

# Unidad didáctica para el aprendizaje de las líneas y los puntos notables de triángulos.

## GUIA DOCENTE

A continuación se presentan las unidades didácticas elaboradas para el aprendizaje de las líneas y puntos notables de un triángulo para estudiantes de octavo grado.

### ACTIVIDAD 1. Reconociendo el triángulo

(Nivel 1. reconocimiento)

#### Objetivos:

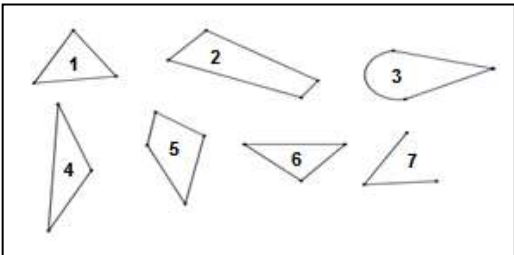
- ✓ Reconocer visualmente un triángulo, sus elementos y su clasificación teniendo en cuenta la medida de sus lados y sus ángulos.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medios para comprender conceptos y propiedades y los procesos de visualización y razonamiento propios del nivel 1 del modelo de Van Hiele

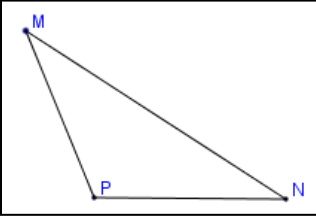
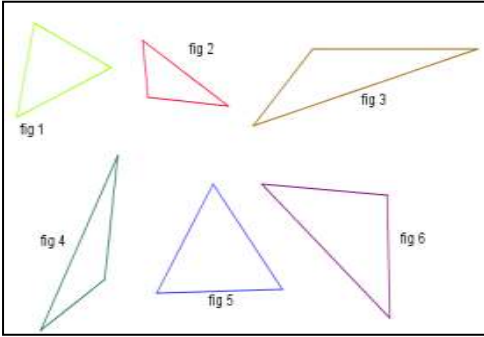
#### CONCEPTOS:

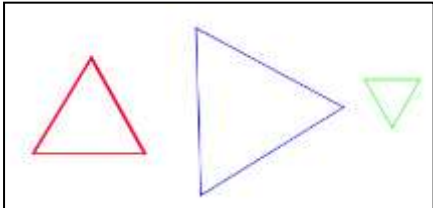
**Triángulo:** Es un polígono de tres lados, es decir, una porción de plano limitada por tres segmentos unidos, dos a dos, por sus extremos. Los tres segmentos que limitan el triángulo se denominan lados, y los extremos de los lados, vértices.

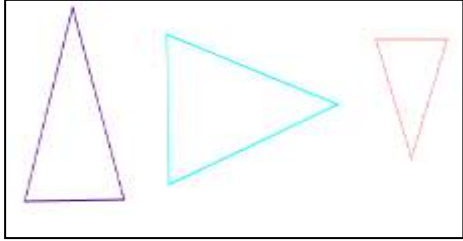
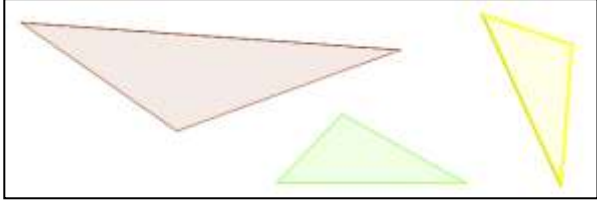
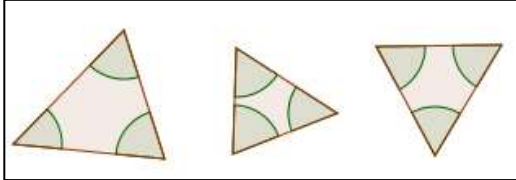
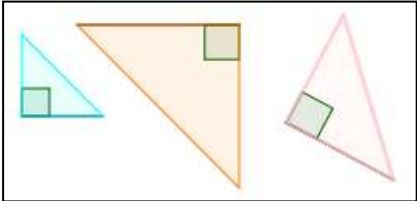
#### Clasificación:

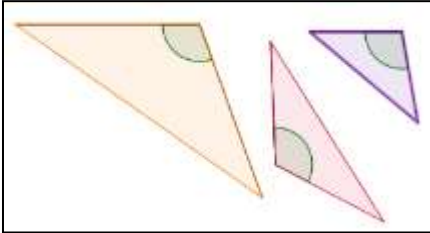
- **De acuerdo a la medida de sus lados:**
  - a) Equiláteros: Son los que tienen sus 3 lados iguales.
  - b) Isósceles: Son los que tienen dos lados iguales.
  - c) Escalenos: Son los que sus 3 son lados desiguales
- **De acuerdo a la medida de sus ángulos:**
  - a) Rectángulos: Son los que tienen un ángulo recto ( $90^\circ$ ).
  - b) Acutángulos: Son los que tienen sus 3 ángulos agudos.
  - c) Obtusángulos: Son los que tienen un ángulo obtuso.

FASES	
<b>FASE 1. INFORMACIÓN</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer visualmente un triángulo e identifica sus elementos.</li> <li>• Identificar características comunes entre una colección de triángulos.</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>1. Observe las siguientes figuras y determine cuáles de ellas son triángulos. Justifique su elección.</p> 	<p><b>Descripción:</b> Las actividades 1, 2 y 3, permiten que el estudiante reconozca e identifique visualmente un triángulo, sus elementos y clasificación.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes identifiquen visualmente los elementos de un triángulo y los clasifique según el criterio presentado.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES						
<p>2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra Identifica en la siguiente figura los lados, los vértices y los ángulos</p>  <p>Lados: _____  Vértices: _____  Ángulo: _____</p>							
<p>3. Abra el archivo Act3.ggb de GeoGebra. Observe cuidadosamente los siguientes triángulos y agrupe aquellos que tengan una característica común</p>  <table border="1" data-bbox="280 1161 995 1266"> <thead> <tr> <th data-bbox="280 1161 586 1199">Figuras</th> <th data-bbox="586 1161 995 1199">Característica</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="280 1199 586 1236"> </td> <td data-bbox="586 1199 995 1236"> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="280 1236 586 1266"> </td> <td data-bbox="586 1236 995 1266"> </td> </tr> </tbody> </table>	Figuras	Característica					
Figuras	Característica						

