

**MODELO ARCH PARA EL ANÁLISIS DE LA VOLATILIDAD EN EL  
MERCADO DE RENTA FIJA Y RENTA VARIABLE COLOMBIANO POR  
MEDIO DEL I – TES E IGBC (2003 – 2006).**

**YERSSON ARMANDO BAUTISTA GARCIA  
JHOAN FABIAN PORRAS RIOS**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BUCARAMANGA  
FACULTAD DE INGENIERIA FINANCIERA  
LINEA DE INVERSIONES  
BUCARAMANGA  
2007**

**MODELO ARCH PARA EL ANÁLISIS DE LA VOLATILIDAD EN EL  
MERCADO DE RENTA FIJA Y RENTA VARIABLE COLOMBIANO POR  
MEDIO DEL I – TES E IGBC (2003 – 2006).**

**YERSSON ARMANDO BAUTISTA GARCIA  
JHOAN FABIAN PORRAS RIOS**

**Trabajo de Investigación para obtener el título de:  
Ingeniero Financiero**

**ASESOR: PEDRO FERNANDO QUINTERO BALAGUERA**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BUCARAMANGA  
FACULTAD DE INGENIERIA FINANCIERA  
LINEA DE INVERSIONES  
BUCARAMANGA  
2007**

## TABLA DE CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
INTRODUCCION	7
1. LÍNEAS DE INVERSIÓN EN EL MERCADO DE CAPITALS DENTRO DE LA BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA	9
1.1 MERCADO DE RENTA FIJA.	9
1.1.1 Mercado de TES: Aspectos Básicos.	11
1.1.2 I - TES.	12
1.1.3 Análisis de la composición del I – TES	12
1.1.4 Justificación del I–TES como representante del mercado de renta fija.	13
1.2 MERCADO DE RENTA VARIABLE	13
1.2.1 Mercado de acciones: Aspectos Básicos.	14
1.2.2 IGBC.	15
1.2.3 Justificación del IGBC como representante del mercado de renta variable.	16
2. ANALISIS HISTORICO	18
2.1 Evolución histórica del I – TES.	18
2.2 Evolución histórica del IGBC.	21
2.3 Evolución histórica de los tes tasa fija en pesos con Vencimiento 9-11-2007, 12-02-2010, y 12-09-2014	23
2.4 Evolución histórica de las acciones de Bavaria, Colpatria y Coltejer.	25
3. ESPECTATIVAS DEL MODELO	27

4. ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO Y MODELOS ARCH Y GARCH.	30
4.1 Mercado de renta fija. Variable I-TES	30
4.1.1. Pruebas de estacionariedad.	30
4.1.1.1 Análisis grafico.	30
4.1.2 Pruebas de Normalidad y estacionariedad.	32
4.1.2.1. Correlograma.	34
4.1.2.2. Prueba de raíz unitaria.	36
4.1.3 Modelo ARIMA.	38
4.1.4. Contraste de heteroscedasticidad.	40
4.1.5. MODELO ARCH Y GARCH	42
4.2. Mercado de renta variable. IGBC	53
4.2.1 Pruebas de estacionariedad.	53
4.2.1.1 Análisis grafico.	53
4.2.2 Pruebas de Normalidad y estacionariedad.	56
4.2.2.1 Correlograma.	56
4.2.2.2. Prueba de raíz unitaria.	58
4.2.3. Modelo Arima.	60
4.2.4. Contraste de heteroscedasticidad.	62
4.2.5. MODELO ARCH Y GARCH	63
4.3. Comparaciones de las opciones.	71
5. CONCLUSIONES.	72
6. BIBLIOGRAFIA.	75

## INDICE DE GRAFICAS

<b>Nº</b>	<b>Pág.</b>
Grafica 1. Evolución histórica del I – TES (2002 – 2005).	19
Grafica 2. Evolución histórica del I – TES (2005 – 2006).	20
Grafica 3. Evolución histórica del IGBC (2001 – 2007).	21
Grafica 4. Evolución histórica del IGBC (2004 – 2006).	22
Grafica 5. Evolución histórica del tes tasa fija en pesos Con vencimiento 19-11-07.	23
Grafica 6. Evolución histórica del tes tasa fija en pesos Con vencimiento 12-02-10.	23
Grafica 7. Evolución histórica del tes tasa fija en pesos Con vencimiento 12-09-2014.	24
Grafica 8. Evolución histórica de las Acciones de Bavaria	25
Grafica 9. Evolución histórica de las Acciones de Colpatría	25
Grafica 10. Evolución histórica de las Acciones de Coltejer	26
Grafica 11. Comportamiento del I-TES	31
Grafica 12. Primera diferencia del I-TES	32
Grafica 13. Histograma del I-TES	33
Grafica 14. Correlograma del I-TES	35
Grafica 15. Correlograma en primera diferencia del I-TES	39
Grafica 16. Comportamiento del IGBC	54
Grafica 17. Primera diferencia del IGBC	55
Grafica 18. Histograma del iGBC.	56
Grafica 19. Correlograma del IGBC	57
Grafica 20. Correlograma en primera diferencia del IGBC	60

## INDICE DE CUADROS

<b>Nº</b>	<b>Pág.</b>
Cuadro 1. Prueba de dickey - fuller del I-TES	37
Cuadro 2. Prueba de dickey - fuller de la primera Diferencia del I-TES	38
Cuadro 3. Modelo ARIMA del I-TES	40
Cuadro 4. Contraste de Heteroscedasticidad del I-TES	41
Cuadro 5. Tasa promedio de los rendimientos del I-TES	43
Cuadro 6. Modelo ARCH (1) para el I-TES	45
Cuadro 7. Modelo ARCH (2) para el I-TES:	46
Cuadro 8. Modelo ARCH (3) para el I-TES:	47
Cuadro 9. Modelo GARCH (1,1) para el I-TES	49
Cuadro 10. Modelo GARCH (1,2) para el I-TES	50
Cuadro 11. Prueba de dickey - Fuller del I-TES	51
Cuadro 12. Prueba de dickey – Fuller del IGBC	58
Cuadro 13. Prueba de dickey – Fuller de la primera Diferencia del IGBC	59
Cuadro 14. Modelo ARIMA (1) del IGBC	61
Cuadro 15. Test Arch del IGBC	62
Cuadro 16. Tasa promedio de los rendimientos deL IGBC	63
Cuadro 17. Modelo ARCH (1) para el IGBC	65
Cuadro 18. Modelo ARCH (2) para el IGBC	66
Cuadro 19. Modelo ARCH (3) para el IGBC	67
Cuadro 20. Modelo GARCH (1,1) para el IGBC	68
Cuadro 21. Modelo GARCH (1,2) para el IGBC	69

## INTRODUCCIÓN

El hombre como ser racional a lo largo del tiempo ha venido presentando un avance agigantado en el desarrollo de su intelecto y por lo tanto consecuencia de ello, esta su mejoría en el tipo de vida, ya que cada día le es más difícil vivir en un sistema rudimentario como años anteriores.

Basados en el anterior supuesto podemos afirmar que el Mercado de Capitales es la oportunidad que tienen muchas personas para estar en continua interacción y que mas que poder contar con una herramienta financiera para el rápido análisis técnico como la sustentada en el presente trabajo de investigación.

En los últimos años el mercado financiero ha tenido un crecimiento considerable en el país, unido a ciertas turbulencias que intervienen su estable comportamiento. En función de lo anterior es clara la necesidad de contar con excelente información a la hora de invertir. Tanto inversionistas como emisores deben tener en cuenta la volatilidad que en un momento dado pueden llegar a tener incidencia no esperada en la toma de decisiones a la hora de invertir en el mercado de renta fija como en el de renta variable.

La teoría moderna de la toma de decisiones en incertidumbre introduce un marco conceptual générico para medir el riesgo y el rendimiento de un activo que se mantiene como parte de una cartera y en condiciones de equilibrio de mercado. Aunque los diferentes modelos que miden el riesgo de un activo han recibido severas críticas, en los años recientes podemos encontrar una clase de modelos, pertenecientes a la teoría de series de tiempo, que tratan de superar las ineficiencias estructurales de los modelos financieros. Esta clase de modelos son los llamados modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (arch, y garch). El modelo arch y el modelo garch, , estudian la varianza condicional variable en el tiempo a partir de relaciones de variables

rezagadas. El método que utiliza el modelo arch-m para estimar el precio al riesgo variable es introducir la varianza condicional de las series de tiempo financieras como un regresor del rendimiento esperado de un activo riesgoso. Este método resuelve las limitaciones estructurales de los modelos financieros.

Para este trabajo se analizará específicamente, por medio de un modelo arch o garch, la volatilidad condicional tanto del I –TES como representante del mercado de renta fija, como del IGBC como representante del mercado de renta variable en un periodo de tres años (2003 – 2006), buscando encontrar las supuestas diferencias que radican de un mercado con otro a la hora de invertir, especialmente por su volatilidad.

El trabajo se divide en cinco secciones, la primera mostrará una breve descripción de las características, evolución y definiciones de cada uno de los mercados como a su vez de sus representantes; en la segunda sección, se limitará al análisis de series de tiempo de la información obtenida del I – tes y el Igbc. La tercera sección se basará en la estimación de un modelo arima de cada variable, para luego, en la cuarta sección definir el modelo arch o garch que mejor se ajuste a los datos en el periodo comprendido. Finalmente, en la quinta sección, se calculará la volatilidad de cada variable para así poder concluir el comportamiento entre las variables, lo cual permitiría tener una visión general entre los mercados.

## **1. LÍNEAS DE INVERSIÓN EN EL MERCADO DE CAPITALS DENTRO DE LA BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA.**

Los títulos valores que se negocian en las Bolsas de Valores pueden clasificarse de acuerdo con diferentes criterios, ya sea por sus características propias, la entidad emisora perteneciente al sector real, sector financiero o el Gobierno, la función que cumplen en la economía, el rendimiento esperado, su forma de pago, entre otros.

Una de las principales clasificaciones agrupa los documentos transados en el mercado de valores en papeles de rendimiento variable y de rendimiento fijo. Sin embargo el sistema electrónico de Transacciones de la Bolsa de Valores de Colombia se encuentra dividido en cinco módulos de transacción e información denominados: Renta Variable, Renta Fija, Deuda Pública, Divisas y Operaciones a Plazo de Cumplimiento Financiero - OPCF.

### **1.1 MERCADO DE RENTA FIJA.**

Es la deuda que tiene el Estado con personas naturales o jurídicas en el ámbito nacional, En sus inicios el mercado de capitales Colombiano estaba muy poco desarrollado, acostumbrado a invertir en el corto plazo: Solo hasta 1986 se empieza a desarrollar el mercado de deuda pública con la emisión de títulos de ahorro nacional (TAN) y desde 1991, el gobierno contraía deuda principalmente mediante la emisión de títulos valor en el Mercado Público de Valores, es lo que se denomina Deuda Pública Interna. A la compra-venta de estos títulos ya sea en el mercado primario o secundario o a través de una bolsa de valores o el mercado mostrador, es lo que se conoce como el Mercado de Deuda Pública.

Los Títulos de deuda pública (TES), Son títulos emitidos por el Gobierno Nacional en la mano de la Dirección del Tesoro Nacional (DTN) que emite bonos al mercado público de valores con el propósito de complementar el financiamiento del gasto y de la inversión contemplada en el presupuesto nacional. Creados por la Ley 51 de 1990 y administrados por el Banco de la República a través de su Depósito Central de Valores (DCV). Son títulos a la orden, no gozan de liquidez primaria antes de su vencimiento, colocados mediante el régimen de negociación Holandesa y son libremente negociables en el mercado secundario en dos mercados principalmente, (SEN y MEC). El plazo se determina de acuerdo con las necesidades de regulación del mercado monetario y de los requerimientos presupuéstales o de tesorería y fluctúa entre 1 y 10 años. El rendimiento de los títulos lo determina el Gobierno nacional de acuerdo con las tasas del mercado para el día de los mismos. Dichos títulos pueden ser emitidos a una tasa fija, indexados al IPC, emitidos en unidades de valor real (UVR), o en dólares.

El desarrollo mas importante en el mercado colombiano es el auge del mercado de deuda pública interna, específicamente el mercado de TES. El crecimiento de la deuda pública colombiana tanto interna como externa ha sido muy grande en los últimos años.

El crecimiento de la deuda externa colombiana, especialmente el de la deuda externa privada es una consecuencia de la apertura cambiaria de 1991 (Ley 9/91). El gobierno colombiano a través de la DTN comenzó a utilizar el mercado interno como fuente de financiamiento del presupuesto nacional, mediante la colocación del TES.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Universidad de los Andes. Facultad de Administración- ARIEL. Mercado Financiero. Capítulo 9. “Mercado de Deuda Pública”. Págs. 286-287.

### 1.1.1 Mercado de TES: Aspectos Básicos

Mercado de deuda pública interno son títulos que se emiten a diferentes plazos y son negociados en el mercado primario a través de subasta holandesa en la cual solamente pueden participar creadores de mercado. En el mercado secundario, se negocia por medio de los dos mercados principales:

- SEN, segundo escalón en el Banco de la República, abierto a entidades con cuentas de depósito en el Banco.
- MEC, en la Bolsa de Valores de Colombia, abierto a todas las entidades vigiladas por la Superintendencia Financiera.

Clase B a TASA FIJA (En Pesos). Tienen como objetivo sustituir los (TAN), obtener recursos para financiar el presupuesto nacional y efectuar operaciones temporales de tesorería del Gobierno Nacional. Son denominados en pesos colombianos a tasas constantes y su plazo es de uno (1) a (15) años.

Cada título está conformado por el principal, el cual se amortiza al final del periodo, y un cupón de intereses anual (un cupón para los TES de un año, dos cupones para los de dos años y tres cupones para los de tres años). Se puede negociar como título completo (principal y cupones) o el principal y el cupón son negociables en forma independiente. Devengan intereses anuales con pago al vencimiento de cada periodo, sobre los cuales, de acuerdo con las normas vigentes, el banco realiza la respectiva retención en la fuente. <sup>2</sup>

---

<sup>2</sup>CHACON, Ramiro. Primer simposio de docentes de finanzas. Construcción de la Curva Cupón Cero – Caso Colombiano. 21 p.

### **1.1.2 I - TES.**

El I-TES es un índice desarrollado por BANCOLOMBIA y SUVALOR, el cual cuenta con la respectiva revisión y aprobación del Banco de la Republica. Este índice fue desarrollado con el propósito de reflejar de una forma mas clara el movimiento en el tiempo de los precios de una canasta de títulos de tesorería (TES) a Tasa Fija.

El anterior índice, es el resultado de un análisis cuantitativo de una canasta de los títulos de tesorería (TES) a tasa fija que representan más del 95% del promedio diario de las operaciones totales de títulos por el Sistema Electrónico de Negociación (SEN) que administra el Banco de la República. El índice involucra tanto la liquidez del papel como la volatilidad del precio limpio para calcular su participación dentro de la canasta, siendo esta una característica importante, que a su vez lo diferencia del IRTES.<sup>3</sup>

### **1.1.3 Análisis de la composición del I - TES.**

El ITES esta compuesto por una canasta de Títulos de Tesorería solo Tasa Fija. Los títulos que ingresan a componer la canasta, deben tener una participación significativa en el mercado tanto de Renta Fija como de Renta Variable, deben tener una liquidez alta y su precio no ser altamente volátil, puesto que existe un criterio que dice “a mayor volatilidad del precio, menor porcentaje de participación dentro de la canasta del Índice”.

Es importante citar que entre los diferentes títulos que van a componer la canasta mensual del ITES, se encontraran títulos que van a tener una participación significativa en comparación con otros, y esto puede ser ocasionado por que fueron emitidos como títulos de negociación obligatoria.

