tenga del contexto planteado dependerán los procesos matemáticos y por ende la respuesta. Razón por la cual, se hace imprescindible que cuente con la comprensión de dicho contexto que a la vez determinarán unos pre saberes que le habilitan para llevar a cabo los procesos de resolución de problemas matemáticos, asumidos por Cobo & Molina (2013) como “el desarrollo de las habilidades estratégicas relacionadas con la gestión de los procesos y con los contenidos matemáticos implicados en las resoluciones, especialmente los procedimentales”(p. 50) y requeridos en la evaluación actual tanto en el ámbito externo como interno de la institución.

En las matemáticas se requieren los dos elementos fundamentales del aprendizaje significativo: el conocimiento del contexto y los pre saberes sobre los cuales se estructuran

nuevos conocimientos (Díaz & Hernández, 2002), e inherente a ello como competencia básica transversal la lectura comprensiva, es imprescindible leer comprensivamente porque existe el lenguaje matemático ya que tienen símbolos y un vocabulario propio. De allí que el estudiante al contar con dichas herramientas puede desarrollar la resolución de problemas matemáticos, como didáctica del proceso de las matemáticas.

En el ámbito de la enseñanza de las matemáticas se busca que el estudiante desarrolle la competencia de resolución de problemas para a través de ello encontrar soluciones a los problemas que plantean la vida y las ciencias. Cuando los estudiantes leen comprensivamente los problemas y entienden el contexto y características que se plantean, tendrán un camino certero hacia las soluciones más apropiadas a los mismos, toda vez que este proceso cognitivo les permite encontrar el potencial de las matemáticas y descubrir el valor, significado y aplicación de esta área en su vida diaria.

“Tradicionalmente la resolución de problemas servía para evaluar contenidos matemáticos, sin embargo, actualmente se entiende la resolución de problemas como una competencia fundamental que todo ser humano debe tener para desempeñarse exitosamente en la vida” (Quiñones & Johnson, 2012. p. 9). Los estudiantes de la Institucion Educativa Colegio Oriental 26 presentan dificultad para resolver correctamente problemas matemáticos lo cual constituye el problema a resolver con la presente investigación.

### **1.1 Formulación del problema**

En el ámbito internacional, América Latina se ubica en pruebas PISA por debajo del promedio, y aunque Colombia mejoró sus puntajes en ciencias respecto a los resultados de 2012,

aun ocupa el puesto 57 de 72 países que aplicaron la prueba (OCDE, 2016). Los resultados en pruebas SERCE, proyecto del Laboratorio Latinoamericano de la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), muestran diferencias en el pensar como científico, puesto que buscan que los estudiantes extrapolen el conocimiento a situaciones dentro y fuera del aula, lo que requiere explicar, interpretar y diseñar experimentos (OREALC, 2016).

Así mismo problemas como no saber leer ni escribir apropiadamente, o provenir de una familia pobre, no recibir fundamentos básicos, vivir en condiciones marginales o no contar con herramientas que necesiten o le ayuden a entender y conceptualizar temas en especial de ciencias, son señalados como causas del bajo rendimiento en las pruebas (Schleicher, 2016).

En términos de los resultados asociados con las áreas académicas y las habilidades evaluadas, los proyectos internacionales han confirmado que los estudiantes colombianos alcanzan niveles bajos, en relación con estudiantes del primer mundo. Es reiterada la observación referida a dificultades en comprensión de textos y solución de problemas, observación que también corresponde a los análisis de los resultados alcanzados de las pruebas nacionales (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

En el Municipio de Cúcuta, un alto porcentaje de instituciones educativas, independiente de su carácter público o privado, se encuentran ubicados en categorías media y baja en pruebas externas, lo que ha constituido una debilidad en el marco de las políticas educativas nacionales y locales (Plan territorial de formación de maestros, 2015).

De otra parte, se considera que el mundo cambia rápido y la mayor preocupación es que las exigencias a los jóvenes deben cambiar en el mismo ritmo, así como la calidad de la educación. Denyer, Furnémont, Poilain & Vanloubbeeck (2007), indican la importancia de fortalecer en la educación en jóvenes de 12 a 15 años, en el desarrollo de conocimientos vivos, que a



diferencia de conocimientos muertos, se siguen analizando y enriqueciendo a lo largo de la vida, llevándolos a otros contextos semejantes o diferentes de donde originalmente fueron aprendidos.

A pesar que en octavo grado, los estudiantes intensifican su atención en la resolución de problemas y se encuentran en una edad en la cual son considerados pensadores independientes (Morín, 2015); no obstante, se encuentran jóvenes con falencias en el pensamiento numérico, operaciones básicas, así como en comprensión lectora y, es necesario en esta etapa, el desarrollo de capacidades, destrezas y actitudes que buscan que los jóvenes comprendan problemas de la realidad, apliquen la matemática, y posteriormente cuando se inserten exitosamente en el mercado laboral consideren lo aprendido como significativo.

Sumado a lo anterior, las políticas del Ministerio de Educación Nacional pretenden fortalecer las instituciones asociadas a intereses individuales donde los programas de formación se articulen a las necesidades y problemáticas educativas identificadas en el Proyecto Educativo Institucional, para ello, inicialmente se plantearon los lineamientos curriculares (1998), los cuales se establecen “como punto de partida para orientar y ofrecer criterios nacionales sobre los currículos” (p. 11) , con base en estos lineamientos, se formulan los estándares básicos de competencias, “siendo los referentes comunes que precisan los niveles de calidad, esperados a alcanzar por los niños y jóvenes del país” (2006, p. 11), organizados por grupos de grados.

Para aterrizar estos estándares de calidad se presentaron los derechos básicos de aprendizaje (DBA, 2016), como un conjunto de saberes y habilidades fundamentales que orientan a la comunidad educativa acerca de lo que se espera que cada estudiante aprenda al finalizar un grado, siendo en matemáticas, los números uno y dos, los relacionados con los números reales, los cuales en el informe por colegios que se presentaron en el día E, de los años 2015 y 2016 se muestra un alto porcentaje de estudiantes con dificultades para resolver

problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales, al igual que no utilizan propiedades ni relaciones de éstos, para resolver problemas.

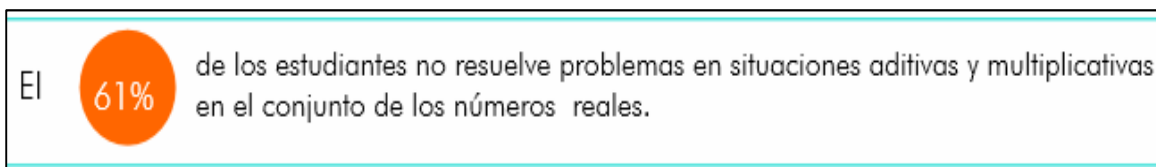


Figura 1. Informe por colegio del grado 9° 2015

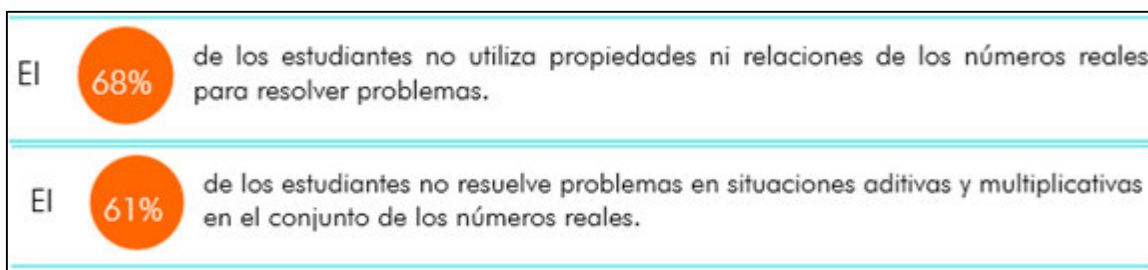


Figura 2. Informe por colegio del grado 9° 2016

Consciente de ello, la Institución Educativa Colegio Oriental N° 26 de la ciudad de Cúcuta, busca generar y orientar programas en matemáticas con la solidez pedagógica disciplinar, investigativa y de extensión para considerarse una institución con indicadores de calidad y así lograr un mejor posicionamiento educativo de la institución y de sus estudiantes, sin embargo no existe en ella una estrategia pedagógica para la formación de niños y jóvenes de grado octavo, en sistemas numéricos, contextualizada, en correspondencia con la realidad, que logre el desarrollo de competencias básicas en los estudiantes.

Se requiere, entonces, elaborar material didáctico como herramienta dentro de una estrategia pedagógica que permita comprender el proceso de aprendizaje de los estudiantes, en el que ellos sean los actores activos resolviendo problemas, un propósito para transportar a docentes a descubrir desde las características de los jóvenes, a los mecanismos que proporcionan

la información que reciben, entender cómo se apropian de ella y cómo a partir de la misma, desarrollan competencias, habilidades, cómo aplican y construyen nuevo conocimiento en función de lo que ya saben, cómo se convierten en el agente fundamental del aprendizaje (Shuell, 1993).

### **1.1.1 Pregunta principal de investigación.**

- ¿Cómo es el proceso de aprendizaje de los sistemas numéricos en el marco de la resolución de problemas para los estudiantes de octavo grado de la institución educativa Colegio Oriental N° 26?

### **1.1.2 Objetivos.**

#### ***1.1.2.1 Objetivo general.***

- Analizar el proceso de aprendizaje de los sistemas numéricos en los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Colegio Oriental N° 26 en el marco de la resolución de problemas.

#### ***1.1.2.2 Objetivos específicos.***

- Caracterizar el nivel de comprensión en la resolución de problemas de los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Colegio Oriental 26 de la ciudad de Cúcuta.

- Diseñar una propuesta pedagógica para el aprendizaje de los sistemas numéricos en el marco de la resolución de problemas.
- Implementar la propuesta pedagógica diseñada para el aprendizaje de los sistemas numéricos en el marco de la resolución de problemas.
- Evaluar la propuesta pedagógica para el aprendizaje de los sistemas numéricos en el marco de la resolución de problemas.

## **1.2 Justificación**

Se ha identificado que la dificultad de los resultados en las evaluaciones cuando el estudiante resuelve problemas no se centra exclusivamente en el ámbito meramente matemático, es decir, el razonamiento matemático, lógico y la aplicación de operaciones sino que gran parte de la dificultad se encuentra en la no comprensión del contexto y al no recurrir a los conocimientos previos necesarios. Desde esta visión diagnóstica se requiere con mensaje de urgencia realizar investigación sistemática que permita detectar oportunidades de mejoramiento para fortalecer el aprendizaje significativo orientado a la resolución de problemas en el área de matemáticas.

Desde el ámbito institucional se necesita propiciar estrategias surgidas desde el contexto y particularidades de la comunidad educativa que fortalezcan el aprendizaje en relación directa con su uso en el área de matemáticas, toda vez que esto repercutirá en la mejora de los resultados tanto de las pruebas SABER así como de las evaluaciones internas. Al diseñar y establecer dichas estrategias, se está dotando al maestro del área de matemáticas de una metodología, para llevar a cabo su función docente con eficiencia a la vez que se ha de considerar como fin último

que los estudiantes se beneficiarán grandemente, pues ellos son la razón de ser del proceso de enseñanza aprendizaje.

A partir de los lineamientos curriculares (1998), se plantea la resolución de problemas como el principal elemento en el desarrollo de las matemáticas, por tanto, debe asumirse como objetivo primordial en la enseñanza y a su vez, permear todo el currículo, en un contexto en el que los conceptos sean aprendidos. Al respecto, Godino & Batanero (2004), expresan “La resolución de problemas es una parte integral de cualquier aprendizaje matemático, por lo que consideramos que no debería ser considerado como una parte aislada del currículo matemático” (p. 39), es otra de las razones para que los estudiantes encuentren sentido a los conceptos que aprenden y luego puedan ser aplicados en la vida diaria.

Así mismo, en los estándares básicos de competencias (2006), se plantea que:

La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas (p. 52).

En este mismo sentido, al existir una estrecha relación entre el aprendizaje significativo y la resolución de problemas matemáticos, se establece la necesidad de dotar a los estudiantes de competencias propicias, entendidas, como se plantea en la matriz de referencia (Caja de Materiales siempre Día E): La capacidad que integra nuestros conocimientos, potencialidades, habilidades, destrezas, prácticas y acciones manifestadas a través de los desempeños o acciones de aprendizaje propuestas en cada área. Podemos reconocerla como un saber hacer en situaciones concretas y contextos específicos, al igual que de prácticas correspondientes, pero

específicas para el lenguaje y el ámbito del área de matemáticas, permitiendo mejorar los resultados en todas las áreas del currículo y por ende el rendimiento académico institucional.

En cuanto a la práctica pedagógica, el conocimiento de las dificultades en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes, sirve para que los docentes, orienten su gestión y desempeño a corregir estas deficiencias tanto en la pedagogía como en la didáctica, brindando a los estudiantes nuevas estrategias y alternativas de trabajo, para mantener su motivación y un mejor desempeño.

Uno de los aspectos más importantes de la investigación, es que se diseña una estrategia pedagógica pertinente con acciones oportunas para desarrollar en los estudiantes las actitudes y capacidades que propicien el aprendizaje significativo, estableciendo como punto de partida siempre el contexto y los pre saberes, orientada a desarrollar actitudes que mejoren los niveles de resolución de problemas matemáticos, lo que sentará un precedente que podrá ser replicado en las otras áreas del currículo como también en diferentes niveles de enseñanza o en otras instituciones educativas de similares características.

### **1.3 Contextualización de la institución**

Nuestro P.E.I tiene como título “Progreseemos estimulando inteligencias”, acompañado con el lema “Con entusiasmo y alegría, vivenciamos los valores y desarrollamos las inteligencias”.

La institución en procura de mejorar y fortalecer las prácticas, inició un proceso de certificación el cual ha sido muy productivo pues cuenta con dicho aval desde el 14 de noviembre de 2014 en la norma ISO 9001-2008. NTCGP 1000:2009.

### **Visión**

Garantizar una educación inclusiva, de calidad y pertinente con en el desarrollo de las inteligencias y en el manejo de las TICS, formando así jóvenes comprometidos con su desarrollo personal, el de su familia y el de la sociedad.

### **Misión**

En un lapso de cinco años, nos constituiremos en una institución que brinde formación con educación inclusiva y de calidad en preescolar, básica y media, fundamentada en el desarrollo de las inteligencias, en el manejo de las TICS de nuestros estudiantes, haciendo énfasis en las competencias comunicativas y en la investigación.

La Institución educativa Colegio Oriental N° 26 ubicada en del barrio Prados del Norte de la ciudad de San José de Cúcuta, cuenta con 1090 estudiantes de ambos sexos, en jornada mañana y tarde, ofrece una formación académica.

En la caracterización del contexto hay que señalar las edades de la población estudiantil iniciando con los grados de transición y primaria que pertenecen a un grupo que oscila entre los cuatro y doce años; en secundaria los estudiantes oscilan entre edades de 10 a 18 años, ubicándolos en etapas de pre adolescencia, adolescencia en su mayoría y juventud, con un nivel socio económico entre los estratos 1 y 4. Se encuentran estudiantes de muy bajos recursos que habitan en barrios de invasión, con padres desempleados en su mayoría o con trabajos informales, las señoras se desempeñan en el servicio doméstico, viviendas de alquiler, en hacinamiento, como otra parte de la comunidad que presentan mejores condiciones de vida, se

desempeñan como comerciantes, trabajadores asalariados de empresas de manufactura, producción textil, sin embargo al ser nuestra zona de frontera y debido a los últimos acontecimientos ,muchas familias han tenido un notable desmejoramiento en su calidad de vida , la crisis ha afectado sus ingresos presentando cambios rotundos y desestabilidad laboral .

Los entornos familiares son complejos y en su mayoría disfuncionales, algunos han tenido que trasladarse a otras ciudades buscando mejorar su calidad de vida y dejan a los estudiantes al cuidado de un familiar u otras personas para poder enviar dinero y seguir cumpliendo su responsabilidad , no cuentan con la presencia de estos, lo que hace estudiantes desmotivados, sin figura de autoridad y con incertidumbre sobre sus allegados; las personas responsables de los educandos normalmente poseen un bajo nivel de escolaridad académica, por lo tanto hay desventaja en casa, no hay seguimiento en sus procesos de aprendizaje, solo conocen y les interesa los resultados sin tomar parte activa en su formación .



## 2. Marco de referencia

### 2.1 Antecedentes

**2.1.1 Antecedentes Internacionales.** Según Cobo & Molina (2014) surge la pregunta ¿Pueden nuestros estudiantes construir conocimientos matemáticos? Este es un artículo sobre resolución de problemas en las clases de matemáticas. En él se muestra cómo los estudiantes pueden construir conocimientos matemáticos y dar significado a los mismos. Para ello, establecen una metodología con la que los estudiantes aprenden a gestionar sus propios procesos de resolución. Además, definen el rol del profesor y de los estudiantes y resaltan la importancia de las tareas que proponen para el aprendizaje, por su capacidad de favorecer la actividad en el aula. Dividen la descripción de dicho funcionamiento en tres fases: registro de los procesos de resolución, reflexión y puesta en común, y elaboración de un informe final.

Entre sus conclusiones figuran: mostrar a los estudiantes las matemáticas acabadas, no es la mejor manera de avanzar ni en la motivación, ni en la actitud, ni en el progreso de los conocimientos matemáticos de los estudiantes. Es necesario buscar nuevas formas de aproximarse a su enseñanza, que contemplen una mayor participación de los estudiantes, unas tareas más ricas, y una participación más discreta y optimizada del profesor, que favorezca la reflexión, la búsqueda y el descubrimiento. Consideran que han de ser muy importantes las reflexiones conjuntas que tienen lugar en las puestas en común de todos los estudiantes, puesto que son los momentos en los que se han de intentar solucionar las dificultades de comprensión, en los que se unifiquen las líneas de trabajo y donde se aborden los bloqueos y los conflictos que se produzcan.

Brindó como aporte a esta investigación, la necesidad de socializar en puestas en común las reflexiones planteadas por los estudiantes y las dificultades que presentaban durante el desarrollo de las sesiones, intentando ser aclaradas y comprendidas por todos, al igual que la necesidad de permanecer en la búsqueda de nuevas estrategias de aprendizaje para lograr mayor participación de los estudiantes.

Alcalde (2010), en su tesis doctoral “Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la Universitat Jaume I”, plantea como objetivo determinar el nivel de los estudiantes de primer curso de la diplomatura de maestro de la UIJ en conocimientos de contenidos conceptuales, ejecución de algoritmos, utilización de contenidos procedimentales complejos y resolución de problemas en aritmética, álgebra, geometría, estadística y proporcionalidad. Concluye que poseer mayor nivel en contenidos matemáticos asegura mayor rendimiento en didáctica de la matemática y estudiar más contenidos matemáticos produce mayor correlación positiva entre los contenidos matemáticos teóricos y didácticos; recomienda a los futuros maestros estudiar más asignaturas en didáctica de la matemática e implementar resolución de problemas aplicados, en cada curso de la diplomatura.

En la presente investigación se utilizó el análisis que hace el autor sobre contenidos curriculares y temáticos relevantes para la enseñanza de sistemas numéricos, geométricos y aleatorios en estructuras llamadas bloques. Así, como todo el análisis que plantea respecto a la resolución de problemas y la importancia de ser utilizados como metodología para el aprendizaje de los conceptos matemáticos.

Peña (2011), en la investigación titulada “Resignificación del algoritmo para operar aditivamente con fracciones un contexto escolar”, presenta como objetivo, construir una

propuesta didáctica que a través de un trabajo conceptual resignifique el algoritmo para operar aditivamente con fracciones. A manera de conclusión, señala que esta propuesta representa un aporte puntual en la construcción del concepto de fracción como número racional y para llegar a consolidar la comprensión de una noción tan compleja, es preciso abordarla desde los distintos usos y contextos que han originado sus diversos significados.

En este trabajo, se buscó descubrir cómo los estudiantes pueden construir progresivamente un procedimiento y resignificar el algoritmo aprendido anteriormente, que ha sido mecanizado pero sin comprenderlo, aspectos que fueron tenidos en cuenta a la hora de diseñar las estrategias para este estudio. Además de la necesidad que el maestro esté atento a cada acción, a cada pregunta, para dar paso a la ampliación de los significados; a requerir de los estudiantes los argumentos que fundamentan sus afirmaciones.

**2.1.2 Antecedentes Nacionales.** Vargas Sarabia (2015) en su tesis de maestría en pedagogía “Resolviendo problemas de estructura multiplicativa mediante modelos organizadores. Una intervención de aula para favorecer la resolución de Problemas de estructura multiplicativa en estudiantes de grado Cuarto, del colegio Nicolás Buenaventura IED” buscó diseñar, aplicar y evaluar una intervención de aula para facilitar el desarrollo de habilidades para resolver problemas de estructura multiplicativa que involucrara relaciones de proporcionalidad simple, relaciones de comparación multiplicativa y relaciones de combinatoria a través de los modelos organizadores y la aplicación del ciclo de análisis didáctico en el diseño de actividades en un contexto significativo para los/as estudiantes.

Concluyó que la resolución de problemas matemáticos constituyen un tema de importancia dentro del currículo, dado que incide en la forma de visualizar la realidad y organizarla para resolver los propios problemas, o bien para analizar la realidad del entorno y

comprenderla; encuentra que las dificultades que se tienen para resolver problemas están relacionadas con los métodos de enseñanza y con la necesidad de individualización del aprendizaje que tienen los estudiantes, por cuanto las consecuencias de estos dos factores se dejan ver en las dificultades que se tienen para comprender, solucionar y comunicar la solución de un problema.

Los planteamientos presentados por la autora proporcionaron una recomendación válida para ser asumida, referente a realizar una planeación pedagógica ascendente en la que cada temática sea el techo de la anterior, encadenando así las intervenciones pedagógicas, lo cual permite que el estudiante dé mayor sentido a lo que aprende, y pueda aplicar sus conocimientos previos en cada actividad propuesta por el docente.

Morales Díaz (2014) en su investigación titulada “Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales”, tiene como objetivo el reconocer los errores y las dificultades que presentan los estudiantes de educación básica al enfrentarse a la resolución de problemas con los números racionales, concluye realizando una clasificación de errores presentes tales como: dificultad en el manejo del lenguaje matemático evidenciado en la de comprensión de los problemas, la falta de comprensión semántica de las situaciones lleva generalmente a errores, debido a las diferencias entre el lenguaje natural y el lenguaje formal; errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos; para el caso de las situaciones presentadas en donde había un manejo espacial, relacionado con formas geométricas o particiones dentro de una forma circular, el análisis y síntesis perceptivos implican una demanda considerable para algunos estudiantes.

En este estudio fue muy importante partir del dominio de conceptos matemáticos en los estudiantes, claves al momento de comprender un problema. Además, durante las sesiones, en

las preguntas que se plantearon a los problemas, el estudiante debía explicar cómo realizar cada procedimiento, rescatando la importancia de la argumentación.

Martínez, (2012) con la investigación que se titula “Implementación y creación de herramientas didácticas que afiancen las cuatro operaciones básicas de la aritmética de los números naturales”, diseña tanto módulos para el conocimiento y manejo de las herramientas didácticas, como actividades para su implementación, que permiten al estudiante desarrollar la habilidad de escribir números naturales en diferentes sistemas de numeración y en donde se proponen ejercicios que exigen para su solución mostrar paso a paso la obtención de resultados en el desarrollo de operaciones básicas en aritmética.

Concluye que la implementación de esta propuesta le da al estudiante otra manera de adquirir un aprendizaje significativo y al docente una estrategia didáctica motivante para llevar conocimiento a los estudiantes. Asimismo, que algunas de las dificultades que presentan los estudiantes para realizar cálculos se debe a factores cognitivos como la baja atención, poca retención en la memoria y dificultades en la velocidad de procesamiento de la información. Se consideró de gran ayuda el aporte de esta investigación en cuanto a las recomendaciones frente a dar una mirada a la historia y epistemología de las matemáticas y darla a conocer como herramienta didáctica, así como la necesidad de fortalecer en los estudiantes la atención y la motivación, como elementos fundamentales en la asimilación del conocimiento, estructurando un trabajo variado y dinámico.

Pulido (2014) en su trabajo titulado “Procesos metacognitivos que llevan a cabo estudiantes de grado noveno con desempeños superior y bajo del colegio Agustín Fernández I.E.D. durante la resolución de problemas matemáticos”, cuyo objetivo fue, caracterizar los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes de grado noveno con desempeño

superior y bajo en el área de matemáticas del Colegio Agustín Fernández I.E.D, cuando resuelven problemas matemáticos.

Un logro de este trabajo, fue mostrar cómo frente a sí mismos, los estudiantes identifican sus habilidades y dificultades, las cuales se relacionan sobre todo con las demandas específicas de la tarea y las estrategias de resolución, así como con la comprensión que logran de los problemas matemáticos. El aporte para el presente trabajo, es la manera en que los estudiantes de distintas edades resuelven problemas teniendo en cuenta el dominio del conocimiento, las estrategias involucradas en el proceso, además de las definiciones de problema, clases de problema y diferentes estrategias para solucionarlos.

**2.1.3 Antecedentes locales.** Maldonado, (2017) en su tesis de maestría “Innovación y creatividad: una estrategia pedagógica en la enseñabilidad de la física electromagnética”. Tiene como objetivo crear una estrategia pedagógica para el fomento de la creatividad en los estudiantes de física electromagnética de la universidad Francisco de Paula Santander. Concluye que existe diferencia significativa entre el grupo control y el experimental quienes utilizan el aprendizaje basado en proyectos y resolución de problemas como componente básico de la estrategia, mejora índices de creatividad y competencias en física, permitiendo al estudiante interpretar fenómenos y modelar situaciones de la vida real. Con base en esta investigación se implementaron conceptos de enseñabilidad al partir de preceptos críticos y problematizadores de la realidad, es decir problemas contextualizados a la realidad de los jóvenes de grado octavo, que permiten un mejor desarrollo de competencias matemáticas.

Isidro Duarte, (2015) en su tesis de maestría “Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral, su relación con la planificación docente”, a través de método

Fuzzy y la resolución de problemas se planteó como objetivo establecer asociaciones entre el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes y la planificación de clases de los profesores de cálculo integral. Concluye que existe correlación significativa entre metodología y desarrollo del pensamiento matemático, y entre implementación del enfoque dialógico crítico por parte de profesores y la percepción de los estudiantes en los momentos pedagógicos. En la tesis se utilizaron lineamientos para planeación de la clase aproximada a elementos contextualizados acordes a la producción colaborativa por parte de estudiantes y profesores mediante el acercamiento de los objetos de estudio con su entorno.

Santos, (2016) en su conferencia “Solución de problemas como estrategias de aula”, realizada en el encuentro Internacional en Educación Matemática UFPS, se plantea, como punto de partida de la estrategia el desarrollo de pensamiento que, desde lo cognitivo, incluye procesos de pensamiento, operaciones mentales y funciones del intelecto por medio de los cuales perciben la información sistemáticamente, reformulan el conocimiento y lo aplican a la solución de problemas concretos involucrando en este acto cognitivo, las dimensiones comunicativas, socio-afectiva, ética, estética y técnica. Algunos logros de esta investigación: un trabajo reflexivo y pedagógico constante de los educadores para su planeación, se ha logrado disminuir el índice de fracaso escolar en el área de matemáticas, se promueve el trabajo colaborativo entre los estudiantes, se ha fortalecido la imaginación y la creatividad tanto en educadores como en estudiantes. Este estudio aportó ejes de acción importantes a tener en cuenta, tales como: el fortalecimiento del trabajo colaborativo desde la aceptación de los demás, sus ideas y argumentos, el esfuerzo y la responsabilidad tanto de estudiantes como de docente en el desarrollo de cada una de las sesiones, al igual que un trabajo reflexivo y pedagógico constante del docente para su planeación y ejecución.

## 2.2 Marco teórico

A continuación se presenta el fundamento teórico de la investigación, donde se exponen aspectos importantes relacionados con la resolución de problemas matemáticos, pensamiento numérico y sistemas numéricos, el constructivismo y las matemáticas y el aprendizaje significativo.

### **Resolución de problemas**

La resolución de problemas se centra en el planteamiento metodológico de situaciones problemáticas no resueltas a fin de promover en el estudiante hábitos de aprendizaje consistentes en la búsqueda de su solución; los problemas tendrán que ayudar en la introducción de contenidos lo más contextualizados posibles, conectándolos tanto con la vida cotidiana de los alumnos como con los núcleos temáticos del resto de áreas de aprendizaje, ofreciendo un enfoque práctico y funcional. El enfoque instructivo centrado en la solución de problemas contribuye de forma decisiva a la generalización de los aprendizajes a nuevas condiciones o contextos.

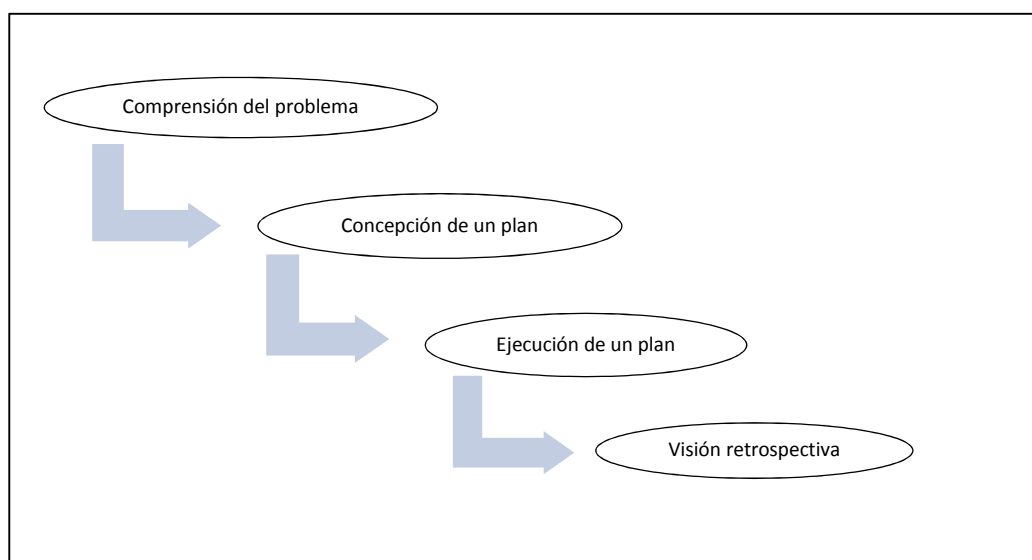
Brown (1977, 1978, 1980) define a la metacognición como el control efectuado de una forma deliberada y consciente de la propia actividad cognitiva. Partiendo de esta propuesta las actividades metacognitivas suponen mecanismos de autorregulación y de control que le sirven al sujeto cuando se muestra activo en la resolución de problemas.

Según Brown (1977) la eficacia demostrada en la resolución de problemas presupone el conocimiento de una forma explícita del funcionamiento cognitivo. A similares conclusiones



llegan Brown, Campione & Day (1981) cuando apuntan que el autoconocimiento es un prerrequisito para que tenga lugar la autorregulación. Polya (1945), estableció cuatro etapas que con el paso de los años han sido utilizadas como referencia en teorías y modelos posteriores.

Éstas son:



**Gráfica 5. Etapas en el proceso de resolución de problemas, según Polya (1945)**

En cada una de las etapas, Polya, plantea algunas preguntas orientadoras para el respectivo análisis de la situación:

*Tabla 1. Síntesis del modelo propuesto por Polya para resolver problemas*

<b>Etapas</b>	<b>Aspectos</b>
<b>Comprensión del problema</b>	¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?

<p><b>Concebir un plan</b></p>	<p>¿Te has encontrado un problema semejante? ¿Conoces un problema relacionado con éste? Mira con atención la incógnita y trata de recordar algún problema que te sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.</p> <p>Busca problemas resueltos relacionados con los tuyos. ¿Podrías utilizar su método? ¿Podrías utilizar su resultado? ¿Te faltaría introducir algún elemento para poder utilizarlo? ¿Podrías enunciar el problema de otra forma? ¿Podrías plantearlo en forma diferente nuevamente?</p> <p>Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver otro parecido. ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos datos apropiados para determinar la incógnita?</p> <p>¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición?</p>
<p><b>Ejecución del plan</b></p>	<p>Al ejecutar tu plan de solución, comprueba cada uno de los pasos. ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto?, piensa ¿Qué se consigue con esto?</p>
<p><b>Visión retrospectiva</b></p>	<p>¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes verificar el</p>

	<p>razonamiento? ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?</p>
--	--

Tabla 1. (Continuación).

En esta secuencia intervienen distintos procesos cognitivos. Cuando se resuelve una situación problemática, ésta exige al sujeto poner en marcha una serie de mecanismos que sirven de vía para hallar la solución a la situación planteada. Entre estos procesos están los siguientes (Vaca, 2012): traducción y/o codificación del enunciado, representación del problema, búsqueda y selección de las estrategias a utilizar en la resolución de problemas. Otro proceso cognitivo que interviene es el denominado función ejecutiva. Se puede definir como aquellas capacidades que permiten a un sujeto actuar con autonomía hacia un objetivo determinado, tales como control, planificación, memoria de trabajo o evaluación de la actividad (Rubio, 2014).

Con estos procesos cognitivos se busca que el alumno aplique estrategias generales para resolver con éxito las situaciones planteadas, elegir la operación que resuelve el problema, descubrir la falta de datos, su exceso o carencia de coherencia, identificar los elementos esenciales que componen el problema separando los datos de la pregunta, inventar problemas variados cuya resolución requiera plantear una o más operaciones aritméticas, representar de forma gráfica los cálculos para su resolución, aplicar los pasos de la estrategia general y averiguar problemas de distinto tipo. Es así, como Godino & Batanero (2004), proponen algunas estrategias para resolver problemas: ensayo y error, construir un modelo, análisis – síntesis, resolver un problema más simple, hallar una regularidad, utilizar una tabla o esquema.

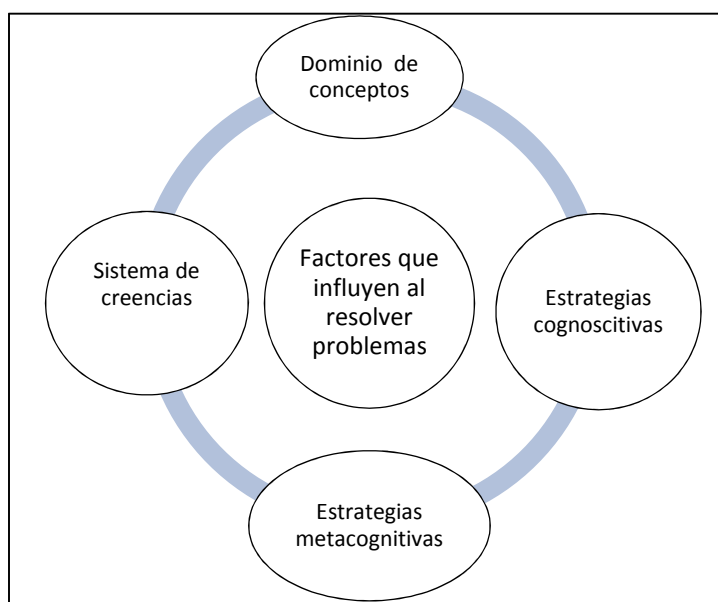
De acuerdo con Miguel de Guzmán (1993):

La enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se trata de considerar como lo más importante: que el alumno manipule los objetos matemáticos; que active su propia capacidad mental; que reflexione sobre su proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente; que de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental; que adquiera confianza en sí mismo; que se divierta con su propia actividad mental; que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana; que se prepara para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia (p. 111).

La resolución de problemas no debe ser vista como una meta en sí misma, sino como el medio esencial para lograr el aprendizaje. Es por esto, que la resolución de problemas debe ser planteada de manera cotidiana, no tomarse como un hecho aislado donde se pierda el sentido de los conceptos que se están trabajando, al contrario, ser articulada dentro de todo el proceso matemático, de tal manera que el estudiante le encuentre sentido y más si las situaciones se plantean en contexto, de tal forma que adquieran hábitos de perseverancia, desarrollo de creatividad y confianza en sí mismo.

