

Unidad didáctica para el aprendizaje de la semejanza de triángulos.

GUIA DOCENTE

A continuación se presentan las unidades didácticas elaboradas para el aprendizaje de la semejanza de triángulos para estudiantes de noveno grado.

ACTIVIDAD 1. Reconocimiento visual de figuras semejantes

(Nivel 1. Reconocimiento)

Objetivos:

- ✓ Reconocer visualmente imágenes o figuras planas semejantes como aquellas figuras que tienen la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medios para comprender conceptos y propiedades y los procesos de visualización y razonamiento propios del nivel 1 del modelo de Van Hiele.

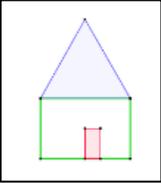
CONCEPTO:

Figuras semejantes: Las figuras semejantes son aquellas figuras que tienen la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño.

| FASES | |
|---|---|
| FASE 1. INFORMACIÓN <ul style="list-style-type: none">• Reconocer las ideas intuitivas sobre tener “la misma forma” y “ser parecidos”.• Identificar imágenes o figuras planas que tienen “la misma forma” y que “son parecidas”. FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA <ul style="list-style-type: none">• Explorar el campo de estudio a través de la resolución de las situaciones problemas planteadas. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>1. Las siguientes imágenes muestran la parte exterior de la iglesia “Santísima Trinidad” de Sabana de Torres (Santander)</p> <div data-bbox="391 1377 894 1738" data-label="Image"><p>The image contains five photographs of the same church facade, labeled Fig. 1 through Fig. 5. Fig. 1 is a wide shot from a distance. Fig. 2 is a closer shot from a slightly different angle. Fig. 3 is a very close-up shot of the central archway. Fig. 4 is a medium shot from a central perspective. Fig. 5 is another close-up shot of the archway from a different angle.</p></div> <p>a. ¿Cuáles de ellas tiene la “misma forma” y b. ¿Cuáles imágenes “se parecen”? Justifique sus respuestas.</p> | <p>Descripción: esta actividad permite que los estudiantes reflexionen sobre las ideas de tener “la misma forma” y “ser parecidos”.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes visualicen que a pesar de que todas las imágenes aparentemente muestran la parte exterior de la iglesia, solo tienen la misma forma aquellas que no se deforman (Fig. 2, 3 y 4) y que las demás (Fig. 1 y 5) simplemente se parecen.</p> |

| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
|--|--|
| <p>2. Teniendo en cuenta las siguientes imágenes, determine:</p> <div data-bbox="396 380 891 674" style="text-align: center;"> </div> <p>a) ¿Cuáles de las imágenes tiene “la misma forma”? b) ¿Cuáles imágenes “se parecen”? Justifique su respuesta.</p> | <p>Descripción: esta actividad permite que los estudiantes sigan reflexionando sobre la idea de tener “la misma forma” y “ser parecidos” permitiendo consolidar las ideas.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes consoliden los criterios de comparación de la “misma forma” y “ser parecidos” mediante la observación de las imágenes que tienen la “misma forma” (Fig. 1 y 3) y las que “se parecen” (Fig. 2 y 4)</p> |

| <u>FASE 3. EXPLICITACIÓN</u> | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Socializar lo observado durante el desarrollo de cada actividad a través de una puesta en común. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>3. Según lo observado en el desarrollo de las actividades anteriores, plantee con sus propias palabras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Las características que cumplen las figuras que “tienen la misma forma”. • Las características que cumplen las figuras que “se parecen”. | <p>Descripción: Esta actividad permite establecer de manera intuitiva las características que cumplen las imágenes semejantes (figuras que tiene la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño) y las que se parecen (no semejantes)</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes definan con sus propias palabras que las imágenes que tienen la misma forma no sufren ninguna deformación y tienen tamaños diferentes, y por el contrario las imágenes parecidas sufren deformaciones.</p> |

| FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Plantear nuevas situaciones con el fin de afianzar las ideas previas, una vez establecida las características que cumplen las figuras semejantes (tener la misma forma y no necesariamente el mismo tamaño) | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>4. Abre el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y construye una imagen que tenga la misma forma a la imagen dada.</p>  | <p>Descripción: Esta actividad permite que el estudiante explore el campo de estudio a través del software GeoGebra, con la construcción de una imagen semejante; teniendo en cuenta las características que esta imagen debe cumplir.</p> <p>Alcances: Se espera que el estudiante construya una imagen que tenga aparentemente la misma forma de mayor o menor tamaño, conservando visualmente la proporción de sus lados y ángulos.</p> |

| FASE 5. INTEGRACIÓN | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Definir visualmente el término semejanza como aquellas imágenes que tienen la misma forma sin importar tu tamaño. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>5. Observe los dibujos realizados por sus compañeros, y en una puesta en común socialice los aciertos y desaciertos que las imágenes presentan y determinen grupalmente las características que deben cumplir las imágenes que tienen “la misma forma”.</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite definir el término semejante como aquellas figuras que tienen la misma forma sin importar su tamaño.</p> <p>Alcances: Una vez establecidos los aciertos y desaciertos de las imágenes de las actividades anteriores se espera que los estudiantes definan visualmente que las imágenes que tienen la misma forma no sufren ninguna deformación y que su tamaño puede variar.</p> |

