

**Aprendizaje de las operaciones básicas entre fracciones en el marco de la
resolución de problemas en grado séptimo del instituto técnico municipal Los
Patios**

Autores:

María Ximena Carrero Blanco

Ingeniera de Producción Industrial

Universidad Francisco de Paula Santander

Candidata a magister de la Universidad Autónoma de Bucaramanga

Docente del Instituto Técnico Municipal Los Patios

ximenacarrero@hotmail.com

Lenis Yelitza Santafé Rojas

Licenciada en Matemáticas y Computación Universidad de Pamplona

Especialista en Educación Matemática Universidad de Pamplona

Magister en Educación Matemática Universidad Pedagógica Experimental Libertador

(Venezuela)

Doctora en Educación Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela)

Candidata a Postdoctor en Educación, Innovación Educativa y TIC Universidad

Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela).

lenis.santaf7@gmail.com

Aprendizaje de las operaciones de fracciones en el marco de la resolución de
problemas.

Resumen

Se presentan los resultados de la intervención realizada en el Instituto Técnico Municipal Los Patios a 44 estudiantes de grado séptimo, para analizar el aprendizaje de las operaciones con fracciones en el marco de la resolución de problemas, partiendo de las dificultades que se evidencian en las pruebas nacionales. La metodología tuvo un enfoque cualitativo de investigación-acción, se ejecutó en dos fases, usando como estrategia la resolución de problemas y el cuestionamiento constante mediante el método de Polya, para fortalecer el conocimiento conceptual, procedimental y explicativo de los registros de representación fraccionario y las operaciones entre fracciones. Para la recolección de la información se usó: observación directa, diarios de campo, vídeos y los documentos de los participantes. Se reflexiona por categorización de los datos, estos muestran un progreso satisfactorio de las habilidades matemáticas y una consciencia del estudiante de lo que hace, como lo hace y para que lo hace.

Palabras clave: Aprendizaje, resolución de problemas, fracciones, estrategias.

Abstract

The results of the intervention carried out at the Los Patios Municipal Technical Institute are presented to 44 seventh grade students, to analyze the learning of operations with fractions in the context of problem solving, based on the difficulties evidenced in the tests Countries. The methodology had a qualitative research-action approach. It was implemented in two phases, using as a strategy problem solving and constant questioning through the Polya method, to strengthen the conceptual, procedural and explanatory knowledge of fractional representation records and Operations between fractions. For the collection of the information was used: direct observation, field diaries, videos and the documents of the participants. It is reflected by categorization of the data, these show a satisfactory progress of the mathematical abilities and a student consciousness of what it does, how it does and for what it does.

Keywords: Learning, problem solving, fractions, strategies.

Introducción

Una educación de calidad está relacionada directamente con las oportunidades de desarrollo y crecimiento económico de un país, tanto así, que el Programa Internacional para la Evaluación de Alumnos de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos OCDE (PISA) se ha convertido en el principal instrumento de medición para evaluar mundialmente la calidad, equidad y eficiencia de los sistemas educativos.

De acuerdo al análisis del Informe PISA (2012, p. 6), a menor desarrollo de competencias matemáticas en un individuo menor es su grado de oportunidad en el ámbito laboral formal y en su dependencia para tomar decisiones. Este bajo nivel de rendimiento en las competencias básicas matemáticas y en las demás áreas evaluadas, afecta el grado de desarrollo que Colombia desea alcanzar para estar a la vanguardia de la economía global, puesto que la educación de los habitantes es uno de los mayores recursos que puede tener un país.

Dado que la resolución de problemas es una de las habilidades que más preocupa a la OCDE, a nivel nacional se han planteado estrategias con la meta de aumentar la calidad de la educación. Sin embargo al examinar los resultados de las pruebas SABER en el contexto regional no se evidencian progresos satisfactorios en los últimos años, particularmente en el Instituto Técnico Municipal Los Patios INSTEC, hay una brecha entre los resultados para matemáticas de 5º y 9º, para los años 2013, 2014, 2015 y 2016, en donde los niveles mínimos aumentan y el nivel satisfactorio no presenta avances.

Es así como se realiza una intervención en el aula con los estudiantes, bajo los lineamientos de la investigación acción, con el propósito de analizar el proceso de resolución de problemas en el aprendizaje de las operaciones con fracciones en el grado séptimo del Instituto Técnico Municipal de Los Patios.

En primer lugar se presenta los fundamentos teóricos del estudio relacionados con el objeto de estudio: el aprendizaje y con el objeto matemático: las operaciones con fracciones.

Posteriormente es presentado el diseño metodológico, el cual se estructuró en más de ocho meses de investigación, del que se derivan los proyectos que fueron aplicados en el aula, analizados de acuerdo a categorías y finalmente son el cimiento de la propuesta que se ofrece a la institución.

Situación problemática

La interpretación de los resultados realizada por el ICFES a la Institución educativa, presenta las dificultades que existen en el área de matemáticas, en el presente estudio se determinó la revisión de lo concerniente a la resolución, puesto que, es notable las dificultades que señalan los informes valorativos.

De igual forma se involucra en este proceso matemático de resolución, la competencia comunicación, pues se hace pertinente que el estudiante identifique la información matemática que se plantea, realice tratamientos y conversiones a los registros de representación, puesto que, el buen manejo de estos procedimientos constituye la comprensión del objeto matemático, así lo manifiesta Oviedo (2012, p. 30) “El tratamiento de los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado”, para el autor es una operación cognitiva fundamental que influye en el aprendizaje conceptual.