Ahora bien, Shoenfeld (1992), plantea, que al pretender que el estudiante resuelva problemas, se deben propiciar y razonar situaciones en diferentes contextos y considerar los elementos que pueden influir al momento de ser abordados:

- Dominio del conocimiento: comprendido como los recursos matemáticos que posee el estudiante y que pueden aflorar en el momento que los necesite.
- Estrategias cognoscitivas: contienen aquellos métodos heurísticos, como realizar esquemas, dibujos de la situación, usar material concreto, el ensayo y error, entre otros.
- Estrategias metacognitivas: consiste en interiorizar cómo piensa uno, teniendo en cuenta planear, evaluar y decidir.
- El sistema de creencias: consideradas como las ideas que los estudiantes tienen de la matemática y de sí mismo (p. 76).



Gráfica 6. *Factores que influyen al resolver problemas*

De acuerdo con lo anterior, resolver problemas permite el desarrollo de procesos reflexivos, lo cual demuestra el vínculo que existe entre la resolución de problemas y el aprendizaje significativo, pues, toda reflexión surgida en la mente pone de manifiesto la interacción entre los esquemas previos y la nueva información (Lucero, Concari & Pozzo, 2006).

## Pensamiento numérico y sistemas numéricos

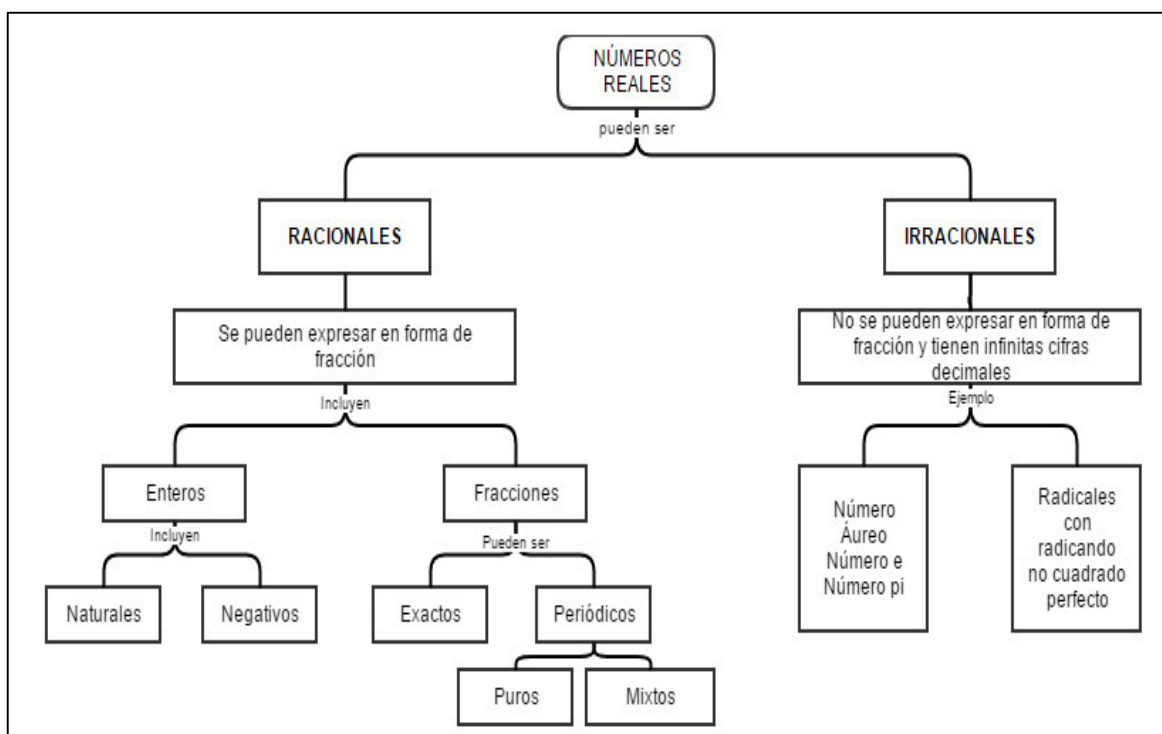
Según los lineamientos curriculares (1998), una de las herramientas para desarrollar el pensamiento numérico son los sistemas numéricos. El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y progresa cuando el estudiante tiene la opción de utilizarlos en contextos significativos.



Gráfica 7. Aspectos del currículo de matemáticas

Sistemas numéricos: Los estudios que se poseen hoy sobre los números reales son la consecuencia de un extenso, paciente y dedicado trabajo de matemáticos de distintas civilizaciones. Durante más de veinte siglos se fueron construyendo paulatinamente los conceptos que hoy día conocemos y desde su invención para resolver problemas prácticos, los matemáticos lograron, apenas dos mil quinientos años después de su aparición, una definición de

número y de sistema numérico, apoyada completamente en fundamentos lógicos, evitando la intuición. Es así, como podemos tener algunos conceptos sobre los sistemas numéricos, tal como expresan Argueso, Borobia, Lázaro, Pajares & Tomeo (2015).



Gráfica 8. Mapa conceptual de números reales.

Los números naturales: Son los números 0, 1, 2, 3, 4 (...) se usan para contar y para ordenar los elementos de un conjunto. Este conjunto se presenta con la letra **N**.

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ , lo cual indica que el conjunto es infinito.

Propiedades del conjunto de los números naturales: **N** es un conjunto infinito; todo número natural tiene un único sucesor y un único antecesor, excepto el cero que sólo tiene sucesor; entre dos números naturales siempre existe un número finito de números naturales, es

decir,  $\mathbf{N}$  es un conjunto discreto; a cada número natural corresponde un punto y sólo uno, sobre la semirrecta numérica; el conjunto de los números  $\mathbf{N}$  es un conjunto ordenado.

Las operaciones de adición, multiplicación y potenciación son siempre posibles en  $\mathbf{N}$ , sin embargo, la sustracción, la división la radicación no siempre son posibles en  $\mathbf{N}$ .

El conjunto de los números enteros: constituido por el conjunto de los números naturales  $\mathbf{N}$  y los números enteros negativos. Se representan con la letra  $\mathbf{Z}$ .

$\mathbf{Z} = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ , indicando que el conjunto es infinito y que incluye a los naturales.  $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$ .

Propiedades del conjunto de los números enteros:  $\mathbf{Z}$  es un conjunto infinito;  $\mathbf{Z}$  es un conjunto ordenado; todo número entero tiene un único antecesor y un único sucesor; entre dos números enteros existe un conjunto finito de números enteros,  $\mathbf{Z}$  es discreto; a cada número entero corresponde un punto y sólo uno sobre la recta numérica, pero a todo punto de la recta numérica no le corresponde un número entero, es decir,  $\mathbf{Z}$  no completa la recta.

La adición, la sustracción y la multiplicación de enteros siempre están definidas en  $\mathbf{Z}$ .

La división, la potenciación y la radicación no siempre son posibles en  $\mathbf{Z}$ .

Propiedades de la potenciación: producto y cociente de potencias de igual base, potencia de una potencia, producto y cociente de potencias con el mismo exponente, exponente cero, exponente uno.

El conjunto de los números racionales, está formado por números enteros y las fracciones. Es decir, el conjunto de los números racionales está formado por todos aquellos números que se pueden escribir como una fracción,  $\frac{a}{b}$ , donde  $a$  y  $b$  son números enteros, con  $b$  distinto de cero. El conjunto de los números racionales se representa por la letra  $\mathbf{Q}$ .



$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0 \right\}$ . Es también un conjunto infinito puesto que incluye a los enteros.

$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$

Propiedades del conjunto de los números racionales:  $\mathbf{Q}$  es infinito; entre dos números racionales existe un número infinito de números racionales,  $\mathbf{Q}$  es denso; a cada número racional le corresponde un único punto de la recta numérica, pero a todo punto no le corresponde un único punto racional, es decir,  $\mathbf{Q}$  no completa la recta numérica;  $\mathbf{Q}$  es un conjunto ordenado.

La adición, la sustracción, la multiplicación y la división siempre están definidas en  $\mathbf{Q}$ , mientras que la potenciación y la radicación no siempre son posibles en  $\mathbf{Q}$ .

Los racionales en su representación decimal pueden ser: exactos, periódicos puros o periódicos mixtos.

El conjunto de los números irracionales, está formado por los números que no pueden ser expresados en forma de fracción. Su expresión decimal tiene un número infinito de cifras decimales que no se repiten periódicamente. El conjunto de los números irracionales se representa por la letra  $\mathbf{I}$ . Existen infinitos números irracionales. Los números irracionales se pueden representar sobre la recta numérica, usando el teorema de Pitágoras.

El conjunto de los números reales está formado por los números racionales y los irracionales. Se representa por la letra  $\mathbf{R}$ .  $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{I}$ .

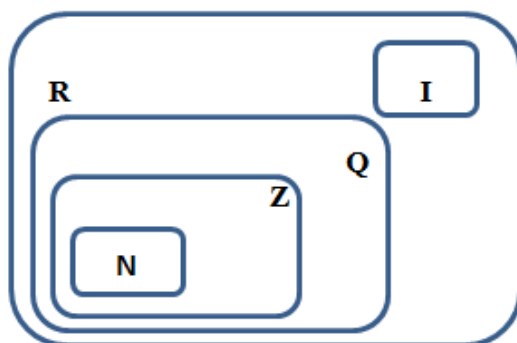


Figura 3. Diagrama de sistemas numéricos

## Proceso de aprendizaje

Para la presente investigación se ha tenido como objeto de estudio el proceso de aprendizaje, el cual ha sido definido por diferentes autores de la siguiente manera:

Los procesos de aprendizaje son las actividades que realizan los estudiantes para conseguir el logro de los objetivos educativos que pretenden (Marqués, 1999). Esta actividad de carácter individual, también depende del contexto social y cultural, el cual se produce mediante la interiorización en el que el estudiante ajusta sus conocimientos previos con los nuevos.

El aprendizaje es un proceso de adquisición originado por la experiencia (Rebollo, 2006). En ese cambio producido por la adquisición debe haber cierta permanencia, para que haya aprendizaje, lo cual implica memoria.

El aprendizaje es un proceso por medio del cual la persona se apropia del conocimiento, en sus distintas dimensiones: conceptos, procedimientos, actitudes y valores (Pérez, s.f), proceso a través del cual se adquieren habilidades, destrezas, conocimientos... como resultado de la experiencia, la instrucción o la observación (García, s.f).

El constructivismo y las matemáticas para Guirles (2002), en su artículo, el constructivismo y las matemáticas, propone: Se debe entender el aprendizaje de las matemáticas como un proceso de construcción individual, el cual se ocasiona mediante las interacciones individuales y grupales realizadas en la clase. Respetar los diferentes ritmos de aprendizaje de los estudiantes. Tener presente que el aprendizaje que se puede interiorizar y construir está condicionado por los conocimientos previos, siendo imprescindible la comprensión y la actividad mental. Reconocer que la actitud hacia la matemática, por parte del docente y del estudiante, son elementos fundamentales para el aprendizaje, es decir, valorar la importancia de la matemática

en la vida, así como las opiniones y saberes de los demás. Observar el aprendizaje colaborativo como el eje de la actividad y contexto de aprendizaje matemático. Así como un cambio en el rol que desempeña el docente en el aula de clase, siendo más mediador que simple instructor que transmite conocimiento, para lo cual se necesita paciencia para dejar que sea el estudiante quien construya y reconstruya su conocimiento matemático de manera útil y funcional, que le permitan resolver problemas en diferentes contextos.

La institución educativa Oriental N° 26, asume la teoría del aprendizaje significativo, planteada por Ausubel, el cual resume en su epígrafe de la siguiente manera: “el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente” (1983). Ausubel defiende que el objetivo de la enseñanza es ayudar a los alumnos a comprender el sentido de la información presentada, no descubierta, para que combine el nuevo material a aprender con el ya poseído, rechaza el memorismo, dado que es preciso realizar conexiones con el conocimiento ya existente.

El aprendizaje significativo se da al presentarse condiciones como la de contar con la disposición del sujeto para aprender significativamente y cuando el material a aprender es potencialmente significativo, esto es, puede relacionarse con su estructura de conocimiento. Por ello, las herramientas dadas al aprendizaje deben contar con una lógica y secuencia que permita al estudiante ir deduciendo, ejemplificando, comparando, aplicando el conocimiento, así mismo, la estructura mental del sujeto debe poseer ideas de afianzamiento con las que pueda relacionarse (Palomino, 1996), propios de un desarrollo de pensamiento lógico y crítico, y de su pensamiento formal, en diferente nivel, pero su avance le va permitiendo superar niveles bajos si le caracterizan.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje la exposición de los contenidos debe atender a principios de diferenciación progresiva, donde las ideas generales e incluyentes tienen que ir primero y lo particular a continuación; y el de reconciliación integradora, donde la nueva información aprendida actúa reorganizando, precisando, relacionando y dotando de nuevo significado a los contenidos ya adquiridos para generar nuevos conocimientos, tal como sucede cuando se resuelven problemas matemáticos, puesto que toda reflexión ocurrida en la mente, pone en juego la interacción entre los esquemas previos y la nueva información.(Lucero et al, 2006).

### 2.3 Marco conceptual

- **Aprendizaje:** El concepto de aprendizaje, aunque es muy amplio, ha habido algunas expresiones que intentan precisarlo y por ende delimitarlo hacia un enfoque en particular. Veamos algunas de las acepciones más importantes en materia educativa:

Gagné (1965, p. 5) define aprendizaje como “un cambio en la disposición o capacidad de las personas que puede retenerse y no es atribuible simplemente al proceso de crecimiento”.

Zabalza (1991, p. 174) considera que “el aprendizaje se ocupa básicamente de tres dimensiones: como constructo teórico, como tarea del alumno y como tarea de los profesores, esto es, el conjunto de factores que pueden intervenir sobre el aprendizaje”.

Es todo aquel conocimiento que se va adquiriendo a través de las experiencias de la vida cotidiana, en la cual el alumno se apropia de los conocimientos que cree convenientes para su aprendizaje. (Mendez, s.f)

• **Desarrollo de competencias:** De acuerdo con Rimari Arias (2010), desde la perspectiva social, es la capacidad de solucionar problemas de manera eficaz y eficiente en un tiempo determinado. Desde la perspectiva pedagógica, es la capacidad de resolver problemas utilizando el conocimiento, desde tres perspectivas recíprocas: saber (organización y sistematización de ideas), saber hacer (secuenciación ordenada para una resolución práctica) y saber ser (demostración de actitudes y valores positivos).

• **Problema:** Sáiz & Román (2011) “es todo aquello que entraña alguna dificultad al sujeto. Lo que es un problema a una edad puede no serlo a otra. Con la edad existe un incremento de la capacidad de resolver problemas” (p. 10). Al respecto Charnay (1994) lo plantea, como una terna situación-alumno-entorno; hay un problema sólo si el alumno descubre una dificultad, es decir, no necesariamente, un problema lo es para todos.

En esta dirección y sentido, el proyecto que sustenta la presente investigación, la consideración social y socializadora de la educación, integra aportaciones diversas, cuyo denominador común lo constituye el hecho que el conocimiento se construye.

## 2.4 Marco legal

• La Ley General de Educación, Ley 115 de 1994, estableció los fines de la educación y los objetivos para cada nivel y ciclo de educación formal. Se le dio autonomía a las instituciones educativas para la elaboración de su Proyecto Educativo Institucional - PEI, definiendo en él los énfasis de cada institución y la forma como se planean, desarrollan y evalúan sus propósitos educativos. En el artículo 22 de esta Ley, se retoma la renovación curricular en la cual se adoptó el enfoque de sistemas para el área de matemáticas.

- Ley 1098 de 2006 - Código de la Infancia y la Adolescencia. Su finalidad, garantizar a los niños, a las niñas y a los adolescentes su pleno y armonioso desarrollo para que crezcan en el seno de la familia y de la comunidad, en un ambiente de felicidad, amor y comprensión. Prevalecerá el reconocimiento a la igualdad y la dignidad humana, sin discriminación alguna. Permitirá apoyar la generación de políticas de frontera desde las representaciones sociales vivenciales con formación de integralidad personal y jurídica.

- Decreto 869 de 2010 por el cual se reglamenta el examen de estado de la educación media, ICFES - SABER 11. Es un instrumento estandarizado para la evaluación externa, que conjuntamente con los exámenes que se aplican en los grados 5º, 9º, hace parte de los instrumentos que conforman el Sistema Nacional de Evaluación. En el art. 1 de dicho decreto, se plantean entre otros, los siguientes objetivos:

Comprobar el grado de desarrollo de las competencias de los estudiantes que están por finalizar el grado undécimo de la educación media.

Monitorear la calidad de la educación de los establecimientos educativos del país, con fundamento en los estándares básicos de competencias y los referentes de calidad emitidos por el Ministerio de Educación Nacional.

Proporcionar información a los establecimientos educativos que ofrecen educación media para el ejercicio de la autoevaluación y para que realicen la consolidación o reorientación de sus prácticas pedagógicas.

- Decreto 325 de 2015, por el cual se establece el Día de la Excelencia Educativa en los establecimientos educativos de preescolar, básica y media. Denominado “Día E”. Día en el cual los directivos docentes, docentes y personal administrativo con base en los resultados de la

institución, elaboran un plan de acción en procura de fortalecer los aspectos débiles que se presentan, correspondiente al año escolar.

De acuerdo con lo expresado anteriormente, corresponde a las instituciones educativas ofrecer una educación de calidad, en cada una de las áreas del conocimiento, teniendo en cuenta todos los parámetros que ofrece el MEN, como son los lineamientos curriculares, en este caso los correspondientes al área de matemáticas, los estándares básicos de competencias en el grupo de octavo a noveno, los derechos básicos de aprendizaje del grado octavo, junto con la matriz de referencia del grado noveno, con respecto al componente numérico variacional, específicamente los números reales, lograr mejoramiento en la calidad de la educación y mayores niveles de eficiencia en el mismo.

### 3. Diseño Metodológico

Desde la naturaleza de la presente investigación, dadas las características del objeto de estudio y el contexto donde tiene lugar, junto con la perspectiva metodológica adoptada para estudiarlo, la investigación se encuentra enmarcada dentro de un enfoque cualitativo, la cual se ha afianzado en los últimos años como una metodología útil para la formación del conocimiento en las ciencias sociales, siendo la antropología, la psicología y la educación las disciplinas donde se ha observado un mayor desarrollo (Balcázar, González, Gurrola, & Moysén, 2013). Los métodos cualitativos reconocen esferas de la interacción social que otros métodos difícilmente tratan. Además, no han sido valorados en el campo de las ciencias naturales y sociales, debido a la imposibilidad de generalizar partiendo de resultados obtenidos, puesto que su grado de subjetividad permite el riesgo de que el investigador incluya sesgos representativos, además de los largos períodos que se requieren para su correcta aplicación. (Balcázar et al, 2013).

La investigación cualitativa describe y analiza las conductas sociales, los sentimientos, las opiniones, las percepciones y los pensamientos individuales o colectivos, correspondiendo al investigador interpretar los fenómenos según los valores que la gente le facilita (Mc Millan & Schumacher, 2005). Continúan argumentando que “La investigación cualitativa se ocupa de entender el fenómeno social desde la perspectiva de los participantes. El entendimiento se adquiere analizando los contextos de los participantes y mediante la exposición de los significados de los participantes sobre estas situaciones” (p. 401).

Ricoeur (2005) habla de cómo el ser humano se reconoce en su capacidad de poder decir, de poder hacer y poder narrarse y es a través de los ciclos previos de reflexión-acción



que han tenido lugar y que permiten entender su accionar y de esta manera analizar la evolución, la docencia, la investigación.

Teniendo en cuenta el contexto de la ciudad de Cúcuta como zona de frontera y la llegada de estudiantes venezolanos a las aulas, el primer ciclo de reflexión se basó en la constatación de la necesidad de crear acciones que respondieran tanto a la falta de herramientas basadas en análisis de problemas y su solución, como en la necesidad de desarrollar nuevas herramientas para la praxis educativa en un aprendizaje basado en la realidad, así como el binomio docencia/investigación.

### **3.1 Tipo de investigación**

Esta investigación se basó en la investigación acción, método que combina los ciclos de acción con los de reflexión. Para Freire (2009) la palabra conlleva dos dimensiones, la acción y la reflexión, en tal forma solidarias que sacrificada una de ellas se resiente inmediatamente sin la otra. No hay palabra verdadera que no sea unión inquebrantable entre acción y reflexión, y por ende, que no sea praxis.

Elliott (2000), asume la investigación acción como “el estudio de una situación social para tratar de mejorar la calidad de la acción en la misma” (p. 88), siendo su interés, el de proporcionar elementos que sean útiles para mediar el juicio práctico en situaciones concretas; además en la investigación-acción no se validan las teorías independientemente para aplicarlas a la práctica, sino a través de ella.

La investigación acción, es un proceso por el cual se examinan sistemáticamente cuestiones desde las experiencias vividas por los miembros de la comunidad que se ven

mayormente afectados por los temas sometidos a examen. La investigación desde esta perspectiva implica el proceso de compartir información colaborativa, investigación sistemática, reflexión, y acción, con unos resultados esperados en cuanto a un cambio social significativo.

Se basó en la naturaleza del problema, las experiencias personales de los actores principales, sus actitudes y prácticas, así como las características del contexto donde el mismo tiene lugar, en cuyo seno interior se anidan instrumentos para un mejor análisis e interpretación de los resultados, desde una perspectiva más precisa. Todo esto con el fin de garantizar la confianza en los resultados como una representación fiel, de lo que ocurrió con el fenómeno estudiado.

La investigación acción, fue holística al ver el escenario y a las personas no reducidos a variables, sino considerados como un todo integral, que obedeció a una lógica propia de organización de la institución, de funcionamiento y de significación para entender los eventos desde las múltiples interacciones que lo caracterizan y también naturalista al centrarse en la lógica interna de la realidad que analiza, tratando de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas.

### **3.2 Proceso de investigación**


La investigación acción, contó con un tipo de diseño secuencial con un grupo de 48 estudiantes, centrada en el diseño y contrastación de un programa de intervención en matemática dirigido a estudiantes de grado octavo. Respecto del análisis realizado primero se presentaron las diferencias observadas en pretest-posttest, el cual se realizó mediante análisis de

observación intragrupo. El análisis desde el enfoque cualitativo fue interpretacional, sociolingüístico y semiológico de los discursos, y estructuras latentes, y el alcance de resultados desde una postura ideográfica en la búsqueda cualitativa de significados de la acción humana.

### Aplicación del diagnóstico

En primera instancia, se realizó un pretest o evaluación de dominio de conceptos y solución de problemas aritméticos al total de los estudiantes del grado octavo, en la primera semana del mes de agosto de 2016, con el fin de detectar las fortalezas y debilidades en cuanto a su desempeño frente a la solución de problemas. La prueba constaba de siete ítems, que a través de los problemas, planteados en contexto, evaluaba conceptos como números enteros, potenciación y proporcionalidad y fue estructurado de la siguiente manera:

**1. Lee atentamente la siguiente situación:**




Frente a mi colegio Oriental # 26 de la ciudad de Cúcuta, vive la señora Rosa, ella hace y vende unos helados de coco deliciosos. Si al poner los helados en el congelador su temperatura es de 24 °C y suponiendo que esta disminuye cada hora en 3 °C, completa en tu cuaderno una tabla como la siguiente:

Tiempo	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	5 horas	6 horas
Temperatura	21 °C	18 °C				

- ¿Qué temperatura tendrán los helados al transcurrir 7 horas?, ¿y en 8 horas?
- ¿Qué temperatura tienen los helados cuando están listos? Luego de 11 horas.
- ¿Cómo representas esta temperatura?, ¿por qué?
- Si la temperatura de los helados disminuye en 33 °C para que estén listos, ¿qué sustracción plantearías para calcular la temperatura que tienen los helados cuando están listos?, ¿cómo la resolverías? Explica tu respuesta.

**2. Yogen, Alexis, Brayan, Giomar y Alex del grado octavo, están aspirando a la selección de micro del colegio Oriental #26. El profe de educación física y el titular decidieron asignar puntajes a cada uno según su desempeño para facilitar su decisión final. Para quedar seleccionados, la suma de los puntajes debe ser positiva.**




	Yogen	Alexis	Brayan	Giomar	Alex
Titular	5	-5	-10	6	-7
P Edu	-4	-1	-3	-2	4

- ¿Qué jugadores son seleccionados?
- ¿Cuál es el puntaje total que recibió cada jugador?
- ¿Cuál es el menor puntaje que otorgó el titular y el profe de educación física?
- Calcula las diferencias de puntajes entre lo asignado por el titular y el profe de educación física ¿Qué jugador tiene la mayor diferencia de puntajes?

Figura 4. Aplicación del diagnóstico I

Continuando con los ítems 3 y 4, el estudiante debía demostrar sus conocimientos sobre la potenciación y las propiedades, producto de potencias de igual base y potencia de una potencia, además del concepto de volumen de un cuerpo; observando que hay varias maneras de llegar a una misma solución. Una vez más se enfatizó en la necesidad de argumentar los procedimientos.

5. Los alumnos del grado octavo están organizando reunión con los padres de familia para elegir el representante de los estudiantes y de los padres al gobierno escolar. Para esto han arreglado un salón ubicando 60 sillas y 10 mesas.




- ¿Qué relaciones podrías establecer entre la cantidad de sillas y mesas?, ¿cómo obtuviste estas relaciones?
- ¿Hay más sillas o mesas?, ¿cuántas más?, ¿cómo lo supiste?
- Marcela dice que por cada mesa deben colocar 5 sillas, ¿estás de acuerdo?, ¿por qué?
- ¿Es correcto decir que en el salón por cada 12 sillas hay 4 mesas?, ¿por qué?
- Si a la reunión asistieran 84 personas y se dispusieran 6 sillas por cada mesa, ¿cuántas mesas se necesitarían?, ¿cómo lo supiste?

6. En los días de calor, en Cúcuta, doña Rosa frente al colegio Oriental #26 vende muchos helados, por eso diseña una tabla con los posibles pedidos. Complétala.

Helados	1	2		4		9	10
Precio	260	520	780		2080		

- ¿Cómo calculaste la cantidad de helados?, ¿y cada precio?
- ¿Cuántos helados puedes comprar con \$ 3640?
- ¿Cuál es el valor de la razón entre el precio y la cantidad de helados?
- Con los datos de la tabla construye el gráfico en tu cuaderno.

7. En un colegio de Villa del Rosario el gobierno ofrece desayuno a algunos estudiantes de primaria, se estima que con \$ 250 pueden ofrecer un desayuno por niño.



- ¿Cuántos desayunos alcanzarían con \$79.250?
- ¿Cuánto dinero necesitan para ofrecer 500 desayunos?

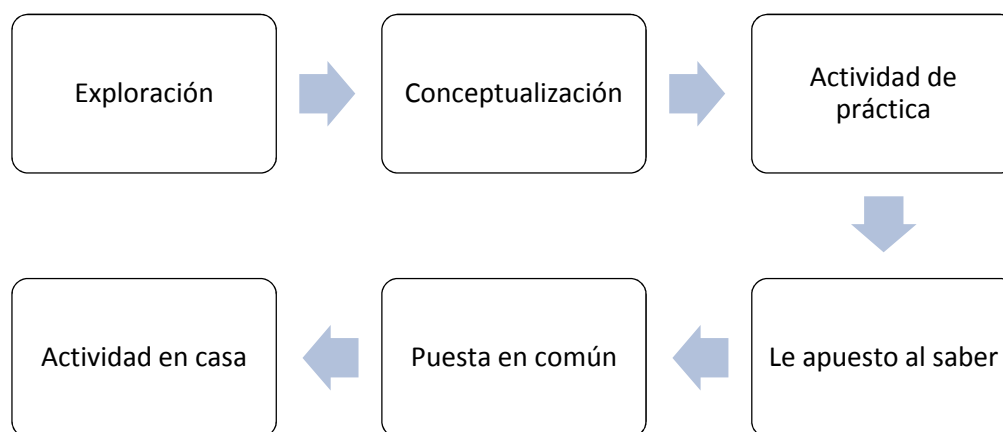
Figura 5. Aplicación del diagnóstico II

Para finalizar, en los ítems 5, 6, 7 se quería ver en los estudiantes el dominio del concepto de proporcionalidad, en cuanto al manejo de información en tablas, aplicación de las operaciones y la elaboración de gráficos, argumentando las razones de sus respuestas. En general, se tomaron tres grandes temáticas que son de manejo en la vida diaria: números enteros, potenciación y proporcionalidad.

Al obtener los resultados del diagnóstico, se evidenciaron muchas dificultades en los estudiantes, por lo tanto, fue necesario aclarar y reforzar durante la semana siguiente, por ser conceptos fundamentales para continuar con la temática.

### **Desarrollo de las sesiones**



En la tercera semana de agosto, se dio inicio con las sesiones que habían sido preparadas con anterioridad.



Gráfica 9. *Desarrollo de las sesiones*

Las sesiones fueron organizadas al comienzo con la exploración, que utiliza los conceptos previos del estudiante: La lectura de un texto, con conocimientos y vivencias previas del alumno, la solución de acertijos, la invitación a escribir sobre una experiencia de vida y sobre la interpretación de un diagrama, con la presentación de un video, la medición de unas figuras, con la lectura de un párrafo incompleto en el que deben ubicar las palabras que corresponden; luego viene la conceptualización donde en algunas de ellas se presentan mapas conceptuales, referentes históricos, consulta y elaboración de carteleras con las propiedades de cada uno de los

sistemas numéricos, ejercicios de práctica para asegurarse que los conceptos han sido comprendidos. A continuación una sección que ha sido llamada “le apuesto al saber”, con problemas tomados de las pruebas SABER, en algunas de ellas se puede trabajar individual o grupal, con el propósito de permitir que los estudiantes aprendan de sus compañeros e intercambien entre sí, con miras al desarrollo de las competencias que se evalúan en este tipo de pruebas: comunicación, razonamiento y resolución, y en sus respectivos componentes: numérico-variacional, espacial-métrico y aleatorio. Seguidamente se encuentra una referencia electrónica como consulta en su casa para reforzar los conceptos y en la parte inferior, un mensaje de actitud positiva.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N°26	GA-F29				
	MANUAL DE PROCESO MISIONAL	Versión: 2				
	GESTIÓN ACADÉMICA	Fecha: 2015-02-02				
GUIAS, TALLERES Y EVALUACIONES		CO-SC-CER348566				
FECHA:	GUIA	<input checked="" type="checkbox"/>	TALLER	<input checked="" type="checkbox"/>	EVALUACIÓN	<input type="checkbox"/>
DOCENTE: MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO			AREA/ASIGNATURA: Matemáticas			
ESTUDIANTE:			GRADO: 8°	CALIFICACION:		




SESION 1. NUMEROS NATURALES "N"	
<b>Inicio: Motivación</b>	
<p><b>El número cívico</b></p>  <p>Todos los efectos de la naturaleza son solo los resultados matemáticos de un pequeño número de leyes inmutables. (Pierre Simon Laplace)</p>	<p>Multiplica por dos el número de tu casa          Añádele 35 menos 28          Multiplícalo por 50          Añádele tu edad          Resta el número de los días del año          Añádele al resultado <math>3+19-7</math>          En las últimas cifras leeas tu edad; en las dos primeras el número de tu casa</p>
<p><b>Los cordones:</b></p> <p>Escribe el número de zapato que calzas          Añádele al número dos ceros          Resta el número obtenido al año de tu nacimiento y comunica a cifra resultante          Añádele a esa cifra el año en curso          Las primeras dos cifras indica el número que calzas y las dos últimas a tu edad          Verifica. Analiza tu respuesta</p>	 <p>No se puede calzar el mismo zapato en todos los pies. — Platón, <i>León</i></p> 

Figura 6. Sesión 1.

La primera sesión correspondiente al conjunto de los números naturales, fue pensada para una duración de 2h, pero al momento de aplicarla fue necesario ampliar los tiempos a dos sesiones, por la dificultad que presentaban al solucionar problemas y con mayor razón los de tipo

SABER. Para comenzar se presentó a los estudiantes una guía que mostraba las etapas planteadas por Polya para resolver problemas y cada una de ellas con las respectivas indicaciones, las cuales fueron explicadas, comentadas y aclaradas en todos sus aspectos. Así mismo se explicó el mapa conceptual, la lectura sobre el comienzo de los números naturales y las propiedades del conjunto numérico, para las cuales elaboraban carteleras, a continuación, la solución de los problemas tipo SABER, donde se tenía que poner especial atención, puesto que suponían para el estudiante una demanda cognitiva y motivacional mayor que la ejecución de ejercicios, actividad que fueron orientada y retroalimentada en el momento de la puesta en común.

Finalizando el mes se planteó la sesión correspondiente al conjunto de los números enteros, haciendo las respectivas correcciones tanto al material elaborado como al desempeño de los estudiantes, quienes mostraron falencias en el dominio de las operaciones, confusión en el manejo de los signos, la representación en la recta numérica y el plano cartesiano, al igual que en la resolución de problemas y se hizo necesario aclarar las dudas que manifestaban los estudiantes para poder continuar.

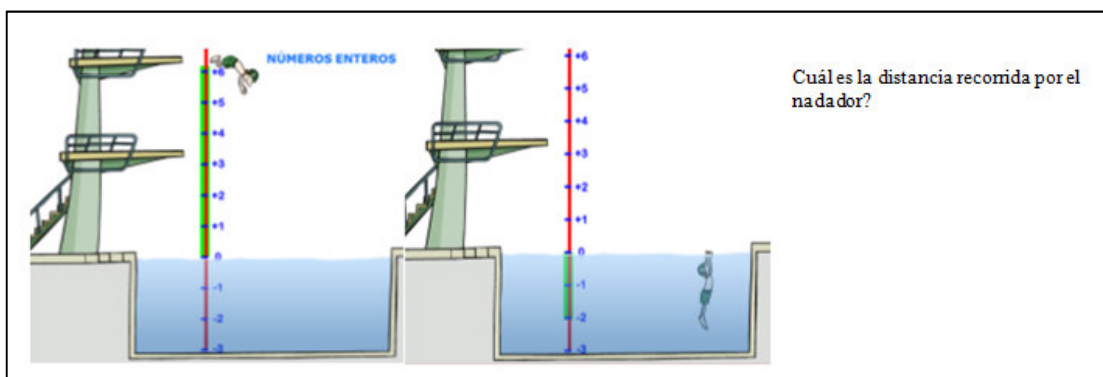


Figura 7. Actividad de exploración

Durante el mes de septiembre, se trabajaron las sesiones correspondientes a los números racionales, irracionales y reales. Estas sesiones fueron las más complicadas, por ser estos conjuntos de mayor exigencia cognitiva. Se aclaró la estructura de los sistemas numéricos con el mapa conceptual, al igual que con el diagrama de Venn. Nuevamente se insistió en la representación gráfica de ellos, al igual que los racionales en el plano cartesiano y la respectiva solución de problemas, para los cuales se reforzaba cada vez en los pasos para solucionarlos: comprensión del problema, elaboración de un plan, ejecución del plan y examinar la solución obtenida. Así mismo, que las diferentes estrategias para resolver problemas: ensayo y error, construir un modelo, análisis – síntesis, resolver un problema más simple, hallar una regularidad, utilizar una tabla o esquema. Se hizo la respectiva puesta en común, donde se exponían sus dudas y obstáculos, para ser despejados.