ACTIVIDAD 2. Características de los triángulos semejantes

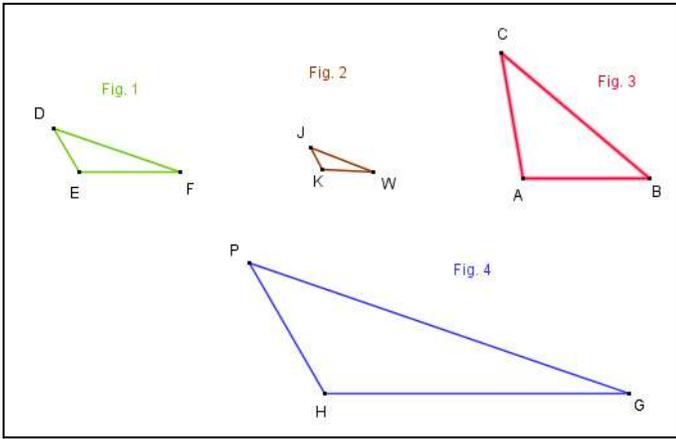
(Nivel 2. Análisis)

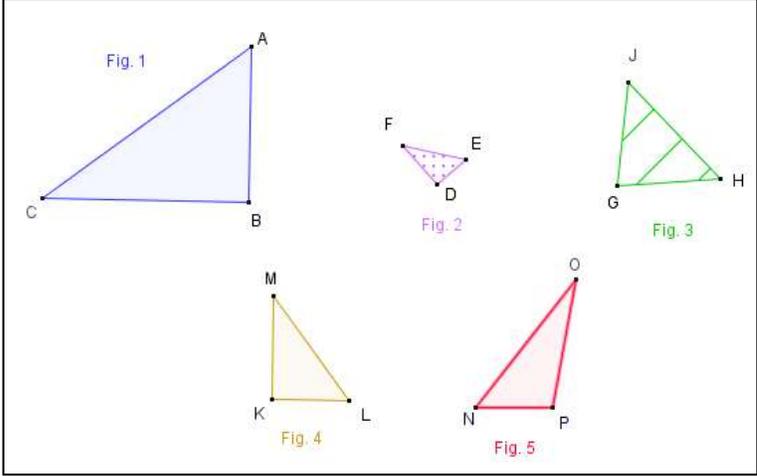
Objetivos:

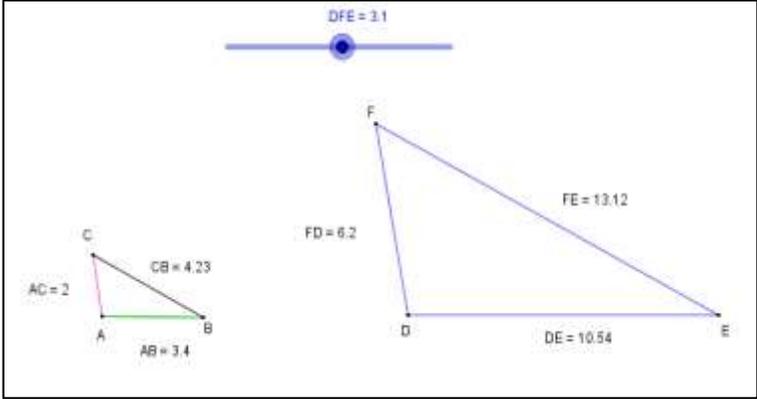
- ✓ Identificar la proporcionalidad de los lados correspondientes y la igualdad de los ángulos homólogos en triángulos semejantes.
- ✓ Comprender que la congruencia es un caso particular de semejanza de triángulos.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y características de triángulos semejantes y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

CONCEPTO:

Triángulos semejantes: Dos triángulos son semejantes si sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales, es decir, tienen la misma constante de proporcionalidad.

| FASES | |
|---|--|
| <p><u>FASE 1. INFORMACIÓN</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Consolidar las nociones intuitivas de semejanza. • Identificar visualmente figuras semejantes. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>6. Abra el archivo Act-6.ggb de GeoGebra y explore: ¿Cuáles de los siguientes triángulos son semejantes? Justifica tu elección.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>Imagen 4</p> | <p>Descripción: Estas actividades permiten en un primer momento identificar figuras semejantes a través de la visualización. Posteriormente, permite establecer alguna correspondencia entre los lados de los triángulos como argumento de su elección y determinar la medida de sus lados para reafirmar dicha correspondencia.</p> <p>Alcances: En estas actividades se espera que los estudiantes identifiquen aquellas figuras que son semejantes solo haciendo uso de la visualización.</p> <p>En la actividad 6 se espera que establezcan que las figuras 1, 2 y 4 son semejantes porque son figuras que tienen correspondencia entre los lados.</p> |

| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
|---|--|
| <p data-bbox="256 226 1037 285">7. Abra el archivo Act-7.ggb de GeoGebra y explora: ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? Justifique su respuesta.</p> <div data-bbox="272 317 1029 793" style="border: 1px solid black; padding: 10px;">  </div> <p data-bbox="321 810 423 835">Imagen 5</p> | <p data-bbox="1060 226 1385 548">En la actividad 7 antes de su elección se espera que ubiquen las figuras en la misma posición. Para justificar su elección se espera que establezcan correspondencia entre los lados de los triángulos y determinen la medida de sus ángulos.</p> |

| FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="256 982 1385 1041">Explorar el campo de estudio a través de la resolución de situaciones planteadas con el fin de determinar las condiciones suficientes y necesarias para la semejanza de triángulos. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p data-bbox="256 1115 1037 1241">8. Abra el archivo Act-8.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí aparecen SON SEMEJANTES, determine la constante de proporcionalidad, es decir, el cociente entre los lados correspondientes de los triángulos.</p> <div data-bbox="272 1304 1029 1703" style="border: 1px solid black; padding: 10px;">  </div> <p data-bbox="370 1734 472 1759">Imagen 6</p> | <p data-bbox="1060 1115 1385 1535">Descripción: Las actividades 8 y 9 permiten que los estudiantes observen, analicen y determinen que la semejanza va más allá de la apariencia física de las figuras, estableciendo que se hace necesario verificar las condiciones matemáticas que deben cumplirse tal como la proporcionalidad entre los lados correspondientes.</p> <p data-bbox="1060 1566 1385 1881">Además, permite comprender que la congruencia es un caso particular de semejanza de triángulos y aunque la medida los lados de los triángulos correspondientes varíe su constante de proporcionalidad es la misma.</p> |

