

Diseño mecatrónico de un ciclomotor de dos ruedas aplicado al problema de movilidad en Bucaramanga

Investigación en curso

Jaime Alberto Parra Raad

Ingeniería Mecatrónica

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

jparra17@unab.edu.co

Sebastián Roa Prada (Tutor)

Ingeniería Mecatrónica

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

sroa@unab.edu.co

Universidad Autónoma de Bucaramanga

Resumen

En este documento se registran los avances y conclusiones logrados hasta la fecha en el Diseño Mecatrónico de un ciclomotor de dos ruedas. La meta final de este proyecto es evaluar la factibilidad de este sistema de transporte como alternativa de solución al problema de movilidad urbana en Bucaramanga. Las principales actividades desarrolladas en esta etapa incluyen el análisis dinámico, diseño mecánico y diseño del sistema de control.

Abstract

This document reports on the progress and findings to date of the Mechatronic Design of a two-wheel balancing scooter transporter. The overall goal of efforts in this project is to assess the feasibility of this transportation system as a solution for the urban mobility problems in the city of Bucaramanga. The main activities performed in this stage include the dynamics analysis, the mechanical design and the design of the control system.

Área de conocimiento

La rama del conocimiento que relaciona este proyecto son: ingenierías, diseño Mecatrónico, sistemas de control y sistemas dinámicos.

Palabras clave

Péndulo invertido, velocidad angular, sistemas de control, diseño Mecatrónico, dinámica, método de D'Alembert, sistema inestable.

1. Introducción

El funcionamiento del ciclomotor de dos ruedas se basa en el principio del péndulo invertido. El modelo mecánico del péndulo invertido es un ejemplo clásico en la literatura de control y tiene múltiples aplicaciones: desde el control de misiles hasta el análisis de la biomecánica de la marcha, balance y postura humana.

El diseño Mecatrónico relaciona los conceptos de un sistema dinámico en un sistema de control con el fin de manejar las variables dinámicas de la manera que el usuario desee. En el péndulo invertido se encuentra un sistema dinámico inestable caracterizado por un modelo matemático no lineal, en donde un sistema de control debe ser aplicado para establecer la estructura del péndulo en una posición deseada.

El análisis de un péndulo invertido se rige por las condiciones dinámicas del modelo, ya que con estas es posible predecir el comportamiento en el tiempo de la estructura del péndulo. El sistema físico está compuesto básicamente por dos llantas, en donde va apoyado el sistema del péndulo, dos motores que son los

actuadores del sistema y la estructura del péndulo como se muestra en la siguiente figura.

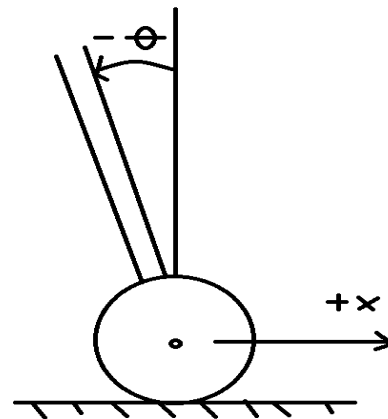


Figura 1. Sistema físico del péndulo invertido.

2. Objetivos

Objetivo general:

Diseñar un péndulo invertido que sea capaz de permanecer estable en una posición angular.

Objetivos específicos:

- Analizar dinámicamente el sistema físico con el fin de establecer de qué forma se relacionan los parámetros del sistema.
- Realizar un diseño mecánico en donde se establezca la configuración de la estructura del péndulo invertido y sus componentes.
- Desarrollar un sistema de control capaz de controlar la posición angular del péndulo.

3. Referente teórico

¿Qué es un péndulo invertido?

El péndulo (del lat. pendŭlus, pendiente) es un sistema físico que puede oscilar bajo la acción gravitatoria u otra característica física (elasticidad, por ejemplo) y que está configurado por una masa suspendida de un punto o de un eje horizontal fijo mediante un

hilo o una varilla.

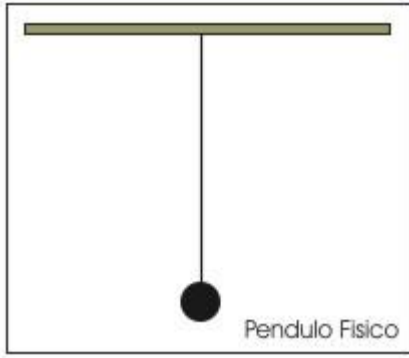


Figura 2. Esquema de un péndulo simple.