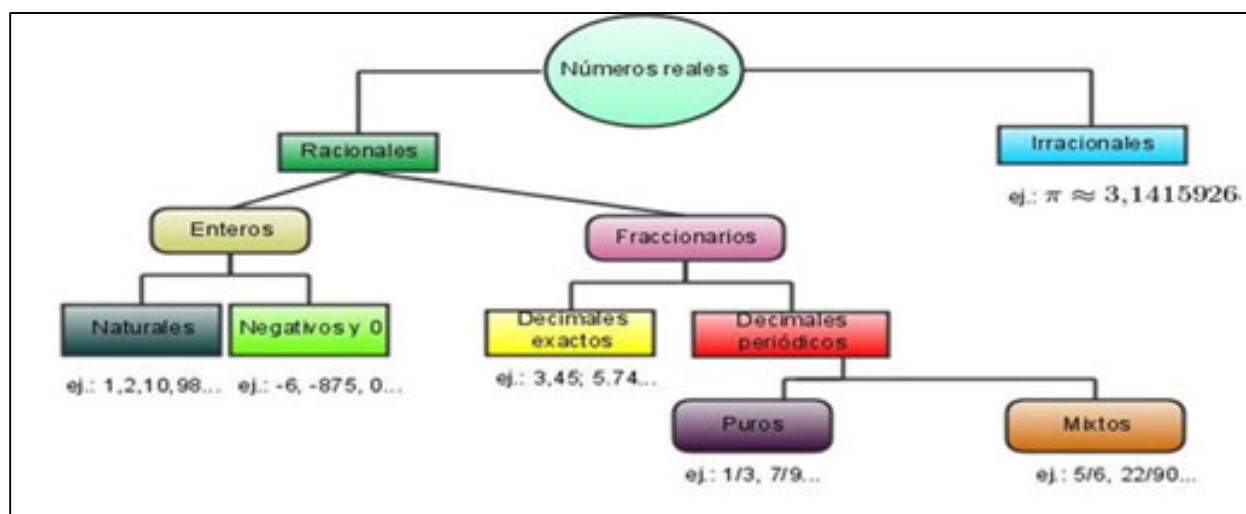


Figura 8. *Números reales*



**LE APUESTO AL SABER**

3. En la tabla se relacionan antiguas medidas españolas de capacidad para los vinos.

Nombre	Capacidad en litros
1 botella	0,75623
1 cuartillo	0,504
1 copa	0,128

Tres amigos bebieron vino. El primero consumió una botella y media de vino; el segundo, 3 cuartillos de vino y el tercero, 8 copas de vino. ¿Entre qué valores está la cantidad total de litros de vino que bebieron los tres amigos?

a. Entre 4,5 y 8 litros    b. Entre 0,128 y 0,756 litros    c. Entre 3,5 y 4 litros    d. Entre 8 y 12,5 litros

4. En la gráfica se presenta el cambio de voltaje de dos tipos de baterías (I y II) en función del tiempo, cuando estas se usan continuamente.

¿Cuáles son los voltajes iniciales (en voltios) de las baterías tipo I y tipo II?

a. 0,5 y 0,7 respectivamente.  
b. 2 y 3 respectivamente.  
c. 1,3 y 1,5 respectivamente.  
d. 4 y 6 respectivamente.

Figura 9. *Le apuesto al saber 1*

Durante el mes de octubre, se trabajaron las sesiones correspondientes a la aplicación, donde también fue necesario, reforzar los conceptos fundamentales que se estaban mecanizando, recordando siempre que al momento de resolver los problemas, era pertinente utilizar el esquema planteado por Polya, en su libro “Cómo plantear y resolver problemas”. Se trabajó con los estudiantes una puesta en común sobre los aprendizajes adquiridos de cada uno de los sistemas numéricos, sus propiedades y operaciones. Se compararon diferentes problemas solucionados por los compañeros en los que utilizaron distintas estrategias para obtener su solución.

**CADA PALABRA EN SU LUGAR.**

*Completa el texto colocando cada palabra en el en el lugar correspondiente.*

-3 no es un número ; es un número entero y también es un número

A no es un número natural, tampoco es un número entero, es un racional, decimal

B no es un número natural, tampoco es un número entero, es un racional, decimal

C no es un número natural, tampoco es un número entero, es un racional, decimal

A =  $\frac{2}{5}$

B =  $\frac{7}{3}$

C =  $\frac{7}{6}$

Exacto    Natural    Racional

Periódico puro    Periódico mixto

Figura 10. *Sesión aplicación*

Para el mes de noviembre, se aplicó una prueba postest, para evidenciar los aprendizajes adquiridos por los estudiantes, similar al pretest, con ocho ítems, en los que el estudiante debía argumentar sus respuestas, solucionar problemas completando tablas y analizando gráficas. Cada una de las sesiones, fueron replanteadas nuevamente, pues en el momento de su aplicación se encontraron errores de redacción, de presentación, de contenido, de tiempos, algunas de ellas muy extensas y hubo necesidad de seccionarlas; en otras fue necesario ampliar la cantidad de problemas planteados, también se cambiaron algunas figuras que no eran nítidas, se agregaron gráficos, esquemas, y se insertaron algunas referencias electrónicas de corta duración, algunas de ellas eran videos sobre la temática y otras, actividades interactivas, para aplicar en casa los conceptos trabajados en el colegio.

### **Año 2017**

A comienzos del año 2017, se hace una nueva asignación académica en la institución, teniendo a cargo el grado octavo, con la fortuna de poder aplicar las sesiones que se habían preparado, ahora, con los ajustes que se le habían hecho. Antes de aplicar las sesiones, todas debían tener la aprobación de la tutora del trabajo de investigación, quien también hacía sus aportes al mismo. En las sesiones se tuvo en cuenta el conocimiento previo del estudiante, se brindó la oportunidad para trabajar en pequeños grupos, partiendo del contexto en que se encontraba el estudiante y la institución, se integraron actividades que implicaban hacer, valorar, comprender, tratando de asegurar que los aprendizajes fueran significativos y pertinentes.

### **Diagnóstico aplicado al grupo evaluado**

En el mes de enero, en la institución, se dedicó las primeras semanas de clase al diagnóstico de los estudiantes, con el fin de valorar sus conocimientos previos y ubicarlos en contexto. Los estudiantes se mostraron ansiosos ante el temor de haber olvidado lo que habían aprendido, debido a esta situación, se hizo necesario calmarlos y recordar algunos de los aspectos que se iban a tener en cuenta en la prueba.

En el análisis de los resultados mostraron dificultad, en cuanto a la comprensión, por no poder relacionar de manera coherente los datos de los problemas, dificultad para explicar las semejanzas y las diferencias en dos procedimientos presentados, dificultades para justificar y dar razones, falencias en el proceso de la división, así como en el dominio de algunos conceptos propios de la matemática, no sabían cómo comenzar a resolver un problema, preguntaban al compañero la operación que debían hacer para solucionarlo, siendo necesario, destinar tiempo para aclarar dudas y afianzar conceptos, con base en los resultados obtenidos.

### **Aplicación de las sesiones implementando la propuesta pedagógica ajustada**

En el mes de febrero, se dio inicio a la sesión número 1 correspondiente a los números naturales. Para comenzar, se entregó a los estudiantes una guía con las indicaciones que plantea Polya en su libro “Cómo plantear y resolver problemas”, la cual fue conversada, discutida y analizada cada una de las partes que deben ser tenidas en cuenta al momento de abordar una situación problemática. Inmediatamente se inició la actividad con unos trucos matemáticos, en los que debían seguir unas instrucciones, utilizando operaciones matemáticas, para descubrir la edad, el número de calzado, el número de la casa, con los que se divirtieron y comentaron que querían practicarlos en casa con su familia; para algunos estudiantes fue rápido encontrar la

repuesta, otros, en cambio mostraron cierto grado de frustración, al no conseguir su objetivo, pero animados por sus compañeros siguieron en su búsqueda, hasta descubrir sus errores y lograr su cometido. Esta parte del juego generó en ellos expectativa y motivación, por el hecho de hacer algo diferente.

A continuación, la conceptualización, a través del mapa conceptual, y una parte de historia sobre los números naturales, que fue comentada y compartida por todo el grupo; para proseguir con la consulta de las propiedades del conjunto numérico y la elaboración de las carteleras. Seguidamente, se trabajaron las siete situaciones, tipo SABER, en cuyo momento el docente, se dedicó a observar, orientar y estimular el desempeño de los estudiantes, haciendo las respectivas intervenciones cada vez que algún estudiante lo requiera, igualmente se colaboraron entre sí, con sus compañeros. Se propuso una dirección electrónica con trucos matemáticos para practicar en casa: leyendo la mente, descubrir la edad, multiplicando por 11, el cuadrado de los números terminados en 5, la sucesión de Fibonacci y adivina el resultado.

**Quién colocó al conjunto de los números naturales sobre lo que comenzaba a ser una base sólida en la historia de las matemáticas**

Fue Richard Dedekind en el siglo XIX derivó de una serie de postulados la existencia del conjunto de números naturales, después Peano los precisó dentro de una lógica de segundo orden, resultando así los famosos cinco postulados que llevan su nombre. Fue Zermelo quien demostró la existencia del conjunto de números naturales, dentro de su teoría de conjuntos y principalmente, mediante el uso del axioma de infinitud que, con una modificación de este hecha por Adolf Fraenkel, permite construir el conjunto de números naturales como ordinales según Von Neumann.

**AXIOMAS DE PEANO:**

1. 1 es un número natural.
2. Si  $a$  es un número natural, entonces  $a+1$  también es un número natural (llamado el sucesor de  $a$ ).
3. 1 no es sucesor de ningún número natural.
4. Si hay dos números naturales  $a$  y  $b$  tales que sus sucesores son diferentes entonces  $a$  y  $b$  son números naturales diferentes.
5. Axioma de inducción: si un conjunto de números naturales contiene al 1 y a los sucesores de cada uno de sus

Figura 11. Historia números naturales

Así mismo se trabajó la sesión número 2 concerniente a los números enteros, la exploración correspondía a un caracol que debía escalar un muro mostrando cómo lo lograba. Seguidamente se resolvió una situación gráfica, en la que el estudiante necesitó los números enteros para su solución. Luego la conceptualización sobre números enteros, apoyado con un mapa conceptual, la representación en la recta numérica y algunos ejercicios propuestos. Se continuó con el plano cartesiano, la potenciación y sus propiedades, que fueron reforzadas con varios ejercicios en sus cuadernos y se siguió con la sección “le apuesto al saber”, con 6 problemas, donde los estudiantes se mostraron más motivados, participativos y colaboradores, finalmente se realizó la puesta en común y se propuso la dirección electrónica para reforzar en casa.

Mercurio	464 °C
Venus	400 °C
Tierra	20 °C
Marte	- 22 °C
Júpiter	- 130 °C
Saturno	-180 °C
Urano	- 190 °C
Neptuno	- 220 °C
Plutón	- 250 °C

7. La tabla registra la temperatura media aproximada en la superficie de los planetas:

¿Cuál es la diferencia entre las temperaturas más alta y la más baja registradas en la superficie de los planetas?

a. La más alta es 464 °C y la más baja es 20 °C; la diferencia es 424 °C.

b. La más baja es - 250 °C y la más alta es 464 °C; la diferencia es  $464 - 250 = 214$  °C.

c. La más alta es 464 °C y la más baja es - 250 °C; la diferencia entre las dos es  $464 - (- 250) = 714$  C °.

d. La más baja es - 22 °C y la más alta es 464 °C; la diferencia entre ellas es  $- 22 - 464 = - 486$  °C.

Amplía tus conocimientos a qui:

<https://www.youtube.com/watch?v=m3be-d7Yf8I>

<https://www.youtube.com/watch?v=A55XWvZVWGY>

Se quiere más lo que se ha conquistado con más fatiga. Aristóteles

Figura 12. Ejercicios para reforzar en casa

De igual manera, la sesión 3 de números racionales I, fue estructurada al inicio con un video sobre la utilización de los racionales en la vida diaria, se dio la oportunidad para participar en los comentarios o dudas acerca del mismo, después la conceptualización de números racionales, la representación en la recta numérica y varios ejemplos resueltos, luego unos ejercicios propuestos, de representación en la recta usando papel milimetrado, se reforzaron las operaciones entre los números racionales, para continuar con 5 problemas “le apuesto al saber”, donde los estudiantes aventajados colaboraron con quienes se encontraban rezagados, para compartir luego sus aciertos y desaciertos en la puesta en común, para finalizar con la correspondiente dirección electrónica.

**1. Representar en la recta numérica los siguientes racionales:**  
**Recomendación:** Usa papel milimetrado

a.  $\frac{3}{9}$       b.  $-\frac{5}{11}$       c.  $\frac{6}{2}$       d.  $\frac{13}{4}$       e.  $-\frac{4}{5}$       f.  $-\frac{7}{3}$

**2. En nuestro colegio Oriental #26 se recibió una donación de \$20.000.000, que fue repartida por la señora rectora entre los cuatro componentes del P.E.I, así: Al componente académico le correspondió la mitad, al componente comunitario le correspondió un cuarto, al componente administrativo le correspondió un quinto y al componente directivo le correspondió el resto. ¿Qué fracción del dinero le correspondió al componente directivo y a cuánto dinero corresponde?**

**3. Un padre de familia del colegio Oriental #26, se gana \$900.000. De ellos la tercera parte la invierte en amiendo, la mitad en alimentación, la décima parte en vestido y el resto en recreación. ¿Qué fracción del salario corresponde a cada gasto y cuánto dinero es?**




Figura 13. *Actividad de práctica*

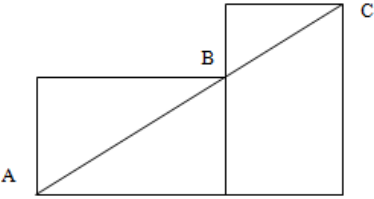
De manera similar en el mes de marzo se ejecutó la sesión 4, correspondiente a números racionales II, inició con la narración de una experiencia donde hubieran utilizado los números racionales. En la conceptualización se explicó cómo expresar una fracción en decimal y viceversa, en la cual presentaron dificultad, al no entender la forma como se explicaba, por no leer comprensivamente. En esta sesión presentaron dificultades, se plantearon unos ejercicios de aplicación. Se siguió con 5 problemas en “le apuesto al saber”, finalizando con la puesta en

común, donde los estudiantes cada vez se mostraron más abiertos en su participación, sabiendo que también se aprende del error.

LE APUESTO AL SABER	
1. En la tabla se relacionan algunas medidas de capacidad para el agua.	
Nombre	Capacidad en mililitros (ml)
1 galón	3.785
1 botella	355
1 vaso	236,59
Daniel consumió de lunes a jueves, galón y medio de agua; de viernes a sábado, 3 botellas de agua y el domingo, 4 vasos de agua. ¿Entre qué valores está la cantidad total de mililitros de agua que bebió Daniel durante la semana?	
a. Entre 4,5 y 8 ml      b. Entre 236,59 y 3.785 ml      c. Entre 4,5 y 6 ml      d. Entre 8 y 10,5 ml	

Figura 14. *Le apuesto al saber 2*

Para la sesión 5, de los números irracionales, se comenzó con unos rectángulos a los que les determinaron largo y ancho y hallaron la razón entre ellos, confirmaron si eran o no armónicos. Se siguió con ejemplos de números irracionales famosos. Luego, a partir de una construcción geométrica, descubrieron el valor de un número irracional conocido como la razón de oro y que se encuentra en elementos de uso común, se dedicó tiempo suficiente para la representación de números irracionales en la recta numérica y a continuación 5 situaciones en “le apuesto al saber”, con su respectiva puesta en común y se propuso para ver en casa dos videos para ampliar los conocimientos. Los videos eran cortos y agradables, para mantener la atención en el mismo.



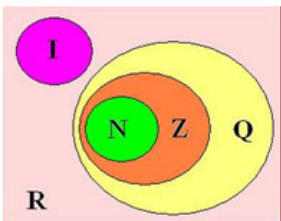
Vas a comprobar que tu carnet tiene proporciones áureas de dos maneras distintas:

- Calca en tu cuaderno tu carnet. Mide los lados del rectángulo que has obtenido y calcula el cociente. ¿Da como resultado el número áureo?
- Utiliza tu carnet de identidad para dibujar dos rectángulos colocados como en la figura de arriba. Traza la diagonal del primer rectángulo y luego prolongala para ver si corta a la esquina del otro rectángulo.

Figura 15. *Actividad sesión 5*

De igual modo, la sesión 6, empezó con un video sobre los números reales, seguido por un mapa conceptual que los resumía, luego la redacción de un escrito sobre el esquema de los conjuntos numéricos: ¿Cómo lo explicaría a un compañero que no asistió a clases?

Resolvieron ejercicios de práctica sobre las operaciones con los números reales: completar cuadro mágico con números enteros y un crucinúmero, que presentaba diferentes ejercicios en el que se permitió el uso de calculadora, lo cual despertó su curiosidad e interés; para seguir con 6 situaciones, en la sección “le apuesto al saber”, cada vez los estudiantes mostrando un mejor desempeño en este tipo de problemas, los cuales se evidenciaban en la puesta en común y finalmente, el video para ver en casa.



Redacta un escrito explicando a un compañero que no asistió a clase, el diagrama de los conjuntos numéricos...

Figura 16. *Actividad sesión 6*



En el mes de abril, se desarrolló la sesión 7, cuya exploración consistió en un párrafo al cual le hacían falta unas palabras que fueron completadas por los estudiantes, resolviendo en cada caso los ejercicios planteados. En las actividades de práctica, se presentó un ejercicio para ordenar números irracionales, un problema por resolver. Después, descubrieron el número intruso (irracional) que estaba dentro de los racionales. Se continuó con 7 problemas en “le apuesto al saber”. La solución de problemas desarrolló en los estudiantes la creatividad, sus competencias de representación, razonamiento y resolución al igual que el dominio y apropiación de los conceptos, que no fueron lejanos a ellos, por ser puestos en contexto. Así mismo se favoreció el trabajo colaborativo, pues los estudiantes compartieron sus aprendizajes y sus dudas en la puesta en común.

7. En una fábrica se aplica una encuesta a los empleados para saber el medio de transporte que usan para llegar al trabajo y luego decidir si se implementa un servicio de ruta. Los resultados mostraron, entre otras, estas tres conclusiones sobre un grupo de 100 empleados que viven cerca de la fábrica y que se desplazan únicamente en bus y a pie:

El 60% del grupo son mujeres  
 El 20% de las mujeres se desplazan en bus  
 El 40% de los hombres, se desplaza caminando.

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente la información obtenida de ese grupo?

A. 

Género	Hombre	Mujer
Transporte		
En bus	40	60
Caminando	60	40

B. 

Género	Hombre	Mujer
Transporte		
En bus	34	12
Caminando	16	38

C. 

Género	Hombre	Mujer
Transporte		
En bus	0	20
Caminando	40	40

D. 

Género	Hombre	Mujer
Transporte		
En bus	24	12
Caminando	16	48

EN CASA: Practica...

<http://186.28.225.60/math/C100/pcnbn/pcnbn.htm> Pruebas olimpiadas

<https://www.youtube.com/watch?v=hgWCnUt9nd0&t=192s>

Figura 17. *Le apuesto al saber 3*

Continuando con la sesión 8, concerniente a la evaluación, en ella se plantearon 12 situaciones, algunas de ellas ya habían sido trabajadas durante las sesiones anteriores. Además se repartió un problema con anterioridad a cada estudiante (en algunos casos de a 2 y hasta de 3 compañeros), dependiendo de la continuidad del problema, los cuales fueron resueltos en casa y se expusieron ante el grupo, utilizaron algunos elementos que consideraron necesarios para hacerse entender. La actividad de exposición de problemas fue novedosa para los estudiantes y a pesar de la resistencia que presentaron algunos al comienzo, por el temor de expresarse frente a todo el grupo, fue vencida, no en su totalidad pero se dio un primer paso para seguir aplicando este tipo de actividades e ir perdiendo el temor y de esta manera lograr más confianza en sí mismos.

Cada una de las sesiones con su respectiva retroalimentación, lo mismo que de los videos propuestos para ver en casa, por parte del profesor y de los mismos estudiantes quienes hacían sus valiosas intervenciones para aportar a sus compañeros.

<p>7. Un ciclista se desplazó entre dos ciudades. En su primer recorrido se desplazó 10,8 km y se regresó 3 km, pues había perdido su termo del agua. En el segundo recorrido pedaleó 5,9 km desde el sitio donde encontró su termo, hasta llegar a su destino. ¿Cuál o cuáles de los siguientes procedimientos permiten determinar correctamente la distancia entre las dos ciudades?</p>			
I. $d = (10,8 + 5,9) + (-3)$	A. I solamente	B. III solamente	
II. $d = 10,8 - (3 + 5,9)$	C. I y II solamente	D. I y III solamente	
III. $d = (10,8 - 3) + 5,9$			

Figura 18. *Le apuesto al saber 4*

Para finalizar el proceso, en el mes de mayo, se aplicó el postest, para evaluar el impacto de la propuesta, el cual fue planteado similar al pretest, y se estructuró así:

1. RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACION

La siguiente gráfica muestra la variación de la temperatura en la ciudad de Nueva York desde las 18 horas del 28 de diciembre hasta las 18 horas del 30 de diciembre

1. De acuerdo con la gráfica, la menor temperatura que se presentó en estos días fue

A.  $-15^{\circ}$     B.  $-13^{\circ}$     C.  $0^{\circ}$     D.  $12^{\circ}$

2. El 30 de diciembre a las 03 horas el termómetro marcó  $-11^{\circ}$  y a las 09 horas del mismo día marcó  $-1^{\circ}$ , esto significa que la temperatura en este lapso de tiempo

A. aumentó  $10^{\circ}$     B. disminuyó  $10^{\circ}$   
 C. aumentó  $12^{\circ}$     D. disminuyó  $12^{\circ}$

3. Diego, Alexis, Jenfer, Giomar y Alex del grado octavo, están aspirando a la selección de micro del colegio Oriental #26. El profe de educación física y el titular decidieron asignar puntajes a cada uno según su desempeño para facilitar su decisión final. Para quedar seleccionados, la suma de los puntajes debe ser positiva.

	Diego	Alexis	Jenfer	Giomar	Alex
Titular	6	-7	-10	8	-7
P Edu	-3	-1	-3	-3	2

a. ¿Qué jugadores son seleccionados?  
 b. ¿Cuál es el puntaje total que recibió cada jugador?  
 c. Calcula las diferencias de puntajes entre lo asignado por el titular y el profe de educación física ¿Qué jugador tiene la mayor diferencia de puntajes?

Figura 19. El postest

Los ítems 1, 2 y 3 correspondientes a números enteros, en los que debían interpretar gráfico y tabla, respondiendo las preguntas y argumentando las repuestas.

4. La empresa concretos Cúcuta edificó en el barrio Ceiba II, un condominio de 6 edificios con 6 pisos cada uno y 6 apartamentos por piso y cada apartamento fue pensado para ser habitado cómodamente por 6 personas

a. ¿Cuántos apartamentos hay en cada edificio?  
 b. ¿Cuántos apartamentos hay en el condominio?, ¿cómo lo calculaste?  
 c. ¿Cuántas personas podrían vivir en el condominio?, ¿cómo lo calculaste?  
 d. La situación anterior la podríamos resolver rápidamente calculando el producto de  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$ , ¿por qué?, ¿qué significa cada 6 en el contexto del problema?


5. El siguiente sólido está formado por cubos de igual tamaño. Teniendo en cuenta que un borde de cualquiera de los cubos mide una unidad, se puede inferir, que el volumen de la figura es:

a. 28 unidades cúbicas  
 b. 24 unidades cúbicas  
 c. 20 unidades cúbicas  
 d. 16 unidades cúbicas

Figura 20. Postest II

El ítem 4, correspondiente a potenciación y el 5 a volumen de un cuerpo. Donde debían responder y sustentar con argumentos válidos.

6. Para preparar una torta y celebrar el cumpleaños de los empleados del colegio, que alcanza para 10 porciones de tamaño mediano, se utilizaron 500 gramos de harina. Si queremos preparar una torta que alcance para 20 porciones del mismo tamaño, ¿cuántas libras de harina se necesitan?  
(500 g = 1 lb.)



A. Menos de 1 libra.  
B. Exactamente 1 libra.  
C. Exactamente 2 libras.  
D. Más de 2 libras.

7. En los días de calor, en Cúcuta, doña Rosa frente al colegio Oriental #26 vende muchos jugos, por eso diseña una tabla con los posibles pedidos. Complétala.

Jugos	1	2	4	9	10
Precio	550		1650	3300	

a. ¿Cómo calculaste la cantidad de jugos?, ¿y cada precio?  
b. ¿Cuántos jugos puedes comprar con \$ 7150?  
c. ¿Cuál es el valor de la razón entre el precio y la cantidad de jugos?

8. En un colegio de Villa del Rosario el gobierno ofrece desayuno a algunos estudiantes de primaria, se estima que con \$ 250 pueden ofrecer un desayuno por niño.

a. ¿Cuántos desayunos alcanzarían con \$ 64.500?  
b. ¿Cuánto dinero necesitan para ofrecer 507 desayunos?




Figura 21. *Postest III*

Finalmente, en los ítem 6, 7 y 8, situaciones correspondientes a proporcionalidad, fundamental aplicación en la vida diaria, debían resolver los problemas planteados al igual completar la tabla y justificar sus respuestas.

### Fases de la Propuesta

La investigación se realizó en 3 fases. Una primera fase preliminar que comprendía pretest o evaluación de dominio de conceptos y solución de problemas aritméticos al total de los estudiantes del grado octavo, con el fin de detectar las fortalezas y debilidades en cuanto a sus conocimientos previos, constituida por 7 ítems en los que se abordaron situaciones de su cotidianidad.

		<b>INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N°26</b> <b>MANUAL DE PROCESO MISIONAL</b> <b>GESTION ACADEMICA</b>		GA-F29															
		<b>GUIAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>		Versión: 2		CO-SC-CER348566													
FECHA		GUIA x		TALLER		EVALUACION													
DOCENTE				ASIGNATURA															
ESTUDIANTE				GRADO		CALIFICACION													
<b>PRETEST</b>																			
<b>1. Lee atentamente la siguiente situación:</b>																			
		Frente a mi colegio Oriental # 26 de la ciudad de Cúcuta, vive la señora Rosa, ella hace y vende unos helados de coco deliciosos. Si al poner los helados en el congelador su temperatura es de $24\text{ }^{\circ}\text{C}$ y suponiendo que esta disminuye cada hora en $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , completa en tu cuaderno una tabla como la siguiente:																	
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Tiempo</th> <th>1 hora</th> <th>2 horas</th> <th>3 horas</th> <th>4 horas</th> <th>5 horas</th> <th>6 horas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Temperatura</td> <td><math>21\text{ }^{\circ}\text{C}</math></td> <td><math>18\text{ }^{\circ}\text{C}</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>						Tiempo	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	5 horas	6 horas	Temperatura	$21\text{ }^{\circ}\text{C}$	$18\text{ }^{\circ}\text{C}$		
Tiempo	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	5 horas	6 horas													
Temperatura	$21\text{ }^{\circ}\text{C}$	$18\text{ }^{\circ}\text{C}$																	
a. ¿Qué temperatura tendrán los helados al transcurrir 7 horas?, ¿y en 8 horas? b. ¿Qué temperatura tienen los helados cuando están listos? Luego de 11 horas. c. ¿Cómo representas esta temperatura?, ¿por qué? d. Si la temperatura de los helados disminuye en $33\text{ }^{\circ}\text{C}$ , para que estén listos, ¿qué sustracción plantearías para calcular la temperatura que tienen los helados cuando están listos?																			

Figura 22. Aplicación del pretest

Una segunda fase de conceptualización y apropiación de conocimientos, comprendida por las ocho sesiones (gráfica 11), las cuales fueron desarrolladas de manera colectiva, con un orden de aplicación acorde a cada sistema numérico. En cada sesión los estudiantes resolvieron las guías de manera individual o en grupo, las cuales contenían un promedio de 5 a 10 problemas, terminando con una referencia electrónica que debían consultar en casa para profundizar los conceptos trabajados en clase. Para la última sesión, se entregó a cada estudiante un problema que debía resolver en casa y luego exponerlo ante sus compañeros, utilizando el material necesario para hacerse entender. Al finalizar cada sesión, se socializaban las actividades desarrolladas, tanto en el colegio como en la casa, con el fin de aclarar dudas y superar las dificultades.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N°26		GA-F29		
	MANUAL DE PROCESO MISIONAL		Versión: 2		
	GESTIÓN ACADÉMICA		Fecha: 2017-02-12		
GUIAS, TALLERES Y EVALUACIONES					
FECHA:	GUIA	X	TALLER	X	EVALUACION
DOCENTE:	MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO		AREA/ASIGNATURA: Matemáticas		
ESTUDIANTE:			GRADO: 8°	CALIFICACION:	

SESIÓN 4.		NÚMEROS RACIONALES II "Q"	
Inicio: Exploración			

Escribe una experiencia de vida en la que hayas utilizado fracciones

Figura 23. Muestra sesiones

Posteriormente se aplicó un postest para observar competencias y habilidades desarrolladas en los estudiantes y determinar el impacto de la estrategia pedagógica aplicada. Las actividades estaban encaminadas a satisfacer las necesidades detectadas en la exploración, contribuyendo con el estudiante en el fortalecimiento de las competencias matemáticas.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N°26		GA-F29		
	MANUAL DE PROCESO MISIONAL		Versión: 2		
	GESTIÓN ACADÉMICA		Fecha: 2015-02-02		
GUIAS, TALLERES Y EVALUACIONES					
FECHA	GUIA	x	TALLER	EVALUACION	
DOCENTE			ASIGNATURA		
ESTUDIANTE			GRADO	CALIFICACION	

**POSTEST**

1. RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN  
La siguiente gráfica muestra la variación de la temperatura en la ciudad de Nueva York desde las 18 horas del 28 de diciembre hasta las 18 horas del 30 de diciembre

1. De acuerdo con la gráfica, la menor temperatura que se presentó en estos días fue

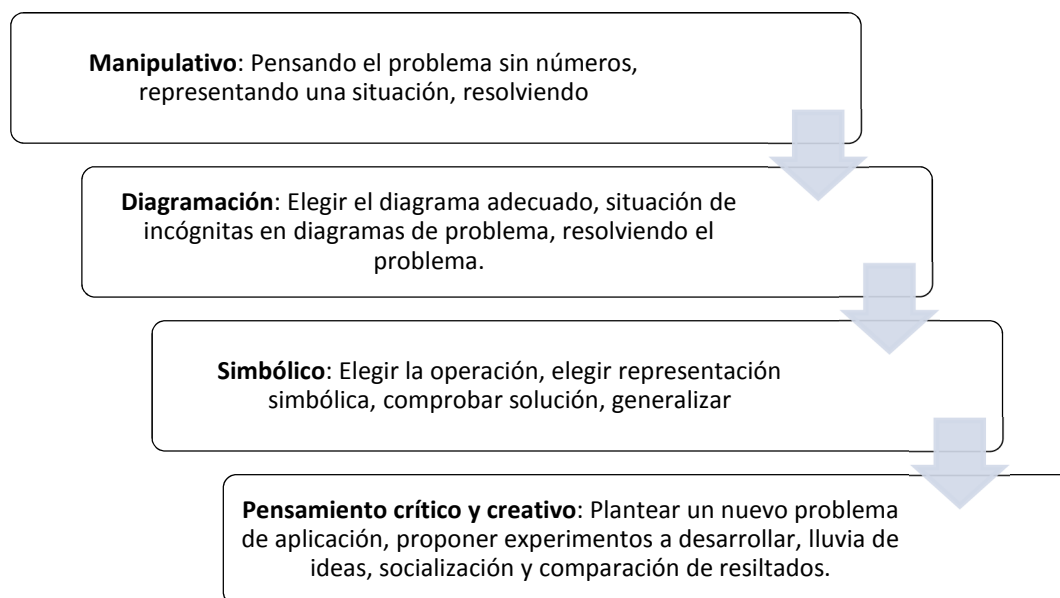
A. -15°    B. -13°    C. 0°    D. 12°

2. El 30 de diciembre a las 03 horas el termómetro marcó -11° y a las 09 horas del mismo día marcó -1°, esto significa que la temperatura en este lapso de tiempo

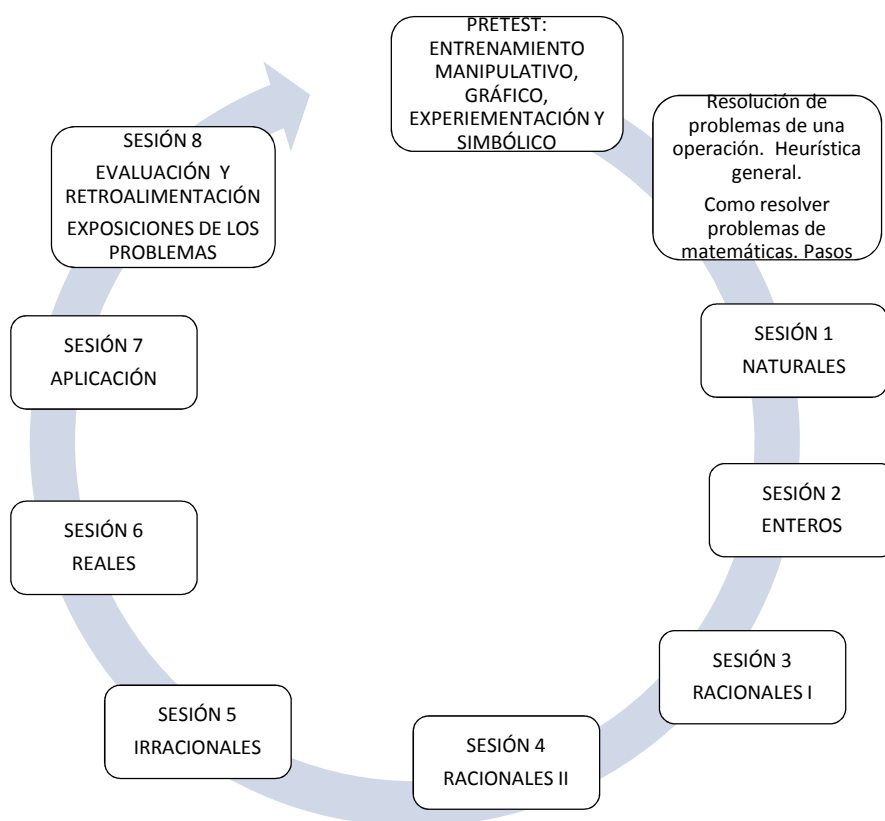
A. aumentó 10°    B. disminuyó 10°  
C. aumentó 12°    D. disminuyó 12°

Figura 24. Aplicación de un postest

Resumen de procesos llevados a cabo en las sesiones:



Gráfica 10. Resumen de procesos llevados a cabo en las sesiones



Gráfica 11. Organización de las sesiones

## **Categorías y variables de estudio**

Las variables son aquellos rasgos o características propias que identifican a cada categoría, aspectos, atributos o habilidades percibidos a través de las funciones propias de cada parámetro en estudio, actitud (cognitiva, comportamental). Según Thurstone (1984) categorías que permiten acercarse a la variabilidad afectiva de las personas respecto a cualquier objeto psicológico, y, competencias, las cuales evidencian los rasgos personales, interpersonales y grupales. Serán constructos previos: Conocimientos, destrezas, actitudes.

### **Conocimientos**

- Conocimiento de los elementos matemáticos: tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos.
- Comprensión de las operaciones y relaciones básicas entre dichos elementos matemáticos.
- Identificación de las situaciones en las que las matemáticas pueden ser útiles.

### **Destrezas**

- Destrezas necesarias para aplicar los principios y los procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas.
- Procedimientos relativos al análisis y producción de información con contenido matemático relacionado con cualquier ámbito.
- Desarrollo de estrategias básicas de resolución de problemas y de razonamiento matemático en general.
- Manejo de técnicas de demostración matemática.
- Fomento de la comunicación a través del lenguaje matemático.



### Actitudes

- Actitud que favorezca la utilización de los números, los símbolos y otros elementos matemáticos.
- Fomento del uso del razonamiento para justificar los resultados.
- Actitud hacia la búsqueda de la verdad y la certeza a través del razonamiento.

Tabla 2. Categorías y variables de estudio

Categoría	Subcategoría	Definición
Destrezas	Interpretación de textos matemáticos	Habilidades para resolver problemas de sistemas numéricos, aplicarlos y socializarlos.
	Estrategias para resolver problemas	
	Comunicativa	
	Metacognitivo	Habilidad para reflexionar sobre el propio proceso de comprensión e incluye el conocimiento que tiene de sus habilidades y de los recursos.

Desarrollo de competencias matemáticas	Representar	Capacidad para utilizar oportunamente los saberes adquiridos, en cualquier situación, dando solución acertada a los problemas.
	Argumentar	
	Resolver problemas	
Motivación	Actitud	Proceso que inicia, guía y mantiene las conductas orientadas al aprendizaje, a su aplicación o a satisfacer una necesidad.
	Trabajo colaborativo	
	Interés	
	Estrategia pedagógica	

Para el análisis de los datos se utilizó el software N-vivo para análisis cualitativo, establecimiento de categorías. El examen de las entrevistas, la documentación existente, y situaciones relacionadas con el objeto de estudio, la extracción de significados, e ideas y formas simbólicas, permitió reinterpretar dichas categorías para lograr una aproximación hermenéutica realizada a profundidad para cada una de ellas, dadas las múltiples relaciones construidas, tanto en el plano subjetivo como intersubjetivo. Las relaciones entre categorías de estudio permitieron identificar aquellas características percibidas.

