

**USO DE LA HERRAMIENTA GEOGEBRA PARA EL DESARROLLO DEL
PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE OCTAVO Y NOVENO
GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO INTEGRADO MADRE DE
LA ESPERANZA.**

**YENNY DALEXA BUENO GUERRERO
NANCY MARISOL VALENCIA GODOY**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
BUCARAMANGA 2016**

**USO DE LA HERRAMIENTA GEOGEBRA PARA EL DESARROLLO DEL
PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE OCTAVO Y NOVENO
GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO INTEGRADO MADRE DE
LA ESPERANZA.**

**YENNY DALEXA BUENO GUERRERO
NANCY MARISOL VALENCIA GODOY**

Tesis que para obtener el grado de:
Maestría en Educación

Director:
María Eugenia Serrano Acevedo

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
BUCARAMANGA 2016**

TABLA DE CONTENIDO

Resumen	v
Abstract	vi
Introducción	vii
1.Contextualización De La Investigación	10
1.1 Situación Problémica	10
1.1.1 Pregunta De Investigación	15
1.1.2 Objetivo General	15
1.1.3 Objetivos Específicos	15
1.2 Justificación	15
1.3. Contextualización De La Institución	16
2.Marco Referencial	18
2.1. Antecedentes Investigativos	18
2.1.1. Internacional.	18
2.1.2. Nacional.	19
2.1.3. Regional.	20
2.2. Marco Teórico	21
2.2.1. Teoría De Bandura.	21
2.2.2. Zona De Desarrollo Próximo (Lev Vygotsky).	23
2.2.3. Pensamiento Geométrico.	23
2.2.4. Líneas Y Puntos Notables De Un Triángulo.	24
2.2.5 Semejanza De Triángulos.	26
2.2.6 Modelo De Van Hiele.	28
2.2.7 Implementación De Las TIC.	29
2.2.8 Geogebra.	30
2.3. Marco Legal	33
3.Diseño Metodológico	34
3.1 Tipo De Investigación	34
3.2 Proceso De Investigación.	34
3.2.1 Prueba Diagnóstica.	34
3.2.2 Taller De Introducción Al Software Geogebra.	34
3.2.3 Diseño De Las Unidades Didácticas.	35
3.2.4 Implementación De La Propuesta Didáctica.	36
3.2.5 Diseño De La Prueba De Final.	38
3.2.6 Rejilla De Evaluación.	39
3.3 Población Y Muestra	39
3.4 Instrumentos Para La Recolección De La Información	39
3.5 Validación De Los Instrumentos	40
3.6 Resultado Y Discusión	40
3.7 Principios Éticos	48
4.Propuesta Pedagógica	49

4.1	Unidad Didáctica Para el aprendizaje de las líneas y los puntos notables de triángulos.	49
4.2	Unidad Didáctica Para el aprendizaje de la semejanza de triángulos.	67
4.3	Diseño de las actividades propuestas para los estudiantes de octavo grado	81
4.3.1	Actividad 1. Reconocimiento visual de triángulos	81
4.3.2	Actividad 2. Alturas y Ortocentro	85
4.3.3	Actividad 3. Medianas y Baricentro	88
4.3.4	Actividad 4. Bisectrices e Incentro	91
4.3.5	Actividad 5. Mediatrices y Circuncentro	93
4.4	Diseño de las actividades propuestas para los estudiantes de noveno grado.	95
4.4.1	Actividad 1. Reconocimiento Visual De Imágenes Semejantes	96
4.4.2	Actividad 2. Características de los triángulos semejantes	98
1.2.1	Actividad 3. Áreas y perímetros de triángulos semejantes	103
5.Conclusiones		108
6.Recomendaciones		112
Referencias		114
Apéndices		117
	Apéndice A. Prueba diagnóstica “Líneas y puntos notables de un triángulo”	117
	Apéndice B. Conociendo el entorno de GeoGebra	120
	Apéndice C. Prueba diagnóstica “Semejanza de triángulos”	123
	Apéndice D. Prueba final “Líneas y puntos notables de triángulos	127
	Apéndice E. Prueba final “Semejanza de triángulos”	129
	Apéndice F. Rejilla de evaluación “Líneas y puntos notables de un triángulo”	133
	Apéndice G. Rejilla de evaluación “Semejanza de triángulos”	134
	Apéndice H. Carta de solicitud sala de informática	135
	Apéndice I. Consentimiento informado estudiantes octavo grado	136
	Apéndice J. Consentimiento informado estudiantes noveno grado	137

RESUMEN

La tesis de Maestría tiene como finalidad fortalecer los procesos de desarrollo del aprendizaje de la semejanza de triángulos y de las líneas y puntos notables de un triángulo a través del uso de una herramienta tecnológica en el grado noveno y octavo de la Institución Educativa Colegio Integrado Madre de la Esperanza, para lo cual se diseñó una propuesta didáctica basada en los niveles y fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele y apoyadas en el uso del software de geometría dinámica GeoGebra. Este modelo permite proponer actividades para lograr una mayor adquisición de conocimientos y habilidades en relación a los objetos matemáticos de estudio, además de analizar detalladamente el proceso de aprendizaje de los estudiantes, guiados por las fases establecidas en el mismo modelo. El trabajo se realizó bajo la metodología cualitativa y un enfoque investigación acción, en la primera etapa se realizó una prueba diagnóstica con el fin de conocer el nivel de razonamiento en el que se encontraban los estudiantes y posteriormente se diseñaron e implementaron las actividades con el objetivo de promover el desarrollo del pensamiento geométrico. Finalmente, se aplicó una prueba para verificar el progreso de los estudiantes en su nivel de razonamiento respecto a los objetos matemáticos de estudio. Según los resultados obtenidos el avance fue significativo, se encontraron mejoras en el nivel de razonamiento, lograron nuevas relaciones conceptuales y ampliaron su red de conocimientos a través de un lenguaje propio de la geometría.

ABSTRACT

The master's thesis aims to strengthen the learning development processes of the similarity of triangles and the remarkable lines and points of a triangle through the use of a technological tool in the ninth and eighth grade of the institution integrated mother school Of hope, for which a didactic proposal was designed based on the learning levels and phases of the Van Hiele model and supported in the use of GeoGebra dynamic geometry software. This model allows proposing activities to achieve a greater acquisition of knowledge and skills in relation to mathematical objects of study, as well as to analyze in detail the learning process of students, guided by the phases established in the same model. The work was carried out under a qualitative methodology and an action research approach, in the first stage a diagnostic test was carried out in order to know the level of reasoning in which the students were found and later the activities were designed and implemented with the objective to promote the development of geometric thinking. Finally, a test was applied to verify the students' process in their level of reasoning regarding the mathematical objectives of study. According to the results obtained, the advances were significant, improvements were found in the level of reasoning, new conceptual relationships were obtained and the network of knowledge was expanded through a language of geometry.

INTRODUCCIÓN

La Matemática está inmersa en el contexto en el cual el ser humano se desarrolla, luego su enseñanza es de vital importancia para que los jóvenes puedan hacer uso de los procesos que ésta plantea y con ello logren un desenvolvimiento en las situaciones de las cuales hace parte; es allí donde nace la presente investigación, la cual planteó fortalecer los procesos de desarrollo del aprendizaje de la semejanza de triángulos y de las líneas y puntos notables de un triángulo a través del uso de una herramienta tecnológica en el grado noveno y octavo de la Institución Educativa Colegio Integrado Madre de la Esperanza.

Para ello diseñó e implementó una serie de unidades didácticas, basada en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, con el objetivo de promover el desarrollo del pensamiento geométrico, con el apoyo del programa de geometría dinámica GeoGebra.

El trabajo está estructurado en cuatro momentos que a continuación se explican:

En el primero se enmarcan los aspectos generales del trabajo, tales como la contextualización de la investigación (con fundamento en el análisis de pruebas Saber, ISCE, PEI), la situación problémica (pregunta de investigación y objetivos), justificación de la investigación y la contextualización de la institución.

En un segundo momento se señala el marco referencial que refleja el balance de investigaciones que a nivel internacional, nacional y regional se han realizado en el campo del estudio de la enseñanza y aprendizaje de la geometría y la incorporación de las TIC en relación con el objeto de estudio a realizar en dicha investigación.

Además, se presenta los referentes teóricos que enmarcan y delimitan este estudio, como son: los postulados de los pedagogos Bandura y Vygotsky, el pensamiento geométrico, líneas y puntos notables de un triángulo, la semejanza de triángulos, el modelo de Van Hiele, la

implementación de las TIC, GeoGebra. Finalmente, se presenta un marco legal señalando la búsqueda del desarrollo del conocimiento matemático en el artículo 22 de la ley 115 (1995).

Como tercer momento se propone el diseño metodológico con una descripción de la metodología cualitativa bajo un enfoque de investigación acción. Así mismo, se lleva a cabo un proceso de investigación que incluye: una prueba diagnóstica, un taller de introducción al software GeoGebra, el diseño de las unidades didácticas, la implementación de la propuesta didáctica y una prueba final; finalmente, se aplica una rejilla de evaluación y unos instrumentos de recolección de información que son validados por el asesor escogido por la universidad; luego de recogida la información, se analizan los resultados y se hace la discusión para determinar los hallazgos, ajustes y resultados que se encontraron durante la aplicación de la misma.

También se presenta la propuesta pedagógica desarrollada desde:

-El diseño de actividades para cada una de las fases de aprendizaje, enmarcadas en los tres niveles del desarrollo del pensamiento geométrico de Van Hiele (visualización o reconocimiento, análisis, ordenación o clasificación).

-La aplicación de la unidad didáctica transformada, donde se utilicen parámetros que permiten el trabajo colaborativo y cooperativo para el desarrollo de las actividades programadas durante las clases guiadas por el docente.

-La asimilación de nuevas herramientas de tipo informático como el software de geometría dinámica GeoGebra, facilitando la visualización y manipulación de las representaciones del objeto matemático, donde el estudiante puede interactuar de forma espontánea, práctica y sencilla.

Para finalizar se plantean las conclusiones en las cuales se exponen los principales desenlaces a que se llegaron al aplicar la propuesta de investigación y se dan las

recomendaciones que buscan contribuir a reflexión sobre cómo enfocar el aprendizaje de la geometría, especialmente en el objeto de estudio de esta investigación.

1. Contextualización de la investigación

Muchas de las acciones diarias de los estudiantes están ligadas al uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC), a muy temprana edad hacen uso de ellas, pero sin orientación pedagógica, entonces, es importante y necesario hacer uso de estas herramientas que llaman su interés, para que de manera articulada al currículo pueda usarse como recurso de apoyo pedagógico para el área de Matemáticas del Colegio Integrado Madre de la Esperanza (CIME) permitiendo con ello la transformación en las aulas de clase del proceso de enseñanza y aprendizaje y a su vez fomentando el desarrollo de la competencia digital y el manejo de la información.

1.1 Situación problémica

Los resultados de diagnósticos efectuados en los últimos años en el CIME sobre el desarrollo de las competencias básicas, concretamente, en la competencia matemática, señalan que los estudiantes no alcanzan los objetivos curriculares nacionales propuestos.

En los resultados de las pruebas Saber realizadas en el año 2015 (ver figura 1, 2 y 3) se observa como a medida que se avanza en los niveles de aprendizaje, se resta importancia al desarrollo del pensamiento geométrico. Al analizar el por qué, se observa a nivel de secundaria que los profesores de la institución no desarrollan este tipo de pensamiento por varias razones:

No se considera importante el desarrollo de este pensamiento debido al desconocimiento que se tiene sobre su utilidad en la resolución de problemas de la vida cotidiana, por lo tanto su enseñanza se pospone para las últimas clases del calendario académico o en ocasiones no se desarrolla.

No hay una secuencia o relación entre los conceptos adquiridos en cada uno de los grados, no está contemplados los dominios conceptuales que se deben desarrollar cada año, lo que conlleva a la repetición de los mismos o se asumen como estudiados.

No se cuenta con estrategias didácticas actualizadas para desarrollar las clases de matemáticas de manera dinámica y motivadora, las cuales permitan desarrollar el pensamiento geométrico y que además capten la atención de los estudiantes teniendo en cuenta sus intereses y la evolución tecnológica que acompaña sus procesos de educativos.

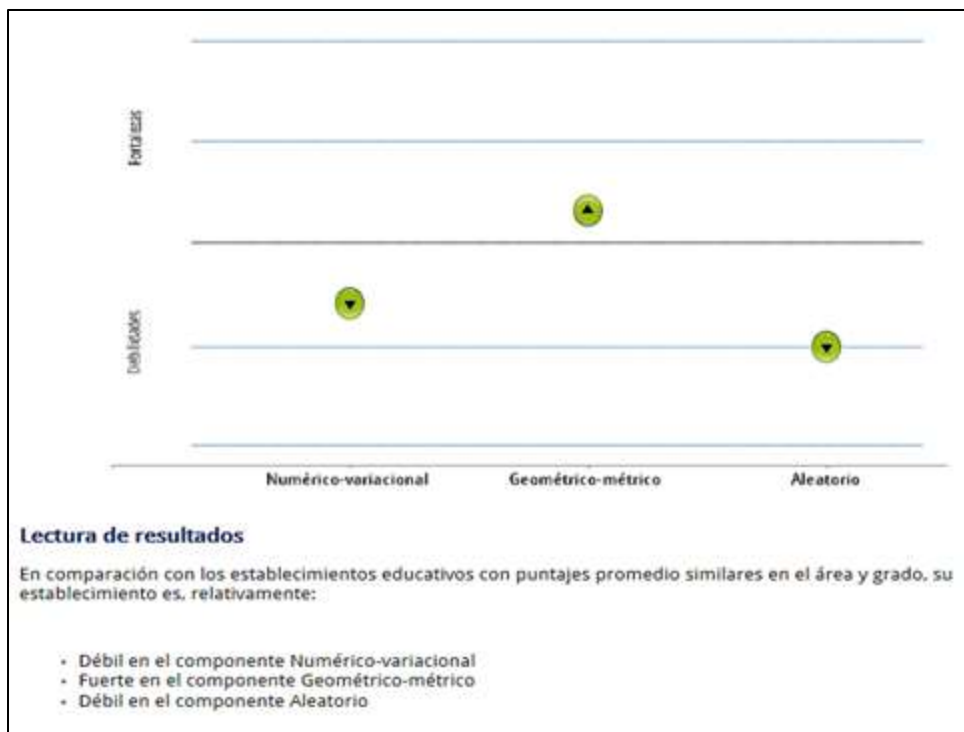


Figura 1. Resultados de Matemáticas, grado tercero, prueba Saber 2015.
Fuente: www.icfes.gov.co

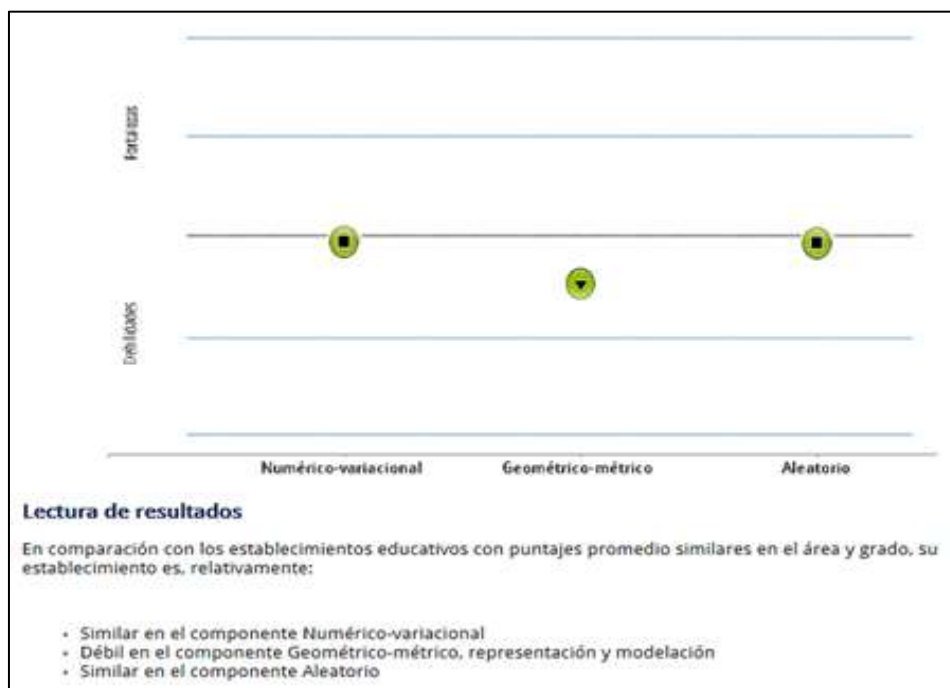


Figura 2. Resultados de Matemáticas, grado quinto, prueba Saber 2015.
Fuente: www.icfes.gov.co

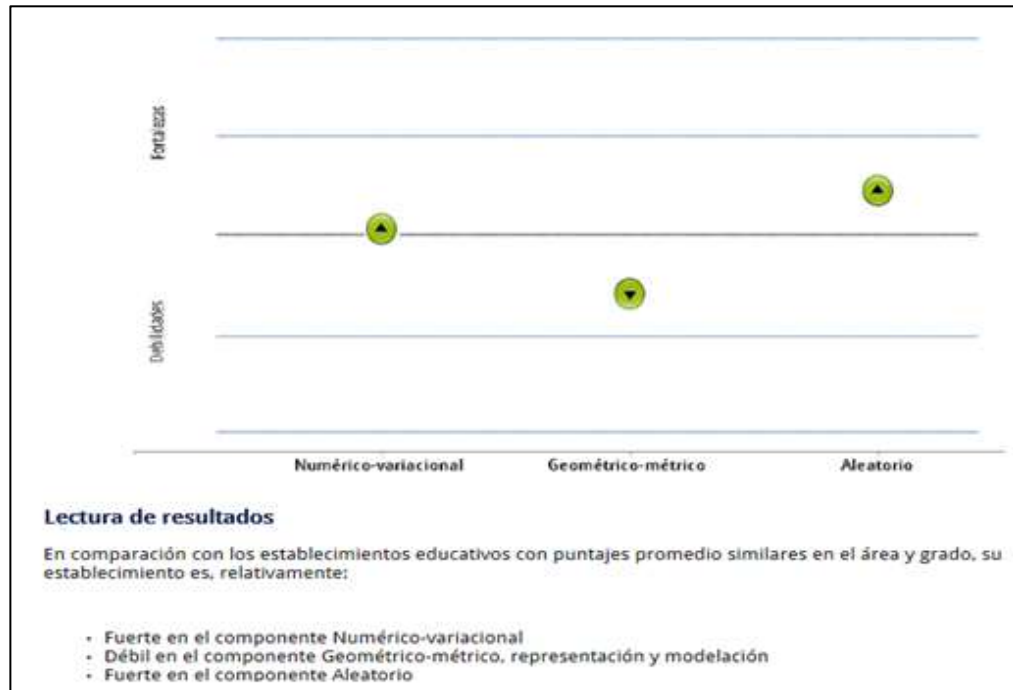


Figura 3. Resultados de Matemáticas, grado noveno, prueba Saber 2015.
Fuente: www.icfes.gov.co

Así mismo, el índice sintético de calidad evidencia un bajo rendimiento en el componente geométrico de los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado Madre de la Esperanza en cada uno de los procesos de pensamiento (ver figura 4, 5 y 6). En cuanto al proceso de razonamiento se puede observar que el 46% de los estudiantes no argumenta formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos y el 54% no hace conjeturas y verifica propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales. Por esta razón, temáticas como el aprendizaje de las propiedades y relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo y la semejanza de triángulos se consideran pertinentes para superar estas dificultades a través de un proceso de razonamiento secuencial y didáctico.



Figura 4. Resultados de Matemáticas en competencia de comunicación ISCE 2015.
Fuente: ISCE 2015

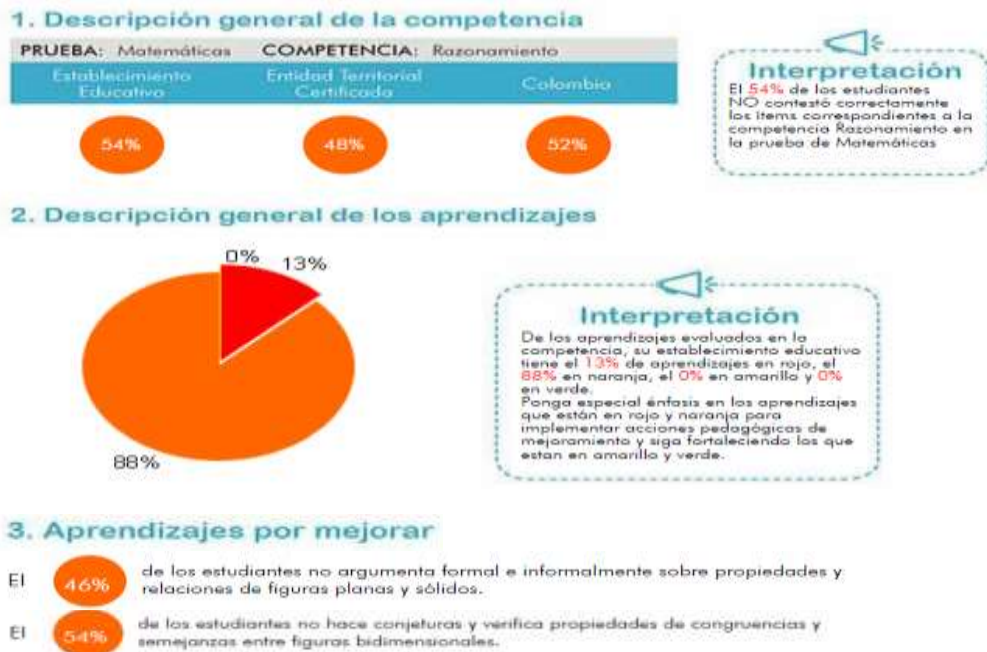


Figura 5. Resultados de Matemáticas en competencia de razonamiento ISCE 2015.
Fuente: ISCE 2015

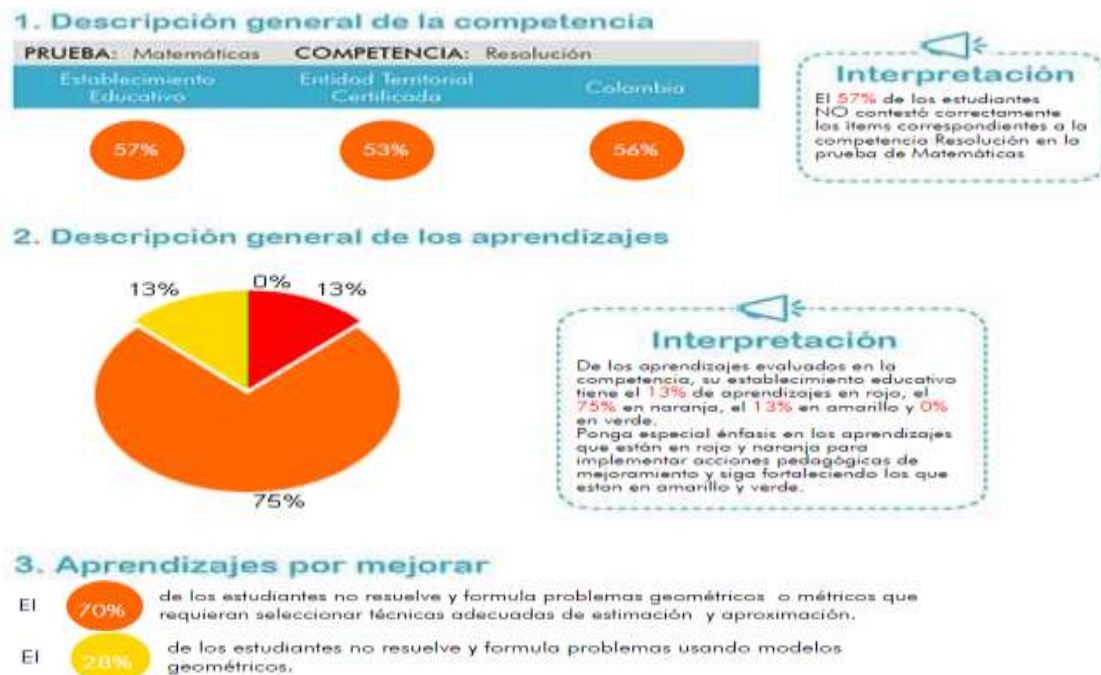


Figura 6. Resultados de Matemáticas en competencia de resolución de problemas ISCE 2015.
Fuente: ISCE 2015

Teniendo en cuenta lo anterior y de continuar con los resultados hasta ahora alcanzados, los estudiantes no llegarán a comprender y organizar los conceptos geométricos aprendidos, a reconocer estrategias para la resolución y formular problemas, a usar un lenguaje apropiado para el nivel de aprendizaje en el que se encuentren, entre otras problemáticas específicas del área. Por ende, no se logrará un aprendizaje de las competencias básicas establecidas en los lineamientos, necesarias para afrontar las pruebas externas y situaciones presentes en contextos reales en donde se encuentren inmersos los estudiantes.

Ante esta situación, es pertinente diseñar e implementar una estrategia didáctica apoyada en el uso de las TIC que contribuya al fortalecimiento de las competencias matemáticas, específicamente lo que concierne al pensamiento geométrico para desarrollar los procesos de pensamiento establecidos por el MEN (2006) como: “formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar y formular; comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (p. 51), los cuales ayudarán al estudiante a superar las debilidades y a la vez a mejorar su aprendizaje.

Además, el profesor reconocerá la importancia de los contextos como ambientes que dan sentido al aprendizaje de los estudiantes, tal como lo manifiesta Bandura (1982) el medio puede llegar a producir modificaciones en las conductas y los mecanismos cognitivos que preceden a estas, por ello es fundamental el papel que juegan las nuevas tecnologías en el entorno social de nuestros estudiantes para fortalecer y generar cambios en el currículo de las matemáticas toda vez que ellas puede presentar diferentes situaciones que permitirían acercar al estudiante con situaciones más reales y acordes con su contexto.

1.1.1 Pregunta de investigación

¿Cómo fortalecer los procesos de aprendizaje de la geometría con la implementación de una herramienta tecnológica en los estudiantes de octavo y noveno de la institución educativa Colegio Integrado Madre de la Esperanza?

1.1.2 Objetivo general

Fortalecer los procesos de desarrollo del aprendizaje de la semejanza de triángulos y de las líneas y puntos notables de un triángulo a través del uso de una herramienta tecnológica en el grado noveno y octavo de la Institución Educativa Colegio Integrado Madre de la Esperanza.

1.1.3 Objetivos específicos

- Indagar acerca de los aportes del software educativo GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría.
- Diseñar una estrategia didáctica basada en el modelo de Van Hiele y en el uso del software educativo GeoGebra para la enseñanza de las líneas y puntos notables de un triángulo y la semejanza del mismo.
- Implementar la estrategia didáctica creada para identificar en qué medida, el uso del software GeoGebra hace más eficiente el proceso de aprendizaje de la geometría en los estudiantes de octavo y noveno grado del Colegio Integrado Madre de la Esperanza.

1.2 Justificación

En aras de fortalecer la enseñanza y el aprendizaje de las competencias matemáticas, en especial en el desarrollo del pensamiento espacial, el Ministerio de Educación Nacional MEN (1998) en sus lineamientos curriculares promueve la geometría activa como “una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio” (p. 37), de la cual se espera, que el estudiante de manera dinámica construya sus conocimientos a través de su experiencia con el medio, es decir, que se trata de “‘hacer cosas’, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna” (MEN, 1998, p. 37).

Ante la situación planteada, el MEN (1998) en sus lineamientos, promueven el uso de los computadores en la educación matemática, puesto que han “hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría” (p. 18), permitiendo: visualizar un mundo bi y tridimensional más allá de la presentación de un dibujo en lápiz y papel, interiorizar “en forma de esquemas activos en la imaginación, los movimientos, acciones y transformaciones que se realicen físicamente” (p. 40) a los cuerpos y figuras, entre otros.

Por tal motivo, la presente investigación busca mejorar el aprendizaje de la geometría en relación a la semejanza de triángulos, líneas y puntos notables de un triángulo con el uso de herramientas tecnológicas, con el fin de crear ambientes de aprendizaje dinámicos que permitan el desarrollo de los procesos de aprendizaje de los conocimientos geométricos de forma significativa.

Con referencia a lo anterior Gómez (2008) señala que “la implementación de las TIC dentro del campo educativo es un factor de gran ayuda en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que puede proponer estrategias que propicien la construcción más que solo la trasmisión de los conocimientos” (p. 94). Por ello crece la necesidad de fomentar el aprendizaje activo y en búsqueda de la adquisición de este conocimiento, se hace necesario el uso del software GeoGebra como la herramienta que fortalecerá los procesos de aprendizaje de los estudiantes de

los grados octavo y noveno del Colegio Integrado Madre de la Esperanza del municipio de Sabana de Torres, de tal forma que se llegue a potencializar las habilidades espaciales y adquirir experiencias propias e individuales para cada estudiante en la exploración del componente geométrico a través del uso de este software, contribuyendo de esta manera al mejoramiento de la gestión académica de la institución educativa.

Por lo tanto, el propósito fundamental de esta investigación es mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes a través de la creación de ambientes innovadores y de la transformación de las prácticas pedagógicas, mediante el uso de las nuevas tecnologías, así como se plantea en la guía 30 “Educación en Tecnología” del MEN (2008) en el componente apropiación y uso de la tecnología: “la utilización adecuada, pertinente y crítica de la tecnología (artefactos, productos, procesos y sistemas) con el fin de optimizar, aumentar la productividad, facilitar la realización de diferentes tareas y potenciar los procesos de aprendizaje” (p. 14), es decir, se espera que los estudiantes apoyen en las tecnologías de la información y la comunicación sus procesos de aprendizaje y actividades personales. En este sentido es de suma importancia el uso de *software* educativo, que nos permitan desarrollar las competencias básicas, en especial las competencias matemáticas, con el fin de lograr el mejoramiento de nuestras prácticas pedagógicas en beneficio propio y de los estudiantes.

