UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BUCARAMANGA

ESCUELA DE CIENCIAS NAURALES E INGENIERIA
FACUTAD DE INGENIRIA FIANANCIERA

LINEA 2-SUBLINEA 2:2 Estructuras Complejas de Derivados y Derivados Exóticos.

TITULO:
VALORACION DE OPCIONES EXOTICAS

ASESOR:
EDGAR LUNA GONZÁLEZ

AUTOR:
JULIAN ANDRÉS CASTELLANOS

BUCARAMANGA 14 DE OCTUBRE DE 2005

INDICE

INTRODUCCION

En la actualidad el mundo de los negocios ha venido exigiendo que los productos financiero que el mercado ofrece, sean cada vez mas complejos y específicos a las necesidades individuo, esto se debe al continuo cambio que esta teniendo el mundo al ser cada vez mas globalizado, pues a la hora de tener que hacer algún tipo de operación se incurre muchos riesgos que son hoy mas sensibles y notorios que antes. En respuesta a este tipo de riesgo que se corre al tomar alguna posición en el mercado, por ejemplo cuando compramos alguna divisa corremos el riesgo que esta pierda valor en el futuro. Ante la presencia de esta necesidad, se crearon varios productos financieros que cumplen con los requisitos iniciales de cualquier vendedor o comprador de casi todo tipo de activos, estos son conocidos con el nombre de derivados y opciones. Los anteriores fueron creados con el ánimo de ofrecerle cobertura quienes no quisieran asumir el riesgo en la variación del precio del activo que tiene en su poder o que piensan comprar en el futuro, también como una alternativa de asegurar una ganancia en el momento de hacer una inversión.

A medida que este tipo de productos fueron tomado fuerza y popularidad en el mercado, fue surgiendo la necesidad de una nueva clase de productos financieros más complejos que funcionaran para otro tipo de activos (por ejemplo sobre opciones)   y con unas características diferentes al las opciones y derivados tradicionales, este tipo de productos de les conoce con el nombre de derivados exóticos y opciones exóticas. En esta investigación busca presentar al lector las opciones exóticas mas conocidas en el mercado de opciones y derivados, tratando de exponer el tema de una manera sencilla, exponiendo los conceptos básicos sobre este tipo de opciones. Al leer esta investigación, el lector podrá adquirí el suficiente conocimiento sobre las 26 opciones exóticas que este texto expone, junto con un CD-ROM que contiene los modelos necesarios para valorar estas opciones y una presentación con diapositivas que explica gráficamente las opcioes.

De esta manera invito al lector a que conozca un poco sobre este tema que podría en algún momento servir de base para el diseño de opciones que se adapten a las necesidades del inversionista en Colombia.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL:

- Proponer una herramienta didáctica teórico practica (un manual) que sirva como complemento en el área de inversiones, que le otorgue al Ingeniero Financiero un inicio en el conocimiento de las opciones exóticas, que le facilite el entendimiento de este tema y que le permita manejarlo con propiedad.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Elaborar una herramienta didáctica teórico practica en forma de manual que permita comprender e interpretar la naturaleza de las *Opciones Exóticas.*

- Realizar un manual con información de fácil acceso para el estudiante y que le sirva como fundamento para manejar el tema de las *Opciones Exóticas.*

- Recopilar, filtrar y adecuar la información pertinente al tema de las opciones exóticas que sirva como fuente de consulta e ilustración para el lector.

- Precisar para cada opción la manera en que se debe efectuar su valoración, requerimientos y los parámetros a tener en cuenta.

1. INTRODUCCION A LAS OPCIONES

(Según Prosper Lamothe Fernández y Miguel Pérez Somalo)

1.1 HISTORIA DE LAS OPCIONES

Retrocediendo en el tiempo, conviene señalar que los fenicios, los griegos y los romanos negociaban contratos con cláusulas de opción sobre las mercarías que transportaban en sus naves. Por ejemplo, katz (1990) nos describe la anécdota de la importante ganancia que obtuvo el famoso filósofo, matemático y astrónomo griego Thales invirtiendo en opciones sobre <<aceitunas>> basándose en una previsión acertada de la cosecha.

A principios del siglo XVIII, en Inglaterra comenzaron a negociarse opciones sobre las acciones de las principales compañías comerciales. El escándalo provocado por la fuerte caída de precios de *South Sea Company* en el otoño de 1720, atribuido en parte a la especulación con opciones sobre acciones de esta compañía, provoco que el mercado de opciones fuese declarado ilegal.

1.2 ANTECEDENTES AMERICANOS

Las opciones sobre acciones se negocian en los mercados americanos hace doscientos años, pero desde la década de los cincuenta y sesenta las opciones se negociaban generalmente sobre las acciones cotizadas en la bolsa de Nueva Cork y sobre lotes de 100 acciones con vencimientos típicos de 60 y 90 días. En cualquier caso, el mercado de opciones era el típico mercado <<Over-the-Counter>>, sin un sistema normalizado de contratación y con un riesgo de crédito elevado.

La aparición de los mercados organizados

El 26 de abril de 1973 comienza a operar a operar el CBOE (Chicago Borrad Options Exchange), el primer mercado organizado que se crea en le mundo y con solo 16 compañías al comienzo del mercado. El primer día se negociaron 911 contratos, mientas que en 1974 se negocio una medida diaria de 20.000. Después de 1973 hasta hoy, se han creado mercados de opciones en las principales plazas financieras del planeta, se negocian opciones sobre una gama amplísima de activos financieros y no financieros y su uso se ha generalizado para todo tipo de agentes económicos.[1]

[1] Opciones Financieras y Productos Estructurados, Prosper Lamothe Fernández, Miguel Pérez Somalo, Mc Graw Hill 2003, PG 2

1.3 MERCADOS LATINOAMERICANOS DE DERIVADOS

Fue en la segunda mitad de los años noventa con el desarrollo de mercados ya existentes y con la creación de nuevos mercados, los productos derivados empezaron a ocupar una posición considerable dentro del sistema financiero de ciertos países. Los principales mercados de derivados en Latinoamérica se encuentran en los siguientes países: Argentina, Brasil y México.[2]

En argentina se encuentran dos mercados de derivados:

- MAT (Mercado a Término de Buenos Aires).
- MERVAL (Mercado de Valores de Buenos Aires).

En Brasil encontramos dos mercados:

- BM&F (Bolsa de Mercados & Futuros).
- BOVESPA (Bolsa de Valores de São Pablo).

En México se constituyo en 1998:

- MexDer (Mercado Mexicano de Derivados).

1.4 CONCEPTOS BASICOS DE LAS OPCIONES

A diferencia de otros derivados una opción es un contrato que le otorga a su tenedor el derecho pero no la obligación de vender o comprar un activo el cual se encuentra pactado en dicha opción, esto se hace mediante el pago de una prima por parte del comprador de la opción.

La prima

Es el valor pagado por el derecho a poseer la opción, el valor de esta prima se calcula dependiendo de las circunstancias que presente el activo que representa esa opción.

1.5 OPCIONES TRADICIONALES

Se entiende por opciones tradicionales a aquella cuyo precio de la prima se determina mediante las formulas de valoración de Black & Scholes:

Para la Call;
$C = S * N(d_1) - E * e^{-rt} * N(d_2)$,
Para la Put;
$P = E * e^{-rt} * N(-d_2) - S * N(-d_1)$.

[2] Opciones Financieras y Productos Estructurados, Prosper Lamothe Fernández, Miguel Pérez Somalo, Mc Graw Hill 2003, PG 22

2. LAS OPCIONES EXOTICAS

A diferencia de las opciones tradicionales, las opciones exóticas generalmente no tienen un activo como subyacente en su lugar se puede encontrar otra opción, otro derivado o dos activos (Swap, Opciones Europeas, Opciones Americanas, Forward). Las opciones exóticas se caracterizan por adaptar los diferentes instrumentos financieros de manera que se ajusten a las necesidades específicas de una empresa, inversionista o sociedad. Estas difieren de las tradicionales no solo en sus características si no también en la manera de ser valoradas, a continuación veremos cada una de las opciones exóticas más conocidas junto con un modelo para valorarlas.