<b>FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Clasificar los triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y la medida de sus ángulos.</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos equiláteros ¿Qué podría concluir?</p> 	<p><b>Descripción:</b> En las actividades 4, 5 y 6, definir, detalladamente, la clasificación de triángulos de acuerdo a la medida de sus lados.</p> <p><b>Alcance:</b> En esta actividad se espera que los estudiantes deben medir y clasificar los triángulos de acuerdo a la medida de sus lados.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Abra el archivo Act-5.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos isósceles ¿Qué podría concluir?</p>  <p>6. Abra el archivo Act-6.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos escaleno ¿Qué podría concluir?</p> 	
<p>7. Abra el archivo Act-7.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos acutángulo ¿Qué podría concluir?</p>  <p>8. Abra el archivo Act-8.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos rectángulo ¿Qué podría concluir?</p> 	<p><b>Descripción:</b> En las actividades 7, 8 y 9 se define detalladamente, la clasificación de triángulos de acuerdo a la medida de sus ángulos.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes clasifiquen los triángulos de acuerdo a la medida de sus ángulos y usen el vocabulario básico y adecuado para definirlos.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>9. Abra el archivo Act-9.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos obtusángulo ¿Qué podría concluir?</p> 	

<b>FASE 3. EXPLICITACIÓN</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Socializar lo observado durante el desarrollo de cada actividad a través de una puesta en común</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>10. Según lo observado en el desarrollo de las actividades anteriores plantee con sus propias palabras</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El concepto de triángulo</li> <li>- ¿Qué elementos se encuentran en un triángulo?</li> <li>- ¿Cuál es la clasificación de los triángulos según la medida de sus lados?</li> <li>- ¿Cuál es la clasificación de los triángulos según la medida de sus ángulos?</li> </ul> <p>En una puesta en común comparta sus respuestas.</p>	<p><b>Descripción:</b> Apropiarse de los conceptos adquiridos, para ampliar y profundizar el conocimiento del tema estudiado junto a los nuevos conceptos que puedan surgir en la puesta en común desde las experiencias vividas de mis otros compañeros. Además utiliza el vocabulario adecuado para expresar lo aprendido.</p> <p><b>Alcance:</b> En esta actividad se espera que los estudiantes aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

<b>FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantear nuevas situaciones con el fin de afianzar las ideas previas, una vez establecida los elementos y la clasificación de los triángulos.</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>En una puesta en común comparta sus respuestas</p> <p>11. Haciendo uso de GeoGebra construye los siguientes triángulos teniendo en cuenta las indicaciones dadas y clasifícalos</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Dos lados iguales de 3 cm y un ángulo de 140</li> <li>Tres lados iguales de 4,5 cm</li> <li>Lados de 3, 4 y 5 cm</li> </ol>	<p><b>Descripción:</b> Con esta actividad se busca aumentar el nivel de conocimiento alcanzado por el estudiante, verificar su aprendizaje, describir y justificar las respuestas dadas, a partir de una construcción o de una visualización.</p> <p><b>Alcance:</b> En esta actividad los estudiantes realizan nuevas construcciones, teniendo en cuenta lo aprendido para consolidar el nivel de raciocinio respecto al objeto de estudio.</p>

**FASE 5. INTEGRACIÓN**

- Relacionar las propiedades de los triángulos con distintos atributos y elabora un mapa mental para evidenciar la apropiación de los conceptos estudiados.
- Definir visualmente las propiedades un triángulo, sus elementos y su clasificación teniendo en cuenta la medida de sus lados y sus ángulos

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES																																		
<p>14. De las siguientes propiedades que describen un triángulo determinado ¿cuáles de ellas serían suficientes para saber de qué triángulo se trata y como dibujarlo?</p> <table border="1" data-bbox="342 552 959 753"><thead><tr><th>CONDICIONES</th><th>SI</th><th>NO</th></tr></thead><tbody><tr><td>Tiene tres lados</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Tiene dos ángulos agudos</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Sus ángulos suman 180°</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Tiene solo dos lados iguales</td><td></td><td></td></tr><tr><td>El lado desigual mide 4 cm.</td><td></td><td></td></tr></tbody></table> <p>13. Asocia a cada tipo de triángulo la propiedad o propiedades que le correspondan:</p> <table data-bbox="293 884 948 1205"><thead><tr><th>Propiedad</th><th>Tipo de triángulo</th></tr></thead><tbody><tr><td>- Tiene un ángulo de 90°</td><td>- Triángulo escaleno</td></tr><tr><td>- Tiene tres lados iguales</td><td>- Triángulo equilátero</td></tr><tr><td>- Tiene dos ángulos iguales</td><td>- Triángulo isósceles</td></tr><tr><td>- Tiene un ángulo obtuso</td><td>- Triángulo acutángulo</td></tr><tr><td>- Tiene tres ángulos iguales.</td><td>- Triángulo rectángulo</td></tr><tr><td>- Tiene sólo dos lados iguales.</td><td>- Triángulo Obtusángulo</td></tr><tr><td>- Tiene sus ángulos desiguales.</td><td></td></tr></tbody></table>	CONDICIONES	SI	NO	Tiene tres lados			Tiene dos ángulos agudos			Sus ángulos suman 180°			Tiene solo dos lados iguales			El lado desigual mide 4 cm.			Propiedad	Tipo de triángulo	- Tiene un ángulo de 90°	- Triángulo escaleno	- Tiene tres lados iguales	- Triángulo equilátero	- Tiene dos ángulos iguales	- Triángulo isósceles	- Tiene un ángulo obtuso	- Triángulo acutángulo	- Tiene tres ángulos iguales.	- Triángulo rectángulo	- Tiene sólo dos lados iguales.	- Triángulo Obtusángulo	- Tiene sus ángulos desiguales.		<p><b>Descripción:</b> Los estudiantes definen las propiedades de un triángulo teniendo en cuenta la medida de sus lados y sus ángulos.</p> <p><b>Alcance:</b> En esta actividad se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos con lo aprendido sobre los triángulos y sus propiedades.</p>
CONDICIONES	SI	NO																																	
Tiene tres lados																																			
Tiene dos ángulos agudos																																			
Sus ángulos suman 180°																																			
Tiene solo dos lados iguales																																			
El lado desigual mide 4 cm.																																			
Propiedad	Tipo de triángulo																																		
- Tiene un ángulo de 90°	- Triángulo escaleno																																		
- Tiene tres lados iguales	- Triángulo equilátero																																		
- Tiene dos ángulos iguales	- Triángulo isósceles																																		
- Tiene un ángulo obtuso	- Triángulo acutángulo																																		
- Tiene tres ángulos iguales.	- Triángulo rectángulo																																		
- Tiene sólo dos lados iguales.	- Triángulo Obtusángulo																																		
- Tiene sus ángulos desiguales.																																			