1.3. Contextualización de la institución

La propuesta de investigación se llevará a cabo en el Colegio Integrado Madre de la Esperanza, ubicado en el municipio de Sabana de Torres del departamento de Santander. La población de Sabana de Torres en su mayoría es pobre según el DANE (2005) (Departamento Administrativo Nacional de Estadística), vive en condiciones precarias y este factor incide en la personalidad de sus habitantes, especialmente en niños y jóvenes.

Según el último censo realizado por el DANE en el año 2005 el municipio cuenta con una población de 20.000 habitantes. El 83,9% de población de 5 años y más sabe leer y escribir; el 53,5% de la población de 3 a 5 años asiste a un establecimiento educativo formal; el 92,0% de la población de 6 a 10 años también lo hace, al igual que el 76,3% de la población de 11 a 17 años. El 47,9% de la población residente en Sabana de Torres, ha alcanzado el nivel de básica primaria y el 24,9% secundaria; el 1,7% ha alcanzado el nivel profesional y el 0,5% ha realizado estudios de especialización, maestría o doctorado. La población residente sin ningún nivel educativo es el 15,0%.

Las familias Cimeistas se dedican en su gran mayoría a labores domésticas, jornadas en el campo por días, trabajos informales en casas de familia, ventas ambulantes o mototaxismo (transportar pasajeros en moto). Algunos laboran en las empresas privadas o del estado en cargos como secretarías, auxiliares de oficina o cajeros, bodegueros y extractores de palma, muy pocos son profesionales.

Los estudiantes pasan la mayor parte del tiempo solos en sus casas, por esta razón dedican la mayor parte de su tiempo libre a las maquinitas, partidos de fútbol, la Internet, encuentros en la calles para hablar y dejar pasar el tiempo.

El Colegio Integrado Madre de la Esperanza (CIME) está ubicado en la zona urbana del municipio en el barrio Carvajal, pertenece al sector público y es de naturaleza mixta. Atiende a una población de aproximadamente 3.600 estudiantes desde los niveles de preescolar a undécimo grado, los cuales pertenecen en su gran mayoría a los estratos 1 y 2, es decir, bajo-bajo y bajo respectivamente; sus ingresos económicos son muy pocos, no alcanza el salario mínimo, viven en los barrios alejados del pueblo o en zonas de invasión.

Los estudiantes se encuentran distribuidos por sedes; la B, C, D, E, y G atienden los grados de preescolar a quinto de primaria; la F, los grados séptimo; y la A, los grados de sexto y de octavo a undécimo.

La misión de la institución, tomada del Manual de Convivencia (Reglamento interno), actualmente se está reformando, es: “El Colegio Integrado Madre de la Esperanza es una institución de carácter oficial que forma integralmente a niños y niñas, jóvenes y adultos de Sabana de Torres en los niveles de preescolar, básica y media técnica, a través del desarrollo de las competencias básicas (matemáticas, comunicativas, científicas, ciudadanas) y laborales construyendo en ellos un pensamiento crítico fundamentado en la libertad, el respeto y la paz que les garantice su inclusión al mundo laboral y/o su continuidad en la educación superior”.

La institución se rige por la Ley 115 (Ley General de Educación), el decreto 1790 (Decreto que reglamenta el sistema evaluativo), Ley 56 de 1988 (Código del menor), ley 12 de enero de 1991 (Declaración de los derechos del niño), los Lineamientos Curriculares para las diferentes áreas y los Estándares Básicos de Competencias.

El Colegio ofrece en su media técnica (décimo y undécimo grado) la modalidad técnica en comercio. Actualmente se encuentra reestructurando el plan de estudios de todas las áreas, el cual está siendo elaborado a partir de las competencias determinadas por los estándares y lineamientos curriculares, las pruebas Saber para los grados tercero, quinto y undécimo (Prueba interna aplicada por el ICFES, entidad especializada en ofrecer servicios de evaluación de la educación en todos sus niveles, y en particular apoyar al Ministerio de Educación Nacional en la realización de los exámenes de Estado).

A nivel tecnológico el colegio cuenta en su sede principal (sede A) con dos salas de informática con 20 y 24 computadores con acceso a Internet, tres tableros digitales y 4 video beam. En las otras sedes, las salas de informática son pequeñas y cuenta con aproximadamente 15 computadores, los profesores dividen el grupo (40 estudiantes) en pequeños subgrupos para poder desarrollar las clases.

2. Marco referencial

2.1. Antecedentes Investigativos

Actualmente las personas se encuentran en una era donde la tecnología hace parte fundamental de su vida, a tal punto que diariamente se está en contacto con ella. La educación es un sector que no ha desconocido su importancia y se ha preocupado por estudiar el impacto de las herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza-aprendizaje que se llevan a cabo en las instituciones educativas.

A continuación se hace una relación de algunas investigaciones a nivel internacional, nacional y regional que muestran diferentes hallazgos en el uso de la tecnología en las aulas de clase:

2.1.1. Internacional. Peña (2010) en su tesis “Enseñanza de la geometría con TIC en educación secundaria obligatoria”, permite conocer las posibilidades que tienen las TIC en el desarrollo de actividades como apoyo y mejora en la enseñanza de la geometría, dejando ver que las TIC en matemáticas y, en particular en geometría, permite atender a la diversidad, en tanto que facilita a los estudiantes aprender a su ritmo; los estudiantes se sienten más motivados y con más interés llegando a considerar que las clases son más interesantes y divertidas, y a su vez considerar que las TIC deben fomentar las habilidades y competencias que se requieren en la sociedad de la información, tales como capacidad crítica, trabajo autónomo y colaborativo, habilidad de búsqueda y selección de información, entre otras, es por ello que las TIC podrán favorecer el proceso de enseñanza generando espacios para la creación de estrategias novedosas que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes desde su individualidad e intereses y a su vez fomentar una actitud crítica sobre el uso adecuado de las nuevas tecnologías en educación.

Lastra (2005) en su investigación titulada “Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas”, tiene como uno de sus objetivos comparar si el aprendizaje geométrico de los alumnos(as) se incrementa por el diseño de estrategias didácticas que emplean el uso de programas computacionales y el modelo de Van Hiele, los resultados obtenidos llevaron a concluir que el aprendizaje geométrico se incrementó significativamente con la intervención apoyada en el uso del Software Cabri y el modelo de Van Hiele, además de promover la reflexión sobre el papel docente. Siendo estos dos aspectos elementos que se constituyen en una alternativa que favorece, mejora e impulsa el aprendizaje de la geometría en el proceso educativo y que será pieza fundamental del presente estudio.

Así mismo Argudo (2013) en su tesis de master “las TIC y el aprendizaje de la geometría”, señaló la importancia de las TIC en el área de matemáticas, concretamente las características

principales de GeoGebra que favorecieron el proceso de enseñanza aprendizaje, entre otros programas de geometría dinámica. En ella se evidenció que el uso de los programas de geometría dinámica son útiles porque hacen al alumno protagonista de su propio aprendizaje, al poder manipular los objetos o crearlos, aumentando con ello su autonomía e iniciativa personal, además de reconocer que al alumno les gusta y le motiva trabajar con el ordenador, tanto en matemáticas como en otras asignaturas, es así que la herramienta GeoGebra fortalece la competencia matemática, en especial en el desarrollo del pensamiento geométrico y desde el cambio de metodología de enseñanza de la geometría se logra que el aprendizaje sea más oportuno y satisfactorio.

Finalmente, podemos apreciar como el desconocimiento e incompreensión del concepto de semejanza por parte de los estudiantes y la ausencia de nuevas propuestas curriculares por parte de los profesores para la enseñanza del tema, permitieron llevar a cabo la investigación “Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas” (Gualdrón, 2011) cuya finalidad contribuye a promover nuevas propuestas curriculares que incluyan cambios en las metodologías de enseñanza, organizadas mediante la estructura del modelo de Van Hiele que permite al estudiante adquirir más y mejores formas de razonamiento en el tema de estudio. La investigación nos deja ver que a través de esta propuesta se logró establecer un amplio listado de descriptores de nivel de razonamiento Van Hiele, basadas en las diferentes maneras de razonar de los estudiantes para procesar la información y la adquisición de una comprensión global del tema, desarrollando más y mejores formas de razonar por parte de los estudiantes.

2.1.2. Nacional. Una investigación realizada en el ámbito nacional nos permite inferir la importancia que subyace la implementación y uso de las TIC hacia el desarrollo de competencias matemáticas y la creación de ambientes de aprendizaje innovadores. La anterior afirmación, se evidencia en el trabajo presentado por Muñoz (2012) quien considera oportuno “Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor” y cuyos resultados muestran el fortalecimiento del rol del estudiante, atribuyéndole mayor control sobre sus actividades educativas, además de establecer nuevas relaciones con el saber; es decir, nuevas prácticas de aprendizaje apoyados en las nuevas tecnologías. Así mismo concluye que el cambio de actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas se dio a partir de la ejecución de una nueva estrategia.

En los últimos años se ha planteado que el desarrollo del pensamiento geométrico requiere de unos niveles de razonamiento que permitan que un individuo avance en su capacidad de razonamiento de acuerdo a sus habilidades para crear nuevos conceptos a partir de sus

conocimientos previos ya aprendidos, es así como lo muestra la presente investigación de Ramírez (2014) “Estrategia didáctica para la clasificación de triángulos y cuadriláteros orientada por el modelo Van Hiele y GeoGebra” donde analiza que el modelo de Van Hiele, gracias a su carácter secuencial y didáctico, y GeoGebra como una herramienta didáctica, han sido importantes en la creación de estrategias hechas por el docente para el desarrollo del pensamiento geométrico, además han permitido el progreso por parte de los estudiantes en el campo de la geometría, es especial en el proceso cognitivo de visualización.

De igual manera Morales & Majé (2011) en su tesis “Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros”, nos dejan ver como desde el diseño de actividades realizadas bajo el Modelo Van Hiele y el software GeoGebra se logra fortalecer el desarrollo del pensamiento espacial, identificando el rol del profesor que deja de ser un transmisor de conocimiento para convertirse en un negociador de significados y a su vez el estudiante será el encargado de construir esos significados a partir de la articulación que establezca entre sus conocimientos previos y los ya aprendidos durante las distintas fases de aprendizaje, adicionalmente se logra reconocer la importancia de involucrar el contexto de los estudiantes en la creación de propuestas didácticas transversales que les permitan pensar la estructura curricular del área de matemáticas más allá de un listado de contenidos para ser entendida como aquellas competencias que les ayudarán a afrontar los retos actuales de la vida; en ese sentido el modelo de Van Hiele y el uso del software GeoGebra será un gran aporte al desarrollo de esta investigación.

2.1.3. Regional. Torres (2014) en su investigación titulada “Concepciones y prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas sobre la teoría de las situaciones didácticas”, cuyo objetivo buscó “caracterizar la forma como los profesores están pensando e implementando el marco conceptual de la teoría de las situaciones didácticas, utilizando en el proyecto institucional de geometría dinámica” concluye que uno de los beneficios del proyecto fue “el aprendizaje de los estudiantes en cuanto a la asimilación y recordación que ellos tienen de los conceptos geométricos trabajados”, además de “la formación e innovación pedagógica de los profesores”, es por ello que su aporte en este proyecto radica en la apropiación de los conceptos geométricos adquiridos a través del uso de GeoGebra situación que reafirma la pertinencia de los objetivos del presente estudio.

En la tesis “Implementación del uso de las Tecnologías de Información y Comunicación en el área de Lengua Castellana para apoyar el proceso lector de los estudiantes de octavo grado del Colegio Integrado Madre de la Esperanza” realizada por Gómez (2012) cuya finalidad era “Apoyar el proceso pedagógico de la competencia lectora del área de Lengua Castellana para el grado octavo a través de la incursión de las tecnologías de información y comunicación” se observa cómo el computador y la herramienta Web 2.0 se convirtieron en el elemento motivador

dentro del proceso de aprendizaje, siendo esta premisa el aporte a la investigación que se quiere desarrollar, en la enseñanza de la geometría a través del uso del software GeoGebra, como estrategia pedagógica en la misma institución.

El modelo de Van Hiele es un modelo que dicho de manera sencilla establece que el aprendizaje de la geometría se desarrolla pasando por unos determinados niveles de razonamiento que no van asociados a la edad y que solo alcanzado un nivel podrá pasarse al siguiente, de esta manera la investigación planteada por Algarín (2013) “Caracterización de los niveles de razonamiento de Van Hiele específico a los procesos de descripción, definición y demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas” propone una serie de actividades organizadas de acuerdo a las distintas fases del modelo, las cuales promueven el avance en los distintos niveles de razonamiento en relación a los procesos de descripción, definición y demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas, estas actividades permiten observar como desde la organización de las actividades a través del modelo de Van Hiele se puede lograr un aprendizaje significativo y la posibilidad que tiene el docente de comprender cómo orientar dichas actividades según el proceso que se quiere desarrollar, además de permitirle identificar los distintos ritmos de aprendizaje, reconociendo quienes han avanzado significativamente o quienes requieren mayor atención.

Es así como desde el modelo de Van Hiele la presente investigación pretende que el docente desde su práctica pedagógica comprenda la importancia de organizar las actividades de acuerdo a los procesos de pensamiento que quiere fortalecer y así mismo la creación de estrategias que puedan respetar la individualidad del estudiante en cuanto al desarrollo de su propio ritmo de aprendizaje.

2.2. Marco teórico

2.2.1. Teoría de Bandura. La teoría de Bandura ha sido aprobada y aplicada en diferentes contextos de la vida social; se combina el “aprendizaje activo” (el conocimiento que adquirimos al realizar alguna actividad) y el “aprendizaje vicario” (cuando observamos a los demás), modelo que sirve para la aprehensión de nuevas conductas.

Es así como los planteamientos de dicha teoría cobran importancia dentro la interacción humana, dentro de los espacios de comunicación recíproca, es decir, que el individuo logra una mayor aceptación del concepto cuando adquiere las habilidades y costumbres por observación e imitación de los procesos, lo cual está subordinado por una decisión voluntaria y abierta al aprendizaje.

Bandura (1982) analiza el comportamiento de la persona dentro del marco teórico de la *reciprocidad triádica*, exponiéndolo así:

Según la postura cognoscitiva social, las personas no son impulsadas por fuerzas internas ni controladas y moldeadas automáticamente por estímulos externos. No: el funcionamiento humano se explica en términos de un modelo de reciprocidad triádica en el que la conducta, los factores personales cognoscitivos y de otra clase, así como los acontecimientos del entorno son determinantes que interactúan unos con otros. (Bandura, 1982, p. 18)

El proceder de los estudiantes y el ambiente en las aulas de clases, influyen de muchas maneras. Es así como el aporte de la teoría cognitivo social, enriquece o beneficia el trabajo del docente en esta investigación, en la búsqueda de aumentar las capacidades que tiene el estudiante, sus habilidades, su capacidad de explorar el entorno, la aplicación de sus conocimientos y el quehacer que se desarrolla en forma equitativa con todas y cada una de las personas que se muevan en su contexto social diario.

De igual forma este planteamiento se cumple cuando brinda información con lo que ocurre en la mente del estudiante y cómo las estructuras mentales apoyan en el logro del aprendizaje.

De la teoría cognitivo social se derivan ciertos principios que se deben tener en cuenta en la educación, según (Lacal, 2009, p. 7) algunos de ellos son:

Las actuaciones de los otros compañeros contribuyen como información al estudiante. El desarrollo de su autoevaluación y auto esfuerzo. Debe ser dirigido por el docente, guiando al estudiante a establecer claramente sus metas y en el cumplimiento de las normas. La observación de sus conductas que conllevan a unas consecuencias.

Bandura considera que el trabajo de los seres humanos radica en una sucesión de interacciones de factores propios de la persona, costumbres y sucesos en el medio que lo rodea. Enmarcando el aprendizaje como una actividad de proceso de información en la que el conocimiento se comprende y se conoce, como representaciones o imágenes simbólicas que sirven como pasos para el alcance de la realización de una acción, mediante diferentes medios, audiovisuales, impresos, electrónicos, entre otros.

Es por ello que los docentes motivan a los estudiantes al orientar las clases a otros ambientes como lo son utilizar el uso de la tecnología y programas para enseñar la matemáticas desde los uso de los computadores, no solamente clases mediadas por la palabra y la escritura sino con la imagen digital que traen nuevas estilos de proyecto visual.

2.2.2. Zona de Desarrollo próximo (Lev Vygotsky). Vigotsky (citado por Baquero, 1999,

p.137) se refiere a la “Zona de Desarrollo Próximo” (ZDP) como:

la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.

En términos generales, la ZDP busca integrar las habilidades iniciales (nivel real) del niño, las cuales se encuentran en proceso de formación y lo que puede llegar a aprender a través de la colaboración de otro (nivel potencial).

Es así que para integrar de manera adecuada el nivel actual y el nivel de desarrollo potencial, Moll, citado por Chaves (2001, p. 62) menciona tres características:

1. Establecer un nivel de dificultad. Este nivel, que se supone que es el nivel próximo, debe ser algo desafiante para el estudiante, pero no demasiado difícil.
2. Proporcionar desempeño con ayuda. El adulto proporciona práctica guiada al estudiante con un claro sentido del objetivo o resultado de su desempeño.
3. Evaluar el desempeño independiente. El resultado más lógico de una zona de desarrollo próximo es que el infante se desempeñe de manera independiente.

Por ello, la enseñanza no debe basarse en lo que el niño sabe, sino en aquello que desconoce o no domina, es decir, promover desafíos que cuestionen sus saberes e impliquen un mayor grado de comprensión y actuación en relación con su contexto, guiado por el acompañamiento de otros, pero en aras de buscar el desarrollo autónomo e independiente del niño.

Así mismo, el aprendizaje debe buscar activar una serie de procesos evolutivos internos capaces de actuar cuando el niño interactúa socialmente con otros, y una vez interiorizados se conviertan en parte de los logros autónomos del niño, independientemente de la configuración final de sus habilidades.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje tal como lo menciona Chaves (2001) los niveles de desarrollo son sumamente importantes, ya que una vez conocidos los niveles en que se encuentra el niño, el educador debe diseñar estrategias de avance y autorregulación mediante actividades de colaboración que promuevan ZDP.

Es por ello, que la escuela se convierte en una fuente de crecimiento del niño, cuando al introducir contenido contextualizados lo que se busca según Vigotsky “no es la transferencia de habilidades de los que saben a los que saben menos sino el uso colaborativo de las formas de mediación para crear, obtener y comunicar con sentido.” (Moll (1993), citado por Chaves, 2001, p. 62).

2.2.3. Pensamiento geométrico. Como se menciona en los lineamientos curriculares de matemáticas:

El estudio de la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas escolares se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la “matemática moderna”. Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría. (MEN, 1998, p. 37)

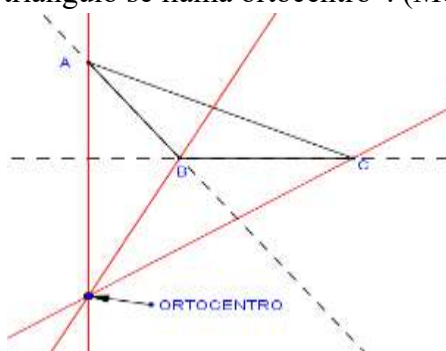
Razón por la cual se hace necesaria la implementación de nuevas estrategias que fortalezcan el desarrollo del pensamiento geométrico a través de la geometría activa. Es así como estas se presenta como una alternativa para refinar el pensamiento espacial, en tanto se constituye en herramienta privilegiada de exploración, representación y modelación del espacio.

El trabajo con la geometría activa puede complementarse con distintos programas de computación que permiten representaciones y manipulaciones que eran imposibles con el dibujo tradicional. Por ello, el desarrollo del pensamiento geométrico busca ser enriquecido por actividades basadas en el uso de *software* educativo que potencialicen los conocimientos del currículo de matemáticas, la interacción con los estudiantes y la creación de ambientes innovadores de aprendizaje.

2.2.4. Líneas y Puntos notables de un triángulo. Para el desarrollo de este apartado se toma como referente lo presentado por Moise (1986) y Rincón (2013).

Altura y ortocentro. “Una altura de un triángulo es un segmento perpendicular desde un vértice del triángulo a la recta que contiene al lado opuesto”. (Moise, 1986, p. 206). “El punto de concurrencia de las alturas de un triángulo se llama ortocentro”. (Moise, 1986, p. 484) (Figura. 7)

Figura 7. Trazado de las alturas y el ortocentro propia en el software
Fuente: Elaboración GeoGebra

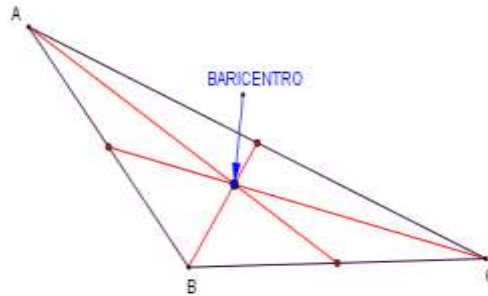


alturas y el ortocentro propia en el software

“El ortocentro de un triángulo rectángulo es el vértice correspondiente al ángulo recto y el de un triángulo acutángulo está en el interior del triángulo y el de un triángulo obtusángulo está en el exterior del triángulo” (Rincón, 2013, p. 28).

Medianas y Baricentro. “Una mediana de un triángulo es un segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y el punto medio del lado opuesto. Todo triángulo tiene tres medianas, una para cada vértice” (Moise, 1986, p. 145). El punto de concurrencia de las medianas de un triángulo se llama centroide o baricentro del triángulo (Figura 8). (Moise, 1986, p. 490)

Figura 8. Trazado de baricentro
Fuente: Elaboración GeoGebra



las medianas y el
propia en el software

Bisectriz e Incentro. “Un segmento es una bisectriz de un ángulo de un triángulo, si está en el rayo que biseca al ángulo del triángulo y sus extremos son el vértice de ese ángulo y un punto del lado opuesto” (Moise, 1986, p. 145). “El punto de concurrencia de las bisectrices de los ángulos de un triángulo se llama el Incentro del triángulo” (Figura 9) (Moise, 1986, p. 503)

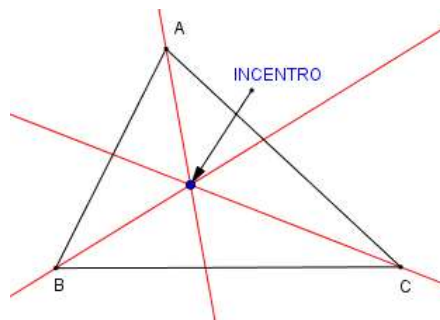


Figura 9. Trazado de las bisectrices y el incentro
Fuente: Elaboración propia en el software GeoGebra

“El punto de corte de las tres bisectrices es el centro de un circunferencia tangente a los tres lados del triángulo, que llamaremos circunferencia inscrita” (Rincón, 2013, p. 26).

Mediatriz y Circuncentro. “En un plano, la mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento en un punto medio” (Moise, 1986 p. 163).

“La mediatriz de un segmento en un plano, es el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan de los extremos del segmento” (Moise, 1986, p. 162). “Las mediatrices de los lados de un triángulo son concurrentes. Su punto de concurrencia equidistan de los vértices del triángulo”

(Moise, 1986, p. 482). "El punto de concurrencia de las mediatrices de los lados de un triángulo se llama circuncentro del triángulo." (Moise, 1986, p. 503) (Figura 10).

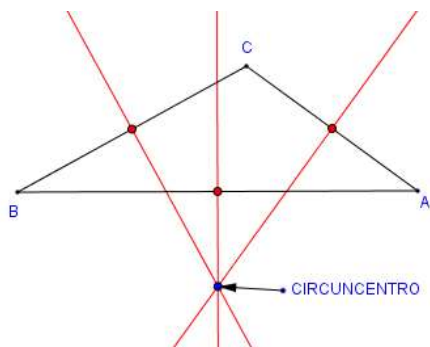


Figura 10. Trazado de las mediatrices y el circuncentro
Fuente: Elaboración propia en el software GeoGebra

"El circuncentro de un triángulo rectángulo es el punto medio de la hipotenusa" "El circuncentro de un triángulo acutángulo está en el interior del triángulo" "El Circuncentro de un triángulo obtusángulo está en el exterior del triángulo"(Rincón, p. 26)

2.2.5 Semejanza de triángulos. Para el desarrollo de este apartado se toma como referente lo presentado por Moise (1986) y Guerrero (2015).

Semejanza. Lemonidis (citado en Escudero, 2005) identifica tres aproximaciones distintas al concepto de semejanza, que deben ser consideradas cuando se aborda como objeto de enseñanza, las cuales se mencionan a continuación:

- a) **Relación intrafigural.** Se destaca la correspondencia entre elementos de una figura y los correspondientes de su semejante, estando ausente la idea de transformar una figura en otra.
- b) **Transformación geométrica vista como útil.** La transformación geométrica se percibe como una aplicación del conjunto de los puntos del plano en él mismo. Se utiliza la semejanza como un útil en la resolución de problemas gráficos.
- c) **Transformación geométrica como objeto matemático.** Caracterizada porque hay un tratamiento en el que se busca la transformación resultante de dos o más transformaciones. (Escudero 2005, p. 380).

Por su parte, Vasco (citado por Gualdrón 2014) plantea que “El currículo colombiano [en geometría] no se apoya en la geometría transformacional” (p. 10), es así que para el desarrollo de la propuesta didáctica se considera únicamente la relación intrafigural.

Proporcionalidad. Moise (1986) señala que “los segmentos \overline{AB} y \overline{CD} son proporcionales a los segmentos \overline{EF} y \overline{GH} , si se cumple que $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$ ” (p. 327). La razón constante, denotada por $k = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$ se denomina la constante de proporcionalidad.

Semejanza de triángulos. De acuerdo con Moise (1986), “dos triángulos son semejantes, si tienen exactamente la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño” (p. 321), además, “sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales” (p. 327).

En otras palabras, si el ΔABC es semejante con el $\Delta A'B'C'$, se denota $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ y se cumple que:

1. Tienen la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño.

2. $\sphericalangle A \cong \sphericalangle A'$, $\sphericalangle B \cong \sphericalangle B'$ y $\sphericalangle C \cong \sphericalangle C'$

3. $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}}$

Perímetros de triángulos semejantes. Los perímetros de dos figuras semejantes están entre sí en la misma razón de semejanza. (Chanduví & Martín, 2015). Es decir, si el $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ y sean P_1 y P_2 sus perímetros se cumple que $\frac{P_2}{P_1} = k$ siendo k la razón de dos lados correspondientes cualesquiera.

Áreas de triángulos semejantes. “Si dos triángulos son semejantes, entonces la razón de sus áreas es el cuadrado de la razón de dos lados correspondientes cualesquiera” (Moise, 1986, p.

350). Es decir, si el $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ y sean A_1 y A_2 sus áreas se cumple que $\frac{A_2}{A_1} = k^2$ siendo k la razón de dos lados correspondientes cualesquiera.

2.2.6 Modelo de Van Hiele. Van Hiele, citado por Fouz & Donosti (2015) señala que el aprendizaje de la geometría pasa por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento, que no van asociados a la edad. El paso de estos niveles no se hace de manera automática; de alguna manera, la adquisición de los niveles de pensamiento van unidos al dominio de un lenguaje adecuado y a la capacidad de asimilar los conceptos que se le presentan acordes a su nivel de razonamiento, es por ello, que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente.

Posteriormente, Van Hiele manifiesta que “no hay un método panacea para alcanzar un nivel nuevo, pero mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición”. (Fouz y Donosti, 2015, p. 68)

El modelo de Van Hiele propone cinco niveles de razonamiento en los cuales se observa la evolución del proceso de razonamiento de los individuos, Fouz y Donosti (2015) establecen la numeración de cero a cuatro; para esta investigación se toma como referencia la numeración establecida por los lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998), estos son:

El Nivel 1. Es el nivel de la visualización, llamado también de familiarización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo global sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Por ejemplo, un niño reconocerá visualmente un dibujo de un cuadrado desconociendo sus propiedades.

El Nivel 2. Es un nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, entre otras. El niño, por ejemplo, reconoce que el cuadrado es cuadrilátero que tiene cuatro ángulos rectos, con lados paralelos dos a dos, pero es incapaz de ver el cuadrado como un rombo.

El Nivel 3. Llamado de ordenamiento o de clasificación. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones. Por ejemplo, el cuadrado es identificado como un caso particular del rectángulo, es decir, establece relaciones entre las propiedades.

El Nivel 4. Es ya de razonamiento deductivo; en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones.

El Nivel 5. Es el del rigor; es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

Algunas investigaciones han evidenciado que los niveles 4 y 5 solo pueden llegar a ser alcanzados por estudiantes con niveles superiores debido al rigor y formalización que se requiere.

En la adquisición de cada uno de los niveles de razonamiento se siguen unas directrices que fomentan el desarrollo del razonamiento y la promoción de un nivel a otro, y se conocen como fases de aprendizaje, según Fouz y Donosti (2015), estas son:

Fase 1, preguntas/información: Esta fase permite conocer los pre-saberes de los estudiantes que de alguna manera marcan el inicio de las actividades. Cabe señalar que más allá de las preguntas está la importancia de las respuestas que nos permiten reconocer el nivel en el que se encuentra el estudiante.

Fase 2, orientación dirigida: Es de suma importancia la didáctica usada por el docente en esta fase, ya que de ella depende la secuencia que se quiera llevar para que los alumnos/as descubran, comprendan, asimilen, apliquen, las ideas, conceptos, propiedades, relaciones que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

Fase 3, explicación (explicitación): En esta fase los estudiantes interactúan, comparten, aclaran y organizan las ideas; el rol del docente es el de guiar y aclarar el lenguaje usado en este nivel.

Fase 4, orientación libre: Durante esta fase se presentan las actividades más complejas que puedan ser abordadas desde distintos puntos de vista, donde se pueda aplicar lo aprendido y obligue el uso de un lenguaje más riguroso.

Fase 5, integración: Finalmente, se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya poseía, es decir, la asimilación de los nuevos contenidos.

