

**“VOLATILIDAD INTRADIA EN LOS PRECIOS DE LA ENERGIA ELECTRICA  
EN EL MERCADO COLOMBIANO”**

**SANDRA ISABEL CARRERO PABON  
LUISA FERNANDA VERGEL CRIADO**

**INGENIERÍA FINANCIERA  
INVERSIONES**

**ASESOR:  
JHON ALEXIS DIAZ CONTRERAS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA  
BUCARAMANGA**

**2010**

## TABLA DE CONTENIDO

<b>INDICE .....</b>	<b>I</b>
<b>INDICE DE GRAFICOS .....</b>	<b>IV</b>
<b>INDICE DE TABLAS.....</b>	<b>VI</b>
<b>RESUMEN .....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCCION .....</b>	<b>2</b>
<b>OBJETIVOS.....</b>	<b>3</b>
<b>MODELOS ECONOMETRICOS APLICADOS A LA VOLATILIDAD DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGIA ELECTRICA .....</b>	<b>4</b>
Estudios Internacionales.....	5
Estudios Nacionales.....	10
Estudios UNAB .....	10
<b>CALCULO DE LA VOLATILIDAD INTRADIA A PARTIR DEL USO DE METODOLOGIAS TRADICIONALES (HISTORICA Y DINAMICA) Y MODELOS DE LA FAMILIA ARCH-GARCH .....</b>	<b>11</b>
<b>MODELOS PARA EL CALCULO DE LA VOLATILIDAD .....</b>	<b>11</b>
<b>1.1 Volatilidad Histórica .....</b>	<b>12</b>

<b>1.2 Volatilidad Dinámica .....</b>	<b>14</b>
<b>1.3 Volatilidad Arch - Garch .....</b>	<b>16</b>
1.3.1 Análisis Serie no Estacionaria .....	17
1.3.1.1 Recolección de Datos y Conceptos Básicos .....	17
1.3.1.2 Representación Grafica de la serie .....	20
1.3.1.3 Análisis Estadístico .....	22
Histograma de Frecuencia .....	22
Estadística Descriptiva (Precio Mínimo, Máximo y Promedio)	24
1.3.1.4 Prueba de Raíz Unitaria .....	27
1.3.2 Análisis Serie Estacionaria .....	31
1.3.2.1 Transformación de la serie original en Estacionaria .....	31
1.3.2.2 Prueba Grafica de la serie .....	31
1.3.2.3 Análisis Estadístico .....	34
1.3.2.4 Prueba de Raíz Unitaria-Prueba Dickey Fuller .....	35
<b>1.4 Identificación del Modelo ARIMA .....</b>	<b>37</b>
1.4.1 Modelo AR .....	38
1.4.2 Modelo SAR .....	39
1.4.3 Modelo MA .....	39

<b>1.5 Modelos ARCH - GARCH .....</b>	<b>41</b>
1.5.1 Modelo Arch.....	42
1.5.2 Modelo Garch.....	42
<b>1.6 Análisis Heteroscedásticos de los Errores al Cuadrado .....</b>	<b>43</b>
<b>1.7 Resultados Obtenidos .....</b>	<b>45</b>
<b>1.8 Análisis Comparativo .....</b>	<b>49</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>52</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>54</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>57</b>
<b>Anexo I. Price Volatility .....</b>	<b>58</b>
<b>Anexo II. Cultura Del Mercado .....</b>	<b>63</b>

## ÍNDICE DE GRAFICOS

<b>Grafico 1. Volatilidad Histórica .....</b>	<b>13</b>
<b>Grafico 2. Volatilidad Dinámica .....</b>	<b>16</b>
<b>Grafico 3. Análisis Grafico Hora 17 - 18 .....</b>	<b>21</b>
<b>Grafico 4. Análisis Grafico Hora 19 - 20 .....</b>	<b>21</b>
<b>Grafico 5. Análisis Grafico Hora 21 - 22 .....</b>	<b>21</b>
<b>Grafico 6. Análisis Grafico Hora 23.....</b>	<b>22</b>
<b>Grafico 7. Histograma de Frecuencias Hora 17 - 18.....</b>	<b>22</b>
<b>Grafico 8. Histograma de Frecuencias Hora 19 - 20.....</b>	<b>23</b>
<b>Grafico 9. Histograma de Frecuencias Hora 21 - 22.....</b>	<b>23</b>
<b>Grafico 10. Histograma de Frecuencias Hora 23 .....</b>	<b>23</b>
<b>Grafico 11. Volatilidad Histórica y Dinámica.....</b>	<b>24</b>
<b>Grafico 12. Precio Mínimo 2008 - 2009 .....</b>	<b>25</b>
<b>Grafico 13. Precio Máximo 2008 - 2009.....</b>	<b>25</b>
<b>Grafico 14. Precio Promedio 2008 - 2009 .....</b>	<b>26</b>
<b>Grafico 15. Volatilidad Dinámica – Volatilidad Histórica.....</b>	<b>27</b>

<b>Grafico 16. Prueba Dickey Fuller. Hora 17 - 18 .....</b>	<b>29</b>
<b>Grafico 17. Prueba Dickey Fuller. Hora 19 - 20 .....</b>	<b>29</b>
<b>Grafico 18. Prueba Dickey Fuller. Hora 21 - 22 .....</b>	<b>30</b>
<b>Grafico 19. Prueba Dickey Fuller. Hora 23 .....</b>	<b>30</b>
<b>Grafico 20. Análisis Grafico. Hora 17 - 18 .....</b>	<b>32</b>
<b>Grafico 21. Análisis Grafico Hora 19 - 20 .....</b>	<b>32</b>
<b>Grafico 22. Análisis Grafico Hora 21 - 22 .....</b>	<b>33</b>
<b>Grafico 23. Análisis Grafico Hora 23.....</b>	<b>33</b>
<b>Grafico 24. Histograma de Frecuencias Hora 17 - 18.....</b>	<b>34</b>
<b>Grafico 25. Histograma de Frecuencias Hora 19 - 20.....</b>	<b>34</b>
<b>Grafico 26. Histograma de Frecuencias Hora 21 - 22.....</b>	<b>34</b>
<b>Grafico 27. Histograma de Frecuencias Hora 23 .....</b>	<b>35</b>
<b>Grafico 28. Prueba Dickey Fuller. Hora 17 - 18 .....</b>	<b>35</b>
<b>Grafico 29. Prueba Dickey Fuller. Hora 19 - 20 .....</b>	<b>36</b>
<b>Grafico 30. Prueba Dickey Fuller. Hora 21 - 22 .....</b>	<b>36</b>
<b>Grafico 31. Prueba Dickey Fuller. Hora 23 .....</b>	<b>37</b>
<b>Grafico 32. Análisis Comparativo Volatilidad Arch-Garch, Histórica y Dinámica .....</b>	<b>49</b>
<b>Grafico 33. Grafico de Bandas .....</b>	<b>50</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1. Metodología Histórica – Hora 20 .....</b>	<b>12</b>
<b>Tabla 2. Volatilidad Histórica .....</b>	<b>13</b>
<b>Tabla 3. Metodología Dinámica – Hora 19.....</b>	<b>15</b>
<b>Tabla 4. Volatilidad Dinámica.....</b>	<b>15</b>
<b>Tabla 5. XM Compañía de Expertos en Mercado .....</b>	<b>17</b>
<b>Tabla 6. Análisis Heteroscedásticos Hora 17 - 18 .....</b>	<b>43</b>
<b>Tabla 7. Análisis Heteroscedásticos Hora 19 - 20 .....</b>	<b>43</b>
<b>Tabla 8. Análisis Heteroscedásticos Hora 21 - 22 .....</b>	<b>44</b>
<b>Tabla 9. Análisis Heteroscedásticos Hora 23 .....</b>	<b>44</b>
<b>Tabla 10. Análisis Arch – Garch Hora 17 .....</b>	<b>45</b>
<b>Tabla 11. Análisis Arch – Garch Hora 18 .....</b>	<b>46</b>
<b>Tabla 12. Análisis Arch – Garch Hora 19 .....</b>	<b>46</b>
<b>Tabla 13. Análisis Arch – Garch Hora 20 .....</b>	<b>47</b>
<b>Tabla 14. Análisis Arch – Garch Hora 21 .....</b>	<b>47</b>
<b>Tabla 15. Análisis Arch – Garch Hora 22 .....</b>	<b>48</b>

**Tabla 16. Análisis Arch – Garch Hora 23 ..... 48**

**Tabla 17. Análisis Comparativo Vol. Arch–Garch, Histórica y Dinámica ..... 49**



## RESUMEN

El presente trabajo de investigación tiene como objetivos, realizar una revisión bibliográfica, en la que se menciona algunos estudios realizados a nivel nacional e internacional sobre el manejo de la volatilidad en el mercado energético. Así mismo, se realiza un análisis comparativo entre las metodologías históricas, dinámica, ARCH-GARCH, para elegir el método que mejor se ajusta al comportamiento real de los precios de la energía eléctrica en Colombia.

Para la realización del estudio se eligieron siete horas, Hora 17, Hora18, Hora19, Hora20, Hora21, Hora22 y Hora23, que dieron lugar a siete series de tiempo, las cuales debían cumplir con las condiciones de estacionariedad para poder ser representadas mediante un modelo ARCH-GARCH.

En un principio, la serie de precios mostro signo de no estacionariedad, los cuales fueron detectados a partir de pruebas graficas, análisis estadístico, y pruebas de raíz unitaria, posteriormente se procedió a la transformación de la serie, mediante la diferenciación, obteniendo como resultado una serie estacionaria en media pero no en varianza.

Para solucionar los problemas de en la varianza, se realizo una prueba de Heteroscedasticidad de los errores al cuadrado, que arrojó como resultado la necesidad de correr un modelo ARCH-GARCH, metodología propuesta por el norteamericano Robert Engle, que supone que la incertidumbre pasada ocasionaba efectos sobre el comportamiento presente de las variables.

Finalmente, se realizo una comparación entre el método de volatilidad histórica, dinámica, ARCH-GARCH, y se concluyó que el modelo que mejor se ajusta a el comportamiento real de los precios de la energía eléctrica era este ultimo método, el cual permitió vislumbrar la alta volatilidad presente en este mercado.

## INTRODUCCION

En Colombia actualmente se están celebrando contratos bilaterales a largo plazo, lo que teóricamente se conoce como un Forward, los cuales son hechos a la medida, tienen altas probabilidades de incumplimiento, y el precio se acuerda entre las partes. Pero garantizar la integridad de dichos contratos no es nada fácil, debido a la alta volatilidad en el precio de la energía eléctrica. Muestra de ello son los abruptos y no previstos cambios extremos en el precio spot, hecho que implica un alto riesgo para los agentes ya que un periodo de solo unas horas, el mercado puede tomar un precio inesperado para retornar nuevamente a niveles promedio.

Los precios de la energía eléctrica presentan tres franjas significativas:

- Franja 1: 6:00 am a 6:00 pm
- Franja 2: 6:00 pm a 10:00 pm
- Franja 3: 10:00 pm a 6:00 am

Básicamente la franja que presenta un mayor aumento en el precio, es la franja 2, ya que durante este periodo el consumo de energía es muy alto.

Estudiar la volatilidad del precio de la energía, se convierte en una tarea necesaria, que facilitaría a los agentes del mercado mayorista de energía actuar en posiciones bursátiles más acertadas, mitigando el riesgo en el precio, e inyectándole confiabilidad al mercado a la hora de valorar instrumentos derivados energéticos y en administración del riesgo.

Por tal motivo, surge la necesidad de estudiar el comportamiento de la volatilidad intradía de los precios de la energía, con el fin de facilitar la valoración de estos.

## **OBJETIVOS**

### **Objetivo general**

Modelar la volatilidad del precio spot intradía en la franja de 6:00pm a 10:00 pm de la energía eléctrica en el mercado Colombiano.

### **Objetivos específicos**

- Realizar una revisión bibliográfica de los modelos econométricos aplicados a la volatilidad del precio spot de la energía eléctrica.
- Medir la volatilidad intradía, por medio de las metodologías tradicionales (Metodología Histórica y Metodología Dinámica) y modelos de la familia ARCH y GARCH.
- Diseñar una herramienta en Excel para estimar la tendencia del precio spot intradía de la energía eléctrica y su volatilidad.

## **MODELOS ECONÓMICOS APLICADOS A LA VOLATILIDAD DEL PRECIO SPOT DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA**

El mercado de energía eléctrica es quizá hoy por hoy uno de los mercados más estudiados, muestra de ellos son los innumerables análisis realizados en los mercados de Argentina, Australia, Nueva Zelanda, Nord Pool, España, Reino Unido y por supuesto Colombia, donde el mercado de energía mayorista es uno de los más desarrollados en el país, pero a su vez, es uno de los que más riesgos presenta, debido a la liberación del mercado, la competitividad y la incertidumbre en:

- La demanda: La importancia de esta variable radica, en que los consumidores domésticos, consumen más energía en una época que en otra, es decir, el consumo de energía en los hogares no es constante.
- Los recursos naturales y factores meteorológicos: Cuantificar las reservas hidrológicas con las que cuentan el país, para la producción de energía eléctrica, no es tarea fácil, hecho que añade incertidumbre a la hora de hacer cálculos futuros.
- La legislación: La comisión de regulación de energía y gas (CREG), encargada de promover la competencia en el sector, no estipula reglas fijas y estables, lo que implica, que la regulación puede ser cambiada inesperadamente.

Lo anterior implica riesgos, que hacen que cada agente deduzca consideraciones diferentes hacia el precio de la energía eléctrica, y con respecto a ellas, tome decisiones en algunos casos poco precisas. La presencia de la relación riesgo-decisión puede traducirse en una alta rentabilidad o en el peor de los casos en la pérdida total del patrimonio.

- **Estudios internacionales:**

**Escribano, Peña, Villaplana (2002)<sup>1</sup>:** Realizaron el trabajo “Modelling Electricity Price: International Evidence”. Este trabajo analiza la evolución de los precios de la energía en el mercado liberalizado. Se tienen en cuenta varios factores como la estacionariedad, reversión de la media, y se aplica un modelo de la familia GARCH. Este modelo se aplicó a los precios spot de seis mercados. Usando información diaria y creando 6 diferentes modelos para comparar la importancia de cada factor.

Los mercados analizados fueron: El argentino, Australiano, Nueva Zelanda, Nord Pool, España y U.S.

Factores: Estacionariedad, reversión de media, volatilidad.

Características del modelo: Se trabajó con promedios diarios, lo que implica un precio diario, expresado en cada moneda local.

Características de los mercados:

Insumo eléctrico: Argentina y Australia utilizan como recurso el fuel, a diferencia de Nueva Zelanda y Nord pool que utilizan recursos hídricos para la elaboración de la energía eléctrica, siendo este último menos volátil.

Datos:

<b>Nord Pool:</b>	Enero	1º (1993) - Noviembre	30 (1999)
<b>Argentina:</b>	Enero	1º (1995) - Septiembre	30 (2000)
<b>Australia:</b>	Julio	1º (1994) - Diciembre	12 (1999)
<b>Nueva Zelanda:</b>	Octubre	1º (1996) – Agosto	31 (2000)
<b>España:</b>	Enero	1º (1998) –Diciembre	31 (2000)
<b>U.S.:</b>	Abril	1º (1998) - Diciembre	31 (2001)

---

<sup>1</sup> Escribano A., Peña J., Villaplana P. Modelling Electricity Prices: Internacional Evidence [Trabajo de Grado]. Madrid: Universidad Carlos III. Facultad de Economía; 2002. 33p. Doc. Ingles.

Modelos:

*Modelo Uno:* Auto-regresivo AR (1), con volatilidad constante, es un Gaussian puro, no hay presencia de saltos, la varianza es constante.