La complejidad de la resolución de problemas implica que el estudiante identifique los conceptos básicos de la disciplina que fueron adquiridos en otros grados, para el caso particular de este trabajo se relaciona con el conocimiento del concepto de fracción, la interpretación y desarrollo de operaciones básicas entre fracciones.

Igualmente otro de los aspectos que son determinantes en la efectividad al resolver un problema es el uso de estrategias que lo conduzcan a una respuesta satisfactoria de la situación planteada, es decir: la comprensión del problema, la identificación de datos, la relación de los datos con la incógnita, el diseño de un plan para luego ejecutarlo y la reflexión sobre lo realizado, etapas que fueron planteadas por Polya (1965) y se presentan como un referente para este estudio.

Dentro de estos factores a tener en cuenta no pueden ser excluidos el tipo de problema que se propone al estudiante, las técnicas o procedimientos que aplica en la resolución de las situaciones, la motivación y actitud frente al área, las estrategias pedagógicas usadas por el docente para orientar los procesos de aprendizaje, los materiales y herramientas de apoyo, la interacción entre estudiantes, entre otros elementos que hacen parte de las prácticas en el aula.

Dado que hay diversos factores que intervienen, se advierte que no es un simple entrenamiento en instrucciones, se trata de la aplicación de los métodos indicados de acuerdo a la situación planteada, para lo cual es necesaria la intervención del docente como facilitador en el proceso de enseñanza. Por lo que se originan los siguientes interrogantes:

¿Tienen los estudiantes de séptimo grado los conocimientos básicos para esta etapa escolar? ¿Usan los estudiantes diferentes sistemas de representación matemática para desarrollar problemas con fracciones? ¿Hay estrategias didácticas que fortalezcan el proceso de resolución de problemas? ¿Desarrollan habilidades del pensamiento los estudiantes al resolver problemas? ¿Las operaciones con fracciones les permiten a los participantes desarrollar problemas con fracciones?

Dadas las incertidumbres anteriores y bajo la perspectiva de la investigación-acción en el aula se plantea el siguiente interrogante:

¿Cómo es el aprendizaje de las operaciones básicas entre fracciones en el marco de la resolución de problemas en estudiantes de séptimo grado?

Para dar solución a esta pregunta se plantean el siguiente objetivo general de la investigación:

Analizar el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas entre fracciones en el marco de la resolución de problemas en estudiantes de séptimo grado.

Y se establecen los siguientes objetivos específicos:

Identificar el nivel de desempeño respecto al aprendizaje de operaciones básicas entre fracciones en el marco de la resolución de problemas.

Diseñar estrategias didácticas que fortalezcan el proceso de aprendizaje de operaciones básicas entre fracciones en el marco de la resolución de problemas.

Implementar las estrategias didácticas para el fortalecimiento del aprendizaje de operaciones básicas entre fracciones en el marco de la resolución de problemas.

Evaluar la efectividad de las estrategias para el fortalecimiento del aprendizaje de operaciones básicas entre fracciones en el marco de la resolución de problemas.

El proceso de aprendizaje como objeto de estudio.

El Instituto Técnico Municipal Los Patios INSTEC, en su Proyecto Educativo Institucional manifiesta como principio educativo la metodología constructivista y de aprendizajes significativos, cuyo objetivo es “desarrollar las habilidades del pensamiento de los individuos de modo que ellos puedan progresar, evolucionar secuencialmente en las estructuras cognitivas para acceder a conocimientos cada vez más elaborados” (PEI, 2016).

Estas perspectivas constructivistas se han alimentado por los estudios de varios autores: Piaget, Vigotsky, Ausubel, Maslow, Roger, Frank, Subiría; son algunos de los investigadores cuyos aportes han dado sustento al modelo del EE.

Refiriéndose a estructuras y procesos mentales Vigotsky (1978) considera que primero en cada niño aparece el nivel social y luego el individual, por lo que todas las funciones superiores, como por ejemplo analizar problemas, se originan como relaciones reales entre los individuos y las interpretaciones de sus experiencias con el mundo (p. 57).

Puesto que el aprendizaje en el marco de la resolución de problemas con fracciones es el objeto de estudio de esta investigación, para el desarrollo de esta habilidad se diseñaron problemas relacionados con el contexto, el fomento del trabajo individual y cooperativo, junto con un trabajo orientador del docente, como un plan de enseñanza para el logro de los objetivos del estudio.

A continuación se presenta una aproximación a los conceptos empleados para dar mayor claridad en cuanto al proceso de enseñanza que se aplicó a los estudiantes, además de lo concerniente al objeto de conocimiento que parte de las dificultades que se manifiestan en los estudiantes con el concepto de fracción, sus interpretaciones y las operaciones entre ellas.

Enseñar a resolver problemas.

Polya (1965) manifiesta que “al tratar de resolver problemas, hay que observar e imitar lo que otras personas hacen en casos semejantes, y así aprendemos problemas ejercitándolos al resolverlos” (p. 27). Esto no significa que sea una disciplina de soluciones irrefutables, que se puede aprender memorizando algoritmos y pasos estrictos, por el contrario, resolver un problema debe ayudar al estudiante a crear una estrategia, que desarrolle la habilidad matemática para dar solución a cualquier tipo de problema que se presente.