---

<sup>3</sup> [www.corfinsura.com](http://www.corfinsura.com) Investigaciones económicas. 2005.

#### **1.1.4 Justificación del I – TES como representante del Mercado de Renta Fija.**

El importante volumen de negociaciones de TES a tasa fija en el mercado secundario de deuda pública interna y la aceptación que han tenido estos títulos como alternativas de inversión han llevado a CORFINSURA y SUVALOR a desarrollar un índice práctico y representativo de este mercado que le permita a los diferentes agentes tenerlo como referencia para evaluar la evolución de los precios de los papeles del Gobierno.

En los últimos años el mercado de deuda pública interna ha evolucionado de manera significativa. De un lado, la inversión en papeles del Gobierno ha sido una atractiva alternativa de inversión y, por el otro, la colocación de deuda pública le ha permitido al Gobierno financiar parte de su presupuesto.

Por lo anterior, el mercado secundario ha ganado mayor profundidad y se ha desarrollado una gran variedad títulos con vencimientos que van hasta el año 2012, a tasa fija en pesos y a tasa variable (atadas a la UVR o a la TRM, por ejemplo). No obstante, de estos títulos, los de mayor actividad son los papeles a tasa fija (más del 97% de las negociaciones totales entre enero de 2002 y marzo de 2003). Por tal motivo, CORFINSURA y SUVALOR han desarrollado el I-TES (Índice Representativo del Mercado de Deuda Pública) con el fin de recoger el movimiento en el tiempo de los precios de una canasta de títulos de tesorería (TES) a tasa fija.<sup>4</sup>

#### **1.2 MERCADO DE RENTA VARIABLE.**

Las acciones son títulos nominativos de carácter negociable que representan un porcentaje de participación en la propiedad emisora del título. Solo pueden

---

<sup>4</sup> Fuente: SEN. Cálculos Corfinsura y Suvalor. En “Índice representativo del mercado de deuda pública interna Corfinsura y Suvalor”. 2003

ser negociadas las emitidas por sociedades anónimas. La rentabilidad de la inversión está ligada a las utilidades obtenidas por la empresa en la que invirtió a través del pago de dividendos, así como la valorización del precio de la acción en bolsa.

Existen diferentes clases de acciones, a saber:

**Acción Ordinaria:** Acción que tiene la característica de conceder a su titular derechos económicos y no económicos provenientes de la participación en el capital de la entidad emisora. Los económicos están relacionados con la posibilidad de percibir dividendos y los no económicos con el derecho a voto en la asamblea.

**Acción Preferencial sin derecho a voto:** Acción que da a su poseedor prioridad en el pago de dividendos y/o en caso de disolución de la empresa, el reembolso del capital. Tiene prerrogativas de carácter económico que pueden ser acumulativas, según los estatutos. No da derecho a voto en las Asambleas de los accionistas, excepto cuando se especifica este derecho o cuando ocurren eventos especiales como la no declaración de dividendos preferenciales.

**Acción Privilegiada:** Esta clase de acciones otorga a su titular, además de los derechos consagrados para las acciones ordinarias, les otorgan ciertos privilegios adicionales.

### **1.2.1 Mercado de Acciones: Aspectos Básicos**

**Precio de la acción:** Se calcula el precio promedio ponderado diario (PPP) utilizando la información de cantidad y volumen del mercado al contado, únicamente tomando las operaciones que marcaron precio, transmitidas por la

Bolsa de Valores de Colombia . En el día en que no se negocie la acción se toma como precio el correspondiente al del día inmediatamente anterior y así sucesivamente. Pasados seis meses de la última negociación en los cuales la acción permanece inactiva se toma como precio el valor patrimonial reportado por el emisor en el último informe trimestral transmitido vía módem al Registro Nacional de Valores e Intermediarios. Los precios máximos y mínimos, con sus respectivas fechas corresponden a los reportados durante los últimos dos meses. Al final de la página se presentan las series de precios promedios diarios ponderados los cuales se calculan con la metodología anteriormente mencionada.

Volumen transado total y cantidad de acciones: El monto total corresponde a la sumatoria de los volúmenes y cantidades transadas en la Bolsa de Valores de Colombia en la cual se cotiza la acción y cuya operación marque precio. Los días en los que no marque precio el volumen transado se asumirá como cero. Estas variables son reportados vía módem a la Superintendencia de Valores y son asumidos sin modificación alguna por nuestro sistema de información, fuente de las series históricas.<sup>5</sup>

### **1.2.2 IGBC.**

El índice de la Bolsa de Valores de Colombia-IGBC mide de manera agregada la evolución de los precios de las acciones más representativas del mercado. El objetivo principal es reflejar la variación en el tiempo del precio de tal forma que cumpla el requisito de replicabilidad, es decir, que a partir del mismo se pueda

---

<sup>5</sup> Yibetza Thais Romero Contreras. Gestipolis.com

conformar un portafolio con las acciones del índice y así tener una base fundamental para la construcción de productos derivados.<sup>6</sup>

El índice general se calcula mediante un modelo, que define el índice como el promedio ponderado de los precios para las acciones más representativas del mercado, de manera que refleja el comportamiento individual del precio de las acciones de la mejor forma posible. En otras palabras, el índice se define como la sumatoria del precio de cada acción que conforma la canasta por el peso que tiene dentro de esa canasta.

Para la composición del Índice General se buscaron las acciones más representativas en función de su rotación y frecuencia, de esta forma el número de acciones que compone la canasta para el índice será variable y se calculará cada trimestre así: enero-marzo, abril-junio, julio-septiembre, octubre-diciembre, el último día hábil del trimestre anterior por ejemplo: vigencia enero-marzo, se calcula el 28 de diciembre del 2000 y empieza a regir el 2 de enero del 2001. El índice general se calculará en cada instante de las negociaciones, y el valor definitivo del día será calculado 30 minutos después del cierre del mercado.

### **1.2.3 Justificación del IGBC como Representante del Mercado de Renta Variable.**

El Índice de la Bolsa de Valores de Colombia, corresponde al indicador bursátil del mercado de la Bolsa de Valores de Colombia, el cual refleja el comportamiento promedio de los precios de las acciones en el mercado,

---

<sup>6</sup> El índice general se calcula mediante un modelo, que define el índice como el promedio ponderado de los precios para las acciones más representativas del mercado, de manera que refleja el comportamiento individual del precio de las acciones de la mejor forma posible. En otras palabras, el índice se define como la sumatoria del precio de cada acción que conforma la canasta por el peso que tiene dentro de esa canasta.

ocasionado por la interacción de las fluctuaciones que por efecto de oferta y demanda sufren los precios de las acciones.

Es el instrumento más representativo, ágil y oportuno para evaluar la evolución y tendencia del mercado accionario. Cualquier variación de su nivel es el fiel sinónimo del comportamiento de este segmento del mercado, explicando con su aumento las tendencias alcistas en los precios de las acciones y, en forma contraria, con su reducción, la tendencia hacia la baja de los mismos.

Adicionalmente, la existencia de un sólo índice de acciones en Colombia permite hacer mejores comparaciones con índices de bolsas de otros países latinoamericanos y de por sí la centralización de las operaciones en una sola bolsa hace posible que los precios de las acciones sean únicos y que se puedan agregar de manera más sencilla las cantidades y los volúmenes transados.<sup>7</sup>

El Índice de la Bolsa de Valores de Colombia es el IGBC, el cual corresponde al indicador bursátil del mercado de la Bolsa de Valores de Colombia, refleja el comportamiento promedio de los precios de las acciones en el mercado, ocasionado por la interacción de las fluctuaciones que por efecto de oferta y demanda sufren los precios de las acciones.

El modelo propuesto define el índice como el promedio ponderado de los precios para las acciones más representativas del mercado, de manera que refleja el comportamiento individual del precio de las acciones de la mejor forma posible.<sup>8</sup>

---

<sup>7</sup> En [www.corfivalle.com](http://www.corfivalle.com). Corporación financiera del valle S.A. Investigaciones Económicas. Bogotá, julio 04 de 2001. Pag 2.

<sup>8</sup> En [www.bvc.com.co](http://www.bvc.com.co). Publicaciones económicas. Definición del índice general de la bolsa de valores de colombia (igbc) y de sus índices sectoriales. 2006. Pag 2 – 18.

## **2. ANALISIS HISTORICO.**

De manera general, se procede a una breve descripción del comportamiento de cada mercado, tomando una muestra de tres componentes y de su índice general. Es decir, para el mercado de renta fija se comentara sobre:

- ITES
- TEs tasa fija en pesos con vencimiento 9-11-07
- TES tasa fija en pesos con vencimiento 12-02-10
- TES tasa fija en pesos con vencimiento 12-09-2014

Por el lado del mercado de renta variable se tiene:

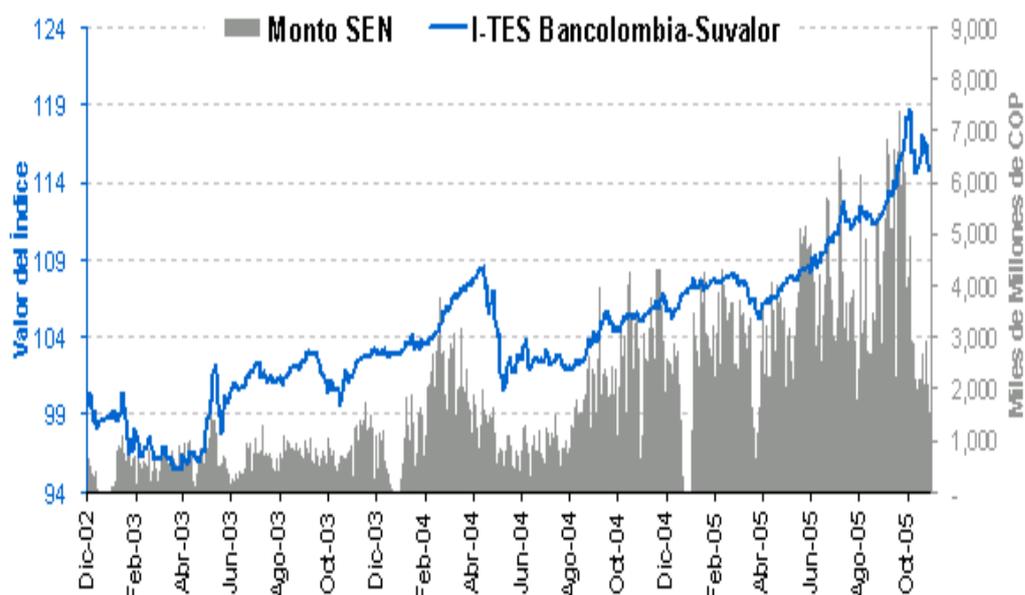
- IGBC
- Acciones de Bavaria
- Acciones de Coltejer
- Acciones de Colsanitas

A continuación se describirá cada una de estas variables.

### **2.1 Evolución histórica del I – TES.**

Para el periodo entre diciembre de 2002 hasta diciembre de 2006 su comportamiento fue el siguiente:

**Grafica 1. Evolución histórica del I – TES (2002 – 2005). .**



Fuente: Bancolombia y Suvalor.

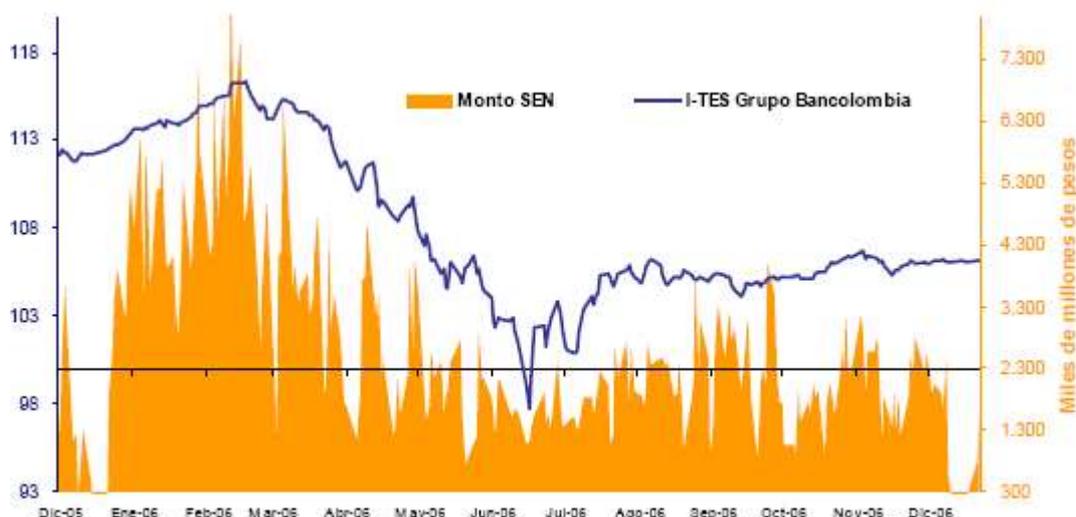
Para finales del año 2003, La volatilidad disminuyó gracias a la tranquilidad que el alza de los precios en noviembre imprimió al mercado. El I-TES dejó la valorización en lo corrido del año en 4,21%.<sup>9</sup> Para finales del 2004, el índice tuvo una variación positiva en lo corrido de 2004 de 3,20%.<sup>10</sup>

En cuanto al año 2005, El índice I-TES se ha valorizado 7,2%. En cuanto a la canasta, para noviembre del mismo año, en la parte corta de la curva de rendimientos se destaca el incremento de 2,3% en la participación de los títulos con vencimiento abril de 2006, a 15,9%. Posteriormente el I-tes produjo el siguiente comportamiento:

<sup>9</sup> [www.suvalor.com](http://www.suvalor.com) Suvalor y Corfinsura. InvestigacionesEconomicas. Diciembre 2003.

<sup>10</sup> *Ibíd.* Diciembre 2003.

**Grafica 2. Evolución histórica del I – TES (2005 – 2006).**



Fuente: Grupo Bancolombia..

El índice I-TES finalizó enero de 2007 en 104,55, con una desvalorización acumulada en el año corrido del 1,48%. La duración modificada promedio del I-TES aumentó de 3,24 a 3,867 años. El Grupo BANCOLOMBIA ha actualizado a 31 de enero la canasta de TES tasa fija con la cual se calculan los índices representativos del mercado secundario de deuda pública I-TES e I-TES Retorno Total. De esta manera, los TES jul-20 conservan la mayor ponderación con un 26,2%, 5,7% superior a la participación del mes anterior. Entre tanto, debido al aumento de la concentración de los flujos en títulos de largo plazo, paralelo a un descenso de la participación de los de corto plazo, la duración modificada promedio del I-TES presentó un leve repunte al pasar de 3,24 a 3,82 años.

El índice I-TES finalizó enero de 2007 en 104,55, con una desvalorización acumulada en el año corrido del 1,48%.