2.1 OPCIONES COMPUESTAS

Esta opción es aquella cuyo subyacente es otro contrato de opción en esta se pueden encontrar básicamente cuatro tipos:

- Call sobre una Call.
- Call sobre una Put.
- Put sobre una Call.
- Put sobre una Put.

Este tipo de opciones es utilizado para cubrirse de la necesidad de adquirir o vender una opción en el futuros, por ejemplo: el riesgo que se contrae al tipo de cambio proveniente de la posibilidad de firmar un contrato de venta de materiales al extranjero, dado que el poseedor no esta seguro aun de tener el contrato de materiales en no sabría si en el futuro llegase a necesitar comprar un opción en divisas, para este caso se aconsejaría adquirir un a Call sobre un Put para que pueda tener el derecho de comprar una Put en el momento que lo necesitara.

A continuación expondremos cada uno de los cuatro tipos de opciones compuestas y su modelo de valoración.

Para las cuatro opciones:

$$y_1 = \frac{\ln(S/I) + (r - q + \sigma^2/2)t_1}{\sigma\sqrt{t_t}}; y_2 = y_1 - \sigma\sqrt{t_1}$$

$$z_1 = \frac{\ln(S/E_1) + (r - q + \sigma^2/2)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}}; Z_2 = Z_1 - \sigma\sqrt{T_2}$$

$$p = \sqrt{t_1 T_2}$$

I= es el valor del subyacente que iguala la ecuación;

$$Call = (I, E_1, \sigma, r, q, T_2 - t_1) = E_2$$

Donde:

S=precio del activo, E_1 *=precio de ejercicio de la opción call subyacente,* σ *=volatilidad del activo subyacente, r= tipo de interés libre de riesgo, q=la rentabilidad en dividendos,* T_2 *= tiempo de vencimiento de la opción subyacente,* E_2 *= precio de ejercicio de la opción sobre el la opción.*
t_1 *= es la fecha de vencimiento de la opción*

2.1.1 Call sobre una Call:

En esta opción el comprador tiene el derecho de comprar una opción Call sobre un activo subyacente. *(ver presentación con diapositivas).*
El payoff *de la opción es:* $\max[call(S,E_1,\sigma,r,q,T_2)-E_2;0]$
(Esto significa que el valor de pago de la opción es la diferencia entre el precio de ejercicio dos y el valor de la call subyacente o cero)
El valor de la opción Call sobre una Call es:

$$C_{call} = Se^{-qT_2}M(z_1,y_1;p) - E_1.e^{-rT_2}M(z_2,y_2;p) - E_2e^{-rt_1}N(y_2)$$

I= es el valor del subyacente que iguala la ecuación;
$Call = (I,E_1,\sigma,r,q,T_2-t_1) = E_2$

M= es la función de distribución normal bivariante acumulada, para calcular esta función es necesario utiliza la herramienta Excel.

El valor se I se despeja de la ecuación utilizando la función Buscar objetivo de Excel.

2.1.2 Call sobre una Put:

En esta el comprador adquiere el derecho a comprar una opción Put sobre un activo subyacente. Es decir el comprador por el pago de una prima puede decidir si compra o no una opción put en un tiempo especifico. *(ver presentación con diapositivas).*
El payoff de la opción es: $Max[pull(S,E_1,\sigma,r,q,T_2)-E_2;0]$
(El valor de esta es la diferencia entre el precio de ejercicio E_2 *y la put subyacente o cero)*
El valor de la opción Call sobre una Put es:

$$C_{put} = E_1e^{-rT_2}M(z_2,-y_2;-p) - Se^{-qT_2}M(z_1,y_1;p) + E_2e^{-rt_1}N(-y_2)$$

Call(put)=(ejercicio1*d bivariante)–(subyacente*d bivariante)+ (ejercicio2*d normal)
El valor de I se despeja de la ecuación utilizando la función buscar objetivo:

$put(I, E_1, \sigma, r, q, T_2 - t) = E_2$

2.1.3 Put sobre una Call:

Para esta opción el comprador tiene el derecho a vender una opción call sobre un subyacente. *(ver presentación con diapositivas).*

El payoff *de la opción es:* $Max[E_2 - Call(S, E_1, \sigma, r, q, T_2);0]$
(Máximo entre la diferencia de la call subyacente y el precio de ejercicio dos, o cero)
El valor para la opción Put sobre una Call es:

$$P_{Call} = E_1 e^{-rT_2} M(z_2, -y_2; -p) - Se^{-qT_2} M(z_1, y_1; -p) + E_2 e^{-rt_1} N(-y_2)$$

El valor de I se despeja de la ecuación utilizando la función buscar objetivo:

$Call(I, E_1, \sigma, r, q, T_2 - t_1) = E_2$

2.1.4 Put sobre una Put

El poseedor de un Put sobre una Put tiene el derecho a vender una opción Put.
El payoff *de esta opción es*: $Max[E_2 - put(S, E_1, \sigma, r, q, T_2);0]$
(Máximo entre la diferencia de la put subyacente y el precio de ejercicio dos, o cero). (ver presentación con diapositivas).

El valor para la opción Put sobre una Put es:

$$P_{Put} = Se^{-qT_2} M(-z_1, y_1; -p) - E_1 e^{-rT_2} M(-z_2, y_2; -p) + E_2 e^{-rt_1} N(y_2)$$

El valor de I se despeja de la ecuación utilizando la función buscar objetivo de Excel:
$put(I, E_1, \sigma, r, q, T_2 - t_1) = E_2$

Ejercicio 1:

Valorar la siguiente opción compuesta put sobre put, la cual le otorga derecho al comprador de la poción a vender una opción call por 55, en el plazo de 3 meses. El precio de ejercicio de la opción call subyacente es de 180, el tiempo a vencimiento de la opción call es de 6 meses, el precio del activo subyacente es de 200, el tipo de interés libre de riesgo es del 4.5%, los dividendos del activo subyacente son del 1,5% y la volatilidad del activo subyacente es del 25%.(utilizar el modelo del CD-ROM).

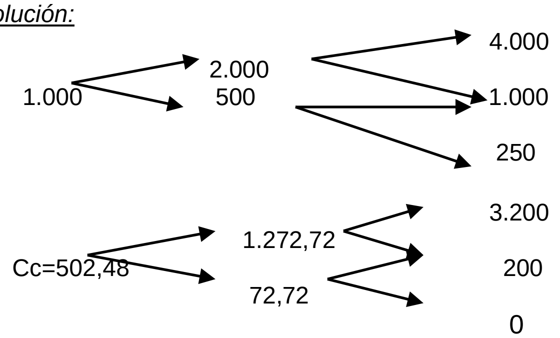
Rta: 49,57

<u>VALORACION DE OPCIONES COMPUESTAS ULITIZANDO EL METODO BINOMIAL</u>

Las opciones compuestas también pueden ser valoradas utilizando el método binomial, a continuación veremos un ejemplo:

El precio spot de la empresa AAA es 1000 pesos. En cada cotización el precio aumentara en 100% o disminuirá en un 50%. La acción no paga dividendos y la tasa de interés libre de riego es 10% en cada periodo. Supongamos que se negocia una opción de compra Europea sobre la acción de la empresa AAA a dos periodos hasta el vencimiento y con un precio de ejercicio de 800 pesos y que así mismo se negocia una segunda opción que da al poseedor el derecho a comprar la primera opción con precio de ejercicio de 400 pesos.

<u>Solución:</u>



u = 2

d = 0,5

$$p = \frac{1{,}1 - 0{,}5}{2 - 0{,}5} = 4$$

K=80

K=400

Call sobre la Cc= (872,72x0,4)/1,1=317,355 pesos.