Así mismo lo asegura Vilanova, Rocerau, Valdez, Oliver, Vecino, Perla, Astiz y Alvaréz (2001) “Estas situaciones requieren de un pensamiento creativo, que permita conjeturar y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a través de la reflexión crítica y la argumentación”, de ahí que los problemas basados

en procedimientos que no tienen relación con los conceptos, formas de razonamiento y las aplicaciones debilitan la posibilidad de desarrollar estas habilidades.

Para la educación en Colombia, la resolución de situaciones problemáticas de acuerdo a los lineamientos matemáticos (1998) “es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como la utilidad de las matemáticas” (p. 24), expone que los problemas propuestos deben tener relación con la realidad del estudiante y su vida cotidiana, además que deben ser aplicados en todas las fases del conocimiento.

Y para que estas situaciones sean realmente útiles el docente debe tener claridad al proponer los problemas, que tipo de situación usar, el contexto, como relacionar las representaciones, los conceptos, las habilidades, las estrategias, así como motivar al estudiante en su práctica, dado que “el verdadero objetivo de que aprenda a resolver problemas es que adquiera el hábito de plantearse y resolver problemas como parte de aprender” (Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez y Postigo, 1994, p. 180).

El problema y los tipos de problema que se pueden aplicar en el aula.

El concepto de problema no posee una acepción única, esta varía de acuerdo a la relación que hay entre la situación planteada y a quien se plantea, para autores como Charnay (1994), un problema puede verse como una terna situación-alumno-entorno; el problema se da solo si el alumno percibe una dificultad, en ese sentido lo que es un problema para un estudiante no necesariamente lo es para otro. Una definición más precisa es “la dificultad de definir el término “problema” radica en que es relativo: un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea” (Schoenfeld ,1985).

Otros autores concentran más sus aportes a la estructura que debe poseer un problema, como Pozo que declara que los problemas deben ser relevantes,

significativos, que involucren acciones y estrategias para la consecución de una meta, que desarrollen las habilidades aprendidas, pero además, que promuevan un proceso autónomo y espontáneo, requieren de hechos y conceptos que el estudiante comprenda y pueda relacionar (Pozo et al., 1994)

De acuerdo a Polya (1965) hay problemas por resolver y problemas por demostrar, para el caso de este estudio se aplicaran problemas por resolver, ya que estos son más importantes en las matemáticas básicas. Estos problemas tienen como elementos la incógnita, los datos y la condición, así como también pueden encontrarse problemas rutinarios y problemas prácticos, a continuación se describen las características de cada uno (p. 161).

Problemas rutinarios: Son aquellos que no necesitan mayor razonamiento para desarrollarse, en ellos la aplicación de algoritmos es su objetivo y su ejecución es mecánica, no significa que su utilidad sea desechada, pero proponer a los estudiantes estos únicos problemas es cortar su imaginación y juicio.

Problemas prácticos: En este tipo de problemas las incógnitas, los datos, las condiciones, los conceptos empleados son más complejos y están definidos con menor claridad que en los problemas matemáticos rutinarios. (Polya, 1965, p. 165).

Dentro de estos problemas prácticos también se podría identificar otros tipos de situaciones que describe Pozo los problemas bien definidos y mal definidos. En los primeros se pueden identificar fácilmente si se alcanza la solución y las operaciones a efectuar se evidencian claramente. Por el contrario en los problemas mal definidos los pasos necesarios para resolver la tarea no son específicos, además en estas situaciones es posible encontrar más de una solución o más de un proceso (Pozo et al., 1994).

Para el presente estudio se plantearon problemas prácticos de diferentes tipos, porque la meta propuesta es que el estudiante logre relacionar los elementos de estas

situaciones, y que por medio de este entrenamiento mejore su capacidad heurística. Que el estudiante utilice sus conocimientos conceptuales, procedimentales, habilidades mentales y que sean lo suficientemente significativos para ellos como para despertar una actitud positiva hacia la resolución de problemas.

Este tipo de problema requiere del examen de tres elementos:

1. La incógnita: En un problema la incógnita es el fin que se desea, es el propósito por el cual se plantea la situación, “la solución consiste esencialmente en relacionar la incógnita con los datos” (Polya, 1965, p. 67).
2. Los datos: La información que ofrece la situación problemática, que el estudiante comprende o que puede conectar con los conceptos que conoce..
3. La condición: En un problema la solución debe satisfacer unas circunstancias específicas, que en algunas ocasiones no son suficientes, son redundantes o contradictorias; esta es la parte esencial del problema, es esa relación que hay entre incógnita y datos que necesita ser hallada, por la que se considera un plan, se ejecuta un procedimiento y se verifica su cumplimiento.

La interacción docente y estudiante.

La concepción constructivista establece que el aprendizaje es un proceso activo donde el estudiante desarrolla conexiones entre los conceptos preestablecidos, los modifica y construye nuevos significados y sentidos sobre los mismos, pero para este sea significativo, es fundamental la interacción entre el docente como orientador o facilitador y el estudiante como el individuo participante. Esta práctica de carácter intencional, sistemática y planificada se diseña para que el estudiante sea más competente y lo puede desarrollar de forma individual o con el apoyo de actividades dirigidas de interacción cooperativa (Coll 1984).

Cuando se procede a realizar tareas con los compañeros se procura favorecer estos cambios en los esquemas con la premisa de que, una tarea que el individuo no puede realizar solo, puede ser dominada gracias a la interacción con los otros (Vygotski, 1979)

y en un momento dado este apoyo incrementa la capacidad y el actuar autónomo del estudiante, de modo que, sus conocimientos estén lo suficientemente cimentados como para poder solventar situaciones solo.