*Modelo Dos:* Auto-regresivo AR (1), GARCH (1,1), no hay presencia de saltos.

*Modelo Tres:* a.) Auto-regresivo AR (1), modelo con la presencia de saltos puros, varianza constante, b.) Auto-regresivo AR (1) modelo con saltos puros, tiempo dependiente.

*Modelo Cuatro:* a.) Auto-regresivo AR (1), GARCH (1,1) modelo con la presencia de saltos, es un modelo Poisson-Gaussian. b.) Auto-regresivo AR (1), GARCH (1), modelo con la presencia de saltos.

Resultados: Los seis modelos fueron estimados para cada precio promedio diario en los cinco mercados para determinar su influencia en términos de:

- Estacionariedad
- Media revertida
- Volatilidad no constante
- Saltos

La reversión de la media en todos los modelos de coeficientes auto-regresivos  $\theta$  fueron positivos y más pequeños que uno, solo en el coeficiente estimado para Nord pool es cercano a cero, indicando una lenta media revertida, lo cual, puede ser explicado por el uso de recursos hídricos, también se observa que la inestabilidad del clima, reduce la estimación de la reversión de la media en los precios.

**Contreras, Nogales, Conejo (2003):** La investigación tuvo como objetivo, predecir precios de electricidad en el mercado Español y de California, para ello, se utilizaron modelos tales como, ARIMA, regresión con promedios móviles auto regresivo, y modelos heteroscedásticos, finalmente se obtuvo que

los errores promedio del modelo encontrados son del 5% para el mercado Español y 3% para el mercado de California.

**García, Contreras, Batista y Vans Akkeren (2003):** La investigación presenta como objetivo, predecir precios horarios de electricidad en el mercado Español y de California. Se presenta el modelo de pronóstico de precios diarios con alta volatilidad basado en datos históricos, para ello se utilizaron modelos de la familia GARCH. Se tuvieron en cuenta datos históricos y por último se concluyó que para mejorar el modelo, se deben incluir efectos calendario y la inclusión de variables exógenas, tales como, demanda, almacenamiento de agua entre otros.

**Weron y Misiolek (2005):** Con su investigación "Forecasting Spot Electricity Price with time series Model". La investigación planteó como objetivo, la evaluación de modelos simples de series de tiempo y determinar el funcionamiento para su uso, en el pronóstico del precio spot de la electricidad en el mercado de California. Para ello se utilizaron modelos de la familia ARIMA y ARMAX. Se tuvieron en cuenta variables Exógenas propias del sistema.

Las características del estudio fueron:

Mercado analizado: CALPX (mercado energía eléctrica California).

Análisis: Una serie de tiempo a partir de la cual se calcula ARMA Y ARMAX.

Datos: La serie de tiempo de precios y de más variables fueron extraídas del Instituto UCEI ([www.ucei.berkeley.edu](http://www.ucei.berkeley.edu)) y de Californias Independent System Operator CAISO ([oasis.caiso.com](http://oasis.caiso.com)).

Periodo: Se uso información desde el 5 de julio de 1999, hasta el 2 de abril de 2000.

Valores faltantes: Los primeros datos fueron sustituidos por medio de un promedio aritmético de sus vecinos, mientras que el siguiente mediante con un promedio aritmético de los valores doblados.

Manejo de datos: Se computaron los precios por hora de 1 a 24 de los días dados, incluyendo precios y demandas históricas de 24 horas del día previos al día a predecir.

Programas: Para correr el modelo se utilizó Matlab y SAS.

Conclusión: Un moldeamiento correcto del precio de la electricidad ayuda a que se diseñen estrategias de negociación, que permitan maximizar beneficios. De acuerdo a los modelos, se observa que las estimaciones DR ( Regresión dinámica (ARX)) y TF(función de transferencia (ARIMAX)), son significativamente mejores que ARIMA Y ARIMA-E.

**Nektaria V. Karakatsani, Derek W. Bunn (2008)<sup>2</sup>:** Realizaron el trabajo “Intraday and Regime Switching Dynamics in Electricity Price Formation” en el cual, se analiza el complejo y no lineal precio spot de la energía eléctrica en U.K, para clarificar los determinantes del precio.

Los autores realizaron una estimación de una serie de tiempo de 48 medias horas (un parámetro cada 30 minutos), en donde, se tuvo en cuenta la formación de precios spot, incluyendo diversos factores, tales como: La naturaleza del commodity, la función de suministro, la cual, en presencia de tecnología es creciente, discontinua y convexa, El poder de mercado (oligopolio, información asimétrica, inelasticidad en el precio), el diseño del mercado y la subasta diaria.

Como determinantes del precio se tuvo en cuenta, el tamaño de la firma, las variaciones intradia y un hecho que tuvo un fuerte impacto en el precio, las reformas 2001(caso UK).

La muestra es tomada desde el 6 de junio de 2001, hasta el 1º de abril de 2002, el número de observaciones es 300 para diez meses, correspondientes

---

<sup>2</sup> Nektaria V., Derek W. Bunn. Intraday and Regime Switching Dynamics in Electricity Price Formation Evidence [Trabajo de Investigación]. London Business School. 2008. 22p. Doc en Ingles.



al número de días analizado. La muestra fue separada cada media hora, es decir un día con 24 horas, tiene 48 periodos de medias horas cada uno.

El modelo contempla el Spread, la volatilidad precio spot, la demanda lineal, la escasez, la demanda cuadrática, la estacionariedad y la volatilidad de la demanda como variables explicativas.

Finalmente se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1.) El precio spot está influenciado por una mezcla de factores, tales como:

- Fundamentos económicos
- Restricciones de las plantas
- Percepción del riesgo
- Ineficiencias del mercado
- Aprendizaje de los agente
- Especificaciones del mercado

2.) Las variaciones intradia en términos de magnitud y significancia muestran la heterogeneidad de las plantas, así como, los aspectos del diseño de mercado.

3.) Factores estratégicos de los agentes tienen una significancia alta.

4.) La demanda y suministro de energía implican sensibilidad en los precios y el comportamiento de los agentes a la hora de predecir el precio, también ejercen una influencia significativa.

5.) La incorporación de expectativas de los agentes y autoridades acerca del comportamiento futuro del mercado, implican la utilización de información privada, que pueden traer ventajas a nivel estratégico.

- 6.) El modelo revela un mercado que responde a fundamentos económicos y restricciones operacionales de las plantas con características financieras y con algunas manipulaciones estratégicas.
- 7.) El poder de mercado no es ejercido totalmente, aunque los precios son sensibles a márgenes y a la capacidad intradia como resultado de las pujas de los generadores.

- **Estudios nacionales**

**Martínez, Pinzón et al (2006)**<sup>3</sup>: Estudio realizado en conjunto, presenta un análisis de volatilidad del mercado de energía eléctrica en Colombia, el cual, toma en cuenta los precios día a día, desde el mes de enero de 2005; utilizando inicialmente un modelo ARIMA, hasta lograr la serie estacionaria, y luego se ajustó un modelo de varianza condicional GARCH (1,1).

**Gil Zapata, Martha:** “Modelación del análisis de los precios de la Energía Eléctrica en el Mercado Colombiano”. En este trabajo se realiza un análisis del precio spot diario y de los retornos de este utilizando los modelos Arch, Garch. T-Arch, E-Arch, después; se hace un análisis del precio spot horario teniendo en cuenta efectos macro climáticos y efectos calendario llegando así a la modelación de precio considerando efectos característicos del precio.

---

<sup>3</sup> GIL ZAPATA, Martha. Modelación de los precios de la energía eléctrica en Colombia [Maestría en Finanzas]. Universidad EAFIT, 2007.

## **CALCULO DE LA VOLATILIDAD INTRADIA A PARTIR DEL USO DE METODOLOGÍAS TRADICIONALES (METODOLOGÍA HISTÓRICA Y METODOLOGÍA DINÁMICA) Y MODELOS DE LA FAMILIA ARCH Y GARCH**

Actualmente, el cálculo de la volatilidad de los precios spot constituye un elemento de suma importancia para el sector energético Colombiano, por tal motivo, esta investigación se centrará en el estudio de diversos métodos que permitan una estimación dinámica de la volatilidad, lo cual, hará posible un cálculo más acertado de los márgenes de operación del sistema y un manejo adecuado del riesgo asociado.

### **1. MODELOS PARA EL CÁLCULO DE LA VOLATILIDAD**

En décadas anteriores, modelar y predecir la volatilidad de los mercados ha sido objeto de grandes investigaciones empíricas y teóricas por parte de innumerables académicos y practicantes. Hoy día, existen muchas motivaciones para esta línea de investigación, debido a que la volatilidad es uno de los más importantes conceptos en materia de finanzas.

En el presente estudio, se realizara un análisis estadístico (volatilidad histórica y dinámica) y econométrico (volatilidad ARCH y GARCH) a los precios, tomados por las horas 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, durante el período de tiempo comprendido entre 01/01/2008, hasta 30/09/2009.

A continuación se mencionaran los tres modelos utilizados, para capturar los rasgos estilizados de la volatilidad de la manera más apropiada.

- Volatilidad Histórica
- Volatilidad Dinámica
- Volatilidad ARCH-GARCH

## 1.1 Volatilidad Histórica

La volatilidad histórica es la volatilidad del precio de un activo calculado a partir de datos históricos; y es utilizada en algunos casos como un benchmarking para comparar la capacidad de predicción de modelos más complejos.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i)^2}{n}} \quad (1)$$

Donde:

$\sigma$  = desviación estándar.

$r_i$  = rendimientos.

$n$  = número de observaciones.

Esta metodología trabaja bajo el supuesto que la distribución de la variación continua de los precios horarios es normal de media cero (0) y varianza  $\sigma^2$ , y una relación independiente de los rendimientos entre sí, hecho que facilita el cálculo de la desviación.

La fórmula de volatilidad histórica fue utilizada para cada una de las horas propuestas y los resultados obtenidos se muestran a continuación.

Observaciones	Hora	Fecha	Precio	Ri(LN)	Ri^2
		01/01/2008	75,32		
638		02/01/2008	81,32	7,6646%	0,00587465
38		24/08/2009	150,73	0,0000%	0,00000000
28	20	03/09/2009	151	-37,6348%	0,14163760
23		08/09/2009	130	-20,7702%	0,04314006
2		29/09/2009	287,17	0,0000%	0,00000000
1		30/09/2009	287,17	0,0000%	0,00000000

Tabla 1. Metodología Histórica – Hora 20. Fuente: Elaboración Propia.

Como se observa en la Tabla 1, las horas que presentan mayor volatilidad son las horas 18 y 19 con volatilidades del 26,7441% y 27,9061% respectivamente. Horas que de acuerdo con la teoría de energía eléctrica pertenecen a las horas pico, debido a que el consumo de energía eléctrica en los hogares es muy alto, hecho que trae como resultado altas volatilidades.

	Volatilidad Histórica
Hora 17	18,82%
Hora 18	26,74%
Hora 19	27,91%
Hora 20	21,76%
Hora 21	15,56%
Hora 22	16,22%
Hora 23	20,63%

Tabla 2. Volatilidad Histórica. Fuente: Elaboración Propia

En el siguiente grafico se muestra como es el comportamiento de la volatilidad histórica para el período 2008-2009, entre la hora 17 y la hora 23:

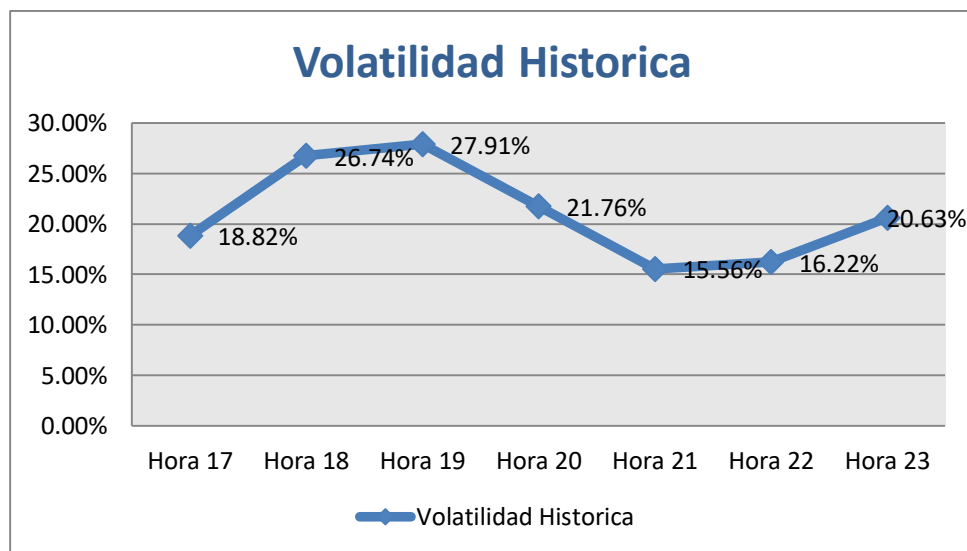


Gráfico 1. Volatilidad Histórica. Fuente: Elaboración Propia.

A pesar de que las horas pico se caracterizan por presentar volatilidades históricas superiores al 15%, para el caso de nuestro estudio, las horas 21 y 22 con 15,56% y 16,22% respectivamente, presenta el menor grado de volatilidad entre las horas analizadas.

## 1.2 Volatilidad Dinámica

Esta metodología consiste en asignarle un mayor valor a las observaciones más recientes que a las más alejadas del tiempo, debido a que esta metodología es la más común en el análisis de series financieras, las cuales, son de memoria corta. En esta clase de modelo, se pueden obtener resultados más precisos en las estimaciones en épocas de alta volatilidad, ya que esta captura con rapidez las fuertes variaciones en los precios de los activos, siendo esta una ventaja comparada con la volatilidad Histórica.

Este modelo define la varianza condicional en  $n$  para  $n + 1$  a través de:

$$\sigma_n^2 = \lambda\sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda)\mu_{n-1}^2 \quad (2)^4$$

Donde,

$\sigma^2$  = Varianza

$\lambda$  = Parámetro

$\mu$  = Rentabilidad

Para la realización de este modelo depende de un parámetro (Lambda  $\lambda$ ), conocido como factor decaimiento que toma valores entre 0 y 1, este factor establece los pesos que se le aplican a las observaciones, mientras más pequeño sea  $\lambda$ , mayor peso tendrán los datos más recientes.

Para el cálculo del Lambda óptimo es necesario utilizar el método RMSE (Root Mean Squared Error). Con esta metodología se busca minimizar el error pronosticado de la varianza para diferentes valores de Lambda.

El valor de lambda se logra en Excel, utilizando la herramienta solver, donde la celda objetivo es el RMSE, que minimiza cambiando la celda de Lambda. Lambda tiene como restricciones tomar valores entre 0 y 1.