## 2.2 Evolución histórica del IGBC.

Para el periodo entre el mes de junio del año 2001 hasta el 12 de marzo del 2007, el comportamiento del IGBC se puede analizar en la siguiente grafica:

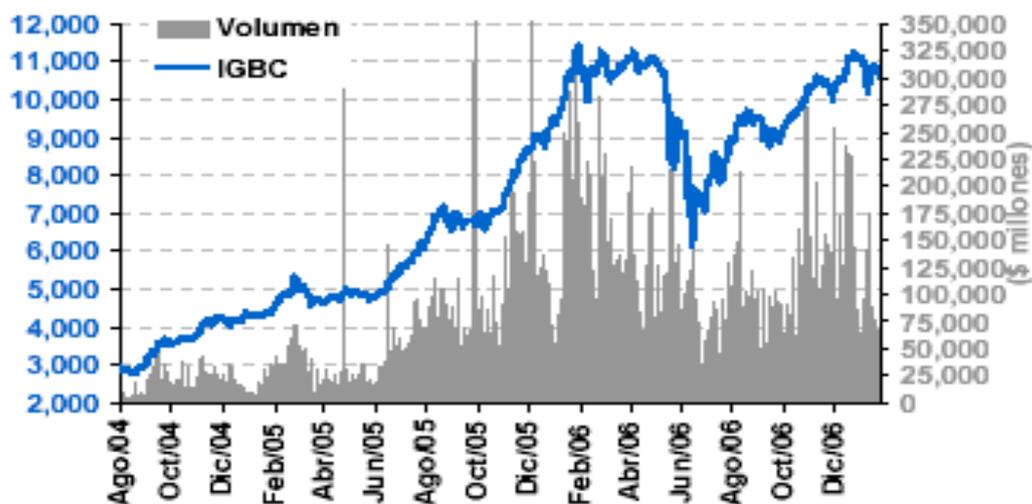
**Grafica 3. Evolución histórica del IGBC (2001 – 2007).**



Fuente: VALORES BANCOLOMBIA. Investigaciones económicas y estratégicas. Enero 2007.

Claramente se puede observar un aumento prolongado en el comportamiento a lo largo del tiempo, donde se puede deducir un crecimiento estable desde el 2001 hasta mediados del año 2006. Se puede observar por medio del grafico una tendencia positiva pronunciada durante el periodo analizado, presentándose muy poca inestabilidad, solo una fluctuación considerable en los meses de febrero a abril del 2003 y en el mes de febrero del 2005. En ambos casos se presenta un alza. Posteriormente se empieza a describir una tendencia alcista pero con una relativa volatilidad en su comportamiento, encontrándose así una baja en su crecimiento durante el año 2006, pero donde nuevamente retomo la senda de crecimiento ya para el 2007.

**Grafica 4. Evolución histórica del IGBC (2004 – 2006).**



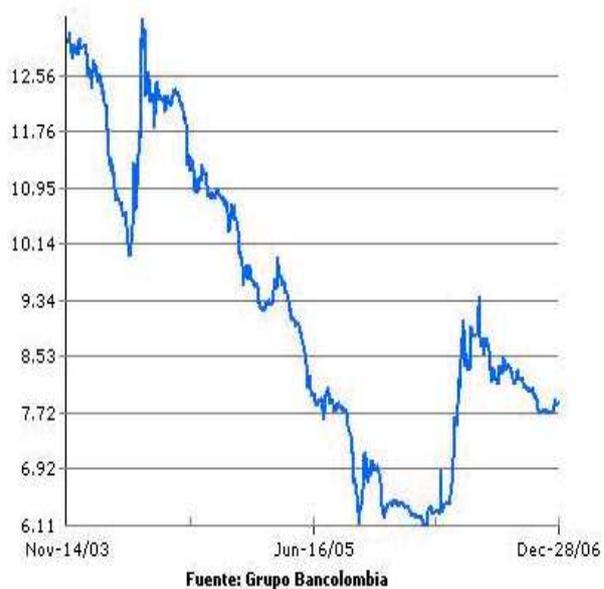
Fuente: BVC, Cálculos Valores Bancolombia.

Profundizando en dicha reducción en su crecimiento, durante 2006, el IGBC registró una valorización de 17,3%, para cerrar el año en 11.161,14 puntos. luego de la caída de mediados de año, en el tercer trimestre la demanda por acciones repuntó, por factores como un mejor entorno internacional, la fortaleza en los fundamentales económicos, los buenos resultados operativos, la caída del dólar y las compras estacionales de fin de año. <sup>11</sup>

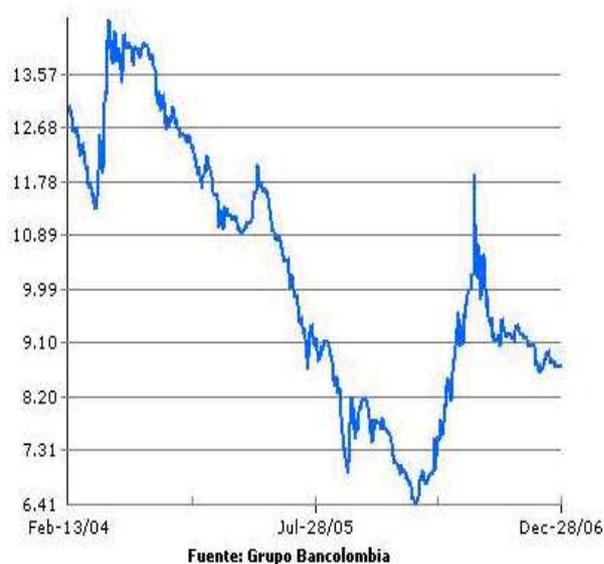
<sup>11</sup> VALORES BANCOLOMBIA. Investigaciones económicas y estratégicas. Enero 2007.

### 2.3 Evoluciones históricas de los TES Tasas Fijas en pesos. con vencimientos 9-11-2007, 12-02-2010, y 12-09-2014.

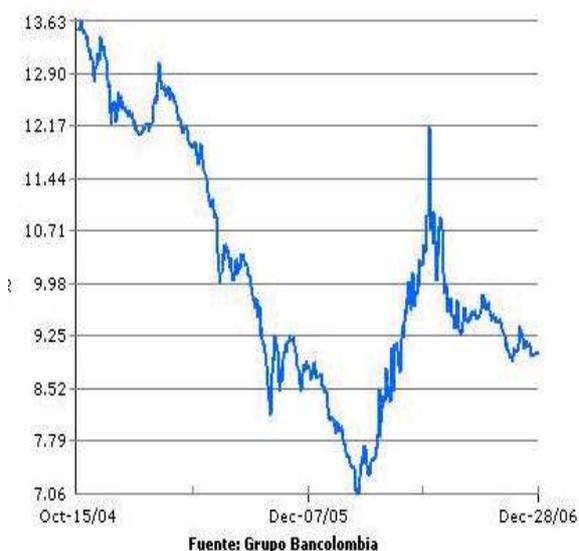
**Grafica 5. Evolución histórica del TES Tasa Fija en pesos con vencimiento 9-11-2007.**



**Grafica 6. Evolución histórica del TES Tasa Fija en pesos con vencimiento 12-02-2010.**



**Grafica 7. Evolución histórica del TES Tasa Fija en pesos con vencimiento 12-09-2014.**



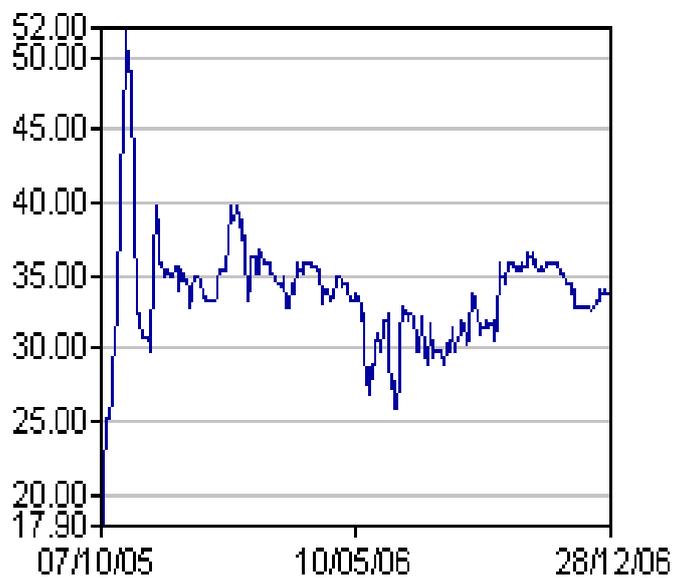
De forma general, el comportamiento de los TES radica en una tendencia negativa acompañada de fluctuaciones significativas a lo largo del periodo estudiado, lo cual se describirá a continuación. Un ejemplo es el TES con vencimiento 9-11-07 entre los meses de febrero hasta julio del 2004, al igual que en los meses de mayo hasta agosto del 2006. Por otro lado el TES con vencimiento 12-02-10 produce similares resultados entre los meses de enero a junio del 2004, al igual que entre los meses de mayo hasta agosto del 2006. Finalmente el TES con vencimiento 12-09-2014, también presenta el mismo comportamiento pero en los meses entre los meses de octubre del 2005 y agosto del 2006.

## 2.4 Evolución histórica de las acciones de Bavaria, Colpatría y Coltejer.

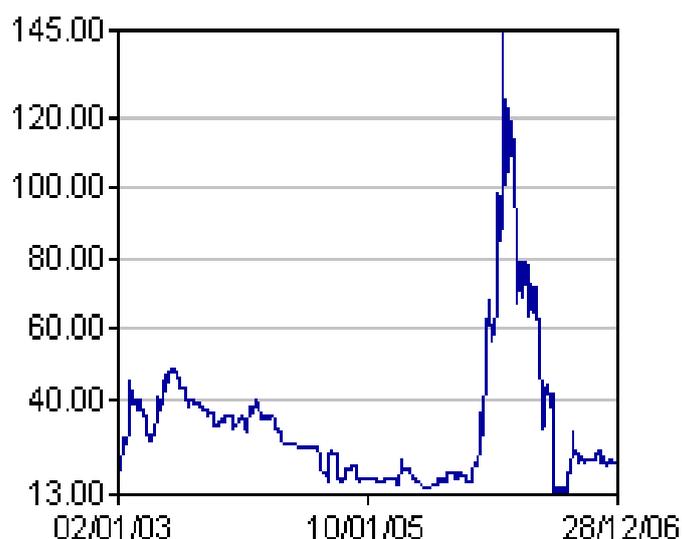
**Grafica 8. Evolución histórica de las Acciones de Bavaria**



**Grafica 9. Evolución histórica de las Acciones de Colpatría**



**Grafica 10. Evolución histórica de las Acciones de Coltejer**



Por el lado de las acciones, el comportamiento produce una tendencia irregular entre ellas, es decir, mientras que el valor de las acciones de Colpatria mantienen un nivel promedio con fluctuaciones a lo largo del periodo bastante significativas, el valor de las acciones de Bavaria produce una tendencia positiva desde el comienzo del periodo hasta finales del año de 2004. Desde allí la tendencia se vuelve estable, pero siguen presentándose altas fluctuaciones en su comportamiento hasta el final del periodo. Por el lado de las acciones de Coltejer, su comportamiento mantiene una tendencia estable sin contar la gran fluctuación presentada entre los meses de febrero del 2006 hasta octubre del mismo año.

En definitiva, tanto el I – TES como el IGBC presentan una alta inestabilidad en su comportamiento, razón por la cual se busca cuantificar dicha volatilidad y determinar su grado de variabilidad.

### 3. EXPECTATIVAS DEL MODELO.

En función del anterior análisis, todo indicaría a deducir una mayor volatilidad en el mercado de renta variable con relación al mercado de renta fija, según el comportamiento histórico mencionado. Es así como por medio de la introducción de la realización de modelos como arch y garch se podrá verificar si realmente existe una diferencia importante en cuanto volatilidad se refiere entre el mercado de renta fija y el mercado de renta variable, siendo este último, históricamente más volátil.

En general, los métodos econométricos tradicionales de estimación utilizados parten del supuesto "a priori" de constancia en los parámetros que describen las relaciones estructurales básicas entre distintas variables económicas. Siguiendo la línea de argumentación formulada por Lucas (1976) sobre la estructura de las relaciones econométricas, los modelos de series de tiempo de precios de activos deben medir no solamente el riesgo, pero también su movimiento a lo largo del tiempo, e incluirlo como determinante del precio. Los modelos ARCH ("Autoregressive Conditional Heterocedastic") introducidos por Engle (1982) en la literatura econométrica, modelan explícitamente varianzas condicionales variables en el tiempo. El presente trabajo, busca verificar si el riesgo sistemático de los activos financieros fue variable y determinante básico entre el periodo comprendido entre el 2003 y 2006.

En el artículo seminal de los modelos ARCH, Engle cita tres situaciones que motivan y justifican la modelización de la heterocedasticidad condicional Autorregresiva (nombre por él mismo dado).<sup>12</sup>

---

<sup>12</sup>DE ARCE, Rafael. Introducción a los modelos autorregresivos con heterocedasticidad condicional (arch). 1988. Pag 2.

Estas serían las siguientes:

1. La experiencia empírica nos lleva a contrastar períodos de amplia varianza de error seguidos de otros de varianza más pequeña. Es decir, el valor de la dispersión del error respecto a su media cambia en el pasado, por lo que es lógico pensar que un modelo que atienda en la predicción a los valores de dicha varianza en el pasado servirá para realizar estimaciones más precisas.

2. En segundo lugar, Engle expone la validez de estos modelos para determinar los criterios de mantenimiento o venta de activos financieros. Los agentes económicos deciden esta cuestión en función de la información proveniente del pasado respecto al valor medio de su rentabilidad y la volatilidad que ésta ha tenido. Con los modelos ARCH se tendrían en cuenta estos dos condicionantes. El modelo de regresión ARCH puede ser una aproximación a un sistema más complejo en el que no hubiera factores innovacionales con heterocedasticidad condicional. Los modelos estructurales admiten, en multitud de ocasiones, una especificación tipo ARCH infinito que determina con parámetros cambiantes, lo que hace a este tipo de modelos capaces de contrastar la hipótesis de permanencia estructural que supone una de las hipótesis de partida y condición necesaria para la validez del modelo econométrico tradicional.

En definitiva, la clave de estos modelos está en considerar la información pasada de la variable y su volatilidad observada como factor altamente explicativo de su comportamiento presente y, por extensión lógica, de su futuro predecible. Estadísticamente, esta conclusión se refleja en tener en cuenta la esperanza condicional (conocida y fija la información hasta el momento inmediatamente anterior) del cuadrado de una variable (la expresión de su varianza si su media es nula).<sup>13</sup>

---

<sup>13</sup> Ibid. Pag 3.

Por medio de este trabajo se buscara identificar dichos argumentos relacionados con la utilización de un modelo arch para series de tiempo como lo son las financieras.

## **4. ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO Y MODELOS ARCH Y GARCH.**

### **4.1 MERCADO DE RENTA FIJA ATRAVEZ DEL I-TES**

#### **4.1.1 PRUEBAS DE ESTACIONARIEDAD.**

La estacionariedad de una serie se convierte en un aspecto fundamental si se desea determinar la aplicabilidad de modelos ARCH Y GARCH, ya que el procedimiento convencional de prueba de hipótesis, basadas en las pruebas t, F, ji cuadrada y otras pruebas serán de dudosa aceptación.