Aprender a resolver problemas.

Shoenfeld (1992) parte de los conocimientos de Polya (1965) en resolución de problemas, pero considera que no son suficientes las estrategias que este se ha planteado y expone cuatro aspectos generales a tener en cuenta cuando se desea dar solución a situaciones problema:

El conocimiento de base. El estudiante cuenta con los conocimientos previos y un almacenamiento en su memoria de información relevante, que es la herramienta que tienen a su disposición y que le será útil al momento de dar solución al problema. Estos conocimientos son de tipo formal e informal y puede contener información incorrecta o conceptos débiles que pueden ser inútiles al intentar resolver problemas.

En la fase de identificación y definición del problema Mayer (1991), asocia distintos tipos de conocimientos con cada una de las fases de la resolución de problemas:

- El conocimiento lingüístico o conocimiento del idioma en que está expresado el enunciado.
- El conocimiento semántico o conocimiento sobre los hechos del mundo representados en las palabras del enunciado y,
- El conocimiento esquemático o conocimiento del tipo de problema al que pertenece el enunciado.

Las estrategias (heurística). La heurística tiende a la Generalidad, al estudio de métodos, independiente de la cuestión tratada y se aplica a problemas de todo tipo. (Polya, 1965, p. 105). Un razonamiento de este tipo no se limita a resolver el problema, trata de ser consciente del camino que conduce a la solución del problema y a las acciones que le fueron útiles en este proceso.

Al dar solución de esta forma a un problema podemos apoyarnos en los recursos que ofrecen la Generalización, Particularización y analogía:

1. La Generalización: consiste en pasar de un conjunto de objetos a un conjunto más amplio, descubrir una ley que justifique una conjetura.
2. La particularización de acuerdo a Polya (1965) consiste en pasar de la consideración de un conjunto de objetos dado a la consideración de un conjunto más pequeño contenido en el conjunto dado.
3. La analogía es resolver un problema planteado utilizando un problema análogo más simple, ya sea utilizando el mismo método o el resultado. Con este tipo de recurso conviene usar las previsiones para los resultados, también se puede transformarlo o modificarlo hasta encontrar la ruta para el problema original.

La metacognición. Los procesos de autorregulación de la cognición aplicados a la resolución de problemas, serían los responsables de las distintas decisiones que toma el alumno en el transcurso de la resolución y que tienen que ver con la planificación del proceso, la selección de las estrategias adecuadas, la monitorización de la aplicación de las estrategias, la evaluación de los resultados y del proceso seguido y, si es necesario, la corrección de los errores habidos durante el proceso (Schoenfeld, 1992).

Los componentes afectivos. Se puede considerar como la visión del estudiante y docente hacia las matemáticas, de acuerdo a las creencias naturales concebidas por cada uno de ellos, por la experiencia o por la cultura a la que pertenece.

Modelo de resolución de problema.

El modelo más clásico, pero aún vigente, es el descrito por Polya (1965), quien generalizó su método en 4 pasos:

Comprensión del problema. El estudiante debe comprender el problema, por eso este debe presentarse de manera natural e interesante, por lo tanto, el enunciado requiere ser escogido y contextualizado, plantear la incógnitas, los datos y las condiciones.

Planificación. Es concebir una idea, son aquellos razonamientos que se deben llevar a cabo para dar solución al problema, para hallar la incógnita.

Ejecución del plan. Para conseguir dar solución a la situación problemática es necesario además de tener un plan, ejecutar una serie de pasos, procedimientos, algoritmos, graficas, razonamientos que canalicen las ideas hacia la consecución del objetivo.

Visión retrospectiva. De acuerdo con Polya (1965) reexaminando el resultado y el camino que condujo a la resolución del problema, los estudiantes pueden consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para fortalecer este proceso.

Representación y significado de la fracción como objeto matemático.



Para comprender el concepto de fracción se necesita establecer que es un objeto matemático, puesto que es su uso más frecuente, en cuanto que en matemáticas se estudian objetos más que conceptos (D'Amore, 2011).

Vygotski (1962) citado por D'Amore, declara que no existe concepto sin signo e incluye el empleo del signo como medio fundamental de orientación que permite al individuo, junto a otras características, el dominio de sus procesos. Pero como no existe signo sin un sistema de signos, cuando se habla de un registro de representación semiótica se hace referencia a un sistema de signos que permiten llevar a cabo funciones de comunicación en matemáticas. (2011).

Teniendo en cuenta las apreciaciones anteriores se puede concluir que el concepto en matemáticas es denominado objeto matemático, que este es todo lo que es indicado, señalado, nombrado cuando se construye, se comunica o se aprende matemáticas

(Godino, 2002). Que estas representaciones son signos que no son mensajes absolutos, es decir dependen del objeto que se quiere representar.

Esta representación del mismo objeto en diferentes registros semióticos se puede ver con mayor claridad en el siguiente ejemplo:


Concepto: Número fraccionario		
Registro semiótico r^1		lenguaje común
Representación semiótica	R^1_1	Un medio
Representación semiótica	R^1_2	La mitad
Registro semiótico r^2		Lenguaje aritmético
Representación semiótica	R^2_1	$\frac{1}{2}$ (fracción)
Representación semiótica	R^2_2	0,5 (decimal)
Representación semiótica	R^2_3	50% (porcentaje)
Registro semiótico r^3		Esquema gráfico
Representación semiótica	R^3_1	
Representación semiótica	R^3_2	

Según Duval (2006, p.152), un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiósis:

1. La presencia de una representación identificable.

2. El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada.
3. La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

Estas actividades de tratamiento y conversión se pueden abordar en el ejemplo de la siguiente manera:

Tratamiento	$\frac{1}{2} \longrightarrow 0,5$	Distintas representaciones en el registro de lenguaje aritmético.
Conversión	 $\longrightarrow \frac{1}{2}$	Conversión de registro de esquema gráfico a registro de lenguaje aritmético

Para el desarrollo de la investigación se debe profundizar en el objeto de estudio el cual corresponde a las temáticas orientadas para grado séptimo que involucran las fracciones, su representación y operaciones. Se tomarán como referentes las interpretaciones descritas por Martínez (2008).