2.2.7 Implementación de las TIC. En el uso de la tecnología Lastra (2005) dice al

respecto que:

El uso de software en matemáticas y, en particular, en geometría, permite tomar en cuenta las tendencias actuales en cuanto a las metodologías de la enseñanza, desarrollar la visualización, las múltiples representaciones y el hacer conjeturas, aspectos que están muy relacionados con las teorías constructivas del conocimiento, las cuales plantean que el alumno construye significados asociados a su propia experiencia. (p. 27)

Por ello se espera que el estudiante desde la interacción con la herramienta tecnológica asimile los conocimientos geométricos que se le presentan.

Asimismo, Gómez (2008) nos señala que “la implementación de las TIC dentro del campo educativo es un factor de gran ayuda en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que puede proponer estrategias que propicien la construcción más que solo la transmisión de los conocimientos” (p. 94). Por ello, con la incorporación del *software* GeoGebra se busca el fortalecimiento de los procesos matemáticos, ya que es una herramienta eficaz en el aprendizaje de los procesos de pensamiento geométrico y permite la adquisición de los conocimientos de manera significativa.

Teniendo en cuenta lo anterior, se da gran importancia a las apreciaciones dadas por Natalia Ruiz López en el I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe llevado a cabo en el año 2013 en Santo Domingo, República Dominicana, donde se afirma que “el uso de GeoGebra mejora la adquisición de competencias didáctico geométricas en todo tipo de alumnado, sin importar su nivel de competencia digital” (Ruiz, 2013, p.11), por tal motivo el software GeoGebra puede asumirse como una herramienta didáctica útil para el desarrollo de

competencias matemáticas, y el fortalecimiento del proceso de aprendizaje de los estudiantes, proporcionándoles ambientes innovadores de aprendizaje para la adquisición de los conocimientos geométricos.

En conclusión el principal aporte de la tecnología, en especial de la herramienta GeoGebra, consiste en que la interacción entre el rol del docente, el estudiante y la herramienta misma pueden llegar a modificar la visión que se tiene acerca del conocimiento geométrico y su proceso de enseñanza aprendizaje.

2.2.8 GeoGebra. El programa GeoGebra es un software de geometría dinámica, libre para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con propiedades de geometría, álgebra, cálculo y estadística, ideado por Markus Hohenwarter en la Universidad de Salzburgo (Austria).

GeoGebra es una herramienta que permite realizar construcciones de manera dinámica las cuales pueden ser modificadas posteriormente, favoreciendo el desarrollo de habilidades matemáticas a través de la reflexión de dichas modificaciones. Ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: una vista gráfica, una vista Algebraica y una vista de Hoja de Cálculo (Figura 11), que se vinculan entre sí, relacionando los cambios producidos en cualquiera de ellas sin importar cual haya sido creada originalmente. (Muñoz, 2012).

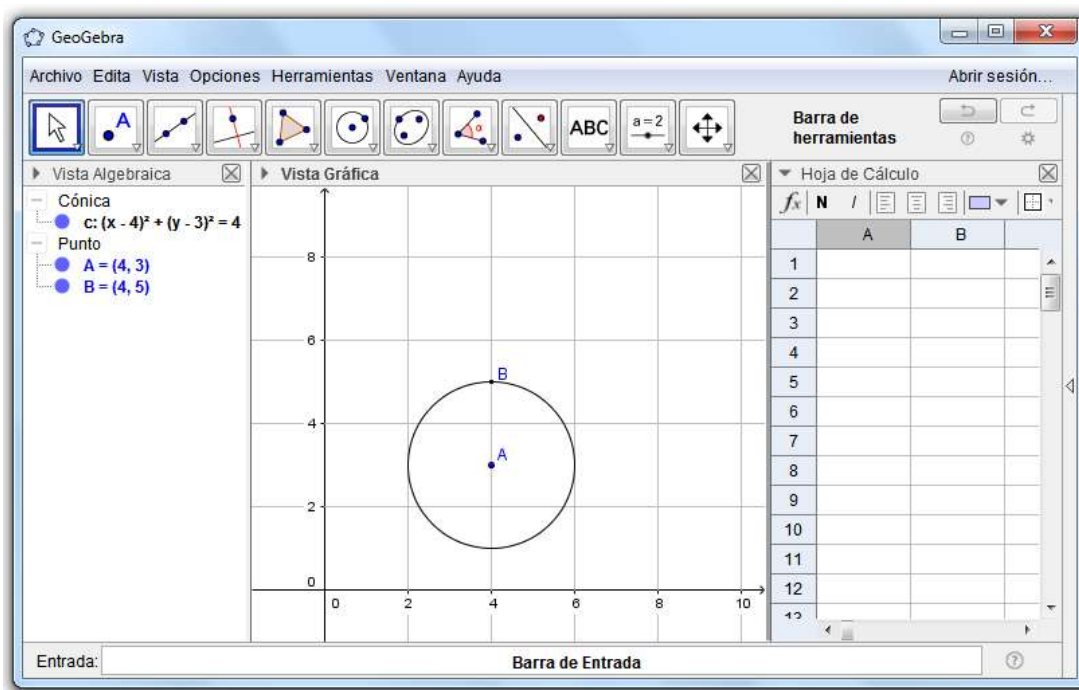


Figura 11. Propiedades y características del software GeoGebra.
Fuente: Elaboración propia, captura del entorno del software GeoGebra

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha venido trabajando con una movilización nacional de expertos educativos de reconocida trayectoria desde 2002 con unas herramientas denominadas Estándares Básicos de Competencia, “los cuales constituyen uno de los parámetros de lo que todo niño, niña y joven debe *saber y saber hacer* para lograr el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo”. (MEN, 2006, p. 9).

A continuación se da a conocer cómo, según Argudo (2013), el uso de GeoGebra favorece en mayor o menor medida la adquisición de las Competencias Básicas por parte de los estudiantes:

-Competencia en lenguaje: Al utilizar GeoGebra los estudiantes tienen la capacidad de entender e interpretar instrucciones escritas en lenguaje natural, en conjunto con el lenguaje geométrico y algebraico. El éxito de un programa de geometría dinámica depende de la claridad que se tiene sobre los atributos y propiedades de los conceptos pertenecientes al lenguaje matemático; no es lo mismo querer representar un triángulo que un triángulo rectángulo, ni un círculo que una circunferencia.

-Competencia ciudadanas: En el trabajo con GeoGebra los estudiantes están distribuidos en parejas, lo que favorece el trabajo cooperativo, fomentando el respeto y el debate entre ellos. También se desarrolla la responsabilidad al seguir las instrucciones impartidas por el profesor sobre el cuidado y el buen uso de la sala de informática.

- Competencias en tecnología: El uso de GeoGebra favorece el desarrollo de esta competencia a través de actividades tales como: la búsqueda y la selección de las herramientas pertinente para la construcción, representación o visualización de determinada información, además de desarrollar la capacidad para almacenarla y recuperarla cuando se requiera.

-Competencia en ciencias sociales y naturales: La utilización de GeoGebra requiere que los estudiantes interpreten la información aplicando el pensamiento científico, es decir, tendrán la capacidad de formularse preguntas y plantear hipótesis teniendo en cuenta las impresiones de

sus sentidos, las cuales podrán ser validadas o rechazadas con la utilización del programa, ya que permite modificar las representaciones iniciales obteniendo mucha más información que si lo representáramos en lápiz y papel; además tendrán que ser rigurosos en los procedimientos, argumentar con sustento sus planteamientos, trabajar en equipo y ser reflexivos sobre su actuación fomentando la capacidad de pensar analítica y críticamente.

Adicional a esto y desde la experiencia, a continuación se establece cómo el uso de GeoGebra puede fortalecer los distintos procesos generales de la matemática:

-Competencia matemática: Se desarrolla a partir de los cinco procesos generales que se contemplan en los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) como lo son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

-La formulación, tratamiento y resolución de problemas: El uso de programas de geometría dinámica permiten desplegar una serie de estrategias para resolver problemas a través de la manipulación o construcción de objetos matemáticos, encontrar resultados que permitan comprobar las hipótesis planteadas, verificando e interpretando lo razonable de ellos, lo que le permite modificar las condiciones iniciales y generar nuevos problemas.

-La modelación: La construcción gráfica o la representación algebraica de objetos matemáticos realizadas a través de GeoGebra pueden usarse como un modelo de referencia para lo que se trata de comprender. De allí que la creación de un buen modelo permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo, generando distintos caminos de solución y llegando a concluir que tan favorable y significativa ha sido la solución encontrada a través de las transformaciones echas a los objetos inicialmente.

-La comunicación: La utilización de GeoGebra requiere de la adquisición y dominio de los lenguajes propios de la matemática para la interpretación, construcción y manipulación de objetos matemáticos. Este proceso fomenta la discusión frecuente y clara sobre situaciones, conceptos y simbolizaciones; propiciando el trabajo colectivo, en el que los estudiantes comparten el significado de las palabras, gráficos y símbolos, valorando la necesidad de tener acuerdos colectivos.

-El razonamiento: Los entornos de la geometría dinámica permiten el desarrollo de un razonamiento lógico inductivo cuando el estudiante logra formular hipótesis o conjeturas, deductivo, cuando intentan demostrar la relación de una proposición con otras aprobadas previamente (teoremas, axiomas, postulados o principios) a través de la construcción y la manipulación de los objetos matemáticos en el programa GeoGebra.

-La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos: Esta competencia se desarrolla cuando el estudiante adquiere destrezas en la elaboración fácil y rápida de las construcciones y manipulaciones de los objetos matemáticos realizados con GeoGebra. Estas destrezas le permiten al estudiante explicar y entender los conceptos sobre los cuales un procedimiento o algoritmo realizado a las construcciones se sustenta, siguiendo la lógica que lo respalda y llegando a establecer cuándo aplicarlo de manera segura y eficaz y cuándo es suficiente utilizar una técnica particular para obtener más ágilmente el resultado, llevándolo a crear nuevas construcciones con

el fin de obtener los resultados deseados y de esta manera poder afianzar y profundizar el dominio de ciertos conocimientos.

2.3. Marco legal

En búsqueda del desarrollo del conocimiento matemático la ley 115 (Ley General de Educación) en su artículo 22, objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria, literal c, señala que la educación tiene como uno de sus objetivos

El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana. (1994, p. 7)

Desde dicha perspectiva, resulta conveniente realizar una propuesta que permita el desarrollo del proceso de razonamiento y la apropiación del conocimiento más allá de la simple adquisición del mismo, reconociendo la interacción del entorno con el saber del estudiante, involucrándolo en su proceso de aprendizaje, en aras de fortalecer los procesos de pensamiento matemático.

Por otra parte, la renovación pedagógica por medio del uso de las TIC es un tema de análisis en el Ministerio de Educación Nacional, y en busca del mejoramiento de la calidad de la educación plantea que “las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar” (MEN, 1998, p. 18), por consiguiente se hace necesario renovar los esquemas tradicionales de la enseñanza a través del uso de las herramientas tecnológicas permitiendo mejorar los currículos para el desarrollo de las distintas competencias en los estudiantes, es especial en matemáticas, preparándolos para el dinamismo del mundo actual.

3. Diseño Metodológico

3.1 Tipo de Investigación

Para el desarrollo de esta investigación se pretende llevar a cabo una metodología cualitativa bajo un enfoque de investigación acción, considerada por Elliott (1993) “un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción en la misma”. Este enfoque se caracteriza según Elliott (2000) porque:

- Analiza las acciones humanas y las situaciones sociales experimentadas por los profesores.
- Su propósito consiste en profundizar la comprensión del profesor (diagnóstico) de sus problemas.
- Interpreta “lo que ocurre” desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema.
- Se describirá y explicará “lo que sucede con el mismo lenguaje utilizado por los participantes.
- Solo puede ser válida a través del dialogo libre de trabas con ellos.
- Debe haber un flujo libre de información entre ellos (p. 5-6)

En virtud de lo anterior y teniendo en cuenta que el problema y objeto de estudio es el fortalecimiento del proceso de aprendizaje del pensamiento geométrico de los estudiantes, el proyecto de investigación centra su atención en este tipo de enfoque cualitativo, logrando la reflexión e intervención de la práctica pedagógica para la transformación de los procesos de aprendizaje de la competencia matemática con la participación de la comunidad educativa.

3.2 Proceso de Investigación.

A continuación se describen las fases sobre los cuales se ha desarrollado la propuesta didáctica.

3.2.1 Prueba diagnóstica. Para el desarrollo de esta investigación se hace necesario diseñar pruebas diagnósticas que permitan conocer los pre-saberes de los estudiantes de octavo grado en aspectos tales como: reconocimiento de las líneas (mediatriz, bisectriz, mediana y altura) y los puntos notables de un triángulo (circuncentro, incentro, baricentro y ortocentro), su representación gráfica y sus principales propiedades; y en los estudiantes de noveno grado: el reconocimiento visual y la construcción de figuras semejantes, conocer la noción intuitiva de razón y proporción y el reconocimiento de los criterios de semejanza.

3.2.2 Reconocimiento del software GeoGebra. Para lograr el reconocimiento del entorno del software GeoGebra, sus herramientas y sus comandos básicos, además de que los estudiantes adquieran habilidades en el manejo de las mismas y poder desarrollar con mayor

facilidad las actividades propuestas se elabora un taller de introducción denominado “Conociendo del entorno de GeoGebra”. En él se espera desarrollar una serie de construcciones sencillas como: rectas, semirrectas, segmentos, rectas perpendiculares y paralelas, punto medio, punto de intersección, ángulos, triángulos, cuadriláteros y circunferencias, de modo que el estudiante active sus pre-saberes y posteriormente logre desenvolverse adecuadamente en las temáticas propuestas.

3.2.3Diseño de las unidades didácticas. Las actividades que forman parte de la propuesta didáctica para el aprendizaje de las líneas y puntos notables de triángulos y la semejanza de triángulos son diseñadas teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica y el modelo de Van Hiele en sus niveles 1, 2 y 3. Es importante mencionar que para pasar de un nivel a otro los estudiantes desarrollarán diversas actividades secuenciadas de acuerdo a las 5 fases de aprendizaje (información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración).

En la fase de información se diseñan actividades con la intención de conocer los pre-saberes de los estudiantes sobre conceptos claves necesarios para el estudio de las temáticas planteadas. En la fase de orientación dirigida, se plantean actividades con el fin de introducir al estudiante en el campo de estudio a través de la exploración, observación y manipulación de las construcciones geométricas propuestas en el entorno del software GeoGebra, además de responder a preguntas claves para adquirir una serie de conocimientos y organizar la nueva red de relaciones. En la fase de explicitación, se diseñan actividades con el objetivo de que los estudiantes compartan, aclaren y organicen la información adquirida en las actividades anteriores. En la fase de orientación libre, se crearon actividades mucho más complejas en las cuales los estudiantes emplean los conocimientos adquiridos usando un lenguaje más riguroso, y

así mismo, poder verificar su aprendizaje, generando un espacio de autoevaluación y la posibilidad de reformular aquellos conceptos que aún no han quedado claros y poder realizar nuevamente la actividad de manera libre para lograr una mejor comprensión. Y por último, en la fase de integración, se diseñan actividades que permiten al estudiante sintetizar y estructurar una nueva red de conocimientos asimilando los nuevos contenidos.

Las actividades propuestas se realizan dentro de un trabajo colaborativo, permitiendo el intercambio de ideas y fomentando la co evaluación entre pares, además de generar espacios en los cuales los estudiantes asumen en ocasiones roles de experto y aprendiz según sea el caso en el que se desarrollen con mayor habilidad cada uno de ellos.

3.2.4 Implementación de la propuesta didáctica. A continuación se muestra la distribución del tiempo empleado para cada una de las sesiones de clase en las que se espera desarrollar las actividades propuestas con el fin de fortalecer los procesos del pensamiento geométrico en los grados octavo y noveno (Tabla 1 y 2).

Tabla 1.

Distribuciones de tiempos para el aprendizaje de las líneas y puntos notables de un triángulo. (Octavo grado).

Actividad	Objetivo	No. horas
Prueba diagnóstica “líneas y puntos notables de un triángulo) (Apéndice A)	-Conocer los pre-saberes de los estudiantes en aspectos relacionados con el reconocimiento de las líneas (mediatriz, bisectriz, mediana y altura) y los puntos notables de un triángulo (circuncentro, incentro, baricentro y ortocentro), su representación gráfica y sus principales propiedades.	2
Conociendo el entorno de GeoGebra (Apéndice B)	-Reconocer el entorno GeoGebra y familiarizarse con las diferentes herramientas que este software ofrece.	2
Reconocimiento visual de triángulos.	- Reconocer visualmente un triángulo, sus elementos y su clasificación teniendo en cuenta la medida de sus lados y sus ángulos. - Promover la participación y la puesta en común como medios para comprender conceptos y propiedades y los procesos de visualización y razonamiento propios del nivel 1 del modelo de Van Hiele.	3
Presentación de líneas y los puntos notables (altura y ortocentro)	- Identificar las alturas como líneas notables de un triángulo. - Identificar el ortocentro (intersección de las alturas) como un punto notable de un triángulo.	3

	<ul style="list-style-type: none"> - Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra. - Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele. 	
Presentación de líneas y los puntos notables (mediana y baricentro)	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar las medianas como líneas notables de un triángulo. - Identificar el baricentro (intersección de las medianas) como un punto notable de un triángulo. - Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra. - Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele. 	2
Presentación de líneas y los puntos notables (bisectriz e Incentro)	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar las bisectrices como líneas notables de un triángulo. - Identificar el incentro (intersección de las bisectrices) como un punto notable de un triángulo. - Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra. - Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele. 	3
Presentación de líneas y los puntos notables (mediatriz y circuncentro)	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar las mediatrices como líneas notables de un triángulo. - Identificar el circuncentro (intersección de las mediatrices) como un punto notable de un triángulo. - Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra. - Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele. 	2

Tabla 2.

Distribuciones de tiempos para el aprendizaje de semejanza de triángulos, sus características y propiedades (Noveno grado).

Actividad	Objetivo	Tiempo (hora)
Prueba diagnóstica “Semejanza de triángulos” (Apéndice C.)	-Conocer los pre-saberes de los estudiantes en aspectos relacionados con la noción intuitiva de razón y proporción, el reconocimiento visual y representación gráfica de triángulos semejantes y los criterios de semejanza.	1
Conociendo el entorno de GeoGebra (Apéndice B)	-Reconocer el entorno GeoGebra y familiarizarse con las diferentes herramientas que este software ofrece.	2
Reconocimiento visual de imágenes semejantes	-Reconocer visualmente imágenes o figuras planas semejantes como aquellas figuras que tienen la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño. -Promover la participación y la puesta en común como medios para comprender conceptos y propiedades y los procesos de visualización y razonamiento propios del nivel 1 del modelo de Van Hiele.	2
Características de los triángulos semejantes	-Identificar la proporcionalidad de los lados correspondientes y la igualdad de los ángulos homólogos en figuras semejantes.	4

	<ul style="list-style-type: none"> -Comprender que la congruencia es un caso particular de semejanza de triángulos. -Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y características de triángulos semejantes y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele. 	
Áreas y perímetros de triángulos semejantes	<ul style="list-style-type: none"> -Establecer la relación entre las razones de los perímetros de triángulos semejantes y la razón de semejanza. -Establecer la relación entre las razones de las áreas de triángulos semejantes y la razón de semejanza. -Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y características de triángulos semejantes y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele. 	2

3.2.5 Análisis y reestructuración de las unidades didácticas. Una vez implementadas las unidades se realiza un análisis de aquellas situaciones particulares que generan inconvenientes en los estudiantes durante su desarrollo para el aprendizaje propuesto. Seguidamente, se hacen los ajustes pertinentes para la construcción de una nueva estructura de las unidades que permita lograr una mayor adquisición de conocimientos y habilidades en relación a los objetos matemáticos de estudio. Este proceso se realiza hasta obtener una estructura definitiva de las unidades didácticas.

3.2.6 Prueba diagnóstica final. Una vez realizadas las actividades y estructurada la nueva red de conocimiento se hace necesaria la elaboración de una prueba final que permita recoger información sobre la apropiación de los conceptos trabajados durante el desarrollo de la propuesta didáctica. Teniendo en cuenta que los resultados de la prueba diagnóstica inicial arrojaron dificultades para resolver algunas preguntas, que más adelante se detallaran, se consideró pertinente reestructurar la prueba diagnóstica con el fin de superar estos problemas y aplicarla nuevamente para comparar el nivel de razonamiento alcanzado por los estudiantes una vez implementada la propuesta didáctica (Apéndice D y E).

3.2.7 Rejilla de evaluación. Con el fin de evaluar el impacto generado por el uso del software GeoGebra en el desarrollo del proceso de aprendizaje de las líneas y puntos notables y la semejanza de triángulos se elabora una rejilla de evaluación. (Apéndice F y G)

3.3 Población y Muestra

La población objeto de estudio está constituida por estudiantes de octavo y noveno grado del Colegio Integrado Madre de la Esperanza, sus edades oscilan entre 13 y 16 años, (ver tabla 3)

Tabla 3.

Población universal

POBLACIÓN	CANTIDAD	
	Octavo	Noveno
Docentes	13	12
Estudiantes	185	205
Total	198	217

La muestra está conformada por 40 estudiantes del grado octavo cinco y 34 estudiantes del grado noveno cuatro, los cuales han sido seleccionados de manera aleatoria debido a que no se empleó ninguna herramienta estadística para su selección. Toda la población presentó pruebas escritas cuyo objetivo central es dar razón del nivel de razonamiento en el que se encuentran los estudiantes en el pensamiento geométrico.

Una vez realizadas las pruebas se procedió a analizar los resultados y se determinó que la muestra seleccionada son los estudiantes que presentan mayor dificultad para resolver problemas que requieren la clasificación, líneas y puntos notables, la semejanza de triángulo y criterios de semejanza. Teniendo en cuenta lo anterior se determinó que estos estudiantes apoyan la investigación, ya que requieren de un proceso de apoyo para la comprensión de dichas situaciones problema.

3.4 Instrumentos para la recolección de la información

Los instrumentos que permitirán reunir la información serán los siguientes:

Prueba diagnóstica: aplicada a los estudiantes que se escogieron como muestra de la investigación, para determinar sus conceptos previos, el conocimiento y utilización del concepto de triángulo, clasificación, líneas y puntos notables, la semejanza de triángulos y criterios de semejanza.

Diario pedagógico: dirigido a la observación de la práctica docente en la re-significación del proceso de enseñanza y a su vez en el proceso de aprendizaje por parte de los estudiantes. Se realiza en cada una de las etapas de este proyecto de investigación, registrando las narraciones sobre las observaciones, reacciones, reflexiones, interpretaciones, sentimientos y explicaciones que surgen durante la investigación.

Análisis documental: esta técnica de recolección de información centra su interés en analizar y sintetizar fuentes de información. Se inicia con el análisis de las evidencias institucionales tales como el PEI que nos permiten identificar los fundamentos teóricos del modelo pedagógico y las pruebas de medición externa nacional (Pruebas Saber y el Índice sintético de calidad ISCE) con el fin de conocer el posicionamiento de la institución a nivel nacional; y la recuperación de información (obtenida a través de libros, artículos, revistas, entre otros) que nos dejan conocer lo

que otros pares científicos han hecho o están realizando en un campo específico. Es así que su registro se realiza a través de una ficha de registro.

Encuesta: Está dirigida a estudiantes con el fin de conocer la importancia de generar cambios en los procesos de aprendizaje y a su vez reconociendo la utilidad de las TIC como la herramienta que fortalece dicho procesos. Así mismo, se realiza a los docentes del área para conocer la forma cómo orientan su práctica pedagógica y la postura frente a la utilización de las TIC en el proceso de enseñanza.

Entrevista semiestructurada: Se realiza durante las etapas de implementación de la estrategia con el fin de conocer las posibles fortalezas o debilidades que presenta la misma para lograr el objetivo propuesto.

3.5 Validación de los instrumentos

Para validar los instrumentos a aplicar se utilizó la técnica de juicio de expertos, a quienes se les hizo entrega de cada uno de los instrumentos para que opinaran al respecto, solicitando analizar el grado de congruencia de estos con los objetivos planteados en la propuesta didáctica. Todas las sugerencias y cambios presentados fueron aceptados para la elaboración y diseño de las unidades didácticas.

3.6 Resultado y discusión

Teniendo en cuenta los hallazgos obtenidos en los distintos instrumentos para la recolección de la información en la investigación, se han establecido tres categorías bajo las cuales se realiza el análisis de la implementación de la propuesta, como lo son: GeoGebra, Trabajo Colaborativo y red de conocimientos.

Inicialmente se lleva a cabo en el salón de clases la aplicación de pruebas diagnósticas (Figura 12) que permiten identificar los pre saberes de los estudiantes y el nivel de razonamiento en el que se encuentran. En ellas se evidencian el desconocimiento de los conceptos de líneas y puntos notables de un triángulo, por ende su no identificación y representación gráfica en un triángulo. En

cuanto al concepto de semejanza de triángulos, en su mayoría los estudiantes asumen erróneamente este concepto al establecer que visualmente dos figuras son semejantes cuando: tienen la misma cantidad de



cuanto al concepto de triángulos, en su mayoría los asumen erróneamente este establecer que visualmente semejantes cuando: tienen la elementos (lados, vértices,

ángulos), su tamaño es igual, los elementos presentados tienen la misma funcionalidad o las figuras representan lo mismo, es decir, dos triángulos son semejantes sencillamente porque son triángulos, desconociendo alguna relación en la medida de sus elementos.

Figura 12. Estudiantes contestando la prueba diagnóstica de conocimientos previos.
Fuente: Tomada por los autores

En conclusión, se evidencia que los estudiantes no alcanzan el nivel 1 establecido en el modelo de Van Hiele, en el cual se describe visualmente los objetos matemáticos de estudio sin detectar relaciones entre sus partes. Por lo tanto, surge la necesidad de plantear unidades didácticas basadas en las fases de aprendizaje establecidas en el modelo de Van Hiele, que permitan inicialmente alcanzar este nivel y posteriormente avanzar significativamente al nivel 2.

En busca de fortalecer y potenciar la ZDP definida por Vygotsky y reconociendo la importancia del entorno social del estudiante, las unidades didácticas se desarrollan teniendo en cuenta dos aspectos: un trabajo colaborativo en grupo de 2 estudiantes, con el objetivo de generar espacios de colaboración, de escucha al otro e intercambio de ideas y el uso del software de geometría dinámica GeoGebra, atendiendo actualmente sus intereses de estar en contacto con herramientas tecnológicas

La implementación de las unidades didácticas se llevó a cabo en las salas de informática de la institución, las cuales cuentan con computadores portátiles (sala 1) o de escritorio (sala 2), suficientes para los estudiantes, así como un proyector para el profesor (Figura 13). Los computadores están equipados con sistema operativo Windows 7, así como con la versión 5.0 de GeoGebra; se tomando secciones de 55 o 110 minutos dependiendo del horario institucional.



Figura 13. Distribución del área de trabajo y de los computadores a los estudiantes, al interior de la sala.

Fuente: Tomada por los autores

Al establecer un nuevo espacio para el desarrollo de las clases, se generan expectativas sobre la forma como se llevaran a cabo y con ello se logra captar su interés. Por lo tanto, antes de implementar la propuesta, se realiza un taller para reconocer el software GeoGebra denominado “Conociendo el entorno de GeoGebra”, cuyo objetivo es el reconocimiento y manejo de las distintas herramientas que este software ofrece, con el fin de facilitar su uso en posteriores actividades. Esta actividad estuvo enmarcada por la ansiedad y la motivación por la realización de las distintas construcciones que allí se sugieren, pero no se deja de lado el sentimiento de miedo por el manejo de GeoGebra; el temor a equivocarse y sentirse juzgados acompaña esta actividad, lo que sugiere identificar aquellos estudiantes que demuestran habilidades para el

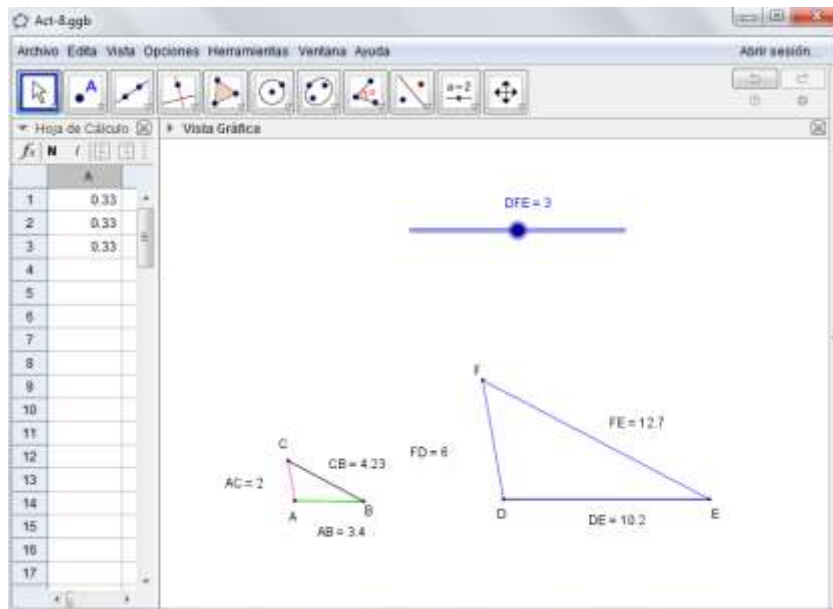
manejo de GeoGebra, con el fin de que sean los mismos estudiantes los que generen espacios de tranquilidad, guiando a sus compañeros en el manejo del software.

Con relación a la interacción con GeoGebra, los estudiantes dejaron ver que no conocían el programa y no habían manejado anteriormente un software educativo; esto confirma la importancia de haber realizado el taller de introducción a GeoGebra, pues en él se acerca a los estudiantes a las distintas herramientas que utilizarán posteriormente.

Una vez reconocido el entorno de GeoGebra se desarrollan una a una las unidades didácticas diseñadas para el aprendizaje de los objetos matemáticos de estudio. Durante la primera fase de las unidades didácticas se confirman una vez más aquellas falencias presentes en la prueba diagnóstica de forma detallada y seccionada teniendo en cuenta el objetivo de cada unidad.