En función de lo anterior, primero se debe explicar brevemente el término de estacionariedad de una serie para luego entender como se comprueba. El hecho radica en que la estacionariedad significa que la media y la varianza de una serie de tiempo no varía sistemáticamente con el tiempo. En función de lo anterior, se procede a la evaluación de las series de tiempo que se desean analizar por medio de un modelo autorregresivo condicional heteroscedastico. La estacionariedad puede evaluarse de varias maneras, para este caso se realizaron el correlograma y la raíz unitaria (dickey fuller).<sup>14</sup>

##### **4.1.1.1 Análisis grafico.**

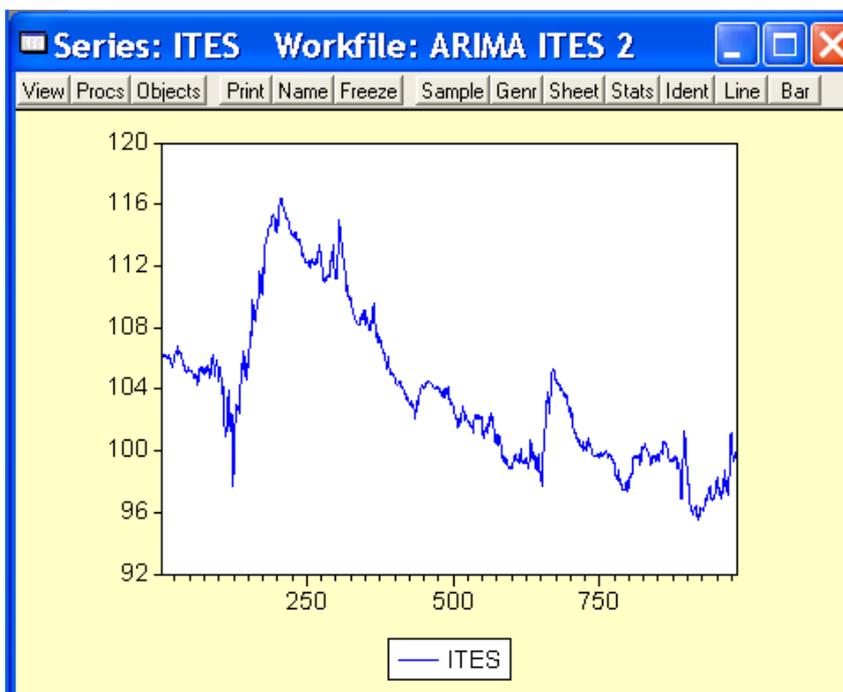
##### **I – TES (Mercado de renta fija).**

Por medio del análisis grafico se puede observar por simple inspección el comportamiento de la serie a lo largo del tiempo, donde se pueden encontrar características de tendencia, ciclo o estacionalidad y residuo. Para esta variable se tiene que:

---

<sup>14</sup> *Ibíd.*, Pág. 788 – 792.

## Grafica 11. Comportamiento del I-TES

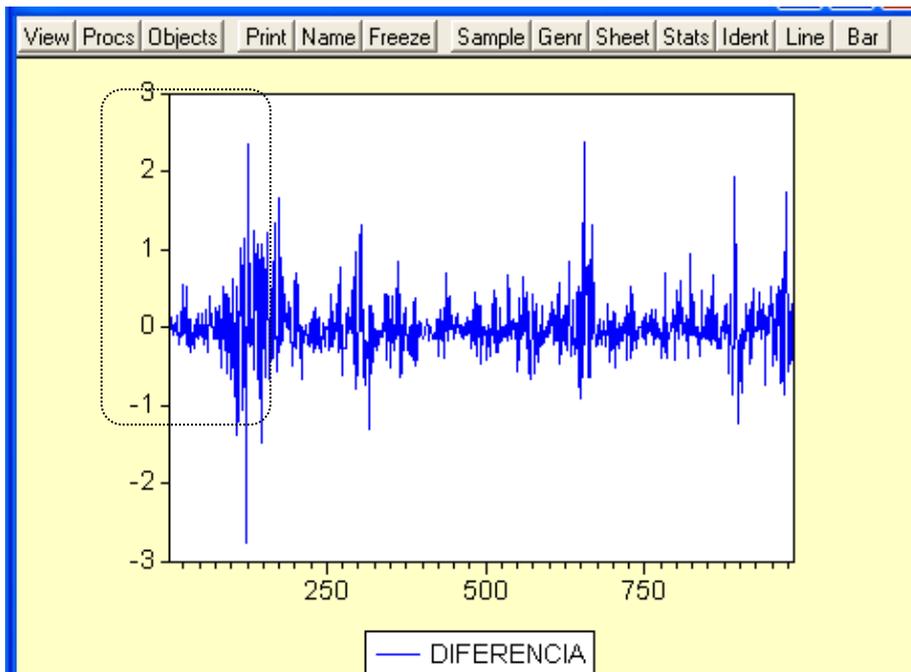


Fuente: Elaboración Propia

Como se puede observar el valor del I - TES ha ido en descenso durante el periodo estudiado, lo que parece indicar que su media será muy distinta de cero, con lo que se puede inferir inicialmente que la serie no se comporta como una serie estacionaria.

Por otro lado, si se muestra el comportamiento de la serie en primera diferencia, se puede observar una relativa calma en las variaciones hasta finales del 2003, desde allí las variaciones se vuelven inestables frecuentemente, teniendo varias importantes para los últimos días del año del 2005 desde el mes de octubre aproximadamente:

## Grafica 12. Primera diferencia del I-TES.

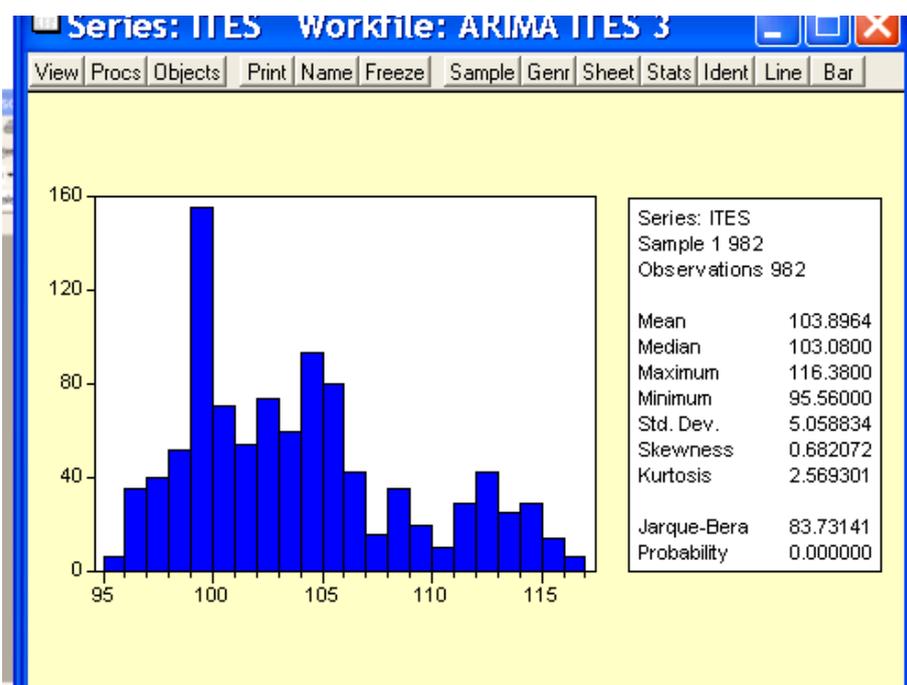


Fuente: Elaboración Propia

### 4.1.2 Pruebas de Normalidad y estacionariedad.

Ahora en cuanto normalidad se refiere, una de las maneras de analizarla es por medio del histograma, el cual muestra una idea inicial del comportamiento de su comportamiento. Para este caso se tendría:

### Grafica 13. Histograma del TES



Fuente: Elaboración Propia

El histograma considera una simetría en los valores de esta variable, donde parece ser que no están distribuidos normalmente, de allí que por medio del estadístico jarque – bera se puede aclarar con mayor exactitud, donde si este es menor que el crítico (distribución  $X_2$  con 2 grados de libertad) entonces no se puede rechazar la hipótesis de normalidad en los datos, es decir:

$H_0$  = asimetría: 0 y curtosis: 3

$H_1$  = no hay normalidad.

Para este caso, el calculado es de  $83,73 > 5,99$ , es decir la serie no esta distribuida normalmente, por ende la serie es no estacionaria.<sup>15</sup>

<sup>15</sup> Si esta prueba aseguran la no normalidad de los datos, esto puede remediarse llevando los datos a otra escala, o lo que es lo mismo, usando transformaciones como logaritmo, arcoseno, raíz cuadrada, etc. en dependencia de la naturaleza de los datos. Si ninguna de las transformaciones usuales logra la normalidad

#### 4.1.2.1. Correlograma.

Por medio del correlograma<sup>16</sup> (grafico de la función de autocorrelación frente a los rezagos) se puede concluir también si la serie es estacionaria o no, donde se presentan las siguientes hipótesis:

$H_0$  = existe autocorrelacion.

$H_1$  = no existe autocorrelacion.

Si no se puede rechazar la hipótesis nula, entonces la serie es no estacionaria. Esta prueba se realiza por medio de la  $Q$ <sup>17</sup> desarrollada por Box Pierce y por Ljung Box. Este estadístico se utiliza con el objetivo de analizar si los errores están correlacionados, es decir por medio de los coeficientes de autocorrelación ya no de manera grafica sino numérica. Donde se tiene en cuenta dos hipótesis que se explicaran a continuación:

$H_0: \rho_k = 0$

$H_1: \text{al menos un } \rho_k \text{ es diferente de cero}$

Donde

$Q = n \sum \rho_k^2$  (Donde  $k$  va desde 1 hasta  $m$ , de allí que  $m$  es el numero de Rezagos y  $n$  el numero de datos)

La estadística  $Q$  está repartida aproximadamente como la distribución  $\chi^2$  con  $m$  grados de libertad. Donde si la  $Q$  calculada excede el valor de  $Q$  crítico de la tabla al nivel de significancia seleccionado, se puede rechazar la hipótesis nula

---

debemos tener en cuenta, que es conocido que si el tamaño de muestra es grande, la hipótesis de normalidad pierde importancia.

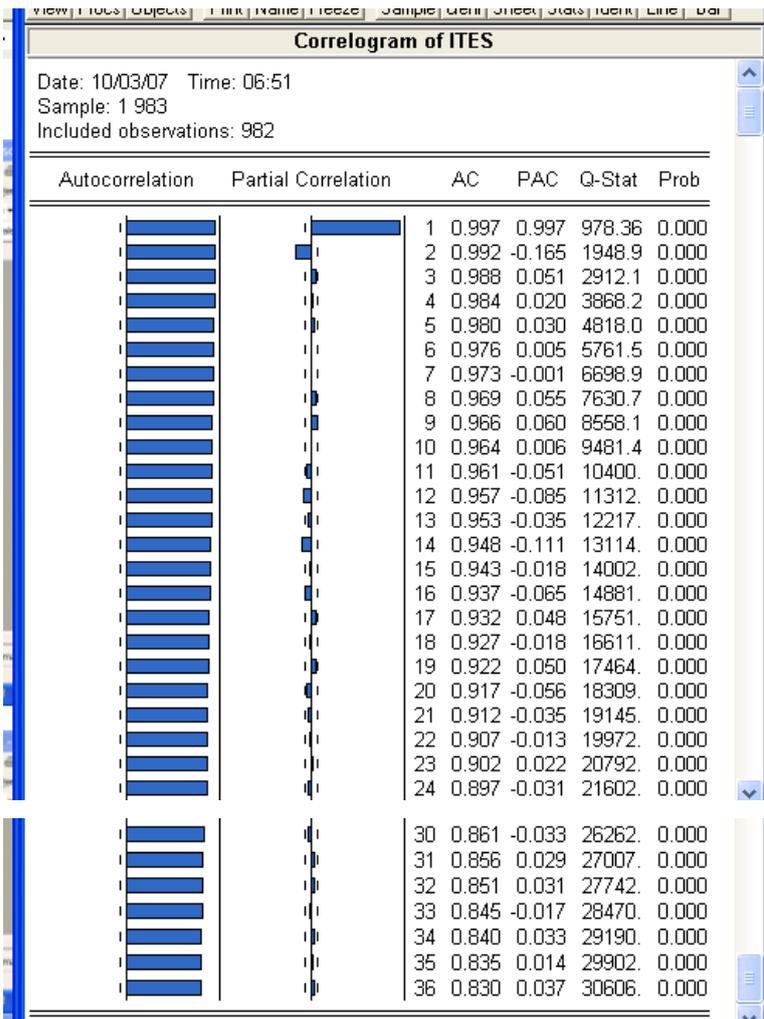
<sup>16</sup> Además se puede observar los valores de los coeficientes de autocorrelación que empiezan elevados (cercaos a 1) pero para poder deducir por medio del correlograma si es estacionaria o no, no basta solo con esta descripción.

<sup>17</sup> *Ibíd.*, Pág. 787- 788

de que todos los  $\rho_k$  son iguales a cero, por lo menos algunos de ellos deben ser diferentes de cero (hipótesis alterna)

Para nuestro caso, la estadística Q planteado es de 3060 que al compararla con el Q crítico de la tabla  $\chi^2$  de 55,75 (con 36 grados de libertad y 95% de confianza) es mayor, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de que todos los  $\rho_k$  son iguales a cero. Es decir hay autocorrelación. Lo anterior se puede observar así:

**Grafica 14. Correlograma del I-TES**



Fuente: Elaboración Propia

#### 4.1.2.2. Prueba de raíz unitaria.

Por medio de la prueba de raíz unitaria también se puede detectar si la serie es estacionaria o no. Esta prueba consiste en hacer la siguiente regresión:  $\Delta Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$ .<sup>18</sup> Aquí se prueba que  $H_0: \rho = 0$  ( $p = 1$  es decir raíz unitaria), donde se utiliza el  $\tau$  (tau) estadístico de  $Y_{t-1}$ , donde si esta hipótesis no se rechaza, entonces la serie es no estacionaria. Ahora si se rechaza  $H_0$ ,  $\rho$  tiene que ser negativa para que la serie sea estacionaria ( $H_1: \rho < 0$ ).<sup>19</sup>

Este valor de  $\tau$  (tau) estadístico se compara con un crítico de la tabla para dickey - fuller. Donde si su valor excede al crítico se rechaza  $H_0$ . Este estadístico por medio de eviews para los precios de la variable, proporciona lo siguiente:

---

<sup>18</sup> Esta regresión surge de restar el término  $Y_{t-1}$  en ambos lados de  $Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$ . Siendo  $\rho = (p - 1)$

<sup>19</sup> Por otro lado, también existe otra prueba para analizar la estacionariedad de una serie, es la prueba de raíz unitaria, la cual consiste en hacer la siguiente regresión:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad -1 \leq \rho \leq 1$$

Si  $\rho$  es igual a 1 entonces existe raíz unitaria.

Por razones teóricas se manipula la anterior ecuación de la siguiente forma: se resta  $Y_{t-1}$  en ambos lados de la ecuación para obtener:

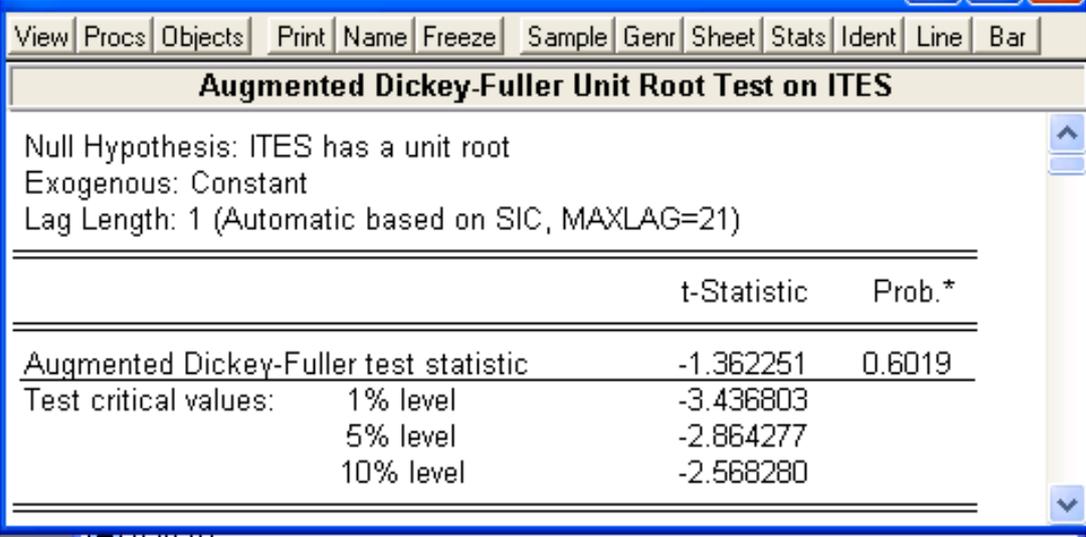
$$\begin{aligned} Y_t - Y_{t-1} &= \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t \\ &= (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t \end{aligned}$$

La cual se puede expresar alternativamente como:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$$

De la anterior regresión, se prueba que  $H_0: \rho = 0$  ( $p = 1$  es decir raíz unitaria), donde se utiliza el  $\tau$  (tau) estadístico de  $Y_{t-1}$ , donde si esta hipótesis no se rechaza, entonces la serie es no estacionaria. Ahora si se rechaza  $H_0$ ,  $\rho$  tiene que ser negativa para que la serie sea estacionaria ( $H_1: \rho < 0$ ). Este valor de  $\tau$  (tau) estadístico se compara con un crítico de la tabla para dickey - fuller. Donde si su valor excede al crítico se rechaza  $H_0$ .