---

<sup>4</sup> COBO QUINTERO, Álvaro "La importancia de la volatilidad en la selección óptima de portafolios". {Octubre 2003} disponible en: <http://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:nC8KN4ZeUx0J:cashflow88.com/decisiones/volatilidad.pdf+volatilidad+dinamica>

Para cada una de las horas propuestas se utilizó la siguiente fórmula de volatilidad dinámica:

$$\sigma = \sqrt{(1 - \lambda) \sum \lambda^{i-1} r_i^2} \quad (3)$$

Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

Observacion Hora	Precio	Ri(LN)	Ri <sup>2</sup>	Lambdai*(n-1)	(Ri <sup>2</sup> )*(Lambdai*(n-1))	Varianza	Desviacion	Varianza*Lambdai	(Ri <sup>2</sup> -(Var*Lambdai))
638	75,32								
20	81,32	7,6646%	0,00587465	0,2300340778628320000	0,00135137039	3,11395E-06	0,001764639	3,10678E-06	0,00003448
19	200	0,0000%	0,00000000	0,9571146723625840000	0	0,054639762	0,233751497	0,054513856	0,00297176
18	195	-2,5318%	0,00064099	0,9593252379101620000	0,000614919	0,054641179	0,233754527	0,05451527	0,00290244
17	220	12,0628%	0,01455111	0,9615409090111080000	0,013991489	0,05467342	0,233823479	0,054547436	0,00159971
3	240	8,7011%	0,00757098	0,9637616974572820000	0,00729662	0,054690233	0,23385943	0,054564211	0,00220836
2	287,17	11,0337%	0,01217426	0,9953967256025790000	0,012118219	0,055163092	0,234868243	0,05503598	0,00183713
1	287,17	0,0000%	0,00000000	0,9976957079202950000	0	0,055163092	0,234868243	0,05503598	0,00302896
1	287,17	0,0000%	0,00000000	1,0000000000000000000	0	0,055163092	0,234868243	0,05503598	0,00302896

Tabla 3. Metodología Dinámica – Hora 19. Fuente: Elaboración Propia.

Como se observa en la Tabla 4, las horas con mayor presencia de volatilidad son las horas 18 y 19 con valores de 22,16% y 23,48% respectivamente, este resultado no es sorpresa, debido a que en el cálculo de la volatilidad histórica estas dos horas presentaron los resultados más altos.

Volatilidad Dinámica	
Hora 17	14,61%
Hora 18	22,16%
Hora 19	23,49%
Hora 20	18,34%
Hora 21	12,33%
Hora 22	12,46%
Hora 23	16,16%

Tabla 4. Volatilidad Dinámica. Fuente: Elaboración Propia

El comportamiento mostrado por la volatilidad dinámica para el período 2008-2009, entre la hora 17 y la hora 23 se muestra a continuación:

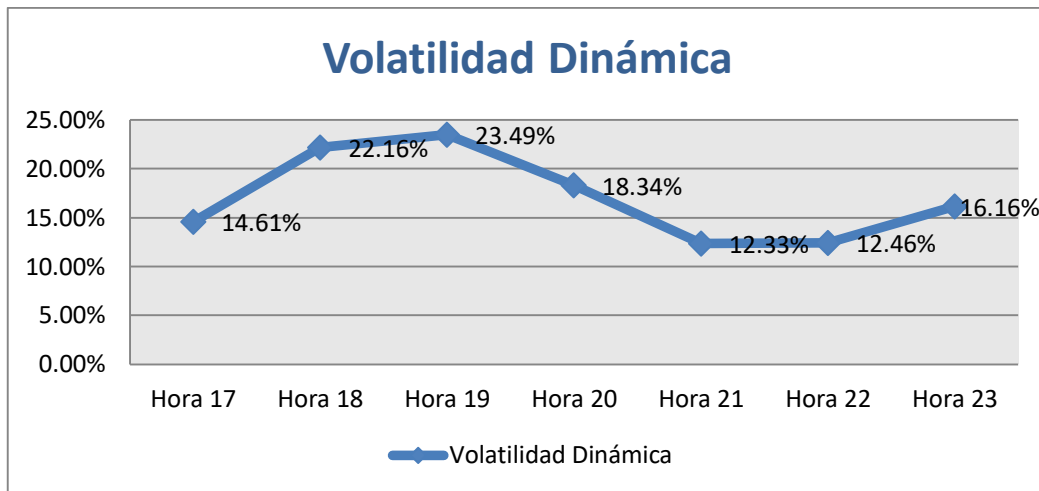


Gráfico 2. Volatilidad Dinámica. Fuente: Elaboración Propia.

### 1.3 Volatilidad Arch – Garch

Para el análisis econométrico de la serie de precios intradia de la energía eléctrica, se aplicara los conceptos de los modelos AR, MA, ARIMA, ARCH-GARCH.

Box y Jenkins diseñaron una metodología para la modelización de series de tiempo univariantes, en las cuales, se intenta explicar una variable a partir del comportamiento pasado de la misma, y de los posibles errores pasados cometidos.

Para la realización del análisis se tendrán en cuenta las siguientes fases:



### 1.3.1 Análisis Serie No Estacionaria

#### 1.3.1.1 Recolección de Datos y Conceptos Básicos

Un **proceso estocástico o aleatorio**, está definido como una colección de variables aleatorias ordenadas en el tiempo.

Donde,

$\gamma_{(\tau)}$  = Valores, Variable Aleatoria Continúa.

$\gamma_{(\tau)}$  = PIB, IPC, Precio de la energía Eléctrica, Variable Aleatoria Discreta.

Cada uno de los  $\gamma_{\tau} = \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{\tau}$  son realizaciones de un sin número de posibilidades, por ejemplo el precio intradía de la energía eléctrica es un proceso estocástico, en donde, cada uno de los valores que toma cada hora del día es una realización.

Una **serie de tiempo**, es una sucesión de valores en el tiempo, donde la serie de tiempo está definida por  $\{\gamma_{\tau}\}$ , el subíndice  $\tau$  indica el tiempo medido en horas, días, meses, años, etc. En este caso, se analizaron siete (7) horas de las 24 horas que componen un día, siendo así, las horas 17,18,19,20,21,22 y 23, objeto de análisis, las cuales, dan lugar a siete series de tiempo, donde  $\{\gamma_{\tau}\}$  denomina **PRECIO** intra-día (hora-día) para los valores comprendidos entre 01/01/2008 – 30/09/2009<sup>5</sup>.

Serie de Tiempo	Hora	Núm. Observaciones
1	17	639
2	18	639
3	19	639
4	20	639
5	21	639
6	22	639
7	23	639

Tabla 5. XM Compañía de Expertos en Mercado. Fuente: Elaboración Propia

<sup>5</sup> XM Compañía de Expertos en Mercados S.A. Disponible en: <http://sv04.xm.com.co/neonweb>; Xm compañía de expertos en mercados.

Si se desea predecir, es importante que la serie muestre un comportamiento estacionario, es decir, un patrón, esto se observa cuando la media, la varianza y la covarianza permanecen constantes en los diferentes periodos de tiempo, sin importar el período en el que se les mida<sup>6</sup>.

Una serie de tiempo estacionaria regresara a su valor medio mediante un proceso que se denomina reversión de la media. Si esta serie no cumple con esta definición, entonces será una serie de tiempo no estacionaria.

Si una serie de tiempo es no estacionaria, cambiara todo el tiempo, luego no se podría generalizar un patrón de comportamiento y entonces no se podría predecir.

Freddy Pérez dice: “*Un proceso estocástico  $\{\gamma_\tau\}$  es estacionaria si satisface las siguientes 3 condiciones:*

- (1)  $E(\gamma_\tau) = \mu_\tau$ , para todo  $\tau$ , es decir, la media del proceso  $\gamma_\tau$ , es constante.
- (2)  $Var(\gamma_\tau) = E(\gamma_\tau - \mu)^2 = \sigma^2$ , para todo  $\tau$ , la variabilidad del proceso es constante y finita.
- (3)  $Cov(\gamma_\tau - \gamma_{\tau-k})$ , la covarianza entre  $\gamma_\tau$  y  $\gamma_{\tau-k}$  solo depende de la distancia que hay entre  $\tau$  y  $(\tau - k)$ .

*Si no se cumple con una de las tres condiciones se dice que el proceso NO ES ESTACIONARIO*<sup>7</sup>.

Un ejemplo de proceso **estocástico no estacionario**, es la caminata aleatoria (acciones, tipo de cambio), existen 2 tipos de MCA:

---

<sup>6</sup> Damodar N. Gujarati (2003). Econometría. Guerrero D., Medina G (Trads). (Vol. 4, pp. 1002). United States Military Academy, West Point.

<sup>7</sup> PEREZ RAMIREZ, Freddy, “Introducción a las series de tiempo en métodos paramétricos”.

- **MCA sin variaciones (Sin constante),**

$\mu_\tau$ , es Ruido Blanco ( $0, \sigma^2$ )

$$\gamma_\tau = \gamma_{\tau-1} + \mu_\tau \quad (4)$$

Si  $\tau = 1$ ,

$$\gamma_1 = \gamma_0 + \mu_1$$

Si  $\tau = 2$ ,

$$\gamma_2 = \gamma_1 + \mu_2$$

$$\gamma_2 = \gamma_0 + \mu_1 + \mu_2$$

En general,

$$\gamma_\tau = \gamma_0 + \sum \mu_\tau$$

Por tanto,

$$E(\gamma_\tau) = E(\gamma_0 + \sum \mu_\tau), \rightarrow \gamma_0, \text{ Es Constante}$$

$$Var(\gamma_\tau) = \tau\sigma^2, \rightarrow \text{no es Constante}$$

Por lo tanto, el MCA sin variaciones no es estacionario, ya que los choques aleatorios son persistentes, es decir, su influencia en  $(\gamma_\tau)$  no desvanece. Cuando esto sucede se dice que el MCA tiene memoria infinita o memoria larga.

La ecuación (4) puede escribirse como:

$$(\gamma_\tau - \gamma_{\tau-1}) = \Delta\gamma_\tau \quad (5)$$

$$(\gamma_\tau - \gamma_{\tau-1}) = \mu_\tau$$

Donde,  $\Delta$ , es el operador de la primera diferencia.

- **MCA con variaciones (Con constate)**

$$\gamma_{\tau} = \delta + \gamma_{\tau+1} + \mu_{\tau} \quad (6)$$

Donde  $\delta$ , es el parámetro de variación.

$$(\gamma_{\tau} - \gamma_{\tau-1}) = \Delta\gamma_{\tau}$$

$$(\gamma_{\tau} - \gamma_{\tau-1}) = \delta + \mu_{\tau}$$

Entonces,

$\gamma_{\tau}$ , varia si  $\Delta$  es positivo (+) o negativo (-).

Ahora bien, para un MCA con variaciones, media y varianza quedan definidas como:

$$E(\gamma_{\tau}) = \gamma_0 + \tau * \delta$$

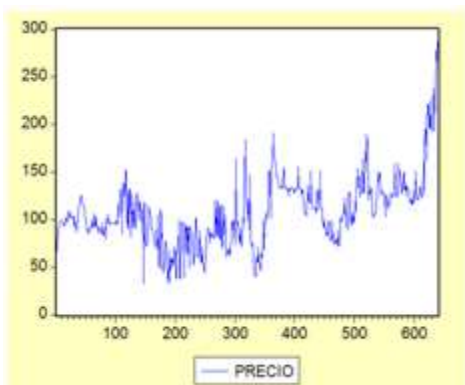
$$Var(\gamma_{\tau}) = \tau\sigma^2$$

### **1.3.1.2 Representación Gráfica de la Serie**

Para decidir sobre la estacionariedad o no de una serie, es de gran utilidad disponer de un gráfico de la misma para determinar si la serie es constante en media y varianza.

De acuerdo con los gráficos de la series se observó que los valores del precio no oscilaban con amplitudes constantes ni alrededor de la media, lo cual, implica el incumplimiento de la primera condición de estacionariedad mencionada anteriormente.

**Hora 17**



**Hora 18**

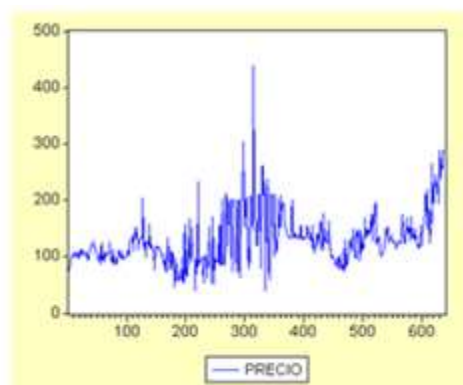
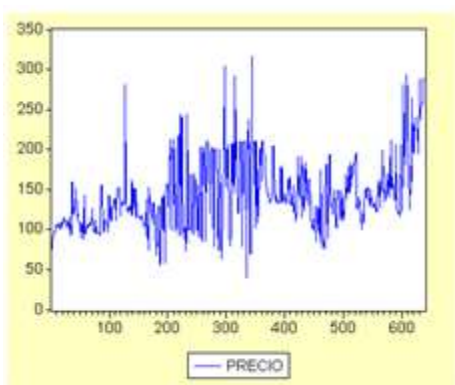


Gráfico 3. Análisis Gráfico Hora 17 – 18. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 19**



**Hora 20**

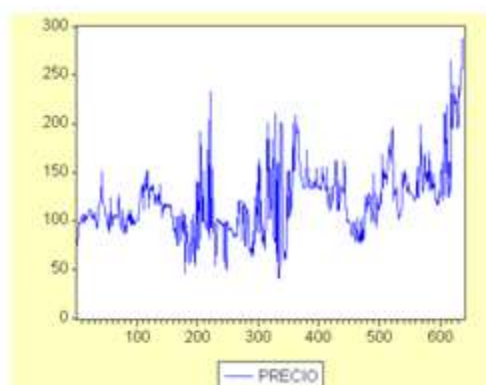
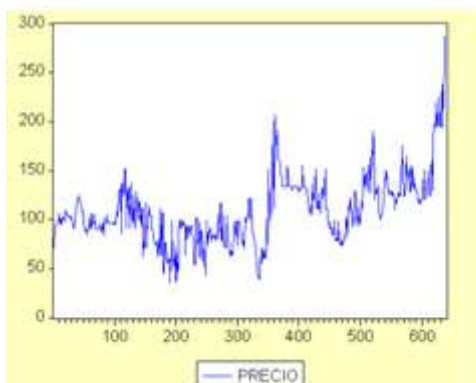


Gráfico 4. Análisis Gráfico Hora 19 – 20. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 21**



**Hora 22**

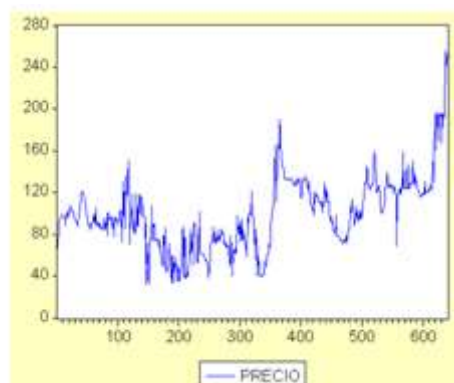


Gráfico 5. Análisis Gráfico Hora 21 – 22. Fuente: Elaboración Propia.

## Hora 23

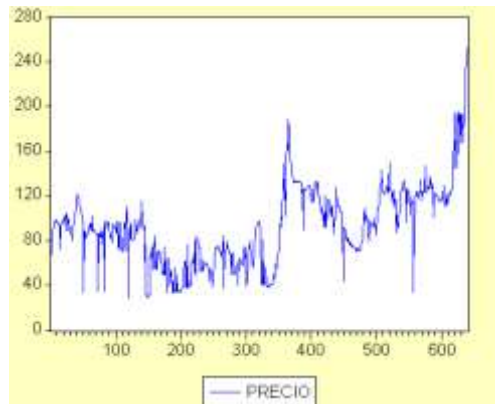


Gráfico 6. Análisis Gráfico Hora 23. Fuente: Elaboración Propia.

### 1.3.1.3 Análisis Estadístico

#### Histograma de Frecuencia

Se observó mediante el análisis de estadística descriptiva tanto la varianza como la media no son constantes, ni estables, hecho que implica la NO ESTACIONARIEDAD DE LA SERIE, es decir, no se revierte a una media fija.