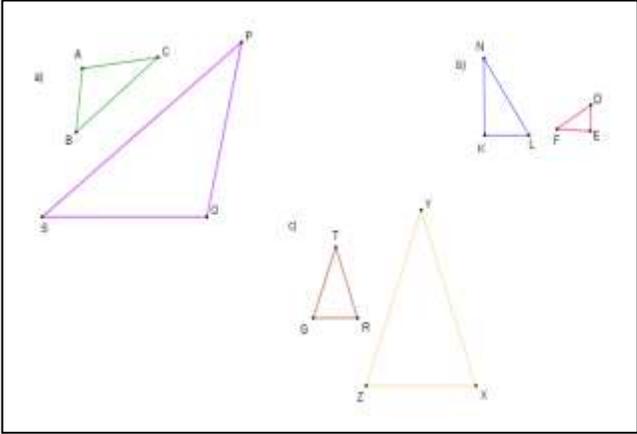
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
|--|---|
| <p>a. ¿Qué observa con los resultados de las constantes de proporcionalidad?</p> <p>b. Si se modifica la medida de los lados del triángulo DEF a través del deslizador DFE, ¿Qué sucede con las constantes de proporcionalidad?</p> <p>c. Teniendo en cuenta lo observado ¿Qué puedes concluir sobre las constantes de proporcionalidad y la medida de los lados de los triángulos?</p> <p>d. Teniendo en cuenta que los triángulos ABC y DEF son SEMEJANTES ¿Es posible establecer alguna relación entre el concepto de semejanza y las constantes de proporcionalidad? Justifique su respuesta</p> <p>e. ¿Qué sucede con los triángulos ABC y DEF cuando su constante de proporcionalidad es igual a 1?</p> | <p>Alcances: En la actividad 8, se espera que los estudiantes encuentren la constante de proporcionalidad entre los lados de los triángulos mediante el cociente entre los lados correspondientes, modifiquen la medida de los lados a través del deslizador y posteriormente observen, analicen y establezcan que las constantes de proporcionalidad de los lados de los triángulos semejantes son iguales.</p> <p>De igual forma, se espera que establezcan que dos triángulos semejantes pueden ser iguales (congruentes) y su constantes de proporcionalidad es 1.</p> |
| <p>9. Abra el archivo Act-9.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí aparecen NO SON SEMEJANTES, determine la constante de proporcionalidad entre los lados correspondientes de los triángulos</p> <div data-bbox="282 1209 995 1556" data-label="Figure"> </div> <p>Imagen 7</p> <p>a. ¿Qué observa con los resultados de las constantes de proporcionalidad?</p> <p>b. Si se modifica la medida de los lados de los triángulos KLM Y OPQ a través del movimiento de sus vértices, ¿Qué sucede con las constantes de proporcionalidad?</p> | <p>Alcances: En la actividad 9, se espera que los estudiantes determinen la constante de proporcionalidad entre los lados de los triángulos, modifiquen la medida de los lados y posteriormente observen, analicen y establezcan que las constantes de proporcionalidad de los lados de los triángulos NO semejantes son diferentes.</p> |

| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
|---|--|
| <p>c. Teniendo en cuenta que los triángulos KLM Y OPQ NO SON SEMEJANTES ¿Es posible establecer alguna relación entre la NO semejanza de los triángulos y las constantes de proporcionalidad? Justifique su respuesta.</p> | |
| <p>10. Abra el archivo Act-10.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que cada par de triángulos que allí se presentan SON SEMEJANTES, determine la medida de sus ángulos y establezca alguna relación entre ellos. Justifique, en cada caso.</p> <div data-bbox="293 531 1019 873" style="text-align: center;"> </div> <p>Imagen 8</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite que los estudiantes observen, analicen y determinen que la semejanza va más allá de la apariencia física de las figuras, estableciendo que la medida de los ángulos homólogos de triángulos semejantes siempre es igual. Característica matemática que cumplen los triángulos semejantes.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes ubiquen cada par de triángulos en la misma posición y posteriormente determinen la medida de sus ángulos para establecer relaciones de igualdad entre sus ángulos homólogos.</p> |

| FASE 3. EXPLICITACIÓN | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Socializar las conclusiones obtenidas durante el desarrollo las actividades, permitiendo establecer relaciones entre los lados correspondientes y los ángulos homólogos de triángulos semejantes. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>11. En una puesta en común reflexione acerca de:</p> <p>a. ¿cuáles considera que son las características matemáticas que cumplen los triángulos semejantes?</p> <p>b. De acuerdo a sus conclusiones construya con ayuda de GeoGebra dos triángulos semejantes y guarde el archivo con el nombre Act-11.ggb</p> | <p>Descripción: En esta actividad se espera definir la semejanza de triángulos a partir de las características matemáticas que se deben cumplir tales como la igualdad en las constantes de proporcionalidad y ángulos homólogos.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes establezcan la proporcionalidad entre los lados correspondientes y la igualdad de los ángulos homólogos como características matemáticas de los triángulos semejantes.</p> |

FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE

- Plantear nuevas situaciones para afianzar las ideas previas sobre la semejanza de triángulos y la elaboración de estereotipos diferentes a los habituales usados para su representación.

| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
|---|--|
| <p>12. Abra el archivo Act-12.ggb de GeoGebra y explore: ¿Cuáles pares de triángulos son semejantes? Justifique, en cada caso.</p>  <p>Imagen 9</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las características matemáticas que cumplen los triángulos semejantes, tales como la igualdad de sus constantes de proporcionalidad y sus ángulos homólogos.</p> <p>Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes determinen inicialmente la semejanza de triángulos solo haciendo uso de la visualización y posteriormente para justificar su elección se espera que ubiquen los triángulos en la misma posición y determinen las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes en cada par de triángulos y la medida de sus ángulos. Una vez establecida la igualdad en sus valores se espera que concluyan que los pares de triángulos de los numeral b y c son semejantes.</p> |
| <p>13. Sin usar la herramienta GeoGebra, determina si un triángulo rectángulo con dimensiones 3, 4 y 5 cm:</p> <p>a. ¿Es semejante a otro de dimensiones 6 cm, 8 cm y 10 cm respectivamente? Justifique su respuesta</p> <p>b. ¿Es semejante a otro de dimensiones 4 cm, 5 cm y 6 cm respectivamente? Justifique su respuesta</p> <p>c. Si se construye otro semejante a él, ¿Podemos asegurar que el triángulo será un triángulo rectángulo? Justifica tu respuesta.</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite motivar al estudiante a que se apoye en un dibujo para visualizar la situación planteada si es necesario, comprender una vez más las condiciones suficientes para determinar la semejanza de triángulos.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes sin uso de GeoGebra determine que en el numeral a los valores de las constantes de proporcionalidad de los lados correspondiente son iguales y por ende determinen la semejanza de estos triángulos.</p> <p>En el numeral b se espera que los estudiantes identifiquen que no existe ninguna relación de proporcionalidad entre los lados correspondientes de los triángulos; por lo tanto establezcan la no semejanza de los triángulos.</p> |

| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|---------------|---------------|-------|------------------------------|--|--|--|-----------------------------|--|--|--|-------------------------------|--|--|--|-------------------------------|--|--|--|---|
| | En el numeral c se espera que los estudiantes sigan reafirmando la igualdad de la forma como una característica de los triángulos semejantes. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>14. Considerando la siguiente propiedad de las proporciones: “En toda proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$”, construye con ayuda de GeoGebra un triángulo semejante, teniendo en cuenta que:</p> <p>a. Las medidas del triángulo inicial son 6, 8 y 10 cm y las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes es 2. Guarda el archivo con el nombre de Act-14a.ggb</p> <p>b. Las medidas del triángulo inicial son 3, 4 y 5 cm y las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes es 0,5. Guarda el archivo con el nombre de Act-14b.ggb</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite establecer la relación existente entre las constantes de proporcionalidad y los lados de los triángulos semejantes, además de permitir la construcción de triángulos semejantes a partir de la constante de proporcionalidad y la medida de los lados de uno de los triángulos.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes inicialmente establezcan que la medida de los lados del triángulo semejante se obtienen a través de la división de cada uno de los lados del triángulo inicial y la constante de proporcionalidad; posteriormente se realiza la construcción de los triángulos semejantes.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>15. Complete la siguiente tabla marcando con una X según corresponda. Debe argumentar su respuesta haciendo uso de diferentes representaciones (verbales, gráficas, analíticos, etc.), en caso de usar representaciones gráfica use GeoGebra como herramienta para su construcción y guarde el archivo con el nombre de Act-16.ggb.</p> <table border="1" data-bbox="256 1255 850 1682"> <thead> <tr> <th data-bbox="256 1255 500 1419">¿Cada par de figuras que se enuncian a continuación son semejantes?</th> <th data-bbox="500 1255 621 1419">Siempre</th> <th data-bbox="621 1255 748 1419">Algunas veces</th> <th data-bbox="748 1255 850 1419">Nunca</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="256 1419 500 1486">1. Un rectángulo y triángulo</td> <td data-bbox="500 1419 621 1486"></td> <td data-bbox="621 1419 748 1486"></td> <td data-bbox="748 1419 850 1486"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="256 1486 500 1554">2. Dos triángulos isósceles</td> <td data-bbox="500 1486 621 1554"></td> <td data-bbox="621 1486 748 1554"></td> <td data-bbox="748 1486 850 1554"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="256 1554 500 1621">3. Dos triángulos equiláteros</td> <td data-bbox="500 1554 621 1621"></td> <td data-bbox="621 1554 748 1621"></td> <td data-bbox="748 1554 850 1621"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="256 1621 500 1688">4. Dos triángulos rectángulos</td> <td data-bbox="500 1621 621 1688"></td> <td data-bbox="621 1621 748 1688"></td> <td data-bbox="748 1621 850 1688"></td> </tr> </tbody> </table> | ¿Cada par de figuras que se enuncian a continuación son semejantes? | Siempre | Algunas veces | Nunca | 1. Un rectángulo y triángulo | | | | 2. Dos triángulos isósceles | | | | 3. Dos triángulos equiláteros | | | | 4. Dos triángulos rectángulos | | | | <p>Descripción: Esta actividad permite estudiar la semejanza de triángulos sin tener su representación gráfica previamente e incentivar a los estudiantes a la elaboración de triángulos semejantes diferentes a los estereotipos habituales que se usan en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría como parte de su razonamiento.</p> <p>El docente deberá aprovechar este espacio para proponer situaciones que aprueben o desapruében lo planteado por los estudiantes; por ejemplo, en caso de que afirmen que los triángulos isósceles siempre son semejantes, se podrá plantear un triángulo isósceles que tenga un valor diferente en la medida de sus ángulos o de sus lados, desaprobando su respuesta.</p> |
| ¿Cada par de figuras que se enuncian a continuación son semejantes? | Siempre | Algunas veces | Nunca | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1. Un rectángulo y triángulo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2. Dos triángulos isósceles | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3. Dos triángulos equiláteros | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4. Dos triángulos rectángulos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
|-----------|---|
| | <p>Alcances: Se espera que los estudiantes identifiquen inicialmente las figuras no semejantes teniendo en cuenta su forma (1) y la posible semejanza en otras (2, 3 y 4). Posteriormente se espera que realicen representaciones gráficas como argumento de su elección. Asimismo, se espera que exploren distintas representaciones en cada numeral llegando a establecer que los triángulos isósceles y rectángulos algunas veces son semejantes y los triángulos equiláteros siempre son semejantes.</p> |