### 3.3 Población y muestra

La población estuvo comprendida por 108 estudiantes de grado 8°, del Colegio Oriental N° 26, de ambos sexos, distribuidos en las jornadas mañana y tarde, con edades comprendidas entre 12 y 15 años, ubicados entre los estratos 1 y 4, algunos estudiantes de bajos recursos que viven en barrios de invasión, otros que tienen mejor calidad de vida, así mismo con situaciones familiares complicadas, en algunos casos disfuncionales. En su mayoría, las familias tienen bajo nivel académico, lo cual los pone en desventaja, pues no se hace seguimiento a sus procesos de aprendizaje; pocas veces asisten a la institución para conocer el desempeño de sus hijos, es decir, es escaso el nivel de acompañamiento.

Fueron actores de la investigación, 48 estudiantes de grado octavo de la jornada de la mañana; entendida la muestra en el proceso cualitativo, como un grupo de personas, sobre la cual se recolectan datos, sin que necesariamente sea representativo de la población que se estudia (Hernández,, Fernández & Baptista, 2006). Siguiendo parámetros de Patton (1990) no se proporciona un número exacto o rango de casos que podrían servir como guía a los investigadores, y afirma que “no hay reglas” para el tamaño de la muestra en una investigación cualitativa. Es un grupo heterogéneo, se encuentran estudiantes altamente motivados y con excelente rendimiento académico, así mismo se tienen estudiantes indiferentes y apáticos a las actividades de resolución de problemas, la ven como una actividad muy complicada; la mayoría no dispone de iniciativa para el trabajo matemático, pero si están atentos a seguir las pautas dadas por el docente y cumplir con los propósitos de la clase.

### Lista de Códigos de los informantes claves

Tabla 3. Codificación de los Informantes Claves.

Informante	Instrumento	Nomenclatura
Estudiantes: E	Pretest-Postest	E1 al E48
	Diario pedagógico Observación Entrevista	

Fuente: Elaboración propia

Los estudiantes fueron etiquetados así:

Tabla 4. Estudiantes etiquetados

E1. Mariana	E17. Camila	E33. María
E2. Nicole	E18. Brayán	E34. Daniel
E3. Emely	E19. Jairo	E35. Diego
E4. Erick	E20. Mishel	E36. Kevin
E5. Jeyson	E21. Angélica	E37. Yalimar
E6. Jenfer	E22. Juan C.	E38. Giomar
E7. Michel	E23. Julieth	E39. Loren
E8. Mónica	E24. Karen	E40. Liseth
E9. Daniel	E25. Dubán	E41. Diana
E10. Juan S.	E26. Tania	E42. Francly

E11. Juan J.	E27. Nicolle	E43. Yogen
E12. Cristian	E28. Sergio	E44. Tania
E13. Stefany	E29. Alex	E45. Miguel
E14. Silvey	E30. Emerson	E46. Luis
E15. Emma	E31. Michel	E47. Dixon
E16. Natalia	E32. Daniel	E48. Geraldín

### 3.4 Instrumentos de recolección

Definidos por Torres & Paz así: “son todos aquellos medios de los cuales procede la información, que satisfacen las necesidades de conocimiento de una situación o problema presentado, que posteriormente será utilizado para lograr los objetivos esperados” (s.f, p. 3). Para la elaboración del presente trabajo, se consideró adecuado aplicar instrumentos en concordancia con la investigación cualitativa, buscando el logro del objetivo trazado, con miras a la implementación de la estrategia pedagógica en pro de mejorar el aprendizaje mediante la resolución de problemas. Para la recolección de la información, tanto de las pruebas pretest-postest, la observación, la entrevista, el diario pedagógico, el material fotográfico y audiovisual, se aplicó previo consentimiento informado, como elemento ético de la investigación. Se tomaron como instrumentos de recolección de información los siguientes:

Análisis documental: Investigación en el proyecto educativo institucional sobre el modelo pedagógico manejado en ella, al análisis de los resultados de las pruebas externas a nivel internacional Pisa, las pruebas SABER aplicadas por el ICFES al grado 9º comparando los resultados de los años comprendidos entre 2014 y 2016, al igual que el índice sintético de calidad

que posiciona las instituciones, de acuerdo con parámetros establecidos. Elliott (2000) afirma que “los documentos pueden facilitar información importante sobre las cuestiones y problemas sometidos a investigación” (p. 97).

Pretest: Se realizó una prueba diagnóstica para caracterizar a los estudiantes, de acuerdo con sus conocimientos previos y la manera como abordan una situación problemática.

La observación directa del trabajo desarrollado por los estudiantes durante cada una de las sesiones y su respectivo desempeño. Entendida la observación, según Rodríguez, Gil, García (1996), “como un proceso sistemático por el que un especialista recoge por sí mismo la información relacionada con cierto problema” (p. 150).

Diario pedagógico: Las observaciones fueron consignadas con detalle en los diarios pedagógicos, intentando describir minuciosamente el proceso llevado a cabo por los estudiantes en el desarrollo de cada una de las sesiones. Conviene llevar un diario permanente, que contenga narraciones, sobre las observaciones, sentimientos, reacciones, interpretaciones, reflexiones, corazonadas, hipótesis y explicaciones (Elliott, 2000).

Entrevista: Se realizó una entrevista como fuente de información complementaria girando en torno a las categorías de análisis concebidas desde el referente teórico y que orientaron los objetivos específicos. En la entrevista se buscó establecer una apertura de canales para favorecer la efectividad práctica del sistema de comunicación interpersonal y permitió evidenciar los niveles de competencia en el área. Elliott (2000) asegura que en el diseño investigación-acción en el aula, se debe entrevistar con frecuencia a los alumnos, teniendo en cuenta que el enfoque semiestructurado permite que el entrevistado plantee sus argumentos, sin tener que acogerse a un esquema rígido.

Grabación de videos: Los videos se tomaron como evidencias de los trabajos realizados por los estudiantes en las clases. En el contexto de la investigación acción el aula, el video puede usarse para grabar clases, total o parcialmente (Elliott, 2000).

Postest: Se aplicó la prueba al final de la investigación, para determinar el impacto de la propuesta pedagógica aplicada a los estudiantes de grado octavo, con una organización parecida al pretest, con el fin de comparar el aprendizaje de los sistemas numéricos mediante la resolución de problemas. La prueba estaba constituida por ocho ítems, en los que el estudiante debía argumentar sus respuestas, resolver problemas completando tablas, e interpretando gráficas, con base en los sistemas numéricos.

### **3.5 Validez y confiabilidad de la información**

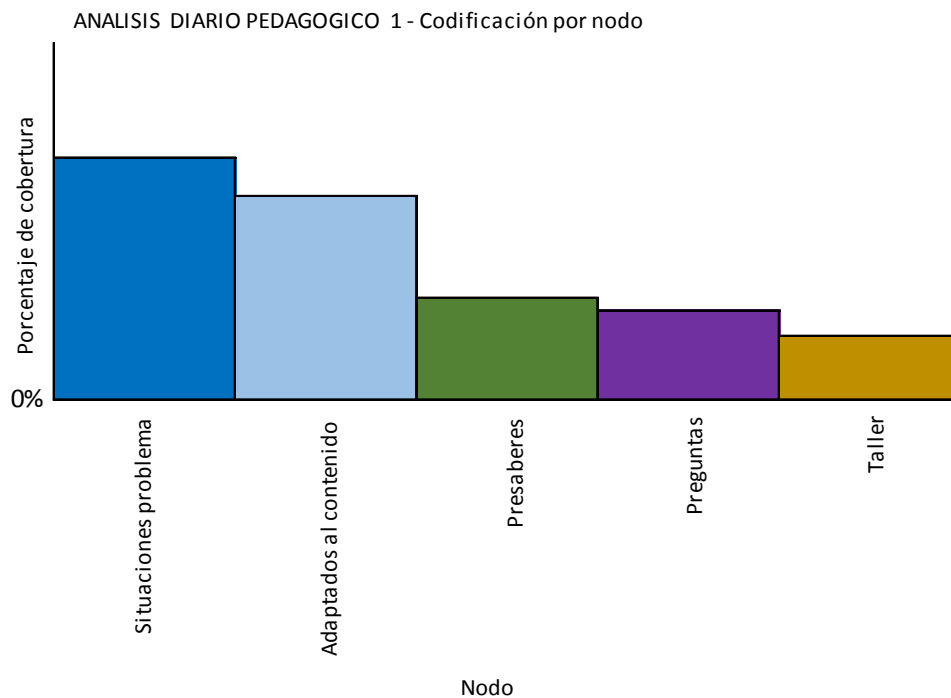
Concha, Barriga, & Henríquez, (2011) consideran la validez de los instrumentos, respecto a si el instrumento mide efectivamente lo que promete medir (p. 103), fue necesario ser exacto en la medición, y en la interpretación del significado de esas mediciones, lo cual exigió rigor en la validación de la interpretación de las mediciones; y dada la naturaleza del objeto de estudio reducir las falsas representaciones e interpretaciones. Por lo tanto, fue pertinente el uso de validez de actores, para lo cual tres expertos magister en educación evaluaron los instrumentos de observación y batería pretest y postest, así mismo, las estrategias o procedimientos de triangulación que permitieron, determinar la validez de los datos, además de alcanzar los niveles de confiabilidad que garantizaron la calidad científica de la investigación. A este respecto, para asegurar el rigor científico, Yin (1994) recomienda el cumplimiento del “principio de triangulación” para garantizar la validez interna de la investigación.

Triangulación de fuentes: Cisterna (2005) la asume como, “la acción de reunión y cruce dialéctico de toda la información pertinente al objeto de estudio surgida en una investigación por medio de los instrumentos correspondientes, y que en esencia constituye el corpus de resultados de la investigación” (p. 68). Continúa afirmando que la triangulación es metodológica cuando se utiliza más de un instrumento para recoger la información. Se corroboró la información obtenida de diferentes fuentes y formas de evidencia, tanto de fuentes primarias como secundarias, observando que el fenómeno siguió siendo el mismo en otros momentos, en otros espacios o cuando las personas interactuaban de forma diferente. Es así como se recogió información proveniente de diferentes fuentes de datos a saber, personas, instrumentos, para establecer un control cruzado de los datos; se observaron diferentes eventos (espacial) para contrastar los datos recogidos de distintas partes y comprobar las coincidencias; para contrastar conclusiones (Patton, 1990).

### **3.6 Resultados y discusión**

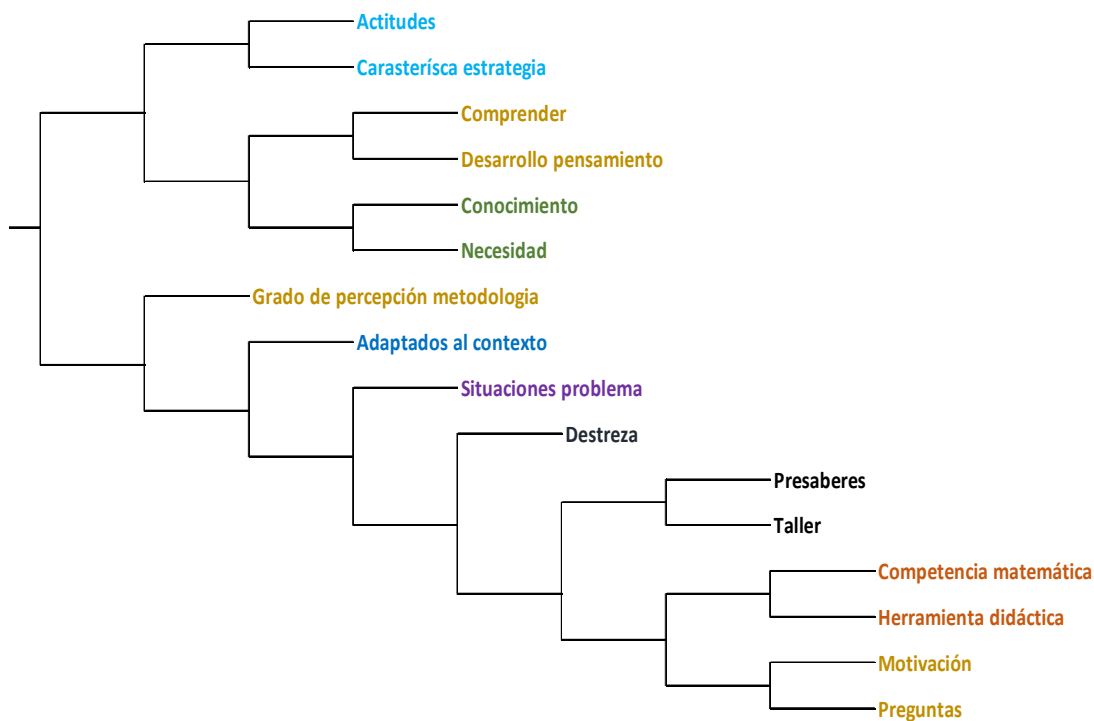
Una vez recolectada la información, se hizo necesario proceder a ordenar con cierta sistematicidad la información recogida. Se realizó la transcripción y reducción de datos, construcción de significados y codificación de los mismos con fines de interpretación y análisis de los resultados. A continuación se presentan los resultados encontrados tras la realización del proceso de categorización de los códigos y propiedades interpretados en la recolección de la información de la investigación.





Gráfica 12. *Análisis semántico diario pedagógico*

El análisis cualitativo de los diarios pedagógicos muestra como nodos emergentes las situaciones problema, adaptados al contenido, la importancia de los pre saberes, las preguntas tipo pruebas saber, el liderazgo. Se resalta al estudiante como centro del proceso, siendo los sistemas numéricos y operaciones como la multiplicación y división, los temas a los cuales dieron mayor importancia los estudiantes.



Gráfica 13. Dendograma rama 1. Observación – diario pedagógico

Las categorías emergentes en la observación se organizan en dos grandes conglomerados, uno referido a actitudes de los estudiantes frente a la estrategia y a la herramienta didáctica asociado al conocimiento, el comprender, desarrollar pensamiento; un segundo conglomerado asociado a la percepción hacia la estrategia pedagógica asociada a la adaptación al contexto, las situaciones problema que permiten desarrollar destrezas y competencias.

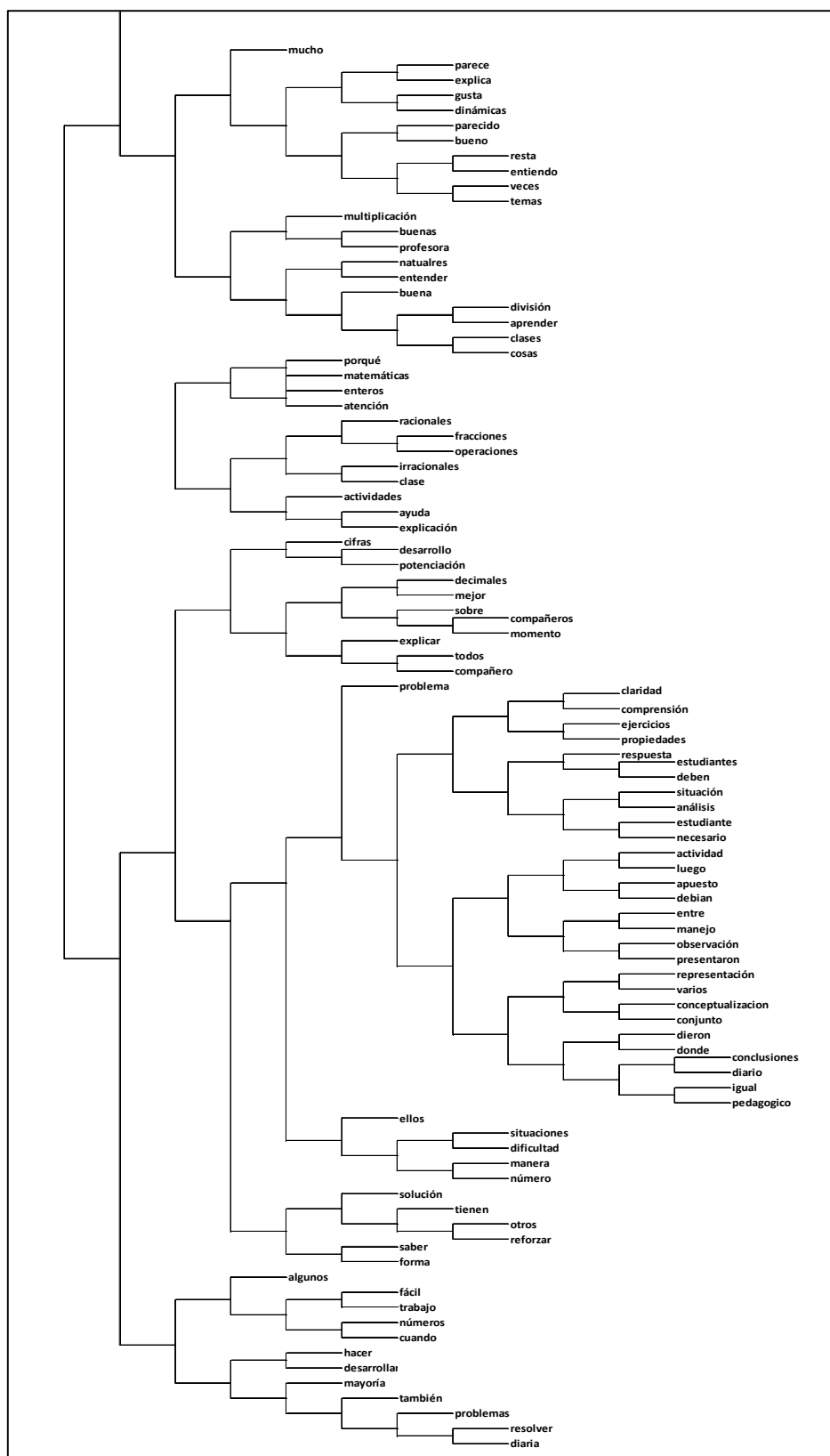


Figura 25. Categorías emergentes en grandes conglomerados

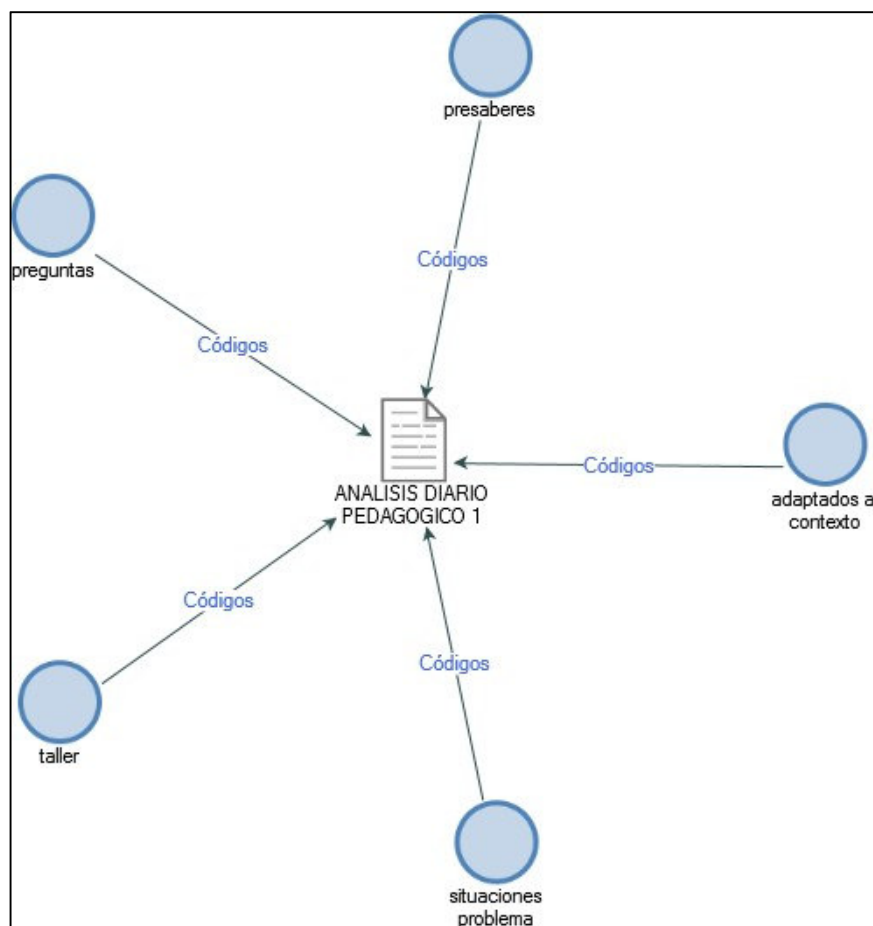


Figura 26. *Diario pedagógico*

El diario pedagógico muestra un primer impacto de la estrategia al contener preguntas tipo prueba saber, adaptadas al contexto y al tener en cuenta los pre saberes de los estudiantes en cada una de las diferentes guías.

Asociaciones entre categorías emergentes forman cuatro grandes conglomerados.

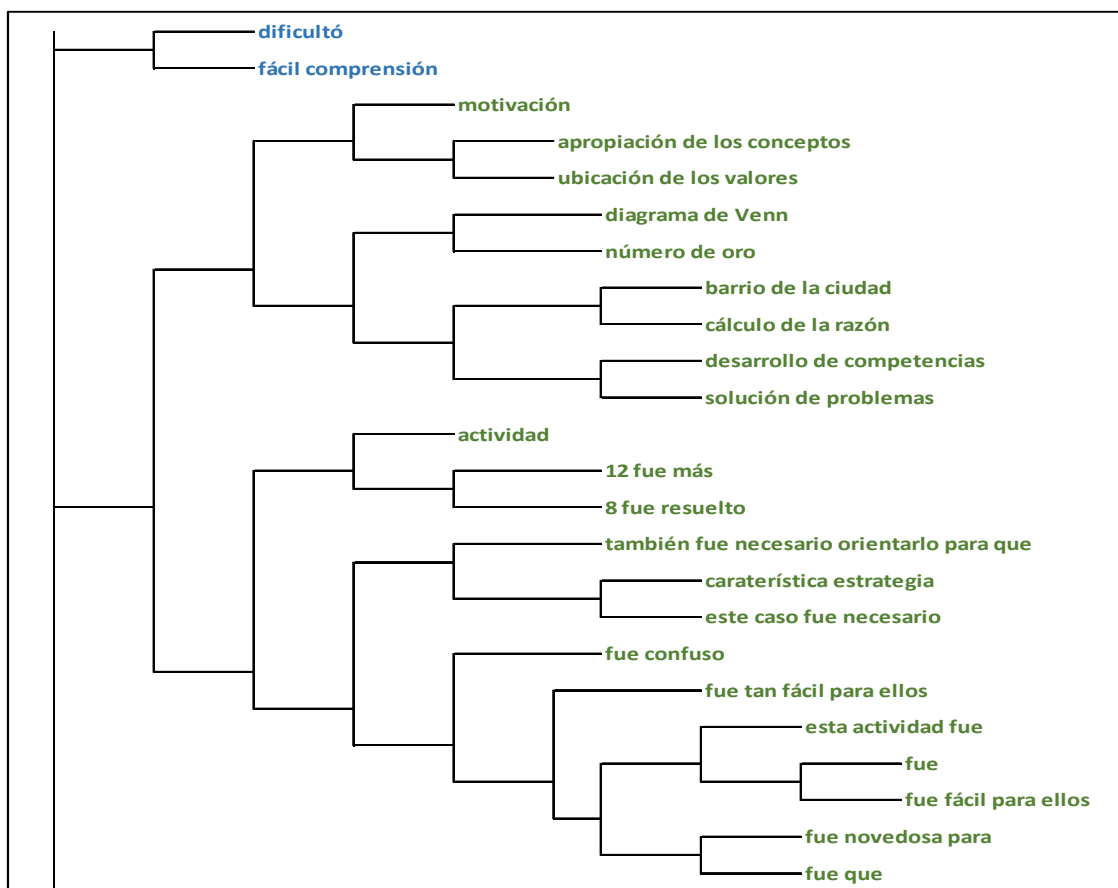


Figura 27. Primer conglomerado

El primer conglomerado refiere la categoría motivación asociada a la apropiación de conceptos y desarrollo de competencias. Así mismo refiere a la categoría característica de estrategia asociada a fácil, novedosa, agradable.

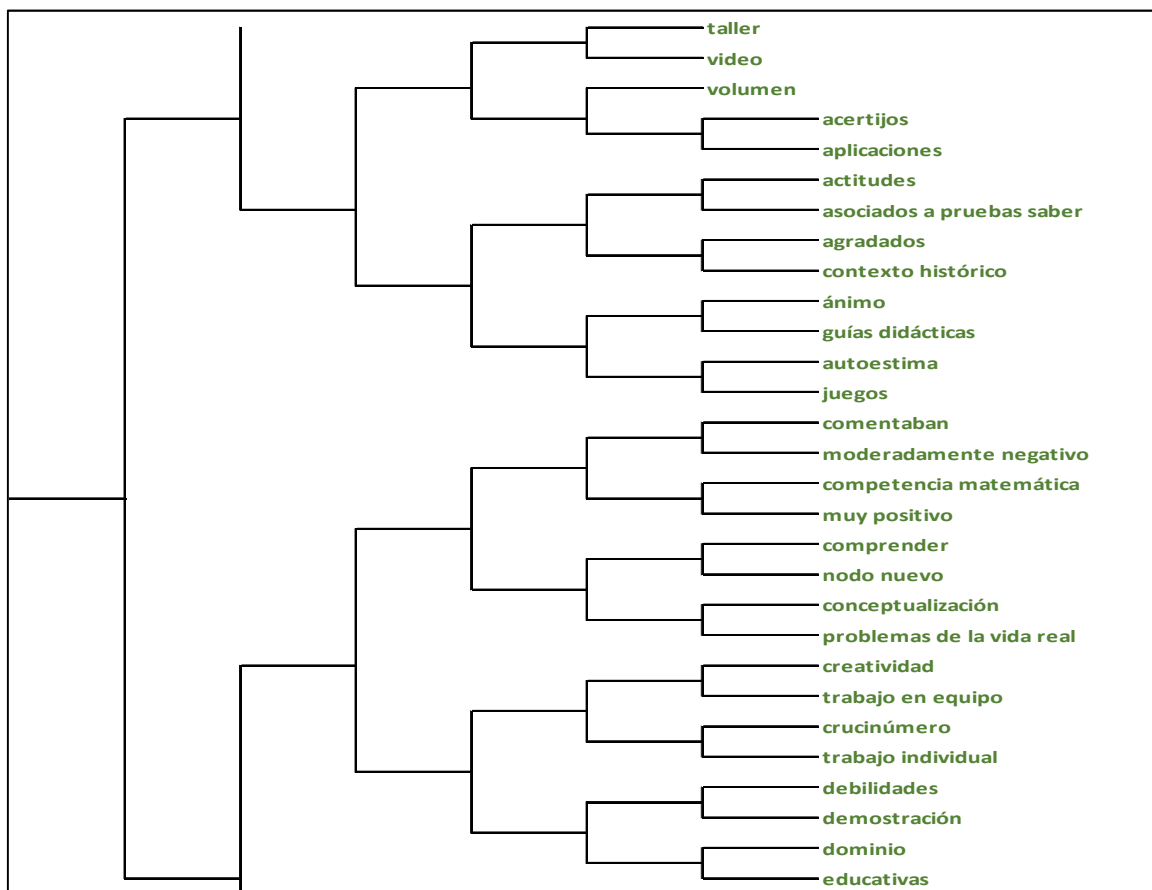


Figura 28. Segundo conglomerado

Un segundo conglomerado se asocia a las dificultades presentadas en etapa de pilotaje en 2016: la extensión de guías, errores de redacción y la presentación, para lo cual se ajustaron, logrando finalmente que la implementación en 2017. La actividad fue positiva y se lograron los objetivos, la colaboración entre compañeros permitió favorecer las buenas relaciones interpersonales, siendo generosos al momento de explicar o de aclarar dudas con ellos, se caracterizó la solución de problemas por las diferentes estrategias que utilizaron para comprender situaciones que requerían mayor análisis.

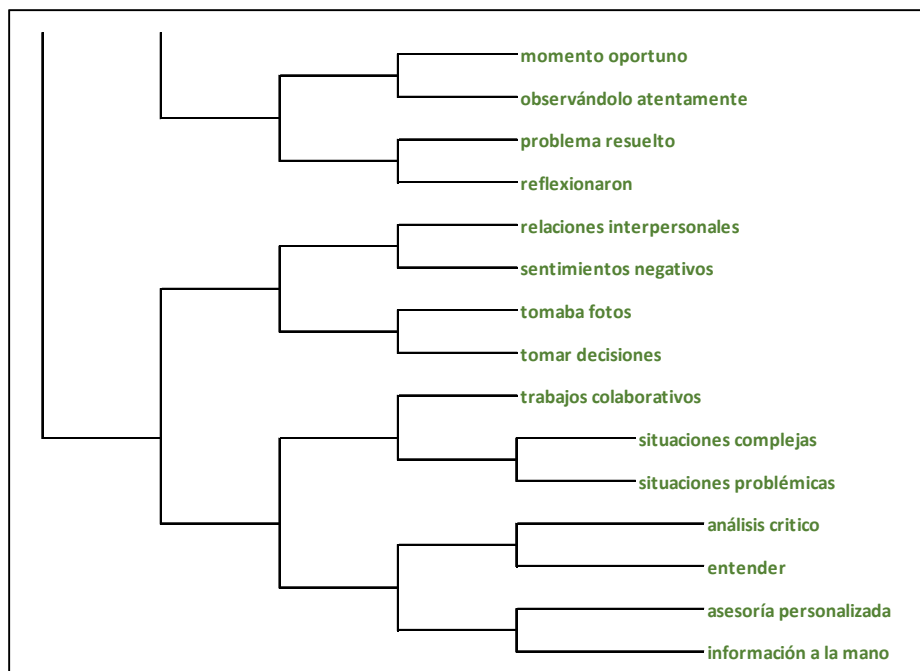


Figura 29. Tercer conglomerado (a)

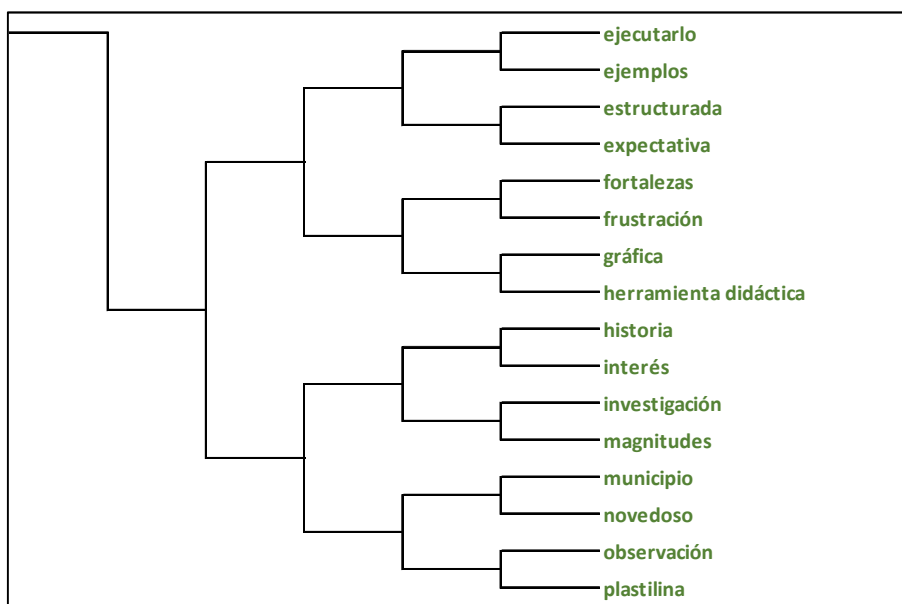


Figura 30. Tercer conglomerado (b)

El tercer conglomerado incorpora las herramientas didácticas y su función, de esta manera agrupa contenidos de las guías: videos, aplicaciones, juegos, acertijos, contexto histórico, actividades que les agradaron; el desarrollo de problemas de la vida real permitieron el desarrollo de competencias matemáticas, de la creatividad, al igual que conceptualizar y trabajar en equipo. La estructura de la guía, las gráficas, los problemas adaptados al contexto, les pareció novedoso, despertó su interés, potenció en ellos la investigación y la motivación.

De igual manera despertó su interés la grabación de videos y toma de fotos como evidencias de la investigación, reconociendo además elementos que se incorporan a una investigación en el aula. El trabajo colaborativo, así como la asesoría personalizada permitió una mayor comprensión y aumento de confianza.

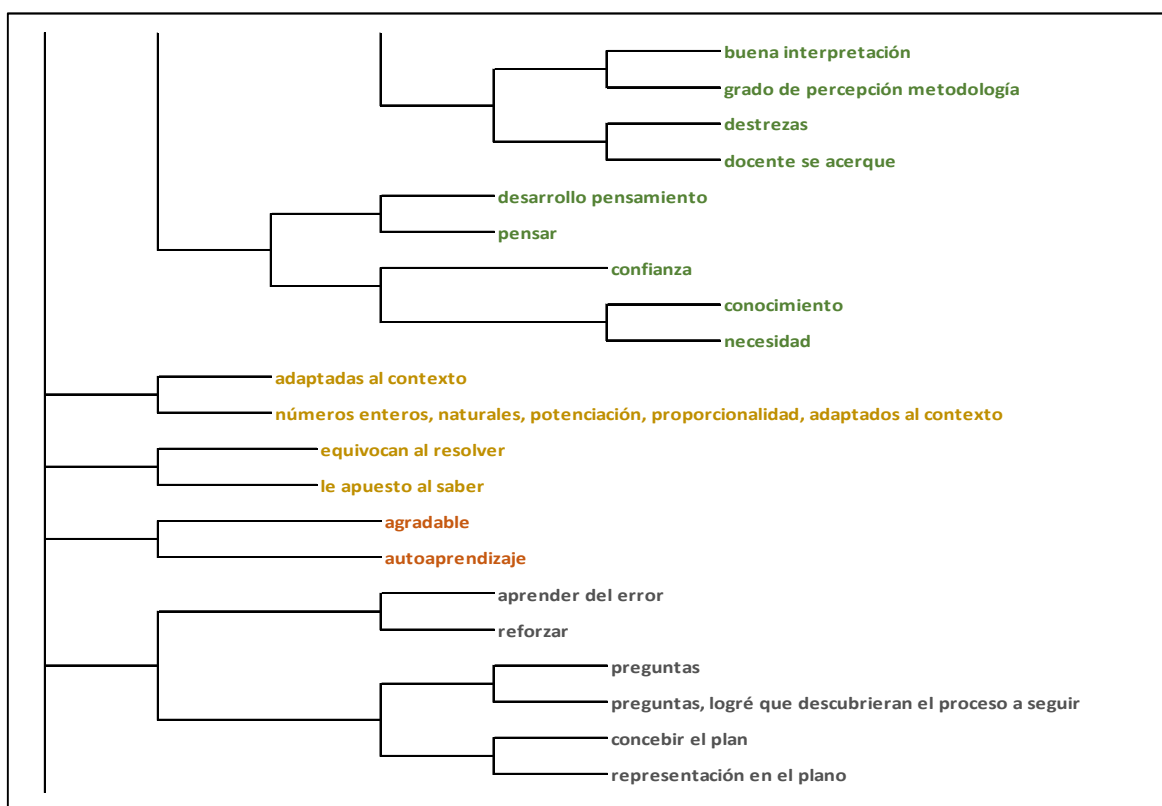


Figura 31. Cuarto conglomerado



Finalmente un cuarto conglomerado muestra nodos asociados al autoaprendizaje de los sistemas numéricos, adaptados al contexto, planear soluciones y representarlas, muestra cómo lograron descubrir procedimientos para resolver problemas.