Posteriormente, en la fase 2 (orientación dirigida) se orienta de manera secuenciada el reconocimiento visual y la identificación de propiedades. A través de una serie de preguntas se representa y manipula de manera dinámica distintas construcciones, lo que motiva el aprendizaje en los estudiantes al poder visualizar los cambios ocurridos en ellas (Figura 14). Lo anterior permite ir estableciendo relaciones conceptuales, como es el caso del reconocimiento de la igualdad de la constante de proporcionalidad en los triángulos semejantes; este fenómeno se observa al modificar los triángulos por medio de un deslizador; y la construcción de las alturas en distintos triángulos, por medio de las herramientas perpendicular y semirrecta. Es así, como GeoGebra favorece la adquisición y apropiación del conocimiento.

Figura
de trabajo con
realizado por
estudiante
Fuente:
propia, captura
del software



14. Pantalla
GeoGebra,
un
Elaboración
del entorno
GeoGebra

En la fase de explicación (fase 3), los estudiantes se notaron muy reacios a compartir sus respuestas por pena o por temor a estar equivocados, lo que hizo necesario la insistencia en la participación para compartir la información obtenida en el desarrollo de las actividades anteriores. Este espacio permite desarrollar la capacidad de escuchar al otro e intercambiar ideas para aclarar y organizar la información usando un lenguaje adecuado.

A medida que se avanza en el nivel de razonamiento el grado de complejidad de las situaciones aumenta, lo que implica tener mayor claridad sobre los conceptos trabajados, lo anterior se evidencia en la fase 4 (Orientación libre). Allí se presentan situaciones que requieren el uso de GeoGebra y otras que no lo requieren; al no establecerse claramente el uso de Geogebra, todas las situaciones planteadas son resueltas por los estudiantes mediante su uso (Figura 15). Lo anterior conlleva a reestructurar algunas situaciones y aclarar el uso de GeoGebra en algunas de ellas, con el fin de apropiarse del conocimiento sin que esta herramienta sea indispensable para la adquisición del mismo. Durante el desarrollo de esta fase se evidencia como las relaciones conceptuales han incrementado, al observar expresiones como: “son semejantes porque tienen igual constante de proporcionalidad a pesar de su tamaño” y “son semejantes porque tienen la misma forma no importa su color ni el tamaño”, entre otras. Además de ello, se observa como los estudiantes buscan comparar los resultados obtenidos en la solución de las situaciones propuestas con los demás grupos de trabajo, para establecer el éxito o el fracaso en las mismas.

Finalmente, en la fase de integración (fase 5) el trabajo colaborativo es de suma importancia, ya que los estudiantes deben lograr de manera grupal estructurar y definir visualmente los objetos matemáticos e identificar conceptualmente las propiedades que se les atribuyen. Allí, se observa como los estudiantes comparten sus ideas sobre los conceptos a definir y su capacidad para establecerlos unificadamente.



Figura 15. Estudiantes trabajando la unidad didáctica con apoyo del software GeoGebra.
Fuente: Tomada por los autores

Una vez desarrolladas las unidades didácticas en los dos niveles de razonamiento resultó oportuno, la aplicación de pruebas diagnósticas finales reestructuradas, con el fin de recoger información sobre la apropiación de los conceptos trabajados y poder comparar el nivel de razonamiento alcanzado por los estudiantes una vez implementada la propuesta didáctica (figura 16 y 17). En ellas se evidencia un avance significativo en los niveles de razonamiento al observar que los estudiantes logran definir conceptualmente las propiedades de los objetos matemáticos ; por ejemplo, definen la semejanza de triángulos de la siguiente manera: “dos triángulos son semejantes si tienen la misma forma no importa su color y tamaño si tienen la misma constante de proporcionalidad y tienen los mismos ángulos”, al analizar ¿cuál es la relación entre la razón de las áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza?, un estudiante dice: “que se multiplica dos veces y se va a obtener la razón de la áreas” , entre otras. Es así, que la forma detallada y secuenciada como se presenta el objeto de estudio, conduce al estudiante desde su conocimiento intuitivo, pasando por sus aprendizajes sobre las definiciones y las propiedades

matemáticas, hasta la aplicación de dichos objetos de estudio en solución de situaciones problema planteadas.

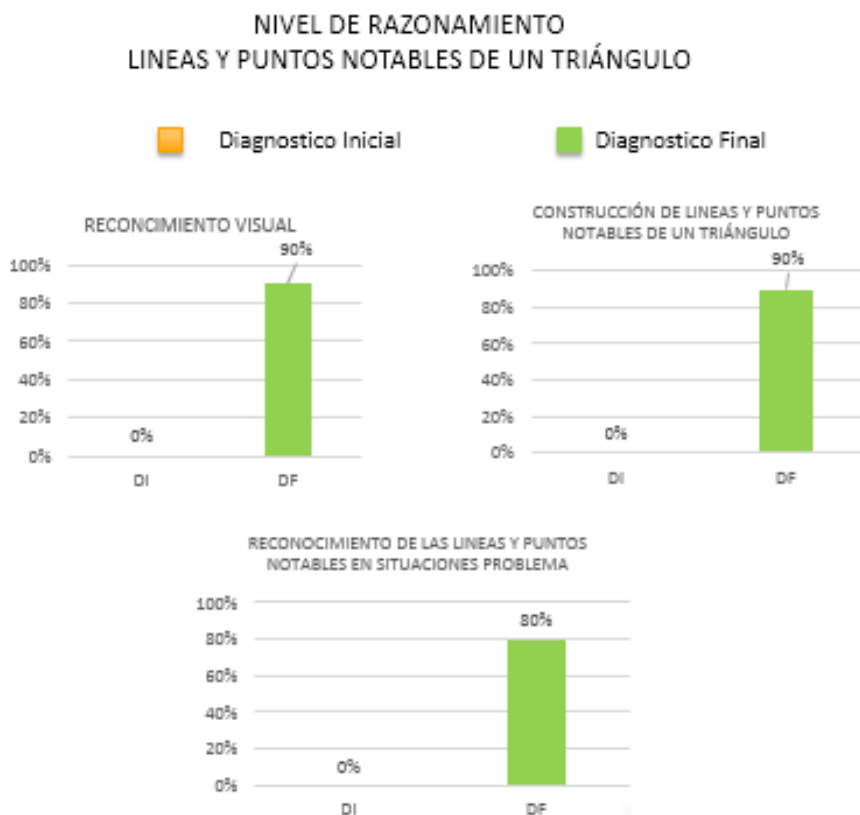


Figura 16. Nivel de razonamiento alcanzado en relación a las líneas y puntos notables de un triángulo.

Fuente: Elaboración propia.

NIVEL DE RAZONAMIENTO SEMEJANZA DE TRIANGULOS

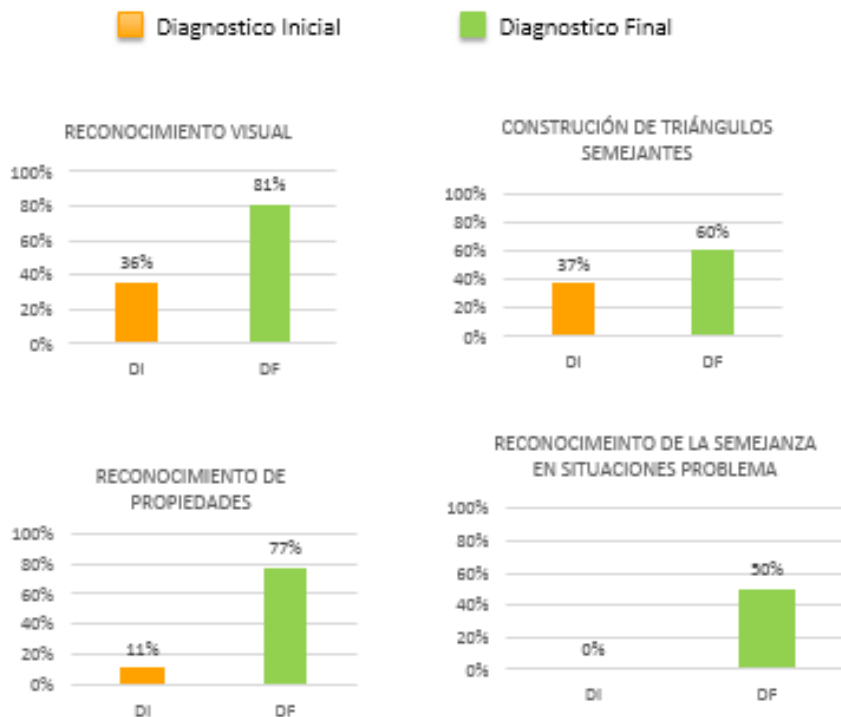


Figura 17. Nivel de razonamiento alcanzado en relación a la semejanza de triángulos.
Fuente: Elaboración propia.

Hechas las consideraciones anteriores se elaboró y aplicó una rejilla de evaluación con el fin de obtener información sobre el impacto generado por el uso del software GeoGebra en el desarrollo del proceso de aprendizaje de las líneas y puntos notables de un triángulo y la semejanza de triángulos. Esta rejilla deja ver el interés y la motivación de los estudiantes por el aprendizaje de los objetos de estudio apoyados en el uso de GeoGebra a través de expresiones como: “nos hace más fácil comprender, nosotros mismos haciendo y comprobando” y “soy creativa y de esta manera se me facilita el aprendizaje”; la actitud positiva frente a la clase de matemáticas, en expresiones como: “porque es una herramienta que nos gusta, además hace la clase más interesante” y “puedo prestar más atención me gusta y me siento más a gusto con la

materia”; y en cuanto a la importancia de usar las TIC en otras áreas del saber, se encuentran expresiones como: “porque es muy didáctico y nuevo lo cual es muy entretenido” y “es una herramienta muy útil para el aprendizaje y es muy fácil enseñar y aprender mediante este medio”

3.7 Principios éticos

Con el fin de garantizar que la investigación se desarrolle sin inconvenientes se solicita al rector de la institución a través de una carta el espacio para la utilización de la sala de informática, la cual fue necesaria para el desarrollo de la misma. (Apéndice H).

Así mismo, con el propósito de brindar información a los padres de familia acerca del proyecto y solicitar la aprobación para que sus hijos sean partícipes en la implementación de la propuesta pedagógica se les hace entrega del documento denominado consentimiento informado, el cual presenta la información anteriormente descrita (Apéndice I y J).

4. Propuesta Pedagógica

En este capítulo se presenta la propuesta didáctica empleada para el aprendizaje de líneas y puntos notables de un triángulo y la semejanza de triángulos para estudiantes de octavo y noveno grado respectivamente. La propuesta está basada en unidades didácticas elaboradas bajo el modelo de Van Hiele con el apoyo del software de geometría dinámica GeoGebra, cuyo objetivo es promover el desarrollo del pensamiento geométrico a través del aprendizaje de dichos conceptos.

Se han diseñado unidades para los dos primeros niveles de razonamiento establecidos en el modelo de Van Hiele en cada uno de los objetos matemáticos de estudio presentes en la investigación. En cada una de ellas se presentan: los objetivos bajo los cuales se han elaborado, los conceptos que deben ser aprendidos por el estudiante con el fin de no asumir otras posturas frente a la temática planteada, objetivos y situaciones para el desarrollo de cada una de las fases de aprendizaje de los niveles de razonamiento, así como una breve descripción sobre la intención con la cual fueron diseñadas las distintas situaciones y los alcances que se esperan por parte de los estudiantes frente al desarrollo de las mismas.

4.1 Unidad didáctica para el aprendizaje de las líneas y los puntos notables de triángulos.

A continuación se presentan las unidades didácticas elaboradas para el aprendizaje de las líneas y puntos notables de un triángulo para estudiantes de octavo grado.

ACTIVIDAD 1. Reconociendo el triángulo (Nivel 1. reconocimiento)

Objetivos:

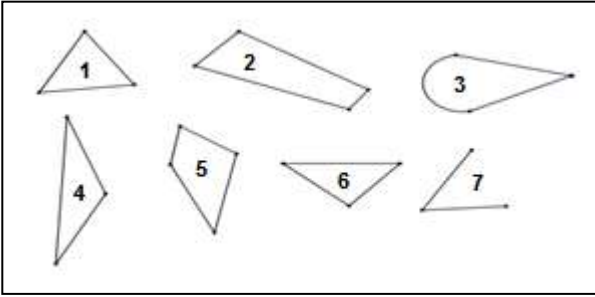
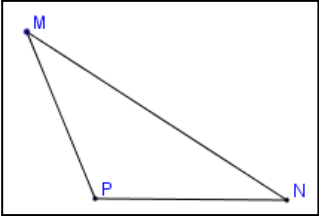
- ✓ Reconocer visualmente un triángulo, sus elementos y su clasificación teniendo en cuenta la medida de sus lados y sus ángulos.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medios para comprender conceptos y propiedades y los procesos de visualización y razonamiento propios del nivel 1 del modelo de Van Hiele

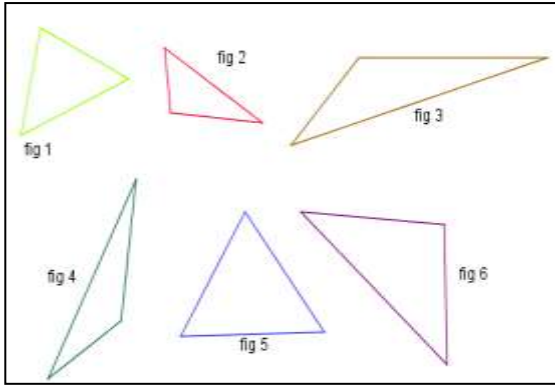
Triángulo: Es un polígono de tres lados, es decir, una porción de plano limitada por tres segmentos unidos, dos a dos, por sus extremos.

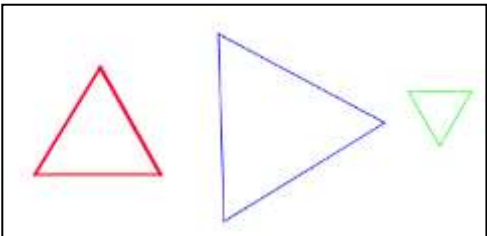
Los tres segmentos que limitan el triángulo se denominan lados, y los extremos de los lados, vértices.

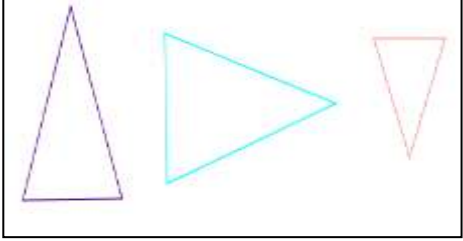
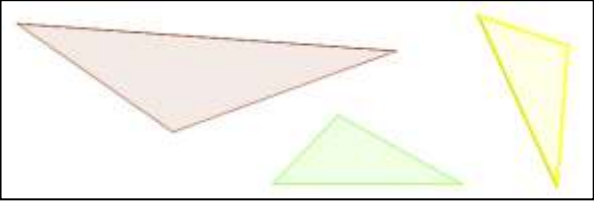
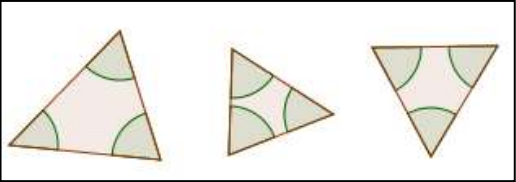
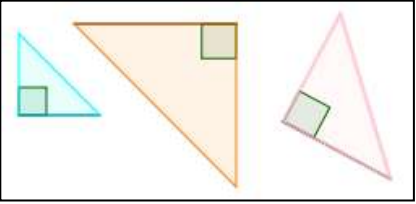
Clasificación:

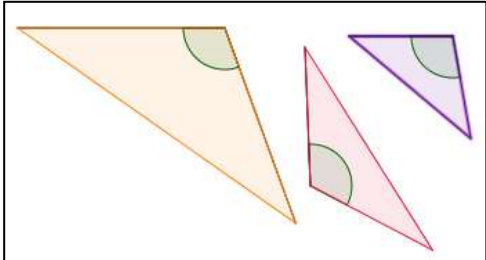
- **De acuerdo a la medida de sus lados:**
 - a) Equiláteros: Son los que tienen sus 3 lados iguales.
 - b) Isósceles: Son los que tienen dos lados iguales.
 - c) Escalenos: Son los que sus 3 son lados desiguales
- **De acuerdo a la medida de sus ángulos:**
 - a) Rectángulos: Son los que tienen un ángulo recto (90°).
 - b) Acutángulos: Son los que tienen sus 3 ángulos agudos.
 - c) Obtusángulos: Son los que tienen un ángulo obtuso.

FASES	
<p>FASE 1. INFORMACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer visualmente un triángulo e identifica sus elementos. • Identificar características comunes entre una colección de triángulos. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>1. Observe las siguientes figuras y determine cuáles de ellas son triángulos. Justifique su elección.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>2. Abre el archivo Act-2.ggb de GeoGebra Identifica en la siguiente figura los lados, los vértices y los ángulos</p> <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="margin-right: 20px;">  </div> <div> <p>Lados: _____</p> <p>Vértices: _____</p> <p>Ángulo: _____</p> </div> </div>	<p>Descripción: Las actividades 1, 2 y 3, permiten que el estudiante reconozca e identifique visualmente un triángulo, sus elementos y clasificación.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes identifiquen visualmente los elementos de un triángulo y los clasifique según el criterio presentado.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES						
<p>3. Abra el archivo Act3.ggb de GeoGebra. Observe cuidadosamente los siguientes triángulos y agrupe aquellos que tengan una característica común</p>  <table border="1" data-bbox="245 808 961 911"> <thead> <tr> <th data-bbox="245 808 553 842">Figuras</th> <th data-bbox="553 808 961 842">Característica</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="245 842 553 875"> </td> <td data-bbox="553 842 961 875"> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="245 875 553 911"> </td> <td data-bbox="553 875 961 911"> </td> </tr> </tbody> </table>	Figuras	Característica					
Figuras	Característica						

FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA	
<ul style="list-style-type: none"> • Clasificar los triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y la medida de sus ángulos. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos equiláteros ¿Qué podría concluir?</p> 	<p>Descripción: En las actividades 4, 5 y 6, definir, detalladamente, la clasificación de triángulos de acuerdo a la medida de sus lados.</p> <p>Alcance: En esta actividad se espera que los estudiantes deben medir y clasificar los triángulos de acuerdo a la medida de sus lados.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Abra el archivo Act-5.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos isósceles ¿Qué podría concluir?</p>  <p>6. Abra el archivo Act-6.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos escaleno ¿Qué podría concluir?</p> 	
<p>7. Abra el archivo Act-7.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos acutángulo ¿Qué podría concluir?</p>  <p>8. Abra el archivo Act-8.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos rectángulo ¿Qué podría concluir?</p> 	<p>Descripción: En las actividades 7, 8 y 9 se define detalladamente, la clasificación de triángulos de acuerdo a la medida de sus ángulos.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes clasifiquen los triángulos de acuerdo a la medida de sus ángulos y usen el vocabulario básico y adecuado para definirlos.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>9. Abra el archivo Act-9.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos obtusángulo ¿Qué podría concluir?</p> 	

FASE 3. EXPLICITACIÓN <ul style="list-style-type: none"> Socializar lo observado durante el desarrollo de cada actividad a través de una puesta en común 	
ACTIVIDAD	
<p>10. Según lo observado en el desarrollo de las actividades anteriores plantee con sus propias palabras</p> <ul style="list-style-type: none"> - El concepto de triángulo - ¿Qué elementos se encuentran en un triángulo? - ¿Cuál es la clasificación de los triángulos según la medida de sus lados? - ¿Cuál es la clasificación de los triángulos según la medida de sus ángulos? <p>En una puesta en común comparta sus respuestas.</p>	<p>Descripción: Apropiarse de los conceptos adquiridos, para ampliar y profundizar el conocimiento del tema estudiado junto a los nuevos conceptos que puedan surgir en la puesta en común desde las experiencias vividas de mis otros compañeros. Además utiliza el vocabulario adecuado para expresar lo aprendido.</p> <p>Alcance: En esta actividad se espera que los estudiantes aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE <ul style="list-style-type: none"> Plantear nuevas situaciones con el fin de afianzar las ideas previas, una vez establecida los elementos y la clasificación de los triángulos. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>En una puesta en común comparta sus respuestas</p> <p>11. Haciendo uso de GeoGebra construye los siguientes triángulos teniendo en cuenta las indicaciones dadas y clasifícalos</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Dos lados iguales de 3 cm y un ángulo de 140 b. Tres lados iguales de 4,5 cm c. Lados de 3, 4 y 5 cm 	<p>Descripción: Con esta actividad se busca aumentar el nivel de conocimiento alcanzado por el estudiante, verificar su aprendizaje, describir y justificar las respuestas dadas, a partir de una construcción o de una visualización.</p> <p>Alcance: En esta actividad los estudiantes realizan nuevas construcciones, teniendo en cuenta lo aprendido para consolidar el nivel de raciocinio respecto al objeto de estudio.</p>

FASE 5. INTEGRACIÓN

- Relacionar las propiedades de los triángulos con distintos atributos y elabora un mapa mental para evidenciar la apropiación de los conceptos estudiados.
- Definir visualmente las propiedades un triángulo, sus elementos y su clasificación teniendo en cuenta la medida de sus lados y sus ángulos

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES																																		
<p>14. De las siguientes propiedades que describen un triángulo determinado ¿cuáles de ellas serían suficientes para saber de qué triángulo se trata y como dibujarlo?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">CONDICIONES</th> <th style="text-align: center;">SI</th> <th style="text-align: center;">NO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">Tiene tres lados</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Tiene dos ángulos agudos</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Sus ángulos suman 180°</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Tiene solo dos lados iguales</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">El lado desigual mide 4 cm.</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>13. Asocia a cada tipo de triángulo la propiedad o propiedades que le correspondan:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center; width: 50%;">Propiedad</th> <th style="text-align: center; width: 50%;">Tipo de triángulo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>- Tiene un ángulo de 90°</td> <td>- Triángulo escaleno</td> </tr> <tr> <td>- Tiene tres lados iguales</td> <td>- Triángulo equilátero</td> </tr> <tr> <td>- Tiene dos ángulos iguales</td> <td>- Triángulo isósceles</td> </tr> <tr> <td>- Tiene un ángulo obtuso</td> <td>- Triángulo acutángulo</td> </tr> <tr> <td>- Tiene tres ángulos iguales.</td> <td>- Triángulo rectángulo</td> </tr> <tr> <td>- Tiene sólo dos lados iguales.</td> <td>- Triángulo Obtusángulo</td> </tr> <tr> <td>- Tiene sus ángulos desiguales.</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	CONDICIONES	SI	NO	Tiene tres lados			Tiene dos ángulos agudos			Sus ángulos suman 180°			Tiene solo dos lados iguales			El lado desigual mide 4 cm.			Propiedad	Tipo de triángulo	- Tiene un ángulo de 90°	- Triángulo escaleno	- Tiene tres lados iguales	- Triángulo equilátero	- Tiene dos ángulos iguales	- Triángulo isósceles	- Tiene un ángulo obtuso	- Triángulo acutángulo	- Tiene tres ángulos iguales.	- Triángulo rectángulo	- Tiene sólo dos lados iguales.	- Triángulo Obtusángulo	- Tiene sus ángulos desiguales.		<p>Descripción: Los estudiantes definen las propiedades de un triángulo teniendo en cuenta la medida de sus lados y sus ángulos.</p> <p>Alcance: En esta actividad se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos con lo aprendido sobre los triángulos y sus propiedades.</p>
CONDICIONES	SI	NO																																	
Tiene tres lados																																			
Tiene dos ángulos agudos																																			
Sus ángulos suman 180°																																			
Tiene solo dos lados iguales																																			
El lado desigual mide 4 cm.																																			
Propiedad	Tipo de triángulo																																		
- Tiene un ángulo de 90°	- Triángulo escaleno																																		
- Tiene tres lados iguales	- Triángulo equilátero																																		
- Tiene dos ángulos iguales	- Triángulo isósceles																																		
- Tiene un ángulo obtuso	- Triángulo acutángulo																																		
- Tiene tres ángulos iguales.	- Triángulo rectángulo																																		
- Tiene sólo dos lados iguales.	- Triángulo Obtusángulo																																		
- Tiene sus ángulos desiguales.																																			

ACTIVIDAD 2. Presentación de líneas y los puntos notables (Alturas y Ortocentro)

Nivel 2. Análisis

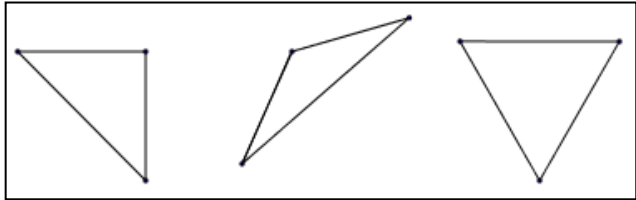
Objetivos:

- ✓ Identificar las alturas como líneas notables de un triángulo.
- ✓ Identificar el ortocentro (intersección de las alturas) como un punto notable de un triángulo.
- ✓ Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

CONCEPTOS:

Altura: Es un segmento perpendicular desde un vértice del triángulo a la recta que contiene al lado opuesto.

Ortocentro: Es el punto de intersección de las alturas de un triángulo.

FASES	
FASE 1. INFORMACIÓN <ul style="list-style-type: none"> Identificar las alturas de un triángulo visualmente triángulo. Trazar rectas notables en un triángulo, haciendo uso del software. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
1. Señala las alturas en los siguientes triángulos 	<p>Descripción: Identificar en qué medida los estudiantes reconoce las alturas de un triángulo</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes, identifiquen al menos una de las alturas de un triángulo.</p>

FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA	
<ul style="list-style-type: none"> Reconocer las alturas de un triángulo. Reconocer el Ortocentro como punto notable de un triángulo. Afianzar el concepto de perpendicularidad mediante la construcción del triángulo dado. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>Dado que la altura es un segmento perpendicular desde un vértice del triángulo a la recta que contiene al lado opuesto y el ortocentro es el punto de intersección de las mismas.</p> <p>2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. Según lo observado que puedes concluir <p>3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. Según lo observado que puedes concluir 	<p>Descripción: La actividad 2, 3 y 4 permiten la construcción de las alturas de los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y la ubicación del ortocentro en los mismos.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. Según lo observado que puedes concluir 	<p>Alcance: Se espera que los estudiantes construyan exitosamente la altura en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y determine que el ortocentro se encuentre ubicado sobre, fuera y adentro, respectivamente.</p>

FASE 3. EXPLICITACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> Identificar con precisión el ortocentro en un triángulo basándose en las características del mismo y usando el software. Identificar los conceptos sobre rectas (alturas) y puntos notables (ortocentro) de los triángulos, en la aplicación y construcción de triángulos según sus propiedades y relaciones. Promover el trabajo en grupo y su participación en la puesta en común de la actividad. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuáles condiciones deben existir para que el ortocentro se encuentre dentro del triángulo? - ¿Cuáles condiciones deben existir para que el ortocentro se encuentre afuera del triángulo? - ¿Y para que el ortocentro coincida con el triángulo? 	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las propiedades de las alturas y del ortocentro en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE	
<ul style="list-style-type: none"> Interpretar los conceptos asociados a las rectas y puntos notables a partir del trazado y ubicación de los mismos. Identificar con precisión las propiedades que presentan las alturas de un triángulo, basándose en las características del mismo y usando el software. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>6. Realiza las construcciones que verifiquen las proposiciones propuestas indicando la descripción de los pasos a seguir para lograrla.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Las alturas de un triángulo isósceles son congruentes. -Las alturas de un triángulo rectángulo son perpendiculares. -Las alturas de un triángulo equilátero son congruentes. 	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las propiedades de las alturas en los triángulos isósceles, rectángulo y equilátero</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas a cerca de las propiedades de las alturas en diferentes tipos de triángulos.</p>

FASE 5. INTEGRACIÓN																							
<ul style="list-style-type: none"> Integrar la información obtenida a su red de conocimiento con relación a las propiedades y las relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo Reconocer las características y propiedades de los triángulos de los puntos de intersección de las líneas notables 																							
ACTIVIDAD			DESCRIPCIÓN Y ALCANCES																				
7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 60%;">ENUNCIADO</th> <th style="width: 10%;">SI</th> <th style="width: 10%;">NO</th> <th style="width: 20%;">JUSTIFICA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Todas las alturas se ubican al interior de un triángulo.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>El ortocentro se ubica al exterior de un triángulo.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>En todos los triángulos rectángulos, el ortocentro se ubica en su interior</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>El ortocentro su ubica en uno de los lados del triángulo rectángulo</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA	Todas las alturas se ubican al interior de un triángulo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		El ortocentro se ubica al exterior de un triángulo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		En todos los triángulos rectángulos, el ortocentro se ubica en su interior	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		El ortocentro su ubica en uno de los lados del triángulo rectángulo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<p>Descripción: Esta actividad permite que los estudiantes identifiquen la altura y el ortocentro como la línea y el punto notable respectivamente de un triángulo.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos.</p>
ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA																				
Todas las alturas se ubican al interior de un triángulo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																					
El ortocentro se ubica al exterior de un triángulo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																					
En todos los triángulos rectángulos, el ortocentro se ubica en su interior	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																					
El ortocentro su ubica en uno de los lados del triángulo rectángulo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																					

ACTIVIDAD 3. Presentación de líneas y los puntos notables (Medianas y Baricentro)

(Nivel 2. Análisis)

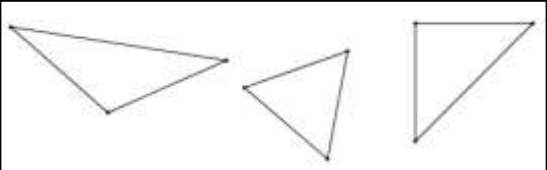
Objetivos:

- ✓ Identificar las medianas como líneas notables de un triángulo.
- ✓ Identificar el baricentro (intersección de las medianas) como un punto notable de un triángulo.
- ✓ Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

CONCEPTOS:

Mediana: Es un segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y el punto medio de su lado opuesto.

Baricentro: Es el punto de intersección de las medianas de un triángulo.