2.2 OPCIONES FORWARD START

Las opciones Forward Start son opciones que comienzan en una fecha futura, en otras palabras estas tiene una fecha de inicio diferida, es decir se paga ahora pero empieza en una fecha futura. El precio de ejercicio de estas opciones es desconocido, es por eso que se utiliza una referencia diferente (letra alfa α) para referirse al porcentaje que se encuentra dentro o fuera del dinero. Estas opciones son utilizadas generalmente en las empresas como incentivo para sus trabajadores el uso de opciones sobre acciones de la misma empresa para incentivar a sus trabajadores. Estas opciones empiezan con un porcentaje determinado (α) dentro o fuera del dinero de pendiendo del valor de α. *(Ver cuadro 2.2). (ver presentación con diapositivas).*

Este grafico nos muestra como funciona la opción cronológicamente.

Cuadro 2.2

Valor de α	*Call*	*Put*
α<1	Dentro del Dinero(S>E)	Fuera del Dinero (S>E)
α=1	En el Dienro (S=E)	En el Dinero (S=E)
α>1	Fuera del Dinero (S<E)	Dentro del Dinero (s<E)

El modelo que se puede utilizar para valorar este tipo de opciones es el de Rubinstein[3], a continuación veremos las formulas:

$$Call = Se^{-qt}\left[e^{-q(T-t)}N(d_1) - \alpha .e^{-r(T-t)}N(d_2)\right]$$

$$Put = Se^{-qt}\left[\alpha .e^{-r(T-t)}N(-d_2) - e^{-q(T-t)}N(-d_1)\right]$$

Donde $d_1 = \dfrac{\ln(1/\alpha) + (r - q + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$

T=tiempo de vencimiento de la opción, t=es le periodo Forward Start de la opción siendo T>t.

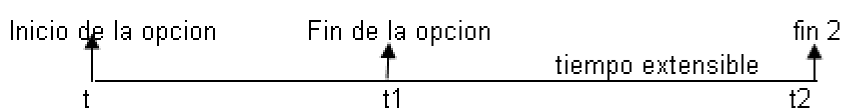
Ejercicio 2:

Valorar una opción put forward Start dentro de 4 meses si la opción comienza un 15% dentro del dinero. El tiempo de vigencia de la opción es de 1 año, el valor del subyacente es de 65, el interés libre de riesgo es del 6.8%, los dividendos son el 2% y la volatilidad del activo es 33%.(utilizar el modelo del CD-ROM).

Rta: 11,4066

2.3 OPCIONES CON VENCIMIENTO EXTENSIBLE

Estas son opciones donde el poseedor de la opción pude extenderse hasta un tiempo (T) posterior a la fecha pactada de ejercicio (t) si la opción se encuentra fuera del dinero en el tiempo acordado (t), esto solo si t<T. *(ver presentación con diapositivas).*



2.3.1 Opción Call Vencimiento Extensible

El payoff de esta opción es:
$Call(S, E_1, E_2, t, T) = (S - E_1)$ Si $S \geq, E_1$ o $Call(S, E_1, E_2, T-t)$
(El valor es igual a la diferencia entre el ejercicio y el subyacente, si S es mayor que E entonces es el valor de la opción en intervalo exequible).

[3] Modelo desarrollado por Mark Rubinstein, profesor de la Universidad de California Estados Unidos.

Siendo E_1 el valor de ejercicio pactado inicial y E_2 el precio de ejercicio ajustado en caso que sea extendido el vencimiento de la opción a un tiempo T mayor. El valor del Call es:

$$Call = Call_1(S, E_1, t) + Se^{-qT} M(z_1, -z_2; -p) - E_2 e^{-rT} M(z_1 - \sigma\sqrt{T}, -z_2 + \sigma\sqrt{t}; -p)$$

Donde $z_1 = \frac{\ln(S/E_2) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$, $z_2 = \frac{\ln(S/E_1) + (r - q + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}$, $p = \sqrt{tT}$

$Call_1$= es el valor de una opción normal con los parámetros S, E_1, t.

2.3.2 Opción Put Vencimiento Extensible

El payoff de esta opción es:

$Put = (S, E_1, E_2, t, T) = (E_1 - S)$ Si $S < E_1$ o $Put(S, E_1, E_2, T - t)$

(Para esta el valor de la opción es la diferencia entre E-S pero si E es mayor se toma el valor de la put en el intervalo extensible).

El valor de la Put es:

$$Put = Put_1(S, E_1, t) + E_2 e^{-rT} M(z_1 + \sigma\sqrt{T}, z_2 - \sigma\sqrt{t}; -p) - Se^{-qT} M(-z_1, z_2; -p)$$

Donde $Put_1 =$ es el valor de una opción normal con los parámetros S, E_1, t.

Ejercicio 3:

Valorar una opción put con vencimiento extensible con los siguientes datos: subyacente 11, precio de ejercicio 18, precio de ejercicio si el comprador extiende la opción 22. La fecha de vencimiento inicial son 6 meses, la opción se puede extender 3 meses más. El interés libre de riesgo es de 5%, los dividendos son del 1,5% y la volatilidad del activo es 23%.(utilizar el modelo del CD-ROM).

Rta: 6,6429

2.4 OPCIONES BINARIAS

También conocidas como opciones digitales, son muy populares en los mercados OTC y utilizadas para realizar coberturas, los diferentes tipos de opciones binarias son:

2.4.1 Opciones Gap

Esta es una opción muy similar a una opción vanilla, estas opciones tienen dos precios de ejercicio. *(ver presentación con diapositivas).*

El payoff de una opción Gap Call es: 0 si S$\leq E_1$ y $S - E_2$ si $S > E_1$

(*El payoff depende de las condiciones de los dos precios de ejercicio)*

Y para una opción Gap Put es: 0 si $S \geq E_1$ y $E_2 - S$ si $S < E_1$
El método que se puede utilizar para valorar estas opciones es le modelo se Reiner y Rubinstein.

$$Call = Se^{-qT} N(d_1) - E_2 e^{-rT} N(d_2)$$

$$Put = E_2 e^{-rT} N(-d_2) - Se^{-rT} N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/E_1) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} ; \; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Ejercicio 4:

Valorar una opción Gap de compra que vence dentro de 6 meses. El precio del activo subyacente es de 105, el primer precio de ejercicio es 95, el segundo es de 112, el interés libre de riesgo es del 6%, los dividendos son el 2% y la volatilidad es el 35%.(utilizar el modelo del CD-ROM).

Rta: 6,0133

2.4.2 Opciones Cash or Nothing

Una opción Cash or Nothing como su nombre lo indica (dinero o nada), es una opción donde se paga una cantidad especifica o nada (de dinero) en la fecha de vencimiento si la opción se encuentra dentro del dinero. Para la Call se paga una cantidad K si el activo subyacente esta sobre el precio de ejercicio en le momento del vencimiento (S>E), y para la Put Cash or Nothing si el subyacente esta por debajo del ejercicio E>S. *(ver presentación con diapositivas).*

El payoff de la opción Call es: 0 si $S \leq E$ y K si $S > E$
El payoff para la opción Put es: 0 si $S \geq E$ y K si E>S.
(*Donde K es un cantidad que se paga si el activo esta sobre o por debajo del precio de ejercicio).*

El modelo que se puede utilizar para valorar las opciones Cash or Nothing es el modelo Reiner y Rubinstein.

$$Call = Ke^{-rT} N(d_1)$$

$$Put = Ke^{-rT} N(-d_2)$$

Siendo $d_1 = \dfrac{\ln(E/S) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$ $; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

Ejercicio 5:
Valorar una opción call cash or nothig que vence dentro de 1 año si el precio del subyacente es de 16, el precio de ejercicio de 18, el cash que recibimos es caso que la opción acabe dentro del dinero es 4, el interés libre de riesgo es del 5%, los dividendos de 2,5% y la volatilidad del activo es del 23%.*(utilizar el modelo del CD-ROM).*

Rta: 1,764

2.4.3 Opciones Asset Nothing

El valor de esta opción depende de si acaba dentro del dinero a la fecha del vencimiento, si esto ocurre te pagan el precio del activo subyacente. *(ver presentación con diapositivas).*

El payoff de la opción Call es: 0 si $S \leq E$ y *S* si *S>E*.
(El valor es cero y acaba fuera del dinero, pero te pagan el valor del activo si acaba dentro del dinero S>E)

El payoff de la opción Put es: 0 si $S \geq E$ y *S* si *S<E.*
(Para la put es lo contrario)
El método para valorarlas puede ser mediante el modelo Cox y Rubinstein.

$$Call = Se^{-qT} N(d_1)$$

$$Put = Se^{-qT} N(-d_2)$$

Donde *d* se calcula con la formula ya planteada.