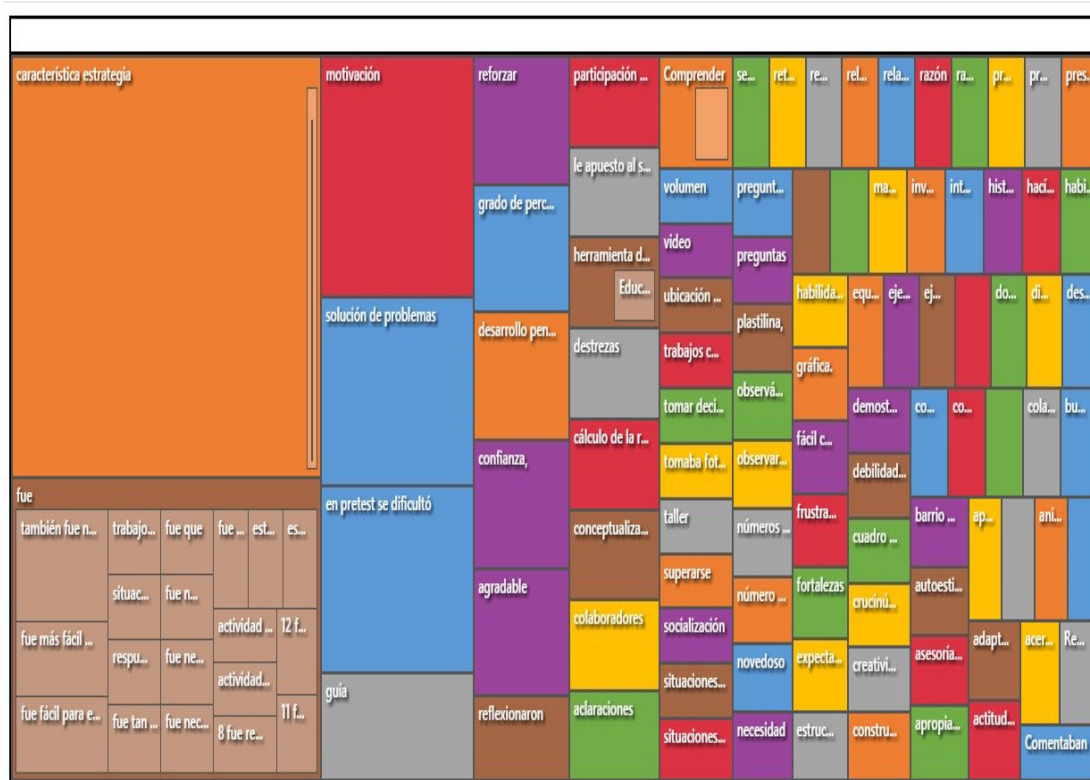


Figura 32. Análisis semántico de la observación pedagógica

Análisis semántico de la observación pedagógica genera categorías como característica de la estrategia asociada a “fácil” “situación”, motivación asociado a solución de problemas, pretest, guía; refuerzo asociado a confianza, reflexión, agrado, percepción positiva desarrollo del pensamiento; participación activa asociada a saber, destreza, conceptualización, herramienta didáctica, trabajo colaborativo; comprender asociado a video, toma de decisiones, superarse,

socializar situaciones, ubicarse en el espacio; otras categorías se asocian a novedad, habilidades, actitud.

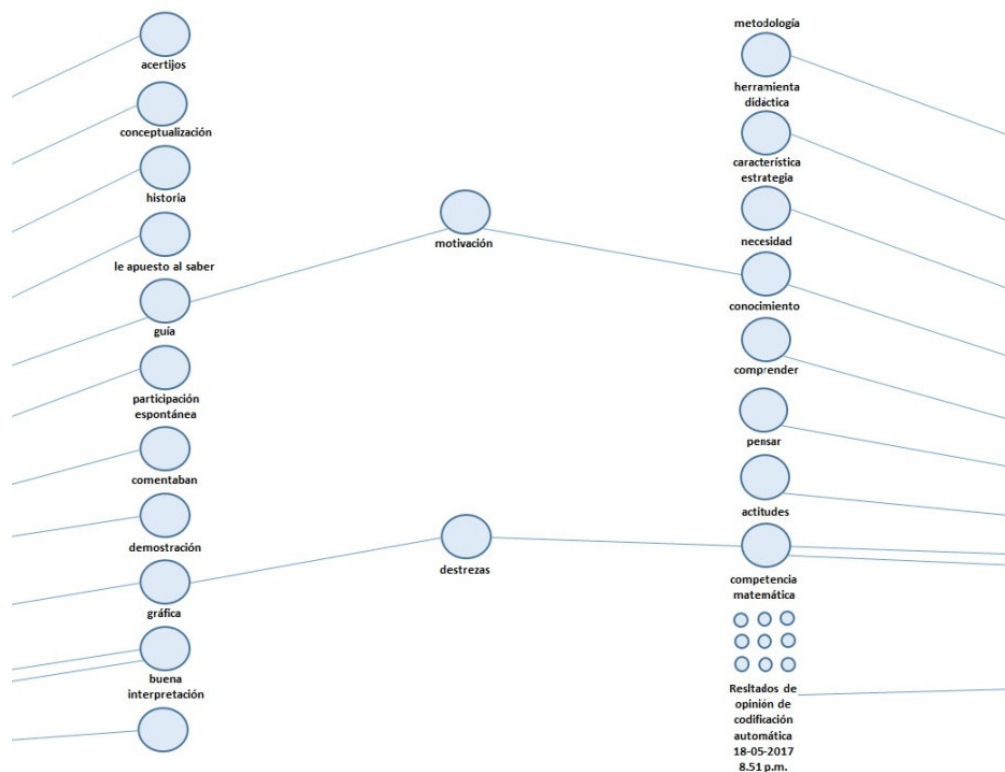


Figura 33. Asociación entre nodos

Análisis de asociación entre nodos muestra como nodos principales la motivación y destrezas, ellas ligadas a competencias y características de las guías.

estudiantes	números	ellos	dificultad	resolver	luego	neces	forma	observ	entre	varios	clarid	comp	conce	desar	explic	mayor	
			porque	solución	manera	situaci	igual	pedag	irracio	video	poten	fuer	gráf	habla	most	motiv	obse
problema	actividad	sobre	situacion	fácil	individ	respue	matem	pregun	mane	saber	conce	otros	tiene	utiliz	valor	com	cono
		compañe	momento	todos	apuest	analisi	diario	cuand	propie	proce	dieron	resolv	proce	corre	emb	ente	grad
	algunos	parte	hacer	deben	debían	ejercic	grupo	decim	repre	trabaj	ejem	tambi	adecu	desa	mater		poder

Figura 34. *Percepción de la estrategia paedagógica*

Para los estudiantes la estrategia pedagógica basada en la solución de problemas, sus herramientas didácticas, permitió desarrollar competencias sobre sistemas numéricos, que apoyados en sus compañeros al tener dificultades en las situaciones, lograron analizar, encontrar solución, dar una respuesta y concluir en forma grupal.



Figura 35. *Análisis diario pedagógico*

Categorías emergentes que caracterizan la estrategia pedagógica en el análisis del diario pedagógico fueron: reflexión, competencias, la participación, la dedicación, es integradora, da seguridad, es amigable, fácil, hace la clase dinámica, permite la interacción y apoyo entre los estudiantes.

### Análisis Entrevista

bien				entiendo		
Entiendo muy bien	aprendí muy bien	son bien	siento mu...	gusto porque entiendo todo	porque cuando...	entiendo muy bien
Entiendo bien						
	puedo desenvolver bien	entendía...	entendía...			
	nos explica bien			entiendo bien	porque cada vez...	entiendo mucho
bien que fue					pero entiendo	entiendo intento...
	explica muy bien para	bien porque		que entiendo bastante		

Figura 36. *Análisis Entrevista*

Análisis semántico de la entrevista permite observar dos categorías emergentes, a saber, “entender” y “bien” asociado a explica y aprendo, es decir la entrevista permite inferir que la estrategia permitió a los estudiantes entender y aprender, teniendo una percepción positiva hacia la metodología implementada por la profesora (Figura 36).



Figura 37. Características de la estrategia

Frente a las sesiones diseñadas e implementadas como estrategia basada en la solución de problemas, categorías emergentes fueron características de la estrategia, con subcategoría grado de percepción, asociada a solución de necesidades, motivación y herramienta didáctica; y desarrollo del pensamiento asociado a destrezas, conocimiento, competencias matemáticas y actitud.

En torno a sentimiento, teniendo en cuenta expresiones de los jóvenes, se observa tendencia a sentimiento positivo frente a la estrategia implementada.

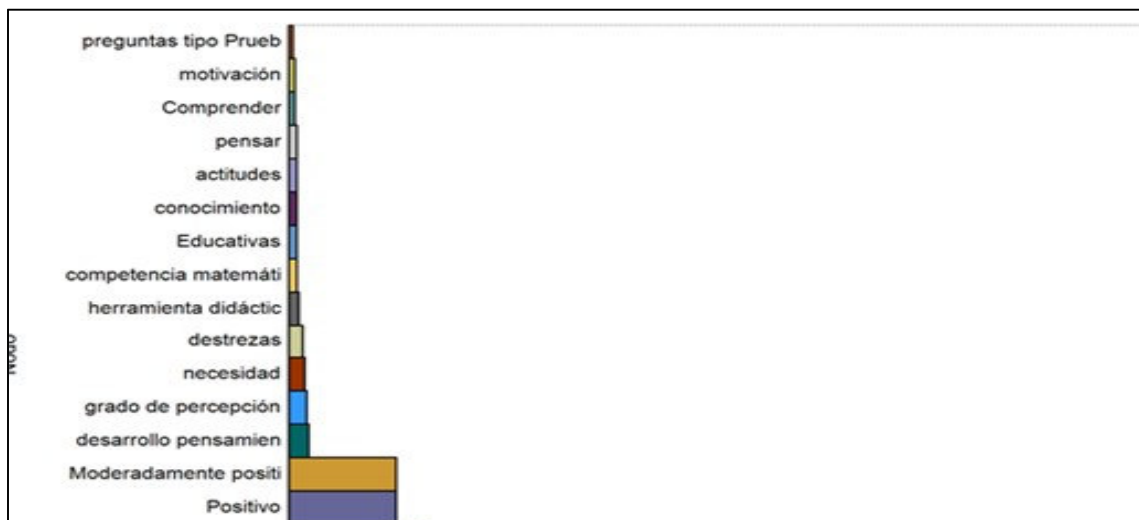


Figura 38. Entrevista resumen

Análisis de metodología utilizada por la profesora en clase permite observar que los estudiantes dan valor al tipo de pregunta que se utilizó en las diferentes sesiones, al ser contextualizadas tipo pruebas saber, generó en ellos motivación. La comprensión de problemas, les permitió pensar, desarrollar conocimiento, competencias matemáticas; las herramientas fueron consideradas didácticas, para el desarrollo de destrezas del pensamiento matemático.



Figura 39. Nube I

Nube permite apreciar la palabra más repetida por ellos en sus diálogos y entrevista, resaltando que logran entender operaciones en sistemas numéricos.

### Nodos conglomerados por similitud de palabra



Figura 40. Dendograma

El dendograma (Figura 40) permite observar asociaciones entre categorías emergentes de la entrevista, de esta manera actitudes se asocia a características de la estrategia, y esta a su vez asociada a competencia matemática y destrezas, lo cual evidencia que la implementación de la estrategia, sus herramientas, mejoró de manera significativa la actitud hacia el aprendizaje de la matemática permitiendo el desarrollo de competencias, destrezas en sistemas numéricos y su aplicación en contexto; de otra parte, el grado de percepción de la metodología se asocia a herramienta didáctica esta a motivación asociada a desarrollo del pensamiento con subnodos conocimiento necesidad; lo cual evidencia que la herramienta les motivó y permitió el desarrollo del pensamiento matemático, cubriendo sus necesidades de conocimiento.





Asociación entre observación consignada en diario pedagógico y percepción de la estrategia, permitió deducir categorías de impacto de la estrategia, características, motivación, desarrollo del pensamiento, actitudes, competencia matemática, percepción, destrezas. Se concluye que la motivación hacia el aprendizaje de sistemas numéricos, fue potenciada por la estrategia.

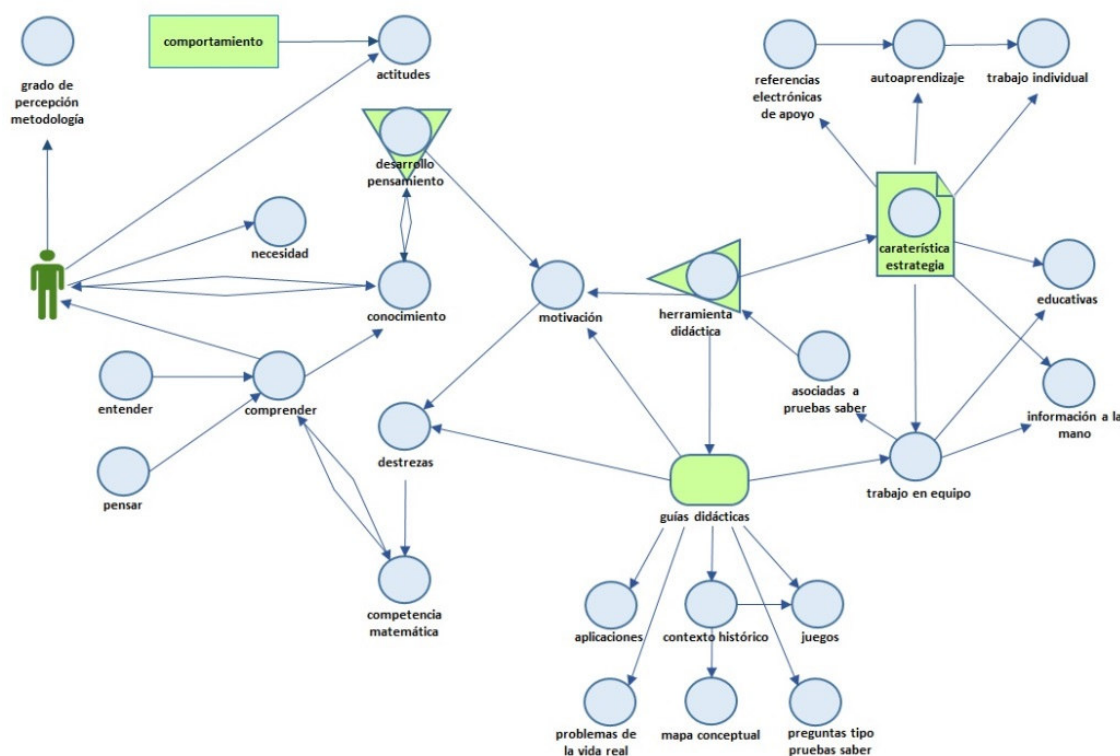


Figura 43. Mapa triangulación de fuentes Observación - Entrevista

Triangulación de fuentes muestra la influencia de la estrategia pedagógica implementada en el marco de la resolución de problemas en estudiantes de grado octavo de la institución, señalando como factores principales en el proceso de aprendizaje el desarrollo del pensamiento matemático, destrezas, desarrollo de competencias matemáticas, motivación, herramienta didáctica.

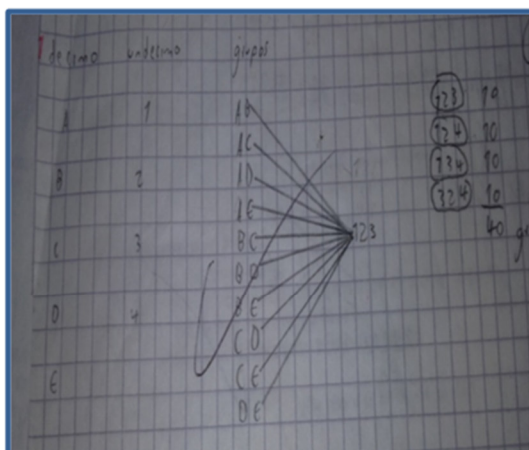
El factor desarrollo del pensamiento con subcategorías conocimiento asociado según dendogramas a representaciones, conceptos y proposiciones que se relacionan al aprendizaje significativo de sistemas numéricos en los estudiantes. Lo anterior permite concluir que la estrategia permite desarrollar la capacidad para pensar y aptitud para situarse el contexto que lo rodea, desarrollando además la capacidad de percibir y ser crítico, la atención. Así mismo, solucionar problemas contextualizados y utilizar diferentes estrategias para desarrollarlos, les permite, recordar, y proyectar otras situaciones de la vida real.

Factor destrezas, se asocia a la capacidad que adquieren para resolver problemas, comparar con situaciones de la vida diaria, generar otros, así mismo con la habilidad para leer e interpretar problemas matemáticos.

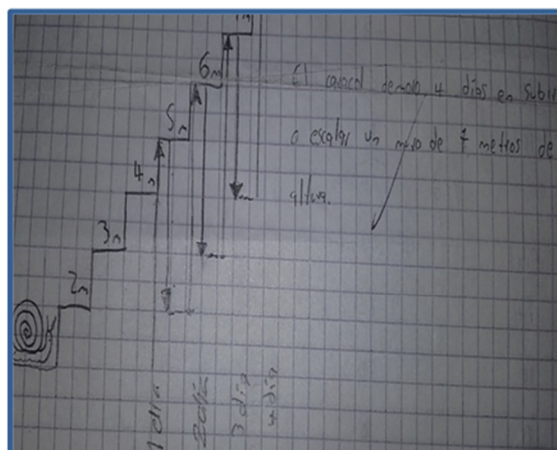
Desarrollo de competencias matemáticas se asocia al desarrollo del pensamiento numérico, aleatorio, variacional, geométrico y métrico.

Estrategia pedagógica se asocia a la estrategia didáctica utilizada y sus herramientas o recursos.

La motivación fue intrínseca y extrínseca se asoció al interés por el aprendizaje y el autoaprendizaje, fue un proceso que inició, guió y permitió mantener las conductas orientadas al aprendizaje, a su aplicación.



E36. Sesión 1



E4. Sesión 2

**LE APUESTO AL SABER**

6. Para instalar la televisión por cable en una casa se requiere tender un cable, tensionándolo, desde el poste alimentador hasta la conexión del televisor, como se muestra en la figura.

Aproximadamente (cuántos metros de cable requieren para realizar la conexión?)

a. 6 m   b. 7 m   c. 8 m   **d. 10 m**

Handwritten calculations:  $3,0 + 0,7 = 3,7$ ,  $3,7 \times 2 = 7,4$ ,  $7,4 + 10 = 17,4$ .

E19. Sesión 3

RESPONDE LAS PREGUNTAS 16 Y 17 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

En la siguiente tabla se muestra la marca, el precio por litro y la cantidad de litros de helado vendidos por un distribuidor en cuatro tiendas distintas.

MARCA	PRECIO POR LITRO	Tienda 1	Tienda 2	Tienda 3	Tienda 4	=
El Fresco	\$1.000	25 litros	5 litros	6 litros	7 litros	= 32
Helado 2	\$4.500	9 litros	8 litros	9 litros	8 litros	= 34
Delicioso	\$3.500	8 litros	4 litros	6 litros	5 litros	= 23
San Alberto	\$5.500	4 litros	8 litros	7 litros	6 litros	= 25

16. ¿Cuál es la marca de helado que más ha vendido el distribuidor en esas cuatro tiendas?

a. El Fresco   **b. Helado 2**   c. Delicioso   d. San Alberto

17. En la tienda 2 pagó, en total, al distribuidor:

a. \$120.000   **b. \$147.000**   c. \$160.000   d. \$167.000

Handwritten calculations for 16:  $5000 \times 9 = 45000$ ,  $45000 + 30000 = 75000$ ,  $75000 + 24000 = 99000$ ,  $99000 + 14000 = 113000$ .

Handwritten calculations for 17:  $4500 \times 8 = 36000$ ,  $36000 + 3500 \times 4 = 49000$ ,  $49000 + 6500 \times 6 = 89000$ ,  $89000 + 5000 \times 8 = 119000$ .

Se quiere más lo que se ha conquistado con más fatiga. Aristóteles

E25. Sesión 7

4)

a' En cada edificio hay 36 departamentos

b' En el condominio hay 276 apartamentos y lo calcule multiplicando  $6 \times 6 \times 6$

c' en todo el condominio podrían vivir 1296 personas y lo calcule multiplicando  $6 \times 6 \times 6 \times 6$

d' Por que cada 6 significa una propiedad del problema como edificio, piso, apartamento y persona

E43. Postest

6) Al se necesitan 2 libras porque necesitan el doble y si 1 libra es 500 g el doble serian 1000 g que equivale a 2 libras

E27. Postest

Figura 44. Actividades resueltas por los estudiantes.

### **3.7 Principios éticos**

Se han tenido en cuenta los siguientes principios éticos:

Hacer uso de las fotografías, videos y resultados de los estudiantes, teniendo como apoyo a sus representantes legales, quienes autorizaron con su firma el consentimiento informado.

Presentar datos verdaderos sobre los resultados encontrados.

Colaborar con cada uno de los participantes de la investigación, sin ningún tipo de discriminación.

La información recolectada será tomada con fines educativos, en procura del bien común.

## **4. Propuesta pedagógica - Los números no son un problema**

### **4.1 Presentación**

El presente documento reúne una serie de actividades para el aprendizaje de los sistemas numéricos mediante la resolución de problemas, las cuales requieren compromiso por parte de los estudiantes, un pensamiento creativo para aplicar los conocimientos, una actitud positiva frente a la matemática, teniendo claro que se pueden equivocar, pues también se aprende del error y que van a compartir sus experiencias con sus compañeros, puesto que los aprendizajes deben ser socialmente compartidos, donde se genere un ambiente de motivación, se estimule su autoestima, se facilite el aprovechamiento de sus capacidades y pre saberes para desarrollar competencias, en definitiva, aprender matemáticas a través de la resolución de problemas.

Para la elaboración de esta propuesta pedagógica, *“El proceso de aprendizaje de los sistemas numéricos en el marco de la resolución de problemas para estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Colegio Oriental N° 26”*, se han tenido en cuenta estrategias metodológicas y fundamentos pedagógicos que sustentan el diseño e implementación de la misma.

### **4.2 Justificación**

De acuerdo con Godino & Batanero (2004) “al resolver un problema, el alumno dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad” (p. 67). Así mismo, es importante resolver problemas matemáticos, puesto que representan un camino para la

elaboración de nuevos aprendizajes los cuales adquieren significado cuando son útiles para solucionar situaciones de la vida cotidiana, permiten asimilar, argumentar ya que se necesita explicar las razones de los procedimientos usados en la solución, brinda la posibilidad de comparar sus resultados con otros generando así nuevos conocimientos y al mismo tiempo favoreciendo las relaciones personales. Al respecto, Cuicas (1999), plantea “en Matemática la resolución de problemas juega un papel muy importante por sus innumerables aplicaciones tanto en la enseñanza como en la vida diaria” (p. 21).

De esta manera, se hace necesario, facilitar estrategias surgidas desde el contexto, que fortalezcan los aprendizajes mediante la resolución de problemas, puesto que repercutirán en la mejora de los resultados tanto de las Pruebas SABER como de las evaluaciones internas. Al diseñar e implementar dichas estrategias, se está dotando al maestro del área de matemáticas de una metodología para desempeñar su práctica pedagógica al igual que se beneficiará a los estudiantes quienes son la razón de ser del proceso de enseñanza aprendizaje.

### **4.3 Objetivos**

#### **4.3.1 Objetivo general**

Implementar proyectos de aula para el aprendizaje de los sistemas numéricos en el marco de la resolución de problemas para los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Colegio Oriental 26.

#### **4.3.2 Objetivos específicos**

- Realizar un diagnóstico del grado para identificar las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.

- Diseñar proyectos de aula con actividades variadas y el planteamiento de situaciones en contexto acordes con los tipos de problemas de las pruebas SABER, en miras de alcanzar un aprendizaje significativo.
- Ejecutar las actividades planeadas para el mejoramiento del aprendizaje de los sistemas numéricos, mediante la resolución de problemas.
- Valorar el desempeño de los estudiantes en la temática de los sistemas numéricos, mediante la resolución de problemas.

#### **4.4 Logros a desarrollar**

- Identifica y aplica las propiedades de las relaciones y las operaciones en cada uno de los sistemas numéricos.
- Establece relaciones entre los distintos sistemas numéricos
- Resuelve situaciones cuya solución requiere de las operaciones, relaciones y propiedades de los números reales.

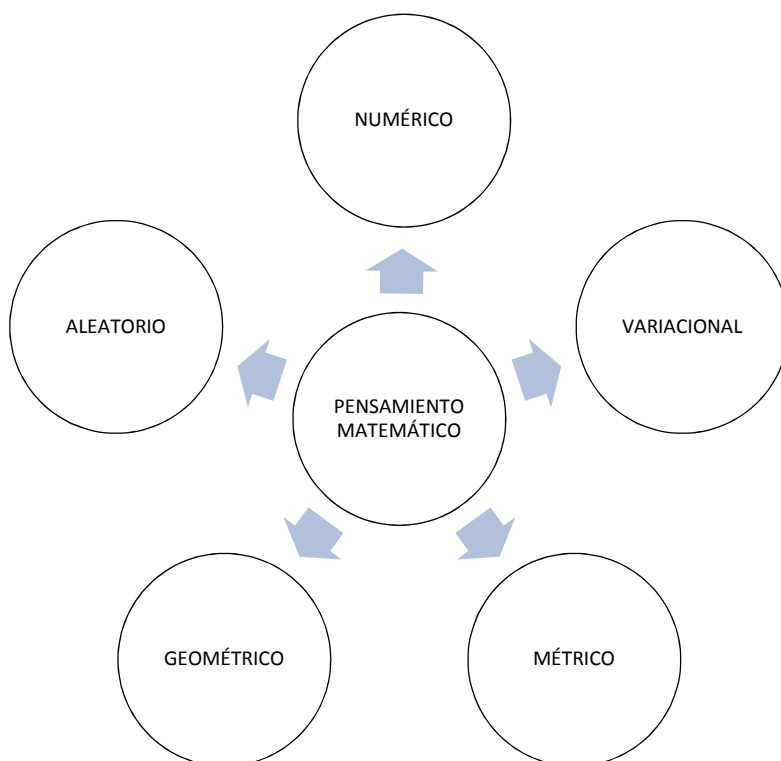
#### **4.5 Metodología**

Para el aprendizaje de las matemáticas se requiere una metodología apropiada que procure por un equilibrio entre contenidos, habilidades y competencias para desarrollar el aprendizaje significativo, autodirigido y colaborativo. La propuesta metodológicamente planeada no sólo indica qué contenidos el estudiante debe aprender, sino que marca un camino cómo aprenderlo eficazmente.



La propuesta metodológica está enfocada en la resolución de problemas, desde la visión de centrar el proceso en el estudiante para que ellos puedan aprender el por qué antes del cómo y comprender los principios subyacentes tras las fórmulas, dando gran valor a la comprensión conceptual.

De esta manera, la metodología plasmada en el currículo colombiano, establece los conceptos matemáticos de manera jerárquica y se han de aprender por secuencias. Están estructurados en espiral, se comienzan a aprender en los primeros grados y se van profundizando a lo largo de la vida escolar. Esto permite al estudiante retomar de manera constante los principios matemáticos en los diferentes grados académicos. En esta metodología en “espiral”, el pensamiento matemático se desarrolla en cinco ejes: Numérico, Espacial, Métrico, Variacional y Aleatorio.



Gráfica 14. *Pensamiento matemático*

El desarrollo del presente trabajo se ha enfocado en el pensamiento numérico, sin descuidar los demás pensamientos que han sido abordados de manera tangencial en cada uno de los problemas planteados.

La propuesta presentada, es el producto del trabajo con un grupo de 48 estudiantes de grado octavo del colegio Oriental 26, con el objetivo de mejorar el aprendizaje de los sistemas numéricos a través de una metodología basada en la resolución de problemas, los cuales se encuentran distribuidos en ocho sesiones.

Para comenzar, se presenta a los estudiantes una guía con las indicaciones que plantea Polya en su libro “Cómo plantear y resolver problemas”, la cual debe ser conversada, discutida y analizada en cada una de las partes que deben ser tenidas en cuenta al momento de abordar una situación problémica.

## PARA RESOLVER UN PROBLEMA

### COMPRENDER EL PROBLEMA

¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?

¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?



### CONCEBIR UN PLAN



¿Te has encontrado un problema semejante? ¿Conoces un problema relacionado con éste? Mira con atención la incógnita y trata de recordar algún problema que te sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.

Busca problemas resueltos relacionados con los tuyos. ¿Podrías utilizar su método? ¿Podrías utilizar su resultado? ¿Te faltaría introducir algún elemento para poder utilizarlo?

¿Podrías enunciar el problema de otra forma? ¿Podrías plantearlo en forma diferente nuevamente?

Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver otro parecido. ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos datos apropiados para determinar la incógnita?

¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición?

### EJECUCIÓN DEL PLAN



Al ejecutar tu plan de solución, comprueba cada uno de los pasos. ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto?, piensa ¿Qué se consigue con esto?

### VISIÓN RETROSPECTIVA

¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes verificar el razonamiento? ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?



Las sesiones, están organizadas al comienzo con la exploración, que utiliza los conceptos previos del estudiante: La lectura de un texto, con conocimientos y vivencias previas del alumno, la solución de trucos matemáticos, la invitación a escribir sobre una experiencia de vida y sobre la interpretación de un diagrama, con la presentación de un video, la medición de unas figuras, con la lectura de un párrafo incompleto en el que deben ubicar las palabras que corresponden.

Seguidamente, viene la conceptualización donde en algunas de ellas se presentan mapas conceptuales, referentes históricos, consulta y elaboración de carteleras con las propiedades de cada uno de los sistemas numéricos, ejercicios de práctica para asegurarse que los conceptos han sido comprendidos. A continuación una sección que ha sido llamada “le apuesto al saber”, con problemas tomados de las pruebas SABER, las cuales se pueden trabajar de manera individual o grupal, con el propósito de permitir que los estudiantes aprendan de sus compañeros e intercambien entre sí, éstas se trabajan, con miras al desarrollo de las competencias que se evalúan en este tipo de pruebas: comunicación, razonamiento y resolución, y en sus respectivos componentes: numérico - variacional, espacial-métrico y aleatorio. Finalmente, una puesta en común para socializar los aciertos y desaciertos, aclarar dudas y superar dificultades, para terminar con encuentra una referencia electrónica como consulta en su casa con el objetivo de afianzar los conceptos manejados en clase y en la parte inferior, un mensaje de actitud positiva.

Para la última sesión, se reparte un problema con anterioridad a cada estudiante, los cuales se resuelven en casa y se exponen ante el grupo, utilizando los elementos que consideren necesarios para hacerse entender. En cada una de las sesiones, se hace la respectiva retroalimentación, lo mismo que de las actividades planteadas en las referencias electrónicas propuestas para la casa, por parte del profesor y de los mismos estudiantes quienes hacen sus valiosas intervenciones para aportar a sus compañeros.

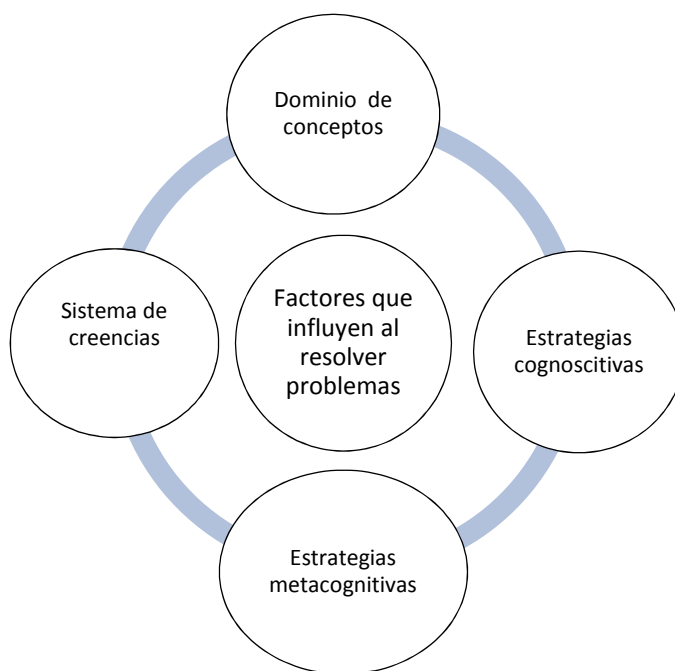
#### **4.6 Fundamentos pedagógicos**

**Aprendizaje significativo:** Díaz & Hernández (2002), lo definen como “aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la

nueva información y las ideas previas de los estudiantes” (p. 39), es por esto que en el proceso educativo, es de vital importancia retomar los conocimientos previos de manera que se establezca una relación con aquello que ha de aprender. Este proceso tiene lugar si el estudiante tiene en su estructura cognitiva conceptos, tales como: ideas, proposiciones estables y definidas, con los cuales la nueva información puede interactuar. Es así como corresponde al docente brindar al estudiante materiales y experiencias que lo conduzcan a un aprendizaje significativo para que este momento no sea rutinario ni carente de sentido.

**Resolución de problemas:** En los lineamientos curriculares (1998), se plantea, que el docente, al pretender que el estudiante resuelva problemas, debe propiciar y razonar situaciones en diferentes contextos y tener en cuenta los elementos que pueden influir al momento de ser abordados:

- Dominio del conocimiento: comprendido como los recursos matemáticos que posee el estudiante y que pueden aflorar en el momento que los necesite.
- Estrategias cognoscitivas: contienen aquellos métodos heurísticos, como realizar esquemas, dibujos de la situación, usar material concreto, el ensayo y error, entre otros.
- Estrategias metacognitivas: consiste en interiorizar cómo piensa uno, teniendo en cuenta planear, evaluar y decidir.
- El sistema de creencias: consideradas como las ideas que los estudiantes tienen de la matemática y de sí mismo (p. 76).



Gráfica 15. *Factores que influyen al resolver problemas*

Al respecto Godino & Batanero (2004) manifiestan que:

La resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje. Los estudiantes deberán tener frecuentes oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo. (p. 39).

Es por esto, que la resolución de problemas debe ser planteada de manera cotidiana, no tomarse como un hecho aislado donde se pierda el sentido de los conceptos que se están trabajando, al contrario, ser articulada dentro de todo el proceso matemático, de tal manera que el estudiante le encuentre sentido y más si las situaciones se plantean en contexto, de tal forma que adquieran hábitos de perseverancia, desarrollo de creatividad y confianza en sí mismo.

## 4.7 Diseño de actividades

Tabla 5. Diseño de actividades

Indicadores de desempeño	Actividad	Recursos	tiempo	Producción
Identifico conocimientos previos	Pretest	Taller Humanos	2 semanas	Repaso de pre saberes
Identifico los pasos que debo tener en cuenta para resolver problemas.  Reconozco el conjunto $N$ con sus propiedades, relaciones, operaciones y aplicaciones.	Sesión 1	Guía de trabajo. Carteleras. Textos. Web. Cuaderno. Humanos	1 semana	Elaborar una cartelera con los pasos propuestos para resolver problemas.  Conceptualización del conjunto $N$ .  Resolución de problemas sobre números naturales.
Reconozco el conjunto $Z$ con sus propiedades, relaciones, operaciones y aplicaciones.	Sesión 2	Guía de trabajo. Carteleras. Textos. Web. Cuaderno. Humanos.	1 semana	Elaborar carteleras con las propiedades del conjunto $Z$ . Presentar trabajo con las rectas numéricas en papel milimetrado. Resolución de problemas sobre números enteros.
Reconozco el conjunto	Sesión 3	Computador	1 semana	Elaboración de

<p><b>Q</b> con sus propiedades, relaciones, operaciones y aplicaciones.</p>		<p>Video beam Internet Guía de trabajo. Cuaderno. Cartelera. Humanos.</p>		<p>carteleras.  Conceptualización del conjunto Q.  Resolución de problemas.</p>
<p>Reconozco el conjunto <b>Q</b> con sus propiedades, relaciones, operaciones y aplicaciones.</p>	Sesión 4	<p>Guía de trabajo. Cuaderno Computador. Humanos</p>	1 semana	<p>Escrito sobre la experiencia de vida con los números racionales.  Resolución de problemas.  Práctica en la web.</p>
<p>Reconozco el conjunto <b>I</b> y su relación con los demás conjuntos numéricos.</p>	Sesión 5	<p>Regla, imágenes. Carnet Cuaderno Guía de trabajo Internet Computador Humanos.</p>	1 semana	<p>Conceptualización del conjunto I.  Resolución de problemas</p>
<p>Reconozco el conjunto <b>R</b> como la unión los números racionales con los irracionales.</p>	Sesión 6	<p>Guía de trabajo. Esquemas. Cuaderno. Internet. Computador. Humanos.</p>	1 semana	<p>Redacción de un escrito sobre el diagrama de los conjuntos numéricos. Conceptualización. Resolución de problemas</p>



Aplico los conocimientos adquiridos en la solución de diferentes ejercicios y problemas.	Sesión 7	Guía de trabajo. Internet Computador. Humanos.	1 semana	Mecanización de los conceptos.  Resolución de problemas
Determina cuanto conocimiento posee del tema.	Sesión 8	Evaluación. Carteleras. Humanos.	2 semanas	Alcance de logros. Exposiciones.
Compara los logros adquiridos.	Postest	Taller Humanos.	2h	Logros obtenidos.