Las operaciones entre fracciones.

A continuación se presentan los fundamentos del texto de Andonegui (2006).

El orden de las fracciones. Ordenar fracciones de acuerdo con su valor es sencillo si estos están en el mismo registro semiótico: decimal, porcentual o en otra representación que facilite la comparación como: punto sobre la recta, sólo hay que saber observar los puntos sobre la recta o comparar números en el caso del lenguaje aritmético. Si las fracciones vienen expresadas en cualquier otro sistema, la manera más sencilla de determinar cuál es la mayor de dos dadas es traducirlas a una representación semiótica común (su expresión decimal) y decidir en consecuencia.

Si las fracciones poseen el mismo denominador basta comparar los numeradores y decidir en consecuencia. Si son se deben transformar las fracciones a un denominador común. Esto es dar un tratamiento dentro del mismo registro semiótico.

Adicionar y sustraer fracciones. El procedimiento es el mismo; puede ser ofreciendo las alternativas de los sistemas de representación y, en el caso del sistema numérico, o justificando la absoluta necesidad de sumar o restar fracciones con igual denominador.

Multiplicación de fracciones. Se consideran de dos tipos de acuerdo a como sean esos registros:

1. Multiplicar una fracción con un entero: el factor entero considerado como un todo se divide en b partes, de las que se van a considerar a de ellas.
2. Multiplicar dos fracciones: el resultado será una fracción que tiene como numerador el producto de ambos numeradores, y como denominador el producto de ambos denominadores.

División de fracciones: Dividir una fracción-estado (entre una fracción-operador para llegar a una segunda fracción-estado representa la “operación” inversa de una multiplicación previa, y equivale a multiplicar la primera fracción-estado por la fracción-operador inversa de la utilizada en la multiplicación previa.

Tipo de investigación

Fue una investigación cualitativa diseñada bajo el proceso de investigación-acción. Autores como León y Montero citados por Hernández definen este tipo de estudio como un proceso con pasos en espiral, donde se investiga al mismo tiempo que se interviene (2010). Por su parte Sanín (2003) afirma que la investigación acción construye el conocimiento por medio de la práctica y Elliot (1993) precisa que es un estudio de la situación social con miras a mejorar la calidad de la acción dentro de ella,

siendo este uno de los autores que tiene mayor reconocimiento por sus aportes a la práctica docente.

Proceso de investigación

Se describió como un proceso dinámico, de pasos en espiral, puesto que las actividades de observar, analizar y actuar se dan de manera cíclica, iniciando una y otra vez hasta lograr cambios o mejoras en el problema. Se desarrollaron en intervenciones durante 8 meses. Las fases esenciales del ciclo son:

- Identificar el problema de investigación, clarificarlo y diagnosticarlo (ya sea un problema social, la necesidad de un cambio, una mejora, etcétera).
- Formulación de un plan o programa para resolver el problema o introducir el cambio.
- Ejecutar el plan o programa y evaluar resultados.
- Retroalimentación, la cual conduce a un nuevo diagnóstico y a una nueva espiral de reflexión y acción (Hernández, 2010).

Primera fase. En esta etapa se desarrolla en tres ciclos.

1 ciclo: El proceso de investigación e intervención inicia en Agosto del año 2016. Para la recolección inicial de información de los participantes, se usó la ficha del estudiante. Se continua con la elaboración y aplicación de un diagnóstico en los estudiantes para identificar las debilidades, además se realizó un análisis de las pruebas SABER de los años 2013 a 2016 para visualizar los niveles bajos de desempeño en el área de matemáticas. En esta parte del trabajo se identificó el objeto de estudio: las fracciones.

El contenido de la prueba se concentra en representación, interpretación y operaciones básicas entre fracciones, están enmarcados en el desarrollo del pensamiento numérico, sin embargo, en la resolución de la misma se pueden explorar otros procesos como: la modelación, comunicación, comparación y manejo de procedimientos.

2.ciclo: En esta etapa se diseñaron estrategias para el fortalecimiento de las debilidades encontradas, estas contenían actividades, instrumentos, recursos y tiempos. Las actividades fueron registradas en diarios de campo por el docente investigador, se realizan grabaciones de las mismas y se toman evidencias fotográficas de algunas de las acciones de los participantes. Así mismo se recolecta el material elaborado por los participantes, estos son los resultados de los talleres de resolución de problemas.

La figura 2 representa la estructura de cada sesión de intervención para el proyecto 1 y proyecto 2.



Figura 1. Estructura de las sesiones. Fuente: Autor del proyecto

Se inicia con la intervención del primer proyecto y sus primeras sesiones:

- Sesión 1: Introducción a las fracciones, representación
- Sesión 2: Introducción a las fracción, comparación.