2.4.4 Opciones Cash or Nothing Sobre dos Activos

Esta es una clase más compleja de opciones binarias, para estas existen cuatro tipos de opciones: *(ver presentación con diapositivas).*

- Opciones Cash or Nothing Call sobre dos activos: esta paga una cantidad K si el subyacente S_1 es mayor que le precio de ejercicio E_1 y si el subyacente del otro activo S_2 también es mayor del precio de ejercicio E_2 a la fecha del vencimiento.

  Prima= $Ke^{-rT} M(d_{1,1}, d_{2,2}; p)$
  M= distribución normal bivariante

- Opciones Cash or Nothing Put sobre dos activos: esta paga una cantidad K si el subyacente S_1 esta por debajo del precio de ejercicio E_1 y si el subyacente del otro activo S_2 también esta por debajo del precio de ejercicio E_2 a la fecha del vencimiento.

  Prima= $Ke^{-rT}M(-d_{1,1},-d_{2,2};p)$

- Opción Cash or Nothing Up-down Sobre dos Activos: (arriba y abajo) esta paga una cantidad K si el subyacente S_1 es mayor que el precio del ejercicio E_1 y si el subyacente del otro activo S_2 esta por debajo del precio de ejercicio E_2 a la fecha de vencimiento.

  Prima= $Ke^{-rT}M(d_{1,1},-d_{2,2};-p)$

- Opción Cash or Nothing Down-up sobre dos Activos: (abajo y arriba) esta paga una cantidad K si el subyacente S_1 esta por debajo del precio de ejercicio E_1 y si el subyacente del otro activo S_2 es mayor del precio de ejercicio E_2 a la fecha del vencimiento.

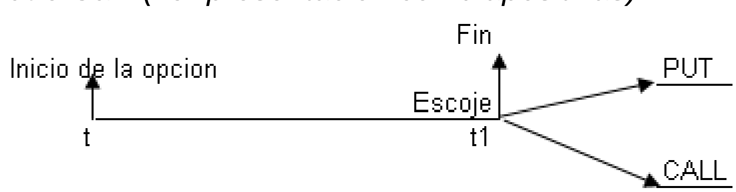
  Prima= $Ke^{-rT}M(-d_{1,1},d_{2,2};-p)$

Siendo, $d_{i,j} = \dfrac{\ln(S_i/E_j)+(r-q_i-\sigma_i^{\,2}/2)T}{\sigma_i\sqrt{T}}$

p el coeficiente de correlación de los dos activos subyacentes.
M= la función de distribución normal bivariante acumulada.

2.5 OPCIONES CHOOSER O ELECCION

Estas opciones le permiten al tenedor de la opción la posibilidad de elegir en una fecha futura (t_1) entre una opción Call o una opción put. Actualmente existen dos clases de opciones Chooser o Elección:
En este grafico podemos ver el comportamiento de la opción en el tiempo, al final de la opción podemos ver que se tiene el derecho a elegir vender o comprar una Put o Call. *(ver presentación con diapositivas).*



2.5.1 Opciones Chooser Simples

Esta opción le da a su dueño la posibilidad de elegir entre una opción Call o Put en un periodo de tiempo inferior (t) a la duración de la opción con las mismas condiciones de ejercicio (*E*) y tiempo a vencimiento T, siendo T>t. *Un ejemplo seria una opción Chooser Simple que vence dentro de 1 año y con un tiempo de elección (plazo en que el dueño elige ente una Call o Put) de 3 meses. (ver presentación con diapositivas).*

El payoff de la opción es:

$$w(S,E,r,q,\sigma,t,T) = \max(Call(S,E,r,q,\sigma,t,T); put(S,E,r,q,\sigma,t,T))$$

(El payoff seria el máximo entre el valor de la Put o la Call)

Siendo t= el periodo de elección y T= tiempo que dura la opción.

El método que se puede utilizar para valorar estas opciones es el modelo de Rubinstein:

$$w = Se^{-qT}N(d) - Ee^{-rT}N(d-\sigma\sqrt{T}) - Se^{-qT}N(-y) + Ee^{-rT}N(-y+\sigma\sqrt{t})$$

Siendo, $d_1 = \dfrac{\ln(S/E)+(r-q+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$ $\qquad y = \dfrac{\ln(S/E)+(r-q)T+\sigma^2 t/2}{\sigma\sqrt{t}}$

Ejercicio 6;

Valorar una opción chooser simple que vence dentro de un año si el precio del activo es 15, el precio de ejercicio es de 11, los dividendos son del 1%, el interés libre de riesgo es 6,5% y la volatilidad es del 23%. El tiempo de elección es de 3 meses. (utilizar el modelo del CD-ROM).

Rta: 4,611

2.5.2 Opciones Chooser Complejas

Estas opciones son mas complejas debido a que el poseedor de esta tiene la opción de elegir entre una Call o una Put con vencimiento y precios de ejercicio diferente. Por ejemplo: se tienen una opción chooser compleja a un año t=1 cuyo activo subyacente se encuentra en 30 y el poseedor tiene la opción de elegir en un plazo de 2 meses entre una Call a T_1=8 meses con E=20, o una Put a T_2 6 meses con E=32. $(T_2 > t < T_1)$.*(ver presentación con diapositivas).*

El payoff de esta opción es:

$$w(S,E_1,E_2 r,q,\sigma,t,T_1,T_2) = \max\left[Call(S,E_1,r,q,t,T_1);\, put(S,E_2,r,q,\sigma,t,T_2)\right]$$

(El payoff es el máximo entre las opciones Put y Call con diferente vencimiento)

T_1*= tiempo de la opción call,* T_2*=tiempo de la opción put, y t=tiempo de la opción chooser compleja.*

El modelo que se puede utilizar para valorar estas opciones es el modelo Rubinstein:

$$w = Se^{-qT_1} M(d_1, y_1; p_1) - E_1 e^{-rT_1} M(d_2, y_1 - \sigma\sqrt{T_1}; p_1) - Se^{-qT_2} M(-d_1, -y_2; p_2) + E_2 e^{-rT_2} M(-d_2, -y_2 + \sigma\sqrt{T_2}; p_2)$$

Done, $d_1 = \dfrac{\ln(S/I) + (r - q + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}};\, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$

$$y_1 = \frac{\ln(I/E_1) + (r - q + \sigma^2/2)T_1}{\sigma\sqrt{T_1}} \qquad y_2 = \frac{\ln(S/E_2) + (r - q + \sigma^2/2)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}}$$

$p_1 = \sqrt{t/T_1};\, p_2 = \sqrt{t/T_2}$

El valor de I se saca de la formula:

$$Ie^{-q(T_1-t)} N(z_1) - E_1 e^{-r(T_1-t)} N\left[z_1 - \sigma\sqrt{(T_1-t)}\right] + Ie^{-q(T_2-t)} N(-z_2) - E_2 e^{-r(T_2-t)} N\left[-z_2 + \sigma\sqrt{(T_2-t)}\right] = 0$$

Donde $z_1 = \dfrac{\ln(I/E_1) + (r - q + \sigma^2/2)(T_1 - t)}{\sigma\sqrt{(T_1 - t)}}$ y $z_2 = \dfrac{\ln(I/E_2) + (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t)}{\sigma\sqrt{(T_2 - t)}}$

y *M es la función de distribución bivariante acumulada.*

Ejercicio 7:

Valorar una opción chooser compleja si el precio del activo es de 22, el precio de ejercicio de la opción call es 18, el vencimiento de la call es dentro 8 meses, el precio de ejercicio de la put es 23, el vencimiento de la put es dentro de 4 meses, los dividendos son del 1,6%, el interés libre de riesgo es 6% y la volatilidad es del 24%. Con un tiempo de elección de 2 meses. *(Utilizar el modelo del CD-ROM).*

Rta: 4,9738

2.6 OPCIONES CON VALOR DEPENDIENTE DE LA EVOLUCION HISTORICA DE LOS PRECIOS DEL SUBYACENTE

Este tipo de opciones se presentan en cuatro modalidades:

2.6.1 Opciones Lookback:

Se le denominan Lookback a las opciones cuyo precio dependen de la máxima o mínima cotización alcanzada por el activo subyacente. Dentro de las opciones Lookback existen dos tipos:

2.6.1.1 Opciones Lookback con precio de ejercicio flotante:

El precio de ejercicio se determina teniendo en cuenta el precio más favorable del activo subyacente durante el tiempo de la opción.
El payoff de esta opción Call Lookback es: $\max\left[0, S - \min(S_0, S_1, \ldots, S_n)\right]$ esto quiere decir que el dueño de una opción Call Lookback con precio flotante tiene el derecho de comprar el activo subyacente al precio más barato que cotiza durante la vigencia de la opción.
El payoff de la opción Put Lookback es: $\max\left[0, \max(S_0, S_1, \ldots S_n) - S\right]$, para esta opción el dueño tiene el derecho de vender le activo al precio mal alto cotizado durante la vigencia de la opción. *(ver presentación con diapositivas).*

El valor de estas opciones se puede calcular utilizando el modelo de Goldman, Sosin y Gatto:

<u>Call Lookback con precio de ejercicio flotante:</u>

$$Call = Se^{-qT}N(d_1) - S_{\min}e^{-rT}N(d_2)$$
$$+ Se^{-rT}\frac{\sigma^2}{2(r-q)}\left[\left(\frac{S}{S_{\min}}\right)^{-\frac{2(r-q)}{\sigma^2}} N\left(-d_1 + 2\frac{(r-q)}{\sigma}\right) - e^{(r-q)T}N(-d_1)\right]$$

Donde $d_1 = \dfrac{\ln(S/S_{\min}) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

Put Lookback con precio de ejercicio flotante:

$$Put = S_{\max} e^{-rT} N(-d_2) - Se^{-bT} N(-d_1)$$
$$+ Se^{-rT} \frac{\sigma^2}{2(r-q)} \left[-\left(\frac{S}{S_{\min}} \right)^{-\frac{2(r-q)}{\sigma^2}} N\left(b_1 + 2\frac{(r-q)}{\sigma} \sqrt{T} \right) + e^{(r-q)T} N(d_1) \right]$$

Donde $d_1 = \dfrac{\ln(S / S_{\max}) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

Ejercicio 8:

Valorar una call lookback con precio de ejercicio flotante sobre una acción que vence en un año, el valor del subyacente es 22, la mínima cotización en el periodo de la opción fue de 15 y la máxima fue de 23, la volatilidad es del 32%, los dividendos del 1,5% y el interés libre de riesgo es 5%(utilizar el modelo del CD-ROM)..

Rta: 7,8945

2.6.1.2 Opciones Lookback con precio de ejercicio fijo:

En este tipo de opciones el precio de ejercicio es fijo, pero el valor del activo subyacente a tener en cuenta depende del comportamiento que haya tenido durante la vigencia de la opción tomando el precio más favorable. *(ver presentación con diapositivas).*

El payoff de la opción Call es: $\max[0, S_{\max} - E]$, esto indica que el precio tomado para calcular el valor es el más favorable (el mas alto registrado) para el tenedor de la opción que haya cotizado durante su vigencia.
El payoff para la opción put es: $\max[0, E - S_{\min}]$, esto indica que el precio tomado para calcular el valor de la opción es el que mas beneficia a su poseedor (el mas bajo registrado durante la vigencia de la opción).

El valor analítico para estas opciones se puede calcular con el modelo de *Conze y Viswanathan:*

Call con precio de ejercicio fijo cuando E> $S_{\max}$:

$$Call = Se^{-qT} N(d_1) - Ee^{-rT} N(-d_2)$$
$$+ Se^{-rT} \frac{\sigma^2}{2(r-q)} \left[-\left(\frac{S}{E} \right)^{-\frac{2(r-q)}{\sigma^2}} N\left(d_1 - 2\frac{(r-q}{\sigma} \sqrt{T} \right) + e^{(r-q)T} N(d_1) \right]$$

Donde $d_1 = \dfrac{\ln(S/E) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

<u>*Call con precio de ejercicio fijo cuando*</u> $S_{\max} \geq E$ *:*

$$Call = (S_{\max} - E)e^{-rT} + Se^{-qT}N(d_1) - S_{\max}e^{-rT}N(d_2) +$$
$$Se^{-rT}\frac{\sigma^2}{2(r-q)}\left[-\left(\frac{S}{S_{\max}}\right)^{-\frac{2(r-q)}{\sigma^2}} N\left(d_1 - 2\frac{(r-q}{\sigma}\sqrt{T}\right) + e^{(r-q)T}N(d_1)\right]$$

Donde $d_1 = \dfrac{\ln(S/S_{\max}) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

<u>*Put con precio de ejercicio fijo cuando*</u> $S_{\min} > E$:

$$Put = Ee^{-rT}N(-d_2) - Se^{-qT}N(-d_1)$$
$$+ Se^{-rT}\frac{\sigma^2}{2(r-q)}\left[\left(\frac{S}{S_{\min}}\right)^{-\frac{2(r-q)}{\sigma^2}} N\left(-d_1 + 2\frac{(r-q)}{\sigma}\sqrt{T}\right) - e^{(r-q)}N(-d_1)\right]$$

Donde $d_1 = \dfrac{\ln(S/E) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

<u>*Put con precio de ejercicio fijo cuando*</u> $E \geq S_{\min}$:

$$Put = Ee^{-rT}N(-d_2) - Se^{-qT}N(-d_1)$$
$$+ Se^{-rT}\frac{\sigma^2}{2(r-q)}\left[\left(\frac{S}{E}\right)^{-\frac{2(r-q)}{\sigma^2}} N\left(-b_1 + 2\frac{(r-q)}{\sigma}\sqrt{T}\right) - e^{(r-q)T}N(-d_1)\right]$$

Donde $d_1 = \dfrac{\ln(S/S_{\min}) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

Ejercicio: 9

Valorar una put lookback con precio de ejercicio fijo sobre una acción que vence dentro de un año, precio del subyacente 27, la mínima cotización en el periodo de la opción fue de 21 y la máxima fue de 30, la volatilidad es del 31%, los dividendos son del 2%, el interés libre de riesgo es 6%, y el precio de ejercicio es de 25. (utilizar el modelo del CD-ROM).