#### Hora 17

#### Hora 18

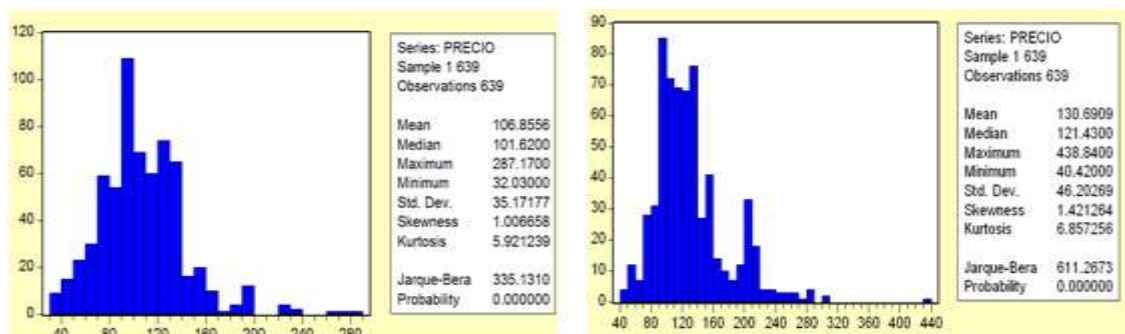
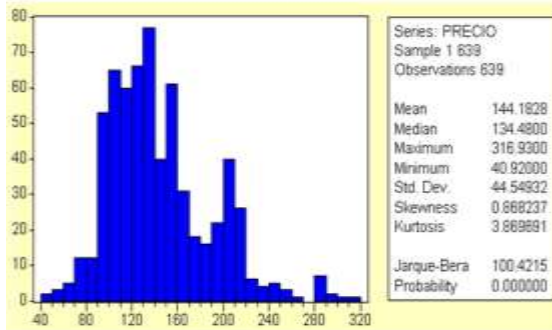


Gráfico 7. Histograma de Frecuencias Hora 17 - 18. Fuente: Elaboración Propia.

### Hora 19



### Hora 20

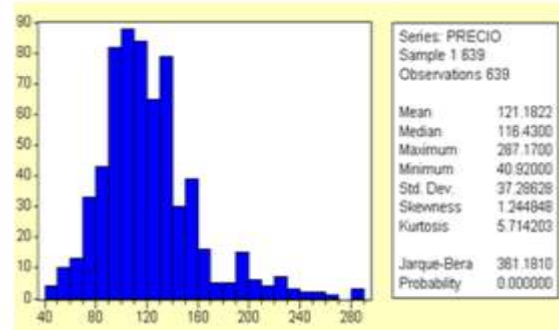
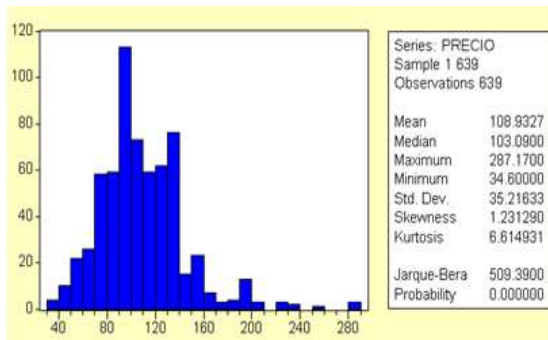


Gráfico 8. Histograma de Frecuencias Hora 19 - 20. Fuente: Elaboración Propia.

### Hora 21



### Hora 22

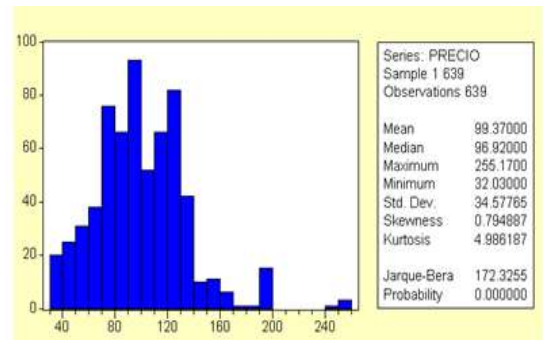


Gráfico 9. Histograma de Frecuencias Hora 22 - 23. Fuente: Elaboración Propia.

### Hora 23

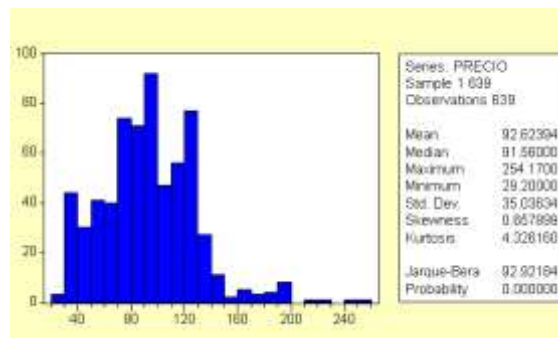


Gráfico 10. Histograma de Frecuencias Hora 23. Fuente: Elaboración Propia.

## Estadística Descriptiva

De acuerdo con el estudio realizado a las horas 17, 18, 19, 20, 21, 22 y 23, y tomando una muestra de 639 datos para cada una de ellas, se obtuvo que el valor máximo alcanzado durante el período del 01/01/2008 hasta el 01/09/2009 fue de \$438,34, ocurrido en la hora 18, siendo esta también la hora con mayor desviación estándar de 46,20 y una volatilidad histórica del 26,74%, un 1,17% menor que la de la hora 19 (27,91%); en conclusión este análisis permite observar claramente que las Horas 18 y 19 fueron las que presentaron mayor volatilidad en este rango de tiempo.

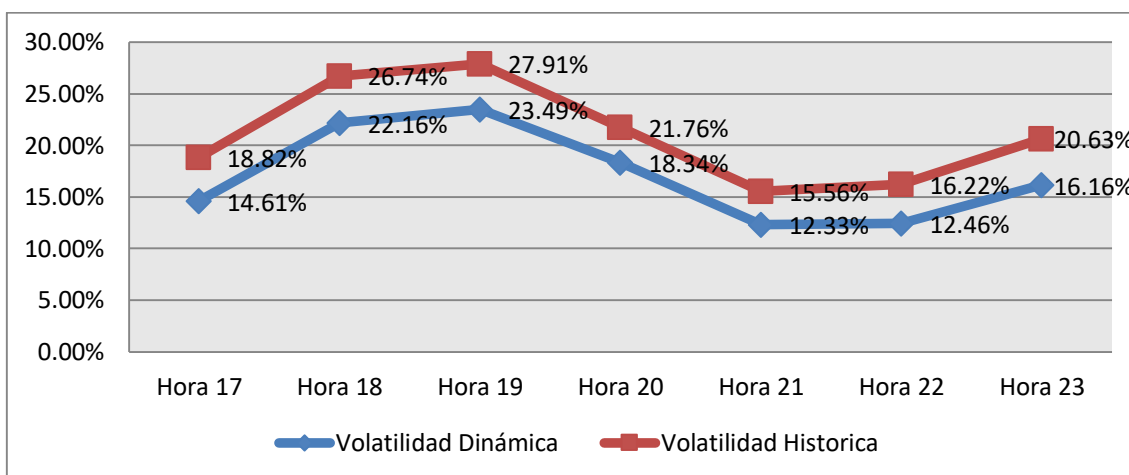


Grafico 11. Volatilidad Histórica y Dinámica. Fuente: Elaboración Propia.

Para lograr un mejor análisis de estas horas, se realizó un estudio de los precios máximos, mínimos y promedio para este mismo rango, teniendo como resultado:



## Precio Mínimo,

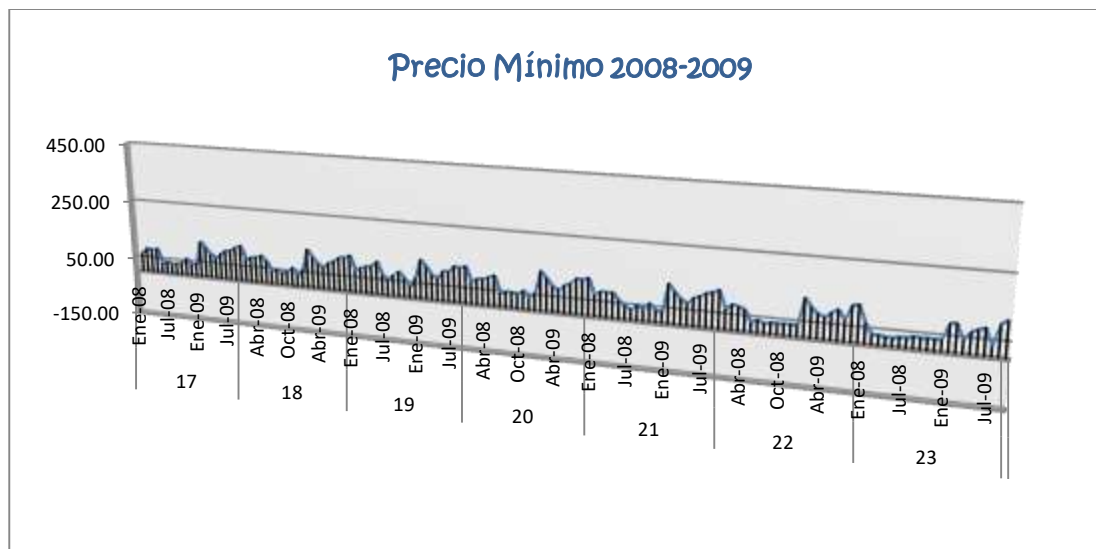


Gráfico 12. Precio Mínimo 2008 -2009. Fuente: Elaboración Propia.

En el Gráfico 12, la serie presenta una media de 76,39, mediana de 76,43 y desviación estándar de 2,44; el valor máximo alcanzado por el conjunto de precios mínimos fue de \$133,27 del día 31/01/2009, hora 19 y el valor mínimo alcanzado por toda la muestra fue de \$29,2 del día 27/05/2008, hora 23; estos resultados demuestran la existencia de volatilidad en el mercado de energía eléctrica.

## Precio Máximo,

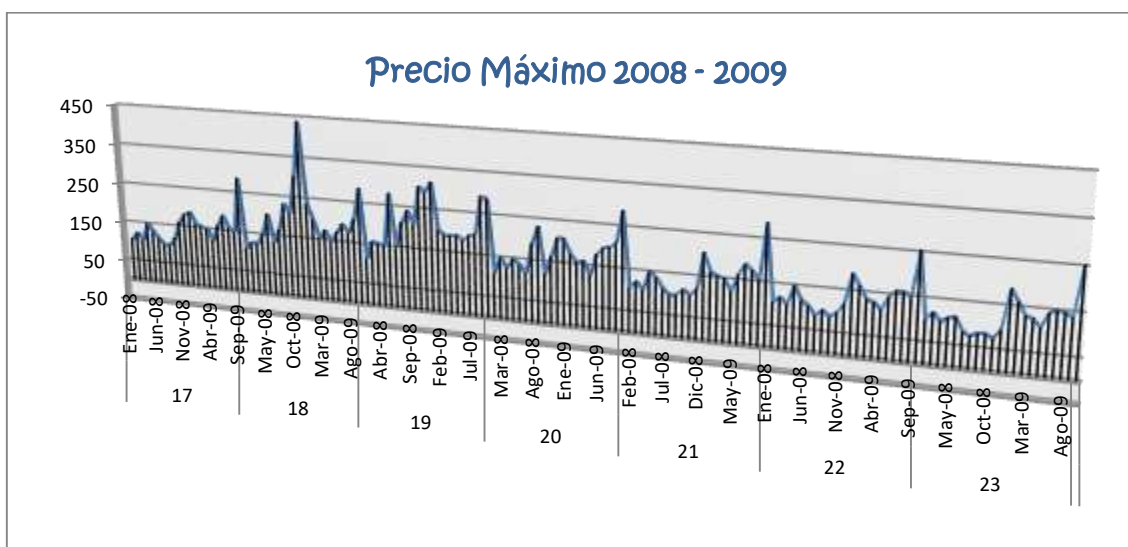


Gráfico 13. Precio Máximo 2008 – 2009. Fuente: Elaboración Propia.

El Gráfico 13, muestra el resultado de los valores máximos alcanzados para las diferentes 7 horas, durante el período de tiempo (2008-2009), la serie presenta una media de 162,757, mediana de 151,4 y desviación estándar de 59,01; el valor máximo alcanzado por el conjunto de precios máximos fue de \$438,84 del día 10/11/2008, hora 18 y el valor mínimo alcanzado por toda la muestra fue de \$74,14, del día 04/10/2008 hora 17.

### Precio Promedio,

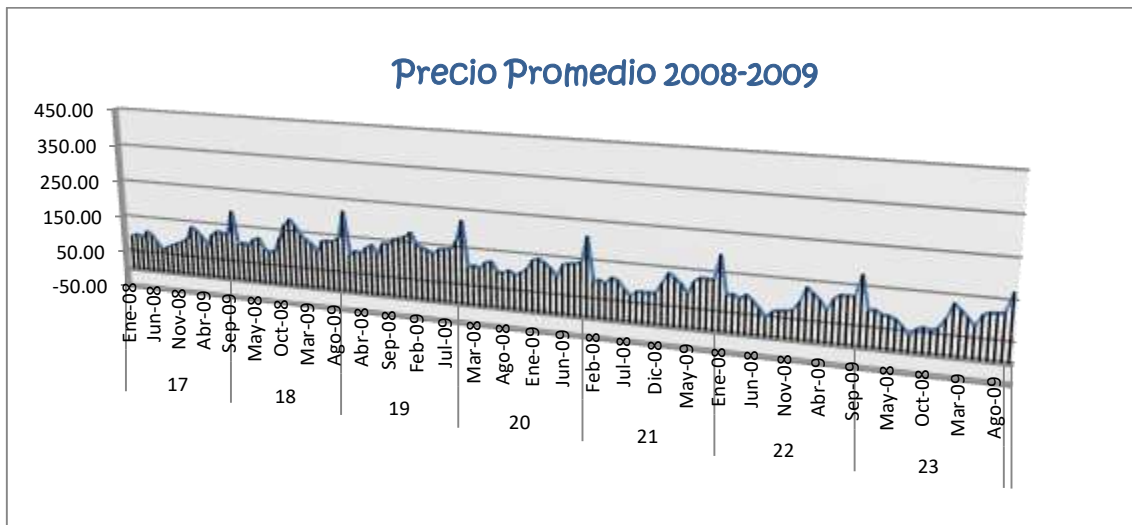


Grafico 14. Precio Promedio 2008-2009. Fuente: Elaboración Propia.

El Gráfico 14, muestra el resultado de la ponderación de los precios de la hora 17 a la 23, cuyo resultado de la estadística descriptiva fue de una media de 114.90, mediana de 112.16 y desviación estándar de 33.02; el valor máximo alcanzado por el conjunto de precios promedio fue de \$222.99, alcanzado por el rango del 01/09/2009 al 30/09/2009, hora 19 y el valor mínimo alcanzado por toda la muestra fue de \$41.98, en el rango de 01/07/2008 al 31/07/2008 de la hora 23.

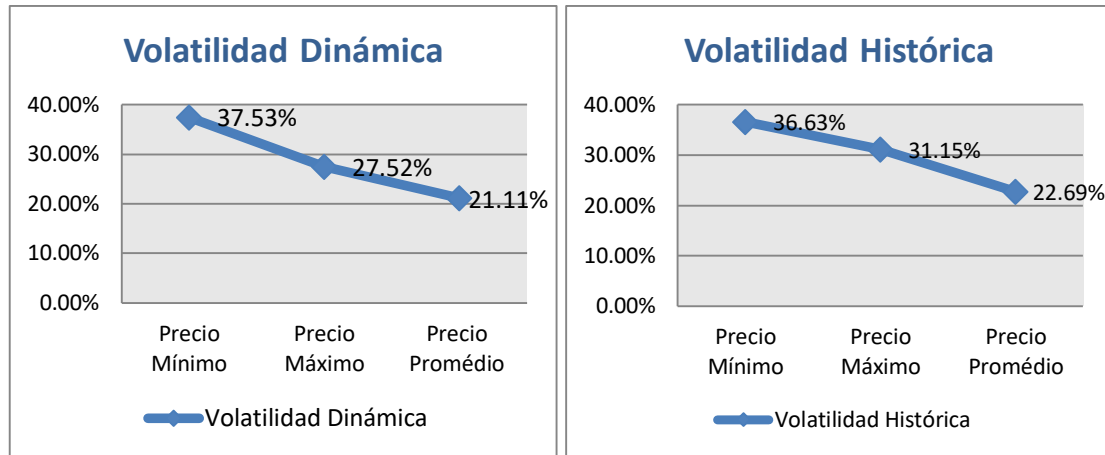


Gráfico 15. Volatilidad Dinámica – Volatilidad Histórica. Fuente: Elaboración Propia.