Tabla 5. (Continuación)

#### 4.8 Desarrollo de las actividades propuestas

Tabla 6. Desarrollo de las actividades propuestas

Actividad	Desarrollo de la actividad	Recursos	Tiempo
Pretest	<p><b>Inicio:</b> Se ha elaborado un taller con los conocimientos previos que deben manejar los estudiantes. Se dan las instrucciones necesarias sobre el contenido de la prueba.</p> <p><b>Desarrollo:</b> Se irá desarrollando durante las clases y a la vez con su respectiva retroalimentación. Elaborar un listado con los términos desconocidos, para aclarar y comprender las situaciones planteadas.</p> <p><b>Culminación:</b> Puesta en común. Se recogen los trabajos realizados por los estudiantes.</p>	Taller Humanos	1 semana
Sesión 1: Números	<p><b>Inicio:</b> Se presenta a los estudiantes una guía que contiene los pasos y las pautas, que presenta Polya,</p>	Guía de trabajo.	1 semana

naturales	<p>en su libro “cómo plantear y resolver problemas”, la cual debe ser conversada, discutida y analizada, en cada una de las partes que deben ser tenidas en cuenta al momento de abordar una situación problémica.</p> <p><b>Desarrollo:</b> Como motivador se plantea unos acertijos, que permiten introducir al conjunto de los naturales.</p> <p>Dentro de la conceptualización, se establece un mapa conceptual y parte de la historia de los números naturales.</p> <p>Los estudiantes investigan las propiedades del conjunto <math>N</math>, para ser socializada en clase.</p> <p>Se solucionan los 7 problemas sobre el tema en la sección llamada, le apuesto al saber, en parejas.</p> <p>Se aclaran las dudas que vayan emergiendo.</p> <p><b>Culminación:</b> Socialización de los problemas trabajados.</p> <p>Encontrarás trucos matemáticos, aquí:</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=FtdrllIT5SSs">https://www.youtube.com/watch?v=FtdrllIT5SSs</a></p>	<p>Carteleras.</p> <p>Textos.</p> <p>Web.</p> <p>Cuaderno.</p> <p>Humanos</p>	
Sesión 2: Números enteros	<p><b>Inicio:</b> Se introduce en los números enteros con una historieta de un caracol que escala un muro y se muestra cómo lo logra, utilizando unas reglas, para su comprensión. Seguidamente se plantea una situación gráfica, que debe resolverse utilizando los números enteros.</p>	<p>Guía de trabajo.</p> <p>Carteleras.</p> <p>Textos.</p> <p>Web.</p> <p>Cuaderno.</p>	1 semana

	<p><b>Desarrollo:</b> Consultar las propiedades del conjunto <b>Z</b> y elaborar la cartelera.</p> <p>Se presenta el mapa conceptual, la recta numérica y las generalidades del conjunto.</p> <p>Ejercicios empleando los números enteros.</p> <p>El manejo del plano cartesiano con ejemplo y ejercicio propuesto.</p> <p>Se explican las propiedades de la potenciación y se proponen ejercicios para resolver en el cuaderno.</p> <p>En la sección le apuesto al saber, se desarrollan los 7 problemas de manera individual, con la orientación del maestro.</p> <p><b>Culminación:</b> Puesta en común. Socialización de los problemas trabajados.</p> <p>Amplía tus conocimientos aquí:</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=m3be-d7Yf8I">https://www.youtube.com/watch?v=m3be-d7Yf8I</a></p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=A55XWvZVWG">https://www.youtube.com/watch?v=A55XWvZVWG</a></p> <p>Y</p>	Humanos.	
Sesión 3: Números racionales I	<p><b>Inicio:</b> Se realiza una introducción mediante un video que requiere ser observado y analizado comprensivamente, para luego responder la pregunta que se plantea en el mismo.</p> <p><b>Desarrollo:</b> En la conceptualización se presenta la representación en la recta con su respectiva actividad. Consultan las propiedades del conjunto Q. Realizan la práctica de 5 problemas en la sección le</p>	Computador Video beam Internet Guía de trabajo. Cuaderno. Cartelera Humanos	1 semana

	<p>apuesto al saber. Haciendo énfasis en los pasos que se deben tener en cuenta para su correcta solución.</p> <p><b>Culminación:</b> Socialización de los problemas trabajados. Aclaración de dudas.</p> <p>Amplía tus conocimientos aquí:  <a href="https://www.youtube.com/watch?v=vvsdX1H3Ujk">https://www.youtube.com/watch?v=vvsdX1H3Ujk</a></p>		
<p>Sesión 4: Números racionales II</p>	<p><b>Inicio:</b> La exploración, consiste en narrar una experiencia de vida donde se hayan utilizado los números racionales.</p> <p><b>Desarrollo:</b> Seguidamente, la conceptualización sobre cómo expresar una fracción en decimal y viceversa, con sus respectivos ejemplos.</p> <p>Se plantean unos ejercicios de aplicación</p> <p>A continuación 5 problemas “le apuesta al saber”, lo pueden hacer en grupo.</p> <p><b>Culminación:</b> Socialización de los problemas trabajados. Retroalimentación.</p> <p>Se propone una dirección electrónica donde pueden practicar lo aprendido.</p> <p><a href="http://www.vitutor.com/di/r/a_10e.html">http://www.vitutor.com/di/r/a_10e.html</a></p>	<p>Guía de trabajo. Cuaderno Computador Humanos</p>	1 semana
<p>Sesión 5: Números irracionales</p>	<p><b>Inicio:</b> La exploración inicia, con unos rectángulos a los que deben determinar largo y ancho y hallar la razón entre ellos, observar si son o no armónicos.</p>	<p>Regla Imágenes. Carnet Cuaderno</p>	1 semana

	<p><b>Desarrollo:</b> Seguidamente, la conceptualización, con ejemplos de números irracionales famosos.</p> <p>Luego, a partir de una construcción geométrica, descubrir el valor de un número irracional y que se encuentra en elementos de uso común.</p> <p>Después la representación geométrica de los números irracionales.</p> <p>Continúa con 5 situaciones en “le apuesto al saber”.</p> <p><b>Culminación:</b> Socialización del trabajo realizado.</p> <p>Se plantean las siguientes direcciones, para ampliar la información.</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=kXx6p46gS1E">https://www.youtube.com/watch?v=kXx6p46gS1E</a></p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=PpteAZuVpjo">https://www.youtube.com/watch?v=PpteAZuVpjo</a></p>	<p>Guía de trabajo</p> <p>Internet</p> <p>Computador</p> <p>Humanos.</p>	
<p>Sesión 6: Números reales</p>	<p><b>Inicio:</b> Se comienza la sesión con un video sobre los números reales:</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=UEUaBm8ZSmM">https://www.youtube.com/watch?v=UEUaBm8ZSmM</a></p> <p><b>Desarrollo:</b> Se presenta un mapa conceptual y un diagrama que sintetiza los números reales.</p> <p>El estudiante debe redactar un escrito explicando a un compañero el diagrama presentado.</p> <p>A continuación, se plantean unos ejercicios, cuadro mágico, crucinúmero, donde se refuerzan algunos conceptos, continúa con los 6 problemas en “le apuesto al saber”.</p>	<p>Guía de trabajo.</p> <p>Esquemas.</p> <p>Cuaderno.</p> <p>Internet.</p> <p>Computador</p> <p>Humanos.</p>	<p>1 semana</p>

	<p><b>Culminación:</b> Socialización del trabajo realizado.</p> <p>Amplía tus conocimientos aquí:</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=M_PHI_PJsvE">https://www.youtube.com/watch?v=M_PHI_PJsvE</a></p>		
Sesión 7: aplicación	<p><b>Inicio:</b> Como motivación, se presenta un párrafo en el que faltan unas palabras y deberán ubicarlas en el lugar correspondiente, atendiendo a sus conocimientos previos.</p> <p><b>Desarrollo:</b> Actividades de práctica: ordenar números irracionales, descubrir el número intruso, problema con racionales.</p> <p>Le apuesto al saber, con 7 problemas, haciendo el seguimiento necesario, para aclarar dudas.</p> <p><b>Culminación:</b> Socialización del trabajo realizado.</p> <p>Se entrega a cada estudiante el problema que deben resolver en casa, para exponer a sus compañeros en la próxima clase.</p> <p>Se presentan direcciones electrónicas para reforzar en casa.</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=hgWCnUt9nd0&amp;t=192s">https://www.youtube.com/watch?v=hgWCnUt9nd0&amp;t=192s</a></p> <p><a href="http://186.28.225.60/math/CI00/pcnpn/pcnpn.htm">http://186.28.225.60/math/CI00/pcnpn/pcnpn.htm</a></p>	Guía de trabajo. Internet Computador Humanos.	1 semana
Sesión 8: evaluación y exposiciones	<p><b>Inicio:</b> Se hace una lluvia de ideas, donde cada quien aporta sobre lo aprendido.</p> <p>Resuelven la evaluación planteada con 12 situaciones problémicas.</p>	Evaluación Carteleras Humanos	2 semanas

	<p><b>Desarrollo:</b> Sustentación individual o grupal del problema, utilizando el material necesario para hacerse entender.</p> <p><b>Culminación:</b> Se estimula por la actividad realizada y se hace la retroalimentación necesaria.</p>		
Postest	Se ha elaborado un taller, con la temática trabajada, para evaluar la efectividad de la estrategia.	Taller Humanos.	2 horas

Tabla 6. (Continuación).

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N° 26 MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADÉMICA</b>			GA-F29		
				Versión: 2		
	<b>GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>			Fecha: 2015-02-02		
FECHA		GUÍA		TALLER		EVALUACIÓN
DOCENTE				ASIGNATURA		
ESTUDIANTE				GRADO		CALIFICACIÓN

## PRETEST

### 1. Lee atentamente la siguiente situación:

Frente a mi colegio Oriental # 26 de la ciudad de Cúcuta, vive la señora Rosa, ella hace y vende unos helados de coco deliciosos. Si al poner los helados en el congelador su temperatura es de 24 °C y suponiendo que esta disminuye cada hora en 3 °C, completa en tu cuaderno una tabla como la siguiente:



Tiempo	1 hora	2	3	4	5	6
		horas	horas	horas	horas	horas
Temperatura	21 °C	18 °C				

- ¿Qué temperatura tendrán los helados al transcurrir 7 horas?, ¿y en 8 horas?
- ¿Qué temperatura tienen los helados cuando están listos? Luego de 11 horas.
- ¿Cómo representas esta temperatura?, ¿por qué?
- Si la temperatura de los helados disminuye en 33 °C para que estén listos, ¿qué sustracción plantearías para calcular la temperatura que tienen los helados cuando están listos?, ¿cómo la resolverías? Explica tu respuesta.

2. Yogen, Alexis, Brayan, Giomar y Alex del grado octavo, están aspirando a la selección de micro del colegio Oriental #26. El profe de educación física y el titular decidieron asignar puntajes a cada uno según su desempeño para facilitar su decisión final. Para quedar seleccionados, la suma de los puntajes debe ser positiva.

	Yogen	Alexis	Brayan	Giomar	Alex
Titular	5	-5	-10	6	-7
P Edu	-4	-1	-3	-2	4





- ¿Qué jugadores son seleccionados?
- ¿Cuál es el puntaje total que recibió cada jugador?
- ¿Cuál es el menor puntaje que otorgó el titular y el profe de educación física?
- Calcula las diferencias de puntajes entre lo asignado por el titular y el profe de educación física ¿Qué jugador tiene la mayor diferencia de puntajes?

3. La empresa concretos Cúcuta edificó en el barrio Ceiba II, un condominio de 6 edificios con 6 pisos cada uno y 6 apartamentos por piso y cada apartamento fue pensado para ser habitado cómodamente por 6 personas.

- ¿Cuántos apartamentos hay en cada edificio?
- ¿Cuántos apartamentos hay en el condominio?, ¿cómo lo calculaste?
- ¿Cuántas personas podrían vivir en el condominio?, ¿cómo lo calculaste?
- La situación anterior la podríamos resolver rápidamente calculando el producto de  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$ , ¿por qué?



4. La profesora de educación Artística del colegio Oriental #26 ha pedido a los estudiantes traer una planta para embellecer la institución. Ana y Javier hicieron una materia cubica con 25 cm de arista, en madera y están calculando el volumen para saber cuánto abono necesita cada uno. Observa las estrategias que utilizan.

**Ana lo calcula de la siguiente manera:**

$$5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = (5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$$

$$V = 5^6 \text{ cm}^3$$

**Javier, en cambio, lo calcula así:**

$$5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = 5^{2+2+2} = 5^6$$

$$V = 5^6 \text{ cm}^3$$

- ¿En qué se parecen los procedimientos utilizados por Ana y Javier?, ¿y en qué se diferencian?
- ¿Son correctos ambos procedimientos?, ¿cómo lo supiste?
- ¿Cuál de los procedimientos te parece más sencillo?, ¿por qué?
- ¿Cómo calcularías tú el volumen del cubo? Explica, paso a paso, el procedimiento que utilizarías.



5. Los alumnos del grado octavo están organizando reunión con los padres de familia para elegir el representante de los estudiantes y de los padres al gobierno escolar. Para esto han arreglado un salón ubicando 60 sillas y 10 mesas.

- ¿Hay más sillas o mesas?, ¿cuántas más?, ¿cómo lo supiste?
- Marcela dice que por cada mesa deben colocar 5 sillas, ¿estás de acuerdo?, ¿por qué?
- ¿Es correcto decir que en el salón por cada 12 sillas hay 4 mesas?, ¿por qué?
- Si a la reunión asistieran 84 personas y se dispusieran 6 sillas por cada mesa, ¿cuántas mesas se necesitarían?, ¿cómo lo supiste?



6. En los días de calor, en Cúcuta, doña Rosa frente al colegio Oriental #26 vende muchos helados, por eso diseña una tabla con los posibles pedidos. Complétala.




Helados	1	2		4		9	10
Precio	60	20	780		2080		

- ¿Cómo calculaste la cantidad de helados?, ¿y cada precio?
- ¿Cuántos helados puedes comprar con \$ 3640?
- ¿Cuál es el valor de la razón entre el precio y la cantidad de helados?
- Con los datos de la tabla construye el gráfico en tu cuaderno.

7. En un colegio de Villa del Rosario el gobierno ofrece desayuno a algunos estudiantes de primaria, se estima que con \$250 pueden ofrecer un desayuno por niño.

- ¿Cuántos desayunos alcanzarían con \$ 79.250?
- ¿Cuánto dinero necesitan para ofrecer 500 desayunos?



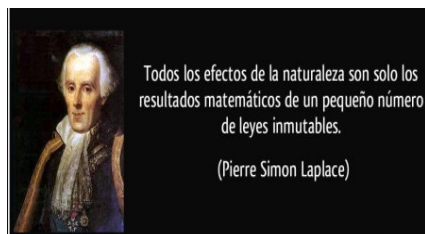
	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N° 26</b> <b>MANUAL DE PROCESO MISIONAL</b> <b>GESTIÓN ACADÉMICA</b>	<b>GA-F29</b>	 
	<b>GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>	<b>Versión: 2</b> <b>Fecha: 2015-02-02</b>	
<b>CO-SC-CER348566</b>			
<b>FECHA:</b>	GUÍA	TALLER	EVALUACIÓN
<b>DOCENTE: MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO</b>		<b>ÁREA/ASIGNATURA: Matemáticas</b>	
<b>ESTUDIANTE:</b>		<b>GRADO: 8°</b>	<b>CALIFICACIÓN:</b>

## SESIÓN 1.

## NÚMEROS NATURALES “N”

### Inicio: Exploración

#### El número cívico



Multiplica por dos el número de tu casa

Añádele 35 menos 28

Muúltiplicalo por 50

Añádele tu edad

Resta el número de los días del año

Añádele al resultado  $3+19-7$

En las últimas cifras leerás tu edad; en las dos primeras el número de tu casa

#### Los cordones:

Escribe el número de zapato que calzas

Añádele al número dos ceros

Resta el número obtenido al año de tu nacimiento y comunica a cifra resultante

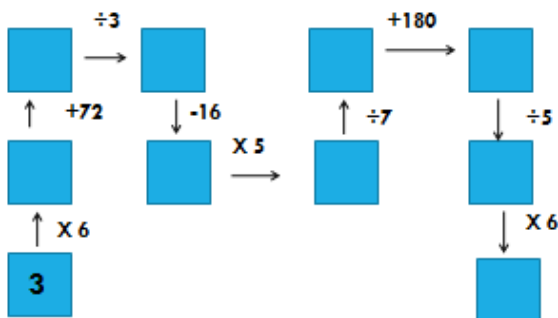
Añádele a esa cifra el año en curso

Las primeras dos cifras indica el número que calzas y las dos últimas a tu edad

Verifica. Analiza tu respuesta

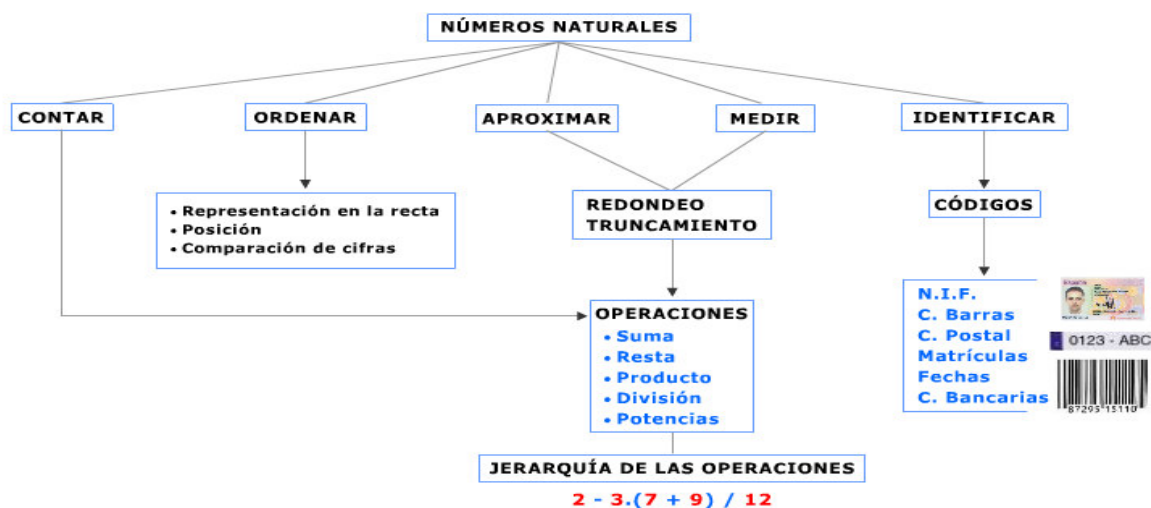


Completa la serie siguiendo las flechas



## Conceptualización

Los números naturales  $\mathbb{N}$ , son los números utilizados para contar, ordenar, aproximar, medir e identificar, estos son:  $\{1,2,3,4,5,6,7,\dots\}$ . Los puntos suspensivos indican que los números continúan de esa forma, sin terminar nunca.



**Quién colocó al conjunto de los números naturales sobre lo que comenzaba a ser una base sólida en la historia de las matemáticas**

Fue Richard Dedekind en el siglo XIX derivó de una serie de postulados la existencia del conjunto de números naturales, después Peano los precisó dentro de una lógica de segundo orden, resultando así los famosos cinco postulados que llevan su nombre. Fue Zermelo, quien demostró la existencia del conjunto de números naturales, dentro de su teoría de conjuntos y principalmente, mediante el uso del axioma de infinitud que, con una modificación de éste, hecha por Adolf Fraenkel, permitió construir el conjunto de números naturales, como ordinales, según Von Neumann.

### AXIOMAS DE PEANO:

1. 1 es un número natural.
2. Si  $a$  es un número natural, entonces  $a+1$  también es un número natural (llamado el sucesor de  $a$ ).
3. 1 no es sucesor de ningún número natural.
4. Si hay dos números naturales  $a$  y  $b$  tales que sus sucesores son diferentes entonces  $a$  y  $b$  son números naturales diferentes.
5. Axioma de inducción: si un conjunto de números naturales contiene al 1 y a los sucesores de cada uno de sus elementos entonces contiene a todos los números naturales.

Si sumamos dos números naturales obtenemos otro número natural, por ejemplo:  $8 + 5 = 13$ . Pero si restamos  $5 - 5$ , necesitamos otro número que represente el resultado. Ese número es cero. Entonces tenemos otro conjunto numérico que en adición a incluir los números naturales incluye el cero. Este conjunto es el conjunto de los números cardinales  $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,\dots\}$ .

**CONSULTA: LAS PROPIEDADES DEL CONJUNTO N y elabora una cartelera**

**LE APUESTO AL SABER**

1. El colegio Oriental #26 necesita enviar 5 estudiantes como representantes a un foro sobre la contaminación del medio ambiente. Se decidió que 2 estudiantes sean de grado décimo y 3 de grado undécimo. En décimo hay 5 estudiantes preparados para el foro y en undécimo hay 4. ¿Cuántos grupos diferentes pueden formarse para enviar al foro?

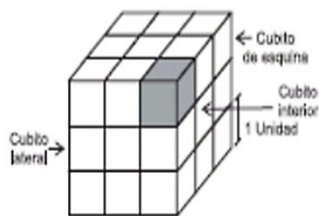
- a. 9                      b. 14                      c. 20                      d. 40

2. Dos gallinas ponen dos huevos en dos días; diez gallinas, en diez días ponen:

- a. 2 huevos              b. 100 huevos              c. 10 huevos              d. 50 huevos

3. En una prueba se realizaron 50 preguntas de aptitud verbal, 30 de aptitud numérica y 40 de biología con la información anterior, si Natalia tuvo 24 correctas y sacó 80%, entonces podemos inferir que presentó el examen de

- a. Biología  
b. Aptitud verbal  
c. Aptitud numérica  
d. No se puede inferir



4. Se construyó un cubo formado por cubitos, cada uno de ellos con aristas de longitud una unidad, como se presenta en el dibujo. Al quitar 6 cubitos interiores del cubo, ¿Qué cambios se presentan en la figura obtenida en comparación al cubo inicial?

- a. La superficie aumenta en 36 unidades cuadradas y el volumen disminuye  
b. La superficie y el volumen se mantienen iguales  
c. El volumen disminuye en 6 unidades cúbicas y la superficie aumenta  
d. El volumen y la superficie disminuyen

5. Andrés se presenta a exámenes de admisión y cada vez obtienen 9 puntos menos que la anterior. Si la primera vez obtuvo 204 puntos y la última 159. El número de veces que se presentó fue

- a. 3                                      b. 4                                      c. 5                                      d. 6

RESPONDE LAS PREGUNTAS 6 Y 7 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

En la siguiente tabla se muestra la marca, el precio por litro y la cantidad de litros de helado vendidos por un distribuidor en cuatro tiendas distintas.

MARCA	PRECIO POR LITRO	TIENDA 1	TIENDA 2	TIENDA 3	TIENDA 4
El Fresco	\$5.000	10 litros	9 litros	6 litros	7 litros
Hela 2	\$4.500	9 litros	8 litros	9 litros	9 litros
Delicioso	\$3.500	8 litros	4 litros	8 litros	9 litros
San Alberto	\$6.500	4 litros	8 litros	7 litros	6 litros

6. ¿Cuál es la marca de helado que más ha vendido el distribuidor en esas cuatro tiendas?





- a. El fresco                      b. Hela 2                      c. Delicioso                      d. San Alberto

7. En la tienda 2 pagó, en total, al distribuidor:

- a. \$120.000                      b. \$147.000                      c. \$160.000                      d. \$167.000

<https://www.youtube.com/watch?v=FtdrIT5SSs> Aquí encontrarás trucos matemáticos.

El hombre no es más que el producto de sus pensamientos. Se  
convierte en lo que piensa. Gandhi.

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N°26</b> <b>MANUAL DE PROCESO MISIONAL</b> <b>GESTIÓN ACADÉMICA</b>	<b>GA-F29</b>	 
	<b>GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>	<b>Versión: 2</b> <b>Fecha: 2015-02-02</b>	
			<b>CO-SC-CER348566</b>
<b>FECHA:</b>	<b>GUÍA</b>	<b>TALLER</b>	<b>EVALUACIÓN</b>
<b>DOCENTE: MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO</b>		<b>ÁREA/ASIGNATURA: Matemáticas</b>	
<b>ESTUDIANTE:</b>		<b>GRADO: 8°</b>	<b>CALIFICACIÓN:</b>

## SESIÓN 2.

## NÚMEROS ENTEROS "Z"

### Inicio: Exploración

#### El caracol.

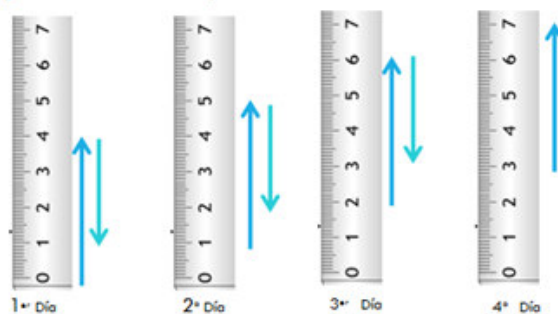
Un día un caracol decidió cambiar de casa y marchar a vivir a un huerto cercano en el que abundaban sabrosos coliflores y las más delicadas hortalizas. El único problema era la presencia de un muro de separación de 7 metros de altura. El caracol decidió escalarlo. Cada día consiguió escalar 4 m verticales, pero como el muro era húmedo y resbaladizo, cada noche resbalaba tres metros hacia abajo. Así, cada día recorría sólo un metro de su agotador viaje.

¿Cuántos días necesitó el pobre caracol para llegar a lo alto del muro?



Seguramente, la primera respuesta que viene a la cabeza es que tardó 7 días, pero no es correcta.

Para entender el procedimiento lógico que lleva a la solución, observa el dibujo que representa el recorrido del caracol, día a día.



¡Cómo puedes ver, el caracol alcanza la cima del muro en 4 días y 3 noches!



¿Cuál es la distancia recorrida por el nadador?

Responde:

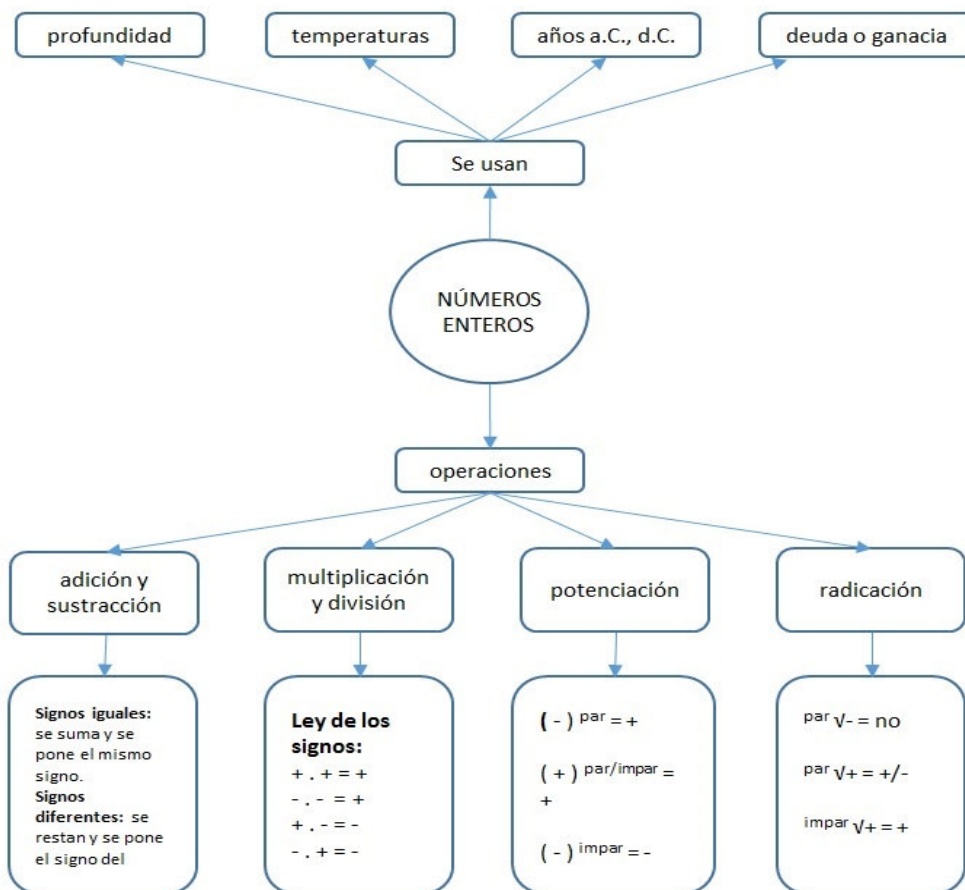
Arquímedes, famoso matemático griego, nació en el año 287 a. C. y murió en el año 212 a. C.

- a) ¿Cuántos años vivió?  
b) ¿Cuántos años separan su muerte del nacimiento de Cristo?

### Conceptualización

En el diario vivir se escuchan expresiones como: “10 grados bajo cero”, “647 en débito”, “8 pies bajo el nivel del mar”. Estas tres expresiones se refieren a números menores que cero. Con estas situaciones surgen los números negativos. Los números negativos, el cero y los números naturales (también conocidos por enteros positivos) forman el conjunto de los números enteros, estos son  $\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ .

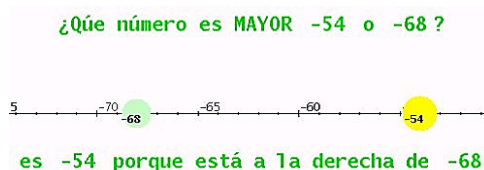
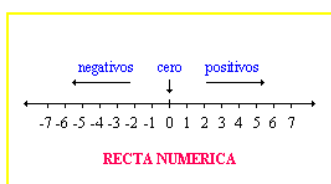
$$Z = \begin{cases} Z^+ = \{1, 2, 3, \dots\} \\ \{0\} \\ Z^- = \{-1, -2, -3, \dots\} \end{cases} \Bigg\} \mathbb{N}$$



Consulta las propiedades del conjunto  $Z$  y elabora una cartelera.

### La recta numérica

Los números enteros pueden ordenarse de menor a mayor en la recta numérica. Debemos trazar una recta y pintar el cero en el centro. Dividir la recta en segmentos iguales. Colocar los  $Z$  positivos a partir del cero a la derecha y los  $Z$  negativos a partir del cero a la izquierda. Cuanto más a la derecha esté un número situado en la recta numérica mayor es. Cuanto más a la izquierda esté situado menor es.





## EJERCICIOS

1. ¿Cuál de las siguientes frases es incorrecta?

- a.  $-4$  y  $4$  son números opuestos.
- b. Al sumar un número positivo y uno negativo el resultado es siempre negativo.
- c. La distancia de  $-5$  al  $0$  es mayor que del  $2$  a  $0$ .
- d. Si se suman dos números negativos el resultado es negativo.

2. ¿Cuál de las siguientes frases **NO** se relaciona con el número  $-17$ ?

- a. Él nació en el año  $17$  a. C.
- b. Un termómetro varió  $17$  °C.
- c. La temperatura es  $17$  °C bajo cero.
- d. Un buzo está a  $17$  m bajo el nivel del mar.

3. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:

- a. Bajamos al sótano  $2$  \_\_\_\_\_
- b. El avión vuela a  $2335$  m de altura \_\_\_\_\_
- c. Nació en el año  $234$  antes de Cristo \_\_\_\_\_
- d. El termómetro marcaba  $3$  °C bajo cero \_\_\_\_\_

4. Escribe el signo  $< o >$  según convenga:

- a.  $-2$  \_\_\_  $-5$
- b.  $-2$  \_\_\_  $+6$
- c.  $+7$  \_\_\_  $+11$
- d.  $+4$  \_\_\_  $-9$

5. Ayúdate del esquema del ascensor y completa:

Piso	4
Piso	3
Piso	2
Piso	1
Piso	0
Piso	-1
Piso	-2
Piso	-3
Piso	-4

- a. De la planta  $-1$  a la planta  $-4$  el ascensor baja \_\_\_\_\_ pisos
- b. De la planta  $3$  a la planta  $1$  el ascensor baja \_\_\_\_\_ pisos
- c. De la planta  $-3$  a la planta  $-1$  el ascensor baja \_\_\_\_\_ pisos
- d. De la planta  $-2$  a la planta  $3$  el ascensor baja \_\_\_\_\_ pisos
- e. De la planta  $2$  a la planta  $-3$  el ascensor baja \_\_\_\_\_ pisos

### Números enteros y coordenadas en un plano

Santiago y Daniel quieren colocar unos barcos sobre una cuadrícula, y han dibujado dos ejes perpendiculares de color azul. Fíjate en que estos dos ejes dividen la cuadrícula en cuatro partes, llamadas cuadrantes

Cómo colocamos los barcos en la coordenadas que se indican?



Este barco lo vamos a colocar en el primer cuadrante en el punto  $(+2, +1)$



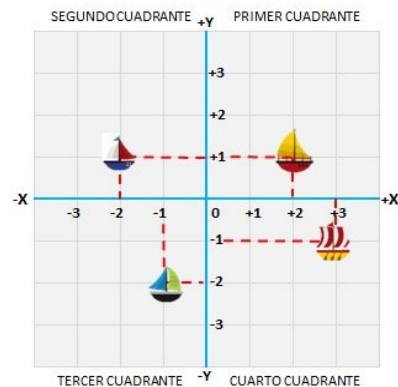
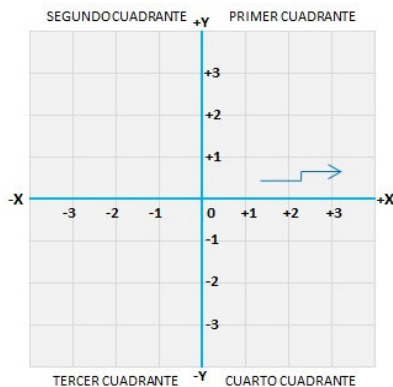
Este barco lo vamos a colocar en el primer cuadrante en el punto  $(-2, +1)$



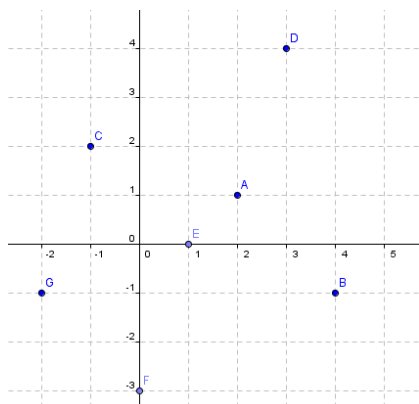
Este barco lo vamos a colocar en el primer cuadrante en el punto  $(-1, -2)$



Este barco lo vamos a colocar en el primer cuadrante en el punto  $(+3, -1)$



**RECUERDA:** En cada par de coordenadas, por ejemplo  $(+2, -1)$ , el primer número  $(+2)$  está en el eje horizontal  $(X)$ , y el segundo  $(-1)$  en el eje vertical  $(Y)$ .

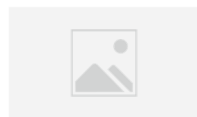


6. Escribe las coordenadas de cada punto:

### Multiplicación de enteros

La multiplicación de varios números enteros es otro número entero, que tiene como valor absoluto el producto de los valores absolutos y, como signo, el que se obtiene de la aplicación de la regla de los signos.