FASES	
FASE 1. INFORMACIÓN <ul style="list-style-type: none"> Identificar las medianas de un triángulo. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
1. Señala las medianas en los siguientes triángulos. <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;">  </div>	<p>Descripción: Identificar en qué medida los estudiantes reconoce las medianas de un triángulo</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes, por lo menos identifiquen una de las medianas de un triángulo.</p>

FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA	
<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer las medianas en distintos triángulos. • Identificar con precisión el baricentro en todo de triángulo, basándose en las características del mismo y usando el software 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>Dado que la mediana es un segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y punto medio de su lado opuesto y el baricentro es el punto de intersección de las mismas:</p> <p>2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo. Ubique el baricentro y determine su ubicación. Según lo observado que puedes concluir <p>3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo. Ubique el baricentro y determine su ubicación. Según lo observado que puedes concluir <p>4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo. Ubique el baricentro y determine su ubicación. Según lo observado que puedes concluir. 	<p>Descripción: La actividad 2, 3 y 4, permiten la construcción de las medianas de los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y la ubicación del baricentro en los mismos.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes construyan exitosamente la mediana en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y determine que el baricentro se encuentre ubicado en su interior.</p>

FASE 3. EXPLICITACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar con precisión el baricentro en un triángulo basándose en las características del mismo y usando el software. • Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué ocurre con el área del triángulo al trazar una mediana? - ¿Cuál es la posición del punto de intersección del baricentro en el triángulo rectángulo? - ¿Y en el acutángulo y el obtusángulo? 	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las propiedades de las medianas y del baricentro en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE	
<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar las propiedades de los puntos para resolver diferentes problemas de aplicación en la vida diaria. • Integrar la información obtenida a su red de conocimiento con relación a las propiedades y las relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo • Reconocer las características y propiedades de los triángulos de los puntos de intersección de las líneas notables 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:</p> <p>a. Se quiere construir un supermercado que esté a la misma distancia de una farmacia (f), una estación de servicio (e) y una clínica (c), tal como se ve en la figura abajo. ¿A dónde debe estar ubicado exactamente el supermercado? ¿Qué concepto geométrico podrían utilizar para ubicarlo? ¿Por qué?</p> <p>b. Una empresa quiere construir una fábrica de productos que se venden principalmente en tres ciudades. La idea es construirla en un lugar estratégico (punto medio) que este a igual distancia de las tres ciudades. ¿Cómo se puede encontrar el punto donde se debe construir la fábrica? Muestra un ejemplo usando el software (arrastre)</p> <p>c. Las tres medianas de un triángulo son interiores al mismo, independientemente del tipo de triángulo que sea, comprueba que también el punto de intersección llamado baricentro también divide el triángulo en dos triángulos de igual área.</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes apliquen correctamente la propiedad fundamental del triángulo de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.</p>

FASE 5. INTEGRACIÓN																					
<ul style="list-style-type: none"> • Plantear nuevas situaciones con el fin de afianzar las ideas relacionada con 																					
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES																				
<p>7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>ENUNCIADO</th> <th>SI</th> <th>NO</th> <th>JUSTIFICA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>La mediana divide a un ángulo en dos partes iguales.</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Todas las medianas se ubican al interior de un triángulo.</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA	La mediana divide a un ángulo en dos partes iguales.				Todas las medianas se ubican al interior de un triángulo.				El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.				Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área				<p>Descripción: Esta actividad permite que los estudiantes identifiquen la mediana y el baricentro como la línea y el punto notable respectivamente de un triángulo.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos.</p>
ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA																		
La mediana divide a un ángulo en dos partes iguales.																					
Todas las medianas se ubican al interior de un triángulo.																					
El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.																					
Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área																					

ACTIVIDAD 4. Presentación de líneas y los puntos notables (Bisectriz e Incentro)

(Nivel 2. Análisis)

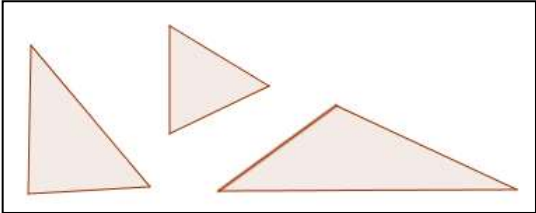
Objetivos:

- ✓ Identificar las bisectrices como líneas notables de un triángulo.
- ✓ Identificar el Incentro (intersección de las bisectrices) como un punto notable de un triángulo.
- ✓ Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

CONCEPTOS:

Bisectriz: rectas que pasan por cada uno de sus vértices y que dividen en dos ángulos iguales el ángulo correspondiente a cada uno de los vértices.

Incentro: Es el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos de un triángulo.

FASES	
FASE 1. INFORMACIÓN <ul style="list-style-type: none">• Identificar las bisectrices de un triángulo.	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
1. Señala las bisectrices en los siguientes triángulos 	Descripción: Identificar en qué medida los estudiantes reconoce las bisectrices de un triángulo. Alcance: Se espera que los estudiantes, por lo menos identifiquen una de las bisectrices de un triángulo.

FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA	
<ul style="list-style-type: none"> Reconocer las bisectrices de un triángulo. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>Dado que la bisectriz es una recta que pasa por cada uno de sus vértices y que dividen en dos ángulos iguales el ángulo correspondiente a cada uno de los vértices y el Incentro es el punto de intersección de las mismas.</p> <p>2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. Según lo observado que puedes concluir <p>3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. Según lo observado que puedes concluir <p>4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. Según lo observado que puedes concluir 	<p>Descripción: La actividad 39, 40 y 41, permiten la construcción de las bisectrices de los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y la ubicación del Incentro en los mismos.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes construyan exitosamente la bisectriz en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y determine que el Incentro se encuentre ubicado sobre, fuera y adentro, respectivamente</p>

FASE 3. EXPLICITACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo. Identificar con precisión el Incentro del triángulo equilátero basándose en las características del mismo y usando el software 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Teniendo en cuenta que el punto de intersección de las bisectrices se denomina Incentro reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuáles condiciones deben existir para que el Incentro se encuentre dentro o fuera del triángulo? - Comprueba que el punto de corte de las tres bisectrices se le llama circunferencia inscrita. Justifica. 	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las propiedades de las alturas y del Incentro en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE

- Utilizar las propiedades de los puntos para resolver diferentes problemas de aplicación en la vida diaria.
- Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.
- Analizar la pertinencia de la aplicación de los conceptos, aprendidos en esta secuencia, en situaciones problemáticas concretas.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:</p> <p>a. Dos amigos, Carlos y Sergio viven en un nuevo barrio del municipio. Un tercer amigo, Eduardo, compra un predio cerca y quiere ubicar su casa de manera que se encuentre a la misma distancia de Carlos y Sergio. Representa esta situación y marca dónde podría construir Eduardo su casa.</p> <p>Verifica que la casa de Eduardo se encuentra equidistante de la de sus amigos.</p> <p>- ¿Habrá otras ubicaciones para que Eduardo construya su casa? Justifica</p> <p>- ¿Eduardo podrá construir su casa de manera que ahora los tres se encuentren a la misma distancia uno del otro? Si te parece que sí, marca el punto donde debería ubicar Roberto su casa.</p> <p>b. Un señor tiene un corral triangular sin alambrar y una vaca arisca; para que la vaca no se escape decidió atarla con un lazo, a una estaca. Dependiendo del lugar del corral donde se coloque la estaca se puede regular la longitud de la cuerda, de forma tal que la vaca pueda ir lo más lejos posible sin comer pasto fuera de la marca del corral.</p> <p>Construye un corral triangular, y trata de encontrar en qué lugar debe colocarse la estaca de tal manera que la vaca pueda comer en la mayor superficie posible del corral. ¿Cómo encontraste el punto?</p> <p>c. Comprueba que el incentro es el centro de una circunferencia inscrita (circunferencia tangente a los tres lados del triángulo). Justifica tu respuesta.</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes apliquen los propiedades y características aprendidas sobre las líneas y puntos notables para la solución de situaciones problemática presentadas</p>

FASE 5. INTEGRACIÓN				
<ul style="list-style-type: none"> Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele. 				
ACTIVIDAD			DESCRIPCIÓN Y ALCANCES	
7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:			<p>Descripción: Esta actividad permite que los estudiantes identifiquen la bisectriz y el Incentro como la línea y el punto notable respectivamente de un triángulo.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos.</p>	
ENUNCIADO	SI	NO		JUSTIFICA
El incentro es el punto de intersección de las alturas.				
Todas las bisectrices se ubican al interior de un triángulo.				
El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.				
La bisectriz es un punto notable de un triángulo.				

ACTIVIDAD 5. Presentación de líneas y los puntos notables (Mediatriz y Circuncentro)

(Nivel 2. Análisis)

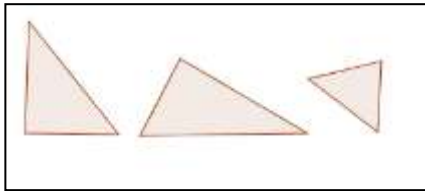
Objetivos:

- ✓ Identificar las mediatrices como líneas notables de un triángulo.
- ✓ Identificar el circuncentro (punto de intersección de las mediatrices) como un punto notable de un triángulo.
- ✓ Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

CONCEPTOS:

Mediatriz: Es la recta perpendicular al segmento en un punto medio del lado de un triángulo.

Circuncentro: Es el punto de intersección de las mediatrices de un triángulo.

FASES	
<p>FASE 1. INFORMACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> Identificar las mediatrices de un triángulo. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>1. Señala las mediatrices en los siguientes triángulos</p> 	<p>Descripción: Identificar en qué medida los estudiantes reconoce las mediatrices de un triángulo.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes, por lo menos identifique una de las mediatrices de un triángulo.</p>

FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA	
<ul style="list-style-type: none"> Reconocer las mediatrices de un triángulo. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>Dado que la mediatriz es la recta perpendicular al segmento en un punto medio del lado de un triángulo y el circuncentro es el punto de intersección de las mismas.</p> <p>2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:</p> <p>a. Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</p> <p>b. Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</p> <p>c. Según lo observado que puedes concluir</p> <p>3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:</p> <p>a. Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</p> <p>b. Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</p> <p>c. Según lo observado que puedes concluir</p> <p>4. Abra el archivo Act-4.ggb y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:</p> <p>a. Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</p> <p>b. Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</p> <p>c. Según lo observado que puedes concluir.</p>	<p>Descripción: Las actividades 2, 3 y 4, permiten la construcción de las mediatrices de los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y la ubicación del circuncentro en los mismos.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes construyan exitosamente la mediatriz en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y determine que el circuncentro se encuentre ubicado sobre, fuera y adentro, respectivamente.</p>

FASE 3. EXPLICITACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Teniendo en cuenta que el punto de intersección de las mediatrices se denomina circuncentro, reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuáles condiciones deben existir para que el circuncentro se encuentre dentro del triángulo? - ¿Cuáles condiciones deben existir para que el circuncentro se encuentre fuera del triángulo? - El Circuncentro de un triángulo rectángulo es el punto medio de la hipotenusa dibuja un triángulo y compruébalo. 	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las propiedades de las mediatrices y del Incentro en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE	
<ul style="list-style-type: none"> Utilizar las propiedades de las líneas y puntos notables para resolver diferentes problemas de aplicación en la vida diaria. Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:</p> <p>a. Se desea construir un depósito de agua para abastecer a tres barrios A, B, C no alineados. ¿Dónde hay que construir el depósito para que éste sea el centro de la distancia de los tres barrios? ¿Qué concepto matemático podrían utilizar para ubicarlo? ¿Por qué? Construye una situación para tu justificación.</p> <p>b. Los habitantes del municipio de Sabana de Torres están seriamente preocupados. Los desechos que eliminan sus pobladores hasta ahora eran quemados en basurales, pero esta acción está contaminando cada vez más el aire y, además, los ácidos que penetran en la tierra han empezado a contaminar los nacimientos del agua que ellos mismos consumen.</p> <p>La idea es asociarse con las poblaciones cercanas para organizar la recolección de residuos, su clasificación y su reciclado. Este proceso implicaría una inversión que se recobraría con la venta del compost (fertilizante obtenido a partir de los desechos orgánicos). La intención es reunirse a tres pueblos cercanos. Los habitantes del municipio de Sabana van a discutir esta semana con que vecinos les conviene asociarse. Para eso estudiarán el costo del trazado y aplanado del camino hasta el lugar donde se instale la procesadora de desechos. Si realizan estos cálculos, averiguarán cuál es el proyecto más económico. Confeccionar el mapa de la zona.</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes apliquen las propiedades y características aprendidas sobre las líneas y puntos notables para la solución de situaciones problemáticas presentadas.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>c. Hallar el lugar equidistante (que está a igual distancia) de cada uno de estas tres poblaciones que podrían participar en el proyecto: Sabana de Torres, San Alberto, San Rafael; Sabana de Torres, Puerto Sogamoso, Puerto Wilches; Sabana de Torres, San Alberto, San Rafael.</p> <p>d. Trazar, en cada caso, los caminos de acceso que se deberán construir para llevar los residuos al centro de recolección.</p> <p>Encontrar la distancia que se deberá recorrer desde Sabana de Torres para llegar a cada una de las plantas e indiquen cuál asociación implica menos traslado</p>	

FASE 5. INTEGRACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> • Integrar la información obtenida a su red de conocimiento con relación a las propiedades y las relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo. • Reconocer las características y propiedades de los triángulos sobre las líneas notables y sus puntos de intersección. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>7. Relaciona las palabras de la izquierda con las de la derecha según corresponda. Justifica tu respuesta grafica o analíticamente.</p> <p>a. Bisectriz () Ortocentro b. Mediana () Baricentro c. Mediatriz () Circuncentro d. Altura () Incentro</p> <p>8. Explica muy cuidadosamente cada una de las siguientes afirmaciones</p> <p>-El ortocentro, baricentro y circuncentro están siempre alineados. -El baricentro está entre el ortocentro y circuncentro. -La distancia del baricentro al circuncentro es la mitad que la distancia del baricentro al ortocentro. -El punto de corte de las tres mediatrices es el CENTRO de un circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo y que llamaremos circunferencia circunscrita.</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite que los estudiantes identifiquen las propiedades y relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo.</p> <p>Alcance: Se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos.</p>

4.2 Unidad didáctica para el aprendizaje de la semejanza de triángulos.

A continuación se presentan las unidades didácticas elaboradas para el aprendizaje de la semejanza de triángulos para estudiantes de noveno grado. Dichas unidades han sido elaboradas teniendo en cuenta a Gualdrón (2011).

ACTIVIDAD 1. Reconocimiento visual de figuras semejantes

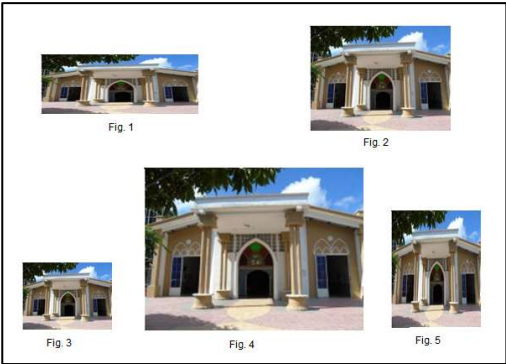
(Nivel 1. Reconocimiento)

Objetivos:

- ✓ Reconocer visualmente imágenes o figuras planas semejantes como aquellas figuras que tienen la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medios para comprender conceptos y propiedades y los procesos de visualización y razonamiento propios del nivel 1 del modelo de Van Hiele.

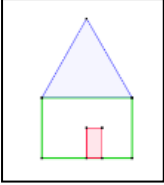
CONCEPTO:

Figuras semejantes: Las figuras semejantes son aquellas figuras que tienen la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño.

FASES	
<p>FASE 1. INFORMACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer las ideas intuitivas sobre tener “la misma forma” y “ser parecidos”. • Identificar imágenes o figuras planas que tienen “la misma forma” y que “son parecidas”. <p>FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explorar el campo de estudio a través de la resolución de las situaciones problemas planteadas. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>1. Las siguientes imágenes muestran la parte exterior de la iglesia “Santísima Trinidad” de Sabana de Torres (Santander)</p> <div style="text-align: center;">  <p>Fig. 1 Fig. 2</p> <p>Fig. 3 Fig. 4 Fig. 5</p> </div> <p>a. ¿Cuáles de ellas tiene la “misma forma” y b. ¿Cuáles imágenes “se parecen”? Justifique sus respuestas.</p>	<p>Descripción: esta actividad permite que los estudiantes reflexionen sobre las ideas de tener “la misma forma” y “ser parecidos”.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes visualicen que a pesar de que todas las imágenes aparentemente muestran la parte exterior de la iglesia, solo tienen la misma forma aquellas que no se deforman (Fig. 2, 3 y 4) y que las demás (Fig. 1 y 5) simplemente se parecen.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>2. Teniendo en cuenta las siguientes imágenes, determine:</p> <div data-bbox="358 380 857 680" style="text-align: center;"> <p>Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4</p> </div> <p>a) ¿Cuáles de las imágenes tiene “la misma forma”? b) ¿Cuáles imágenes “se parecen”? Justifique su respuesta.</p>	<p>Descripción: esta actividad permite que los estudiantes sigan reflexionando sobre la idea de tener “la misma forma” y “ser parecidos” permitiendo consolidar las ideas.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes consoliden los criterios de comparación de la “misma forma” y “ser parecidos” mediante la observación de las imágenes que tienen la “misma forma” (Fig. 1 y 3) y las que “se parecen” (Fig. 2 y 4)</p>

FASE 3. EXPLICITACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> • Socializar lo observado durante el desarrollo de cada actividad a través de una puesta en común. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>3. Según lo observado en el desarrollo de las actividades anteriores, plantee con sus propias palabras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Las características que cumplen las figuras que “tienen la misma forma”. • Las características que cumplen las figuras que “se parecen”. 	<p>Descripción: Esta actividad permite establecer de manera intuitiva las características que cumplen las imágenes semejantes (figuras que tiene la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño) y las que se parecen (no semejantes)</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes definan con sus propias palabras que las imágenes que tienen la misma forma no sufren ninguna deformación y tienen tamaños diferentes, y por el contrario las imágenes parecidas sufren deformaciones.</p>

FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE	
<ul style="list-style-type: none"> Plantear nuevas situaciones con el fin de afianzar las ideas previas, una vez establecida las características que cumplen las figuras semejantes (tener la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño) 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>4. Abre el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y construye una imagen que tenga la misma forma a la imagen dada.</p> 	<p>Descripción: Esta actividad permite que el estudiante explore el campo de estudio a través del software GeoGebra, con la construcción de una imagen semejante; teniendo en cuenta las características que esta imagen debe cumplir.</p> <p>Alcances: Se espera que el estudiante construya una imagen que tenga aparentemente la misma forma de mayor o menor tamaño, conservando visualmente la proporción de sus lados y ángulos.</p>

FASE 5. INTEGRACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> Definir visualmente el término semejanza como aquellas imágenes que tienen la misma forma sin importar tu tamaño. <p style="text-align: right;">(30 min)</p>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Observe los dibujos realizados por sus compañeros, y en una puesta en común socialice los aciertos y desaciertos que las imágenes presentan y determinen grupalmente las características que deben cumplir las imágenes que tienen “la misma forma”.</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite definir el término semejante como aquellas figuras que tienen la misma forma sin importar su tamaño.</p> <p>Alcances: Una vez establecidos los aciertos y desaciertos de las imágenes de las actividades anteriores se espera que los estudiantes definan visualmente que las imágenes que tienen la misma forma no sufren ninguna deformación y que su tamaño puede variar.</p>

ACTIVIDAD 2. Características de los triángulos semejantes

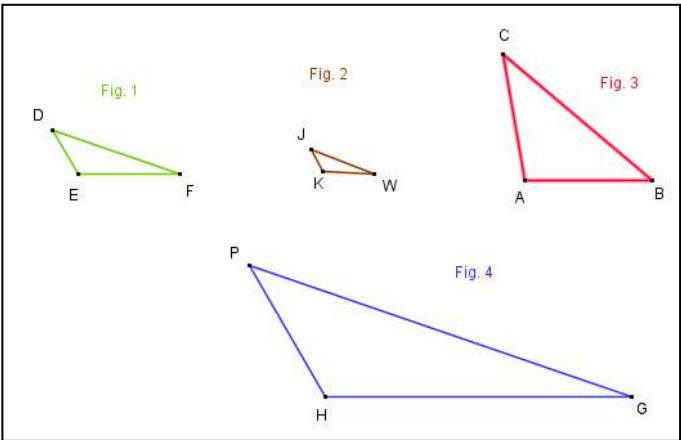
(Nivel 2. Análisis)

Objetivos:

- ✓ Identificar la proporcionalidad de los lados correspondientes y la igualdad de los ángulos homólogos en figuras semejantes.
- ✓ Comprender que la congruencia es un caso particular de semejanza de triángulos.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y características de triángulos semejantes y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

CONCEPTO:

Triángulos semejantes: Dos triángulos son semejantes si sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales, es decir, tienen la misma constante de proporcionalidad.

FASES	
<p>FASE 1. INFORMACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> • Consolidar las nociones intuitivas de semejanza. • Identificar visualmente figuras semejantes. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>6. Abra el archivo Act-6.ggb de GeoGebra y explore: ¿Cuáles de los siguientes triángulos son semejantes? Justifica tu elección.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>Imagen 4</p>	<p>Descripción: Estas actividades permiten en un primer momento identificar figuras semejantes a través de la visualización. Posteriormente, permite establecer alguna correspondencia entre los lados de los triángulos como argumento de su elección y determinar la medida de sus lados para reafirmar dicha correspondencia.</p> <p>Alcances: En estas actividades se espera que los estudiantes identifiquen aquellas figuras que son semejantes solo haciendo uso de la visualización.</p> <p>En la actividad 6 se espera que establezcan que las figuras 1, 2 y 4 son semejantes porque son figuras que tienen correspondencia entre los lados.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p data-bbox="224 226 1003 289">7. Abra el archivo Act-7.ggb de GeoGebra y explora: ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? Justifique su respuesta.</p> <div data-bbox="240 317 992 793"> </div> <p data-bbox="285 810 391 842">Imagen 5</p>	<p data-bbox="1029 226 1372 516">En la actividad 7 antes de su elección se espera que ubiquen las figuras en la misma posición. Para justificar su elección se espera que establezcan correspondencia entre los lados de los triángulos y determinen la medida de sus ángulos.</p>

FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA	
<ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="224 989 1372 1050">Explorar el campo de estudio a través de la resolución de situaciones planteadas con el fin de determinar las condiciones suficientes y necesarias para la semejanza de triángulos. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p data-bbox="224 1119 1019 1245">8. Abra el archivo Act-8.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí aparecen SON SEMEJANTES, determine la constante de proporcionalidad, es decir, el cociente entre los lados correspondientes de los triángulos.</p> <div data-bbox="240 1251 992 1650"> </div> <p data-bbox="334 1667 440 1698">Imagen 6</p>	<p data-bbox="1045 1119 1372 1503">Descripción: Las actividades 8 y 9 permiten que los estudiantes observen, analicen y determinen que la semejanza va más allá de la apariencia física de las figuras, estableciendo que se hace necesario verificar las condiciones matemáticas que deben cumplirse tal como la proporcionalidad entre los lados correspondientes.</p> <p data-bbox="1045 1539 1372 1791">Además, permite comprender que la congruencia es un caso particular de semejanza de triángulos y aunque la medida los lados de los triángulos correspondientes varié su constante de proporcionalidad es la misma.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>a. ¿Qué observa con los resultados de las constantes de proporcionalidad?</p> <p>b. Si se modifica la medida de los lados del triángulo DEF a través del deslizador DFE, ¿Qué sucede con las constantes de proporcionalidad?</p> <p>c. Teniendo en cuenta lo observado ¿Qué puedes concluir sobre las constantes de proporcionalidad y la medida de los lados de los triángulos?</p> <p>d. Teniendo en cuenta que los triángulos ABC y DEF son SEMEJANTES ¿Es posible establecer alguna relación entre el concepto de semejanza y las constantes de proporcionalidad? Justifique su respuesta</p> <p>e. ¿Qué sucede con los triángulos ABC y DEF cuando su constante de proporcionalidad es igual a 1?</p>	<p>Alcances: En la actividad 8, se espera que los estudiantes encuentren la constante de proporcionalidad entre los lados de los triángulos mediante el cociente entre los lados correspondientes, modifiquen la medida de los lados a través del deslizador y posteriormente observen, analicen y establezcan que las constantes de proporcionalidad de los lados de los triángulos semejantes son iguales.</p> <p>De igual forma, se espera que establezcan que dos triángulos semejantes pueden ser iguales (congruentes) y su constantes de proporcionalidad es 1.</p>

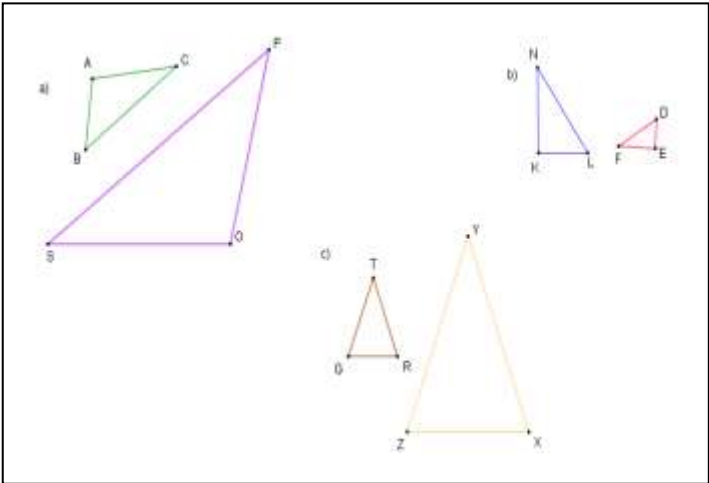
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>9. Abra el archivo Act-9.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí aparecen NO SON SEMEJANTES, determine la constante de proporcionalidad entre los lados correspondientes de los triángulos</p> <div data-bbox="256 1213 1026 1585" data-label="Image"> </div> <p>Imagen 7</p> <p>a. ¿Qué observa con los resultados de las constantes de proporcionalidad?</p> <p>b. Si se modifica la medida de los lados de los triángulos KLM Y OPQ a través del movimiento de sus vértices, ¿Qué sucede con las constantes de proporcionalidad?</p> <p>c. Teniendo en cuenta que los triángulos KLM Y OPQ NO SON SEMEJANTES ¿Es posible establecer alguna relación entre la NO semejanza de los triángulos y las constantes de proporcionalidad? Justifique su respuesta</p>	<p>Alcances: En la actividad 9, se espera que los estudiantes determinen la constante de proporcionalidad entre los lados de los triángulos, modifiquen la medida de los lados y posteriormente observen, analicen y establezcan que las constantes de proporcionalidad de los lados de los triángulos NO semejantes son diferentes.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>10. Abra el archivo Act-10.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que cada par de triángulos que allí se presentan SON SEMEJANTES, determine la medida de sus ángulos y establezca alguna relación entre ellos. Justifique, en cada caso.</p> <div data-bbox="256 443 984 785" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> </div> <p>Imagen 8</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite que los estudiantes observen, analicen y determinen que la semejanza va más allá de la apariencia física de las figuras, estableciendo que la medida de los ángulos homólogos de triángulos semejantes siempre es igual. Característica matemática que cumplen los triángulos semejantes.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes ubiquen cada par de triángulos en la misma posición y posteriormente determinen la medida de sus ángulos para establecer relaciones de igualdad entre sus ángulos homólogos.</p>

FASE 3. EXPLICACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> • Socializar las conclusiones obtenidas durante el desarrollo las actividades, permitiendo establecer relaciones entre los lados correspondientes y los ángulos homólogos de triángulos semejantes. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>11. En una puesta en común reflexione acerca de:</p> <p>a. ¿cuáles considera que son las características matemáticas que cumplen los triángulos semejantes?</p> <p>b. De acuerdo a sus conclusiones construya con ayuda de GeoGebra dos triángulos semejantes y guarde el archivo con el nombre Act-11.ggb</p>	<p>Descripción: En esta actividad se espera definir la semejanza de triángulos a partir de las características matemáticas que se deben cumplir tales como la igualdad en las constantes de proporcionalidad y ángulos homólogos.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes establezcan la proporcionalidad entre los lados correspondientes y la igualdad de los ángulos homólogos como características matemáticas de los triángulos semejantes.</p>

FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE

- Plantear nuevas situaciones para afianzar las ideas previas sobre la semejanza de triángulos y la elaboración de estereotipos diferentes a los habituales usados para su representación.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>12. Abra el archivo Act-12.ggb de GeoGebra y explore: ¿Cuáles pares de triángulos son semejantes? Justifique, en cada caso.</p>  <p>Imagen 9</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las características matemáticas que cumplen los triángulos semejantes, tales como la igualdad de sus constantes de proporcionalidad y sus ángulos homólogos.</p> <p>Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes determinen inicialmente la semejanza de triángulos solo haciendo uso de la visualización y posteriormente para justificar su elección se espera que ubiquen los triángulos en la misma posición y determinen las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes en cada par de triángulos y la medida de sus ángulos. Una vez establecida la igualdad en sus valores se espera que concluyan que los pares de triángulos de los numeral b y c son semejantes.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>13. Sin usar la herramienta GeoGebra, determina si un triángulo rectángulo con dimensiones 3, 4 y 5 cm:</p> <p>a. ¿Es semejante a otro de dimensiones 6 cm, 8 cm y 10 cm respectivamente? Justifique su respuesta</p> <p>b. ¿Es semejante a otro de dimensiones 4 cm, 5 cm y 6 cm respectivamente? Justifique su respuesta</p> <p>c. Si se construye otro semejante a él, ¿Podemos asegurar que el triángulo será un triángulo rectángulo? Justifica tu respuesta.</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite motivar al estudiante a que se apoye en un dibujo para visualizar la situación planteada si es necesario, comprender una vez más las condiciones suficientes para determinar la semejanza de triángulos.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes sin uso de GeoGebra determine que en el numeral a los valores de las constantes de proporcionalidad de los lados correspondiente son iguales y por ende determinen la semejanza de estos triángulos.</p> <p>En el numeral b se espera que los estudiantes identifiquen que no existe ninguna relación de proporcionalidad entre los lados correspondientes de los triángulos; por lo tanto establezcan la no semejanza de los triángulos.</p> <p>En el numeral c se espera que los estudiantes sigan reafirmando la igualdad de la forma como una característica de los triángulos semejantes.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>14. Considerando la siguiente propiedad de las proporciones: “En toda proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$”, construye con ayuda de GeoGebra un triángulo semejante, teniendo en cuenta que:</p> <p>a. Las medidas del triángulo inicial son 6, 8 y 10 cm y las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes es 2. Guarda el archivo con el nombre de Act-14a.ggb</p> <p>b. Las medidas del triángulo inicial son 3, 4 y 5 cm y las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes es 0,5. Guarda el archivo con el nombre de Act-14b.ggb</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite establecer la relación existente entre las constantes de proporcionalidad y los lados de los triángulos semejantes, además de permitir la construcción de triángulos semejantes a partir de la constante de proporcionalidad y la medida de los lados de uno de los triángulos.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes inicialmente establezcan que la medida de los lados del triángulo semejante se obtienen a través de la división de cada uno de los lados del triángulo inicial y la constante de proporcionalidad; posteriormente se realiza la construcción de los triángulos semejantes.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES																				
<p>15. Complete la siguiente tabla marcando con una X según corresponda. Debe argumentar su respuesta haciendo uso de diferentes representaciones (verbales, gráficas, analíticas, etc.), en caso de usar representaciones gráfica use GeoGebra como herramienta para su construcción y guarde el archivo con el nombre de Act-16.ggb.</p> <table border="1" data-bbox="224 1199 813 1629"> <thead> <tr> <th data-bbox="224 1199 467 1360">¿Cada par de figuras que se enuncian a continuación son semejantes?</th> <th data-bbox="469 1199 586 1360">Siempre</th> <th data-bbox="587 1199 712 1360">Algunas veces</th> <th data-bbox="714 1199 813 1360">Nunca</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="224 1362 467 1430">1. Un rectángulo y triángulo</td> <td data-bbox="469 1362 586 1430"></td> <td data-bbox="587 1362 712 1430"></td> <td data-bbox="714 1362 813 1430"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="224 1432 467 1499">2. Dos triángulos isósceles</td> <td data-bbox="469 1432 586 1499"></td> <td data-bbox="587 1432 712 1499"></td> <td data-bbox="714 1432 813 1499"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="224 1501 467 1568">3. Dos triángulos equiláteros</td> <td data-bbox="469 1501 586 1568"></td> <td data-bbox="587 1501 712 1568"></td> <td data-bbox="714 1501 813 1568"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="224 1570 467 1629">4. Dos triángulos rectángulos</td> <td data-bbox="469 1570 586 1629"></td> <td data-bbox="587 1570 712 1629"></td> <td data-bbox="714 1570 813 1629"></td> </tr> </tbody> </table>	¿Cada par de figuras que se enuncian a continuación son semejantes?	Siempre	Algunas veces	Nunca	1. Un rectángulo y triángulo				2. Dos triángulos isósceles				3. Dos triángulos equiláteros				4. Dos triángulos rectángulos				<p>Descripción: Esta actividad permite estudiar la semejanza de triángulos sin tener su representación gráfica previamente e incentivar a los estudiantes a la elaboración de triángulos semejantes diferentes a los estereotipos habituales que se usan en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría como parte de su razonamiento.</p> <p>El docente deberá aprovechar este espacio para proponer situaciones que aprueben o desapruében lo planteado por los estudiantes; por ejemplo, en caso de que afirmen que los triángulos isósceles siempre son semejantes, se podrá plantear un triángulo isósceles que tenga un valor diferente en la medida de sus ángulos o de sus lados, desaprobando su respuesta.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes identifiquen inicialmente las figuras no semejantes teniendo en cuenta su forma (1) y la posible semejanza en otras (2, 3 y 4). Posteriormente se espera que realicen representaciones gráficas como argumento de su elección. Asimismo, se espera que exploren distintas representaciones en cada numeral llegando a establecer que los triángulos isósceles y rectángulos algunas veces son semejantes y los triángulos equiláteros siempre son semejantes.</p>
¿Cada par de figuras que se enuncian a continuación son semejantes?	Siempre	Algunas veces	Nunca																		
1. Un rectángulo y triángulo																					
2. Dos triángulos isósceles																					
3. Dos triángulos equiláteros																					
4. Dos triángulos rectángulos																					

FASE 5. INTEGRACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> Definir características matemáticas de triángulos semejantes tales como la proporcionalidad de los lados correspondientes e igualdad de ángulos homólogos. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>16. Reflexiona con tus compañeros sobre el desarrollo de las actividades y determina:</p> <p>a. ¿Qué relación existe entre las constantes de proporcionalidad de los lados correspondientes de dos triángulos semejantes?</p> <p>b. ¿Qué relación existe entre los ángulos de dos triángulos semejantes?</p> <p>c. ¿Se puede determinar si dos triángulos son semejantes sólo si se conoce la medida de sus 3 lados? De ser así, indique el tipo de prueba que haría y de no serlo, escribe un contraejemplo que demuestre que dicha información es insuficiente.</p> <p>d. ¿Cuáles consideras que son las condiciones suficientes para establecer que dos triángulos son semejantes?</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite introducir a la nueva red de conceptos las nuevas características matemáticas que cumplen dos triángulos semejantes, tales como la igualdad de las constantes de proporcionalidad y la igualdad de sus ángulos homólogos, además de su reconocimiento visual como figuras que tienen la misma forma más no necesariamente el mismo tamaño.</p> <p>En esta fase se introduce el término de “lados proporcionales”, como la igualdad que se presenta en las constantes de proporcionalidad de los lados correspondientes de los triángulos semejantes, además de reconocer la constante de proporcionalidad como “<i>la razón de semejanza</i>”.</p> <p>Además, se establece que la medida de los lados correspondientes de triángulos semejantes puede variar pero la medida de sus ángulos siempre es la misma.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes determinen que la constante de proporcionalidad de los lados correspondientes de los triángulos semejantes es la misma, que sus ángulos homólogos son iguales y que estas condiciones permiten establecer la semejanza de triángulos.</p>

ACTIVIDAD 3. ÁREAS Y PERÍMETROS DE TRIÁNGULOS SEMEJANTES

(Nivel 2. Análisis)

Objetivos:

- ✓ Establecer la relación entre las razones de los perímetros de triángulos semejantes y la razón de semejanza.
- ✓ Establecer la relación entre las razones de las áreas de triángulos semejantes y la razón de semejanza.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y características de triángulos semejantes y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

CONCEPTO:

Perímetros y áreas de triángulos semejantes: Los perímetros y las áreas de dos figuras semejante guardan una relación con respecto a la razón de semejanza.

Si el triángulo ABC es semejante al triángulo A'B'C' y la razón de semejanza es r , entonces:

- La razón entre los perímetros P y P' respectivamente es proporcional a la razón de semejanza ($\frac{P}{P'} = r$)
- La razón entre las áreas A y A' respectivamente es proporcional al cuadrado de la razón de semejanza ($\frac{A}{A'} = r^2$).

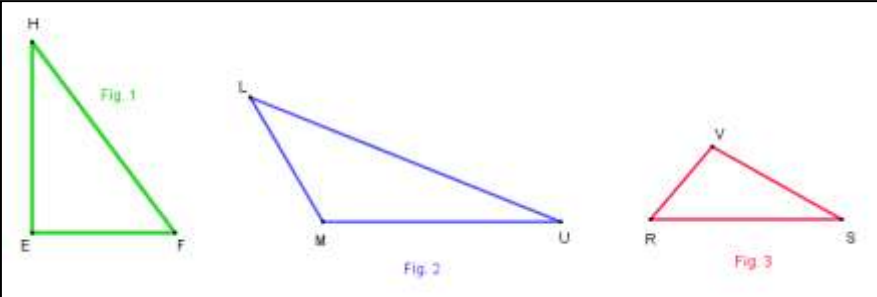
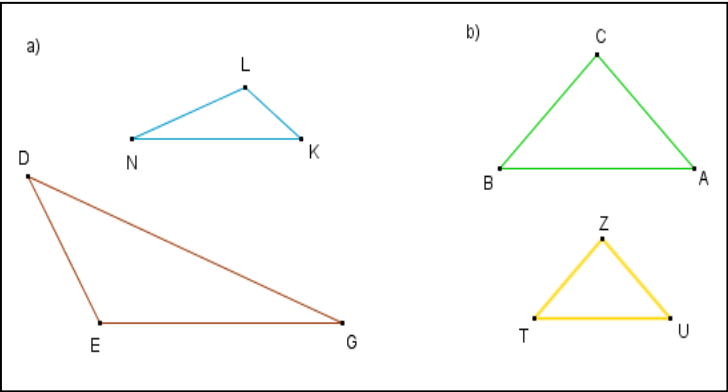
FASES	
FASE 1. INFORMACIÓN	
•Calcular áreas y perímetros de triángulos.	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>17. Abra el archivo Act-17.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que: la altura de un triángulo es la recta perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto (o su prolongación), su área está determinada por: $\frac{b \times h}{2}$, donde b es la base y h es la altura del triángulo y el perímetro es la suma de todos sus lados. Determine el área y el perímetro de los siguientes triángulos.</p> 	<p>Descripción: Esta actividad permite conocer los conceptos previos de los estudiantes sobre la altura, el área y el perímetro de un triángulo.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes con el uso de las herramientas de GeoGebra tracen las alturas de los triángulos, determinen la medida de las alturas y las bases de los triángulos, y posteriormente calculen las áreas y los perímetros.</p>

Imagen 10

FASE 2. ORIENTACION DIRIGIDA

- Explorar el campo de estudio a través de la resolución de situaciones planteadas con el fin de establecer la relación entre la razón de los perímetros de triángulos semejantes y la razón de semejanza.
- Establecer la relación entre la razón de las áreas de triángulos semejantes y la razón de semejanza.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>18. Abra el archivo Act-18.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí se presentan son semejantes. Determine para cada par de triángulos:</p> <div data-bbox="224 667 948 1056"></div> <p>Imagen 11</p> <ol style="list-style-type: none">La razón de semejanza.El perímetro de cada uno de los triángulos.La razón entre los perímetros de los triángulos.La relación existente entre la razón de semejanza y la razón de los perímetros de los triángulos.	<p>Descripción: Esta actividad permite establecer que la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes es proporcional a la razón de semejanza de los triángulos.</p> <p>Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes:</p> <ol style="list-style-type: none">Determinen la razón de semejanza a través del cociente entre dos de los lados correspondientes de los triángulos (estos valores pueden variar de acuerdo al triángulo que se tenga en cuenta en primer lugar).Hallen los perímetros y la razón entre ellos, en cada par de triángulos.Reconozcan que la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes es igual a la razón de semejanza de los triángulos.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>19. Abra el archivo Act-19.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí se presentan son semejantes. Determine para cada par de triángulos:</p> <div data-bbox="224 338 987 695" style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> </div> <p style="text-align: center;">Imagen 11</p> <ol style="list-style-type: none"> La razón de semejanza. El área de cada uno de los triángulos. La razón entre las áreas de los triángulos. La relación existente entre la razón de semejanza y la razón de las áreas de los triángulos. 	<p>Descripción: Esta actividad permite establecer que la razón de las áreas de dos triángulos semejantes es proporcional al cuadrado de la razón de semejanza de los triángulos</p> <p>Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes :</p> <ol style="list-style-type: none"> Determinen la razón de semejanza a través del cociente entre dos de los lados correspondientes de los triángulos (estos valores pueden variar de acuerdo al triángulo que se tenga en cuenta en primer lugar). Hallen el área de cada uno de los triángulos y la razón entre ellos, en cada par de triángulos. Reconozcan que la razón de las áreas de dos triángulos semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza de los triángulos.

FASE 3. EXPLICITACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> Socializar las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de las actividades anteriores con el fin de establecer relaciones entre las razones de las áreas y perímetros de triángulos semejantes y la razón de semejanza 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>20. En una puesta en común reflexione acerca de:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿cuál es la relación entre la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza? Justifique su respuesta. ¿cuál es la relación entre la razón de las áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza? Justifique su respuesta. 	<p>Descripción: Esta actividad permite afianzar las relaciones entre las razones de las áreas y los perímetros de dos triángulos semejantes, tales como la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes es proporcional a la razón de semejanza y la razón de las áreas de dos triángulos semejantes es proporcional al cuadrado de la razón de semejanza.</p> <p>Además, permite comprender que los valores de las razones pueden variar de acuerdo a los atributos de los triángulos que se tomen en primer lugar.</p> <p>Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes de manera grupal establezcan la relación existente entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.</p> <p>Además, se espera que socialice los diferentes resultados de las razones para comprender que pueden variar de acuerdo a los atributos del primer que se tomen en primer lugar.</p>

FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE	
<ul style="list-style-type: none"> Plantear nuevas situaciones con el fin de afianzar las ideas sobre la relación existente entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>21. Los perímetros de dos triángulos isósceles son de 15 y 5 centímetros, respectivamente. ¿Cuál es la razón de semejanza?</p> <p>22. Las áreas de dos triángulos semejantes son 36 cm^2 y 100 cm^2. Determina la razón de semejanza.</p> <p>23. Dos jardines tienen razón de semejanza 4. Si el perímetro del mayor es 24 m, ¿cuál es el perímetro del menor?</p> <p>24. Dos triángulos son semejantes con una razón de semejanza 4. Si el perímetro del triángulo menor es 12 cm y el área 20 cm^2, calcula el perímetro y el área del triángulo mayor.</p> <p>25. Las habitaciones de Ángela y Sofía son semejantes con una razón de semejanza $\frac{3}{4}$. Ángela tiene la habitación más grande y su superficie es de 16 m^2. ¿Qué superficie tiene la habitación de Sofía?</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar y aplicar las diferentes relaciones que se establecieron en torno al concepto de semejanza de triángulos en situaciones de la vida diaria.</p> <p>Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes apliquen los conceptos aprendidos sobre la relación existente entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza, teniendo en cuenta que en ciertas situaciones los atributos del triángulo mayor deben ser tenidos en cuenta en el numerador y en otras situaciones debe ser en el denominador.</p>

FASE 5. INTEGRACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> Integrar los conocimientos adquiridos en el desarrollo de las actividades a la nueva red de conocimientos. 	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>26. Comparte con tus compañeros la forma como han sido desarrolladas las situaciones anteriores y determina de manera grupal las relaciones existentes entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.</p>	<p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las relaciones existentes entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes compartan la forma como han sido desarrolladas las actividades y establezcan aciertos y desaciertos en el desarrollo de las mismas, llegando a establecer de forma general las relaciones entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.</p>

4.3 Diseño de las actividades propuestas para los estudiantes de octavo grado

A continuación se presentan las actividades que han sido diseñadas y ajustadas de acuerdo a los hallazgos encontrados durante la implementación de la propuesta didáctica, las cuales deben ser desarrolladas por los estudiantes de octavo grado para el aprendizaje de las líneas y puntos notables de un triángulo.

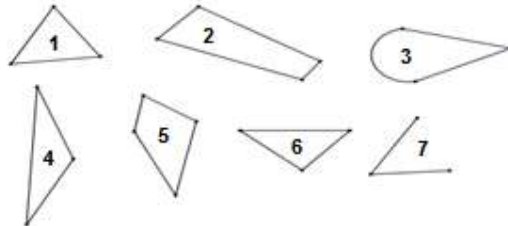
4.3.1 Actividad 1. Reconocimiento visual de triángulos



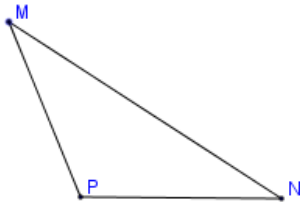
COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA ACTIVIDAD 1. Reconocimiento visual de triángulos

Nombres: _____ Grado: _____

1. Observe las siguientes figuras y determine cuáles de ellas son triángulos. Justifique su elección.



2. Identifica en la siguiente figura los lados, los vértices y los ángulos.

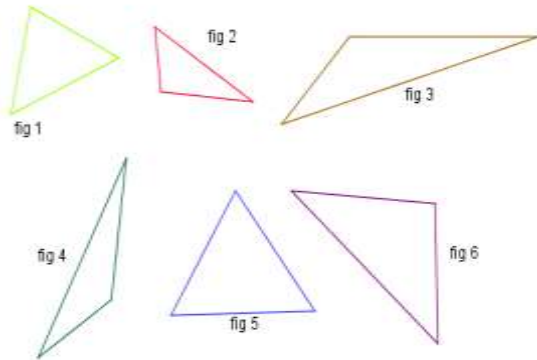


Lados: _____

Vértices: _____

Ángulos: _____

3. Observe cuidadosamente los siguientes triángulos y Agrupe aquellos que tengan una característica común.



Figuras	CARACTERÍSTICA

4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos equiláteros ¿Qué podría concluir?

5. Abra el archivo Act-5.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos isósceles ¿Qué podría concluir?

6. Abra el archivo Act-6.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos escaleno ¿Qué podría concluir?

7. Abra el archivo Act-7.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos acutángulo ¿Qué podría concluir?

8. Abra el archivo Act-8.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos rectángulo ¿Qué podría concluir?

9. Abra el archivo Act-9.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos obtusángulo ¿Qué podría concluir?

10. Según lo observado en el desarrollo de las actividades anteriores plantee con sus propias palabras

- El concepto de triángulo:

- ¿Qué elementos se encuentran en un triángulo?:

- ¿Cuál es la clasificación de los triángulos según la medida de sus lados?:

- ¿Cuál es la clasificación de los triángulos según la medida de sus ángulos?:

En una puesta en común comparta sus respuestas

11. Haciendo uso de GeoGebra construye los siguientes triángulos teniendo en cuenta las indicaciones dadas y clasificalos

- a) Dos lados iguales de 3 cm y un ángulo de 140
- b) Tres lados iguales de 4,5 cm
- c) Lados de 3, 4 y 5 cm

12. De las siguientes propiedades que describen un triángulo determinado ¿cuáles de ellas serían suficientes para saber de qué triángulo se trata y como dibujarlo?

CONDICIONES	SI	NO
Tiene tres lados		
Tiene dos ángulos agudos		
Sus ángulos suman 180°		
Tiene solo dos lados iguales		
El lado desigual mide 4 cm.		

13. Asocia a cada tipo de triángulo la propiedad o propiedades que le correspondan:

Propiedad	Tipo de triángulo
- Tiene un ángulo de 90°	- Triángulo escaleno
- Tiene tres lados iguales	- Triángulo equilátero
- Tiene dos ángulos iguales	- Triángulo isósceles
- Tiene un ángulo obtuso	- Triángulo acutángulo
- Tiene tres ángulos iguales.	- Triángulo rectángulo
- Tiene sólo dos lados iguales.	- Triángulo Obtusángulo
- Tiene sus ángulos desiguales.	

4.3.2 Actividad 2. Alturas y Ortocentro

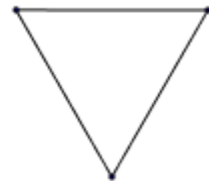
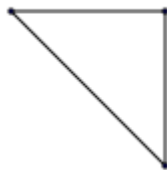


COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA ACTIVIDAD 2. Presentación de líneas y los puntos notables

(Alturas y Ortocentro)

Nombres: _____ **Grado:** _____

1. Señala las alturas en los siguientes triángulos



Dado que la **altura** es un segmento perpendicular desde un vértice del triángulo a la recta que contiene al lado opuesto y el **ortocentro** es el punto de intersección de las mismas.

2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:
- Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. _____
 - Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. _____
 - Según lo observado que puedes concluir

3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:
- Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo _____.
 - Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. _____
 - Según lo observado que puedes concluir

4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:

- a. Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. _____.
- b. Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. _____
- c. Según lo observado que puedes concluir

5. Reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el ortocentro se encuentre dentro del triángulo?

- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el ortocentro se encuentre afuera del triángulo?

- ¿Y para que el ortocentro coincida con el triángulo? _____.

6. Realiza las construcciones que verifiquen las siguientes proposiciones, indicando la descripción de los pasos a seguir para lograrla.

-Las alturas de un triángulo isósceles son congruentes.

Pasos:

-Las alturas de un triángulo rectángulo son perpendiculares.

Pasos:

-Las alturas de un triángulo equilátero son congruentes.

Pasos:

7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:

ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA
Todas las alturas se ubican al interior de un triángulo.			
El ortocentro se ubica al exterior de un triángulo.			
En todos los triángulos rectángulos, el ortocentro se ubica en su interior.			
El ortocentro se ubica en uno de los lados del triángulo rectángulo.			

4.3.3 Actividad 3. Medianas y Baricentro

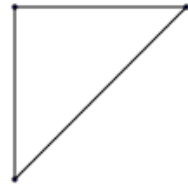
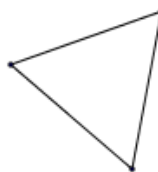
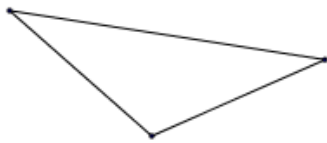


COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA ACTIVIDAD 3. Presentación de líneas y los puntos notables

(Medianas y Baricentro)

Nombres: _____ **Grado:** _____

1. Señala las medianas en los siguientes triángulos



Dado que la **mediana** es un segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y el lado opuesto y el **baricentro** es el punto de intersección de las mismas.

2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:
- Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo. _____
 - Ubique el baricentro y determine su ubicación. _____.
 - Según lo observado que puedes concluir

3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:
- Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo _____
 - Ubique el baricentro y determine su ubicación. _____
 - Según lo observado que puedes concluir

4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:
- Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo. _____
 - Ubique el baricentro y determine su ubicación. _____.
 - Según lo observado que puedes concluir.

-
-
5. Reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:

- ¿Qué ocurre con el área de un triángulo al trazar una mediana?
- ¿Cuál es la posición del punto de intersección del baricentro en el triángulo rectángulo?
- ¿Y en el acutángulo Y el obtusángulo?

6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:

- Se quiere construir un supermercado que esté a la misma distancia de una farmacia (f), una estación de servicio (e) y una clínica (c), tal como se ve en la figura abajo. ¿A dónde debe estar ubicado exactamente el supermercado? ¿Qué concepto geométrico podrían utilizar para ubicarlo? ¿Por qué?

- Una empresa quiere construir una fábrica de productos que se venden principalmente en tres ciudades. La idea es construirla en un lugar estratégico (punto medio) que este a igual distancia de las tres ciudades. ¿Cómo se puede encontrar el punto donde se debe construir la fábrica? Muestra un ejemplo usando el software (arrastre)

- Las tres medianas de un triángulo son interiores al mismo, independientemente del tipo de triángulo que sea, comprueba que también el punto de intersección llamado baricentro también divide el triángulo en dos triángulos de igual área.

7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:

ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA
La mediana divide a un ángulo en dos partes iguales.			
Todas las medianas se ubican al interior de un triángulo.			
El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.			
Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área			

4.3.4 Actividad 4. Bisectrices e Incentro

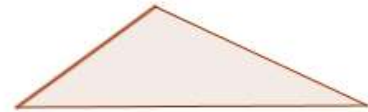
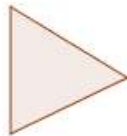
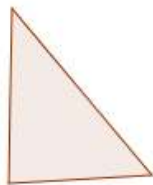


COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA ACTIVIDAD 4. Presentación de líneas y los puntos notables

(Bisectriz e Incentro)

Nombres: _____ Grado: _____

1. Señala las bisectrices en los siguientes triángulos



Dado que la **bisectriz** es una recta que pasa por cada uno de sus vértices y que dividen en dos ángulos iguales el ángulo correspondiente a cada uno de los vértices y el **Incentro** es el punto de intersección de las mismas.

2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:
- Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. _____
 - Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. _____
 - Según lo observado que puedes concluir

3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:
- Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. _____
 - Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. _____
 - Según lo observado que puedes concluir

4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:
- Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo._____.
 - Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo._____.
 - Según lo observado que puedes concluir

5. Teniendo en cuenta que el punto de intersección de las bisectrices se denomina **Incentro** reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el Incentro se encuentre dentro o fuera del triángulo?

- Comprueba que el punto de corte de las tres bisectrices se le llama circunferencia inscrita. Justifica.

6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:

- a. Dos amigos, Carlos y Sergio viven en un nuevo barrio del municipio. Un tercer amigo, Eduardo, compra un predio cerca y quiere ubicar su casa de manera que se encuentre a la misma distancia de Carlos y Sergio. Representa esta situación y marca dónde podría construir Eduardo su casa.

Verifica que la casa de Eduardo se encuentra equidistante de la de sus amigos.

¿Habrá otras ubicaciones para que Eduardo construya su casa? Justifica

¿Eduardo podrá construir su casa de manera que ahora los tres se encuentren a la misma distancia uno del otro? Si te parece que sí, marca el punto donde debería ubicar Roberto su casa.

- b. Un señor tiene un corral triangular sin alambra y una vaca arisca; para que la vaca no se escape decidió atarla con un lazo, a una estaca. Dependiendo del lugar del corral donde se coloque la estaca se puede regular la longitud de la cuerda, de forma tal que la vaca pueda ir lo más lejos posible sin comer pasto fuera de la marca del corral.

Construye un corral triangular, y trata de encontrar en qué lugar debe colocarse la estaca de tal manera que la vaca pueda comer en la mayor superficie posible del corral. ¿Cómo encontraste el punto?

- c. Comprueba que el incentro es el centro de una circunferencia inscrita (circunferencia tangente a los tres lados del triángulo). Justifica tu respuesta.

7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:

ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA
El incentro es el punto de intersección de las alturas.			
Todas las bisectrices se ubican al interior de un triángulo.			
El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.			
La bisectriz es un punto notable de un triángulo.			

4.3.5 Actividad 5. Mediatrices y Circuncentro

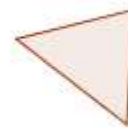
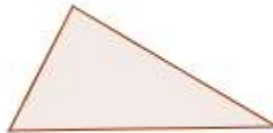
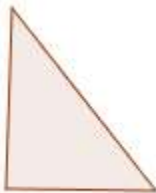


COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA ACTIVIDAD 5. Presentación de líneas y los puntos notables

(Mediatriz y Circuncentro)

Nombres: _____ **Grado:** _____

1. Señala las mediatrices en los siguientes triángulos



Dado que la **mediatriz** es la recta perpendicular al segmento en un punto medio del lado de un triángulo y el **circuncentro** es el punto de intersección de las mismas.

2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:
- Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. _____.
 - Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. _____
 - Según lo observado que puedes concluir

3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:
 - a. Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo._____.
 - b. Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo_____.
 - c. Según lo observado que puedes concluir

_____.

_____.

4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:
 - a. Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo_____.
 - b. Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo_____.
 - c. Según lo observado que puedes concluir.

_____.

_____.

5. Teniendo en cuenta que el punto de intersección de las mediatrices se denomina **circuncentro**, reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:

- d. ¿Cuáles condiciones deben existir para que el circuncentro se encuentre dentro del triángulo?

_____.

_____.

- e. ¿Cuáles condiciones deben existir para que el circuncentro se encuentre fuera del triángulo?

_____.

_____.

- f. El Circuncentro de un triángulo rectángulo es el punto medio de la hipotenusa dibuja un triángulo y compruébalo.

6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:

- a. Se desea construir un depósito de agua para abastecer a tres barrios A, B, C no alineados. ¿Dónde hay que construir el depósito para que éste sea el centro de la distancia de los tres barrios? ¿Qué concepto matemático podrían utilizar para ubicarlo? ¿Por qué? Construye una situación para tu justificación.
- b. Los habitantes del municipio de Sabana de Torres están seriamente preocupados. Los desechos que eliminan sus pobladores hasta ahora eran quemados en basurales, pero esta acción está contaminando

cada vez más el aire y, además, los ácidos que penetran en la tierra han empezado a contaminar los nacimientos del agua que ellos mismos consumen.

La idea es asociarse con las poblaciones cercanas para organizar la recolección de residuos, su clasificación y su reciclado. Este proceso implicaría una inversión que se recobraría con la venta del compost (fertilizante obtenido a partir de los desechos orgánicos). La intención es reunirse a tres pueblos cercanos. Los habitantes del municipio de Sabana van a discutir esta semana con que vecinos les conviene asociarse. Para eso estudiarán el costo del trazado y aplanado del camino hasta el lugar donde se instale la procesadora de desechos. Si realizan estos cálculos, averiguarán cuál es el proyecto más económico.

-Confeccionar el mapa de la zona.

- Hallar el lugar equidistante (que está a igual distancia) de cada uno de estas tres poblaciones que podrían participar en el proyecto: Sabana de Torres, San Alberto, San Rafael; Sabana de Torres, Puente Sogamoso, Puerto Wilches; Sabana de Torres, San Alberto, San Rafael.

-Trazar, en cada caso, los caminos de acceso que se deberán construir para llevar los residuos al centro de recolección.

- Encontrar la distancia que se deberá recorrer desde Sabana de Torres para llegar a cada una de las plantas e indiquen cuál asociación implica menos traslado

7. Relaciona las palabras de la izquierda con las de la derecha según corresponda. Justifica tu respuesta grafica o analíticamente.

- | | |
|--------------|------------------|
| a. Bisectriz | () Ortocentro |
| b. Mediana | () Baricentro |
| c. Mediatriz | () Circuncentro |
| d. Altura | () Incentro |

8. Explica muy cuidadosamente cada una de las siguientes afirmaciones

-El ortocentro, baricentro y circuncentro están siempre alineados.

-El baricentro está entre el ortocentro y circuncentro.

- La distancia del baricentro al circuncentro es la mitad que la distancia del baricentro al ortocentro.

-El punto de corte de las tres mediatrices es el CENTRO de un circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo y que llamaremos circunferencia circunscrita.

4.4 Diseño de las actividades propuestas para los estudiantes de noveno grado.

A continuación se presentan las actividades que han sido diseñadas y ajustadas de acuerdo a los hallazgos encontrados durante la implementación de la propuesta didáctica, las cuales deben ser desarrolladas por los estudiantes de noveno grado para el aprendizaje de la semejanza de triángulos.