| FASE 5. INTEGRACIÓN | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> Definir características matemáticas de triángulos semejantes tales como la proporcionalidad de los lados correspondientes e igualdad de ángulos homólogos. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>16. Reflexiona con tus compañeros sobre el desarrollo de las actividades y determina:</p> <p>a. ¿Qué relación existe entre las constantes de proporcionalidad de los lados correspondientes de dos triángulos semejantes?</p> <p>b. ¿Qué relación existe entre los ángulos de dos triángulos semejantes?</p> <p>c. ¿Se puede determinar si dos triángulos son semejantes sólo si se conoce la medida de sus 3 lados? De ser así, indique el tipo de prueba que haría y de no serlo, escribe un contraejemplo que demuestre que dicha información es insuficiente.</p> <p>d. ¿Cuáles consideras que son las condiciones suficientes para establecer que dos triángulos son semejantes?</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite introducir a la nueva red de conceptos las nuevas características matemáticas que cumplen dos triángulos semejantes, tales como la igualdad de las constantes de proporcionalidad y la igualdad de sus ángulos homólogos, además de su reconocimiento visual como figuras que tienen la misma forma más no necesariamente el mismo tamaño.</p> <p>En esta fase se introduce el término de “lados proporcionales”, como la igualdad que se presenta en las constantes de proporcionalidad de los lados correspondientes de los triángulos semejantes, además de reconocer la constante de proporcionalidad como “<i>la razón de semejanza</i>”.</p> <p>Además, se establece que la medida de los lados correspondientes de triángulos semejantes puede variar pero la medida de sus ángulos siempre es la misma.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes determinen que la constante de proporcionalidad de los lados correspondientes de los triángulos semejantes es la misma, que sus ángulos homólogos son iguales y que estas condiciones permiten establecer la semejanza de triángulos.</p> |

ACTIVIDAD 3. ÁREAS Y PERÍMETROS DE TRIÁNGULOS SEMEJANTES
(Nivel 2. Análisis)

Objetivos:

- ✓ Establecer la relación entre las razones de los perímetros de triángulos semejantes y la razón de semejanza.
- ✓ Establecer la relación entre las razones de las áreas de triángulos semejantes y la razón de semejanza.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y características de triángulos semejantes y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

CONCEPTO:

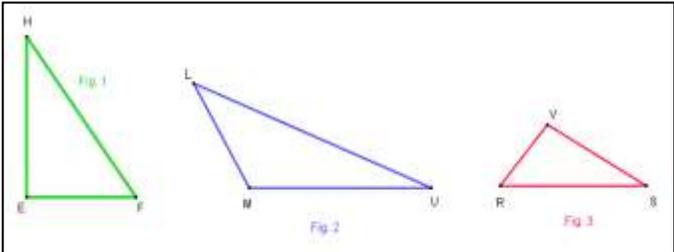
Perímetros y áreas de triángulos semejantes: Los perímetros y las áreas de dos figuras semejante guardan una relación con respecto a la razón de semejanza.

Si el triángulo ABC es semejante al triángulo A'B'C' y la razón de semejanza es r , entonces:

- La razón entre los perímetros P y P' respectivamente es proporcional a la razón de semejanza

$$\left(\frac{P}{P'} = r\right)$$
- La razón entre las áreas A y A' respectivamente es proporcional al cuadrado de la razón de semejanza

$$\left(\frac{A}{A'} = r^2\right).$$

| FASES | |
|---|---|
| <p>FASE 1. INFORMACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calcular áreas y perímetros de triángulos. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>17. Abra el archivo Act-17.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que: la altura de un triángulo es la recta perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto (o su prolongación), su área está determinada por: $\frac{b \times h}{2}$, donde b es la base y h es la altura del triángulo y el perímetro es la suma de todos sus lados. Determine el área y el perímetro de los siguientes triángulos.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Imagen 10</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite conocer los conceptos previos de los estudiantes sobre la altura, el área y el perímetro de un triángulo.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes con el uso de las herramientas de GeoGebra tracen las alturas de los triángulos, determinen la medida de las alturas y las bases de los triángulos, y posteriormente calculen las áreas y los perímetros.</p> |

FASE 2. ORIENTACION DIRIGIDA

- Explorar el campo de estudio a través de la resolución de situaciones planteadas con el fin de establecer la relación entre la razón de los perímetros de triángulos semejantes y la razón de semejanza.
- Establecer la relación entre la razón de las áreas de triángulos semejantes y la razón de semejanza.

ACTIVIDAD

18. Abra el archivo Act-18.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí se presentan son semejantes. Determine para cada par de triángulos:

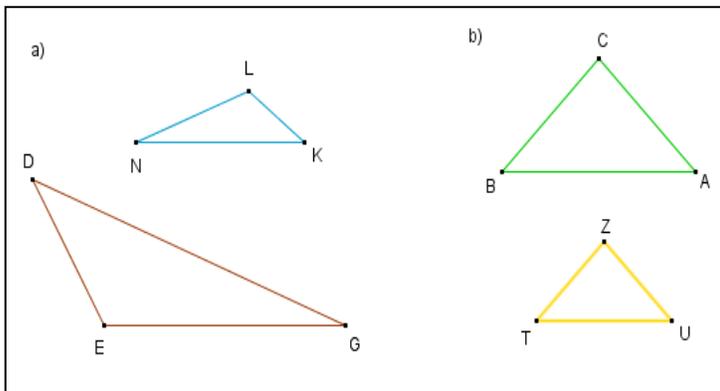


Imagen 11

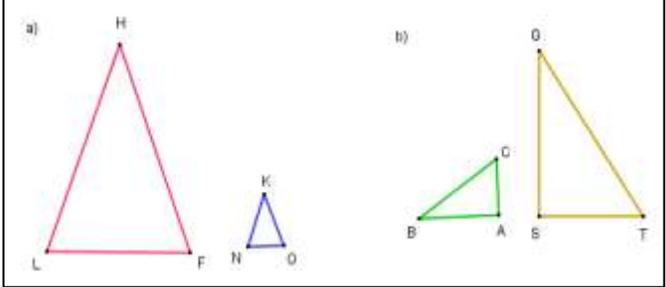
- a. La razón de semejanza.
- b. El perímetro de cada uno de los triángulos.
- c. La razón entre los perímetros de los triángulos.
- d. La relación existente entre la razón de semejanza y la razón de los perímetros de los triángulos.

DESCRIPCIÓN Y ALCANCES

Descripción: Esta actividad permite establecer que la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes es proporcional a la razón de semejanza de los triángulos.

Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes:

1. Determinen la razón de semejanza a través del cociente entre dos de los lados correspondientes de los triángulos (estos valores pueden variar de acuerdo al triángulo que se tenga en cuenta en primer lugar).
2. Hallen los perímetros y la razón entre ellos, en cada par de triángulos.
3. Reconozcan que la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes es igual a la razón de semejanza de los triángulos.

| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
|---|---|
| <p>19. Abra el archivo Act-19.ggb de GeoGebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí se presentan son semejantes. Determine para cada par de triángulos:</p>  <p>Imagen 11</p> <p>a. La razón de semejanza. b. El área de cada uno de los triángulos. c. La razón entre las áreas de los triángulos. d. La relación existente entre la razón de semejanza y la razón de las áreas de los triángulos.</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite establecer que la razón de las áreas de dos triángulos semejantes es proporcional al cuadrado de la razón de semejanza de los triángulos</p> <p>Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Determinen la razón de semejanza a través del cociente entre dos de los lados correspondientes de los triángulos (estos valores pueden variar de acuerdo al triángulo que se tenga en cuenta en primer lugar). 2. Hallen el área de cada uno de los triángulos y la razón entre ellos, en cada par de triángulos. 3. Reconozcan que la razón de las áreas de dos triángulos semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza de los triángulos. |

| FASE 3. EXPLICACIÓN | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Socializar las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de las actividades anteriores con el fin de establecer relaciones entre las razones de las áreas y perímetros de triángulos semejantes y la razón de semejanza | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>20. En una puesta en común reflexione acerca de:</p> <p>a. ¿cuál es la relación entre la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza? Justifique su respuesta.</p> <p>b. ¿cuál es la relación entre la razón de las áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza? Justifique su respuesta.</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite afianzar las relaciones entre las razones de las áreas y los perímetros de dos triángulos semejantes, tales como la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes es proporcional a la razón de semejanza y la razón de las áreas de dos triángulos semejantes es proporcional al cuadrado de la razón de semejanza.</p> <p>Además, permite comprender que los valores de las razones pueden variar de acuerdo a los atributos de los triángulos que se tomen en primer lugar.</p> <p>Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes de manera grupal establezcan la relación existente entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.</p> <p>Además, se espera que socialice los diferentes resultados de las razones para comprender que pueden variar de acuerdo a los atributos del primer que se tomen en primer lugar.</p> |

| FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> Plantear nuevas situaciones con el fin de afianzar las ideas sobre la relación existente entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>21. Los perímetros de dos triángulos isósceles son de 15 y 5 centímetros, respectivamente. ¿Cuál es la razón de semejanza?</p> <p>22. Las áreas de dos triángulos semejantes son 36 cm^2 y 100 cm^2. Determina la razón de semejanza.</p> <p>23. Dos jardines tienen razón de semejanza 4. Si el perímetro del mayor es 24 m, ¿cuál es el perímetro del menor?</p> <p>24. Dos triángulos son semejantes con una razón de semejanza 4. Si el perímetro del triángulo menor es 12 cm y el área 20 cm^2, calcula el perímetro y el área del triángulo mayor.</p> <p>25. Las habitaciones de Ángela y Sofía son semejantes con una razón de semejanza $\frac{3}{4}$. Ángela tiene la habitación más grande y su superficie es de 16 m^2 ¿Qué superficie tiene la habitación de Sofía?</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite consolidar y aplicar las diferentes relaciones que se establecieron en torno al concepto de semejanza de triángulos en situaciones de la vida diaria.</p> <p>Alcances: En esta actividad se espera que los estudiantes apliquen los conceptos aprendidos sobre la relación existente entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza, teniendo en cuenta que en ciertas situaciones los atributos del triángulo mayor debe ser tenidos en cuenta en el numerador y en otras situaciones debe ser en el denominador.</p> |

| FASE 5. INTEGRACIÓN | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> Integrar los conocimientos adquiridos en el desarrollo de las actividades a la nueva red de conocimientos. | |
| ACTIVIDAD | DESCRIPCIÓN Y ALCANCES |
| <p>26. Comparte con tus compañeros la forma como han sido desarrolladas las situaciones anteriores y determina de manera grupal las relaciones existentes entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.</p> | <p>Descripción: Esta actividad permite consolidar las relaciones existentes entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.</p> <p>Alcances: Se espera que los estudiantes compartan la forma como han sido desarrolladas las actividades y establezcan aciertos y desaciertos en el desarrollo de las mismas, llegando a establecer de forma general las relaciones entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.</p> |

Diseño de las actividades propuestas para los estudiantes de noveno grado

GUIA PARA EL ESTUDIANTE

A continuación se presentan las actividades que deben ser desarrolladas por los estudiantes de noveno grado para el aprendizaje de la semejanza de triángulos.