## ACTIVIDAD 2. Presentación de líneas y los puntos notables (Alturas y Ortocentro)

Nivel 2. Análisis

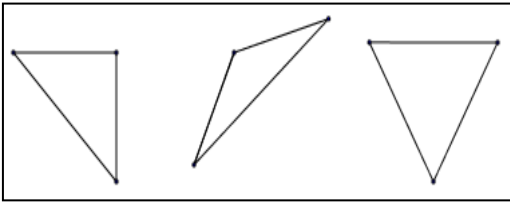
### Objetivos:

- ✓ Identificar las alturas como líneas notables de un triángulo.
- ✓ Identificar el ortocentro (intersección de las alturas) como un punto notable de un triángulo.
- ✓ Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

### CONCEPTOS:

**Altura:** Es un segmento perpendicular desde un vértice del triángulo a la recta que contiene al lado opuesto.

**Ortocentro:** Es el punto de intersección de las alturas de un triángulo.

FASES	
<p style="text-align: center;"><b>FASE 1. INFORMACIÓN</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar las alturas de un triángulo visualmente triángulo.</li> <li>• Trazar rectas notables en un triángulo, haciendo uso del software.</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>1. Señala las alturas en los siguientes triángulos</p> 	<p><b>Descripción:</b> Identificar en qué medida los estudiantes reconoce las alturas de un triángulo</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes, identifiquen al menos una de las alturas de un triángulo.</p>

FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer las alturas de un triángulo.</li> <li>• Reconocer el Ortocentro como punto notable de un triángulo.</li> <li>• Afianzar el concepto de perpendicularidad mediante la construcción del triángulo dado.</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>Dado que la <b>altura</b> es un segmento perpendicular desde un vértice del triángulo a la recta que contiene al lado opuesto y el <b>ortocentro</b> es el punto de intersección de las mismas.</p> <p>2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</li> <li>b. Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</li> <li>c. Según lo observado que puedes concluir</li> </ol>	<p><b>Descripción:</b> La actividad 2, 3 y 4 permiten la construcción de las alturas de los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y la ubicación del ortocentro en los mismos.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</li> <li>Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</li> <li>Según lo observado que puedes concluir</li> </ol> <p>4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</li> <li>Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</li> <li>Según lo observado que puedes concluir</li> </ol>	<p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes construyan exitosamente la altura en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y determine que el ortocentro se encuentre ubicado sobre, fuera y adentro, respectivamente.</p>

**FASE 3. EXPLICITACIÓN**

- Identificar con precisión el ortocentro en un triángulo basándose en las características del mismo y usando el software.
- Identificar los conceptos sobre rectas (alturas) y puntos notables (ortocentro) de los triángulos, en la aplicación y construcción de triángulos según sus propiedades y relaciones.
- Promover el trabajo en grupo y su participación en la puesta en común de la actividad.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:</p> <p>- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el ortocentro se encuentre dentro del triángulo?</p> <p>- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el ortocentro se encuentre afuera del triángulo?</p> <p>- ¿Y para que el ortocentro coincida con el triángulo?</p>	<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite consolidar las propiedades de las alturas y del ortocentro en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

**FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE**

- Interpretar los conceptos asociados a las rectas y puntos notables a partir del trazado y ubicación de los mismos.
- Identificar con precisión las propiedades que presentan las alturas de un triángulo, basándose en las características del mismo y usando el software.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>6. Realiza las construcciones que verifiquen las proposiciones propuestas indicando la descripción de los pasos a seguir para lograrla.</p> <p>-Las alturas de un triángulo isósceles son congruentes.            -Las alturas de un triángulo rectángulo son perpendiculares.            -Las alturas de un triángulo equilátero son congruentes.</p>	<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite consolidar las propiedades de las alturas en los triángulos isósceles, rectángulo y equilátero</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas a cerca de las propiedades de las alturas en diferentes tipos de triángulos.</p>

**FASE 5. INTEGRACIÓN**

- Integrar la información obtenida a su red de conocimiento con relación a las propiedades y las relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo
- Reconocer las características y propiedades de los triángulos de los puntos de intersección de las líneas notables

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES																				
<p>7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:</p> <table border="1" data-bbox="277 1108 961 1472"> <thead> <tr> <th data-bbox="277 1108 612 1140">ENUNCIADO</th> <th data-bbox="612 1108 667 1140">SI</th> <th data-bbox="667 1108 735 1140">NO</th> <th data-bbox="735 1108 961 1140">JUSTIFICA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="277 1140 612 1209">Todas las alturas se ubican al interior de un triángulo.</td> <td data-bbox="612 1140 667 1209"></td> <td data-bbox="667 1140 735 1209"></td> <td data-bbox="735 1140 961 1209"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="277 1209 612 1278">El ortocentro se ubica al exterior de un triángulo.</td> <td data-bbox="612 1209 667 1278"></td> <td data-bbox="667 1209 735 1278"></td> <td data-bbox="735 1209 961 1278"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="277 1278 612 1373">En todos los triángulos rectángulos, el ortocentro se ubica en su interior</td> <td data-bbox="612 1278 667 1373"></td> <td data-bbox="667 1278 735 1373"></td> <td data-bbox="735 1278 961 1373"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="277 1373 612 1472">El ortocentro su ubica en uno de los lados del triángulo rectángulo</td> <td data-bbox="612 1373 667 1472"></td> <td data-bbox="667 1373 735 1472"></td> <td data-bbox="735 1373 961 1472"></td> </tr> </tbody> </table>	ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA	Todas las alturas se ubican al interior de un triángulo.				El ortocentro se ubica al exterior de un triángulo.				En todos los triángulos rectángulos, el ortocentro se ubica en su interior				El ortocentro su ubica en uno de los lados del triángulo rectángulo				<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite que los estudiantes identifiquen la altura y el punto notable respectivamente de un triángulo.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos.</p>
ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA																		
Todas las alturas se ubican al interior de un triángulo.																					
El ortocentro se ubica al exterior de un triángulo.																					
En todos los triángulos rectángulos, el ortocentro se ubica en su interior																					
El ortocentro su ubica en uno de los lados del triángulo rectángulo																					



### ACTIVIDAD 3. Presentación de líneas y los puntos notables (Medianas y Baricentro)

(Nivel 2. Análisis)

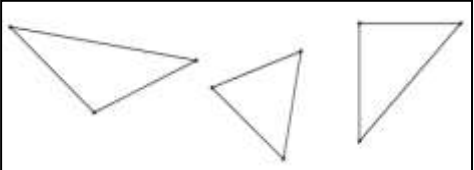
#### Objetivos:

- ✓ Identificar las medianas como líneas notables de un triángulo.
- ✓ Identificar el baricentro (intersección de las medianas) como un punto notable de un triángulo.
- ✓ Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

#### CONCEPTOS:

**Mediana:** Es un segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y el punto medio de su lado opuesto.

**Baricentro:** Es el punto de intersección de las medianas de un triángulo.

FASES	
<b>FASE 1. INFORMACIÓN</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar las medianas de un triángulo.</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
1. Señala las medianas en los siguientes triángulos. <div style="text-align: center;">  </div>	<p><b>Descripción:</b> Identificar en qué medida los estudiantes reconoce las medianas de un triángulo</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes, por lo menos identifiquen una de las medianas de un triángulo.</p>