Rta: 5,0646

2.6.3 Opciones MAXIMINI

Esta opción resulta de la suma de una opción Call Lookback con precio de ejercicio flotante y una Put Lookback con precio de ejercicio flotante, el resultado es una opción que maximiza la utilidad para el poseedor. El payoff de esta opción es: $MAX(S,S_1....,S_t)-MIN(S,S_1...,S_t)$. El valor de esta opción es la suma del valor de cada una de las opciones. *(ver presentación con diapositivas).*

2.6.3 Opciones Barrera:

Este tipo de opciones exóticas son las más populares dado que son más económicas que las opciones estándares. Las opciones Barrera son una Call o una Put tradicional pero con una barrera que hace que adquieran un precio fijo si el subyacente sobrepasa un máximo o un mínimo de los valores establecidos por la barrera, esto las hace muy atractivas para realizar coberturas, en algunos casos cundo la opción no se activa o se desactiva se compensa al dueño con una cantidad conocida como rebate (R). Existen ocho tipos de opciones Barrera. Con respeto a la valoración de esta opciones uno de los métodos mas censillos es utilizando el árbol binomial, teniendo en cuenta la fusión Payoff y la barrera. *(ver presentación con diapositivas).*

Para entender mejor estas opciones es necesario tener en claro estos términos:

- *Down, significa que la barrera se ubica por debajo del precio del activo en el momento de comprarla.*
- *Up, significa que la barrera se ubica por encima de precio del activo en al momento de comprarla.*
- *In, significa que cuando el precio de activo toque la barrera la opción se activa.*
- *Out, significa que cuando el precio del activo toque la barrera la opción se desactiva.*

2.6.3.1 Tipos de Opciones Barrera

1. <u>*Call down-and-out:*</u> Esta opción es una Call que tiene la barrera por debajo del subyacente y se desactiva cuando el precio del activo toca la barrera. El payoff de esta opción es: *máx.(0,S-E)* si *(S>H)* el activo no toca la barrera antes el vencimiento o R*(rebate)* si $S \leq H$.

2. *Call up-and-out:* Esta opción es una Call que posee la barrera por encima del subyacente y se desactiva cuando el precio del activo toca la barrera. El payoff de esta opción es: máx.(0,S-E) si (S<H) el activo no toco la barrera antes del vencimiento o R si $S \geq H$.

3. *Call down-and-in:* Esta opción es una Call que posee la barrera por debajo del subyacente y se activa si este toca la barrera. El payoff de esta opción es: máx (0, S-E) si $S \leq H$ antes del vencimiento o R si S>H.

4. *Call up-and-in:* Esta opción es una Call que posee la barrera por encima del subyacente y se activa cuando este toca la barrera. El payoff de esta opción es: máx.(0,S-E) si $S \geq H$ antes del vencimiento o R si S<H.

5. *Put down-and-out:* Esta opción es una Put que posee la barrera por debajo del subyacente y se desactiva si este toca la barrera. El payoff de esta opción es: máx(0,S-E) si S<H antes del vencimiento o R si $S \leq H$.

6. *Put up-and-out:* Esta opción es una Put que posee la barrera por encima del subyacente y se desactiva si este toca la barrera. El payoff de esta opción es: máx(0,S-E) si S>H antes del vencimiento o R si $S \geq H$.

7. *Put down-and-in:* Esta opción es una Put que posee la barrera por debajo del subyacente y se activa si este toca la barrera. El payoff de esta opción es: máx(0,S-E) si $S > H$.

8. *Put up-and-in:* Esta opción es una Put que posee la barrera por encima del subyacente y se activa si este toca la barrera. El payoff de esta opción es: máx(0,S-E) si $S \geq H$ antes del vencimiento o R si S<H.

2.6.4 Opciones Doble Barrera

Estas opciones son muy similares a las opciones barrera, con la diferencia que las opciones doble barrera posee barreras arriba y abajo del subyacente, el método para valorar esta opciones es demasiado complejo pues se aconseja utilizar el método de simulación Montecarlo. Existen cuatro opciones doble barrera: *(ver presentación con diapositivas).*

1. *Call up-and-out-down-and-out:* Esta opción Call posee dos barreras (una superior y una inferior), si el subyacente toca la barrera superior (U) o inferior (L) la opción se desactiva. El payoff de esta opción es: max(S-E;0) si L<S>U antes del vencimiento o 0 en caso contrario.

2. *Call up-and-in-down-in:* Esta opción Call posee las dos barreras (superior e inferior) y si el subyacente toca alguna de las barreras la opción se activa.

El payoff de esta opción es: max (S-E;0) si $L \geq S$ o $U \leq S$ antes del vencimiento o 0 en caso contrario.

3. *<u>Put up-and-out-down-and-out:</u>* Esta opción Put posee las dos barreras (superior e inferior) y si el subyacente toca alguna de las barreras la opción se desactiva. El payoff de esta poción es: max(S-E;0) si L<S>U antes del vencimiento o 0 en caso contrario.

4. *<u>Put up-and-in-down-and-in:</u>* Esta opción Put posee las dos barreras (superior e inferior) y si el subyacente toca alguna de las barreras la opción se activa. El payoff de esta opción es: max (S-E;0) si $L \geq S$ o $U \leq S$ antes del vencimiento o 0 es caso contrario.

El método de valoración para estas opciones se realiza por el modelo de monte carlo, este modelo no es desarrollado en la investigación debido a que es necesario de un computador muy potente y la mayoría de los ejercicios pueden tardar unos 30 minutos de proceso.

2.6.5 Opciones Asiáticas

Esta es otro tipo de opción que también depende de la evolución del precio del subyacente, pero con la diferencia de que el valor final del subyacente no es el menor o el mayor registrado, si no que se calcula sacando la media aritmética o geométrica (de los precios). En esta media varia según el mercado en el que se estén negociando estas opciones, por lo general se calcula el precio promedio diario, pero en los mercados OTC se puede realizar con base el precio de inicio de la opción y el final u otro tipo de referencia como el promedio trimestral.

El payoff de una Call asiática es: max(S*-E;0) en la fecha de vencimiento.
El payoff de una Put asiática es: max(S*-E;0) en la fecha de vencimiento.
Donde S* es la media geométrica o aritmética de los precios del subyacente que cotizaron desde que se compro la opción. *(ver presentación con diapositivas).*

Según como se calcule la media del subyacente existen dos tipos:

- **Opciones Asiaticas con Media Geométrica:** Si el activo se distribuye de forma lognormal se asume que la media del activo se distribuye lognormal, por estos las opciones se pueden valorar mediante el modelo de Black-Scholes haciéndole algunos cambios:

  Cambio en la volatilidad: $\sigma_a = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}$ y *r-q* por $b_a = \frac{1}{2}\left((r-q) - \frac{\sigma}{6}\right)$

$$Call = Se^{(b_a - r)T} N(d_1) - Ee^{-rT} N(d_2)$$

$$Put = Ee^{-rT} N(-d_2) - Se^{(b_a - r)T} N(-d_1)$$

Donde $d_1 = \dfrac{\ln(S/E) + (b_a + \sigma_a^2/2)T}{\sigma_a \sqrt{T}}; d_2 = d_1 - \sigma_a \sqrt{T}$

Ejemplo 10: *Valorar una opción put asiática con media geométrica con las siguientes características: subyacente 50, precio de ejercicio 45, tiempo de la opción 9 meses, interés libre de riesgo 4,5%, dividendos del 1% y volatilidad del activo en 37%.(utilizar el modelo del CD-ROM).* *Rta: 1,4409*

- **Opciones Asiáticas con Media Aritmética:** Para el calculo de la media aritmética de esta opción se supone que le subyacente sigue una distribución normal. Para esta opción utilizaremos el modelo de Levy para valorarla. *(ver presentación con diapositivas).*

$$S_E = \frac{S}{T(r-q)}(e^{-qT_2} - e^{-rT_2}), d_1 = \frac{1}{\sqrt{V}}\left[\frac{\ln(D)}{2} - \ln(E^*)\right], d_2 = d_1 - \sqrt{V}$$

$$E^* = E - \frac{T - T_2}{T} S_E, V = \ln(D) - 2[rT_2 + \ln(S_E)], D = \frac{M}{T^2}$$

$$M = \frac{2S^2}{(r-q)\sigma^2}\left[\frac{e^{(2(r-q)+\sigma^2)T_2)} - 1}{2(r-q)+\sigma^2} - \frac{e^{(r-q)T_2} - 1}{r-q}\right]$$

Valor Call asiática media aritmética: $Call \approx S_E N(d_1) - E^* e^{-rT_2} N(d_2)$
Valor put asiática media aritmética: $Put \approx Call - S_E + Ee^{-rT_2}$

Donde,
S_E =*Es la media aritmética del subyacente.*
S= Es el precio del subyacente.
E= Precio de ejercicio.
r= Tipo de interés libre de riesgo.
q= Dividendos del activo subyacente.
T_2 = *Tiempo sobre el cual de calcula la media.*
T= tiempo a vencimiento de la opción.