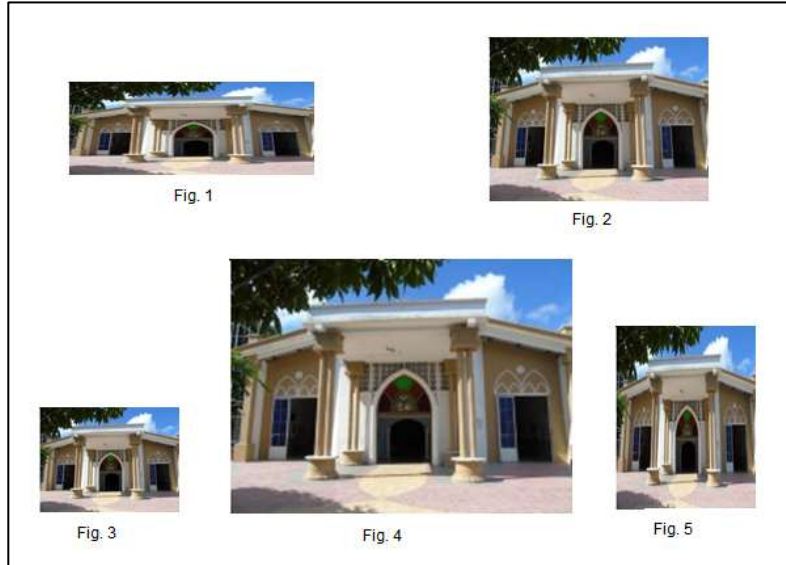
4.4.1 Actividad 1. Reconocimiento visual de imágenes semejantes



COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA
ACTIVIDAD 1. RECONOCIMIENTO VISUAL DE IMÁGENES SEMEJANTES

Nombres: _____ Grado: _____

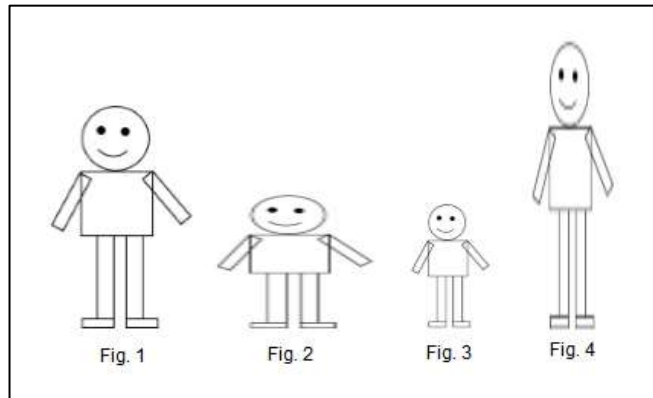
1. Las siguientes imágenes muestran la parte exterior de la iglesia “Santísima Trinidad” de Sabana de Torres (Santander)



a. ¿Cuáles de ellas tiene “la misma forma”? Justifique su respuesta _____

b. ¿Cuáles imágenes “se parecen”? Justifique su respuesta _____

2. Teniendo en cuenta las siguientes imágenes, determine:



a. ¿Cuáles de las imágenes tiene “la misma forma”? Justifique su respuesta. _____

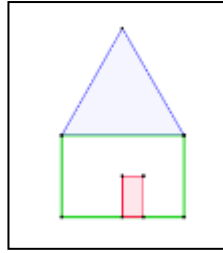
b. ¿Cuáles imágenes “se parecen”? Justifique su respuesta. _____

3. Según lo observado en el desarrollo de las actividades anteriores, plantee con sus propias palabras:

- Las características que cumplen las figuras que “tienen la misma forma”.

- Las características que cumplen las figuras que “se parecen”.

4. Abre el archivo Act-4.ggb de Geogebra y construye una imagen que tenga la misma forma a la imagen dada.



5. Observe los dibujos realizados por sus compañeros, y en una puesta en común socialice los aciertos y desaciertos que las imágenes presentan y determinen grupalmente las características que deben cumplir las imágenes que tienen “la misma forma”.

4.4.2 Actividad 2. Características de los triángulos semejantes



COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA
ACTIVIDAD 2. CARACTERÍSTICAS DE LOS TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Nombres: _____ **Grado:** _____

6. Abra el archivo Act-6.ggb de Geogebra y explore: ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? Justifique su elección.

7. Abra el archivo Act-7.ggb de Geogebra y explore: ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? Justifique su respuesta.

8. Abra el archivo Act-8.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí aparecen **SON SEMEJANTES**, determine la constante de proporcionalidad, es decir, el cociente entre los lados correspondientes de los triángulos.

a. ¿Qué observa con los resultados de las constantes de proporcionalidad? _____

b. Si se modifica la medida de los lados del triángulo DEF a través del deslizador DFE, ¿Qué sucede con las constantes de proporcionalidad? _____

c. Teniendo en cuenta lo observado ¿Qué puedes concluir sobre las constantes de proporcionalidad y la medida de los lados de los triángulos?

d. Teniendo en cuenta que los triángulos ABC y DEF son **SEMEJANTES** ¿Es posible establecer alguna relación entre el concepto de semejanza y las constantes de proporcionalidad? Justifique su respuesta.

e. ¿Qué sucede con los triángulos ABC y DEF cuando su constante de proporcionalidad es igual a 1?

9. Abra el archivo Act-9.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí aparecen **NO SON SEMEJANTES**, determine la constante de proporcionalidad entre los lados correspondientes de los triángulos

a. ¿Qué observa con los resultados de las constantes de proporcionalidad? _____

b. Si se modifica la medida de los lados de los triángulos KLM Y OPQ a través del movimiento de sus vértices, ¿Qué sucede con las constantes de proporcionalidad?

c. Teniendo en cuenta que los triángulos KLM Y OPQ **NO SON SEMEJANTES** ¿Es posible establecer alguna relación entre la NO semejanza de los triángulos y las constantes de proporcionalidad? Justifique su respuesta

10. Abra el archivo Act-10.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que cada par de triángulos que allí se presentan **SON SEMEJANTES**, determine la medida de sus ángulos y establezca alguna relación entre ellos. Justifique, en cada caso.

11. En una puesta en común reflexione acerca de:

a. ¿cuáles considera que son las características matemáticas que cumplen los triángulos semejantes?

b. De acuerdo a sus conclusiones construya con ayuda de GeoGebra dos triángulos semejantes y guarde el archivo con el nombre Act-11.ggb

12. Abra el archivo Act-12.ggb de Geogebra y explore: ¿Cuáles pares de triángulos son semejantes? Justifique, en cada caso. Figura ¿Son semejante? Justificación

Figura	¿Son semejante?	Justificación
a		
b		
c		

13. Sin usar la herramienta GeoGebra, determina si un triángulo rectángulo con dimensiones 3, 4 y 5 cm:

a. ¿Es semejante a otro de dimensiones 6 cm, 8 cm y 10 cm respectivamente? Justifique su respuesta _____

b. ¿Es semejante a otro de dimensiones 4 cm, 5 cm y 6 cm respectivamente? Justifique su respuesta _____

c. Si se construye otro semejante a él, ¿Podemos asegurar que el triángulo será un triángulo rectángulo? Justifica

tu respuesta. _____

14. Considerando la siguiente propiedad de las proporciones: “En toda proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$ ”, construye con ayuda de GeoGebra un triángulo semejante, teniendo en cuenta que:

a. Las medidas del triángulo inicial son 6, 8 y 10 cm y las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes es 2. Guarda el archivo con el nombre de Act-14a.ggb

b. Las medidas del triángulo inicial son 3, 4 y 5 cm y las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes es 0,5. Guarda el archivo con el nombre de Act-14b.ggb

15. Complete la siguiente tabla marcando con una X según corresponda. Debe argumentar su respuesta haciendo uso de diferentes representaciones (verbales, gráficas, analíticas, etc.), en caso de usar representaciones gráfica use Geogebra como herramienta para su construcción y guarde el archivo con el nombre de Act-15.ggb.

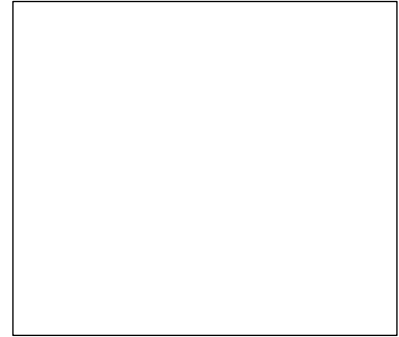
¿Cada par de figuras que se enuncian a continuación son semejantes?	Siempre	Algunas veces	Nunca	Justificación
1. Un rectángulo y triángulo				
2. Dos triángulos isósceles				
3. Dos triángulos equiláteros				
4. Dos triángulos rectángulos				

16. Reflexiona con tus compañeros sobre el desarrollo de las actividades y determina:

a. ¿Qué relación existe entre las constantes de proporcionalidad de los lados correspondientes de dos triángulos semejantes?

b. ¿Qué relación existe entre los ángulos de dos triángulos semejantes? _____

c. ¿Se puede determinar si dos triángulos son semejantes sólo si se conoce la medida de sus 3 lados? De ser así, indique el tipo de prueba que haría y de no serlo, escribe un contraejemplo que demuestre que dicha información es insuficiente.



d. ¿Cuáles consideras que son las condiciones suficientes para establecer que dos triángulos son semejantes?

4.4.3 Actividad 3. Áreas y perímetros de triángulos semejantes



COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA
ACTIVIDAD 3. ÁREAS Y PERÍMETROS DE TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Nombres: _____ **Grado:** _____

17. Abra el archivo Act-17.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que: la altura de un triángulo es la recta perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto (o su prolongación), su área está determinada por: $\frac{b \times h}{2}$, donde b es la base y h es la altura del triángulo y el perímetro es la suma de todos sus lados. Determine el área y el perímetro de los siguientes triángulos.

Fig.	Perímetro	Área
1		
2		
3		

18. Abra el archivo Act-18.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí se presentan **SON SEMEJANTES**. Determine para cada par de triángulos:

	a	b
La razón de semejanza.		
El perímetro de cada uno de los triángulos.	Triángulo LNK	Triángulo CAB
	Triángulo EGD	Triángulo ZUT
La razón entre los perímetros de los triángulos.		
La relación existente entre la razón de semejanza y la razón de los perímetros de los triángulos.		

19. Abra el archivo Act-19.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí se presentan son semejantes. Determine para cada par de triángulos:

	a	b
La razón de semejanza.		
El área de cada uno de los triángulos.	Triángulo LHF	Triángulo CAB
	Triángulo NKO	Triángulo TSG
La razón entre las áreas de los triángulos.		
La relación existente entre la razón de semejanza y la razón de las áreas de los triángulos.		

20. En una puesta en común reflexione acerca de:

a. ¿cuál es la relación entre la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza?

Justifique su respuesta.

b. ¿cuál es la relación entre la razón de las áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza? Justifique su respuesta.

RESUELVA LAS SIGUIENTES SITUACIONES

21. Los perímetros de dos triángulos isósceles son de 15 y 5 centímetros, respectivamente. ¿Cuál es la razón de semejanza?

22. Las áreas de dos triángulos semejantes son 36 cm^2 y 100 cm^2 . Determina la razón de semejanza.

23. Dos jardines tienen razón de semejanza 4. Si el perímetro del mayor es 24 m, ¿cuál es el perímetro del menor?

24. Dos triángulos son semejantes con una razón de semejanza 4. Si el perímetro del triángulo menor es 12 cm y el área 20 cm^2 , calcula el perímetro y el área del triángulo mayor.

25. Las habitaciones de Sofía y Ángela son semejantes con una razón de semejanza $3/4$. Ángela tiene la habitación más grande y su superficie es de 16 m^2 ¿Qué superficie tiene la habitación de Sofía?

26. Comparte con tus compañeros la forma como han sido desarrolladas las situaciones anteriores y determina de manera grupal las relaciones existentes entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.

5. Conclusiones

A continuación se presentan las conclusiones a las que se llega una vez aplicada la propuesta didáctica:

1. La prueba diagnóstica nos permitió reconocer los pre saberes que tenía los estudiantes de octavo y noveno grado sobre las líneas y puntos notables y semejanzas del triángulo, respectivamente, los cuales fueron el punto de partida para el diseño de la propuesta didáctica, basada en los niveles 1, 2 y 3 y las fases del modelo de Van Hiele. Entre los pre-saberes de los estudiantes de octavo grado se observó lo siguiente:

- No reconocen las líneas y puntos notables de un triángulo.
- No identifican las propiedades y relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo, por lo tanto las construcciones geométricas realizadas por los estudiantes fueron incorrectas.
- Los estudiantes no resuelven una situación problema por falta de comprensión textual.

Entre los pre-saberes de los estudiantes de noveno grado observamos lo siguiente:

- Establecen visualmente que la semejanza de dos figuras está dada por tener la misma cantidad de elementos (lados, vértices, ángulos), además de la igualdad de su tamaño, su funcionalidad y el parecido entre las figuras, es decir, dos triángulos son semejantes sencillamente porque son triángulos, desconociendo alguna relación en la medida de sus elementos.
- En la construcción de un triángulo semejante dado un triángulo inicial los estudiantes realizan la misma figura pero en posición diferente, argumentando que la congruencia es sinónimo de semejanza.
- Los estudiantes desconocen el término razón y proporción.

- Los estudiantes no identifican la semejanza de triángulos dada una representación gráfica, por ende no determinan correctamente un valor desconocido en una situación planteada.

- Los estudiantes no resuelven una situación problema por falta de comprensión textual.

2. La propuesta didáctica diseñada según los niveles y las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, permitió:

- Organizar las ideas para realizar posteriormente una planificación adecuada de las actividades propuestas, evitando la improvisación y el trabajo sin sentido.

- Generar espacios para que los estudiantes expresen sus ideas, compartan sus opiniones sobre la forma en la que han resuelto algún problema y usen de manera correcta un lenguaje matemático riguroso.

- Establecer una interacción activa entre docente y estudiante, facilitando el seguimiento del proceso aprendizaje que se lleva a cabo en el aula de clase, observando y analizando detalladamente los avances y retrocesos en los niveles de razonamiento.

Por lo tanto, el modelo de Van Hiele fue pertinente para el desarrollo del proceso de investigación, dado que permitió observar y analizar de manera detallada el avance progresivo del razonamiento geométrico de los estudiantes, además de superar aquellas falencias presentes en la prueba diagnóstica y consolidar nuevas relaciones conceptuales.

3. Al comparar el nivel de razonamiento de los estudiantes respecto a las líneas y puntos notables de un triángulo y semejanzas del mismo, antes y después de la aplicación de la propuesta didáctica se observó un avance significativo, al reconocer las líneas y puntos notables en un triángulo, sus propiedades y aplicaciones en situaciones de la vida diaria, además, de reconocer la semejanza de triángulos a partir de sus principales características. Como consecuencia se establecen nuevas relaciones conceptuales a partir de sus pre-saberes, se amplía

la red de conocimiento mediante el uso de un lenguaje matemático más riguroso y se fortalece el proceso de aprendizaje de dichos conceptos.

4. Los resultados más destacados que se encontraron a partir del análisis realizado a los resultados obtenidos en cada una de las actividades propuestas fueron:

- Se usó un lenguaje matemático más riguroso, al definir los objetos matemáticos más allá de su apreciación visual, y usando términos propios de la geometría identificar los atributos y propiedades que los representan.

- Los argumentos dados a las respuestas van más allá del reconocimiento de visualización, estableciendo regularidades, relaciones y propiedades en los objetos matemáticos de estudio.

- Se logró la construcción exitosa de las líneas notables (altura, mediana, bisectriz y mediatriz) en cada uno de los triángulos propuestos con sus respectivos puntos de intersección (ortocentro, baricentro, incentro y circuncentro).

- Identificaron en mayor medida el objeto matemático apropiado que permite dar solución a una situación problema planteado, mediante el reconocimiento de sus atributos y propiedades.

- Reconocieron visualmente los triángulos semejantes como figuras que tienen la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño.

- Identificaron la proporcionalidad de los lados correspondientes de un triángulo y la igualdad de sus ángulos como características propias de la semejanza de triángulos.

- Establecieron la relación entre la razón de semejanza y los perímetros y áreas de triángulos semejantes.

5. En cuanto al aporte que hace GeoGebra al proceso de aprendizaje de los estudiantes, se encontraron los beneficios:

- Facilitó la visualización, manipulación y construcción de las representaciones de los objetos matemáticos de estudio durante el desarrollo de las actividades realizadas, permitiendo con ello la apropiación y comprensión de los conceptos que serán utilizados posteriormente en la resolución de problemas presentes en el entorno.

- El estudiante se convierte en protagonista de su propio aprendizaje, ya que aumenta su autonomía y creatividad al poder manipular los objetos o crearlos ellos mismos en el aplicativo.

- Los estudiantes se sintieron más motivados, más participativos, con más interés en la asignatura al generarse nuevos y diferentes ambientes de aprendizaje, enriquecidos por el uso de las herramientas tecnológicas, que permitieron la visualización y manipulación de los objetos matemáticos de estudio de forma dinámica, además de considerar que han aprendido en mayor medida con este nuevo método de trabajo, al poder equivocarse en las actividades que realizan y tener la posibilidad de intentarlo de nuevo, corrigiendo sus errores sin temor a ser sancionados, es decir, lograr un aprendizaje significativo al sentir que están aprendiendo por sí mismos a su propio ritmo de aprendizaje.

6. Las horas de clase disponibles en la sala de informática para el uso de los computadores no son suficientes para la implementación de la propuesta de manera secuencial por lo que se hace necesario en ocasiones interrumpir el proceso y retomarlo nuevamente lo que hace que se pierda la continuidad de las actividades.

6. Recomendaciones

A continuación se plantean algunas recomendaciones que surgieron a partir del análisis realizado durante todo el proceso de investigación e implementación de la propuesta didáctica, las cuales son:

- Es necesario articular la propuesta didáctica en el currículo del área de Matemáticas programado para secundaria con el propósito de consolidar y actualizar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

- La motivación y capacitación a los docentes del área de Matemáticas sobre el manejo del software GeoGebra y la forma de cómo abordarlo en el aula de clase es primordial para la creación de nuevos escenarios de aprendizaje que contribuirían en la mejora de los procesos.

- La institución educativa debe acondicionar salas de informática para la realización de las actividades que tiene que ver con el proceso matemático y que permitan el uso del software de geometría dinámica GeoGebra.

- Es fundamental el diseño de propuestas didácticas similares para otros objetos matemáticos de geometría y demás pensamientos propios del área de matemáticas.

- Con el propósito de enriquecer los significados del objeto matemático y diseñar actividades significativas se recomienda a los docentes del área, realizar un análisis riguroso del contenido del objeto matemático que se quiera abordar.

- Se recomienda el diseño y la implementación de un taller que permita recordar la funcionalidad de cada una de las herramientas que ofrece GeoGebra, además de evocar conocimientos previos requeridos para el estudio del objeto matemático seleccionado, recordando la importancia de la propiedad del arrastre que esta herramienta nos ofrece.

- Reconociendo la importancia del entorno social del estudiante tanto en su ámbito escolar como en su vida cotidiana se recomienda fortalecer el trabajo en grupo, ya que en él se generan espacios de colaboración, de escucha al otro e intercambio de ideas, fomentando los valores y potenciando la capacidad para razonar, comunicar y resolver con éxito problemas del entorno.

- Con el fin de ubicar al estudiante dentro de la secuencia de los contenidos e ir estableciendo relaciones conceptuales se sugiere iniciar cada clase retomando lo visto en la clase anterior.

- Para investigaciones futuras se recomienda estudiar el impacto que tiene el fortalecimiento de los niveles de razonamiento en el desarrollo de los procesos de pensamiento propios de la matemática como la comunicación y la resolución de problemas. Además es importante plantear situaciones que promuevan el desarrollo del pensamiento geométrico en el nivel 3 del modelo de Van Hiele con apoyo del software GeoGebra para que el estudiante pueda establecer relaciones entre las propiedades y reconocer como algunas propiedades se derivan de otras.

Referencias

- Algarín, T. (2013). *Caracterización de los niveles de razonamiento de Van Hiele específicos a los procesos de descripción*. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.
- Argudo, M. (2013). *Las TIC y el aprendizaje de la geometría*. Tesis de maestría. Universidad CEU Cardenal Herrera, Valencia.
- Bandura, A. (1982). *Teoría del aprendizaje social*. Madrid: Espasa-Calpe.
- Bandura, A. (1982). Teoría del aprendizaje social. Aprendizaje cognoscitivo social Recuperado en: biblio3.url.edu.gt/Libros/2012/Teo-Apra/4.pdf
- Baquero, R. (1997). *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Argentina: Aique.
- Chaves, L. (2001). Implicaciones educativas de la teoría sociocultural de Vigotsky. *Educación*, 25(2) 59-65. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44025206>
- Departamento Nacional de Estadística DANE (2005). *Boletín Censo General 2005. Perfil Sabana de Torres, Santander*. Recuperado de http://www.dane.gov.co/files/censo2005/perfiles/santander/sabana_de_torres.pdf
- Elliott, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*, Madrid: Morata
- Elliott, J. (2000). *La investigación –acción en educación*, Madrid: Morata
- Escudero, I. (2005). *Un análisis del tratamiento de la semejanza en los documentos oficiales y textos escolares de matemáticas en la segunda mitad del siglo XX*. Universidad de Sevilla. España.
- Fouz, F. & de Donosti, B. (2015) Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Un paseo por la geometría. Recuperado de: <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>
- Gómez, G; (2008). El uso de la tecnología de la información y la comunicación y el diseño curricular. *Educación*, 32(1), 77-97. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44032107>
- Gómez, L. (2012). *Implementación del uso de las Tecnologías de Información y Comunicación en el área de Lengua Castellana para apoyar el proceso lector de los estudiantes de octavo grado del Colegio Integrado Madre de la Esperanza*. Tesis de maestría. Universidad de Tecvirtual escuela de graduados en educación, Tecnológico de Monterrey, México.

- Gualdrón, E. (2011). *Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas*. (Tesis Doctoral). Universidad de Valencia, España.
- Gualdrón, E. (2014). *Descriptorios específicos de los niveles de Van Hiele en el aprendizaje de la semejanza de polígonos*. *Revista Científica*, (20), 26-36.
- Guerrero, D. (2015). Capítulo 8: Semejanza y Homotecia (II). Perú: Repositorio institucional PIRHUA- Universidad de Piura. Recuperado en: <https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/123456789/2167/Cap.%208%20II.pdf?sequence=1>
- Lacal, P. (2009). Teorías de Bandura aplicadas al aprendizaje. *Innovación y experiencias educativas*. 23. 1-8. Recuperado de: http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_23/PEDRO%20LUIS_%20PASCUAL%20LACAL_2.pdf
- Lastra, S. (2005) *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas* (Tesis de maestría). Universidad de Chile, Chile.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. Bogotá.: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (2008). *Guía 30. Educación en Tecnología*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (1994). *Ley 115. Ley general de educación*. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Moise, D. (1989). *Geometría moderna. Geometría dinámica*. México: Universidad Autónoma de Querétaro.
- Morales, C. & Majé, R. (2011). *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros*. Tesis de Maestría. Universidad de la Amazonia, Florencia, Colombia.
- Muñoz, O. (2012). *Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
- Peña, A. (2010). *La enseñanza de la geometría con TIC en educación secundaria obligatoria* (Tesis doctoral). Universidad Nacional de educación a distancia, Madrid.

Ramírez, N. (2014). *Estrategia didáctica para la clasificación de triángulos y cuadriláteros orientada por el modelo Van Hiele y GeoGebra*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia, Medellín.

Rincón A. (2013). *La influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje de los puntos notables de un triángulo, usando car. Estudio de caso i.e. la laguna. Manizales*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia, Manizales.

Ruiz, N. (2013). *Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria*. En S. González (Presidencia). I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe. Congreso llevado a cabo en Santo Domingo, República Dominicana.

Torres, B. (2014). *Concepciones y prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas sobre la teoría de las situaciones didácticas*. Tesis de Maestría. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.

Apéndices

Apéndice A. Prueba diagnóstica “líneas y puntos notables de un triángulo”



COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA PRUEBA DIAGNÓSTICA GEOMETRIA: LÍNEAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

Nombre:

Grado:

Fecha:

OBJETIVOS:

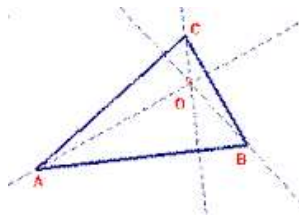
- Reconocer las líneas (mediatriz, bisectriz, mediana y altura) y los puntos notables de un triángulo (circuncentro, incentro, baricentro y ortocentro).
- Construir la representación gráficamente las líneas y los puntos notables de un triángulo.
- Descubrir las principales propiedades de las rectas y aplicaciones de las líneas y los puntos notables.

1. Relacione la gráfica con la línea y punto notable según corresponda:

Líneas notables

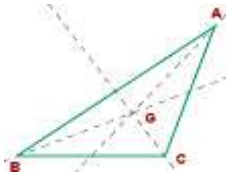
Puntos notables

BISECTRICES



CIRCUNCENTRO

ALTURAS



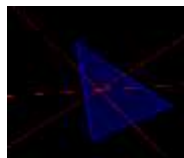
ORTOCENTRO

MEDIANAS



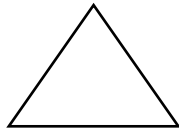
BARICENTRO

MEDIATRICES

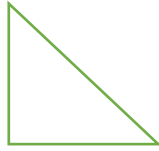


INCENTRO

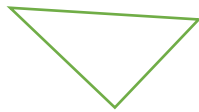
2. En cada triángulo trace la línea notable según su correspondencia:



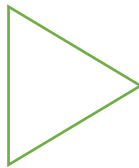
MEDIANAS



ALTURAS

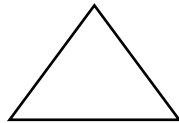


BISECTRICES

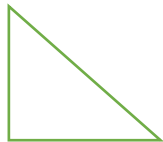


MEDIATRICES

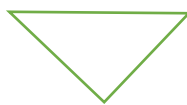
3. A cada triángulo señala el punto notable que se le asignó:



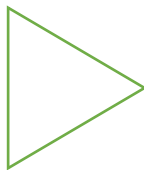
INCENTRO



BARICENTRO



CIRCUNCENTRO



ORTOCENTRO

4. En un sitio del municipio de Sabana de Torres, se quiere construir un quiosco que quede a la misma distancia de la parroquia Santísima Trinidad, Policía Nacional y el Hospital integrado, ¿dónde deberán construirlo? Justifique.



5. Se tiene un terreno de forma triangular y se va a construir en él una piscina circular de tal manera que toque los tres lados del terreno y la otra parte se cubrirá de pasto. Dibuja cómo quedaría la piscina en dicho terreno.
6. La comunidad del barrio arenales de nuestro municipio, tiene pensado construir un pozo de agua para el abastecimiento de ésta, ya que se presentó una emergencia pasado unos meses atrás, cuando no hubo servicio de agua potable; existe un lote en forma triangular en el cual se piensa, pueda ser el lugar correcto para la construcción del pozo. Plantea una la situación a dicha dificultad y dibuja dónde quedaría ubicado dicho pozo.
7. Una persona quiere construir una fuente en un jardín en un espacio triangular y propone situarla en el punto adecuado de los 3 rincones del jardín, ¿cómo puede localizar el punto donde construiría la fuente? Esta situación sirve para encontrar un punto deseado dentro de un triángulo

“El estudio de las matemáticas, como el Nilo, comienza con minuciosidad, pero termina con magnificencia”.

Charles Caleb Colton.

Apéndice B. Conociendo el entorno de GeoGebra

ACTIVIDAD: CONOCIENDO EL ENTORNO DE GEOGEBRA

El objetivo de esta actividad es realizar un recorrido por los diferentes espacios que nos brinda el menú de GeoGebra. En él se pueden identificar cuatro secciones: Vista gráfica, Vista algebraica, Barra de entradas y Barra de herramientas.



- **VISTA GRAFICA:** En ella se pueden realizar y visualizar construcciones con el uso del mouse bajo una serie de pasos e instrucciones que luego podrán ser modificadas dinámicamente.
- **VISTA ALGEBRAICA:** En ella se pueden visualizar e ingresar directamente las representaciones algebraicas de los objetos (coordenadas de puntos, ecuaciones, etc.).
- **BARRA DE ENTRADAS:** En ella se pueden ingresar y editar coordenadas, ecuaciones, comandos y funciones que posteriormente pasarán a representarse en la vista gráfica.
- **BARRA DE HERRAMIENTAS:** En ella se presenta una serie de herramientas que permiten la construcción, manipulación y edición de objetos.

Ventana	Estas herramientas permiten ...
1	Acceder al cursor quien señala los objetos geométricos para modificar su forma, posición o propiedades.
2	Ubicar puntos, puntos de intersección y punto medio
3	Construir rectas, semirrectas, segmentos y vectores
4	Construir rectas: paralelas, perpendiculares, mediatriz de un segmento, bisectriz de un ángulo, tangentes, entre otras
5	Construir polígonos: regulares e irregulares.
6	Construir circunferencias u objetos asociados a ellas: arcos, semicircunferencias, sectores circulares
7	Construir cónicas.
8	Construir ángulos, medir ángulos, longitudes y áreas.
9	Realizar transformaciones geométricas: traslaciones, rotaciones, simetrías y homotecias.
10	Crear un texto, insertar una imagen, hallar la relación entre dos cantidades y realizar figuras a mano alzada
11	Permite crear deslizadores para hacer varias cantidades y crear casillas de control
12	Mover la zona gráfica (acércala o alejarla), ocultar o mostrar objetos y etiquetas desde la zona gráfica y borrar objetos.

Para familiarizarnos mejor con este entorno de geometría dinámica realizaremos algunas construcciones sencillas. Debes tener en cuenta que una característica que deben tener las construcciones geométricas que realices, es que los objetos construidos deben mantenerse aun cuando tratemos de deformarlos (resiste el arrastre), pues garantiza que conserven las propiedades geométricas que los definen. Teniendo en cuenta estas observaciones comencemos.

CONSTRUCCIÓN. Dibujando rectas, semirrectas y segmentos.