El Gráfico 15, al realizar una comparación entre el conjunto de precios mínimos, máximos y promedios, se observó la presencia de volatilidad alta. Media y baja, respectivamente. Es decir, a menor precio mayor volatilidad histórica y dinámica.

#### 1.3.1.4 Prueba de Raíz Unitaria

Finalmente se utilizó la prueba de raíz unitaria para confirmar la no estacionariedad las series y se define como:

$$\gamma_{\tau} = \rho\gamma_{\tau-1} + \mu \quad (7)$$

Donde:

$-1 \leq \rho \leq 1$ ,  $\rho$ , es un error con ruido blanco, si  $\rho = 1$ , se convierte en un modelo de caminata aleatoria sin variaciones lo cual implica la no estacionariedad de la serie.

Si se resta a ambos lados de la ecuación  $\gamma_{\tau-1}$  se obtiene:

$$\gamma_{\tau} - \gamma_{\tau-1} = \rho\gamma_{\tau-1} - \gamma_{\tau-1} + \mu_{\tau}$$

$$\gamma_{\tau} - \gamma_{\tau-1} = (\rho - 1)\gamma_{\tau-1} + \mu_{\tau}$$

$$\Delta\gamma_{\tau} = \delta\gamma_{\tau-1} + \mu_{\tau} \quad (8)$$

Donde:

$$\delta = (\rho - 1),$$

$\Delta\gamma_{\tau}$  = A la primera diferencia de  $\gamma_{\tau}$ .

Tomando como,  $H_0: \delta = 0$  implica que  $\rho = 1$ , es decir, se tiene una raíz unitaria, lo que significa la no estacionariedad de la serie.

Si  $\delta \neq 0$ , entonces la ecuación (8) se convierte en:

$$\Delta\gamma_{\tau} = \mu_{\tau}, \quad (9)$$

Como  $\mu_{\tau}$ , es un término error con ruido blanco, entonces es estacionario, lo que permite que las primeras diferencias de la serie sean estacionarias.

Una vez realizado la regresión sobre la serie, se analiza si el coeficiente  $\delta$  es o no cero (0), si es cero (0), se concluye que la serie no es estacionaria y si es negativa se concluye que la serie es estacionaria<sup>8</sup>.

Los autores Dickey y Fuller, crearon una prueba que lleva su nombre en donde si la hipótesis nula:  $H_0$ : la serie presenta raíz unitaria y  $H_1$ : la serie no presenta raíz unitaria.

Luego se hace una comparación entre el valor  $\tau_{\tau au}$  estadístico y los valores críticos estimados de los parámetros analizados en cada uno de los niveles de significancia, si el valor  $\tau_{\tau au}$  es mayor (>) que el valor crítico se procede a rechazar la  $H_0$ . Al realizar la prueba de Dickey y Fuller a los tres rangos se obtuvo como resultado:

---

<sup>8</sup> Damodar N. Gujarati (2003). Econometría. Guerrero D., Medina G (Trads). (Vol. 4, pp. 1002). United States Military Academy, West Point.

## Hora 17

## Hora 18

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PRECIO			
Null Hypothesis: PRECIO has a unit root		Null Hypothesis: PRECIO has a unit root	
Exogenous: Constant		Exogenous: Constant	
Lag Length: 7 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		Lag Length: 13 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)	
	t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-0.904090	0.7870
Test critical values:	1% level	-3.440484	
	5% level	-2.865903	
	10% level	-2.569151	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.			

Gráfico 16. Prueba Dickey-Fuller Hora 17 - 18. Fuente: Elaboración Propia.

## Hora 19

## Hora 20

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PRECIO			
Null Hypothesis: PRECIO has a unit root		Null Hypothesis: PRECIO has a unit root	
Exogenous: Constant		Exogenous: Constant	
Lag Length: 13 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)	
	t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.249759	0.6542
Test critical values:	1% level	-3.440584	
	5% level	-2.865946	
	10% level	-2.569175	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.			

Gráfico 17. Prueba Dickey-Fuller Hora 19 - 20. Fuente: Elaboración Propia.

## Hora 21

## Hora 22

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PRECIO			
Null Hypothesis: PRECIO has a unit root		Null Hypothesis: PRECIO has a unit root	
Exogenous: Constant		Exogenous: Constant	
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)	
	t-Statistic		Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.413087	Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.236335 0.6602
Test critical values:	1% level -3.440403	Test critical values:	1% level -3.440403
	5% level -2.865867		5% level -2.865867
	10% level -2.569132		10% level -2.569132
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		*MacKinnon (1996) one-sided p-values.	

Gráfico 18. Prueba Dickey-Fuller Hora 21 - 22. Fuente: Elaboración Propia.

## Hora 23

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLPRECIO			
Null Hypothesis: PRECIO has a unit root		Null Hypothesis: PRECIO has a unit root	
Exogenous: Constant		Exogenous: Constant	
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)	
	t-Statistic		Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.287444	Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.287444 0.6370
Test critical values:	1% level -3.440403	Test critical values:	1% level -3.440403
	5% level -2.865867		5% level -2.865867
	10% level -2.569132		10% level -2.569132
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		*MacKinnon (1996) one-sided p-values.	

Gráfico 19. Prueba Dickey-Fuller Hora 23. Fuente: Elaboración Propia.

Para todas las horas analizadas se observa que el valor absoluto del argumento de Dickey –Fuller es menor que los valores críticos al 1%,5%,10%, hecho que implica para las siete horas NO RECHAZAR la  $H_0$ , es decir, las series son no estacionaria.

### **1.3.2 Análisis Serie Estacionaria**

#### **1.3.2.1 Transformación se la serie original en Estacionaria**

Una vez, confirmado la no estacionariedad de las series se debe recurrir a una transformación que se da mediante un proceso estacionario en diferencias.

Según lo dicho por Gujarati “Si una serie de tiempo tiene raíz unitaria, las primeras diferencias de esta son estacionarias, en consecuencia la solución aquí, es tener las primeras diferencias de la serie de tiempo”. Es decir, para calcular las primeras diferencias de una serie se debe realizar lo siguiente:

$$Z_{\tau} = (\gamma_{\tau} - \gamma_{\tau-1}) \quad (10)$$

De esta forma, si  $\gamma_{\tau}$  mostraba una tendencia lineal,  $Z_{\tau}$  ya no la mostrara, en tal caso, se puede decir que  $\gamma_{\tau}$  es una serie temporal de primer orden, lo que se denota como (1), donde 1 es el número de veces que ha sido necesario diferenciar la serie. Generalmente una serie económica se transforma en estacionaria en media mediante uno, o máximo dos diferencias y se transforma en varianza utilizando logaritmos.

Para el caso en estudio, se diferenció una vez cada una de las siete series de tiempo y se realizaron la prueba grafica, estadística y Dickey –Fuller para comprobar la estacionariedad.

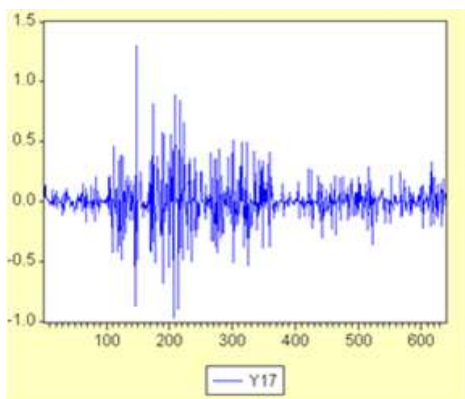
$$dprecio_i = LN[Yt/(Yt - 1)] \quad (11)$$

#### **1.3.2.2 Prueba Gráfica**

Una vez realizada la transformación, la serie estacionaria de precios de las horas analizadas, se mueve en torno a un nivel constante igual a cero, que es bastante estable para todas horas. Sin embargo, la varianza de los precios no se mantiene constante sino que va cambiando a lo largo de tiempo, como se puede apreciar en los gráficos, también se observa periodos de volatilidad baja,

es decir, periodos en donde no se presentan fuertes cambios de precio y periodos con volatilidad alta, donde se presentan fuertes cambios de precio respecto a su media. Este comportamiento en los precios es conocido como clúster de la volatilidad.

**Hora 17**



**Hora 18**

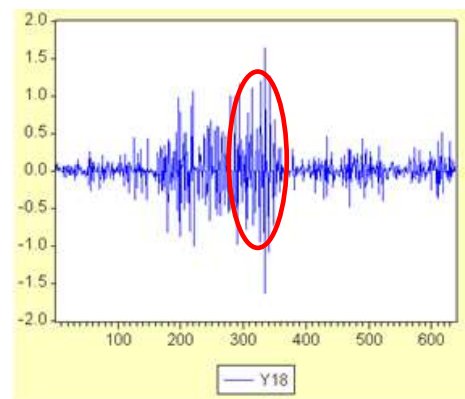
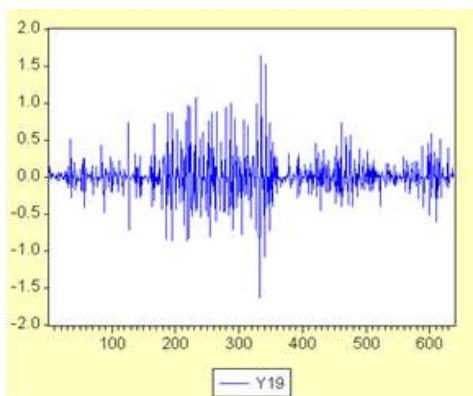


Gráfico 20. Análisis Gráfico Hora 17 – 18. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 19**



**Hora 20**

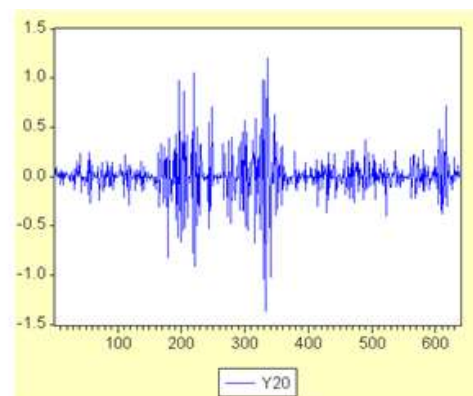
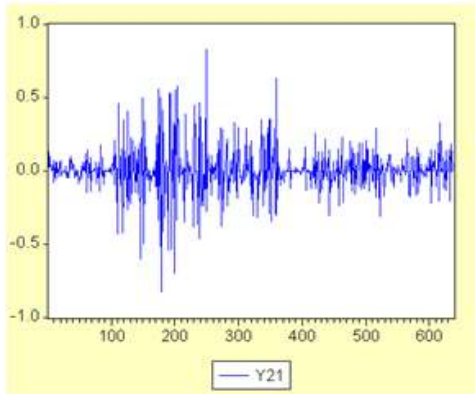


Gráfico 21. Análisis Gráfico Hora 19 - 20. Fuente: Elaboración Propia.



### Hora 21



### Hora 22

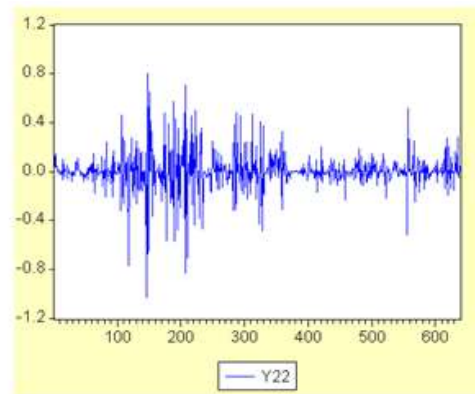


Gráfico 22. Análisis Gráfico Hora 21 - 22. Fuente: Elaboración Propia.

### Hora 23

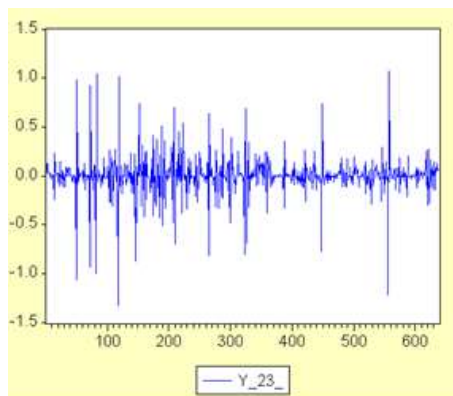
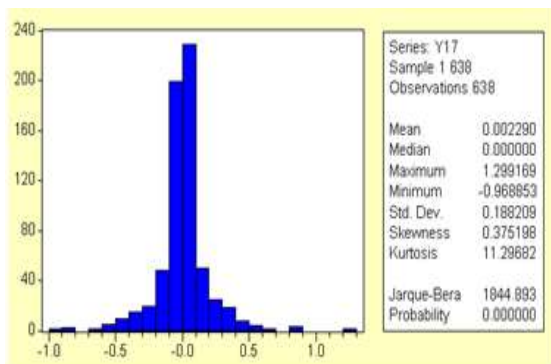


Gráfico 23. Análisis Gráfico Hora 23. Fuente: Elaboración Propia.

Por medio de las graficas, se observa que se cumple el primer principio de estacionariedad, en el cual, la media de las siete series de tiempo es cero y los valores oscilan alrededor de esta de ella.