En el caso de análisis el sistema de péndulo es invertido, esto quiere decir que la masa que normalmente se encuentra suspendida se tendrá sujeta verticalmente a una estructura que permita realizar el mismo efecto del péndulo teniendo el eje de giro en la parte inferior del sistema, como se muestra en la figura 1.

ANÁLISIS DINAMICO

Consideraciones:

- Dos variables independientes x y ϕ en donde las llantas del péndulo ruedan sin deslizamiento
- La estructura de péndulo como estructura de llantas son consideradas como cuerpos rígidos separados
- Los motores están acoplados a la plataforma de rotación. Los motores son idénticos.
- El sensor encargado de la lectura de la posición angular será un giroscopio

Análisis matemático

La derivación del modelo matemático se basa en aplicar las ecuaciones constitutivas del sistema mecánico y del sistema eléctrico. La nomenclatura de las variables involucradas en el modelo matemático son las siguientes:

T_f = torque causado por fricción en el pivote

T_d = torque de manejo

O_y = eje coordenado

O_x = eje coordenado

M_w = masa de la rueda

N = fuerza normal

r = radio

F_f = fuerza de fricción

I_w = inercia de la llanta

\dot{x} = velocidad en x

\ddot{x} = aceleración en x

ϕ = ángulo péndulo

$\dot{\phi}$ = velocidad angular

$\ddot{\phi}$ = aceleración angular

\bar{r} = distancia del eje de rotación al centro de masa

I = inercia del péndulo

g = gravedad

m = masa del péndulo

T_m = torque de reacción por manejo

Para el planteamiento del modelo matemático del sistema mecánico hay que partir de los diagramas de cuerpo libre de los componentes principales, los cuales se muestran en las Figuras 3 y 4.

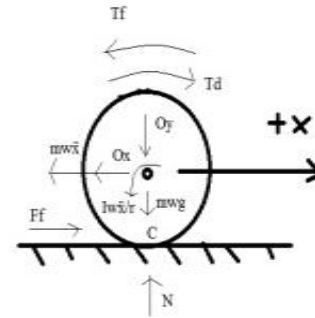


Figura 3. Diagrama de cuerpo libre de las ruedas

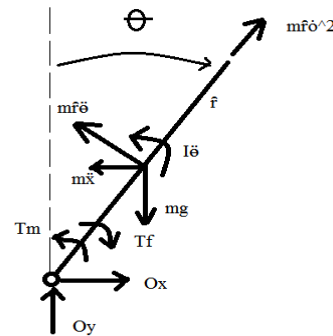


Figura 4. Diagrama de cuerpo libre del cuerpo del péndulo

Aplicando el método de D'Alembert se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$(I + m \cdot \bar{r}^2) \cdot \ddot{\phi} + m \cdot \bar{r} \cdot \cos \phi \cdot \ddot{x} - m \cdot g \cdot \bar{r} \cdot \sin \phi = T_f - T_m$$

$$(m_w + m + (I_w / r^2)) \cdot \ddot{x} + m \cdot \bar{r} \cdot \ddot{\phi} \cdot \cos \phi - m \cdot \bar{r} \cdot \dot{\phi}^2 \cdot \sin \phi = (1/r) \cdot (T_d - T_f)$$

MODELO DEL MOTOR DC

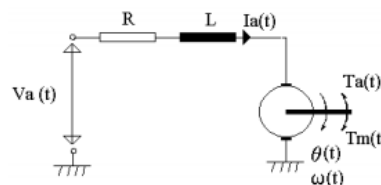


Figura 5. Representación esquemática del motor DC

$$I_a \cdot R + L \cdot (dI_a/dt) + k_2 \cdot (dx/dt)/r = v_a$$

$$T_d = T_m = I_a \cdot k_1$$

Donde x es el desplazamiento lineal del péndulo, k_1 y k_2 son constantes de proporcionalidad, R es la resistencia de armadura y L es la inductancia en el motor.