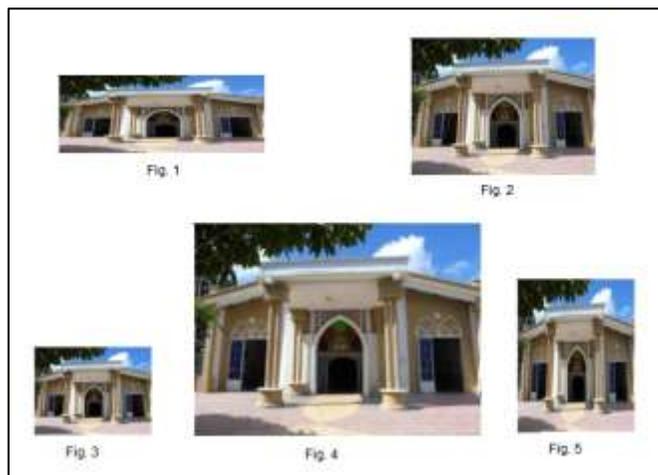


COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA

ACTIVIDAD 1. RECONOCIMIENTO VISUAL DE IMÁGENES SEMEJANTES

Nombres: _____ Grado: _____

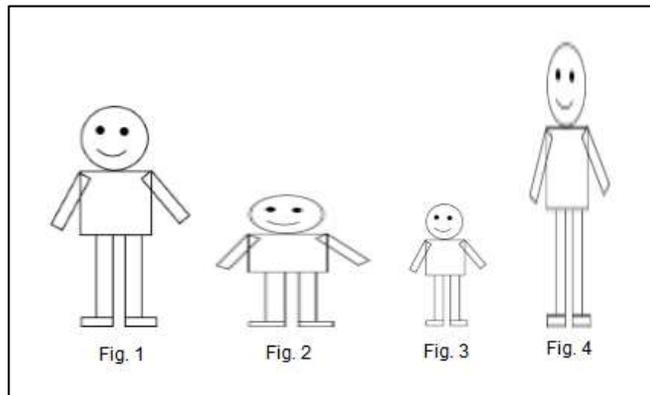
1. Las siguientes imágenes muestran la parte exterior de la iglesia “Santísima Trinidad” de Sabana de Torres (Santander)



a. ¿Cuáles de ellas tiene “la misma forma”? Justifique su respuesta _____

b. ¿Cuáles imágenes “se parecen”? Justifique su respuesta _____

2. Teniendo en cuenta las siguientes imágenes, determine:



a. ¿Cuáles de las imágenes tiene “la misma forma”? Justifique su respuesta. _____

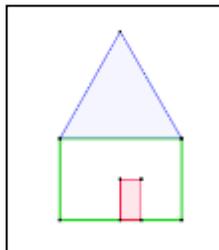
b. ¿Cuáles imágenes “se parecen”? Justifique su respuesta. _____

3. Según lo observado en el desarrollo de las actividades anteriores, plantee con sus propias palabras:

- Las características que cumplen las figuras que “tienen la misma forma”.

- Las características que cumplen las figuras que “se parecen”.

4. Abre el archivo Act-4.ggb de Geogebra y construye una imagen que tenga la misma forma a la imagen dada.



5. Observe los dibujos realizados por sus compañeros, y en una puesta en común socialice los aciertos y desaciertos que las imágenes presentan y determinen grupalmente las características que deben cumplir las imágenes que tienen “la misma forma”.



COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA
ACTIVIDAD 2. CARACTERISTICAS DE LOS TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Nombres: _____ **Grado:** _____

6. Abra el archivo Act-6.ggb de Geogebra y explore: ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? Justifique su elección.

7. Abra el archivo Act-7.ggb de Geogebra y explore: ¿Cuáles de los triángulos son semejantes? Justifique su respuesta.

8. Abra el archivo Act-8.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí aparecen **SON SEMEJANTES**, determine la constante de proporcionalidad, es decir, el cociente entre los lados correspondientes de los triángulos.

a. ¿Qué observa con los resultados de las constantes de proporcionalidad? _____

b. Si se modifica la medida de los lados del triángulo DEF a través del deslizador DFE, ¿Qué sucede con las constantes de proporcionalidad? _____

c. Teniendo en cuenta lo observado ¿Qué puedes concluir sobre las constantes de proporcionalidad y la medida de los lados de los triángulos?

d. Teniendo en cuenta que los triángulos ABC y DEF son **SEMEJANTES** ¿Es posible establecer alguna relación entre el concepto de semejanza y las constantes de proporcionalidad? Justifique su respuesta.

e. ¿Qué sucede con los triángulos ABC y DEF cuando su constante de proporcionalidad es igual a 1?

9. Abra el archivo Act-9.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí aparecen **NO SON SEMEJANTES**, determine la constante de proporcionalidad entre los lados correspondientes de los triángulos

a. ¿Qué observa con los resultados de las constantes de proporcionalidad? _____

b. Si se modifica la medida de los lados de los triángulos KLM Y OPQ a través del movimiento de sus vértices, ¿Qué sucede con las constantes de proporcionalidad?

c. Teniendo en cuenta que los triángulos KLM Y OPQ **NO SON SEMEJANTES** ¿Es posible establecer alguna relación entre la NO semejanza de los triángulos y las constantes de proporcionalidad? Justifique su respuesta

10. Abra el archivo Act-10.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que cada par de triángulos que allí se presentan **SON SEMEJANTES**, determine la medida de sus ángulos y establezca alguna relación entre ellos. Justifique, en cada caso.