### 1.3.2.3 Análisis Estadístico

**Hora 17**



**Hora 18**

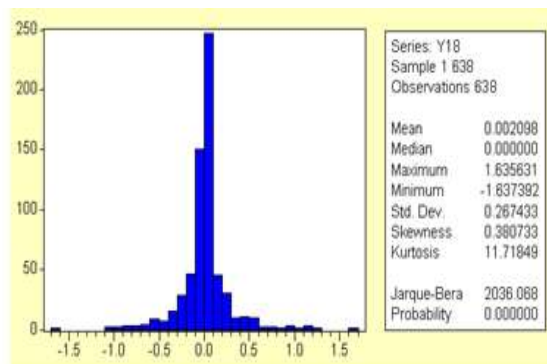
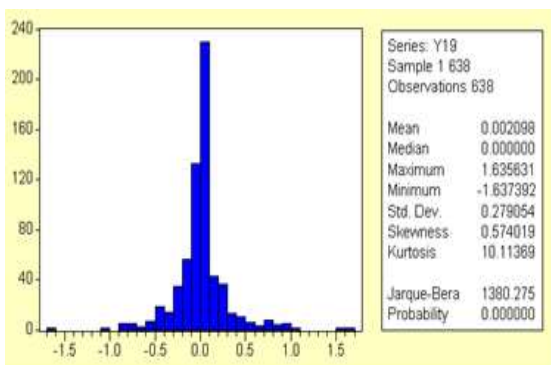


Gráfico 24. Histograma de Frecuencias Hora 17 - 18. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 19**



**Hora 20**

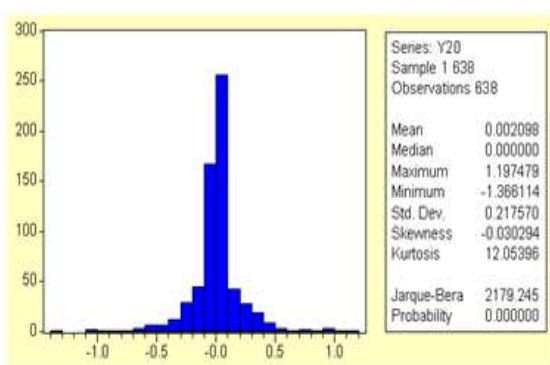
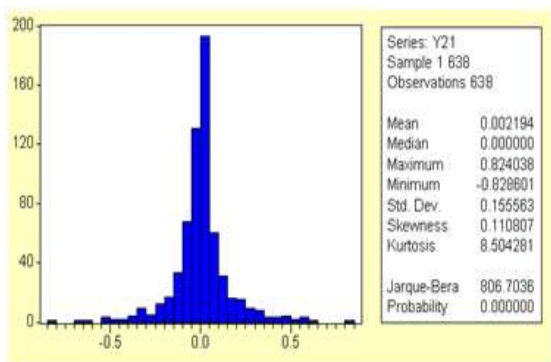


Gráfico 25. Histograma de Frecuencias Hora 19 - 20. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 21**



**Hora 22**

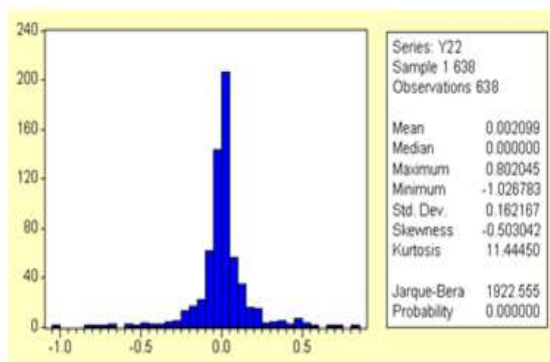


Gráfico 26. Histograma de Frecuencias Hora 21 - 22. Fuente: Elaboración Propia.

## Hora 23

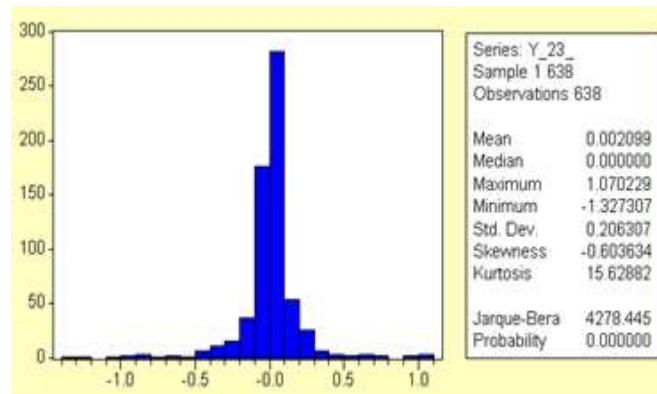


Gráfico 27. Histograma de Frecuencias Hora 23. Fuente: Elaboración Propia.

Como se observa en las graficas la media para cada una de las series de precio es constante, lo cual permite el cumplimiento del segundo principio de estacionariedad.

### 1.3.2.4 Prueba de Raíz Unitaria: Prueba Dickey Fuller

De acuerdo con los resultados obtenidos mediante la prueba de Dickey – Fuller, se confirma la estacionariedad de la serie, debido a que el valor absoluto de t-estadístico es mayor que los valores absolutos de los valores críticos al 1%,5%,10%, implicando la estacionariedad de la serie en media.

## Hora 17

## Hora 18

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PRECID					
Null Hypothesis: Y17 has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 7 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)			Null Hypothesis: Y18 has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 12 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		
t-Statistic			t-Statistic		
Prob.*			Prob.*		
Augmented Dickey-Fuller test statistic			Augmented Dickey-Fuller test statistic		
	-9.606057	0.0000		-12.43842	0.0000
Test critical values:		1% level	-3.440501	Test critical values:	
	5% level	-2.865910	1% level		-3.440584
	10% level	-2.569155	5% level		-2.865946
			10% level		-2.569175

Gráfico 28. Prueba Dickey-Fuller Hora 17 - 18. Fuente: Elaboración Propia.

### Hora 19

### Hora 20

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PRECIO					
Null Hypothesis: Y19 has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 12 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)			Null Hypothesis: Y20 has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 5 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		
t-Statistic			t-Statistic		
Prob.*			Prob.*		
Augmented Dickey-Fuller test statistic -13.17127			Augmented Dickey-Fuller test statistic -16.34947		
0.0000			0.0000		
Test critical values:	1% level	-3.440584	Test critical values:	1% level	-3.440468
	5% level	-2.865946		5% level	-2.865895
	10% level	-2.569175		10% level	-2.569147

Gráfico 29. Prueba Dickey-Fuller Hora 19 - 20. Fuente: Elaboración Propia.

### Hora 21

### Hora 22

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PRECIO					
Null Hypothesis: Y21 has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)			Null Hypothesis: Y22 has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		
t-Statistic			t-Statistic		
Prob.*			Prob.*		
Augmented Dickey-Fuller test statistic -25.00817			Augmented Dickey-Fuller test statistic -19.65850		
0.0000			0.0000		
Test critical values:	1% level	-3.440403	Test critical values:	1% level	-3.440419
	5% level	-2.865867		5% level	-2.865874
	10% level	-2.569132		10% level	-2.569136

Gráfico 30. Prueba Dickey-Fuller Hora 21 - 22. Fuente: Elaboración Propia.

## Hora 23

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PRECIO		
Null Hypothesis: Y_23_ has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		
		t-Statistic Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-20.56141 0.0000
Test critical values:	1% level	-3.440419
	5% level	-2.865874
	10% level	-2.569136

Gráfico 31. Prueba Dickey-Fuller Hora 23. Fuente: Elaboración Propia.

Una vez transformada la serie en diferencias estacionarias, la serie de tiempo horaria de los precios de la Energía puede ser modelada, utilizando modelos Auto-Regresivos integrados con medias móviles, es decir, este proceso puede ser descrito mediante un proceso ARIMA (p,d,q), donde  $p$  es el número de términos Auto regresivos,  $d$  el número de veces que la serie debe ser diferenciada y  $q$  es el termino de media móvil.

### 1.4 Identificación del Modelo ARIMA

Esta fase consiste en determinar el modelo más adecuado para la serie, es decir, el orden de los procesos autorregresivos y de medias móviles de las componentes regular y estacional.

Los modelos ARIMA, como su nombre lo indica, estos integran modelos Ar y modelos Ma en una sola expresión, lo que indica que una variable  $Y_t$  esta explicada tanto por los valores tomados en el pasado, como por los errores cometidos en estimaciones pasadas.

Un modelo ARIMA está compuesto por 3 procesos,

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \alpha_t + \phi_1 \alpha_t + \phi_1 \alpha_{t-1} + \dots + \phi_q \alpha_{t-q} \quad (12)$$

- a) El Autoregresivo (Ar)
- b) Integrado (I)
- c) Medias móviles (Ma), este último consiste en explicar el comportamiento de la variable  $Y_t$  a través de los errores diariamente anteriores.

#### 1.4.1 Modelo AR

Consiste en realizar una regresión de variables  $Y_t$ , sobre sí misma, es decir, una Auto-Regresión sobre los valores que la variable tomo en el pasado.

Un modelo Ar(1) puede ser descrito de la siguiente forma:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \alpha_t \quad (13)$$

Un modelo que explique los valores tomados por  $Y_t$  en 2 periodos pasados da lugar a un Ar(2).

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \alpha_t \quad (14)$$

En general un  $Ar(p)$ ,

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_{t-p} Y_{t-p} + \alpha_t \quad (15)$$

En series con componente estacional es común que se observe un desfase que coincide con la periodicidad de los datos, en estos casos son muy útiles los modelos SAR.

### 1.4.2 Modelo SAR

Un modelo Ar es aquel que relaciona la variable  $\gamma_\tau$  con sus retardos inmediatamente anteriores.

Cuando se modela una serie estacional una comparación adecuada es aquella en la que se compara una hora, de un mes de un determinado año con la misma hora, el mismo mes con el año inmediatamente anterior, esto da lugar a los modelos Sar, los cuales, están definidos como:

$$\gamma_\tau = \phi_0 + \phi_1\gamma_{\tau-s} + \alpha_\tau \quad (16)$$

Donde,

$s$  = Periodicidad de los datos, si es diario,  $s$  es igual a 24.

### 1.4.3 Modelo MA

Un modelo Ma(1) esta dado por,

$$\gamma_\tau = \mu + \alpha_\tau + \phi_1\alpha_{\tau-1} \quad (17)$$

Donde,

$\mu$  = Constante alrededor de la cual la variable se mueve.

$\alpha_\tau$  = Errores en el periodo  $\tau$ .

$\phi_1\alpha_{\tau-1}$  = Errores estimados de la variable en los períodos anteriores.

En general, un modelo  $Ma(q)$  esta dado por:

$$\gamma_\tau = \mu + \alpha_\tau + \phi_1\alpha_{\tau-1} + \dots + \phi_q\alpha_{\tau-q} \quad (18)$$

Una vez comprendido el concepto de los modelos ARIMA, se aplicó este concepto a las siete series analizadas en este estudio y se concluyó que el modelo que mejor se ajusta a la volatilidad intradía de los precios de la energía en Colombia son:

HORA	AR(p)	I(d)	MA(q)	ECUACION
17	AR(1)	I(1)	MA(7)	$\gamma_{\tau} = \mu + \phi_1 \gamma_{\tau-1} + \phi_1 \alpha_{\tau-7}$
18	AR(1)	I(1)	MA(1)	$\gamma_{\tau} = \mu + \phi_1 \gamma_{\tau-1} + \phi_1 \alpha_{\tau-1}$
19	AR(1)	I(1)	MA(1)	$\gamma_{\tau} = \mu + \phi_1 \gamma_{\tau-1} + \phi_1 \alpha_{\tau-1}$
20	AR(2)	I(1)	MA(3)	$\gamma_{\tau} = \mu + \phi_1 \gamma_{\tau-2} + \phi_1 \alpha_{\tau-3}$
21	AR(1)	I(1)	MA(2)	$\gamma_{\tau} = \mu + \phi_1 \gamma_{\tau-1} + \phi_1 \alpha_{\tau-2}$
22	AR(11)	I(1)	MA(11)	$\gamma_{\tau} = \mu + \phi_1 \gamma_{\tau-11} + \phi_1 \alpha_{\tau-11}$
23	AR(0)	I(1)	MA(1)	$\gamma_{\tau} = \mu + \alpha_{\tau} + \phi_1 \alpha_{\tau-1}$

Donde,

$\gamma_t$  = El precio de la energía eléctrica en el tiempo ( $t$ ), para la hora  $i$ .

$\gamma_{t-1}$  = El precio de la energía eléctrica en el pasado para la hora  $i$ .

$\alpha_{t-1}$  = Son los errores pasados cometidos en la estimación.



## 1.5 Modelos Arch-Garch

Las varianzas y desviaciones estándar en finanzas podrían ser interpretadas como incertidumbre alrededor de las relaciones económicas que se plantean. En norteamericano, Robert Engle, propuso que la incertidumbre pasada ocasionaba efectos sobre el comportamiento presente de las variables, hecho que se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$\sigma^2 = V(\mu_\tau) \quad (19)$$

$$\sigma^2 = \phi_0 + \phi_1\mu_{\tau-1}^2 + \dots + \phi_p\mu_{\tau-p}^2$$

Claramente si los,  $\phi_0 = \phi_1 = \dots = \phi_p = 0$ ; se dice que no hay efecto Garch.

Es posible encontrar series de tiempo en las cuales hay periodos de mayor varianza que en otros, lo importante no es que una sola observación muestre una volatilidad alta, sino que una serie de valores consecutivos lo haga. Reconociendo que la incertidumbre del pasado tiene efectos en el valor presente de una variable.

La volatilidad calculada a partir de modelos Arch – Garch va en contra de la volatilidad Histórica que asume una varianza homoscedástica, lo que permite una estimación incondicional.

En negociaciones del precio de la energía eléctrica, las decisiones que se toman están en función de la incertidumbre esperada para un período futuro específico y no para el futuro en general. La necesidad de predecir la volatilidad condicional futura es la que hace relevante a los modelos Arch.

Robert Engle (1982), propuso modelar la volatilidad en función de los choques del pasado  $\varepsilon_\tau$ , donde el error está condicionado al conjunto de información en el tiempo ( $I_\tau$ ), con ruido blanco, es decir, un proceso con media cero y varianza constante.

$$\varepsilon_{\tau}/1\tau \sim N(0, \sigma^2)$$

### 1.5.1 Modelo Arch

$$\sigma^2 = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{\tau-1}^2 + \phi_2 \varepsilon_{\tau-2}^2 + \dots + \phi_q \varepsilon_{\tau-q}^2 + \vartheta_{\tau} \quad (20)$$

Donde,

$\sigma^2$  = es la predicción de los errores condicionales del pasado  $\varepsilon_{\tau-q}^2$ .

$\vartheta_{\tau}$  = ruido blanco.

### 1.5.2 Modelos Garch

Los modelos GARCH, fueron propuestos por Bollersleu (1986), como una generalización de los modelos ARCH.

$$\sigma^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_{\tau-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{\tau-2}^2 + \alpha_p \sigma_{\tau-p}^2 + \phi_1 \varepsilon_{\tau-1}^2 + \phi_2 \varepsilon_{\tau-2}^2 + \dots + \phi_q \varepsilon_{\tau-q}^2 + \vartheta_{\tau} \quad (21)$$

Donde,

$p$  = Número de rezagos de la varianza.

$q$  = Número de rezagos de los errores al cuadrado.

La volatilidad no solo depende de las observaciones anteriores sino que además de la volatilidad pasada.

## 1.6 Análisis Heteroscedásticos de los Errores al Cuadrado

Para corroborar la necesidad del uso de modelos ARCH-GARCH, se realizó, un análisis heteroscedásticos de los errores al cuadrado para cada una de las series del precio intradía de la energía eléctrica propuestas en este trabajo. Siendo así, la prueba de hipótesis  $H_0$ : NO HAY EFECTO ARCH.

Hora 17	Hora 18
<b>ARCH Test:</b>	<b>ARCH Test:</b>
F-statistic 56.41499 Probability 0.000000	F-statistic 10.67292 Probability 0.001146
Obs*R-squared 51.96865 Probability 0.000000	Obs*R-squared 10.52776 Probability 0.001176

Tabla 6. Análisis Heteroscedásticos Hora 17 – 18. Fuente: Elaboración Propia.

Hora 19	Hora 20
<b>ARCH Test:</b>	<b>ARCH Test:</b>
F-statistic 21.99339 Probability 0.000003	F-statistic 32.74470 Probability 0.000000
Obs*R-squared 21.31585 Probability 0.000004	Obs*R-squared 31.23252 Probability 0.000000

Tabla 7. Análisis Heteroscedásticos Hora 19 – 20. Fuente: Elaboración Propia.

### Hora 21

### Hora 22

ARCH Test:	ARCH Test:
F-statistic 29.62534 Probability 0.000000	F-statistic 104.1169 Probability 0.000000
Obs*R-squared 28.39210 Probability 0.000000	Obs*R-squared 89.51473 Probability 0.000000

Tabla 8. Análisis Heteroscedásticos Hora 21 – 22. Fuente: Elaboración Propia.

### Hora 23

ARCH Test:
F-statistic 13.04843 Probability 0.000328
Obs*R-squared 12.82597 Probability 0.000342

Tabla 9. Análisis Heteroscedásticos Hora 23. Fuente: Elaboración Propia.

Al realizar la prueba se obtuvo que para todas las horas se rechazó la hipótesis nula  $H_0$ , lo que implica la existencia de efectos ARCH en las series estudiadas.