3. ciclo: Estos registros son analizados, a su vez esta información proporciona una inmersión profunda en los problemas que se plantearon, se reflexiona sobre ellos y se dedujo que se debían aplicar estrategias para un proceso específico del área. Se modifican las estrategias y se generan nuevas actividades para ejecutar en el aula de clase.

En esta etapa del proceso se continúan con las sesiones del segundo proyecto y sus sesiones: 1, 2, 3, 4, 5, 6, y prueba final cuyo contenido se orienta en operaciones básicas que involucran fracciones.

- Sesión 1: Suma y resta de fracciones homogéneas
- Sesión 2: Suma y resta de heterogéneos
- Sesión 3: Apps de fracciones
- Sesión 4: Multiplicación de fracciones
- Sesión 5: División de fracciones
- Sesión 6: Fortalecimiento de saberes

Segunda fase. De acuerdo a las orientaciones que se recibieron de expertos, se plantearon estrategias en el ámbito de la resolución de problemas en fracciones con actividades mejor estructuradas, problemas prácticos, el uso de diferentes sistemas de representación, estrategias de trabajo cooperativo e instrumentos de apoyo a los participantes.

1. *ciclo:* Se realiza un diagnóstico para examinar los conceptos básicos de los participantes. Esta prueba inicial, contenía 4 situaciones problemas, cada una de ellas con 4 preguntas derivadas del enunciado principal. Todas las preguntas enfocadas en analizar el método o técnica que los estudiantes empleaban y las interpretaciones del concepto de fracción que usan. Estos datos fueron compilados para analizarlos junto a la observación del docente, y el apoyo visual del vídeo.

El contenido de la prueba se concentra en representación, interpretación y operaciones básicas entre fracciones.

2. *ciclo:* Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en una prueba de inicio de año, se evidencian las debilidades de los participantes entonces se procede a la elaboración de un plan en donde se analizan las estrategias que se aplicaron anteriormente y se modifican, siempre relacionando estos ajustes al objeto de estudio y

al mejoramiento del aprendizaje. Estas intervenciones constantes en el aula son el requisito ineludible en la modalidad de investigación-acción (Hernández 2010).

En esta fase para el proyecto 1 se realizan 2 sesiones.

- Sesión 1: Introducción a las fracciones, representación
- Sesión 2: Representaciones del concepto de fracción, comparación de fracciones.

3. *ciclo*: En esta etapa se recolectaron los documentos de los talleres y las soluciones que proporcionaron los participantes a las situaciones planteadas durante las sesiones de intervención. En este ciclo se aplican las actividades para el proyecto 2, distribuidas en 3 sesiones.

- Sesión 1: Resolución de problemas de suma y resta de fracciones
- Sesión 2: Multiplicación de fracciones
- Sesión 3: La fracción como factor

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en las últimas intervenciones y que en ellos se puede reflejan cambios significativos, se realiza una prueba final, para compilar información y analizar el avance del trabajo de los meses en que se presentó la investigación.

Población y muestra.

Los grupos seleccionados son los grados séptimo que pertenecen al Instituto Técnico Municipal Los Patios, ya que es ellos donde se presentan las dificultades a intervenir en el área de matemáticas, haciendo parte de esa secundaria básica donde los aprendizajes son fundamentales. En este grado se profundiza en los conceptos desarrollados en primaria y se proporciona el andamiaje para la adquisición de nuevos conceptos en la educación media. La población corresponde a 322 estudiantes de

séptimo grado de la sede principal de la jornada mañana, de la jornada tarde y de la sede Llanitos.

El elemento principal para la elección de la muestra es que en el año 2016 se asignó como docente titular al grado 6C, 46 estudiantes y que para el año 2017 se convierten en 44 estudiantes de séptimo grado C de la sede principal, jornada de la mañana. Dentro del grupo de estudiantes se registraron pocos cambios 5 estudiantes no continuaron su proceso, pero ingresan 4 para el año 2017.

Pruebas documentales.

Son los trabajos realizados por los participantes, proporcionan en este caso, los resultados de las intervenciones con relación al objeto de estudio. Estos datos producto de las sesiones son recopilados y organizados en forma cronológica, sin embargo pueden ser organizados mediante otros criterios (Hernandez, 2006, p. 447).

Vídeos.

Para obtener los aspectos de los cuales no puede estar atento el docente, el investigador se puede apoyar en grabaciones de las sesiones. Estas imágenes de los hechos podrían servir como testimonio para la confirmación de las observaciones hechas por el docente o para la reflexión sobre su comportamiento y el de los participantes (Elliot, 1990, p. 137).

Validación de los instrumentos.

Para la validación de los datos recolectados, se utiliza el método de triangulación de datos, en donde se comparan diferentes fuentes de información (Hernández 1998), para este caso observación directa, vídeo y los documentos elaborados por los participantes (talleres) y su coherencia con la teoría planteada.

Resultado y discusión.

Para el análisis de la información de las fases de investigación se utilizó como técnica la triangulación, que de acuerdo a Hernández (2006) es el uso de diferentes fuentes y métodos para la acumulación de datos y su confirmación.

Para el trabajo se proponen unas categorías de acuerdo a la teoría consultada relevante del objeto de estudio y al objeto matemático; las categorías sugeridas y las emergentes son:



Figura 2. Relación de las categorías sugeridas y emergentes. Fuente: autor del proyecto

Es así como con las categorías propuestas y las categorías emergentes que nacen durante el análisis de los datos, se han reunido en un solo sistema que fueron codificadas de acuerdo a las instrucciones de Elliot (1990) y Hernández (2006).