<b>FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer las medianas en distintos triángulos.</li> <li>• Identificar con precisión el baricentro en todo de triángulo, basándose en las características del mismo y usando el software</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
Dado que la <b>mediana</b> es un segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y punto medio de su lado opuesto y el <b>baricentro</b> es el punto de intersección de las mismas: <p>2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo.</li> <li>b. Ubique el baricentro y determine su ubicación.</li> <li>c. Según lo observado que puedes concluir</li> </ol>	<p><b>Descripción:</b> La actividad 2, 3 y 4, permiten la construcción de las medianas de los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y la ubicación del baricentro en los mismos.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo.</li> <li>Ubique el baricentro y determine su ubicación.</li> <li>Según lo observado que puedes concluir</li> </ol> <p>4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo.</li> <li>Ubique el baricentro y determine su ubicación.</li> <li>Según lo observado que puedes concluir.</li> </ol>	<p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes construyan exitosamente la mediana en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y determine que el baricentro se encuentre ubicado en su interior.</p>

**FASE 3. EXPLICITACIÓN**

- Identificar con precisión el baricentro en un triángulo basándose en las características del mismo y usando el software.
- Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué ocurre con el área del triángulo al trazar una mediana?</li> <li>- ¿Cuál es la posición del punto de intersección del baricentro en el triángulo rectángulo?</li> <li>- ¿Y en el acutángulo y el obtusángulo?</li> </ul>	<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite consolidar las propiedades de las medianas y del baricentro en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

#### **FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE**

- Utilizar las propiedades de los puntos para resolver diferentes problemas de aplicación en la vida diaria.
- Integrar la información obtenida a su red de conocimiento con relación a las propiedades y las relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo
- Reconocer las características y propiedades de los triángulos de los puntos de intersección de las líneas notables

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:</p> <p>a. Se quiere construir un supermercado que esté a la misma distancia de una farmacia (f), una estación de servicio (e) y una clínica (c), tal como se ve en la figura abajo. ¿A dónde debe estar ubicado exactamente el supermercado? ¿Qué concepto geométrico podrían utilizar para ubicarlo? ¿Por qué?</p> <p>b. Una empresa quiere construir una fábrica de productos que se venden principalmente en tres ciudades. La idea es construirla en un lugar estratégico (punto medio) que este a igual distancia de las tres ciudades. ¿Cómo se puede encontrar el punto donde se debe construir la fábrica? Muestra un ejemplo usando el software (arrastre)</p> <p>c. Las tres medianas de un triángulo son interiores al mismo, independientemente del tipo de triángulo que sea, comprueba que también el punto de intersección llamado baricentro también divide el triángulo en dos triángulos de igual área.</p>	<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite consolidar las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes apliquen correctamente la propiedad fundamental del triángulo de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.</p>

#### **FASE 5. INTEGRACIÓN**

- Plantear nuevas situaciones con el fin de afianzar las ideas relacionada con

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES																				
<p>7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:</p> <table border="1" data-bbox="277 1472 967 1808"><thead><tr><th data-bbox="277 1472 656 1505">ENUNCIADO</th><th data-bbox="656 1472 740 1505">SI</th><th data-bbox="740 1472 816 1505">NO</th><th data-bbox="816 1472 967 1505">JUSTIFICA</th></tr></thead><tbody><tr><td data-bbox="277 1505 656 1575">La mediana divide a un ángulo en dos partes iguales.</td><td data-bbox="656 1505 740 1575"></td><td data-bbox="740 1505 816 1575"></td><td data-bbox="816 1505 967 1575"></td></tr><tr><td data-bbox="277 1575 656 1642">Todas las medianas se ubican al interior de un triángulo.</td><td data-bbox="656 1575 740 1642"></td><td data-bbox="740 1575 816 1642"></td><td data-bbox="816 1575 967 1642"></td></tr><tr><td data-bbox="277 1642 656 1709">El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.</td><td data-bbox="656 1642 740 1709"></td><td data-bbox="740 1642 816 1709"></td><td data-bbox="816 1642 967 1709"></td></tr><tr><td data-bbox="277 1709 656 1808">Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área</td><td data-bbox="656 1709 740 1808"></td><td data-bbox="740 1709 816 1808"></td><td data-bbox="816 1709 967 1808"></td></tr></tbody></table>	ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA	La mediana divide a un ángulo en dos partes iguales.				Todas las medianas se ubican al interior de un triángulo.				El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.				Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área				<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite que los estudiantes identifiquen la mediana y el baricentro como la línea y el punto notable respectivamente de un triángulo.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos.</p>
ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA																		
La mediana divide a un ángulo en dos partes iguales.																					
Todas las medianas se ubican al interior de un triángulo.																					
El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.																					
Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área																					

**ACTIVIDAD 4. Presentación de líneas y los puntos notables (Bisectriz e Incentro)**  
(Nivel 2. Análisis)

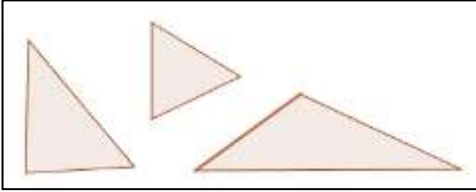
**Objetivos:**

- ✓ Identificar las bisectrices como líneas notables de un triángulo.
- ✓ Identificar el Incentro (intersección de las bisectrices) como un punto notable de un triángulo.
- ✓ Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

**CONCEPTOS:**

**Bisectriz:** rectas que pasan por cada uno de sus vértices y que dividen en dos ángulos iguales el ángulo correspondiente a cada uno de los vértices.

**Incentro:** Es el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos de un triángulo.

<b>FASES</b>	
<b>FASE 1. INFORMACIÓN</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar las bisectrices de un triángulo.</li> </ul>	
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>DESCRIPCIÓN Y ALCANCES</b>
1. Señala las bisectrices en los siguientes triángulos 	<p><b>Descripción:</b> Identificar en qué medida los estudiantes reconoce las bisectrices de un triángulo.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes, por lo menos identifiquen una de las bisectrices de un triángulo.</p>

<b>FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer las bisectrices de un triángulo.</li> </ul>	
<b>ACTIVIDAD</b>	<b>DESCRIPCIÓN Y ALCANCES</b>
<p>Dado que la <b>bisectriz</b> es una recta que pasa por cada uno de sus vértices y que dividen en dos ángulos iguales el ángulo correspondiente a cada uno de los vértices y el <b>Incentro</b> es el punto de intersección de las mismas.</p> <p>2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</li> <li>b. Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</li> <li>c. Según lo observado que puedes concluir</li> </ol>	<p><b>Descripción:</b> La actividad 39, 40 y 41, permiten la construcción de las bisectrices de los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y la ubicación del Incentro en los mismos.</p>