Ejercicio 11:

Valorar una opción call asiática con media aritmética con las siguientes características: media aritmética 110, precio de ejercicio 87, precio del activo 80, periodo en el que se calcula la media: 3 meses, tiempo de vigencia de la opción de 1 año, enteres de 10%, dividendos del 5% y volatilidad del 35%.(utilizar el modelo del CD-ROM).

Rta: 4,7419

2.6.6 Opciones Pseudo-asiáticas

Las opciones pseudo-asiáticas tiene las mismas características que las asiáticas, con la diferencia que para estas el precio del subyacente no se calcula en base al comportamiento histórico del activo, en estas opciones el valor del subyacente es el que se este cotizando en el momento de ejercer y el valor de ejercicio se calcula mediante el promedio geométrico de los precio que a presentado el subyacente durante parte o toda la vida de la opción. El método que se puede utilizar para valora esta opciones el mismo ya planteado para las *opciones asiáticas con media geometría. (ver presentación con diapositivas).*
El payoff para la opción Call es: $\max(0; S_t - S_{promedio})$
El payoff para la opción Put es: $\max(0; S_{promedio} - S_t)$

2.7 OPCIONES SOBRE DOS SUBYACENTES

Estas opciones involucran dos activos en la negociación, en esta categoría existen muchos tipos de opciones, las conocidas son:

2.7.1 Opción Sobre el Intercambio de Dos Activos

En esta opción el comprador tiene el derecho de intercambiar un activo S_2 por otro activo S_1 en la fecha de su vencimiento. Puesto que el intercambio de los dos activos tiene el mismo valor sin importar el sentido que lleven, estas opciones no se clasifican como Put y Call, si no que tienen un valor único de prima. Al tratarse de dos activos y como cada uno tiene una volatilidad es necesario calcular una volatilidad para los dos utilizando la correlación (de la misma manera con se calcula la volatilidad de un portafolio de dos acciones), el valor de esta opción esta directamente relacionada con la correlación de estos dos activos dado que entre mas estén correlacionados menos valor tendrá la opción (la correlación es 1 la opción no tendrá valor). *(ver presentación con diapositivas).*

El payoff de esta opción es: $Max(Q_1 S_1 - Q_2 S_2; 0)$, donde Q_1, Q_2 = son las cantidades de cada uno de los activos.

El modelo por el cual podemos valorar esta opción es el modelo de Margrave:

Prima opción = $Q_1 S_1 e^{-q_1 T} N(d_1) - Q_1 S_2 e^{-q_2 T} N(d_2)$

Donde, $d_1 = \dfrac{\ln(Q_1 S_1 / Q_2 S_2) + (-q_1 + q_2 + \sigma_C^2 / 2)T}{\sigma_C \sqrt{T}}$, $d_2 = d_1 - \sigma_c \sqrt{T}$

y, $\sigma_C = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2p\sigma_1\sigma_2}$, *p*= Correlación entre los activos.

Ejercicio 12:

Valorar la opción sobre el intercambio de dos activos que vencen dentro de 6 meses con la siguientes características: valor del primer activo de 12, valor del segundo activo de 21, volatilidad de 24% y 36%, respectivamente, dividendos del 2% y 1%, respectivamente. Las cantidades de los activos son: 15 para el activo uno y 10 para el dos. La correlación entre los activos es del 60% y el interés libre de riesgo es 5%.(utilizar el modelo del CD-ROM).

Rta: 4,9049

2.7.2 Opción Sobre Dos Activos Correlacionados

Este tipo de opciones le permiten al tenedor ejercer sobre la compra o venta de un activo S_2 con un precio de ejercicio E_2 si el precio de otro activo S_1 es superior o inferior a su precio de ejercicio E_1. Estas opciones son muy utilizadas para coberturas de carteras. *(ver presentación con diapositivas).*

El payoff de la Call es: $\max(S_2 - E_2;0)$ si $S_1 > E_1$ y 0 en caso contrario.
El payoff de la Put es: $\max(E_2 - S_2;0)$ si $S_1 < E_1$ y 0 en caso contrario.

El método que se puede utilizar para valorarlas es el modelo de Zhang:

$$Call = S_2 e^{-q_2 T} M(y_2 + \sigma_2\sqrt{T}, y_1 + p\sigma_2\sqrt{T}; p) - E_2 e^{-rT} M(y_2, y_1; p)$$

$$Put = E_2 e^{-rT} M(-y_2, -y_1; p) - S_2 e^{-q_2 T} M(-y_2 - \sigma_2\sqrt{T}, -y_1 - p\sigma_2\sqrt{T}; p)$$

Donde, $y_1 = \dfrac{\ln(S_1 / E_1) + (r - q_1 - \sigma_1^2 / 2)T}{\sigma_1\sqrt{T}}$ e $y_2 = \dfrac{\ln(S_2 / E_2) + (r - q_2 - \sigma_2^2 / 2)T}{\sigma_2\sqrt{T}}$

Ejercicio 13:

Valorar una opción call sobre dos activos que vencen dentro de 5 meses con la siguientes características: subyacente uno vale 57, subyacente dos vale 70, volatilidad del 22% y

32%, respectivamente, dividendos del 1,5% y 1,25%, respectivamente. El precio de ejercicio es 50 y 70 paca el activo uno y dos respectivamente. La correlación es del 56% y el interés libre de riesgo es del 5%.(utilizar el modelo del CD-ROM).

Rta: 6,05191

2.7.3 Opción Sobre el Máximo y el Mínimo de Dos Activos

Para las opciones máximo y mínimo, el comprador tiene el derecho de elegir el activo que posea el precio que mas beneficio le otorgue. Por ejemplo el dueño de una opción Call Máximo/Mínimo tiene el derecho de comprar al vencimiento al activo cuyo precio sea el Máximo/Mínimo de los dos, y para la Put Máximo /Mínimo el poseedor de esta opción tiene el derecho de vender al activo cuyo precio sea el Máximo/Mínimo de los dos. De estas opciones podemos sacar cuatro tipos: *(ver presentación con diapositivas).*

1. **Call sobre el mínimo de dos activos:** El poseedor de esta poción tiene el derecho a comprar el activo con el menor precio de los dos en el periodo de vigencia de la opción.

   El payoff de esta opción es: $\max(\min(S_1, S_2) - E; 0)$

$$Call_{\min}(S_1, S_2, E, T) = S_1 e^{-q_1 T} M(y_1, -d; -p_1) + S_2 e^{-q_2 T} M(y_2, d - \sigma\sqrt{T}; -p_2)$$
$$- Ee^{-rT} M(y_1 - \sigma_1\sqrt{T}, y_2 - \sigma_2\sqrt{T}; p)$$

2. **Call sobre el máximo de dos activos:** En esta opción el tenedor tiene el derecho de comprar el activo con el precio más alto.

   El payoff de esta opción es: $\max(\min(S_1, S_2) - E; 0)$

$$Call_{\min}(S_1, S_2, E, T) = S_1 e^{-q_1 T} M(y_1, -d; -p_1) + S_2 e^{-q_2 T} M(y_2, -d + \sigma\sqrt{T}; -p_2)$$
$$- Ee^{-rT}\left[1 - M(-y_1 + \sigma_1\sqrt{T}, -y_2 + \sigma_2\sqrt{T}; p)\right]$$

3. **Put sobre el mínimo de dos activos:** En esta opción el dueño tiene el derecho de vender el activo con el precio mas bajo.
   El payoff de esta opción es: $\max\left[E - \min(S_1, S_2), 0\right]$.

$$Put_{\min}(S_1, S_2, E, T) = Ee^{-rT} - Call_{\min}(S_1, S_2, 0, T) + Call_{\min}(S_1, S_2, E, T)$$

4. **Put sobre el máximo de dos activos:** En esta opción el dueño tiene el derecho de vender el activo con el precio más alto.