Una vez comprobada la Heteroscedasticidad de los errores se procede a la estimación de los modelos ARCH y GARCH, los cuales, se encargan de modelar la varianza de las series sin eliminar la volatilidad.

Empleando la metodología ARCH-GARCH, se utilizaron los modelos arima(p,i,q) calculados anteriormente, AR (p) y MA (q), para cada una de las 7 horas analizadas:

$$\gamma_{\tau} = \phi_0 + \phi_1 \sigma_{\tau-p}^2 + \alpha_1 \varepsilon_{\tau-q} \quad (22)$$

Este modelo fue aplicado a las 7 horas analizadas en el presente trabajo.

## 1.7 Resultados Obtenidos

Una vez aplicada el modelo AR (p) MA (q) para cada una de las series se procedió a aplicar la formula de volatilidad que está dada por la siguiente ecuación:

$$\sigma_{Arch-Garch} = \sqrt{\frac{c}{[1-Resid(-1)^2-Garch]}} \quad (23)$$

**Hora 17:** El valor de la constante ©, Arch (Resid (-1)<sup>2</sup>) y Garch son, 0.000272, 0.1141, 0.8847, respectivamente, obteniendo así, una persistencia de 0.0011 y volatilidad equivalente a 49.15%.

Dependent Variable: Y17				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Date: 05/11/10 Time: 20:59				
Sample (adjusted): 2 638				
Included observations: 637 after adjustments				
Convergence achieved after 20 iterations				
MA backcast: -5 1, Variance backcast: ON				
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.238970	0.041268	-5.790742	0.0000
MA(7)	0.144460	0.044452	3.249773	0.0012
Variance Equation				
C	0.000272	6.06E-05	4.485281	0.0000
RESID(-1)^2	0.114157	0.014810	7.708142	0.0000
GARCH(-1)	0.884717	0.012449	71.06487	0.0000

Tabla 10. Análisis Arch-Garch Hora 17. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 18:** El valor de la constante ©, Arch (Resid (-1)<sup>2</sup>) y Garch son, 0.027031, 0.65873, 0, respectivamente, obteniendo así, una persistencia de 0.3412 y volatilidad equivalente a 28.14%.

Dependent Variable: Y18				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Date: 05/11/10 Time: 21:12				
Sample (adjusted): 9 638				
Included observations: 630 after adjustments				
Convergence achieved after 45 iterations				
MA backcast: 1 8, Variance backcast: ON				
GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.347472	0.031822	10.91933	0.0000
SAR(7)	0.908412	0.023013	39.47444	0.0000
MA(1)	-0.865905	0.019753	-43.83750	0.0000
SMA(7)	-0.780826	0.036151	-21.59882	0.0000
Variance Equation				
C	0.027031	0.001214	22.27029	0.0000
RESID(-1)^2	0.658732	0.072406	9.097756	0.0000

Tabla 11. Análisis Arch-Garch Hora 18. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 19:** El valor de la constante ©, Arch (Resid (-1)<sup>2</sup>) y Garch son, 0.0010, 0.0979, 0.8859, respectivamente, obteniendo así, una persistencia de 0.016 y volatilidad equivalente a 24.96%.

Dependent Variable: Y19				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Date: 05/11/10 Time: 21:47				
Sample (adjusted): 9 638				
Included observations: 630 after adjustments				
Convergence achieved after 21 iterations				
MA backcast: 8, Variance backcast: ON				
GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 + C(6)*GARCH(-1)				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.447623	0.042430	10.54962	0.0000
SAR(7)	0.244341	0.044386	5.504874	0.0000
MA(1)	-0.953757	0.014689	-64.93170	0.0000
Variance Equation				
C	0.001002	0.000213	4.700770	0.0000
RESID(-1)^2	0.097945	0.017740	5.521261	0.0000
GARCH(-1)	0.885966	0.017944	49.37508	0.0000

Tabla 12. Análisis Arch-Garch Hora 19. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 20:** El valor de la constante ©, Arch (Resid (-1)<sup>2</sup>) y Garch son, 0.000667, 0.1754, 0.8195, respectivamente, obteniendo así, una persistencia de 0.00505 y volatilidad equivalente a 36.36%.

Dependent Variable: Y20				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Date: 05/11/10 Time: 21:54				
Sample (adjusted): 3 638				
Included observations: 636 after adjustments				
Convergence achieved after 29 iterations				
MA backcast: 0 2, Variance backcast: ON				
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(2)	-0.146028	0.045920	-3.180067	0.0015
MA(3)	-0.113115	0.040093	-2.821353	0.0048
Variance Equation				
C	0.000667	0.000132	5.045912	0.0000
RESID(-1)^2	0.175403	0.016086	10.90398	0.0000
GARCH(-1)	0.819551	0.009703	84.46403	0.0000

Tabla 13. Análisis Arch-Garch Hora 20. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 21:** El valor de la constante ©, Arch (Resid(-1)<sup>2</sup>) y Garch son, 0.01053, 0.6816, 0, respectivamente, obteniendo así, una persistencia de 0.3183 y volatilidad equivalente a 17.95%.

Dependent Variable: Y21				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Date: 05/11/10 Time: 22:10				
Sample (adjusted): 2 638				
Included observations: 637 after adjustments				
Convergence achieved after 18 iterations				
MA backcast: 0 1, Variance backcast: ON				
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.458621	0.029484	-15.55501	0.0000
MA(2)	-0.155735	0.024516	-6.352336	0.0000
Variance Equation				
C	0.010253	0.000419	24.49384	0.0000
RESID(-1)^2	0.681619	0.076203	8.944781	0.0000

Tabla 14. Análisis Arch-Garch Hora 21. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 22:** El valor de la constante ©, Arch (Resid(-1)<sup>2</sup>) y Garch son, 0.0151, 0.5420, y 0, respectivamente, obteniendo así, una persistencia de 0.4579 y volatilidad equivalente a 18,18%.

Dependent Variable: Y22				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Date: 05/11/10 Time: 23:02				
Sample (adjusted): 12 638				
Included observations: 627 after adjustments				
Convergence achieved after 18 iterations				
MA backcast: 1 11, Variance backcast: ON				
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(11)	-0.909983	0.022662	-40.15395	0.0000
MA(11)	0.854362	0.032988	25.89880	0.0000
Variance Equation				
C	0.015132	0.000560	27.00599	0.0000
RESID(-1)^2	0.542071	0.057620	9.407689	0.0000

Tabla 15. Análisis Arch-Garch Hora 22. Fuente: Elaboración Propia.

**Hora 23:** El valor de la constante ©, Arch (Resid(-1)<sup>2</sup>) y Garch son, 0.02815, 0.1765, y 0, respectivamente, obteniendo así, una persistencia de 0.82 y volatilidad equivalente a 18.49%.

Dependent Variable: Y_23_				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Date: 05/11/10 Time: 22:49				
Sample: 1 638				
Included observations: 638				
Convergence achieved after 58 iterations				
MA backcast: 0, Variance backcast: ON				
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
MA(1)	-0.454185	0.043410	-10.46263	0.0000
Variance Equation				
C	0.028150	0.000670	42.00351	0.0000
RESID(-1)^2	0.176570	0.079840	2.211545	0.0270

Tabla 16. Análisis Arch-Garch Hora 23. Fuente: Elaboración Propia.



## 1.8 Análisis Comparativo

Determinada la volatilidad mediante las metodologías estudiadas anteriormente, se procedió a realizar un análisis comparativo de ellas, obteniendo como resultado que la volatilidad dinámica manifiesta la volatilidad más baja, seguida de la volatilidad histórica, siendo el resultado más alto el obtenido por el método ARCH-GARCH, para cada una de las siete (7) horas analizadas.

	Volatilidad Dinámica	Volatilidad Histórica	Volatilidad Garch
Hora 17	14,61%	18,82%	49,15%
Hora 18	22,16%	26,74%	28,14%
Hora 19	23,49%	27,91%	24,93%
Hora 20	18,34%	21,76%	36,36%
Hora 21	12,33%	15,56%	17,95%
Hora 22	12,46%	16,22%	18,18%
Hora 23	16,16%	20,63%	18,49%

Tabla 17. Análisis Comparativo Volatilidad Arch-Garch, Histórica y Dinámica. Fuente: Elaboración Propia.

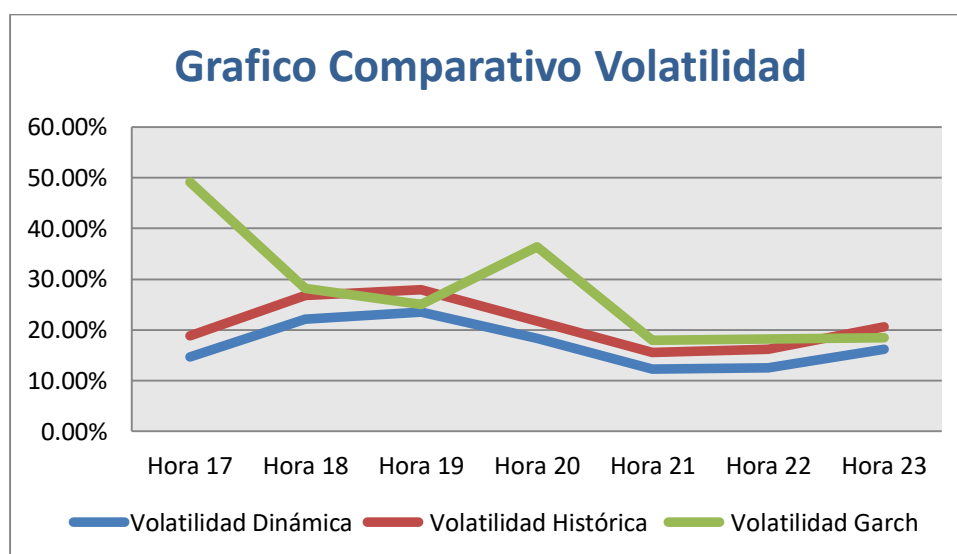


Gráfico 32. Análisis Comparativo Volatilidad Arch-Garch, Histórica y Dinámica. Fuente: Elaboración Propia

Como se observa en el Grafico 32, las horas con mayor presencia de volatilidad (Arch-Garch), son las Hora17 y Hora20, con valores de 49.14%, y 36.35%, respectivamente, a diferencia de las metodologías históricas y dinámica, donde las horas más volátiles fueron, la Hora 18 y Hora 19.

El análisis anterior conlleva a la pregunta: ¿Cual metodología se ajusta mejor al comportamiento real de la serie de precios de la energía eléctrica para el caso colombiano?.

Para responder a esta pregunta fue necesario recurrir a un gráfico de bandas, el cual pertenece a la Hora 21 para facilitar los cálculos y se muestra a continuación:

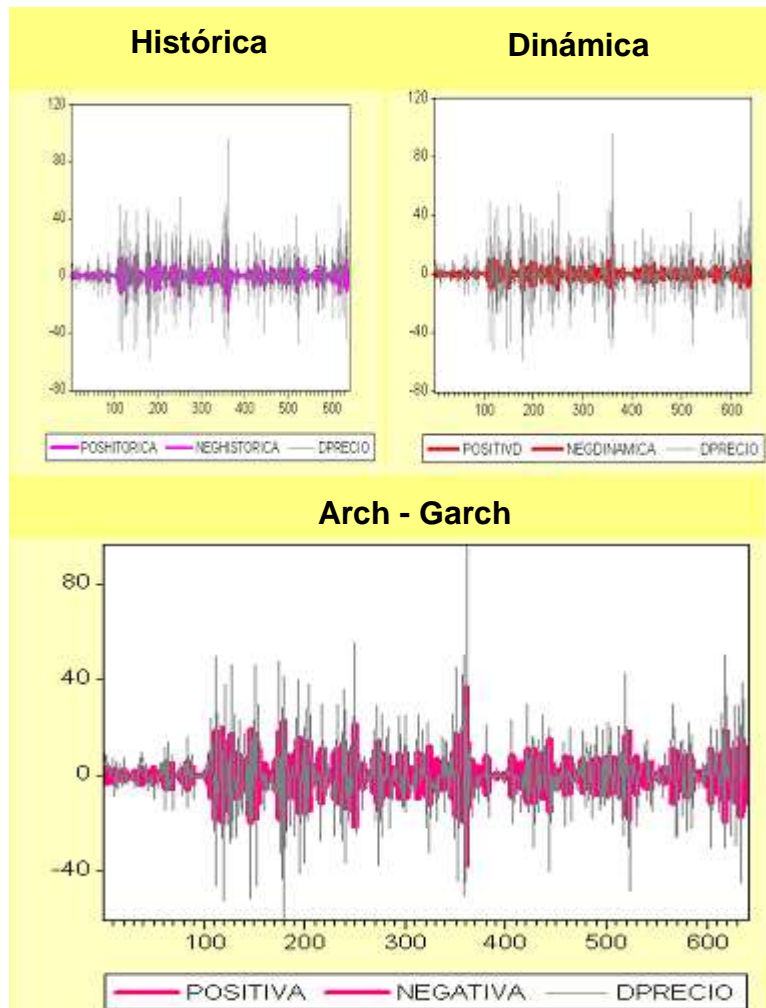


Grafico 33. Grafico de Bandas. Fuente: Elaboración Propia.

Gráficamente se observa como la volatilidad dinámica e histórica no se ajustan al comportamiento real de la serie, mientras que la volatilidad calculada a partir del método ARCH-GARCH se comporta de una mejor manera, es decir, recoge las variaciones del precio de forma más precisa.

## CONCLUSIONES

El presente trabajo permitió la caracterización de el mercado energético colombiano como un mercado con presencia de: i). Volatilidad intradia superior al 20%, ii). Agrupación de volatilidades, iii). Ocurrencia de eventos extremos, en los que el precio de la energía eléctrica alcanza un valor máximo de \$ 438.34 para el día 10 de Noviembre de 2008 y un valor mínimo de \$ 29.2 para el día 26 de Mayo de 2008 y iii). Reversión a la media.

La utilización de la metodología ARCH-GARCH, para la modelación de la volatilidad en los precios intradia de la energía eléctrica, para el caso colombiano, arrojo como resultado la presencia de altas volatilidades intradia en el mercado energético, las cuales, podrían estar explicadas por el comportamiento pasado del precio y por la volatilidad pasada del mismo. Siendo así, de valiosa importancia el pasado de la variable en el comportamiento pasado y futura de la misma.

Al realizar una comparación entre que método para el cálculo de la volatilidad (Histórico, Dinámico y ARCH-GARCH) se ajustaba mejor al comportamiento real de el precio intradia de la energía eléctrica, se observó que los modelos ARCH-GARCH, capturan de una manera más precisa los movimientos del precio para el período analizado.

Las horas analizadas, son consideras **horas pico**, por la teoría energética, tiempo en el cual, la demanda y consumo de energía eléctrica aumenta considerablemente. De acuerdo con el análisis de volatilidad ARCH-GARCH, la horas en las cuales la volatilidad se incrementa significativamente son la Hora17 y Hora20, con valores de 49.14%, y 36.15%, respectivamente, valores que deben ser tenidos en cuenta por los inversionistas a la hora de realizar

operaciones de mercado ya que ante un buen manejo de riesgo y excelentes operaciones de cobertura estas volatilidades pueden convertirse en rendimientos exuberantes.

La evidencia internacional muestra que la energía eléctrica, es uno de los commodities con mayor presencia de volatilidad, siendo esta superior al 45%, como es el caso de California y menos del 20% para otros commodities, por lo tanto, Colombia, no es ajena a este comportamiento, en razón a que los resultados obtenidos la volatilidad (ARCH-GARCH) mínima fue de 17.95%, para la Hora21 y la máxima, fue la presentada por la Hora17 de 49.15%. (Anexo 1)

Así mismo, en otros estudios adicionales (Precio Mínimo, Máximo y Promedio), se concluyó que, a menor precio de energía eléctrica, mayor presencia de volatilidad, en comparación con los resultados obtenidos por el precio máximo y promedio.