1. Utilizando el menú de la barra de herramientas construya:
 - Una recta \overline{AB}
 - Una semirrecta \overline{CD} que intercepte (corte) a la recta anterior en un punto E.
 - El segmento \overline{AC}
2. En una nueva ventana (en el menú archivo) dibuje:
 - Un segmento \overline{FG} de 5 unidades de longitud y de color azul.
 - Una recta perpendicular a \overline{FG} por G
 - El punto medio M de \overline{FG}
 - Un punto C que no pertenezca a FG
 - Una recta de color rojo que contenga a C y sea perpendicular a \overline{FG}
 - Una recta paralela a \overline{FG} que contenga a C

CONSTRUCCIÓN. Dibujando ángulos y circunferencias.

3. En una ventana nueva dibuje:
 - Un segmento \overline{CD} de color verde
 - Una circunferencia de centro C y radio \overline{CD}
 - Una circunferencia de centro D y 3 unidades de radio.
4. En una ventana nueva dibuje:
 - Un ángulo $\sphericalangle MNO$, determine su valor y atribúyale color a los segmentos que lo componen.
 - Un ángulo de 70° , nombre sus vértices y atribúyale color a los segmentos que lo componen

CONSTRUCCIÓN. Dibujando triángulos.

5. Abra una ventana nueva y dibuje:
 - Un triángulo cualquiera, dibujando primero sus vértices y luego sus lados.
 - Un triángulo ABC usando el menú "polígono". Dando click sobre cada uno de los vértices mueve el cursor triángulo y observa lo que sucede.
 - Un triángulo equilátero usando el menú "polígono regular". Determine el valor de sus lados y el valor de sus ángulos internos y externos.
6. En una nueva ventana dibuje el triángulo ABC de 5, 4 y 3 unidades teniendo en cuenta las siguientes indicaciones:
 - Dibuje el segmento \overline{AB} de 5 unidades.
 - Sobre el vértice A trace una circunferencia de 3 unidades de radio.
 - Sobre el vértice B trace una circunferencia de 4 unidades de radio.
 - Ubique el punto de intersección C entre las circunferencias.

CONSTRUCCIÓN. Dibujando cuadriláteros

7. Abra una ventana nueva y dibuje:

- Un cuadrilátero cualquiera ABCD dibujando primero sus vértices y luego sus lados, mueve sus vértices y observa lo que sucede.
- Un cuadrilátero cualquiera EFGH usando el menú “polígono”, ubique el cursor en la parte central del polígono, dando click izquierdo sostenido mueve el cursor y observa lo que sucede.

CONSTRUCCIÓN. Dibujando cuadrados

8. En una nueva ventana dibuje:

- Consulte que es un cuadrado y cuáles son las características geométricas que lo definen. Con base en las características geométricas realice la construcción de un cuadrado de 3 cm de lado.

Apéndice C. Prueba diagnóstica “Semejanza de triángulos”

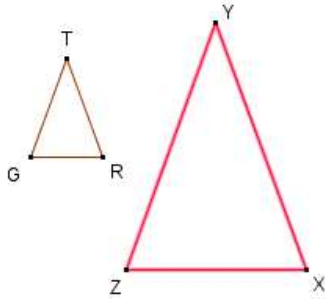


PRUEBA DIAGNOSTICA APLICADA A ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DEL COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA - SABANA DE TORRES (SANTANDER)

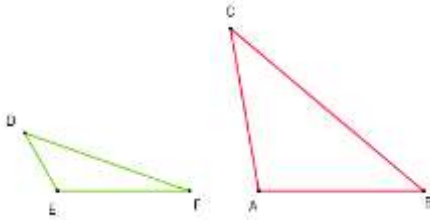
Nombre: _____ Grado: 9° _____

1. Determina si las siguientes imágenes son semejantes. Justifica tu respuesta

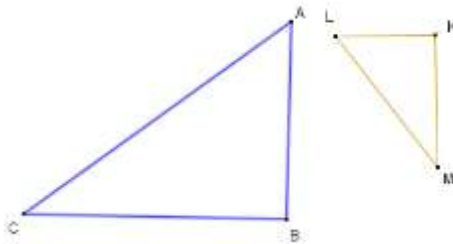
a.



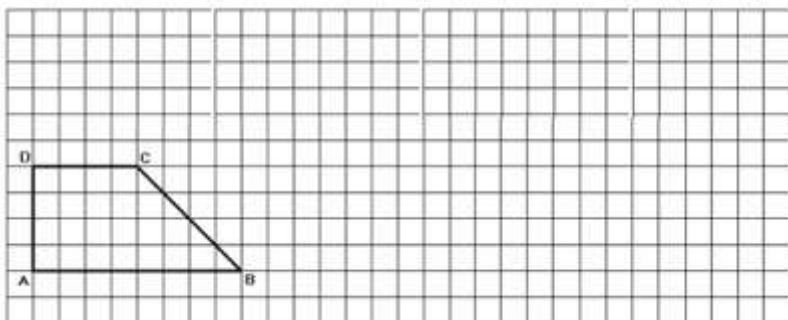
b.



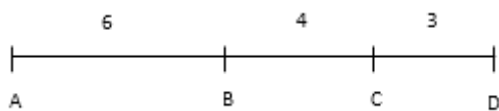
c.



2. Construya una figura semejante a la figura dada. Explique su procedimiento



3. De acuerdo a la figura, determina en qué razón están las medidas de los segmentos dados, en cada caso:

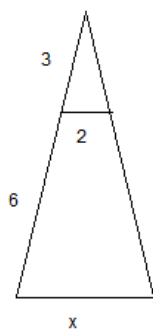


a. $\frac{AB}{BD} =$ b. $\frac{AC}{BD} =$ c. $\frac{AB}{AC} =$

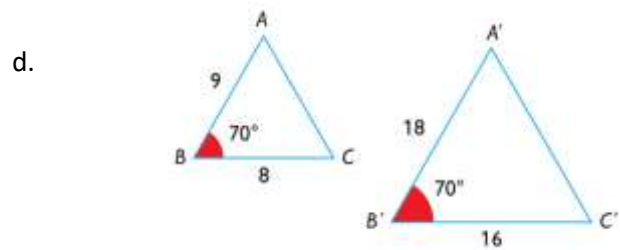
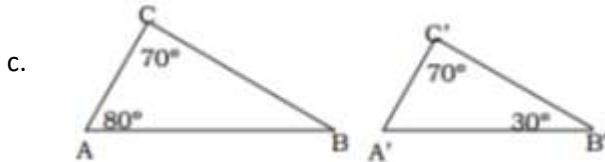
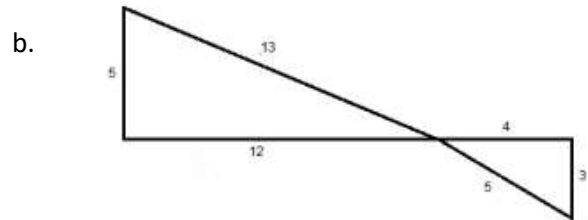
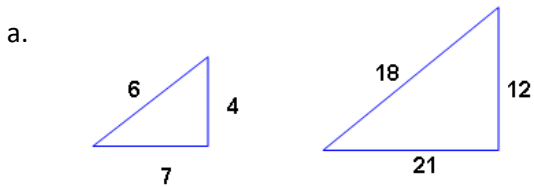
4. Encuentra el valor desconocido en las siguientes proporciones. Justifique su respuesta.

a. $\frac{4}{7} = \frac{y}{28}$ b. $\frac{w}{3} = \frac{18}{27}$ c. $\frac{15}{12} = \frac{5}{x}$

5. Encuentra el valor desconocido en la siguiente imagen "x" :



6. Determina si los siguientes pares de triángulos son semejantes, en caso de serlo menciona el criterio que permite demostrar la semejanza. Justifica tu respuesta



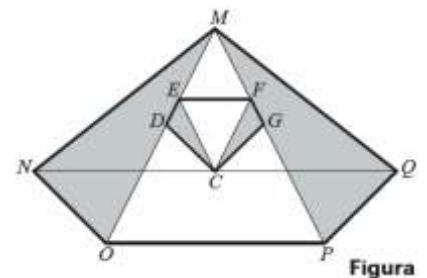
7. Calcula la altura de una casa sabiendo que en un determinado momento del día proyecta una sombra de 3,5 m y una persona que mide 1,87 m tiene, en ese mismo instante, una sombra de 85 cm

Las preguntas 8, 9 y 10 son tomadas de las pruebas saber 2013, 2014, 2015 respectivamente y son preguntas con única respuesta, por lo tanto deberá escoger solo una opción y justificar su elección.

8. En la figura aparece el pentágono $CDEFG$ cuyos vértices están sobre las diagonales del pentágono $MNOPQ$; y se cumplen las siguientes relaciones: $\triangle CDE$ congruente con $\triangle CGF$, $\triangle MNO$ congruente con $\triangle MQP$ y $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CDE$

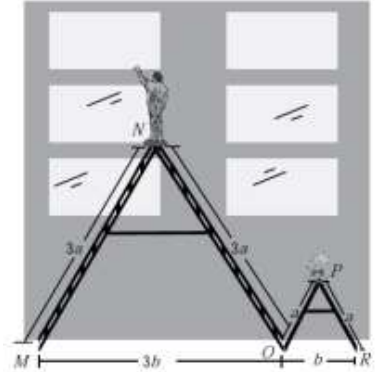
Con la información anterior **NO** es correcto concluir

- A. $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CGF$
- B. $\triangle MQP$ semejante a $\triangle CGF$
- C. $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CEF$
- D. $\triangle MQP$ semejante a $\triangle CDE$



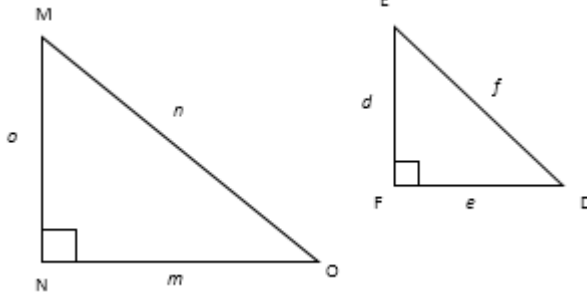
9. La figura muestra la vista lateral de dos escaleras empleadas para limpiar el frente de un edificio. Las escaleras determinan los triángulos MNO y OPR que tienen las medidas indicadas en la figura. Las patas de las dos escaleras forman con el piso ángulos congruentes, porque

- A. los triángulos MNO y OPR son congruentes.
- B. los lados correspondientes de los triángulos son iguales.
- C. los triángulos MNO y OPR son semejantes.
- D. la altura del triángulo OPR es 3 veces la altura del triángulo MNO.



Figura

10. Dos triángulos son semejantes cuando sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales. Y dos triángulos son congruentes cuando las medidas de ángulos y lados correspondientes son las mismas.



Si los triángulos de la figura son semejantes pero no congruentes, puede afirmarse que:

- A. la medida de los ángulos MNO y FED es la misma.
- B. La medida del lado m es igual a la del lado e .
- C. el área de los triángulos MNO y DEF son iguales.
- D. el perímetro de los triángulos MNO y DEF es el mismo

Apéndice D. Prueba Final “líneas y puntos notables de triángulos



COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA PRUEBA FINAL GEOMETRIA: LÍNEAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

Nombre:

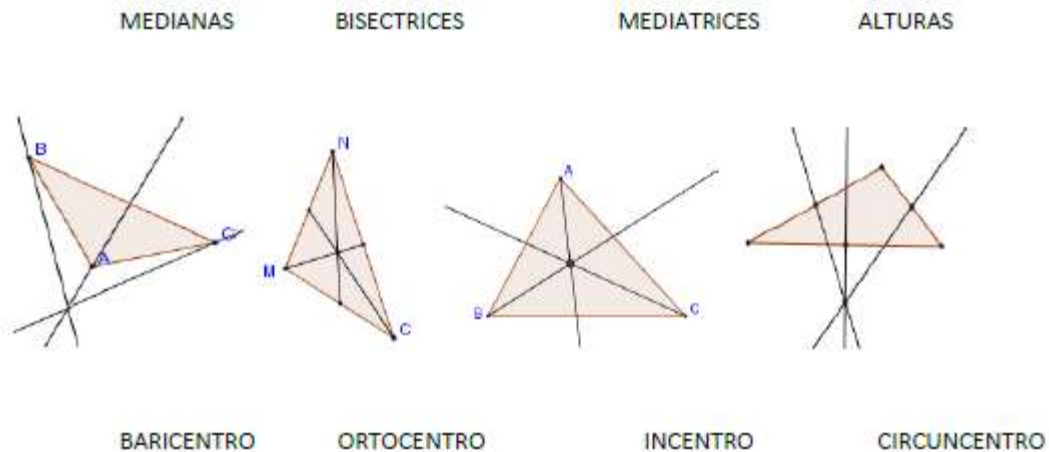
Grado:

Fecha:

OBJETIVOS:

- Reconocer las líneas (mediatriz, bisectriz, mediana y altura) y los puntos notables de un triángulo (circuncentro, Incentro, baricentro y ortocentro).
- Construir la representación gráficamente las líneas y los puntos notables de un triángulo.
- Descubrir las principales propiedades de las rectas y aplicaciones de las líneas y los puntos notables y analizar la pertinencia de la aplicación de los conceptos, aprendidos, en situaciones problemáticas concretas.

1. Relaciona con una flecha la gráfica con la línea y el punto notable correspondiente a cada triángulo presentado:



2. A cada triángulo traza una línea notable y su punto notable de intersección, según su correspondencia:



3. Resuelve las siguientes situaciones construyendo una línea y un punto notable según lo creas conveniente

a. En un sitio del municipio de Sabana de Torres, se quiere construir un parque que quede a la misma distancia de la Alcaldía, el barrio Carvajal y el Hospital integrado, ¿dónde deberán construirlo? Justifique.



b. Se tiene un terreno de forma triangular y se va a construir en él una piscina circular de tal manera que toque los tres lados del terreno y la otra parte se cubrirá de pasto. Dibuja cómo quedaría la piscina en dicho terreno. Justifica tu respuesta

c. La comunidad del barrio arenales de nuestro municipio, tiene pensado construir un pozo de agua para el abastecimiento de ésta, ya que se presentó una emergencia pasado unos meses atrás, cuando no hubo servicio de agua potable; existe un lote en forma triangular en el cual se piensa, pueda ser el lugar correcto para la construcción del pozo. Plantea una la situación a dicha dificultad y dibuja dónde quedaría ubicado dicho pozo, de manera que este pozo equidiste de los tres vértices del triángulo. Justifica

d. Una persona quiere construir una fuente en un jardín en un espacio triangular y propone situarla en el punto adecuado de los 3 rincones del jardín, ¿cómo puede localizar el punto donde construiría la fuente? Esta situación sirve para encontrar un punto deseado dentro de un triángulo. Justifica

“El estudio de las matemáticas, como el Nilo, comienza con minuciosidad, pero termina con magnificencia”.

Charles Caleb Colton.

Apéndice E. Prueba Final “Semejanza de triángulos”

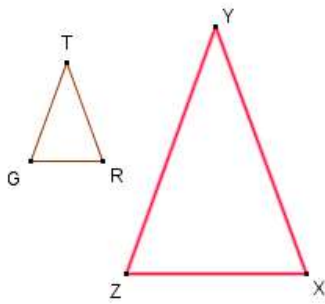


PRUEBA FINAL APLICADA A ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DEL COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA - SABANA DE TORRES (SANTANDER)

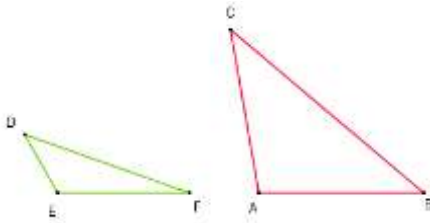
Nombre: _____ Grado: 9° _____

1. Determina si las siguientes imágenes son semejantes. Justifica tu respuesta

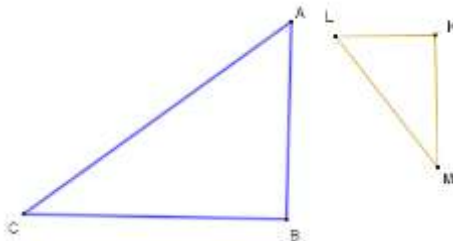
a.



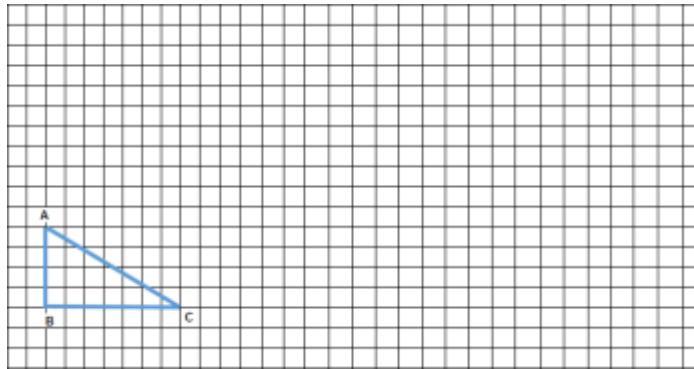
b.



c.



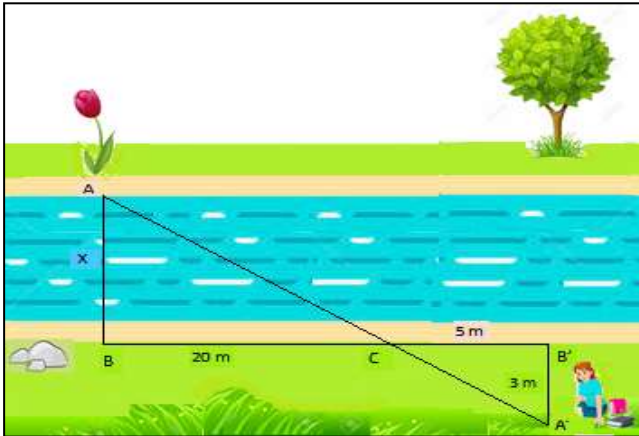
2. Construya un triángulo semejante a la figura dada. Explique su procedimiento



3. Determina si los siguientes pares de triángulos son semejantes. Justifica tu respuesta

FIGURA	JUSTIFICACIÓN

4. Calcula el ancho del río teniendo en cuenta que los triángulos que se forman en la imagen son semejantes.

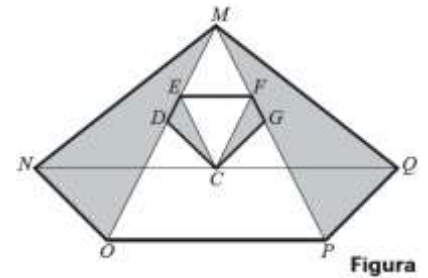


Las preguntas 5, 6 y 7 son tomadas de las pruebas saber 2013, 2014, 2015 respectivamente y son preguntas con única respuesta, por lo tanto deberá escoger solo una opción y justificar su elección.

5. En la figura aparece el pentágono $CDEFG$ cuyos vértices están sobre las diagonales del pentágono $MNOPQ$; y se cumplen las siguientes relaciones: $\triangle CDE$ congruente con $\triangle CGF$, $\triangle MNO$ congruente con $\triangle MQP$ y $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CDE$

Con la información anterior **NO** es correcto concluir

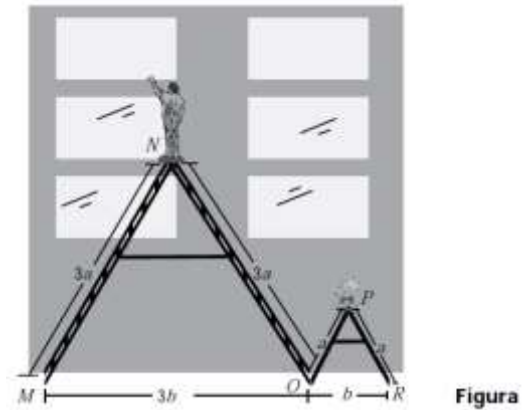
- A. $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CGF$
- B. $\triangle MQP$ semejante a $\triangle CGF$
- C. $\triangle MQP$ semejante a $\triangle CDE$
- D. $\triangle MNO$ semejante a $\triangle CEF$



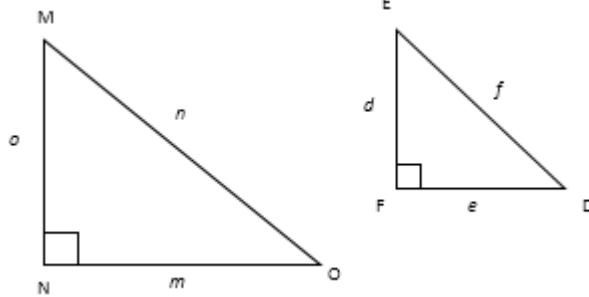
6. La figura muestra la vista lateral de dos escaleras empleadas para limpiar el frente de un edificio. Las escaleras determinan los triángulos MNO y OPR que tienen las medidas indicadas en la figura.

Las patas de las dos escaleras forman con el piso ángulos congruentes, porque

- A. los triángulos MNO y OPR son congruentes.
- B. los lados correspondientes de los triángulos son iguales.
- C. los triángulos MNO y OPR son semejantes.
- D. la altura del triángulo OPR es 3 veces la altura del triángulo MNO .



7. Dos triángulos son semejantes cuando sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales. Y dos triángulos son congruentes cuando las medidas de ángulos y lados correspondientes son las mismas.



El ángulo EDF es correspondiente con el ángulo MON .

Si los triángulos de la figura son semejantes pero no congruentes, puede afirmarse que:

- A. la medida de los ángulos MNO y FED es la misma.
- B. La medida del lado m es igual a la del lado e .
- C. el área de los triángulos MNO y DEF son iguales.
- D. el perímetro de los triángulos MNO y DEF es el mismo

Apéndice F. Rejilla de evaluación “líneas y puntos notables de un triángulo”

REJILLA DE EVALUACIÓN PARA EL ESTUDIANTE

Objetivo: Con el fin de conocer el impacto generado por el uso del software GeoGebra en el aprendizaje de “ las líneas y puntos notables de un triángulo”, se le pide a los estudiantes llenar la siguiente encuesta bajo teniendo en cuenta que:

- La encuesta es anónima, por lo que no es necesario que ponga su nombre.
- Sea lo más objetivo posible al responder cada una de las interrogantes.
- Los resultados que de esta encuesta se obtengan serán de mucha importancia para mejorar sus aprendizajes de matemática, por lo que le rogamos que sea sincero al responder las preguntas.
- Señale con una x la opción que se ajuste mejor a su criterio.

Aspecto		Si	A veces	No	Observaciones
Actitud	¿Me gusta aprender matemáticas usando el computador?				
	¿Trabajar con GeoGebra me pone nervioso, tenso e incómodo?				
Uso de Geogebra	¿El uso de GeoGebra en la clase de matemáticas, hace que sea más interesante y motiva mi aprendizaje?				
	¿Cuándo uso GeoGebra siento que puedo ser más creativo y aprender con mayor facilidad?				
	¿Uso correctamente el software GeoGebra para determinar, analizar y argumentar el concepto de triángulos, sus características y propiedades?				
	¿El uso del software GeoGebra me permite comprender mejor el concepto de líneas y puntos notables de un triángulo?				
	¿Los docentes deberían incluir el uso de los computadores y software educativos en sus clases?				

Apéndice G. Rejilla de evaluación “Semejanza de triángulos”



COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA REJILLA DE EVALUACIÓN

OBJETIVO: Obtener información sobre el impacto generado por el uso del software GeoGebra en el desarrollo del proceso de aprendizaje de la “semejanza de triángulos”, en el aula de clase.


INSTRUCCIONES:

- La encuesta es anónima, por lo que no es necesario que ponga su nombre.
- Sea lo más objetivo posible al responder cada una de las interrogantes.
- Los resultados que de esta encuesta se obtengan serán de mucha importancia para mejorar sus aprendizajes de matemática, por lo que le rogamos que sea sincero al responder las preguntas.
- Señale con una x la opción que se ajuste mejor a su criterio.

Aspecto		Si	A veces	No	Observaciones
Actitud	¿Me gusta aprender matemáticas usando el computador?				
	¿Trabajar con GeoGebra me pone nervioso, tenso e incómodo?				
Uso de Geogebra	¿El uso de Geogebra en la clase de matemáticas, hace que sea más interesante y motiva mi aprendizaje?				
	¿Cuándo uso Geogebra siento que puedo ser más creativo y aprender con mayor facilidad?				
	¿Uso correctamente el software Geogebra para determinar, analizar y argumentar el concepto de semejanza de triángulos, sus características y propiedades?				
	¿El uso del software GeoGebra me permite comprender mejor el concepto de semejanza de triángulos?				
	¿Los docentes deberían incluir el uso de los computadores y software educativos en sus clases?				

Apéndice H. Carta de solicitud sala de informática

Sabana de Torres, 16 de Mayo de 2016

24 MAY 2016


Licenciado
RAMIRO ORTIZ CORREA
Rector
Colegio Integrado Madre de la Esperanza
Sabana de Torres, Santander.

Cordial saludo,

Como es de su conocimiento nos encontramos realizando la Maestría en Educación apoyada por el Ministerio de Educación Nacional de la mano de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

De manera formal le solicitamos que para nuestra investigación titulada "El uso de la herramienta *geogebra* para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de octavo y noveno grado de la Institución Educativa Colegio Integrado Madre de la Esperanza", nos facilite el espacio para la utilización de la sala de informática ya que es necesaria para el desarrollo de la misma.

De antemano le agradecemos la confianza depositada en nuestro trabajo.

Atentamente,


YENNY ALEXA BUENO GUERRERO
c.c. 63.529.937
Docente


NANCY MARISOL VALENCIA GODOY
c.c. 37.877.107
Docente

Apéndice I. Consentimiento informado estudiantes octavo grado

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Cordial saludo,

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto: "El uso de la herramienta GeoGebra para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de octavo y noveno grado de la institución educativa Colegio Integrado Madre de la Esperanza (CIME)"; y a su vez solicitar aprobación para que su hijo/a _____ participe en la implementación del mismo. El estudio estará bajo la orientación de la docente Nancy Marisol Valencia Godoy, estudiante de la maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Durante el presente año se implementará una estrategia didáctica apoyada en el uso de las TIC, que contribuirán al fortalecimiento de las competencias matemáticas, específicamente lo que concierne al pensamiento geométrico de los estudiantes del CIME.

Con la firma de este consentimiento Usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

1. Aplicación de una prueba diagnóstica para determinar los conceptos previos y la comprensión de las líneas y puntos notables de un triángulo y su aplicación en la vida cotidiana.
2. Aplicación de una encuesta, con el fin de conocer la importancia de generar cambios en el proceso de aprendizaje y a su vez reconocer la utilidad de las TIC como herramienta en el fortalecimiento del desarrollo del pensamiento geométrico.
3. Implementación de actividades pedagógicas (unidades didácticas) basadas en el uso del software educativo GeoGebra que busca fortalecer el proceso de aprendizaje del pensamiento geométrico apoyada en el modelo de Van Hiele, en los estudiantes del grado noveno cuatro del CIME.
4. Realización de una entrevista semiestructurada durante las etapas de implementación de la estrategia con el fin de conocer las posibles fortalezas o debilidades que presentó la misma para el logro del objetivo propuesto en la investigación.
5. Las fotografías tomadas de mi hijo(a) durante la realización de actividades escolares grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.

La aplicación de los cuestionarios contará con total confidencialidad, solo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a un mejor desarrollo emocional, social y cognitivo de los estudiantes.

Me comprometo a:

Acompañar a mi hijo (a) en el proceso, apoyándolo en los compromisos escolares que adquiera para el desarrollo del proyecto.

Participar en el proyecto no genera riesgos, costos, ni efectos indeseados para Usted ni para los estudiantes, al contrario, obtendrá como beneficio acompañamiento para el mejoramiento académico en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

Nombre completo: _____

Teléfono de contacto y/o correo electrónico: _____

Firma: _____

Apéndice J. Consentimiento informado estudiantes noveno grado

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Cordial saludo,

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto: "El uso de la herramienta GeoGebra para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de octavo y noveno grado de la institución educativa Colegio Integrado Madre de la Esperanza (CIME)"; y a su vez solicitar aprobación para que su hijo/a _____ participe en la implementación del mismo. El estudio estará bajo la orientación de la docente Yenny Dalexa Bueno Guerrero, estudiante de la maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Durante el presente año se implementará una estrategia didáctica apoyada en el uso de las TIC, que contribuirán al fortalecimiento de las competencias matemáticas, específicamente lo que concierne al pensamiento geométrico de los estudiantes del CIME.

Con la firma de este consentimiento Usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

1. Aplicación de una prueba diagnóstica para determinar los conceptos previos y la comprensión de semejanza de un triángulos y criterio de semejanza y su aplicación en la vida cotidiana.
2. Aplicación de una encuesta, con el fin de conocer la importancia de generar cambios en el proceso de aprendizaje y a su vez reconocer la utilidad de las TIC como herramienta en el fortalecimiento del desarrollo del pensamiento geométrico.
3. Implementación de actividades pedagógicas (unidades didácticas) basadas en el uso del software educativo GeoGebra que busca fortalecer el proceso de aprendizaje del pensamiento geométrico apoyada en el modelo de Van Hiele, en los estudiantes del grado noveno cuatro del CIME.
4. Realización de una entrevista semiestructurada durante las etapas de implementación de la estrategia con el fin de conocer las posibles fortalezas o debilidades que presente la misma para el logro del objetivo propuesto en la investigación.
5. Las fotografías tomadas de mi hijo(a) durante la realización de actividades escolares grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.

La aplicación de los cuestionarios contará con total confidencialidad, solo serán de conocimiento y manejo de la persona responsable del proyecto y utilizados como insumo para contribuir a un mejor desarrollo emocional, social y cognitivo de los estudiantes.

Me comprometo a:

Acompañar a mi hijo (a) en el proceso, apoyándolo en los compromisos escolares que adquiera para el desarrollo del proyecto.

Participar en el proyecto no genera riesgos, costos, ni efectos indeseados para Usted ni para los estudiantes, al contrario, obtendrá como beneficio acompañamiento para el mejoramiento académico en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitados.

Nombre completo: _____

Teléfono de contacto y/o correo electrónico: _____

Firma: _____