### Cuadro 1. Prueba de dickey - fuller del I-TES



View Procs Objects Print Name Freeze Sample Genr Sheet Stats Ident Line Bar

**Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on ITES**

Null Hypothesis: ITES has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=21)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.362251	0.6019
Test critical values:		
1% level	-3.436803	
5% level	-2.864277	
10% level	-2.568280	

Fuente: Elaboración Propia

Como se puede ver en el cuadro el tau estadístico de -1,36 es menor que el crítico al 1%, 5% y 10%, es decir, la variable al 91%, 95% o al 99%, es no estacionaria.<sup>20</sup>

Es necesario aclarar que entre mayor sea la relación lineal en la regresión auxiliar, mayor estacionariedad presentara la variable, y con ello el modelo final será más eficiente; es así como los valores en diferencia permite comprobarlo:

<sup>20</sup> Se compara en valores absolutos.

**Cuadro 2. Prueba de dickey - fuller de la primera diferencia del I-TES**

**Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DIFERENCIA**

Null Hypothesis: DIFERENCIA has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=21)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-25.42178	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.436803	
5% level	-2.864277	
10% level	-2.568280	

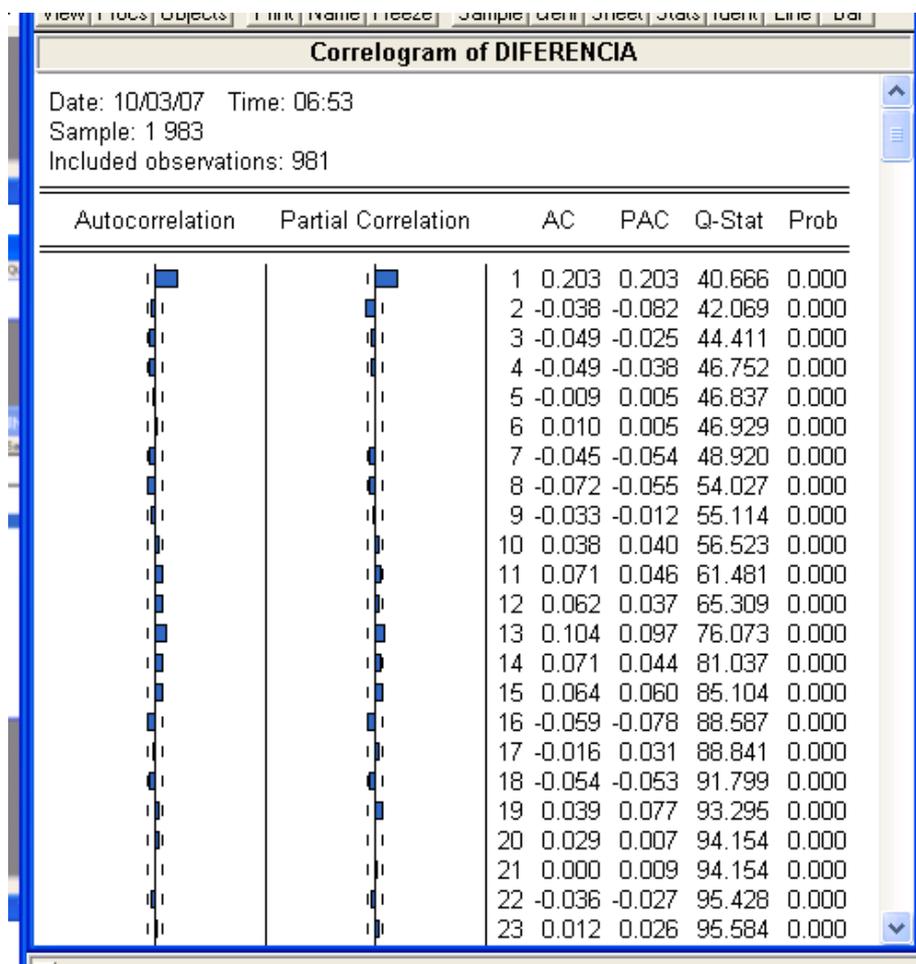
\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Fuente: Elaboración Propia

#### **4.1.3 Modelo ARIMA.**

Después de tener la serie estacionaria con una diferencia, se procede a calcular los procesos autoregresivos y promedios móviles. De allí que se mira el correlograma en primera diferencia así:

**Grafica 15. Correlograma en primera diferencia del TES**



Fuente: Elaboración Propia

La autocorrelacion nos permite ver cuantos promedios móviles son necesarios mientras que la autocorrelacion parcial permite mostrar los procesos autorregresivos que se deberían tener en cuenta, en definitiva el modelo arima es el siguiente:

### Cuadro 3. Modelo ARIMA del I-TES

View	Procs	Objects	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: ITES									
Method: Least Squares									
Date: 10/03/07 Time: 21:09									
Sample(adjusted): 4 982									
Included observations: 979 after adjusting endpoints									
Convergence achieved after 31 iterations									
Backcast: OFF (Roots of MA process too large)									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	103.0241	2.676080	38.49814	0.0000					
D(ITES)	0.500700	0.001999	250.4901	0.0000					
AR(1)	1.193182	0.031417	37.97914	0.0000					
AR(2)	-0.196521	0.031463	-6.246064	0.0000					
MA(1)	1.005303	0.009535	105.4354	0.0000					
R-squared	0.998625	Mean dependent var	103.8895						
Adjusted R-squared	0.998619	S.D. dependent var	5.065049						
S.E. of regression	0.188223	Akaike info criterion	-0.497282						
Sum squared resid	34.50687	Schwarz criterion	-0.472325						
Log likelihood	248.4193	F-statistic	176808.0						
Durbin-Watson stat	1.945179	Prob(F-statistic)	0.000000						
Inverted AR Roots	1.00	.20							
Inverted MA Roots	-1.01								
Estimated MA process is noninvertible									

Fuente: Elaboración Propia

Se puede observar un modelo arima (2, 1, 1).

#### 3.1.4. Contraste de heteroscedasticidad.

También se puede analizar si la varianza o dispersión de la serie permanece constante en el tiempo por medio del test arch lm.<sup>21</sup> Donde a partir del modelo arima establecido se realiza una regresión del residuo al cuadrado con su

<sup>21</sup> El contraste se realiza como una función de Lagrange en la que se compara el modelo restringido y el modelo propuesto.

retardo como variable explicativa, pudiéndose comprobar si la varianza del error cambia en el tiempo. Lo que se pretende con este test es evidenciar la presencia de comportamientos ARCH mediante la determinación de autocorrelacion de los residuos al cuadrado.<sup>22</sup> De allí que se tiene:

**Cuadro 4. Contraste de Heteroscedasticidad del I-TES**

ARCH Test:

F-statistic	54.94294	Probability	0.000000
Obs*R-squared	52.12141	Probability	0.000000

Test Equation:  
 Dependent Variable: RESID^2  
 Method: Least Squares  
 Date: 10/03/07 Time: 21:29  
 Sample(adjusted): 5 982  
 Included observations: 978 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.027155	0.003619	7.502751	0.0000
RESID^2(-1)	0.230856	0.031145	7.412351	0.0000

R-squared	0.053294	Mean dependent var	0.035283
Adjusted R-squared	0.052324	S.D. dependent var	0.110804
S.E. of regression	0.107867	Akaike info criterion	-1.613799
Sum squared resid	11.35597	Schwarz criterion	-1.603808
Log likelihood	791.1478	F-statistic	54.94294
Durbin-Watson stat	2.109614	Prob(F-statistic)	0.000000

Fuente: Elaboración Propia

<sup>22</sup> De Arce Rafael, Introducción a los modelos autorregresivos con heteroscedasticidad condicional ARCH, Diciembre de 1998.

Esta prueba compara las siguientes hipótesis:

Ho = homoscedasticidad

H1 = heteroscedasticidad

Si  $nR^2 > X^2_{gI}$  se rechaza la hipótesis nula, lo que implica existencia de heteroscedasticidad.

En este caso, el estadístico es de 52,12 mayor que el crítico es 5,99 (con 2 grados de libertad), lo cual rechaza la hipótesis nula y con ello se concluye que la serie presenta un efecto ARCH.

#### **4.1.5. MODELO ARCH Y GARCH**

Las series de tiempo financieras como los valores del TES analizado, a menudo presentan el fenómeno de acumulación de la volatilidad, es decir, como se vio anteriormente cuando se probó la estacionariedad de la serie, esta presenta lapsos en los que sus precios muestran grandes variaciones durante prolongados periodos de tiempo dándose a su vez intervalos de tiempo en los que hay una calma relativa. En estos trances es cuando el así llamado modelo de heteroscedasticidad condicional autorregresivo (ARCH) resulta práctico.

Como su nombre lo sugiere, la heteroscedasticidad, o varianza desigual, puede tener una estructura autorregresiva en la que la heteroscedasticidad observada a lo largo de periodos distintos quizás este autocorrelacionada.<sup>23</sup>

---

<sup>23</sup> Opcit., Pág. 834.

Para expresar la volatilidad en los rendimientos de los precios de esta acción, se considera el siguiente modelo:

$$Y_t = B_1 + u_t$$

Donde  $Y_t$  = rentabilidades de los precios de la acción y  $u_t$  = termino de error aleatorio.

Obsérvese que aparte de la intersección, no existe otra variable explicativa en el modelo. De los datos por medio de eviews se obtuvo el siguiente modelo:

**Cuadro 5. Tasa promedio de los rendimientos del I-TES**

Equation: MEDIA WORKING: ARIMA(1,1,1)				
View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids				
Dependent Variable: RENTABILIDADITES				
Method: Least Squares				
Date: 10/02/07 Time: 23:54				
Sample(adjusted): 2 982				
Included observations: 981 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-5.89E-05	0.000119	-0.494641	0.6210
R-squared	0.000000	Mean dependent var	-5.89E-05	
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var	0.003731	
S.E. of regression	0.003731	Akaike info criterion	-8.343333	
Sum squared resid	0.013641	Schwarz criterion	-8.338350	
Log likelihood	4093.405	Durbin-Watson stat	1.588557	

Fuente: Elaboración Propia

Donde se obtiene :

$$\hat{Y}_t = -0,0000589 + u_t$$

t = (-0,4946)

Se puede observar la significancia de la constante con más del 33% de confianza. Esta intersección muestra la tasa promedio de los rendimientos de los valores del I - TES, o el valor medio de  $Y_t$ . En otras palabras, el rendimiento promedio diario deL I - TES fue de casi -0,06%.<sup>24</sup>

Ahora si se obtienen los residuos de la regresión anterior y se estima el modelo ARCH(1), es decir:

$$\hat{u}_t^2 = B_0 + B_1 (\hat{u}_{t-1}^2) + e_t$$

Se podría enunciar que la volatilidad en el periodo actual esta relacionada con su valor del periodo anterior más un término de error con ruido blanco ( $e_t$ ).<sup>25</sup>

Para este caso, y después de haberse estimado el modelo arima para la variable, el ARCH estimado por medio de eviews seria:

---

<sup>24</sup> Se puede observar que el signo positivo del B1, indica que si la volatilidad era alta en el periodo anterior, seguirá siendo alta en el periodo actual, lo cual señala una acumulación de volatilidad.

<sup>25</sup> *Ibíd.*, Pág. 834.

**Cuadro 6. Modelo ARCH (1) para el I-TES**

Equation: ARCH1 Workfile: ARIMA I...									
View	Procs	Objects	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: ITES									
Method: ML - ARCH (Marquardt)									
Date: 10/03/07 Time: 21:28									
Sample(adjusted): 4 982									
Included observations: 979 after adjusting endpoints									
Convergence achieved after 85 iterations									
MA backcast: 3, Variance backcast: ON									
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.					
C	80.26940	46.05808	1.742786	0.0814					
D(ITES)	0.499029	0.000680	733.9778	0.0000					
AR(1)	1.208003	0.021871	55.23232	0.0000					
AR(2)	-0.209090	0.021728	-9.623293	0.0000					
MA(1)	0.997003	0.000970	1027.952	0.0000					
Variance Equation									
C	0.022205	0.000525	42.27362	0.0000					
ARCH(1)	0.465189	0.055913	8.319876	0.0000					
R-squared	0.998605	Mean dependent var	103.8895						
Adjusted R-squared	0.998596	S.D. dependent var	5.065049						
S.E. of regression	0.189780	Akaike info criterion	-0.619759						
Sum squared resid	35.00791	Schwarz criterion	-0.584820						
Log likelihood	310.3720	F-statistic	115944.1						
Durbin-Watson stat	1.971184	Prob(F-statistic)	0.000000						
Inverted AR Roots	1.00	.21							
Inverted MA Roots	-1.00								

Fuente: Elaboración Propia

También pueden estimarse ARCH de órdenes p:

$$\hat{u}_t^2 = B_0 + B_1 (\hat{u}_{t-1}^2) + B_2 (\hat{u}_{t-2}^2) + B_3 (\hat{u}_{t-3}^2) + B_p (\hat{u}_{t-p}^2) + e_t$$

Este modelo afirma que la volatilidad en el periodo actual esta relacionada con la de los p periodos anteriores, siendo el valor de p una cuestión empírica que puede resolverse mediante uno o mas criterios de selección de modelos como por ejemplo la medida de información de Akaike.<sup>26</sup>

Para este trabajo se tendría los siguientes modelos ARCH opcionales:

**Cuadro 7. Modelo ARCH (2) para el I-TES:**

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Dependent Variable: ITES Method: ML - ARCH (Marquardt) Date: 10/03/07 Time: 21:30 Sample(adjusted): 4 982 Included observations: 979 after adjusting endpoints Convergence achieved after 115 iterations MA backcast: 3, Variance backcast: ON				
C	85.70399	15.20888	5.635127	0.0000
D(ITES)	0.515431	0.002879	179.0065	0.0000
AR(1)	1.008277	0.018856	53.47134	0.0000
AR(2)	-0.009839	0.018938	-0.519553	0.6034
MA(1)	0.887371	0.017133	51.79275	0.0000
Variance Equation				
C	0.009126	0.000528	17.29112	0.0000
ARCH(1)	0.435755	0.054705	7.965580	0.0000
ARCH(2)	0.657276	0.054535	12.05235	0.0000
R-squared	0.998414	Mean dependent var	103.8895	
Adjusted R-squared	0.998403	S.D. dependent var	5.065049	
S.E. of regression	0.202413	Akaike info criterion	-0.745727	
Sum squared resid	39.78284	Schwarz criterion	-0.705796	
Log likelihood	373.0332	F-statistic	87345.89	
Durbin-Watson stat	1.552106	Prob(F-statistic)	0.000000	

Fuente: Elaboración Propia

<sup>26</sup> *Ibíd.*, Pág. 832.