Para la presentación de los resultados se sintetiza su descripción en la siguiente tabla:

Tabla 1

Análisis de resultados

Actividad	Descripción	Reflexión
Fase 1		
Prueba diagnóstica	Se exploran los conceptos básicos de los participantes en cuanto a la interpretación de fracciones y las operaciones con fracciones.	El tratamiento y conversión de los sistemas de representación de la fracción, son conocimientos que no están concretados como conceptos en el aprendizaje de los participantes, puesto que se presentan errores cuando se enfrentan a resolución de problemas de este tipo.
Proyecto 1. Sesión 1 Introducción a las fracciones	Con apoyo del dibujo de una cometa intentar construir el concepto de fracción como parte de todo	Tienen un conocimiento básico bien establecido dentro del lenguaje de las fracciones, en este caso de la representación de las fracciones como gráfica.
Proyecto 1. Sesión 2. Concepto de fracción, comparación y orden	Usando problemas basados en botellas con diferentes medidas de líquido, se busca que planteen la forma de resolver la comparación de estas cantidades.	Dentro de la discusión colectiva los participantes reflejan un desempeño eficiente al expresar la comparación de fracciones en forma verbal, siempre y cuando sean de igual numerador o denominador

Proyecto 2. Sesión 1. Adición de fracciones homogéneas	Se usa el conocimiento de observación de áreas para sumar fracciones homogéneas.	Se infiere que los participantes tienen un y claro conocimiento al identificar representaciones, al operar expresiones de igual denominador en la suma y usan las representaciones graficas satisfactoriamente.
Proyecto 2. Sesión 2. Adición de fracciones heterogéneas.	Con problemas en donde se relacionan diferentes longitudes representadas en fracciones los estudiantes deben buscar el resultado de la suma y resta.	Al ser desarrollados los participantes identifican los datos y comprenden lo que se requiere, pero al proponer un plan y ejecutarlo con procedimientos no se desenvuelven eficazmente, a pesar de apoyarse en el trabajo cooperativo.
Proyecto 2. Sesión 3. Involucrar aplicaciones informáticas	Apps de fracciones con tabletas. Transformar registros fraccionarios a decimales.	Usando un programa informático en las tabletas, que permite el tratamiento de una representación en fracción a decimal, que los estudiantes ejecutan favoreciendo sus conocimientos.
Proyecto 2. Sesión 4. Multiplicar fracciones	Usar los conocimientos básicos sobre áreas para realizar actividades de multiplicar fracciones en forma	Representar la multiplicación gráficamente es involucrar dentro de los procedimientos en área y medida de un rectángulo, los factores de sus lados. Esta forma de explicar no es un recurso que el estudiante maneje correctamente, por lo que la mediación del docente en esta sesión fue

	gráfica.	más intensa y la explicación fue constante en cada grupo.
Proyecto 2. Sesión 5. Dividir fracciones	Dividir fracciones usando la recta numérica.	Se identifica nuevamente la relación entre los problemas de representación esquemática con la motivación del participante, producto de la curiosidad de resolver un problema que está representado en la recta numérica.
Proyecto 2. Sesión 6 Fortalecimiento de saberes	Transformación de representaciones para comparar y convertir a números mixtos.	Se realizan tratamiento y conversión de registros de representación de la fracción satisfactorios.
Fase 2 Prueba inicial	Se presentan 4 problemas con los problemas o situaciones problemáticas, preguntas abiertas los ejercicios, que aunque son parte del de representación de fracciones y habilidad.	Los estudiantes no están familiarizados con los problemas o situaciones problemáticas, los ejercicios, que aunque son parte del proceso de aprendizaje, han limitado esta de fracciones y habilidad.
Proyecto 1. Sesión 1 Introducción a las fracciones, representación	Comprender concepto fracción y representación aritmética usando problemas propuestos	Los registros mejor usados por los participantes son el lenguaje natural y las representaciones esquemáticas. Al resolver los problemas del taller los de participantes tienen dificultades al proponer su por escrito planes para la solución del problema y para su ejecución, mientras que al pedir que explique verbalmente los procedimientos que aplicó, se desenvuelve de con facilidad y expone sus argumentos a los

razonamiento. compañeros y docente.

Proyecto 1. Sesión 2
Concepto de fracción, comparación y orden.
Con la herramienta comic se aplican de comparación el conocimiento que se ha fortalecido en los participantes de problemas de comparación y tratamiento y conversión de las representaciones, en esta ocasión de orden de fracciones gráficas, aritmética y fracción aritmética a decimal y la ubicación en la recta. en la recta numérica.

Proyecto 2. Sesión 1
Resolver fracciones de suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas.
Los participantes aplicaron correctamente el procedimiento para sumar y restar, usando la conversión de fracciones heterogéneas a homogéneas y homogéneas para simplificar el proceso de adición y han dejado atrás reglas que no son favorables, puesto que cuando se establecen en la memoria de los estudiantes, es difícil modificarlas.

Proyecto 2. Sesión 2
Resolución de problemas de multiplicación.
Al plantear problemas de obtener la fracción de una fracción o la multiplicación de fracciones, los participantes demuestran que usando los datos de no hay dificultades al identificar incógnitas, contaminación del datos y relaciones entre ellos; así mismo medio ambiente. realiza las operaciones correctamente.