Regla de los signos



- $2 \cdot 5 = 10$
- $(-2) \cdot (-5) = 10$
- $2 \cdot (-5) = -10$
- $(-2) \cdot 5 = -10$

### Potenciación

La potenciación es una multiplicación de varios factores iguales, al igual que la multiplicación es una suma de varios sumandos iguales, (la potenciación se considera una multiplicación abreviada). En la nomenclatura de la potenciación se diferencian dos partes, la base y el exponente, que se escribe en forma de superíndice. El exponente determina la cantidad de veces que la base se multiplica por sí misma. Por ejemplo:

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

En general:

$$a^n = \underbrace{a \times \cdots \times a}_n$$

Normalmente, las potencias con base 10, por la cantidad que represente el exponente, esa será la cantidad de ceros en el resultado. El resto de la bases, para sacar el resultado el número se multiplica por sí mismo cuantas veces indique el exponente.

La potencia de exponente natural de un número entero es otro número entero, cuyo valor absoluto es el valor absoluto de la potencia y cuyo signo es el que se deduce de la aplicación de las siguientes reglas:

1. Las potencias de exponente par son siempre positivas.
2. Las potencias de exponente impar tienen el mismo signo de la base.

#### PROPIEDADES:

$$1. a^0 = 1$$

$$2. a^1 = a$$

3. Producto de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \text{Ej: } (-2)^5 \cdot (-2)^2 = (-2)^{5+2} = (-2)^7 = -128$$

4. División de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad \text{Ej: } (-2)^5 \div (-2)^2 = (-2)^{5-2} = (-2)^3 = -8$$

5. Potencia de una potencia: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad \text{Ej: } [(-2)^3]^2 = (-2)^6 = 64$$

6. Producto de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el producto de las bases.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad \text{Ej: } (-2)^3 \cdot (3)^3 = (-6)^3 = -216$$

7. Cociente de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el cociente de las bases.

$$a^n \div b^n = (a/b)^n \quad \text{Ej: } (-6)^3 / 3^3 = (-2)^3 = -8$$

$$8. a^{-n} = 1/a^n \quad a \neq 0$$

## EJERCICIOS DE PRÁCTICA EN EL CUADERNO SOBRE LAS PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN.

### LE APUESTO AL SABER

1. La figura 1 muestra la temperatura ambiente de un lugar a las 5:00 de la mañana, la figura 2 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a las 1:00 de la tarde y la figura 3 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a las 6:00 de la tarde. ¿Cuál fue el cambio de temperatura ambiente del lugar entre las 5:00 de la mañana y las 6:00 de la tarde?

- Disminuyó  $15^{\circ}\text{C}$
- Disminuyó en  $10^{\circ}\text{C}$
- Aumentó  $5^{\circ}\text{C}$
- Aumentó  $20^{\circ}\text{C}$

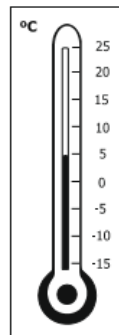


Figura 1

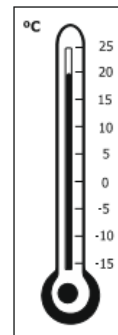


Figura 2

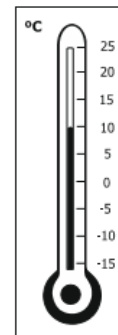


Figura 3

### RESPONDE LAS PREGUNTAS 2 y 3 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

En una feria se juega tiro al blanco: por cada acierto se ganan \$3.000 y por cada desacierto se pierden \$1.000.

2. Arturo lanzó tres veces y acertó una vez en el blanco. ¿Cuánto dinero ganó o perdió al final de los tres lanzamientos?

- Ganó \$1.000
- Ganó \$3.000
- Perdió \$2.000
- Perdió \$4.000

3. Jaime lanzó 16 veces y terminó sin pérdidas ni ganancias. ¿Cuántos aciertos tuvo Jaime?

- 0
- 4
- 6
- 8

### RESPONDE LAS PREGUNTAS 4 Y 5 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Fila 1.  $1 + 3 = 4$

Fila 2.  $1 + 3 + 5 = 9$

·

·

Fila 5.  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ?$

Observa la secuencia

4. ¿Cuál es el resultado de la suma de los términos de la fila 5?

- $5^2$
- $6^2$
- $10^2$
- $11^2$

5. ¿Cuál es el mayor sumando de la fila 4?

- 4
- 7
- 9
- 11

6. Un conejo juguetea en la recta numérica horizontal, se ubica en el punto denominado origen, salta 3 unidades a la derecha, 5 unidades a la izquierda y 2 unidades a la izquierda. El número en el cual se posa cuando da el tercer salto es:

- a. -2            b. 14            c. 3            d. -4

Mercurio	464 °C
Venus	400 °C
Tierra	20 °C
Marte	- 22 °C
Júpiter	- 130 °C
Saturno	-180 °C
Urano	- 190 °C
Neptuno	- 220 °C
Plutón	- 250 °C

7. La tabla registra la temperatura media aproximada en la superficie de los planetas:

¿Cuál es la diferencia entre las temperaturas más alta y la más baja registradas en la superficie de los planetas?

a. La más alta es 464 °C y la más baja es 20 °C; la diferencia es 424 °C.

b. La más baja es - 250 °C y la más alta es 464 °C; la diferencia es  $464 - 250 = 214$  °C.

c. La más alta es 464 °C y la más baja es - 250 °C; la diferencia entre las dos es  $464 - (- 250) = 714$  C °

d. La más baja es - 22 °C y la más alta es 464 °C; la diferencia entre ellas es  $- 22 - 464 = - 486$  °C.




Amplía tus conocimientos aquí:

<https://www.youtube.com/watch?v=m3be-d7Yf8I>

<https://www.youtube.com/watch?v=A55XWvZVWGY>

Se quiere más lo que se ha conquistado con más fatiga.

Aristóteles

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N°26</b> <b>MANUAL DE PROCESO MISIONAL</b> <b>GESTIÓN ACADÉMICA</b>	<b>GA-F29</b>	 
	<b>GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>	<b>Versión: 2</b> <b>Fecha: 2017-02-12</b>	
<b>CO-SC-CER348566</b>			
<b>FECHA:</b>	<b>GUÍA</b>	<b>TALLER</b>	<b>EVALUACIÓN</b>
<b>DOCENTE: MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO</b>		<b>ÁREA/ASIGNATURA: Matemáticas</b>	
<b>ESTUDIANTE:</b>		<b>GRADO: 8°</b>	<b>CALIFICACIÓN:</b>

### SESIÓN 3. NÚMEROS RACIONALES I “Q”

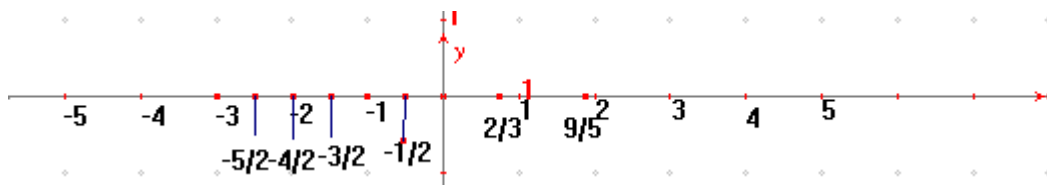
#### Inicio: Exploración

Observa el video: <https://www.youtube.com/watch?v=St9n7Q4ADIU>

Después de observar el video, responde, si la pizza es partida en 20 pedazos, ¿cada una de las personas se puede comer el 20%?, ¿Alcanzará la pizza? Expresa el resultado en fracción y en porcentaje.

#### Conceptualización

El conjunto de los racionales se denota por **Q**. Este conjunto de números incluye a los **números enteros** y es un subconjunto de los **números reales**. Q está conformado por el conjunto de los enteros, los fraccionarios positivos, los fraccionarios negativos y el cero.



$$Q = \left\{ -\infty \dots -2, -\frac{12}{7}, -1, -\frac{3}{4}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{7}{5}, 2, 3 \dots \infty \right\}$$

#### OBSERVA CÓMO SE REPRESENTAN LOS RACIONALES EN LA RECTA NUMÉRICA

**Ejemplo 1:** Representar en la recta numérica el racional  $\frac{2}{5}$

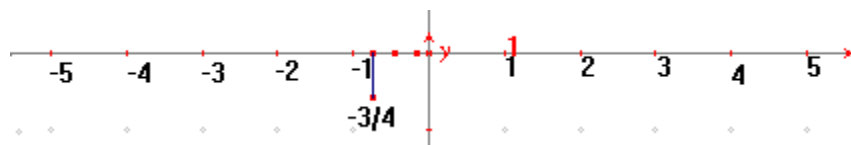
**Solución:** El racional  $\frac{2}{5}$  es una fracción propia y positiva por lo tanto, se representa entre cero y la unidad.

Se divide la unidad en cinco partes y se toman dos partiendo de cero.



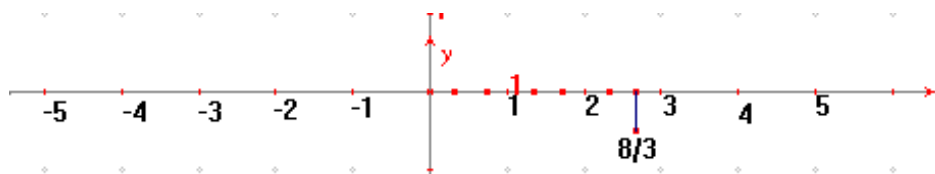
**Ejemplo 2:** Representar en la recta numérica el racional  $-\frac{3}{4}$

**Solución:** El racional  $-\frac{3}{4}$  es una fracción propia y negativa por lo tanto, se representa entre cero y menos uno. Se divide la unidad en cuatro partes y se toman tres partiendo de cero.



**Ejemplo 3:** Representar en la recta numérica el racional  $\frac{8}{3}$

**Solución:** El racional  $\frac{8}{3}$  es una fracción impropia y positiva por lo tanto es mayor que la unidad, para representarla es necesario tomar varias unidades hasta que completemos el racional pedido. Se dividen varias unidades en tres partes y se toman ocho partes partiendo de cero.



**CONSULTA:** LAS PROPIEDADES DEL CONJUNTO Q y elabora una cartelera.

### EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Representar en la recta numérica los siguientes racionales:

**Recomendación:** Usa papel milimetrado

a.  $\frac{3}{9}$

b.  $-\frac{5}{11}$

c.  $\frac{6}{2}$

d.  $\frac{13}{4}$

e.  $-\frac{4}{5}$

f.  $-\frac{7}{3}$

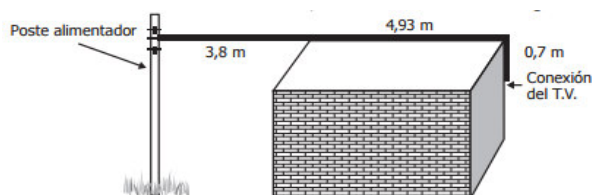


2. En nuestro colegio Oriental #26 se recibió una donación de \$20.000.000, que fue repartida por la señora rectora entre los cuatro componentes del P.E.I, así: Al componente académico le correspondió la mitad, al componente comunitario le correspondió un cuarto, al componente administrativo le correspondió un quinto y al componente directivo le correspondió el resto. ¿Qué fracción del dinero le correspondió al componente directivo y a cuánto dinero corresponde?

3. Un padre de familia del colegio Oriental #26, se gana \$900.000. De ellos la tercera parte la invierte en arriendo, la mitad en alimentación, la décima parte en vestido y el resto en recreación. ¿Qué fracción del salario corresponde a cada gasto y cuánto dinero es?

### LE APUESTO AL SABER

1. Para instalar la televisión por cable en una casa se requiere tender un cable, tensionándolo, desde el poste alimentador hasta la conexión del televisor, como se muestra en la figura.



Aproximadamente ¿cuántos metros de cable se requieren para realizar la conexión?

- a. 6 m      b. 7 m      c. 8 m      d. 10 m

2. Sebastián se desplazó en su bicicleta de Cúcuta a Chinácota. En su primer recorrido se desplazó 20,8 km y se regresó 3 km, pues había perdido su termo del agua. En el segundo recorrido pedaleó 24,6 km desde el sitio donde encontró su termo, hasta llegar a Chinácota. ¿Cuál o cuáles de los siguientes procedimientos permiten determinar correctamente la distancia entre las dos ciudades?

- I.  $d = (20,8 + 5,9) + (-3)$       a. I solamente      b. III solamente  
 II.  $d = 20,8 - (3 + 24,6)$       c. I y II solamente      d. I y III solamente  
 III.  $d = (20,8 - 3) + 24,6$

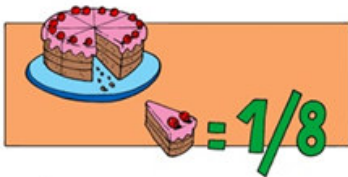
3. El perímetro de la cancha del colegio Oriental #26, es de 100 metros de largo. Jairo realiza una jornada de estiramiento. Para ello camina de frente 40 pasos de  $\frac{3}{4}$  de metro, luego otros 40 pasos de  $\frac{3}{5}$  de metro. ¿Cuántos metros más debe caminar Jairo para correr completamente la cancha?

- a. 20      b. 46      c. 54      d. 80

4. El profesor de matemáticas escribe en el tablero la siguiente serie de números:

Término						....
Número	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{16}{243}$	....

El profesor les pide a sus alumnos que describan la manera como varían los números fraccionarios término a término. Una correcta descripción que podrá realizar un estudiante será:



- a. Se duplica el numerador y se triplica el denominador, término a término.  
 b. Se duplican el numerador y denominador, término a término.  
 c. Se triplican el numerador y denominador, término a término.  
 d. Se suma uno al numerador y seis al denominador, término a término.

5. Para cercar un jardín se compraron dos tipos de malla A y B. Del tipo A, dos rollos de 25,5 metros cada uno, y del tipo B, dos rollos cada uno con 7 metros de malla menos que un rollo del tipo A.

¿Cuál de los siguientes procedimientos permite determinar correctamente la cantidad de metros comprados para cercar el jardín?




- a.  $(2 \times 25,5) + (25,5 + 7)$       b.  $2 \times [25,5 - 7]$   
 c.  $2 \times [2 \times (25,5) - (2 \times 7)]$       d.  $(2 \times 25,5) + (25,5 - 7)$

Observa el siguiente video. <https://www.youtube.com/watch?v=vvsdX1H3Ujk>

Lo mejor del trabajo en equipo es que siempre tienes alguien a tu lado.

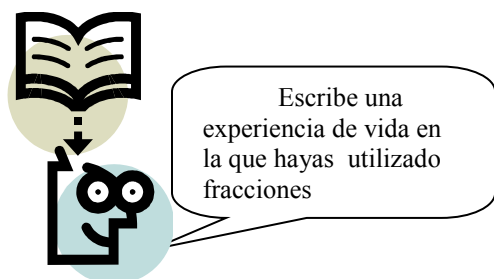
Margaret Carty



	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N° 26</b> <b>MANUAL DE PROCESO MISIONAL</b> <b>GESTIÓN ACADÉMICA</b>	<b>GA-F29</b>	 
	<b>GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>	<b>Versión: 2</b> <b>Fecha: 2017-02-12</b>	
<b>CO-SC-CER348566</b>			
FECHA:	GUÍA	TALLER	EVALUACIÓN
DOCENTE: MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO		ÁREA/ASIGNATURA: Matemáticas	
ESTUDIANTE:		GRADO: 8°	CALIFICACIÓN:

## SESIÓN 4. NÚMEROS RACIONALES II “Q”

### Inicio: Exploración



### Conceptualización

#### EXPRESIÓN DECIMAL DE UN NÚMERO RACIONAL:

**Decimal exacto:** número finito de cifras decimales.  
Ejemplos

$$\frac{2}{5} = 0,4$$

$$\frac{31}{250} = 0,124$$

**Decimal periódico:** infinitas cifras decimales periódicas.

**Periódico puro:** el periodo empieza después de la coma.

Ejemplos  $\frac{23}{9} = 2,\widehat{5}$        $\frac{716}{99} = 7,\widehat{23}$

**Periódico mixto:** entre la coma y el periodo existen otras cifras.

Ejemplos  $\frac{13}{6} = 2,1\widehat{6}$        $\frac{478}{225} = 2,12\widehat{4}$

## ¿CÓMO ENCONTRAR EL NÚMERO RACIONAL CORRESPONDIENTE A UN NÚMERO DECIMAL?

### Decimal exacto



NUMERADOR: PARTE ENTERA SEGUIDA DE LA PARTE DECIMAL.  
DENOMINADOR: UN 1 SEGUIDO DE TANTOS CEROS COMO CIFRAS TENGA LA PARTE DECIMAL.

$$23,52 = \frac{2352}{100} = \frac{588}{25}$$

### Decimal periodico puro



NUMERADOR: PARTE ENTERA SEGUIDA DE LA PARTE PERIÓDICA MENOS LA PARTE ENTERA.  
DENOMINADOR: TANTOS 9 COMO CIFRAS TENGA EL PERIODO.

$$3,2\overline{5} = \frac{325 - 3}{99} = \frac{322}{99}$$

### Decimal periodico mixto



NUMERADOR: PARTE ENTERA SEGUIDA DE LA PARTE NO PERIÓDICA Y DEL PERIODO MENOS LA PARTE ENTERA SEGUIDA DE LA PARTE NO PERIÓDICA.  
DENOMINADOR: TANTOS 9 COMO CIFRAS TENGA EL PERIODO, SEGUIDOS DE TANTOS CEROS COMO CIFRAS TENGA LA PARTE NO PERIÓDICA.

$$7,3\overline{12} = \frac{7312 - 73}{990} = \frac{7239}{990} = \frac{2413}{330}$$

## PRACTICA



1. Encuentra la expresión decimal para cada uno de los siguientes números racionales:  
a.  $\frac{7}{15}$     b.  $\frac{18}{5}$     c.  $\frac{7}{3}$     d.  $\frac{11}{6}$     e.  $\frac{3}{10}$     f.  $\frac{1}{21}$

2. Expresa los siguientes decimales en forma de racional:

a. 0.234444...    b. 0,45777...    c. 1,2121...    d. 0,00004    e. 1,222....    f. 1,67

## LE APUESTO AL SABER

1. En la tabla se relacionan algunas medidas de capacidad para el agua.

Nombre	Capacidad en mililitros (ml)
1 galón	3.785
1 botella	355
1 vaso	236,59

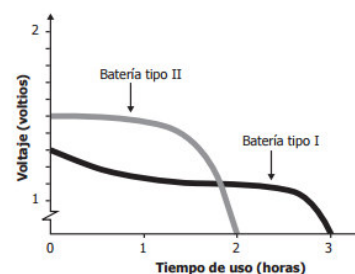
Daniel consumió de lunes a jueves, galón y medio de agua; de viernes a sábado, 3 botellas de agua y el domingo, 4 vasos de agua. ¿Entre qué valores está la cantidad total de mililitros de agua que bebió Daniel durante la semana?

- a. Entre 4,5 y 8 ml    b. Entre 236,59 y 3.785 ml    c. Entre 4,5 y 6 ml    d. Entre 8 y 10,5 ml

2. En la gráfica se presenta el cambio de voltaje de dos tipos de baterías (I y II) en función del tiempo, cuando estas se usan continuamente.

¿Cuáles son los voltajes iniciales (en voltios) de las baterías tipo I y tipo II?

- a. 0,5 y 0,7 respectivamente.  
 b. 2 y 3 respectivamente.  
 c. 1,3 y 1,5 respectivamente.  
 d. 4 y 6 respectivamente.



3. Un pastelero prende su máquina de hacer donas a las 8:30 am. A las 11:10 am la máquina ha completado un tercio del trabajo del día. ¿A qué hora la máquina habrá terminado su trabajo?

- a. 1:50 pm    b. 3:30 pm    c. 4:30 pm    d. 5:50 pm

4. En un laboratorio está estudiándose una población de bacterias. En la siguiente tabla se muestra la cantidad que había inicialmente y la cantidad presente transcurrido(s) 1, 2 y 3 minutos.

Tiempo (minutos)	0	1	2	3	...
Número de bacterias	1.000	3.000	9.000	27.000	...

Si la regularidad que se muestra en la tabla se mantiene, ¿cuántas bacterias habrá en total a los 5 minutos?

- a. 135.000    b. 150.000    c. 243000    d. 300.000

5. La montaña submarina más alta del mundo está ubicada cerca de Nueva Zelanda. La montaña tiene una altura de 8.690 metros y sobresale 300 metros fuera del agua. Para encontrar la altura sumergida (h) de la montaña, cuatro estudiantes plantearon las siguientes ecuaciones:

Laura:  $h - 8.690 = 300$

Alejandro:  $8.690 - h = 300$



Vanessa:  $h + 300 = 8.690$

Camilo:  $h + 8.690 = 300$

¿Cuáles estudiantes formularon correctamente las ecuaciones para hallar el valor de  $h$ ?

a. Alejandro y Vanesa



b. Laura y Vanesa

c. Alejandro y Camilo

d. Laura y Camilo

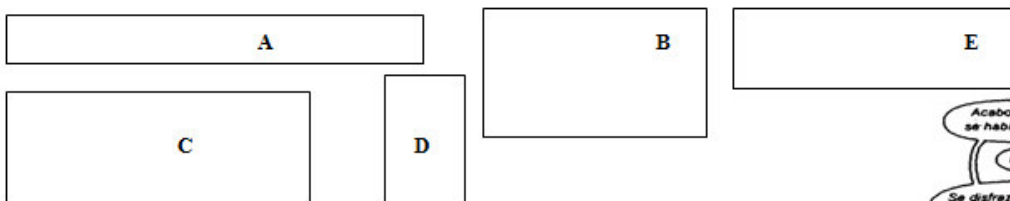
Practica en esta dirección. [http://www.vitutor.com/di/r/a\\_10e.html](http://www.vitutor.com/di/r/a_10e.html)

*Con un equipo entusiasmado puedes conseguir casi cualquier*

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N°26 MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADÉMICA	GA-F29	 CO-SC-CER348566
	GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES	Versión: 2 Fecha: 2017-02-12	
FECHA:	GUÍA	TALLER	EVALUACIÓN
DOCENTE: MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO		ÁREA/SIGNATURA: Matemáticas	
ESTUDIANTE:		GRADO: 8°	CALIFICACIÓN:

**SESIÓN 5.****NÚMEROS IRRACIONALES "I"****Inicio: Exploración****Razón áurea**

Utiliza una regla para realizar las mediciones y realiza los siguientes cálculos. Observa los siguientes rectángulos. ¿Cuál de ellos te parece más armonioso?



Veamos que ocurre al medir sus dimensiones y calcular el cociente. Completa el siguiente cuadro.

	A	B	C	D	E
Largo (cm)					
Ancho (cm)					
Largo/ancho					



Responde:

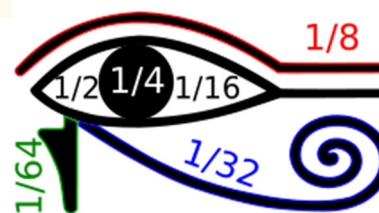
¿Encuentras alguna relación entre la armonía de los rectángulos y los cocientes calculados?

**Conceptualización****NÚMEROS RACIONALES:**

Son todos aquellos que se pueden escribir en forma de fracción. Incluyen los naturales, enteros.

**NÚMEROS IRRACIONALES:**

Son los números que poseen infinitas cifras decimales no periódicas y no pueden ser expresados en forma de fracción.



**NÚMEROS IRRACIONALES**

$\pi$

**$\pi$** . Es un número irracional famoso. Se han calculado más de un millón de cifras decimales y sigue sin repetirse. Los primeros son éstos:

**3,1415926535897932384626433832795.....**

$e$

El número  **$e$  (el número de Euler)**. Es otro número irracional famoso. Se han calculado muchas cifras decimales de  **$e$**  sin encontrar ningún patrón. Los primeros decimales son:

**2,7182818284590452353602874713527...**

$\phi$

La **razón de oro** es un número irracional. Letra griega “phi”. Desde la antigüedad, matemáticos, filósofos y artistas han creído en la experiencia de una razón privilegiada que fue llamada **número áureo**. Los griegos consideraban que un rectángulo cuyos lados **a** y **b** están en la razón  **$a/b = \phi$**  es especialmente armonioso. Esta proporción de medidas se ha utilizado con mucha frecuencia en el arte. Es el primer número irracional del que se tuvo conciencia de que lo era.

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad 1,61803398874989484820...$$

Sus primeros dígitos son:

$\sqrt{\quad}$

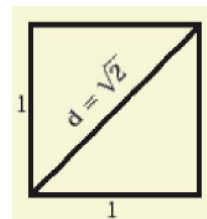
Muchas raíces cuadradas, cúbicas, etc. también son irracionales. Ejemplos:

$\sqrt{3}$	1,7320508075688772935274463 415059 (etc)
$\sqrt{99}$	9,9498743710661995473447982 100121 (etc)

Pero  $\sqrt{4} = 2$ , y  $\sqrt{9} = 3$ , así que **no todas** las raíces son irracionales.

Los números irracionales aparecen en las construcciones geométricas más sencillas. Por ejemplo, en un cuadrado de lado igual a 1, la diagonal adopta como valor raíz de 2, un número irracional.

El **conjunto formado** por los números **racionales e irracionales** es el conjunto de los **números reales**, se designa por R.



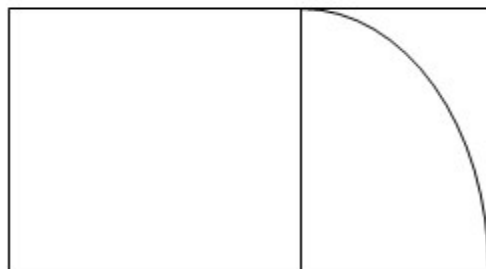
### Construcciones áureas. Apariciones en la vida cotidiana

Los cocientes obtenidos anteriormente se han aproximado al “número áureo”, cuyo valor es

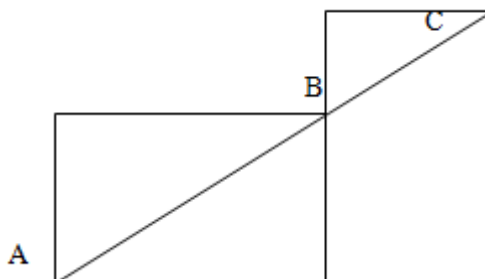
$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803$$

Los arquitectos, escultores y pintores de todos los tiempos han utilizado la sección áurea como la proporción ideal para componer sus obras. Vamos a mostrar ahora como se hace la construcción geométrica de un rectángulo áureo.

Podemos construir un rectángulo áureo partiendo de un cuadrado de lado  $a$ . Para ello, pincha con un compás en el punto medio de su base con abertura la distancia de este punto al vértice del lado opuesto; traza un arco que intercepte a la prolongación de la base. En el punto de intersección levanta una línea perpendicular a la base y tendrás un rectángulo áureo, prolongando el lado paralelo a la base. Construye en tu cuaderno un rectángulo áureo, partiendo de un cuadrado de lado 5 cm. Mide los lados del rectángulo obtenido y calcula el cociente largo/ancho. Explica la construcción de un rectángulo áureo con tus propias palabras.



Hay una forma sencilla de comprobar si un rectángulo áureo, comparándolo con otro rectángulo de las mismas dimensiones. Además muchos de los documentos (carnet, tarjetas bancarias, cédula, etc) que se utilizan diariamente tienen dimensiones áureas. Esto es lo que intentará mostrarse con la siguiente actividad. Existe una forma sencilla de comprobar si un rectángulo es áureo: se le coloca junto a otro con las mismas dimensiones y se les coloca como muestra el dibujo. La diagonal AB debe pasar por el vértice C.

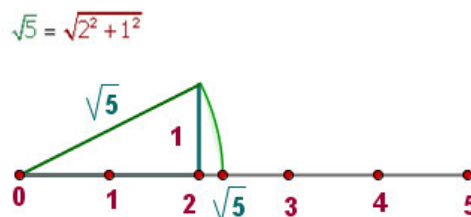
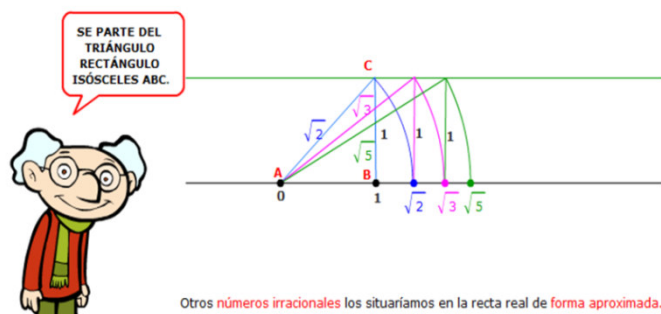


Vas a comprobar que tu carnet tiene proporciones áureas de dos maneras distintas:

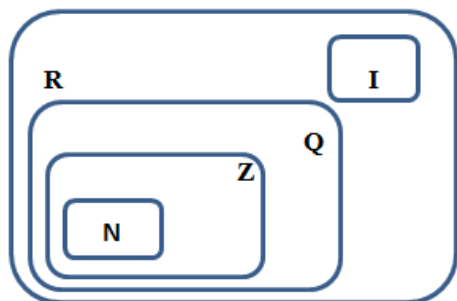
- Calca en tu cuaderno tu carnet. Mide los lados del rectángulo que has obtenido y calcula el cociente. ¿Da como resultado el número áureo?
- Utiliza tu carnet de identidad para dibujar dos rectángulos colocados como en la figura de arriba. Traza la diagonal del primer rectángulo y luego prolongala para ver si corta a la esquina del otro rectángulo.

### OBSERVA LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Representación de números de la forma  $\sqrt{n}$



## LE APUESTO AL SABER



**N** = naturales    **Z** = enteros    **Q** = racionales    **I** = irracionales    **R** = reales

1. Las relaciones de contención de los diferentes conjuntos numéricos, están dados por:

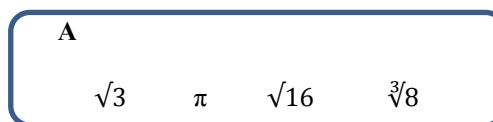
- a.  $N \subset Z \subset Q \subset R$     b.  $R \subset Q \subset Z \subset N$   
 c.  $N \subset Z \subset Q \subset R$     d.  $R \subset Q \subset Z \subset N$

2. El número irracional que va después del 2 es:

- a.  $\sqrt{2}$     b.  $\sqrt{3}$     c.  $\sqrt{4}$     d.  $\sqrt{5}$

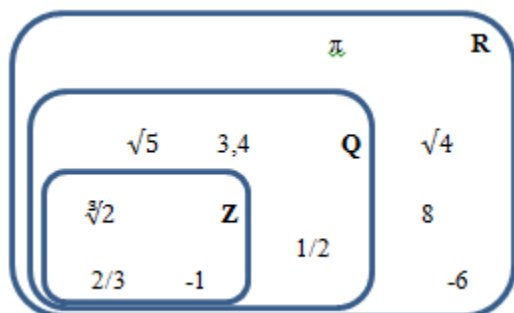
3. Dixon, Tania, Mariana y Sebastián discuten sobre los números que se encuentran en el conjunto **A**, que se muestra:

Dixon opina que todos los números son reales  
 Tania dice que todos los números son irracionales  
 Mariana afirma que no pertenecen a los reales  
 Sebastián dice que todos los números son racionales  
 ¿Quién tiene la razón?



- a. Dixon    b. Tania    c. Mariana    d. Sebastián

4. Observa el siguiente gráfico y elige los números que no pertenecen al conjunto correspondiente



- a. 8, -6, -1,  $2/3$ ,  $\sqrt[3]{2}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{4}$ ,  $1/2$   
 b. 8, -1,  $2/3$ ,  $\sqrt[3]{2}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{4}$ ,  $1/2$ , 3.4  
 c. 8, -6,  $2/3$ ,  $\sqrt[3]{2}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{4}$   
 d. 6, -1,  $2/3$ ,  $\sqrt[3]{2}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $1/2$

5. Indica cuáles de los siguientes números son irracionales:





- a. 0,5    b. 0,50000    c. 15    d. 3,13111311    e.  $\sqrt{3}$     f.  $\sqrt{24}$

Amplía tus conocimientos aquí: <https://www.youtube.com/watch?v=kXx6p46gS1E>

<https://www.youtube.com/watch?v=PpteAZuVpjo>

*Si tienes la actitud para ganar, te acercará mucho a la victoria; si tienes la actitud para perder, olvídate de ella.*



	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N° 26</b> <b>MANUAL DE PROCESO MISIONAL</b> <b>GESTIÓN ACADÉMICA</b>	<b>GA-F29</b>	  
	<b>GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>	<b>Versión: 2</b> <b>Fecha: 2017-02-12</b>	
FECHA:	GUÍA	TALLER	EVALUACIÓN
DOCENTE: MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO		ÁREA/ASIGNATURA: Matemáticas	
ESTUDIANTE:		GRADO: 8°	CALIFICACIÓN:

## SESIÓN 6.

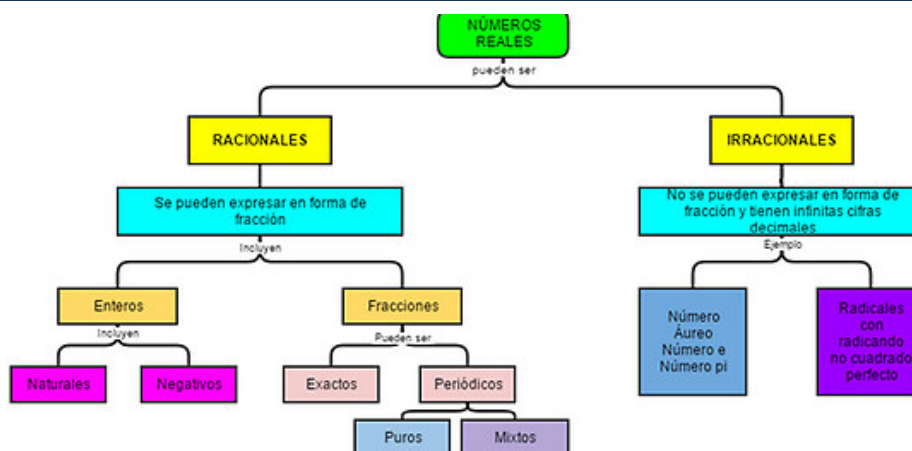
## NÚMEROS REALES “R”

### Inicio: Exploración

Prepárate para observar el video: <https://www.youtube.com/watch?v=UEUaBm8ZSmM>

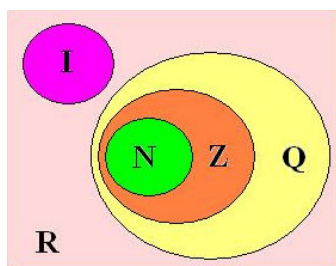
Comenta con tu profesora y compañeros.

### Conceptualización



El conjunto formado por los números racionales “Q” y los irracionales “I”, reciben el nombre de **CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES “R”**.

$$R =$$



El conjunto R de los números reales completa la recta numérica.

Redacta un escrito explicando a un compañero que no asistió a clase, el diagrama de los conjuntos numéricos...

### ACTIVIDADES DE PRÁCTICA



1. La fórmula que permite calcular el hándicap necesario para los levantadores de pesas es

a=Masa del atleta en kg

w= masa que levanta el atleta

W= masa con hándicap

$$W = \frac{w}{\sqrt[3]{a - 35}}$$

Un atleta pesa 99Kg y levanta 150 Kg. Otro atleta pesa 62 kg y levanta 80 kg. ¿Cuál de los dos atletas tiene mejor hándicap?

2. ¿Por qué la diagonal de un cuadrado de lado 1 mide  $\sqrt{2}$ ?