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:</p> <p>a. Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</p> <p>b. Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</p> <p>c. Según lo observado que puedes concluir</p> <p>4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:</p> <p>a. Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</p> <p>b. Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</p> <p>c. Según lo observado que puedes concluir</p>	<p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes construyan exitosamente la bisectriz en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y determine que el Incentro se encuentre ubicado sobre, fuera y adentro, respectivamente.</p>

<p><b><u>FASE 3. EXPLICITACIÓN</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.</li> <li>• Identificar con precisión el Incentro del triángulo equilátero basándose en las características del mismo y usando el software</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Teniendo en cuenta que el punto de intersección de las bisectrices se denomina <b>Incentro</b> reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:</p> <p>- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el Incentro se encuentre dentro o fuera del triángulo?</p> <p>- Comprueba que el punto de corte de las tres bisectrices se le llama circunferencia inscrita. Justifica.</p>	<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite consolidar las propiedades de las alturas y del Incentro en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

#### **FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE**

- Utilizar las propiedades de los puntos para resolver diferentes problemas de aplicación en la vida diaria.
- Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.
- Analizar la pertinencia de la aplicación de los conceptos, aprendidos en esta secuencia, en situaciones problemáticas concretas.

<b>ACTIVIDAD</b>	<b>DESCRIPCIÓN Y ALCANCES</b>
<p>6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:</p> <p>a. Dos amigos, Carlos y Sergio viven en un nuevo barrio del municipio. Un tercer amigo, Eduardo, compra un predio cerca y quiere ubicar su casa de manera que se encuentre a la misma distancia de Carlos y Sergio. Representa esta situación y marca dónde podría construir Eduardo su casa.</p> <p>Verifica que la casa de Eduardo se encuentra equidistante de la de sus amigos.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- ¿Habrá otras ubicaciones para que Eduardo construya su casa? Justifica</li><li>- ¿Eduardo podrá construir su casa de manera que ahora los tres se encuentren a la misma distancia uno del otro? Si te parece que sí, marca el punto donde debería ubicar Roberto su casa.</li></ul> <p>b. Un señor tiene un corral triangular sin alambrar y una vaca arisca; para que la vaca no se escape decidió atarla con un lazo, a una estaca. Dependiendo del lugar del corral donde se coloque la estaca se puede regular la longitud de la cuerda, de forma tal que la vaca pueda ir lo más lejos posible sin comer pasto fuera de la marca del corral.</p> <p>Construye un corral triangular, y trata de encontrar en qué lugar debe colocarse la estaca de tal manera que la vaca pueda comer en la mayor superficie posible del corral. ¿Cómo encontraste el punto?</p> <p>c. Comprueba que el incentro es el centro de una circunferencia inscrita (circunferencia tangente a los tres lados del triángulo). Justifica tu respuesta.</p>	<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite consolidar las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes apliquen las propiedades y características aprendidas sobre las líneas y puntos notables para la solución de situaciones problemáticas presentadas</p>

**FASE 5. INTEGRACIÓN**

- Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

ACTIVIDAD				DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:				<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite que los estudiantes identifiquen la bisectriz y el Incentro como la línea y el punto notable respectivamente de un triángulo.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos.</p>
ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA	
El incentro es el punto de intersección de las alturas.				
Todas las bisectrices se ubican al interior de un triángulo.				
El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.				
La bisectriz es un punto notable de un triángulo.				

## ACTIVIDAD 5. Presentación de líneas y los puntos notables (Mediatriz y Circuncentro)

(Nivel 2. Análisis)

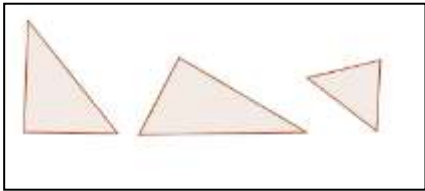
### Objetivos:

- ✓ Identificar las mediatrices como líneas notables de un triángulo.
- ✓ Identificar el circuncentro (punto de intersección de las mediatrices) como un punto notable de un triángulo.
- ✓ Realizar procesos de razonamiento geométrico para hacer generalizaciones a partir de construcciones realizadas con GeoGebra.
- ✓ Promover la participación y la puesta en común como medio para la comprensión de los conceptos, propiedades y las características de las líneas y puntos notables de un triángulo y de los procesos propios del segundo nivel de razonamiento de Van Hiele.

### CONCEPTOS:

**Mediatriz:** Es la recta perpendicular al segmento en un punto medio del lado de un triángulo.

**Circuncentro:** Es el punto de intersección de las mediatrices de un triángulo.

FASES	
<p style="text-align: center;"><b>FASE 1. INFORMACIÓN</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar las mediatrices de un triángulo.</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>1. Señala las mediatrices en los siguientes triángulos</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p><b>Descripción:</b> Identificar en qué medida los estudiantes reconoce las mediatrices de un triángulo.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes, por lo menos identifique una de las mediatrices de un triángulo.</p>

FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer las mediatrices de un triángulo.</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>Dado que la <b>mediatriz</b> es la recta perpendicular al segmento en un punto medio del lado de un triángulo y el <b>circuncentro</b> es el punto de intersección de las mismas.</p> <p>2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:</p> <p style="margin-left: 20px;">a. Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</p> <p style="margin-left: 20px;">b. Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</p> <p style="margin-left: 20px;">c. Según lo observado que puedes concluir</p>	<p><b>Descripción:</b> Las actividades 2, 3 y 4, permiten la construcción de las mediatrices de los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y la ubicación del circuncentro en los mismos.</p>



ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:</p> <p>a. Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</p> <p>b. Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</p> <p>c. Según lo observado que puedes concluir</p> <p>4. Abra el archivo Act-4.ggb y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:</p> <p>a. Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.</p> <p>b. Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.</p> <p>c. Según lo observado que puedes concluir.</p>	<p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes construyan exitosamente la mediatriz en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y determine que el circuncentro se encuentre ubicado sobre, fuera y adentro, respectivamente.</p>

<b>FASE 3. EXPLICITACIÓN</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.</li> </ul>	
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>5. Teniendo en cuenta que el punto de intersección de las mediatrices se denomina <b>circuncentro</b>, reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:</p> <p>- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el circuncentro se encuentre dentro del triángulo?</p> <p>- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el circuncentro se encuentre fuera del triángulo?</p> <p>- El Circuncentro de un triángulo rectángulo es el punto medio de la hipotenusa dibuja un triángulo y compruébalo.</p>	<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite consolidar las propiedades de las mediatrices y del Incentro en los triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes reafirmen o aclaren las conclusiones obtenidas.</p>

**FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE**

- Utilizar las propiedades de las líneas y puntos notables para resolver diferentes problemas de aplicación en la vida diaria.
- Reconocer las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:</p> <p>a. Se desea construir un depósito de agua para abastecer a tres barrios A, B, C no alineados. ¿Dónde hay que construir el depósito para que éste sea el centro de la distancia de los tres barrios? ¿Qué concepto matemático podrían utilizar para ubicarlo? ¿Por qué? Construye una situación para tu justificación.</p> <p>b. Los habitantes del municipio de Sabana de Torres están seriamente preocupados. Los desechos que eliminan sus pobladores hasta ahora eran quemados en basurales, pero esta acción está contaminando cada vez más el aire y, además, los ácidos que penetran en la tierra han empezado a contaminar los nacimientos del agua que ellos mismos consumen.</p> <p>La idea es asociarse con las poblaciones cercanas para organizar la recolección de residuos, su clasificación y su reciclado. Este proceso implicaría una inversión que se recobraría con la venta del compost (fertilizante obtenido a partir de los desechos orgánicos). La intención es reunirse a tres pueblos cercanos. Los habitantes del municipio de Sabana van a discutir esta semana con que vecinos les conviene asociarse. Para eso estudiarán el costo del trazado y aplanado del camino hasta el lugar donde se instale la procesadora de desechos. Si realizan estos cálculos, averiguarán cuál es el proyecto más económico. Confeccionar el mapa de la zona.</p> <p>c. Hallar el lugar equidistante (que está a igual distancia) de cada uno de estas tres poblaciones que podrían participar en el proyecto: Sabana de Torres, San Alberto, San Rafael; Sabana de Torres, Puente Sogamoso, Puerto Wilches; Sabana de Torres, San Alberto, San Rafael.</p> <p>d. Trazar, en cada caso, los caminos de acceso que se deberán construir para llevar los residuos al centro de recolección.</p> <p>Encontrar la distancia que se deberá recorrer desde Sabana de Torres para llegar a cada una de las plantas e indiquen cuál asociación implica menos traslado</p>	<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite consolidar las características y propiedades de los triángulos y de los puntos de intersección de las líneas notables de un triángulo.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes apliquen los propiedades y características aprendidas sobre las líneas y puntos notables para la solución de situaciones problemática presentadas.</p>

**FASE 5. INTEGRACIÓN**

- Integrar la información obtenida a su red de conocimiento con relación a las propiedades y las relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo.
- Reconocer las características y propiedades de los triángulos sobre las líneas notables y sus puntos de intersección.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y ALCANCES
<p>7. Relaciona las palabras de la izquierda con las de la derecha según corresponda. Justifica tu respuesta grafica o analíticamente.</p> <p>a. Bisectriz            ( ) Ortocentro b. Mediana            ( ) Baricentro c. Mediatriz           ( ) Circuncentro d. Altura              ( ) Incentro</p> <p>8. Explica muy cuidadosamente cada una de las siguientes afirmaciones</p> <p>-El ortocentro, baricentro y circuncentro están siempre alineados. -El baricentro está entre el ortocentro y circuncentro. -La distancia del baricentro al circuncentro es la mitad que la distancia del baricentro al ortocentro. -El punto de corte de las tres mediatrices es el CENTRO de un circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo y que llamaremos circunferencia circunscrita.</p>	<p><b>Descripción:</b> Esta actividad permite que los estudiantes identifiquen las propiedades y relaciones de las líneas y puntos notables de un triángulo.</p> <p><b>Alcance:</b> Se espera que los estudiantes integren el nuevo conocimiento adquirido a su red de conocimientos a sus saberes previos.</p>

## Diseño de las actividades propuestas para los estudiantes de octavo grado

### GUIA PARA ESTUDIANTES

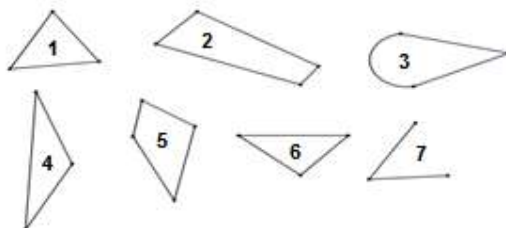
A continuación se presentan las actividades que deben ser desarrolladas por los estudiantes de octavo grado para el aprendizaje de las líneas y puntos notables de un triángulo.



#### COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA ACTIVIDAD 1. Reconocimiento visual de triángulos

Nombres: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

1. Observe las siguientes figuras y determine cuáles de ellas son triángulos. Justifique su elección.

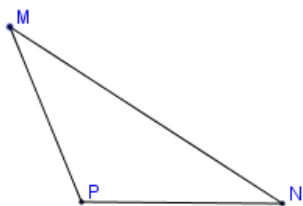


---

---

---

2. Identifica en la siguiente figura los lados, los vértices y los ángulos.

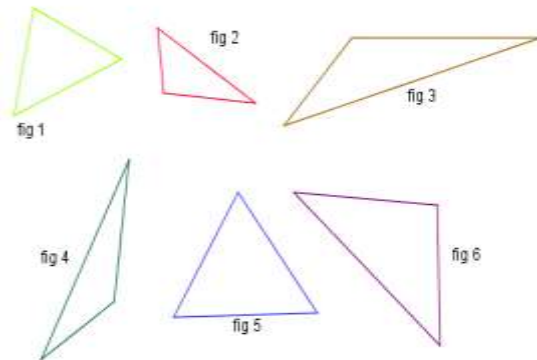


Lados: \_\_\_\_\_

Vértices: \_\_\_\_\_

Ángulos: \_\_\_\_\_

3. Observe cuidadosamente los siguientes triángulos y Agrupe aquellos que tengan una característica común.



Figuras	CARACTERÍSTICA

4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos equiláteros ¿Qué podría concluir?

---



---

5. Abra el archivo Act-5.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos isósceles ¿Qué podría concluir?

---



---

6. Abra el archivo Act-6.ggb de GeoGebra y determine la medida de los lados de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos escaleno ¿Qué podría concluir?

---



---

7. Abra el archivo Act-7.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos acutángulo ¿Qué podría concluir?

---



---

8. Abra el archivo Act-8.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos rectángulo ¿Qué podría concluir?

---

---

9. Abra el archivo Act-9.ggb de GeoGebra y determine la medida de los ángulos de los triángulos que allí aparecen. Teniendo en cuenta que estos triángulos recibe el nombre de triángulos obtusángulo ¿Qué podría concluir?

---

---

10. Según lo observado en el desarrollo de las actividades anteriores plantee con sus propias palabras

- El concepto de triángulo:

---

---

- ¿Qué elementos se encuentran en un triángulo?:

---

---

- ¿Cuál es la clasificación de los triángulos según la medida de sus lados?:

---

---

- ¿Cuál es la clasificación de los triángulos según la medida de sus ángulos?:

---

---

En una puesta en común comparta sus respuestas

11. Haciendo uso de GeoGebra construye los siguientes triángulos teniendo en cuenta las indicaciones dadas y clasifícalos

- a) Dos lados iguales de 3 cm y un ángulo de 140
- b) Tres lados iguales de 4,5 cm
- c) Lados de 3, 4 y 5 cm

12. De las siguientes propiedades que describen un triángulo determinado ¿cuáles de ellas serían suficientes para saber de qué triángulo se trata y como dibujarlo?