**Cuadro 8. Modelo ARCH (3) para el I-TES:**

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Dependent Variable: ITES Method: ML - ARCH (Marquardt) Date: 10/03/07 Time: 21:31 Sample(adjusted): 4 982 Included observations: 979 after adjusting endpoints Convergence achieved after 27 iterations MA backcast: 3, Variance backcast: ON				
C	303.4300	316.9619	0.957308	0.3384
D(ITES)	0.501266	0.000705	710.6248	0.0000
AR(1)	1.154244	0.025184	45.83260	0.0000
AR(2)	-0.154152	0.025100	-6.141595	0.0000
MA(1)	0.996557	0.001011	985.3555	0.0000
Variance Equation				
C	0.006694	0.000545	12.29253	0.0000
ARCH(1)	0.196853	0.040246	4.891221	0.0000
ARCH(2)	0.378123	0.047406	7.976268	0.0000
ARCH(3)	0.374485	0.038193	9.805026	0.0000
R-squared	0.998603	Mean dependent var	103.8895	
Adjusted R-squared	0.998592	S.D. dependent var	5.065049	
S.E. of regression	0.190062	Akaike info criterion	-0.980598	
Sum squared resid	35.03977	Schwarz criterion	-0.935676	
Log likelihood	489.0026	F-statistic	86700.13	
Durbin-Watson stat	1.869986	Prob(F-statistic)	0.000000	
Inverted AR Roots	1.00	.15		
	Estimated AR process is nonstationary			
Inverted MA Roots	-1.00			

Fuente: Elaboración Propia

Además del modelo ARCH comentado anteriormente también existe el modelo GARCH, el cual significa un modelo autorregresivo generalizado con heteroscedasticidad, propuesto en 1982 por Bollerslev.<sup>27</sup> Este modelo puede expresarse de la siguiente manera:

$$\sigma^2_t = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 (\hat{u}^2_{t-1}) + \mathbf{B}_2 (\sigma^2_{t-p}) + e_t$$

El cual anuncia que la varianza condicional de u en el tiempo t depende no solo del termino de error al cuadrado del periodo anterior (como sucede en ARCH (1)), sino también de su varianza condicional en el anterior periodo. Este modelo puede generalizarse al modelo GARCH (p,q) en el que existen p términos rezagados del termino error al cuadrado y q términos de las varianzas condicionales rezagadas.<sup>28</sup>

---

<sup>27</sup> *Ibíd.*, Pág. 835.

<sup>28</sup> *Ibíd.*, Pág. 836.

Para este trabajo, los posibles modelos GARCH podrían ser:

**Cuadro 9. Modelo GARCH (1,1) para el I-TES**

Equation: GARCH1 Workfile: ARIMA...

View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: ITES  
Method: ML - ARCH (Marquardt)  
Date: 10/03/07 Time: 21:32  
Sample(adjusted): 4 982  
Included observations: 979 after adjusting endpoints  
Convergence achieved after 27 iterations  
MA backcast: 3, Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	99.29022	2.220753	44.71015	0.0000
D(ITES)	0.500104	0.000743	672.8049	0.0000
AR(1)	1.162552	0.035694	32.56967	0.0000
AR(2)	-0.165987	0.035645	-4.656655	0.0000
MA(1)	0.996844	0.000771	1292.421	0.0000

Variance Equation				
C	0.001011	0.000187	5.394543	0.0000
ARCH(1)	0.287043	0.033909	8.465112	0.0000
GARCH(1)	0.716483	0.025884	27.68097	0.0000

R-squared	0.998608	Mean dependent var	103.8895
Adjusted R-squared	0.998598	S.D. dependent var	5.065049
S.E. of regression	0.189629	Akaike info criterion	-1.031995
Sum squared resid	34.91623	Schwarz criterion	-0.992065
Log likelihood	513.1618	F-statistic	99539.46
Durbin-Watson stat	1.889833	Prob(F-statistic)	0.000000

Inverted AR Roots	1.00	.17
Inverted MA Roots	-1.00	

Fuente: Elaboración Propia

**Cuadro 10. Modelo GARCH (1,2) para el I-TES**

Equation: GARCH2 Workfile: ARIMA...									
View	Procs	Objects	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: ITES									
Method: ML - ARCH (Marquardt)									
Date: 10/03/07 Time: 21:32									
Sample(adjusted): 4 982									
Included observations: 979 after adjusting endpoints									
Convergence achieved after 100 iterations									
MA backcast: OFF (Roots of MA process too large), Variance backcast: ON									
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.					
C	102.6746	2.190450	46.87375	0.0000					
D(ITES)	0.500815	0.003470	144.3456	0.0000					
AR(1)	1.184331	0.000918	1290.155	0.0000					
AR(2)	-0.188440	0.002501	-75.34178	0.0000					
MA(1)	1.012886	0.017433	58.10067	0.0000					
Variance Equation									
C	0.070164	0.002082	33.70211	0.0000					
ARCH(1)	-0.001499	0.002606	-0.575095	0.5652					
GARCH(1)	-0.027568	0.015880	-1.736014	0.0826					
GARCH(2)	-0.949317	0.009746	-97.40435	0.0000					
R-squared	0.998637	Mean dependent var	103.8895						
Adjusted R-squared	0.998626	S.D. dependent var	5.065049						
S.E. of regression	0.187769	Akaike info criterion	-0.500977						
Sum squared resid	34.19956	Schwarz criterion	-0.456055						
Log likelihood	254.2285	F-statistic	88833.15						
Durbin-Watson stat	1.925106	Prob(F-statistic)	0.000000						

Fuente: Elaboración Propia

Al igual que los modelos ARCH se puede elegir el más adecuado por medio del coeficiente de determinación, o por medio del criterio de información de Akaike, siempre y cuando las significancias sean aceptables. Para este estudio solo el modelo ARCH(1) y el modelo GARCH (1,1) poseen un coeficiente de

determinación mas alto (0,9980), sin embargo al comparar los criterios de akaike, se puede concluir que el modelo mas eficiente es el ARCH (1), ya que posee un  $0,61 < 1,03$ . Además cuenta con la significancia de cada proceso autorregresivo y de cada promedio móvil; razón por la cual se toma dicho modelo para obtener los betas necesarios para la estimación de la volatilidad.<sup>29</sup>

Finalmente, para verificar la eficiencia del modelo ARCH se procede al análisis de estacionariedad de los errores del modelo, donde al estar estacionarios, es decir que sean “ruido blanco”, el modelo quedara correctamente especificado, siendo un buen estimador del comportamiento no solo de la variable I – TES, sino que también del mercado en general de renta fija.

Retomando la prueba de raiz unitaria se tiene:

### Cuadro 11. Prueba de dickey - fuller del I-TES

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on ERRORES		
Null Hypothesis: ERRORES has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=21)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-30.88091	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.436816
	5% level	-2.864283
	10% level	-2.568283
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Fuente: Elaboración Propia

<sup>29</sup> Los modelos como el garch (1,2) y garch (2,1) no se escogen debido a la poca significancia en sus betas. (ver en rojo)

Como se puede ver en el cuadro el tau estadístico de -30,88 es mayor que el crítico al 1%, 5% y 10%, es decir, los errores al 91%, 95% o al 99%, son estacionarios.<sup>30</sup>

Finalmente, se procede a estimar la volatilidad incondicional del I – TES, tomando los coeficientes del modelo ARCH (1), definido de la siguiente manera:

$$\text{RENTABILIDAD DEL I - TES} = -0,0000589 + ut$$

$$t = (-0,4946)$$

Ahora si se obtienen los residuos de la regresión anterior y se reemplaza el modelo ARCH(1), es decir:

$$\hat{u}^2_t = B_0 + B_1 (\hat{u}^2_{t-1}) + et$$



$$\hat{u}^2_t = 0,022205 + 0,455189 (\hat{u}^2_{t-1}) + et$$

Se podría enunciar que la volatilidad en el periodo actual esta relacionada con su valor del periodo anterior más un término de error con ruido blanco (et).<sup>31</sup>

Teniéndose estimados los coeficientes del modelo ARCH, se procede a la estimación de la volatilidad incondicional definiendo la raíz de su varianza así:

$$\sigma^2 = B_0 / 1 - B_1$$



$$\sqrt{\sigma^2}$$

Para este caso, por medio del modelo seleccionado ARCH (1) seria:

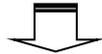
<sup>30</sup> Se compara en valores absolutos.

<sup>31</sup> *Ibíd.*, Pág. 834.

$$\sigma^2 = 0,022205 / 1 - (0,455189)$$



$$\sigma^2 = 0,040757253$$



$$\sqrt{\sigma^2} = 0,738113135 = 73,81\%$$

Finalmente se puede deducir como el I -TES tiene una volatilidad incondicional del 73,81%, donde el valor estimado de las ponderaciones es 0,022205; y 0,455189 respectivamente. El grueso de la información viene ligeramente de la predicción de un día anterior (0,455189). La información nueva casi no produce un cambio significativo (0,022205).

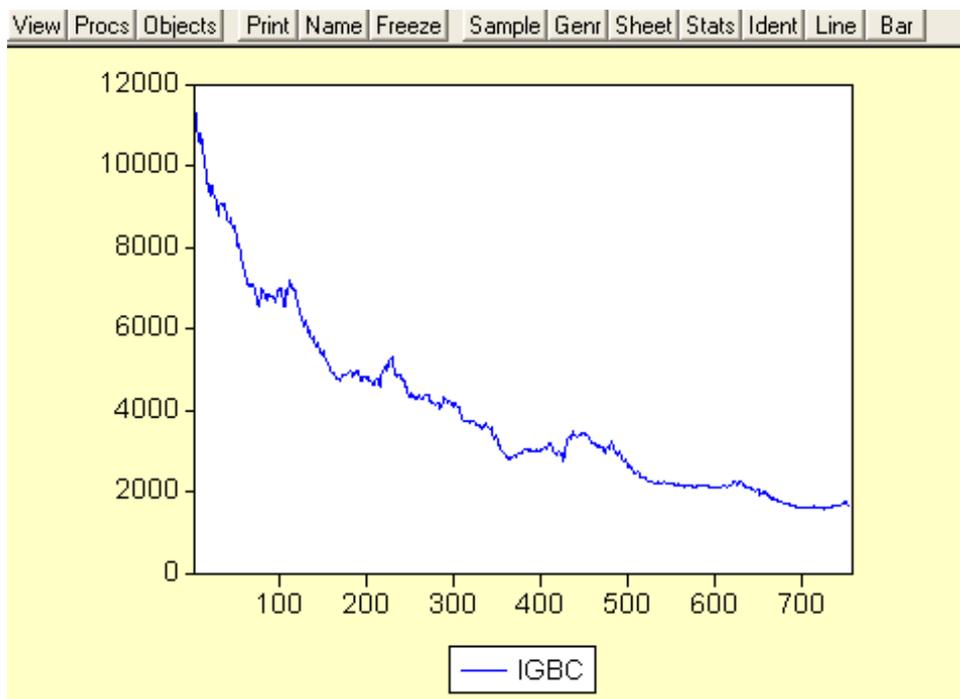
## **4.2 Mercado de renta variable. IGBC**

### **4.2.1 Pruebas de estacionariedad.**

#### **4.2.1.1 Análisis grafico**

Por medio del análisis grafico se puede observar por simple inspección el comportamiento de la serie a lo largo del tiempo, donde se pueden encontrar características de tendencia, ciclo o estacionalidad y residuo. Para esta variable se tiene que:

**Grafica 16. Comportamiento del IGBC.**

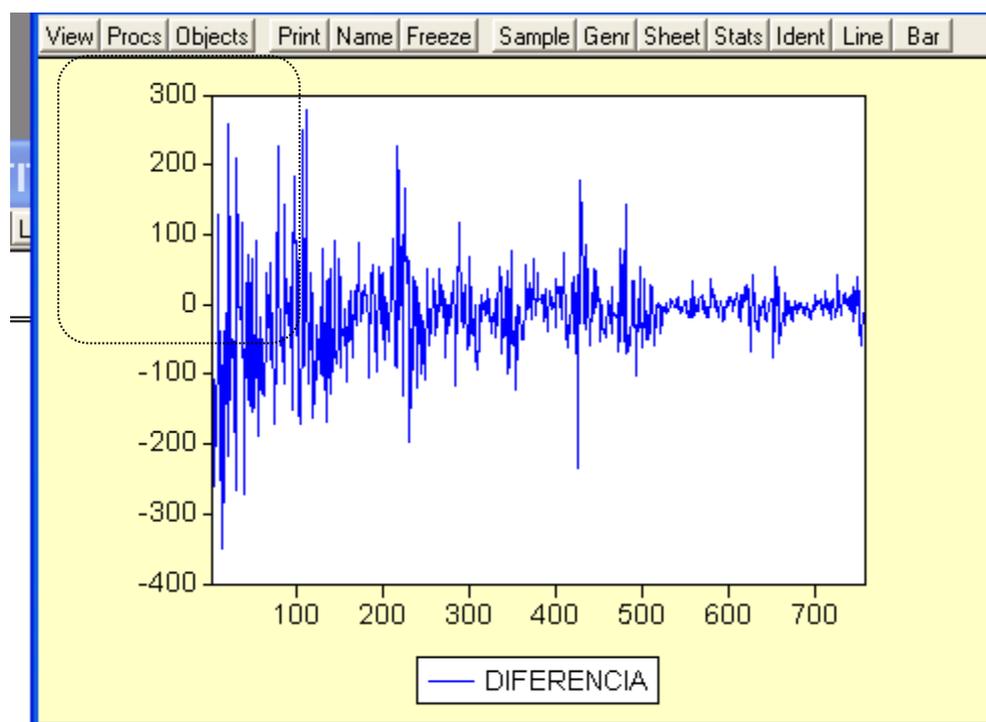


Fuente: Elaboración Propia

Como se puede observar el valor del IGBC ha ido en descenso durante el periodo estudiado, lo que parece indicar que su media será muy distinta de cero, con lo que se puede inferir inicialmente que la serie no se comporta como una serie estacionaria.