Proyecto 2. Sesión 3
Resolver Problemas de la fracción como factor multiplicativo.
Al socializar los resultados del taller, algunos de los participantes demuestran conocimiento declarativo, procedimental y explicativo al exponer ante sus compañeros la resolución del problema. Es importante

resaltar que algunos de los participantes presentan debilidades al argumentar sus respuestas en la hoja guía, sin embargo cuando se les pide explicación verbal se identifican los logros que han adquirido.

Conclusiones

Al examinar los conocimientos previos de los participantes en la prueba diagnóstica, se encontraron conceptos débiles relacionados con las fracciones, y vacíos procedimentales de las operaciones entre ellas. Esto produce una inadecuada comunicación en interpretación del objeto matemático y dificultades en la resolución de problemas.

Las estrategias que se producen a realizar problemas rutinarios requieren de planificación y control de las operaciones, el constante cuestionamiento de “saber qué”, “saber cómo”, “saber para qué”, que conduzcan al aprendizaje consciente por parte del participante.

La continua resolución de problemas matemáticos permite a los participantes el dominio de procedimientos que fortalezcan su conocimiento, esto sumado a conocimientos conceptuales básicos estructurados y al correcto uso de los registros de representación para interpretar y comunicar los resultados.

Para lograr un aprendizaje de las fracciones por medio de la estrategia resolución de problemas, se invita en las intervenciones a los participantes al desarrollo de una serie de fases que los orienten en la búsqueda de soluciones y en el establecimiento de una metodología que le sea útil para enfrentarse a cualquier situación, inclusive en otras áreas del conocimiento.

Las fases: identificación de los elementos principales del problema, planteamiento de una solución, ejecución, y verificación, son actividades que facilitan el proceso de resolución de problemas.

Las habilidades matemáticas básicas para dar solución a los problemas se logran cuando el participante hace una práctica constante de la resolución de problemas, pero que además tenga la necesidad de resolverlos sin imposiciones.

El docente es un orientador que debe realizar preguntas a los participantes durante el proceso, de modo que no lo ayude demasiado, pero que tampoco lo abandone. Además el apoyo de sus pares permite la construcción de aprendizajes más sólidos, puesto que el estudiante usa los conocimientos de sus compañeros para fortalecer los propios.

No todos los participantes fueron influenciados de la misma forma por las actividades aplicadas, los progresos más notables se han dado en el grupo de estudiantes dispuestos al trabajo, motivados y atentos. No obstante todos los participantes muestran procedimientos más organizados y mejores resultados en su proceso académico.

Se puede afirmar que al usar como estrategia la resolución de problemas para el aprendizaje de las operaciones con fracciones, los participantes han desarrollado sus conocimientos conceptuales gracias al adecuada interpretación de los registros semióticos de las fracciones, fortalecieron los conocimientos procedimentales debido al dominio de estrategias matemáticas por la práctica y ampliaron su conocimiento explicativo debido a la reflexión de sus procedimientos.

Bibliografía

Andonegui Z. M. (2006). *Fracciones II: orden y operaciones*. Federación Internacional Fe y Alegria.

- Bausela H. E. (s.f). La docencia a través de la investigación–acción. *Revista Iberoamericana de Educación*. 7-8. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/682Bausela>.
- D'Amore, B. (2011). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista Científica*, (11).
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.
- Elliot, J. (1990). *La investigación-acción en educación* (4 ed.). Madrid, España: Ediciones Morata.
- Elliot, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Ediciones Morata.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Research en didactique des mathematiques*, 22(2.3), 237-284.
- González, E. M. (2001). *El proyecto de aula o acerca de la formación en investigación*. *Revista Universidad de Medellín*, 73, 124-132.
- González P. B. Y. (2007). Concepto de proyecto pedagógico e investigación en el aula. *Mediateca Docentes, Catálogo de Recursos Educativos Digitales del Ministerio de Educación Nacional*.
- Hernández, S. R. H., Collado, C. F., Baptista, L. P. (1998). *Metodología de la investigación* (Vol. 1). México: Mcgraw-hill.
- Hernández S. R., & Fernández C. C., Baptista L. MdP (2006). *Metodología de la investigación*. Cuarta ed. México DF: McGraw-Hill/Interamericana Editores, SA de CV.
- Hernández S. R., & Fernández C. C. (2010). Baptista L. MdP. *Metodología de la investigación*. Quinta ed. México DF: McGraw-Hill/Interamericana Editores, SA de CV.
- Martínez, L., & Solano, Á. (2008). Reflexiones acerca de las fracciones.
- Mayer, R. E. (1986). Pensamiento, resolución de problemas y cognición.
- Mayer, R. E. (1991). *Thinking, problem solving, cognition*. New York,: Freeman.

- MEN, C. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Magisterio, Bogotá.
- MEN (2015). *Derechos básicos de aprendizaje*. Bogotá: MEN
- MEN, C. (2017). *Índice Sintético de Calidad Educativa ISCE*. Bogotá.
- OCDE (2014). Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben. *Resultados de PISA 2012 en foco* (1), 6.
- Oviedo, L. M., Kanashiro, A. M., Bnzaquen, M., & Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Aula Universitaria*, 1(13), 29-36.
- Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de investigación*, 35(73).
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Pozo, J. I., Pérez, M., Domínguez, J., Gómez, M. A., & Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana.
- Schoenfeld, Alan (1992) *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics*. In Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan.
- Técnico Municipal Los Patios, Instituto (2016) *Proyecto Educativo Institucional PEI*.
- Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., ... & Álvarez, E. (2001). *La educación matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje*. OEI. Revista Iberoamericana de Educación.
- Vigotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona. Crítica.