CONDICIONES	SI	NO
Tiene tres lados		
Tiene dos ángulos agudos		
Sus ángulos suman $180^\circ$		
Tiene solo dos lados iguales		
El lado desigual mide 4 cm.		

13. Asocia a cada tipo de triángulo la propiedad o propiedades que le correspondan:

Propiedad	Tipo de triángulo
- Tiene un ángulo de $90^\circ$	- Triángulo escaleno
- Tiene tres lados iguales	- Triángulo equilátero
- Tiene dos ángulos iguales	- Triángulo isósceles
- Tiene un ángulo obtuso	- Triángulo acutángulo
- Tiene tres ángulos iguales.	- Triángulo rectángulo
- Tiene sólo dos lados iguales.	- Triángulo Obtusángulo
- Tiene sus ángulos desiguales.	

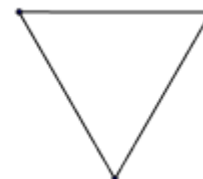
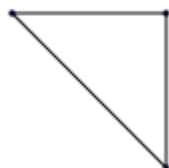


## COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA

### ACTIVIDAD 2. Presentación de líneas y los puntos notables (Alturas y Ortocentro)

**Nombres:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

1. Señala las alturas en los siguientes triángulos



Dado que la **altura** es un segmento perpendicular desde un vértice del triángulo a la recta que contiene al lado opuesto y el **ortocentro** es el punto de intersección de las mismas.

2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:
- Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. \_\_\_\_\_
  - Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.  
\_\_\_\_\_
  - Según lo observado que puedes concluir  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:
- Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo \_\_\_\_\_.
  - Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. \_\_\_\_\_
  - Según lo observado que puedes concluir  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:

- a. Trace las alturas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. \_\_\_\_\_
- b. Ubique el ortocentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.  
\_\_\_\_\_
- c. Según lo observado que puedes concluir

---

---

5. Reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el ortocentro se encuentre dentro del triángulo?

---

---

- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el ortocentro se encuentre afuera del triángulo?

---

---

- ¿Y para que el ortocentro coincida con el triángulo? \_\_\_\_\_

---

6. Realiza las construcciones que verifiquen las siguientes proposiciones, indicando la descripción de los pasos a seguir para lograrla.

-Las alturas de un triángulo isósceles son congruentes.

**Pasos:**

-Las alturas de un triángulo rectángulo son perpendiculares.

**Pasos:**

-Las alturas de un triángulo equilátero son congruentes.

**Pasos:**

7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:

ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA
Todas las alturas se ubican al interior de un triángulo.			
El ortocentro se ubica al exterior de un triángulo.			
En todos los triángulos rectángulos, el ortocentro se ubica en su interior.			
El ortocentro se ubica en uno de los lados del triángulo rectángulo.			

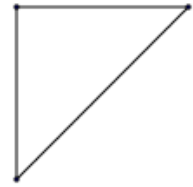
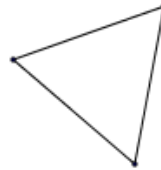


## COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA

### ACTIVIDAD 3. Presentación de líneas y los puntos notables (Medianas y Baricentro)

**Nombres:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

1. Señala las medianas en los siguientes triángulos



Dado que la **mediana** es un segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y el lado opuesto y el **baricentro** es el punto de intersección de las mismas.

2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:
- Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo. \_\_\_\_\_
  - Ubique el baricentro y determine su ubicación. \_\_\_\_\_.
  - Según lo observado que puedes concluir

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:
- Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo \_\_\_\_\_
  - Ubique el baricentro y determine su ubicación. \_\_\_\_\_
  - Según lo observado que puedes concluir

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:
- Trace las medianas en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro del triángulo. \_\_\_\_\_
  - Ubique el baricentro y determine su ubicación. \_\_\_\_\_
  - Según lo observado que puedes concluir.

---

---

5. Reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:

- ¿Qué ocurre con el área de un triángulo al trazar una mediana?
- ¿Cuál es la posición del punto de intersección del baricentro en el triángulo rectángulo?
- ¿Y en el acutángulo Y el obtusángulo?

6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:

- Se quiere construir un supermercado que esté a la misma distancia de una farmacia (f), una estación de servicio (e) y una clínica (c), tal como se ve en la figura abajo. ¿A dónde debe estar ubicado exactamente el supermercado? ¿Qué concepto geométrico podrían utilizar para ubicarlo? ¿Por qué?
  
- Una empresa quiere construir una fábrica de productos que se venden principalmente en tres ciudades. La idea es construirla en un lugar estratégico (punto medio) que este a igual distancia de las tres ciudades. ¿Cómo se puede encontrar el punto donde se debe construir la fábrica? Muestra un ejemplo usando el software (arrastre)

- Las tres medianas de un triángulo son interiores al mismo, independientemente del tipo de triángulo que sea, comprueba que también el punto de intersección llamado baricentro también divide el triángulo en dos triángulos de igual área.

7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:

ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA
La mediana divide a un ángulo en dos partes iguales.			
Todas las medianas se ubican al interior de un triángulo.			
El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.			
Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área			

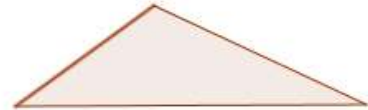
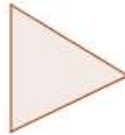
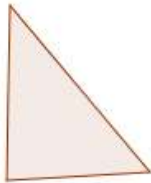


## COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA

### ACTIVIDAD 4. Presentación de líneas y los puntos notables (Bisectriz e Incentro)

Nombres: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

1. Señala las bisectrices en los siguientes triángulos



Dado que la **bisectriz** es una recta que pasa por cada uno de sus vértices y que dividen en dos ángulos iguales el ángulo correspondiente a cada uno de los vértices y el **Incentro** es el punto de intersección de las mismas.

2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:
- Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. \_\_\_\_\_
  - Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. \_\_\_\_\_
  - Según lo observado que puedes concluir

---

---

3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:
- Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. \_\_\_\_\_
  - Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. \_\_\_\_\_
  - Según lo observado que puedes concluir

---

---

4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:
- Trace las bisectrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo.\_\_\_\_\_.
  - Ubique el Incentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.\_\_\_\_\_
  - Según lo observado que puedes concluir

- 
- 
5. Teniendo en cuenta que el punto de intersección de las bisectrices se denomina **Incentro** reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles condiciones deben existir para que el Incentro se encuentre dentro o fuera del triángulo?

---

---

- Comprueba que el punto de corte de las tres bisectrices se le llama circunferencia inscrita. Justifica.