Por otro lado, si se muestra el comportamiento de la serie en primera diferencia, se puede observar una relativa calma en las variaciones hasta finales del 2003, desde allí las variaciones se vuelven inestables frecuentemente, en especial, desde finales del 2004 hasta terminar el periodo analizado:

**Grafica 17. Primera diferencia del IGBC**

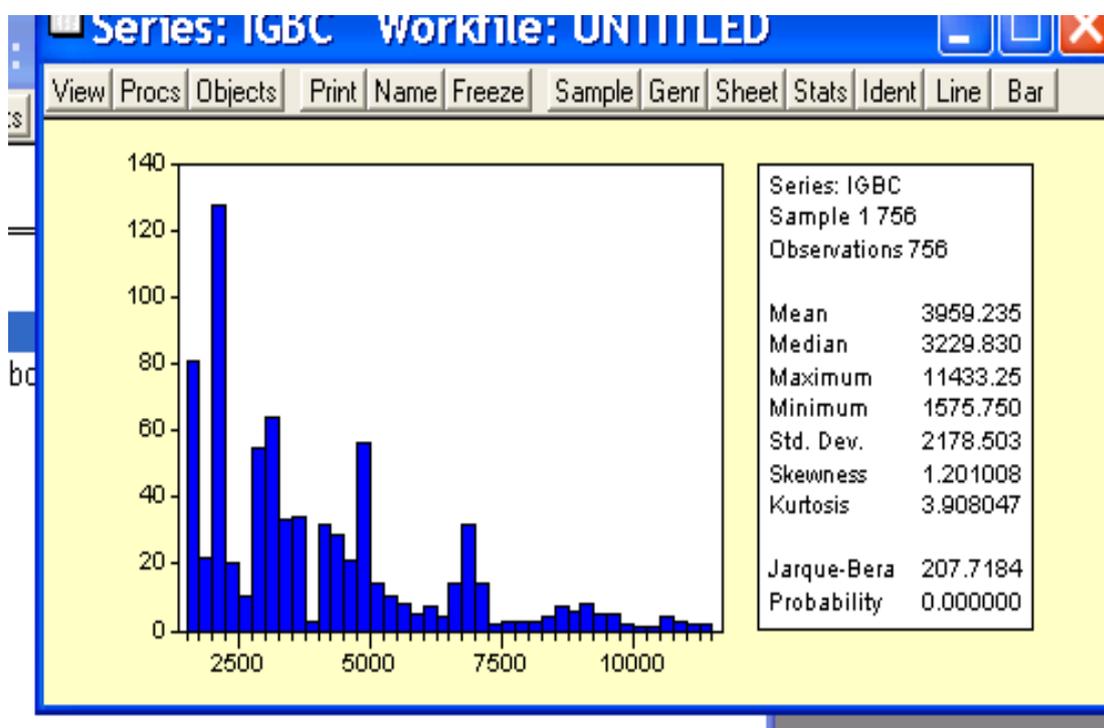


Fuente: Elaboración Propia

## 4.2.2 Pruebas de Normalidad y estacionariedad.

Ahora en cuanto normalidad se refiere, se tiene lo siguiente:

### Grafica 18. Histograma del IGBC



Fuente: Elaboración Propia

Para este caso, el calculado es de  $207,71 > 5,99$ , es decir la serie no esta distribuida normalmente, por ende la serie es no estacionaria.<sup>32</sup>

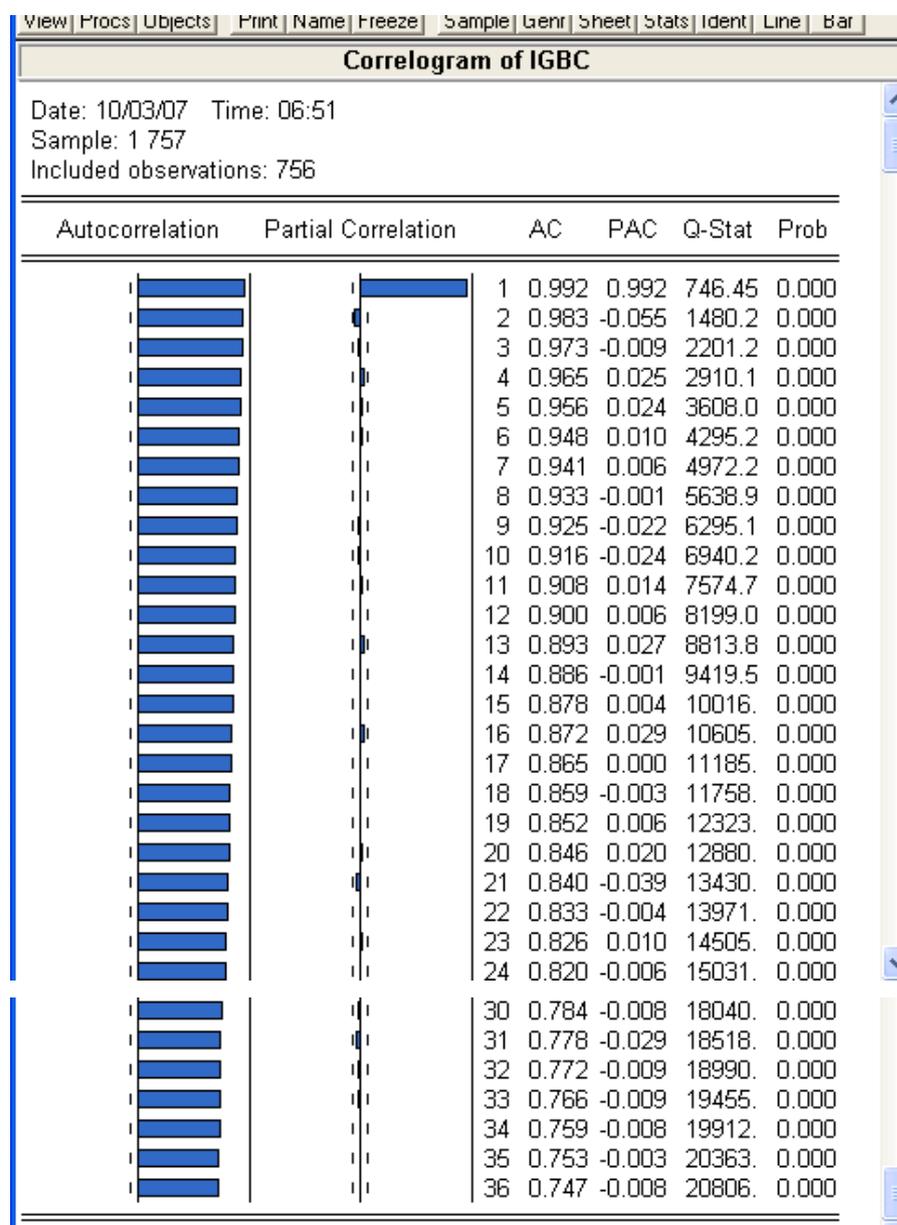
### 4.2.2.1 Correlograma.

Por medio del Correlograma, para este caso, la estadística Q planteado es de 20806 que al compararla con el Q crítico de la tabla X2 de 55,75 (con 36

<sup>32</sup> La teoría de la prueba ya fue explicada anteriormente.

grados de libertad y 95% de confianza) es mayor, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de que todos los  $P_k$  son iguales a cero. Es decir hay autocorrelación. Lo anterior se puede observar así:

**Grafica 19. Correlograma del IGBC.**



Fuente: Elaboración Propia

#### 4.2.2.2. Prueba de raíz unitaria.

Este estadístico por medio de eviews para los valores del IGBC, proporciona lo siguiente:

#### Cuadro 12. Prueba de dickey – Fuller del IGBC

View	Procs	Objects	Print	Name	Freeze	Sample	Genr	Sheet	Stats	Ident	Line	Bar
<b>Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on IGBC</b>												
Null Hypothesis: IGBC has a unit root												
Exogenous: Constant												
Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)												
											t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic											-6.181689	0.0000
Test critical values:												
1% level											-3.438796	
5% level											-2.865158	
10% level											-2.568752	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.												

Fuente: Elaboración Propia

En el cuadro el tau estadístico de -6,181689, es menor que el crítico al 1%, 5% y 10%, es decir, la variable al 91%, 95% o al 99%, es no estacionaria.<sup>33</sup>

Ahora si se realiza la prueba para la variable en primera diferencia se tiene lo siguiente:

<sup>33</sup> Se compara en valores absolutos.

**Cuadro 13. Prueba de dickey – Fuller de la primera diferencia del IGBC**

<b>Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DIFERENCIA</b>		
Null Hypothesis: DIFERENCIA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-21.22255	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.438796
	5% level	-2.865158
	10% level	-2.568752
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.		
Augmented Dickey-Fuller Test Equation		
Dependent Variable: D(DIFERENCIA)		
Method: Least Squares		
Date: 10/03/07 Time: 06:49		

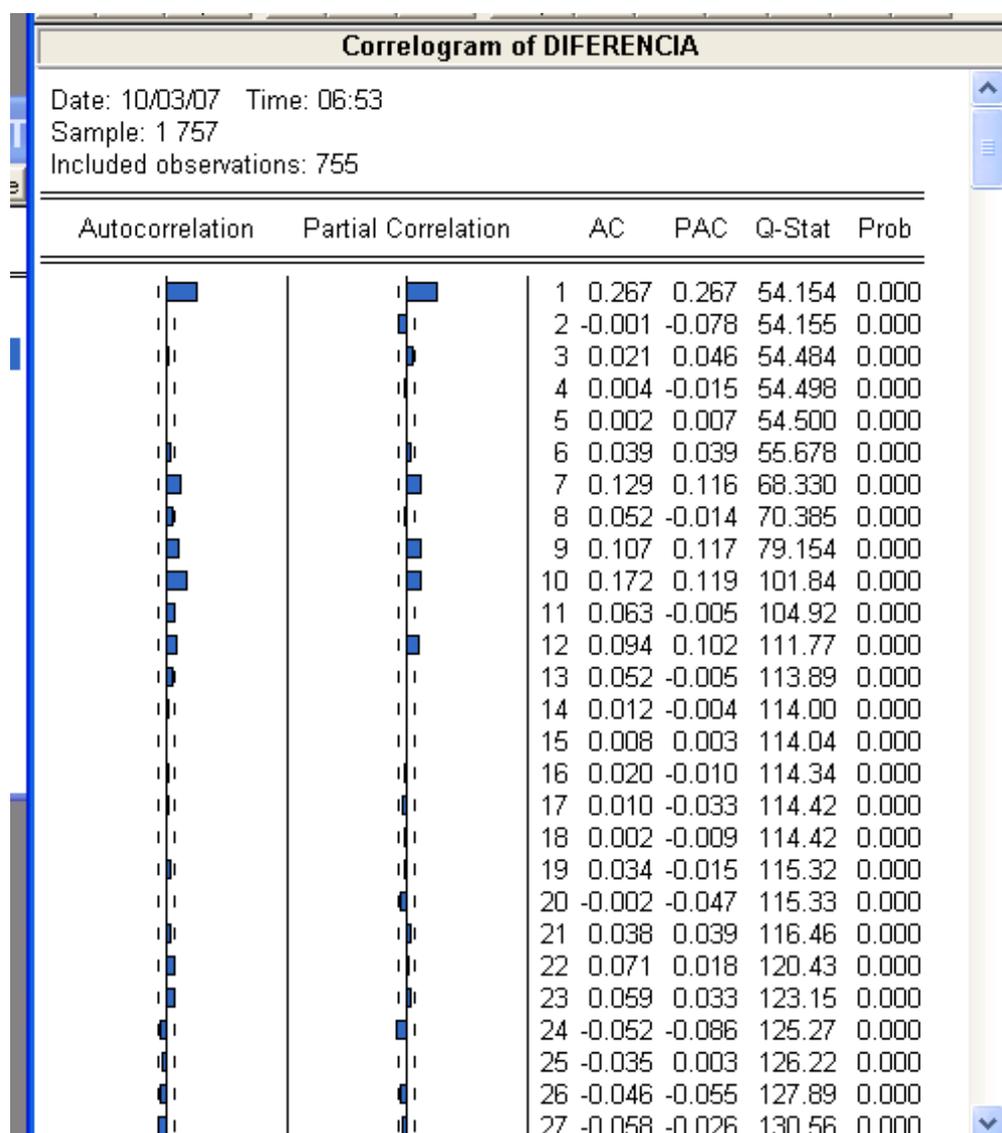
Fuente: Elaboración Propia

Ahora se cuenta con un tau estadístico de -21,22, el cual es mayor que el crítico al 1%, 5% y 10%, es decir, la variable en primera diferencia al 91%, 95% o al 99%, ya es estacionaria.

### 4.2.3. Modelo Arima.

Gracias al correlograma en primera diferencia se tiene:

**Grafica 20. Correlograma en primera diferencia del IGBC**



Fuente: Elaboración Propia

En definitiva el modelo arima es el siguiente:

**Cuadro 14. Modelo ARIMA (1) del IGBC**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3637.530	120.2634	30.24635	0.0000
D(IGBC)	0.464259	0.028989	16.01499	0.0000
AR(10)	0.928006	0.002251	412.2553	0.0000
MA(1)	1.010412	0.042285	23.89506	0.0000

R-squared	0.996893	Mean dependent var	3856.677
Adjusted R-squared	0.996880	S.D. dependent var	2022.572
S.E. of regression	112.9757	Akaike info criterion	12.29758
Sum squared resid	9457765.	Schwarz criterion	12.32235
Log likelihood	-4576.848	F-statistic	79238.79
Durbin-Watson stat	0.110010	Prob(F-statistic)	0.000000

Inverted AR Roots	.99	.80 -.58i	.80+.58i	.31+.94i
	.31 -.94i	-.31+.94i	-.31 -.94i	-.80 -.58i
Inverted MA Roots	-.80+.58i	-.99		
	-1.01			

Estimated MA process is noninvertible

Fuente: Elaboración Propia

En pocas palabras se maneja un arima del orden (10,1,1).

#### 4.2.4. Contraste de heteroscedasticidad.

Por medio del test arch se tiene:

**Cuadro 15. Test Arch del IGBC**

ARCH Test:

F-statistic	1087.734	Probability	0.000000
Obs*R-squared	442.2905	Probability	0.000000

Test Equation:  
 Dependent Variable: RESID^2  
 Method: Least Squares  
 Date: 10/03/07 Time: 22:52  
 Sample(adjusted): 13 756  
 Included observations: 744 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2879.107	571.2643	5.039886	0.0000
RESID^2(-1)	0.769914	0.023344	32.98081	0.0000

R-squared	0.594476	Mean dependent var	12653.89
Adjusted R-squared	0.593930	S.D. dependent var	20904.17
S.E. of regression	13320.90	Akaike info criterion	21.83474
Sum squared resid	1.32E+11	Schwarz criterion	21.84714
Log likelihood	-8120.523	F-statistic	1087.734
Durbin-Watson stat	1.912400	Prob(F-statistic)	0.000000

Fuente: Elaboración Propia

En este caso, el estadístico es de 442,29 mayor que el crítico es 5,99 (con 2 grados de libertad), lo cual rechaza la hipótesis nula y con ello se concluye que la serie presenta un efecto ARCH.

#### 4.2.5. MODELO ARCH Y GARCH

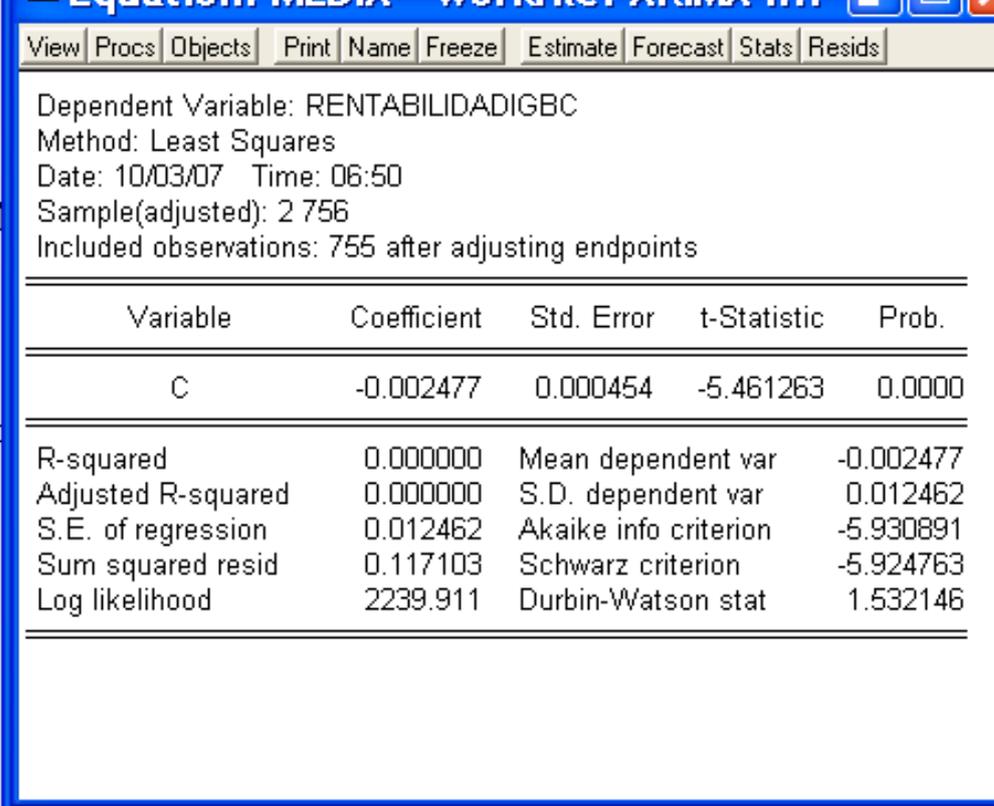
Para expresar la volatilidad en los rendimientos de los valores del IBGC, se considera el modelo presentado de igual manera para el I - TES:

$$Y_t = B_1 + ut$$

Donde  $Y_t$  = rentabilidades de los valores del IGBC y  $ut$  = termino de error aleatorio.