SISTEMA DE CONTROL

Al observar las ecuaciones del modelo obtenidas por el análisis dinámico, se llega a la conclusión de que el sistema es no lineal por lo cual se procede a linealizar las ecuaciones, teniendo como punto de linealización θ muy cercanos a cero, de esta manera $\cos\theta \approx 1$ y $\sin\theta \approx \theta$. Se desprecia el torque por fricción viscosa.

$$(I + m \cdot r^2) \ddot{\theta} + m \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{x} - m \cdot g \cdot \dot{\theta} = -I_a \cdot k_1$$

$$(m \cdot w + m \cdot (I_w / r^2)) \ddot{x} + m \cdot \dot{x} \cdot \ddot{\theta} - m \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{x} = (1/r) \cdot (I_a \cdot k_1)$$

$$I_a \cdot R + L \cdot (dI_a / dt) + k_2 \cdot (dx / dt) / r = v_a$$

Función de transferencia θ / v_a

Usando la transformada de Laplace

$$\frac{((-I_w \cdot k_1 - k_1 \cdot m \cdot r^2 - k_1 \cdot m \cdot w \cdot r^2 - k_1 \cdot m \cdot \dot{r}) \cdot s) / ((I \cdot I_w \cdot L + I_w \cdot L \cdot m \cdot \dot{r}^2 + I \cdot l_a \cdot m \cdot r \cdot w^2 + I \cdot L \cdot m \cdot w \cdot r^2 + l_a \cdot m \cdot m \cdot w \cdot r^2 \cdot r^2) \cdot s^4 + (I \cdot I_w \cdot R + I_w \cdot m \cdot \dot{r}^2 \cdot R + I \cdot m \cdot R \cdot r^2 + I \cdot m \cdot w \cdot R \cdot r^2 + m \cdot m \cdot w \cdot \dot{r}^2 \cdot R \cdot r^2) \cdot s^3 + (-g \cdot L \cdot m^2 \cdot \dot{r}^2 + k_1 \cdot k_2 \cdot m \cdot r^2 - g \cdot L \cdot m \cdot w \cdot m \cdot \dot{r}^2 + k_1 \cdot k_2 \cdot m \cdot \dot{r} - I_w \cdot g \cdot L \cdot m \cdot \dot{r} + I \cdot k_1 \cdot k_2) \cdot s^2 + (-g \cdot \dot{r} \cdot R \cdot m^2 \cdot r^2 - g \cdot m \cdot w \cdot \dot{r} \cdot R \cdot m \cdot r^2 - I_w \cdot g \cdot R \cdot \dot{r} \cdot m) \cdot s - g \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot m \cdot \dot{r}}$$

Esta es la ecuación que caracteriza el comportamiento del sistema para cambios de ángulo muy pequeños al eje vertical, con respecto a un voltaje en los terminales del motor DC. De esta manera se procederá a diseñar un controlador que por medio de una acción de control medida en voltaje controle la posición angular del péndulo invertido

4. Identificación del proyecto

Nombre del Semillero	Modelado y Simulación
Tutor del Proyecto	Sebastian Roa Prada
Grupo de Investigación	Control y Mecatrónica
Línea de Investigación	Modelado y Simulación
Fecha de Presentación	Abril 10 de 2012

5. Referencias

- [1] Marion, Jerry B. (1996) (en español). *“Dinámica clásica de las partículas y sistemas”*, Ed.Reverté, Barcelona. ISBN 84-291-4094-8.
- [2] Ferdinand P. Beer; E.Russell Johnston, JR y Phillip J. Cornwell . 2010. *“Mecánica vectorial para ingenieros dinámica. Mc Graw Hill.* ISBN-13:978-607-15-0261-2

- [3] W. Kaplan, 1985, *“Matemáticas avanzadas para estudiantes de ingeniería, México”*, Fondo Educativo Interamericano.
- [4] J. Zabczyk, 1992. *“Mathematical control theory: An introduction”*, Ed. Birkhäuser, Boston.
- [5] Dennis G. Zill. 2009. *“Ecuaciones diferenciales con aplicaciones al modelado”*. CENGAGE Learning. ISBN-13:978-970-830-055-1
- [6] Katsuhiko Ogata. 2010. *“Modern control engineering”*.pearson. ISBN 13: 978-0-13-615673-4