---

---

6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:

- a. Dos amigos, Carlos y Sergio viven en un nuevo barrio del municipio. Un tercer amigo, Eduardo, compra un predio cerca y quiere ubicar su casa de manera que se encuentre a la misma distancia de Carlos y Sergio. Representa esta situación y marca dónde podría construir Eduardo su casa.

Verifica que la casa de Eduardo se encuentra equidistante de la de sus amigos.

¿Habrá otras ubicaciones para que Eduardo construya su casa? Justifica

¿Eduardo podrá construir su casa de manera que ahora los tres se encuentren a la misma distancia uno del otro? Si te parece que sí, marca el punto donde debería ubicar Roberto su casa.

- b. Un señor tiene un corral triangular sin alambrar y una vaca arisca; para que la vaca no se escape decidió atarla con un lazo, a una estaca. Dependiendo del lugar del corral donde se coloque la estaca se puede regular la longitud de la cuerda, de forma tal que la vaca pueda ir lo más lejos posible sin comer pasto fuera de la marca del corral.

Construye un corral triangular, y trata de encontrar en qué lugar debe colocarse la estaca de tal manera que la vaca pueda comer en la mayor superficie posible del corral. ¿Cómo encontraste el punto?

- c. Comprueba que el incentro es el centro de una circunferencia inscrita (circunferencia tangente a los tres lados del triángulo). Justifica tu respuesta.

7. Complete la siguiente tabla con una X según corresponda:

ENUNCIADO	SI	NO	JUSTIFICA
El incentro es el punto de intersección de las alturas.			
Todas las bisectrices se ubican al interior de un triángulo.			
El baricentro se ubica al exterior de un triángulo.			
La bisectriz es un punto notable de un triángulo.			



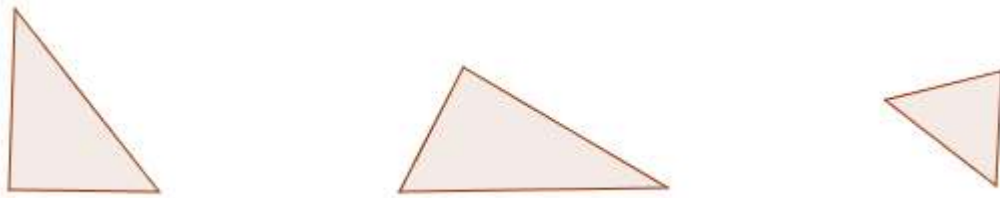


## COLEGIO INTEGRADO MADRE DE LA ESPERANZA

### ACTIVIDAD 5. Presentación de líneas y los puntos notables (Mediatriz y Circuncentro)

Nombres: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

1. Señala las mediatrices en los siguientes triángulos



Dado que la **mediatriz** es la recta perpendicular al segmento en un punto medio del lado de un triángulo y el **circuncentro** es el punto de intersección de las mismas.

2. Abra el archivo Act-2.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son rectángulos:
- Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. \_\_\_\_\_.
  - Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo. \_\_\_\_\_
  - Según lo observado que puedes concluir

---

---

3. Abra el archivo Act-3.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son obtusángulos:
- Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo. \_\_\_\_\_.
  - Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo \_\_\_\_\_
  - Según lo observado que puedes concluir

---

---

4. Abra el archivo Act-4.ggb de GeoGebra y teniendo que los triángulos que aquí se presentan son acutángulos:

- a. Trace las mediatrices en cada uno de los triángulos y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre del triángulo\_\_\_\_\_.
- b. Ubique el circuncentro y determine si su posición se encuentra dentro, fuera o sobre el triángulo.\_\_\_\_\_
- c. Según lo observado que puedes concluir.

---

---

5. Teniendo en cuenta que el punto de intersección de las mediatrices se denomina **circuncentro**, reflexione con sus compañeros las siguientes preguntas:

d. ¿Cuáles condiciones deben existir para que el circuncentro se encuentre dentro del triángulo?

---

---

e. ¿Cuáles condiciones deben existir para que el circuncentro se encuentre fuera del triángulo?

---

---

f. El Circuncentro de un triángulo rectángulo es el punto medio de la hipotenusa dibuja un triángulo y compruébalo.

6. Utilizando la herramienta GeoGebra resuelve las siguientes situaciones:

a. Se desea construir un depósito de agua para abastecer a tres barrios A, B, C no alineados. ¿Dónde hay que construir el depósito para que éste sea el centro de la distancia de los tres barrios? ¿Qué concepto matemático podrían utilizar para ubicarlo? ¿Por qué? Construye una situación para tu justificación.

b. Los habitantes del municipio de Sabana de Torres están seriamente preocupados. Los desechos que eliminan sus pobladores hasta ahora eran quemados en basurales, pero esta acción está contaminando cada vez más el aire y, además, los ácidos que penetran en la tierra han empezado a contaminar los nacimientos del agua que ellos mismos consumen.

La idea es asociarse con las poblaciones cercanas para organizar la recolección de residuos, su clasificación y su reciclado. Este proceso implicaría una inversión que se recobraría con la venta del compost (fertilizante obtenido a partir de los desechos orgánicos). La intención es reunirse a tres pueblos cercanos. Los habitantes del municipio de Sabana van a discutir esta semana con que vecinos les conviene asociarse. Para eso estudiarán el costo del trazado y aplanado del camino hasta el lugar

donde se instale la procesadora de desechos. Si realizan estos cálculos, averiguarán cuál es el proyecto más económico.

-Confeccionar el mapa de la zona.

- Hallar el lugar equidistante (que está a igual distancia) de cada uno de estas tres poblaciones que podrían participar en el proyecto: Sabana de Torres, San Alberto, San Rafael; Sabana de Torres, Puente Sogamoso, Puerto Wilches; Sabana de Torres, San Alberto, San Rafael.

-Trazar, en cada caso, los caminos de acceso que se deberán construir para llevar los residuos al centro de recolección.

- Encontrar la distancia que se deberá recorrer desde Sabana de Torres para llegar a cada una de las plantas e indiquen cuál asociación implica menos traslado

7. Relaciona las palabras de la izquierda con las de la derecha según corresponda. Justifica tu respuesta grafica o analíticamente.

- |              |                  |
|--------------|------------------|
| a. Bisectriz | ( ) Ortocentro   |
| b. Mediana   | ( ) Baricentro   |
| c. Mediatriz | ( ) Circuncentro |
| d. Altura    | ( ) Incentro     |

8. Explica muy cuidadosamente cada una de las siguientes afirmaciones

-El ortocentro, baricentro y circuncentro están siempre alineados.

-El baricentro está entre el ortocentro y circuncentro.

- La distancia del baricentro al circuncentro es la mitad que la distancia del baricentro al ortocentro.

-El punto de corte de las tres mediatrices es el CENTRO de un circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo y que llamaremos circunferencia circunscrita.