Obsérvese que aparte de la intersección, no existe otra variable explicativa en el modelo. De los datos por medio de eviews se obtuvo el siguiente modelo:

**Cuadro 16. Tasa promedio de los rendimientos deL IGBC**



The screenshot shows the EViews software interface with a menu bar (View, Procs, Objects, Print, Name, Freeze, Estimate, Forecast, Stats, Resids) and a main window displaying regression statistics. The dependent variable is RENTABILIDADIGBC, estimated using Least Squares. The sample size is 2,756 observations, with 755 observations included after adjusting endpoints. The regression results are as follows:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002477	0.000454	-5.461263	0.0000

Additional statistics shown include:

R-squared	0.000000	Mean dependent var	-0.002477
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var	0.012462
S.E. of regression	0.012462	Akaike info criterion	-5.930891
Sum squared resid	0.117103	Schwarz criterion	-5.924763
Log likelihood	2239.911	Durbin-Watson stat	1.532146

Fuente: Elaboración Propia

Donde se obtiene :

$$\hat{Y}_t = -0,002477 + u_t$$
$$t = (-5,4612)$$

Se puede observar la significancia de la constante con más del 99% de confianza. Esta intersección muestra la tasa promedio de los rendimientos de los valores del IGBC, o el valor medio de  $Y_t$ . En otras palabras, el rendimiento promedio diario del IGBC fue de casi -0,24%.<sup>34</sup>

Ahora si se obtienen los residuos de la regresión anterior y se estima el modelo ARCH(1), es decir:

---

<sup>34</sup> Se puede observar que el signo negativo del B1, indica que si la volatilidad era alta en el periodo anterior, puede ser baja en el periodo actual.

**Cuadro 17. Modelo ARCH (1) para el IGBC**

Equation: ARCH1 WORKFILE: ARIMA I...				
View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids				
Dependent Variable: IGBC				
Method: ML - ARCH (Marquardt)				
Date: 10/03/07 Time: 22:45				
Sample(adjusted): 12 756				
Included observations: 745 after adjusting endpoints				
Failure to improve Likelihood after 6 iterations				
MA backcast: 11, Variance backcast: ON				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
D(IGBC)	1.844661	0.623014	2.960866	0.0031
C	3162.962	8283.650	0.381832	0.7026
AR(10)	0.929291	0.128291	7.243607	0.0000
MA(1)	0.910769	0.231372	3.936388	0.0001
Variance Equation				
C	2565690.	203625.5	12.60005	0.0000
ARCH(1)	-2.159934	1.945632	-1.110145	0.2669
R-squared	0.991651	Mean dependent var	3856.677	
Adjusted R-squared	0.991595	S.D. dependent var	2022.572	
S.E. of regression	185.4296	Akaike info criterion	16.59302	
Sum squared resid	25409880	Schwarz criterion	16.63017	
Log likelihood	-6174.899	F-statistic	17555.45	
Durbin-Watson stat	2.261744	Prob(F-statistic)	0.000000	

Fuente: Elaboración Propia

Para esta serie se tendria los siguientes modelos adicionales:

**Cuadro 18. Modelo ARCH (2) para el IGBC**

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Dependent Variable: IGBC				
Method: ML - ARCH (Marquardt)				
Date: 10/03/07 Time: 22:45				
Sample(adjusted): 12 756				
Included observations: 745 after adjusting endpoints				
Failure to improve Likelihood after 12 iterations				
MA backcast: 11, Variance backcast: ON				
C	3556.962	36285.33	0.098028	0.9219
D(IGBC)	0.168853	1.317448	0.128167	0.8980
AR(10)	0.984069	0.192772	5.104838	0.0000
MA(1)	0.560949	1.621287	0.345990	0.7294
Variance Equation				
C	2733021.	234624.8	11.64848	0.0000
ARCH(1)	-1.759521	5.481258	-0.321007	0.7482
ARCH(2)	-1.752554	4.010616	-0.436979	0.6621
R-squared	0.992971	Mean dependent var	3856.677	
Adjusted R-squared	0.992913	S.D. dependent var	2022.572	
S.E. of regression	170.2640	Akaike info criterion	16.64716	
Sum squared resid	21394504	Schwarz criterion	16.69050	
Log likelihood	-6194.066	F-statistic	17374.82	
Durbin-Watson stat	0.132308	Prob(F-statistic)	0.000000	

Fuente: Elaboración Propia

**Cuadro 19. Modelo ARCH (3) para el IGBC**

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Dependent Variable: IGBC Method: ML - ARCH (Marquardt) Date: 10/03/07 Time: 22:44 Sample(adjusted): 12 756 Included observations: 745 after adjusting endpoints Convergence achieved after 86 iterations MA backcast: 11, Variance backcast: ON				
C	5457.535	318.0950	17.15693	0.0000
D(IGBC)	-0.438175	0.112355	-3.899909	0.0001
AR(10)	0.749234	0.032487	23.06284	0.0000
MA(1)	0.992238	0.002396	414.1537	0.0000
Variance Equation				
C	2863139.	259000.4	11.05458	0.0000
ARCH(1)	-2.612262	1.682788	-1.552342	0.1206
ARCH(2)	-4.725535	1.235513	-3.824754	0.0001
ARCH(3)	-2.510076	1.699036	-1.477354	0.1396
R-squared	0.969027	Mean dependent var	3856.677	
Adjusted R-squared	0.968733	S.D. dependent var	2022.572	
S.E. of regression	357.6427	Akaike info criterion	16.14868	
Sum squared resid	94268431	Schwarz criterion	16.19822	
Log likelihood	-6007.382	F-statistic	3293.973	
Durbin-Watson stat	0.477027	Prob(F-statistic)	0.000000	

Fuente: Elaboración Propia

Para esta serie los posibles modelos GARCH podrían ser:

**Cuadro 20. Modelo GARCH (1,1) para el IGBC**

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3808.549	151.3677	25.16092	0.0000
D(IGBC)	0.171519	0.137803	1.244669	0.2133
AR(10)	0.734154	0.021393	34.31738	0.0000
MA(1)	0.993054	0.001304	761.6919	0.0000

Variance Equation				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2537807.	201738.2	12.57970	0.0000
ARCH(1)	-0.868243	0.188868	-4.597102	0.0000
GARCH(1)	-0.987491	0.001904	-518.7317	0.0000

R-squared	0.985505	Mean dependent var	3856.677
Adjusted R-squared	0.985387	S.D. dependent var	2022.572
S.E. of regression	244.4971	Akaike info criterion	15.76647
Sum squared resid	44116787	Schwarz criterion	15.80982
Log likelihood	-5866.011	F-statistic	8362.596
Durbin-Watson stat	0.151524	Prob(F-statistic)	0.000000

Fuente: Elaboración Propia

**Cuadro 21. Modelo GARCH (1,2) para el IGBC**

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Dependent Variable: IGBC Method: ML - ARCH (Marquardt) Date: 10/03/07 Time: 22:43 Sample(adjusted): 12 756 Included observations: 745 after adjusting endpoints Convergence achieved after 52 iterations MA backcast: 11, Variance backcast: ON				
C	3776.762	137.8988	27.38793	0.0000
D(IGBC)	-0.137433	0.238233	-0.576884	0.5640
AR(10)	0.634212	0.018826	33.68807	0.0000
MA(1)	0.965472	0.032951	29.30057	0.0000
Variance Equation				
C	2516117.	240994.9	10.44054	0.0000
ARCH(1)	-0.487143	0.123692	-3.938365	0.0001
GARCH(1)	-1.000256	0.000324	-3089.728	0.0000
GARCH(2)	-1.001275	0.000365	-2745.614	0.0000
R-squared	0.970184	Mean dependent var	3856.677	
Adjusted R-squared	0.969901	S.D. dependent var	2022.572	
S.E. of regression	350.8990	Akaike info criterion	15.36496	
Sum squared resid	90746881	Schwarz criterion	15.41450	
Log likelihood	-5715.449	F-statistic	3425.886	
Durbin-Watson stat	0.160295	Prob(F-statistic)	0.000000	

Fuente: Elaboración Propia

Para esta serie se debe escoger el modelo garch (1,1), ya que su proceso autorregresivo y de cada promedio móvil son altamente significativos y posee

un coeficiente de determinación de 0,9855; razón por la cual se toma dicho modelo para obtener los betas necesarios para la estimación de la volatilidad.<sup>35</sup>

Para este caso, el modelo seleccionado GARCH (1,2) sería:

$$\text{RENTABILIDAD DEL IGBC} = -0,002477 + u_t$$

$$t = (-5,4612)$$

Ahora si se obtienen los residuos de la regresión anterior y se reemplaza el modelo GARCH(1,1), es decir:

$$\sigma^2 = 2537807/ 1 -(-0,868243)-(-0,987491)$$



$$\sigma^2 = 888670,6535$$



$$\sqrt{\sigma^2} = 942,693298 = 94269,32\%$$

Finalmente se puede deducir como los valores del IGBC tienen una volatilidad incondicional del 94269,32%, donde el valor estimado de las ponderaciones es 2537807, -0,868243, -0,987491 respectivamente. El grueso de la información viene claramente de la predicción del periodo anterior (-0,8682). La información nueva la cambia sustancialmente (2537807) y la varianza media a largo plazo tiene un efecto muy significativo (-0,987491).

---

<sup>35</sup> Los modelos como el garch (1,2) y garch (2,1) no se escogen debido a la poca significancia en sus betas. (ver en rojo)

### 4.3. Comparaciones de las opciones.

Después de haberse analizado por separado tanto el I - TES, como el IGBC, se pudo deducir que la mayor volatilidad incondicional la posee el mercado de renta variable, es decir el IGBC:<sup>36</sup>

#### **Volatilidad incondicional.**



Valor del I - TES: **73,81%**

Valor del IGBC : **94269,32%**

Generalizando, los resultados anteriores podrían permitir una vista global en cuanto a los mercados se refiere, ya que se estaría comprobando que el mercado de renta variable posee mayor volatilidad incondicional que el mercado de renta fija, cumpliendo con las expectativas inicialmente colocadas en discusión.<sup>37</sup>

---

<sup>36</sup> El I-TES es un buen indicador del comportamiento del mercado renta fija, ya que fue desarrollado con el propósito de reflejar de una forma mas clara el movimiento en el tiempo de los precios de una canasta de títulos de tesorería (TES) a Tasa Fija. Mientras que el índice de la Bolsa de Valores de Colombia mide de manera agregada la evolución de los precios de las acciones más representativas del mercado de renta variable. El objetivo principal es reflejar la variación en el tiempo del precio de tal forma que cumpla el requisito de replicabilidad, es decir, que a partir del mismo se pueda conformar un portafolio con las acciones del índice y así tener una base fundamental para la construcción de productos derivados.

<sup>37</sup> Partiendo de que todas las demás opciones tuvieran un comportamiento similar a las aquí presentadas.

## 5. CONCLUSIONES

Después de aplicar la teoría de modelos para el análisis de volatilidad estocástica como fue el caso de los modelos arch y garch presentados en este estudio, se pudo entender la utilización de dichas herramientas financieras a la hora de poder ayudar a la visualización de una mejor alternativa de inversión entre varias opciones.

Gracias al análisis como series de tiempo del IGBC Y EL I - TES se pudo relacionar conceptos como el de estacionariedad con rentabilidad de las opciones de inversión. Ya que la relación siempre se apoyo en el concepto de volatilidad.

Como resultado de los modelos aplicados a las series de tiempo cabe resaltar la conclusión de la volatilidad inversamente proporcional, es decir, tanto para el I -TES como para el IGBC, al haber alta volatilidad en un periodo, en el siguiente dicha volatilidad tendería a ser menor o menos fuerte, mas no habría una acumulación de volatilidad (debido al signo en los modelos garch).

Como resultado de este trabajo se puede concluir que para el IGBC, El grueso de la información viene claramente de la predicción del periodo anterior, la información nueva la cambia sustancialmente; y la varianza media a largo plazo tiene un efecto muy significativo (modelo garch). Por parte del I – TES, El grueso de la información viene ligeramente de la predicción de un día anterior, y la información nueva casi no produce un cambio significativo (modelo arch). Lo anteriormente mencionado verifica la clave de estos modelos (como lo exponía Ingle en su artículo), donde se considera la información pasada de la variable y su volatilidad observada como factor altamente explicativo de su comportamiento presente y, por extensión lógica, de su futuro predecible.

Continuando con las expectativas elaboradas inicialmente en este trabajo, se puede argumentar que:

1) Se pudo comprobar tal como lo indicaba el análisis histórico de las series de tiempo, como existe una mayor volatilidad en el mercado de renta variable con relación al mercado de renta fija, basándonos en sus representantes, IGBC e I – TES.

2) Gracias a la aplicación de los modelos Arch para el I –TES y el modelo GARCH para el IGBC, se pudo verificar una diferencia importante en cuanto volatilidad se refiere entre el mercado de renta fija y el mercado de renta variable, siendo este último, históricamente mas volátil.

3) El presente trabajo, verifico como el riesgo sistemático de los activos financieros fue variable y determinante básico entre el periodo comprendido entre el 2003 y 2006 tanto para el I –TES como para el IGBC (Expectativa de Engle).

4) Como lo argumentaba Engle en su artículo, este trabajo mostró como la experiencia empírica lleva a contrastar períodos de amplia varianza de error seguidos de otros de varianza más pequeña. Es decir, el valor de la dispersión del error respecto a su media cambia en el pasado, por lo que es lógico pensar que un modelo que atienda en la predicción a los valores de dicha varianza en el pasado servirá para realizar estimaciones más precisas. Lo anterior se pudo comprobar por medio del modelo ARCH y GARCH realizados tanto al I – TES como al IGBC.

Complementos a este trabajo teniendo en cuenta mayor cantidad de opciones de cada uno de los mercados de inversión, podrían extender los resultados relevantes que aquí se obtuvieron, llegando a generalizar con mayor precisión el comportamiento de cada uno de los mercados en cuanto su volatilidad se refiere.

## 6. BIBLIOGRAFIA.

- CRUZ, Juan Sergio. Finanzas Corporativas. Valoración Política de Financiamiento y Riesgo.
- DAMODAR, Gujarati. Econometría. Cuarta Edición. Editorial McGraw Hill. Santa Fe de Bogotá.
- ELVIRA, Oscar. Análisis Técnico Bursátil Octava Edición. Año 2001
- ENGLE Robert. Riesgo y volatilidad: modelos econométricos. New York University. 2004
- GUZMÁN PLATA, María de la Paz. Los modelos CAPM y ARCH-M. Obtención de los coeficientes beta para una muestra de 33 acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores.
- HERNANDEZ, Ruben. Análisis comparativo de las volatilidades de los mercados bursátiles. 2003.
- MARTÍNEZ Abascal Eduardo. Invertir en Bolsa Conceptos y Estrategias. Universidad de Navarra. Primera Edición. Año 1999.
- MESSUTI Domingo Jorge. Selección de Inversiones: Introducción a la Teoría de Cartera. Año 1994.
- PÉREZ RAMÍREZ, Fredy Ocaris. Arima, arch, garch y redes neuronales: modelos para pronosticar series de tiempo financieras. 2004.

- VILARIÑO Sanz, Angel. Turbulencias financieras y riesgos de mercado. Editorial Prentice Hall. Madrid, España. 2000.
  
- [www.bvc.com.co](http://www.bvc.com.co)
  
- [www.grupoaval.com](http://www.grupoaval.com)
  
- [www.superbancaria.gov.co](http://www.superbancaria.gov.co)