El payoff de esta opción es: $\max\left[E-\max(S_1,S_2),0\right]$

$$Put_{\max}(S_1,S_2,E,T)=Ee^{-rT}-Call_{\max}(S_1,S_2,0,T)+Call_{\max}(S_1,S_2,E,T)$$

Donde, $d_1=\dfrac{\ln(S_1/S_2)+(r-q_1+q_2+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$

$$y_1=\frac{\ln(S_1/E)+(r-q_1+\sigma_1^2/2)T}{\sigma_1\sqrt{T}}$$

$$y_2=\frac{\ln(S_2/E)+(r-q_2+\sigma_2^2/2)T}{\sigma_2\sqrt{T}}$$

$$\sigma=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2-2p\sigma_1\sigma_2}$$

$p_1=\dfrac{\sigma_1-p\sigma_2}{\sigma}$ y $p_2=\dfrac{\sigma_2-p\sigma_1}{\sigma}$

Ejercicio 14:

Valorar una opción call sobre el máximo de dos activos que vencen dentro de 6 meses con las siguientes características: subyacente 1 vale 60, subyacente 2 vale 85, volatilidad del 31% para el activo uno y 27% para el activo dos, el dividendo para el activo uno y dos es del 1% y 0% respectivamente. El precio ejercicio es 90. La correlación entre los activos es -20% y el interés libre de riesgo es del 5%.(utilizar el modelo del CD-ROM).

Rta: 5,4529

2.8 OPCIONES CON PAGO DIFERIDO

En las opciones con pago diferido no se paga nada en el momento de tomarla pues la prima se paga en el momento de ejercicio, es importante decir que para este tipo de opciones el ejercicio es obligatorio. *(ver presentación con diapositivas).*

El payoff para la opción Call es: S_t-E-C_{PD} si $S_t>E$ y 0 si $S_t>E$.
El payoff para la opción Put es: $E-S_t-P_{PD}$ si $E>S_t$ y 0 si $S_t>E$.
Donde P_{PD},C_{PD} son los valores de las primas diferidas que se deben pagar.

El valor de la opción Call con pago diferido se calcula con la formula de Black and Acholes descontando el precio de ejercicio.

$$C_{PD} = Se^{-rT}N(d_1) - Ee^{-rT}N(d_2)$$

Donde $d_1 = \dfrac{\ln(S/Ee^{-rT}) + \sigma^2/2}{\sigma\sqrt{T}}; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

Para la Put el valor es:

$$P_{PD} = Ee^{-rT}N(-d_2) - Se^{-rT}N(-d_1)$$

2.9 OPCIONES "BOMM" Y "CRASH"

Estas opciones presentan como precio de ejercicio la rentabilidad de un activo (o índice), es necesario utilizar un valor nocional en proporción al valor en dinero de la opción. *(ver presentación con diapositivas).*

Para la *opción "Bomm"* el valor seria: $Opcion_B = VN * Max(Max(r_1, r_2, \ldots r_t) - k; 0)$
Donde r= seria las rentabilidades del activo durante los periodos, VN= seria el valor nocional y k=seria el precio de ejercicio que para este caso es una rentabilidad..

Para la opción "Crash" el valor seria: $Opcion_C = VN * Max(k - Min(r_1, r_2.r_3, \ldots .r_t); 0)$

3. COTIZACION DE UNA OPCION EXOTICA

OPCION BINARIA:

Fuente **http://www.igmarkets.com/**

Esta paga 0 or 100. Dependiendo si termino o no dentro del dinero.

Este es el valor por punto en cada Mercado o moneda. Para todas las cotizaciones es 10 por punto, lo que indica que por cada punto o pulso que tenga si la opción termina en el dinero me pagarían 100 o nada si la opción no termina en el dinero.

All FTSE: £10/point
All Wall Street, S&P 500 and NASDAQ: $10/point
All DAX: E10/point
Australian Stock Index futures: A$10/point
Hang Seng futures: $10
Nikkei 225 futures: $10
KOSPI 200 futures: $10
Individual UK shares: £10/point
Spot EUR/USD, GBP/USD: $10/point

CONCLUCIONES

- Con respecto al tema investigado pude darme cuenta, que existe gran variedad de opciones exóticas, hasta el punto que seria muy difícil conocerlas a todas, pues siempre que haya un acuerdo entre dos partes en el cual se este pactando una obligación por una de ellas y la otra tenga la opción de elegir el tomarla o no, se podría entender como una opción exótica, pues no están dentro de las opciones Put y Call tradicionales que cotizan en una bolsa normal.

- Cada opción exótica tiene diferentes características que se adaptan a las necesidades del mercado en el que se desenvuelven, estas comprenden diferentes formas de comportarse y de establecer el precio de ejercicio, esto fue algo que se puede apreciar en la investigación, dado que existen opciones en las cuales se establece un piso para que se activara la opción, existen otras que son opciones de otras opciones y algunas que utilizan el promedio de los precios del subyacente para calcular el precio de ejercicio. Estas características particulares que tienen las opciones exóticas proporciona a los interesados en negociar con ellas, una amplia variedad de maneras de cubrirse ante una inversión.

- Para las opciones exóticas se puede apreciar que los modelos para valorarlas son diferentes para cada una de ellas, y que involucran metodologías nuevas y no conocidas antes por el autor. Estos modelos aunque algo similares al modelo Blak and Scholes, tienen en cuenta otras variables como por ejemplo: dos precios de ejercicio para una misma opción, la distribución vibariante, el máximo o mínimo de dos activos, etc.

- Para el entorno colombiano, se puede concluir que aun falta mucho para que las empresas empiecen a utilizar o a crear opciones que se ajusten a sus necesidades que tiene el sector, pues esta son algo complejas y necesitarían de todo un sistema para negociarlas, otro para controlarlas y garantizar seguridad al inversionista y además es necesario que mucha empresas se vinculen y se pongan de acuerdo para operar en este mercado.

- En la elaboración del texto se busco, recopilo y adapto la información de la manera más sencilla posible para facilitar la comprensión de este. Junto con esto, adiciones algunos ejemplos y elaboré graficas para facilitar la explicación de la opción en donde fuera necesario.

- La información necesaria para la construcción de la herramienta en exel fue tomada de los modelos propuestos por prosper lamother en su pagina de Internet, los cuales fueron adaptados de tal manera que se pudieran presentar mejor, utilizando terminologías conocidas y desarrollando una mejor presentación conjunta de los modelos. Esto concluyo en un modelo presentable, entendible y maniobrable para que el lector no solo pueda calcular el valor de las opciones mediante el modelo, si no que también pueda apreciar la manera de utilizar las formulas mediante Excel.

- La presentación didáctica creada tiene el objeto de presentar de una manera sencilla y en términos fáciles la definiciones, comportamiento y principales características de la opciones presentadas, esto se logro utilizando gráficos y términos didácticos para facilitar la retención en la mete del lector el tema propuesto.

BIBLIOGRAFIA

LIBROS

BOLIVAR G, Rafael y BOLIVAR L, Vita Paola. Para que y Como Investigar.

BBOLIVAR GRIMALDOS, Rafael. Para qué y cómo investigar: propuesta, ejecución y publicación. 2 ed. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, 2002. 194 p.

HERNANDEZ SAMPIERI, Roberto. EN FERNANDEZ COLLADO, Carlos y BAPTISTA LUCIO, Pilar. Metodología de la Investigación. México: McGRAW-HILL, 1998. 500 p.

MADURA, Jeff. Mercados e Instituciones financieras, Thomson Learning 2001. 698 p.

LAMOTHER FERNANDEZ, Prosper y PERZ SOMALO, Miguel, Mc Graw Hill 2003. 497 p.

TOMADO DE INTERNET

Universidad de Navarra (España).
http://www.iese.edu/research/pdfs/DI-0308.pdf