## BIBLIOGRAFIA

- ANEXO I. [http://www.eia.doe.gov/cneaf/electricity/chg\\_str\\_fuel/html/chapter3.html](http://www.eia.doe.gov/cneaf/electricity/chg_str_fuel/html/chapter3.html)
- ANEXO II, [http://www2.isa.com.co/gmem/servicios\\_informacion/servicis/capitulo3/isacom/FR88\\_18/isa.htm](http://www2.isa.com.co/gmem/servicios_informacion/servicis/capitulo3/isacom/FR88_18/isa.htm)
- BROOKS, Chris. *Introductory econometrics for finance. 2 Edition, 2008.*
- COSTA RAN, Luis y FONT VILALTA, Monserrate. *Comodities “Mercados financieros sobre materias primas. 1993.*
- DE ARCE, Rafael. *Introducción a los Modelos Autorregresivos con Heteroscedasticidad Condicional (ARCH). 1998.*
- DE ARCE, Rafael. *20 años de modelos ARCH “Una visión de conjunto de las distintas variantes de la familia”. Madrid.*

- *DIAZ CONTRERAS, Jhon Alexis. Teoría de subastas y su aplicación a los mercados de energía. Magíster (c) en economía de la universidad Nacional de Colombia. Revista Opciones universidad Autónoma de Bucaramanga.*
- *DIAZ CONTRERAS, Jhon A “Notas de clase economía intermedia”. Universidad Autónoma de Bucaramanga.*
- *FERNANDEZ BUTRAGUEÑO, Laurentino. Sistema univariante y multivariante de predicción de la volatilidad para mercados financieros. Proyecto de grado (Ingeniero Informático), Sep 2008. Universidad Pontificia Comillas, Madrid.*
- *GIL ZAPATA, Martha. Modelación de los precios de la energía eléctrica en Colombia. Universidad EAFIT, 2007. Proyecto de investigación (Maestría en Finanzas).*
- *Gujarati, D. (2006). Econometría. 4° Edición. Mc Graw Hill. México. Capítulos 21 y 22.*
- *HARRIS, Chris. Electricity markets pricing, structures and economics. 2006.*
- *PEREZ RAMIREZ, Fredy. “Introducción a las series de tiempo en métodos paramétricos”.*

- *POPAYAN, Andrés y ROBELTO, Giovanni. Estructura de propiedad en el sector de generación eléctrica en Colombia. Universidad de La Salle. Facultad de Ingeniería Electricista.*
- *Simulación y predicción en contextos con información histórica. Modelos ARIMA. Modelos de vectores autorregresivos (VAR). Modelos de vectores de corrección del error (VEC).*
- *WERON. Rafael. Modelling and forecasting electricity loads and prices. 2006.*



# **ANEXOS**

## Anexo I

### PRICE VOLATILITY

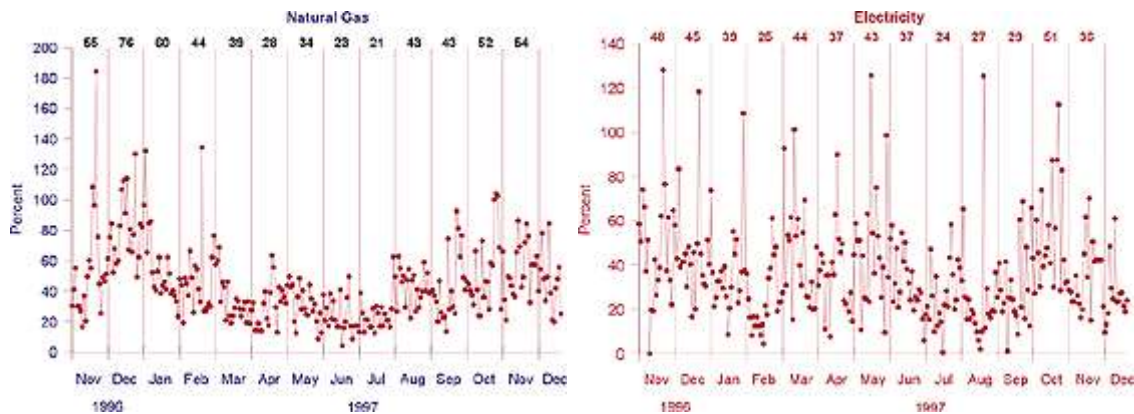
Price volatility refers to rapid and significant price variability. Volatility can be measured as relative deviations around an average price value. Volatility is commonly higher for electricity and natural gas than for other commodities. **Most commodities exhibit price volatility of less than 20 percent, whereas the average price volatility for natural gas and electricity generally exceeds 40 percent** (Figure 15). For example, the average price variability during the 8-month period from November 1996 through June 1997 was about 45 percent for natural gas and for electricity, more than twice that for other commodities. The volatility for natural gas declined between December and May, but the volatility for electricity remained fairly constant.

The decline in the volatility of natural gas prices in the spring could reflect the simple fact that natural gas prices are influenced greatly by temperature, the variability of which is at its lowest in the spring. Natural gas, much more than electricity, is used for space heating, which is a very temperature-sensitive use of energy. On the other hand, electricity price variability is influenced not only by temperature variability but also by unplanned outages of generators and a greater number of transmission problems. In addition, the inability to store electrical energy means that buffer stocks are not available to respond to unexpected contingencies throughout the year.

#### **The Need for Futures Markets in Price-Volatile Spot Markets**

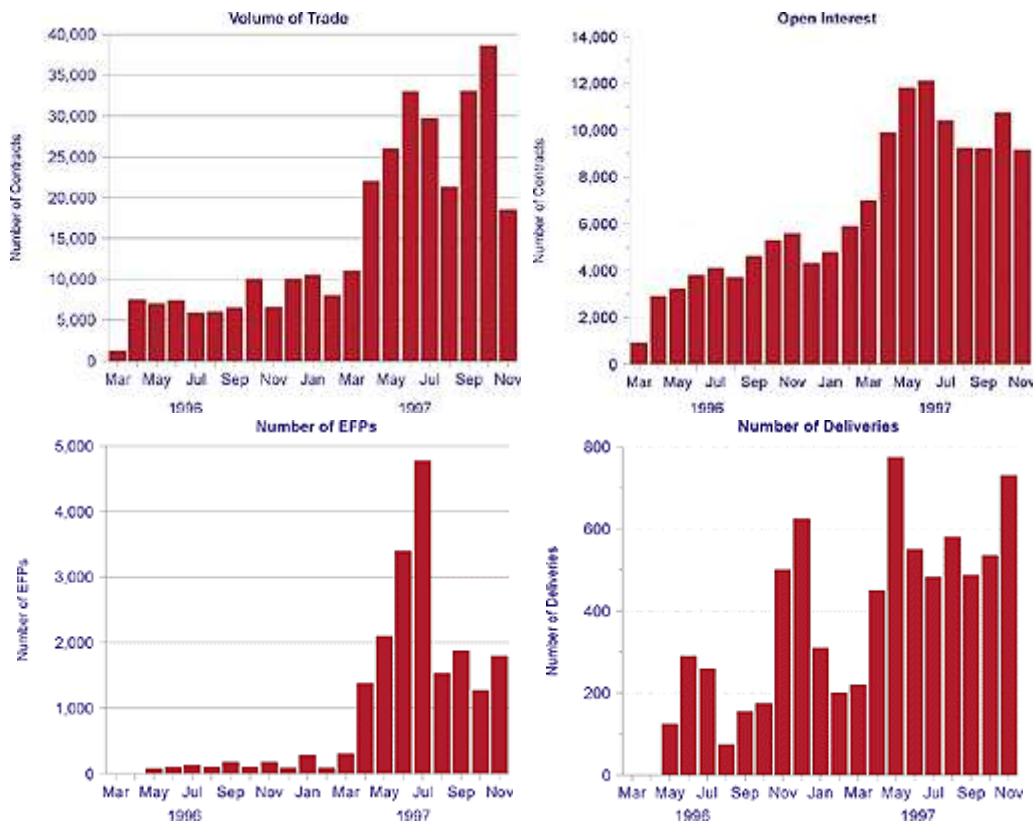
Significant amounts of price volatility in a market support the development and growth of futures markets because of the great price risk in such markets. Price volatility is a fact of economic life in deregulated commodity markets, subject to the whims of nature and other forces outside an industry's control. Companies need to manage price risk so that they can both concentrate their energies on other aspects of their business and protect income streams for investments.

Hence, futures markets have been developed as a way to manage price risk. Because of the great volatility in natural gas markets, the growth of the natural gas futures market has been phenomenal. Most recently, the growth in the electricity futures contract markets has also been impressive (Figure 16).



**Figure 15. Volatilities for Natural Gas (Henry Hub) and Electricity (California-Oregon Border)**

Important factors for the development of a futures contract market typically are the availability of a standardized product and an active spot market. Spot markets for natural gas have developed all across the United States as the industry has become increasingly competitive. Natural gas and electricity are both highly standardized commodities. In fact, standardization is necessary in both industries to avoid operational problems. The characteristics of natural gas are similar in different markets scattered across the United States. This, in part, explains the growth in the volume of transactions on spot and futures markets for the commodity. There is usually much more variability in the characteristics of such well-known commodities as corn and wheat at different locations than there is for natural gas and electricity.



**Figure 16. Electricity Futures Contracts**

Because location is an important attribute even for a homogenous product, a delivery point must be established for futures trading. The location chosen for a delivery point for a futures market is usually where there is a very active spot market and where delivery problems are not likely to occur. Even though futures contracts are primarily financial instruments for price hedging or fixing the price of energy, deliveries through a futures contract do, in fact, occur, and when they do occur, the futures exchange has a great interest in maintaining ease of delivery.

Futures markets thrive on the frequent exchange of futures contracts. Frequent exchanges, in turn, are motivated by inherent price volatility and supported by market liquidity. An important objective of the futures contract market is to obtain broad and extensive involvement of the industry, which will support the liquidity of the market. Because participation is supported by the availability of information, futures contract markets are information-intensive markets. As new information is received about the condition of the markets, participants in the

industry open and close out positions on the futures contract market, which again provides support for liquidity.

The futures exchanges want to involve every part of the industry—both buyers and sellers of the commodity—in hedging instruments, so that it will be easy for companies to open and close out futures positions at current prices. However, the futures exchange governing board understands that the industry participant will want to take delivery at times. In these arrangements, delivery capability should never be an issue or else the industry participants may lose interest in the futures contract market, which may reduce its liquidity.<sup>136</sup>

In fact, recent growth in the electricity futures market as measured by the number of contracts was influenced in a significant way by an increase in the number of deliveries through futures contracts and the number of "exchanges of futures for physicals" (EFPs) (Figure 16). In EFPs, companies use opposite futures positions to help complete deals in the cash market. In an EFP, a prospective buyer opens a long futures position (equivalent to buying a futures contract for forward delivery) and a prospective seller opens a short futures position (equivalent to selling a futures contract for forward delivery).

The great appeal of the futures contract market is the superb price discovery associated with it and the capability of a buyer and a seller to arrange delivery some distance from the location of the delivery point for the futures contract. They accomplish this by negotiating the difference between the price on the futures contract market and the price at the location where they would like to complete an exchange. This type of arrangement is possible because both parties at different locations have the same price information available to them. They also alert the futures exchange that they intend to do an EFP, documenting the planned exchange. They simultaneously close out their opposite positions on the futures contract market when they complete the deal on the cash or physicals market.

While growth in standard deliveries can be viewed as positive from the point of view of a market providing a service, it is also suggestive of the stage of

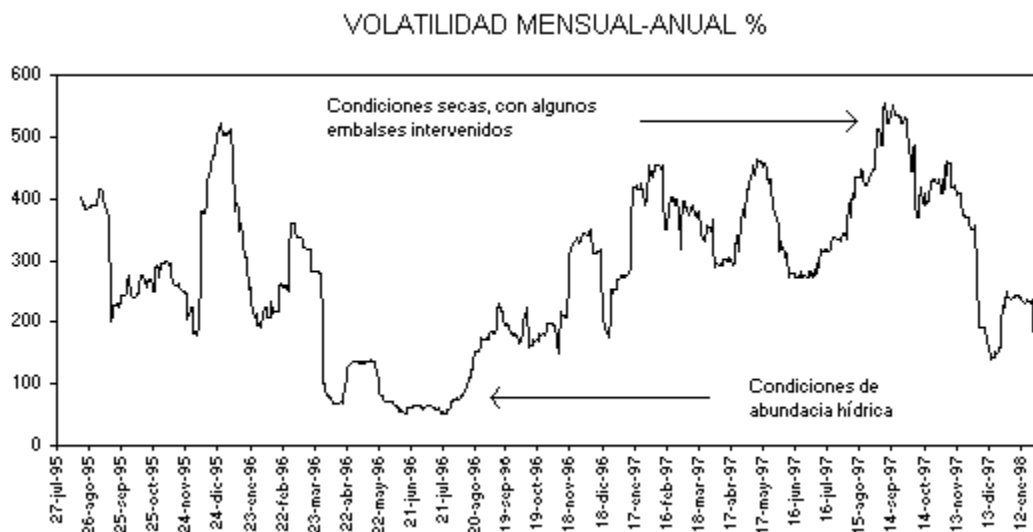
development of the electricity spot markets. If the market for 1-month deliveries of peak service (the specifications for delivery under a futures contract) had broad market participation and the futures and cash prices were converging, then participants in the futures markets would close out their positions and not take delivery through the futures contract, because delivery through a spot contract ordinarily would allow them more flexibility in terms of delivery options. Moreover, if price discovery and the delivery mechanism for 1-month peak deliveries at a large number of locations were good and the number of market participants were large, then EFPs would generally not be used to effect exchanges.

## Anexo II

### CULTURA DEL MERCADO

#### La volatilidad de precios

La volatilidad proporciona una medida de la variabilidad o dispersión de una serie por unidad de tiempo. En los mercados, es usualmente representada como la desviación estándar anual de algún indicador financiero o, más comúnmente, del precio de un bien o producto.



Esta variable es importante para determinar la probabilidad de que los precios alcancen determinados niveles en el futuro. En este sentido, la volatilidad es un insumo básico para analizar los mercados de futuros. Su uso se aplica, por ejemplo, en el cálculo del valor de las opciones o, en el caso del Sector Eléctrico Colombiano, para determinar los precios, las cantidades y la duración de los contratos de electricidad de largo plazo.

Para estimar la volatilidad futura, se puede partir de las series históricas. En primer lugar, se debe determinar el intervalo de tiempo para analizar. Como regla general, la volatilidad se calcula con base en datos diarios.

Mientras más datos se usen, mejores resultados se obtienen en cuanto a identificar las reglas históricas, en general, de máximos y mínimos. Sin embargo, al utilizar los datos más recientes se proporciona mejor información sobre el nivel de volatilidad vigente.

Datos de NYMEX (New York Mercantile Exchange) sugieren que la electricidad es probablemente el bien más volátil de los más ampliamente transados. La volatilidad típica de un fondo financiero es del 25%, del gas natural 50 a 60%, mientras que la volatilidad del mercado eléctrico de corto plazo supera el 100%.

Al observar la gráfica de la volatilidad mensual-anual del precio de Bolsa promedio diario del mercado colombiano, se confirman las anteriores apreciaciones. La volatilidad media del mercado eléctrico de corto plazo alcanza 304%. Además, en Colombia se observa una fuerte tendencia estacional en la volatilidad, relacionada con la disponibilidad de los recursos hídricos.