11. En una puesta en común reflexione acerca de:

a. ¿cuáles considera que son las características matemáticas que cumplen los triángulos semejantes?

b. De acuerdo a sus conclusiones construya con ayuda de GeoGebra dos triángulos semejantes y guarde el archivo con el nombre Act-11.ggb

12. Abra el archivo Act-12.ggb de Geogebra y explore: ¿Cuáles pares de triángulos son semejantes? Justifique, en cada caso.

| Figura | ¿Son semejante? | Justificación |
|---------------|------------------------|----------------------|
| a | | |
| b | | |
| c | | |

13. Sin usar la herramienta GeoGebra, determina si un triángulo rectángulo con dimensiones 3, 4 y 5 cm:

a. ¿Es semejante a otro de dimensiones 6 cm, 8 cm y 10 cm respectivamente? Justifique su respuesta

b. ¿Es semejante a otro de dimensiones 4 cm, 5 cm y 6 cm respectivamente? Justifique su respuesta

c. Si se construye otro semejante a él, ¿Podemos asegurar que el triángulo será un triángulo rectángulo?

Justifica tu respuesta.

14. Considerando la siguiente propiedad de las proporciones: “En toda proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se cumple que

$a \cdot d = b \cdot c$ ”, construye con ayuda de GeoGebra un triángulo semejante, teniendo en cuenta que:

a. Las medidas del triángulo inicial son 6, 8 y 10 cm y las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes es 2. Guarda el archivo con el nombre de Act-14a.ggb

b. Las medidas del triángulo inicial son 3, 4 y 5 cm y las constantes de proporcionalidad entre los lados correspondientes es 0,5. Guarda el archivo con el nombre de Act-14b.ggb

15. Complete la siguiente tabla marcando con una X según corresponda. Debe argumentar su respuesta haciendo uso de diferentes representaciones (verbales, gráficas, analíticos, etc.), en caso de usar representaciones gráfica use Geogebra como herramienta para su construcción y guarde el archivo con el nombre de Act-15.ggb.

| ¿Cada par de figuras que se enuncian a continuación son semejantes? | Siempre | Algunas veces | Nunca | Justificación |
|---|---------|---------------|-------|---------------|
| 1. Un rectángulo y triángulo | | | | |
| 2. Dos triángulos isósceles | | | | |
| 3. Dos triángulos equiláteros | | | | |
| 4. Dos triángulos rectángulos | | | | |

16. Reflexiona con tus compañeros sobre el desarrollo de las actividades y determina:

a. ¿Qué relación existe entre las constantes de proporcionalidad de los lados correspondientes de dos triángulos semejantes?

b. ¿Qué relación existe entre los ángulos de dos triángulos semejantes? _____

c. ¿Se puede determinar si dos triángulos son semejantes sólo si se conoce la medida de sus 3 lados? De ser así, indique el tipo de prueba que haría y de no serlo, escribe un contraejemplo que demuestre que dicha información es insuficiente.



d. ¿Cuáles consideras que son las condiciones suficientes para establecer que dos triángulos son semejantes?



COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA
ACTIVIDAD 3. ÁREAS Y PERÍMETROS DE TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Nombres: _____ **Grado:** _____

17. Abra el archivo Act-17.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que: la altura de un triángulo es la recta perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto (o su prolongación), su área está determinada por: $\frac{b \times h}{2}$, donde b es la base y h es la altura del triángulo y el perímetro es la suma de todos sus lados. Determine el área y el perímetro de los siguientes triángulos.

| Fig. | Perímetro | Área |
|------|-----------|------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |

18. Abra el archivo Act-18.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí se presentan **SON SEMEJANTES**. Determine para cada par de triángulos:

| | a | b |
|---|----------------------|----------------------|
| La razón de semejanza. | | |
| El perímetro de cada uno de los triángulos. | Triángulo LNK | Triángulo CAB |
| | Triángulo EGD | Triángulo ZUT |
| La razón entre los perímetros de los triángulos. | | |
| La relación existente entre la razón de semejanza y la razón de los perímetros de los triángulos. | | |

19. Abra el archivo Act-19.ggb de Geogebra y teniendo en cuenta que los triángulos que allí se presentan son semejantes. Determine para cada par de triángulos:

| | a | b |
|--|----------------------|----------------------|
| La razón de semejanza. | | |
| El área de cada uno de los triángulos. | Triángulo LHF | Triángulo CAB |
| | Triángulo NKO | Triángulo TSG |
| La razón entre las áreas de los triángulos. | | |
| La relación existente entre la razón de semejanza y la razón de las áreas de los triángulos. | | |

20. En una puesta en común reflexione acerca de:

a. ¿cuál es la relación entre la razón de los perímetros de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza? Justifique su respuesta.

b. ¿cuál es la relación entre la razón de las áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza?

Justifique su respuesta.

RESUELVA LAS SIGUIENTES SITUACIONES

21. Los perímetros de dos triángulos isósceles son de 15 y 5 centímetros, respectivamente. ¿Cuál es la razón de semejanza?

22. Las áreas de dos triángulos semejantes son 36 cm^2 y 100 cm^2 . Determina la razón de semejanza.

23. Dos jardines tienen razón de semejanza 4. Si el perímetro del mayor es 24 m, ¿cuál es el perímetro del menor?

24. Dos triángulos son semejantes con una razón de semejanza 4. Si el perímetro del triángulo menor es 12 cm y el área 20 cm^2 , calcula el perímetro y el área del triángulo mayor.

25. Las habitaciones de Sofía y Ángela son semejantes con una razón de semejanza $\frac{3}{4}$. Ángela tiene la habitación más grande y su superficie es de 16 m^2 ¿Qué superficie tiene la habitación de Sofía?

26. Comparte con tus compañeros la forma como han sido desarrolladas las situaciones anteriores y determina de manera grupal las relaciones existentes entre las razones de los perímetros y áreas de dos triángulos semejantes y la razón de semejanza.