3. ¿Es posible escribir dos números que cumplan las siguientes condiciones dadas? Si la respuesta es afirmativa Escríbelos en cada caso

- a. Natural que no sea entero \_\_\_\_\_
- b. Entero que no sea natural \_\_\_\_\_
- c. Racional igual a un decimal periódico \_\_\_\_\_
- d. Irrracional mayor que -1 y menor que 5 \_\_\_\_\_
- e. Fraccionario irracional \_\_\_\_\_
- f. Real no racional \_\_\_\_\_



4. Ubica las respuestas de los ejercicios en el cuadrado cuya suma mágica es 3. (Al sumar las filas, columnas y diagonales la suma es 3)

a	b	c
d	e	f
g	h	i

- a.  $-\sqrt{4}$
- b.  $\sqrt[3]{27}$
- c.  $\sqrt[4]{16}$
- d.  $\sqrt{25}$
- e.  $\sqrt[n]{1}$
- f.  $\sqrt[3]{-27}$
- g.  $\sqrt[n]{0}$
- h.  $\sqrt[57]{-1}$
- i.  $\sqrt{16}$

A	.	B	C		
D		.			E
.		F	.	G	
H	I		J	.	
K	.				
L					M

5. Utilizo la calculadora para hallar las respuestas del crucinúmero. El número entre paréntesis indica el truncamiento en las cifras decimales cuando sea necesario. (El punto decimal ocupa una casilla)

**VERTICALES**

- A.  $8 * \pi =$  (3)
- B.  $2,3 * 2 =$
- C.  $48,723 \div 1 =$
- E.  $84,48 \div 0,24 =$
- G.  $12,7 * 0,2 =$
- I.  $1,72 \div 8,6 =$
- M.  $(\sqrt{2})^6 =$

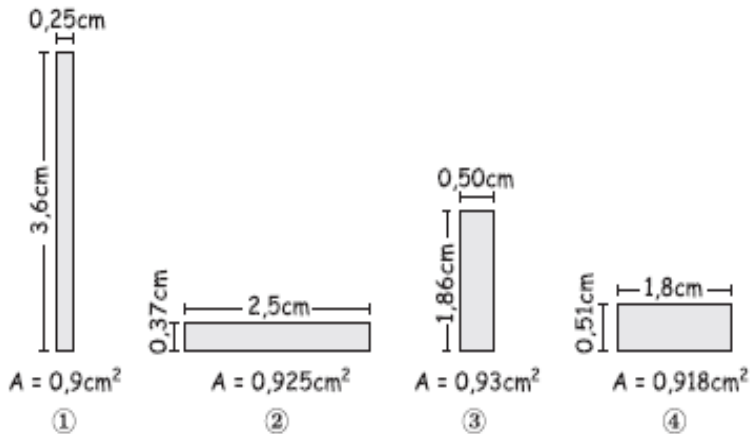
**HORIZONTALES**

- A.  $\sqrt{2} * \sqrt{3}$
- D.  $3.2 * 17,75$
- F.  $30 \div 4,8$
- H.  $15,8 \div 1,58$
- J.  $2,53596 \div 0,35 =$  (3)
- K.  $24,805 \div 8,2 =$
- L.  $26,4 \div 1,2 =$

## LE APUESTO AL SABER

RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACIÓN

A continuación se muestran cuatro rectángulos con las medidas de sus lados en centímetros (cm) y su respectiva área (A) en centímetros cuadrados (cm<sup>2</sup>)



1. ¿Cuál de los rectángulos tiene menor área?

- A. rectángulo 1
- B. rectángulo 3
- C. rectángulo 2
- D. rectángulo 4

2. El perímetro del rectángulo 3 es:

- A. 4,72 cm
- B. 4,174 cm
- C. 4,84 cm
- D. 5,74 cm

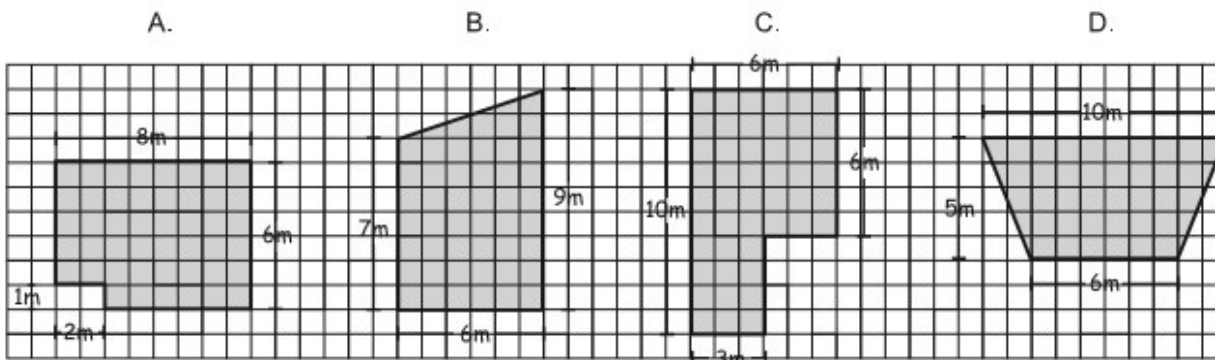
RESPONDE LAS PREGUNTAS 3 y 4 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACIÓN

Para embaldosar el salón de clase, se necesitan 46 m<sup>2</sup> de baldosa. Se solicita el pedido a Cerámica Italia de donde envían inicialmente 15 cajas que contienen 1  $\frac{1}{2}$  m<sup>2</sup> de baldosa cada una.

3. Para completar el pedido se requiere:

- A. 6 cajas con baldosas y un metro cuadrado de baldosa
- B. 6 cajas con baldosas
- C. 15 cajas con baldosas.
- D. 15 cajas con baldosas y un metro cuadrado de baldosa

4. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene un área equivalente al área de la superficie de la sala que se desea embaldosar?



5. En un empaque de alimentos para perros se muestra la siguiente tabla, con la información sobre las porciones diarias que debe consumir una mascota, según su peso:

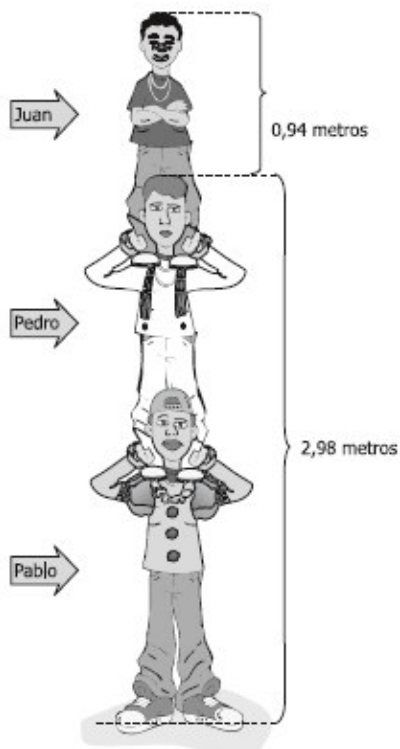
Peso de la Mascota (Kg)	Porción diaria (en Gramos)
5Kg	
10Kg	
15Kg	
20Kg	

 = 25 gramos  
 =    

La porción diaria que consume una mascota es de 450 g, ésta corresponde a:

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

6. Juan, Pedro y Pablo son acróbatas. En el dibujo puedes observar una de sus presentaciones







¿Cuál es la altura de la torre que formaron los acróbatas en la presentación?

- A. 0,94 metros.  
 B. 2,98 metros.  
 C. 3,82 metros.  
 D. 3,92 metros.

Amplía tus conocimientos: [https://www.youtube.com/watch?v=M\\_PHI\\_PJsvE](https://www.youtube.com/watch?v=M_PHI_PJsvE)

**EL FRACASO MAS GRANDE ES NUNCA HABERLO INTENTADO**

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N° 26</b> <b>MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADÉMICA</b> <b>GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>		<b>GA-F29</b> <b>Versión: 2</b> <b>Fecha: 2017-02-12</b>		   <b>CO-SC-CER348566</b>
	<b>FECHA:</b>	<b>GUÍA</b>	<b>TALLER</b>	<b>EVALUACIÓN</b>	
	<b>DOCENTE: MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO</b>		<b>ÁREA/ASIGNATURA: Matemáticas</b>		
<b>ESTUDIANTE:</b>		<b>GRADO: 8°</b>	<b>CALIFICACIÓN:</b>		

## SESIÓN 7.

## APLICACIÓN

### Inicio: Exploración

**CADA PALABRA EN SU LUGAR.**

*Completa el texto colocando cada palabra en el en el lugar correspondiente.*

-3 no es un número , es un número entero y también es un número .  
 A no es un número natural, tampoco es un número entero, es un racional, decimal   
 B no es un número natural, tampoco es un número entero, es un racional, decimal   
 C no es un número natural, tampoco es un número entero, es un racional, decimal .

$A = \frac{2}{5}$ $B = \frac{7}{3}$ $C = \frac{7}{6}$	E	N	R
	Periódico puro	Peri ódico	

### PRACTICA

1. Al ordenar de mayor a menor los siguientes números:  $A = \pi$     $B = \sqrt{2}$     $C = e$  se obtiene:

- a. B, C, A                      b. C, A, B  
 c. A, C, B                      d. B, A, C

2. UN INTRUSO. En uno de los siguientes conjuntos de números racionales, se ha colocado un número que no es racional. Encuentre dicho conjunto y márcalo.

$$A = \left\{ 2, 5, 7, 3, 5, \frac{4}{3}, 1578 \right\}$$

$$B = \left\{ 7, 3, -15, -\frac{47}{5}, 3,1415 \right\}$$

$$C = \{ 5, -500, 472, 3,24444\dots \}$$

$$D = \left\{ -5, 5, -2,030303\dots, \frac{8}{2}, \frac{15}{3} \right\}$$

$$E = \left\{ -\frac{1}{3}, -\frac{2}{5}, 8, 3,030030003\dots \right\}$$

TENGO QUE  
DESCUBRIR  
AL INTRUSO.



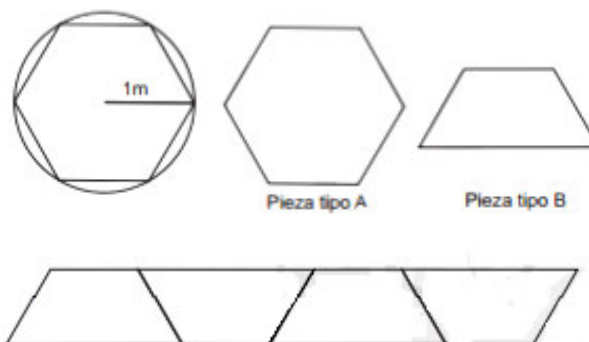
3. Un auto debe recorrer una distancia de 300 km en 3 horas. La primera hora recorre  $\frac{2}{6}$  de la distancia, la segunda  $\frac{4}{10}$  y la última  $\frac{4}{15}$ . ¿Cuántos kilómetros recorrió cada hora?

## LE APUESTO AL SABER

1. Para construir espejos en vidrio, una empresa diseña piezas tipo A de forma de hexágono regular, obtenidas del mayor tamaño posible a partir de láminas circulares de vidrio de 1 metro de radio. Cortando por la mitad las piezas tipo A, se obtienen piezas tipo B.

El área que cubren 4 piezas tipo B, dispuestas como lo indica la figura es:

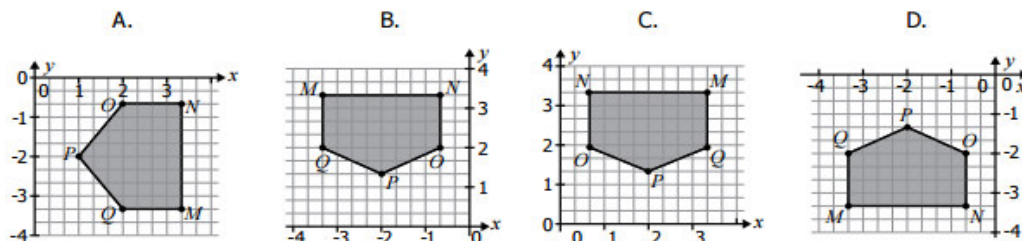
- $\sqrt{3}/4$  metros cuadrados
- $3\sqrt{3}$  metros cuadrados
- $(3\sqrt{3})/2$  metros cuadrados
- $\sqrt{3}$  metros cuadrados



2. En un plano cartesiano un polígono tiene coordenadas:

$$M\left(-\frac{10}{3}, \frac{10}{3}\right), N\left(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right), O\left(-\frac{2}{3}, 2\right), P\left(-2, \frac{4}{3}\right) \text{ y } Q\left(-\frac{10}{3}, 2\right)$$

La figura correspondiente es:



3. Un perezoso, al trepar un árbol, sube 5 m durante el día y en la noche, mientras duerme, desciende  $2/5$  de lo que asciende durante el día, luego para subir 11 m, requiere

- 3,0 días
- 3,5 días
- 4,0 días
- 4,5 días



4. Una arepa se divide en 4 partes iguales, luego dos partes de esas se dividen cada una por la mitad. Si Camilo se come una porción grande y una pequeña, la porción total de arepa que se comió fue de:

- $1/8$
- $1/4$
- $3/8$
- $3/4$

5. En un grupo de amigos cada uno pesaba 70 kg. Decidieron hacer una dieta diferente cada uno, para saber cuál era mejor. Pedro hizo la dieta del apio y 7 días después pesaba 69,88 kg. Hugo hizo la dieta de la cebolla y 5 días después pesaba 69,9 kg. Sandra hizo la del perejil y a los 11 días pesaba 69,85 Kg. y Luisa hizo la del tomate y a los 9 días 69,87 kg. Según esto la dieta más efectiva fue:



- a. apio                      b. tomate                      c. cebolla                      d. perejil

6. Para  $x = 8$ , de las siguientes fracciones, ¿cuál es la de menor valor?

- a.  $\frac{5}{x}$                       b.  $\frac{5}{x+1}$                       c.  $\frac{5}{x-1}$                       d.  $\frac{x+1}{5}$

7. En una fábrica se aplica una encuesta a los empleados para saber el medio de transporte que usan para llegar al trabajo y luego decidir si se implementa un servicio de ruta. Los resultados mostraron, entre otras, estas tres conclusiones sobre un grupo de 100 empleados que viven cerca de la fábrica y que se desplazan únicamente en bus y a pie:

El 60% del grupo son mujeres

El 20% de las mujeres se desplazan en bus

El 40% de los hombres, se desplaza caminando.

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente la información obtenida de ese grupo?

A.

Transporte \ Género	Hombre	Mujer
En bus	40	60
Caminando	60	40

B.

Transporte \ Género	Hombre	Mujer
En bus	34	12
Caminando	16	38

C.

Transporte \ Género	Hombre	Mujer
En bus	0	20
Caminando	40	40

D.


Transporte \ Género	Hombre	Mujer
En bus	24	12
Caminando	16	48

EN CASA: Practica...

<http://186.28.225.60/math/CI00/pcnnpn/pcnnpn.htm> Pruebas olimpiadas

<https://www.youtube.com/watch?v=hgWCnUt9nd0&t=192s>

**Piensa positivo y atraerás cosas positivas a tu vida**

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N°26</b> <b>MANUAL DE PROCESO MISIONAL</b> <b>GESTIÓN ACADÉMICA</b>	<b>GA-F29</b>	  
	<b>GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>	<b>Versión: 2</b>	
		<b>Fecha: 2015-02-02</b>	
<b>FECHA:</b>	<input type="checkbox"/> GUÍA	<input type="checkbox"/> TALLER	<input checked="" type="checkbox"/> EVALUACIÓN
<b>DOCENTE: MAGDA CELENA CONTRERAS PRADO</b>		<b>ÁREA/ASIGNATURA: Matemáticas</b>	
<b>ESTUDIANTE:</b>		<b>GRADO: 8°</b>	<b>CALIFICACIÓN:</b>

## SESIÓN 8. EVALUACIÓN

1. Andrés se presenta a exámenes de admisión y cada vez obtienen 9 puntos menos que la anterior. Si la primera vez obtuvo 204 puntos y la última 159. El número de veces que se presentó fue

- a. 3                                      b. 4                                      c. 5                                      d. 6

RESPONDE LAS PREGUNTAS 2 Y 3 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Observa la secuencia

$$\begin{array}{ll}
 \text{Fila 1.} & 1 + 3 = 4 \\
 \text{Fila 2.} & 1 + 3 + 5 = 9 \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \text{Fila 5.} & 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ?
 \end{array}$$

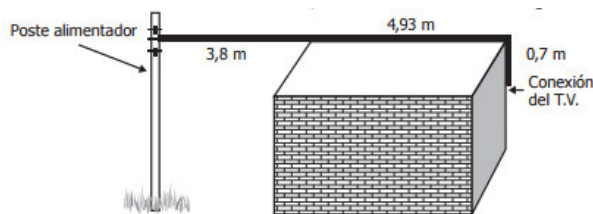
2. ¿Cuál es el resultado de la suma de los términos de la fila 5?

- a.  $5^2$                                       b.  $6^2$                                       c.  $10^2$                                       d.  $11^2$

3. ¿Cuál es el mayor sumando de la fila 4?

- a. 4                                      b. 7                                      c. 9                                      d. 11

4. Para instalar la televisión por cable en una casa se requiere tender un cable, tensionándolo, desde el poste alimentador hasta la conexión del televisor, como se muestra en la figura.





Aproximadamente ¿cuántos metros de cable se requieren para realizar la conexión?

- a. 6 m      b. 7 m      c. 8 m      d. 10 m

5. La figura 1 muestra la temperatura ambiente de un lugar a las 5:00 de la mañana, la figura 2 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a la 1:00 de la tarde y la figura 3 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a las 6:00 de la tarde. ¿Cuál fue el cambio de temperatura ambiente del lugar entre las 5:00 de la mañana y las 6:00 de la tarde?

- a. Disminuyó  $15^{\circ}\text{C}$   
 b. Disminuyó en  $10^{\circ}\text{C}$   
 c. Aumentó  $5^{\circ}\text{C}$   
 d. Aumentó  $20^{\circ}\text{C}$

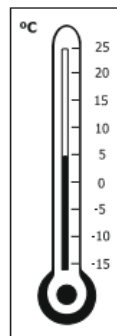


Figura 1

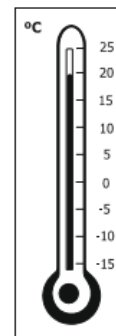


Figura 2

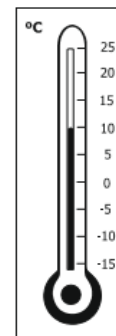
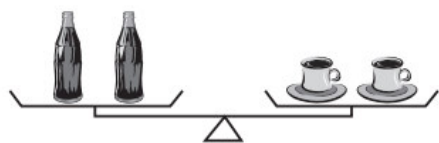


Figura 3

6. La balanza de la figura está en equilibrio.

La ecuación  $2(x + y) = 2z$ , donde "x" corresponde a la masa de cada plato, "y" a la masa de cada pocillo y "z" a la masa de cada botella, representa la situación.



¿Cuáles de las siguientes son posibles masas, en gramos, de los objetos?

- A.  $x = 20$ ,  $y = 15$  y  $z = 35$       B.  $x = 40$ ,  $y = 10$  y  $z = 30$   
 C.  $x = 35$ ,  $y = 15$  y  $z = 20$       D.  $x = 30$ ,  $y = 40$  y  $z = 10$

7. Un ciclista se desplazó entre dos ciudades. En su primer recorrido se desplazó 10,8 km y se regresó 3 km, pues había perdido su termo del agua. En el segundo recorrido pedaleó 5,9 km desde el sitio donde encontró su termo, hasta llegar a su destino. ¿Cuál o cuáles de los siguientes procedimientos permiten determinar correctamente la distancia entre las dos ciudades?

- I.  $d = (10,8 + 5,9) + (-3)$       A. I solamente      B. III solamente  
 II.  $d = 10,8 - (3 + 5,9)$       C. I y II solamente      D. I y III solamente  
 III.  $d = (10,8 - 3) + 5,9$

8. Un ingeniero tiene a cargo la construcción de 8,5 km de carretera, de la cual ha construido dos tramos de 1,6 km y 5 km, respectivamente. Para determinar la cantidad de kilómetros que faltan por construir, se proponen las siguientes estrategias:

- I. Calcular la diferencia entre los dos tramos construidos y restarla de 8,5 km.  
 II. Sumar las tres cantidades suministradas.  
 III. Sumar los dos tramos construidos y restar de 8,5 km el resultado.

La opción que contiene la estrategia o estrategias que permiten determinar la cantidad que falta por construir es:

- A. I y III únicamente      B. II únicamente      C. I y II únicamente      D. III únicamente

9. En una promoción se ofrece un artículo por \$119.990. Como la moneda de más baja denominación es \$50, el almacén indica a sus vendedores las siguientes condiciones:

- I. Si el cliente compra menos de 5 unidades, se le cobra cada artículo a \$120.000.

II. Si el cliente compra 5 unidades o más, se le cobra cada unidad del artículo a \$119.950.

Cada unidad del artículo comprada

A. cuesta \$10 más con la condición I

B. cuesta \$10 menos con la condición II

C. cuesta \$40 menos con la condición I

D. cuesta \$40 más con la condición II


10. En el mini bazar que se realizó en el colegio, los alumnos de octavo vendieron unos tãmpicos y obtuvieron como ganancia \$150 por cada uno. Si ese día vendieron 60 tãmpicos, pero querían ganar \$11.400 ¿cuántos tãmpicos les hizo falta vender?

11. En el estudio que se hizo en el colegio a los estudiantes de 6° a 9°, se tomaron al azar 100 estudiantes y se encontró que 48 de ellos tenían el peso adecuado para su estatura y 29 niñas tenían sobrepeso. ¿Cuál es el número de hombres con sobrepeso?

12. Nicolle es mayor que Diana; Stefany menor que Tania y mayor que Liseth. Si Tania es menor que Diana. ¿Quién es la mayor?

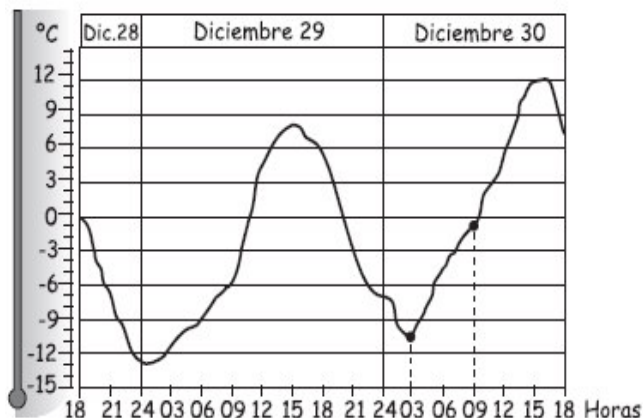


EN LA MEDIDA QUE CUMPLA MIS DEBERES, VOY  
CONQUISTANDO MI LIBERTAD.

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO ORIENTAL N°26 MANUAL DE PROCESO MISIONAL GESTIÓN ACADÉMICA GUÍAS, TALLERES Y EVALUACIONES</b>		GA-F29			
			Versión: 2			
FECHA			GUÍA	x	TALLER	EVALUACIÓN
DOCENTE				ASIGNATURA		
ESTUDIANTE				GRADO		CALIFICACIÓN

**1. RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

La siguiente gráfica muestra la variación de la temperatura en la ciudad de Nueva York desde las 18 horas del 28 de diciembre hasta las 18 horas del 30 de diciembre



1. De acuerdo con la gráfica, la menor temperatura que se presentó en estos días fue

- a.  $-15^{\circ}$       b.  $-13^{\circ}$     c.  $0^{\circ}$     d.  $12^{\circ}$

2. El 30 de diciembre a las 03 horas el termómetro marcó  $-11^{\circ}$  y a las 09 horas del mismo día marcó  $-1^{\circ}$ , esto significa que la temperatura en este lapso de tiempo

- a. aumentó  $10^{\circ}$       b. disminuyó  $10^{\circ}$   
c. aumentó  $12^{\circ}$       d. disminuyó  $12^{\circ}$

3. Diego, Alexis, Jenfer, Giomar y Alex del grado octavo, están aspirando a la selección de micro del colegio Oriental #26. El profe de educación física y el titular decidieron asignar puntajes a cada uno según su desempeño para facilitar su decisión final. Para quedar seleccionados, la suma de los puntajes debe ser positiva.



	Diego	Alexis	Jenfer	Giomar	Alex
Titular	6	-7	-10	8	-7
P Edu	-3	-1	-3	-3	2

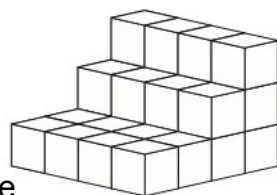
- ¿Qué jugadores son seleccionados?
- ¿Cuál es el puntaje total que recibió cada jugador?
- Calcula las diferencias de puntajes entre lo asignado por el titular y el profe de educación física ¿Qué jugador tiene la mayor diferencia de puntajes?

4. La empresa concretos Cúcuta edificó en el barrio Ceiba II, un condominio de 6 edificios con 6 pisos cada uno y 6 apartamentos por piso. Si cada apartamento fue pensado para ser habitado cómodamente por 6 personas



- ¿Cuántos apartamentos hay en cada edificio?
- ¿Cuántos apartamentos hay en el condominio?, ¿cómo lo calculaste?
- ¿Cuántas personas podrían vivir en el condominio?, ¿cómo lo calculaste?
- La situación anterior la podríamos resolver rápidamente calculando el producto de  $6 \cdot 6 \cdot 6$ , ¿por qué?

5. El siguiente sólido está formado por cubos de igual tamaño. Teniendo en cuenta que un borde de cualquiera de los cubos mide una unidad, se puede inferir, que el volumen de la figura es:



e.

- 28 unidades cúbicas
- 24 unidades cúbicas
- 20 unidades cúbicas
- 16 unidades cúbicas

6. Para preparar una torta y celebrar el cumpleaños de los empleados del colegio, que alcanza para 10 porciones de tamaño mediano, se utilizaron 500 gramos de harina. Si queremos preparar una torta que alcance para 20 porciones del mismo tamaño, ¿cuántas libras de harina se necesitan? (500 g = 1 lb)



- Menos de 1 libra.
- Exactamente 1 libra.
- Exactamente 2 libras.
- Más de 2 libras.

7. En los días de calor, en Cúcuta, doña Rosa frente al colegio Oriental #26 vende muchos jugos, por eso diseña una tabla con los posibles pedidos. Complétala.

Jugos	1	2		4		9	10
Precio	50		650		3300		

- ¿Cómo calculaste la cantidad de jugos?, ¿y cada precio?
- ¿Cuántos jugos puedes comprar con \$ 7150?
- ¿Cuál es el valor de la razón entre el precio y la cantidad de jugos?

8. En un colegio de Villa del Rosario el gobierno ofrece desayuno a algunos estudiantes de primaria, se estima que con \$ 250 pueden ofrecer un desayuno por niño.

- ¿Cuántos desayunos alcanzarían con \$ 64.500?
- ¿Cuánto dinero necesitan para ofrecer 507 desayunos?



## Conclusiones

Con los resultados presentados por los estudiantes en la prueba diagnóstica, se pudieron detectar ciertas falencias al momento de enfrentar situaciones problemáticas, las cuales sirvieron de referente para organizar la propuesta de acuerdo con las necesidades manifestadas.

El manejo de la resolución de problemas como eje central en la enseñanza de matemáticas, desarrolló en los estudiantes su capacidad de aplicar los conceptos, estimular sus procesos cognitivos, es por esto que el maestro debe proponer variadas estrategias para su solución, hacerles interesarse por ellos y brindar suficientes opciones de práctica.

La estrategia pedagógica basada en la solución de problemas, permitió desarrollar en el estudiante de grado octavo del Colegio Oriental N° 26, la capacidad para pensar y aptitud para situarse en el contexto que lo rodea, así como su pensamiento matemático. Además, solucionar problemas contextualizados les permitió, recordar y proyectar otras situaciones de la vida real.

Así mismo, el trabajo colaborativo, mejoró de manera significativa la actitud hacia el aprendizaje de la matemática, lo cual evidenció que la herramienta les motivó y favoreció la participación, permitiendo la interacción y el apoyo entre compañeros.

La motivación hacia el aprendizaje de sistemas numéricos fue potenciada por la estrategia. Los estudiantes dan valor al tipo de pregunta que se utiliza en pruebas externas, al ser preguntas contextualizadas, percibieron la guía como herramienta que les permitió pensar, reflexionar y desarrollar conocimiento.

La estrategia posicionó al estudiante como centro del proceso, le permitió analizar, representar, observar, conceptualizar, explicar, socializar con sus compañeros, concluir, contextualizar, aplicar, es decir logran un aprendizaje significativo.

## **Recomendaciones**

A través del desarrollo de la presente investigación y de acuerdo con los resultados hallados, se proponen las siguientes recomendaciones:

Continuar implementando la estrategia en todos los grados de la institución, con el fin de mantener un ritmo de trabajo que permita solidificar las competencias matemáticas en los estudiantes.

Dado el valor que representa para el docente, el diseño de las guías elaboradas, se propone descargarlas en la página web de la institución y queden disponibles para ser utilizadas cuando se requieran.

Incentivar a los estudiantes en la formulación de problemas, que potencien su creatividad y favorezcan la construcción de conocimiento.

Trabajar como línea de investigación la interrogante que queda abierta en esta investigación.

## Referencias bibliográficas

- Alcalde, M. (2010) *Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la universidad Jaume I.* (Tesis doctoral) Universidad Jaume I: España. Disponible en: <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/10368/alcalde.pdf?sequence=1>
- Alvarez, I., Bautista, L., Carranza, E & Soler, M. (2014). *Actividades matemáticas: Conjeturar y argumentar.* Revista números. (85). pp. 75-90.
- Argueso, M., Borobia, N., Lázaro, O., Pajares, A & Tomeo, V. (2015). *Matemáticas I.* Madrid: Ediciones Paraninfo S.A.
- Ausubel Novak, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo.* 2º Ed. Trillas: México
- Banco de la Republica. (2010). *La educación económica y financiera en los bancos centrales de América Latina.* Reportes del emisor Número 137. Reportes del Emisor. (137). p. 56.
- Balcázar, P., González, N., Gurrola, G & Moysén, A. (2013). *Investigación cualitativa.* Universidad Autónoma del Estado de México.
- Borges, M. (2001). *Algunas estrategias para facilitar el aprendizaje de las matemáticas.* Revista Números. (45) pp. 53-60.
- Cisterna, F. (2005). *Categorización y triangulación como proceso de validación del conocimiento en investigación cualitativa.* Revista Theoria. (14). pp. 61 - 71.
- Charnay, R. (1994) *Aprender por medio de la resolución de problemas.* En Parra e I. Sais. Didáctica de matemática. Aportes y Reflexiones. Barcelona: Paidós. pp. 51-64.



- Cobo, P & Molina, M (2014). *¿Pueden nuestros estudiantes construir conocimientos matemáticos?* Revista Números. (85). pp. 49 – 73. Disponible en:  
[http://www.sinewton.org/numeros/numeros/85/Articulos\\_04.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/85/Articulos_04.pdf)
- Concha, V., Barriga, O & Henríquez, G. (2011). *Los conceptos de validez en la investigación social y su abordaje pedagógico*. Revista latinoamericana de metodología de las ciencias sociales. (1). pp. 91 - 111.
- Cuicas, M (1999) Procesos metacognitivos desarrollados por los alumnos cuando resuelven problemas matemáticos. Enseñanza de la matemática, (2) pp. 21-29.
- Colegio Oriental N° 26. (2016). Proyecto educativo institucional.
- Coll Palacios, M. (1992). *Desarrollo Psicológico y Educación II*. Ed. Alianza: Madrid
- Díaz, F & Hernández, G (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. Mc Graw Hill: México
- Elliot (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Ediciones Morata, S.L: Madrid.
- Ferreiro, G. (2000) *El ABC del aprendizaje colaborativo: trabajo en equipo para enseñar a aprender*. México: Trillas.
- Gaulin, C. (2001). *Tendencias actuales de la resolución de problemas*. Revista sigma. N° 19.
- Gil, P. (1992). *Tendencias y Experiencias Innovadoras en la Formación del Profesorado de Ciencias*. Taller Sub regional Sobre formación y capacitación docente. Caracas.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada.
- Gutiérrez, O. (2012). *Enfoques y Modelos Educativos centrados en el aprendizaje*. Disponible en: <http://www.lie.upn.mx/docs/docinteres/EnfoquesyModelosEducativos3.pdf>

- Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas*. Madrid: Editorial popular.
- Hernández, R., Fernández, C & Baptista, L. (2006). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- ICFES. (2011). *Conceptos básicos sobre competencias*. Bogotá.
- Isidro Duarte, H. (2012). *Tesis de maestría en prácticas pedagógicas*. Universidad Francisco de Paula Santander: Cúcuta.
- Ley 115 de 1994. General de Educación. (Febrero 8 de 1994). Bogotá.
- Maldonado, H. (2017). *Innovación y creatividad: una estrategia pedagógica en la enseñabilidad de la física electromagnética*” (Tesis de maestría). Universidad Francisco de Paula Santander: Cúcuta.
- Martínez, H (2012). *Implementación y creación de herramientas didácticas que afiancen las cuatro operaciones básicas de la aritmética de los números naturales*. (Tesis de maestría). Disponible en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/8515/1/mariohansmartinezortega.2012.pdf>
- MEN (1998) *Serie Lineamientos Curriculares*. Santafé de Bogotá.
- MEN (2008). *Estándares básicos de competencias*. Santafé de Bogotá.
- MEN (2010). *Decreto 869 de 2010*. Bogotá. Disponible en: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-21588\\_archivo\\_pdf\\_decreto\\_869.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-21588_archivo_pdf_decreto_869.pdf)
- MEN (2015) *Decreto 325 de 2015*. Bogotá. Disponible en: [http://www.mineducacion.gov.co/cv/1665/articles-349475\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cv/1665/articles-349475_pdf.pdf)
- Morales Díaz, O (2014). *Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales*. (Tesis maestría). Disponible en: <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/>

bitstream/11182/865/1/Informe%20final%20Raul%20Morales%20con%20toda%20la%20bibliografia%20diembre%20toda%20completa.pdf

Moreira, M. (1993). *Teoría da Aprendizaje Significativa de David Ausubel*. Fascículos de CIEF Universidad de Río Grande do Sul Sao Paulo.

Múnera (2011). *Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema*. Revista Educación y Pedagogía. (23). No. 59.

Novak, J & Gowin, B. (1988). *Aprendiendo a Aprender*. Martínez Roca: Barcelona.

Pacheco, J. (2001). Aprender del error. Revista números. (46). pp. 49-54.

Palomino Delgado, V. (1996). *Enseñanza Termodinámica: Un Enfoque Constructivista*. II Encuentro de Físicos en la Región Inka: UNSAAC.

Peña, P. (2011). *Resignificación del algoritmo para operar aditivamente con fracciones en un contexto escolar* (Tesis maestría) Disponible en: [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/pena\\_2011.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/pena_2011.pdf)

Pérez, Y & Ramírez, R. (2011). *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos*. Fundamentos teóricos y metodológicos. Revista de investigación. (35). No 73.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Ed Trillas

Pulido, L.(2014) *Procesos metacognitivos que llevan a cabo estudiantes de grado noveno con desempeños superior y bajo del colegio Agustín Fernández I.E.D. durante la resolución de problemas matemáticos*. (Tesis maestría). Disponible en: <http://repository.javeriana.edu.co/bitstream/10554/12366/1/PulidoGordilloLuzMery2014.pdf>

Quezada, C. (s.f). *Las inteligencias múltiples de Howard Gardner*. Disponible en: <http://www.cepi.us/doctorado/didactica/03%20LAS%20INTELIGENCIAS%20MULTIPLES.pdf>

- Quiñones, A. (2012). *Matemáticas: Resolución de problemas*. Guatemala: Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa DIGEDUCA.
- Sáiz, M & Román, J. (2011) *Entrenamiento metacognitivo y estrategias de resolución de problemas en niños de 5 a 7 años*. International Journal of Psychological Research. (2). pp. 9 – 19.
- Santos, E. (2016). *Solución de problemas como estrategias de aula*. Memorias del Encuentro Internacional en Educación Matemática UFPS. Secretaria Municipal de San José de Cúcuta. Plan territorial de formación permanente de educadores 2012-2015.
- Shuell, T. (1993). *Toward an integrated theory of teaching of learning*. *Educational Psychologist*. (28). pp. 291 – 311.
- Torres, M & Paz, K. (2014) *Métodos de recolección de datos para una investigación*. *Boletín electrónico No 03*. Disponible en: [http://www.tec.url.edu.gt/boletin/URL\\_03\\_BAS01.pdf](http://www.tec.url.edu.gt/boletin/URL_03_BAS01.pdf).
- Vargas Sarabia, N. (2015) *Resolviendo problemas de estructura multiplicativa mediante modelos organizadores. Una intervención de aula para favorecer la resolución de Problemas de estructura multiplicativa en estudiantes de grado Cuarto, del colegio Nicolás Buenaventura IED*. (Tesis de maestría). Disponible en: <http://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/19993/Nury%20Constanza%20Vargas%20Sarabia%20%28tesis%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>