

Estructuración de portafolios mediante el uso de redes neuronales: un comparativo de la
rentabilidad frente a los métodos tradicionales

Trabajo de grado presentado por:

Nicolás Mancilla Martínez

María José Muñoz Arciniegas

Mayra Alexandra Sánchez Carvajal

Director:

Msc. Cristhian Andrés Vesga Bermejo

Codirector:

Msc. Víctor Ángel Ardila Acuña

Facultad de Ingeniería Financiera

Universidad Autónoma de Bucaramanga

UNAB

2019

Tabla de contenido

Introducción	1
1 Objetivos	2
2.1 Objetivo general	2
2.2 Objetivos específicos	2
3 Marco teórico	3
4.1 Introducción a la estructuración de portafolios	3
4.2 Metodologías tradicionales para estructurar portafolios	5
4.2.1 Modelo de Markowitz.....	5
4.2.2 Modelo CAPM.....	8
4.3 Ventajas y desventajas de las metodologías tradicionales.....	10
4.3.1 Ventajas y desventajas del modelo de Markowitz.....	10
4.3.2 Ventajas y desventajas del modelo CAPM.....	11
4.4 Redes neuronales	11
4.4.1 Estructura y elementos básicos	12
4.4.1.1 Funciones de entrada	14
4.4.1.2 Funciones de activación	15
4.4.1.3 Funciones de entrenamiento.....	15
4.4.2 Clasificación de las redes	17
4.4.2.1 Topología basada en la manera de realizar las conexiones.....	17

4.4.2.2 Topología basada en el número de capas	17
4.4.2.3 Topología basada en el mecanismo de aprendizaje	18
5 Antecedentes y Estado de arte	19
6 Metodología	26
6.1 Primera etapa: pronóstico mediante el uso de redes neuronales	26
6.2 Segunda etapa: estructuración de portafolios y comparativo de rentabilidades	28
7 Resultados	29
8 Conclusiones	39
9 Referencias	41

Introducción

El mercado de valores es un lugar mediante el cual los inversionistas pueden realizar diferentes estrategias con el fin de lograr una rentabilidad sobre su capital invertido, adoptando a su paso metodologías que les permitan obtener mejores resultados y mayor seguridad al momento de tomar sus decisiones de inversión. Para esto, se han desarrollado modelos tales como el de media-varianza de Markowitz (1952) y CAPM (1964), entre otros, los cuales enfocan sus estudios en la diversificación para estructurar portafolios de inversión, permitiendo a los inversionistas adecuar sus estrategias según sus expectativas y perfil de riesgo.

Sin embargo, el grado de incertidumbre dificulta administrar de manera óptima los recursos para la estructuración de los portafolios, haciendo necesaria la implementación de nuevas metodologías que implementen soluciones innovadoras a problemas complejos. En este sentido, el presente trabajo propone el uso de redes neuronales artificiales (RNA), como mecanismo para pronosticar los precios de las acciones de alta bursatilidad del mercado de valores colombiano según la Superintendencia Financiera de Colombia, permitiendo a los inversionistas anticiparse a las posibles tendencias del mercado y, de esta forma, mejorar la gestión del riesgo de sus inversiones.

Para lograr este fin, esta investigación se dividió en tres etapas: la primera consistió en estructurar una red neuronal para pronosticar el precio de las acciones haciendo uso del software MATLAB, mediante el cual se construyó una red neuronal autorregresiva; la segunda etapa se centró en la elaboración de tres portafolios de inversión: Markowitz tradicional, CAPM y el portafolio estructurado mediante precios pronosticados por la red

neuronal. Finalmente, en la tercera etapa se realizó un comparativo de las rentabilidades obtenidas con los 3 portafolios propuestos.

1. Objetivos:

1.1. Objetivo general:

Comparar la rentabilidad obtenida de los portafolios mediante el uso de redes neuronales y los métodos tradicionales.

1.2. Objetivos específicos:

- Diseñar una red neuronal para el pronóstico del precio de las acciones seleccionadas.
- Realizar un proceso de selección de las acciones para conformar el portafolio.
- Estructurar un portafolio de inversión con acciones del mercado colombiano mediante el uso de redes neuronales.
- Estructurar un portafolio de inversión mediante el método CAPM.
- Estructurar un portafolio de inversión mediante el método de mínima varianza.

2. Marco Teórico:

2.1. Introducción a la estructuración de portafolios

La estructuración de portafolios es la selección de acciones de un determinado país, dicha selección depende tanto de la capacidad del inversionista como de su aversión al riesgo y finalmente del tiempo que dispone para el retorno de su inversión. Por esto se ve la necesidad de realizar una buena gestión en el proceso de selección de las acciones a conformar el portafolio óptimo. De esta buena gestión en el análisis y toma de decisiones se podrá garantizar máximas rentabilidades a un menor riesgo.

Como se mencionó anteriormente el proceso de estructurar el portafolio óptimo para un inversionista en particular depende del perfil del riesgo de este, es por esta razón que los portafolios se pueden clasificar en 3 grupos: conservador, moderado y agresivo, cuyo riesgo va de menor a mayor respectivamente.

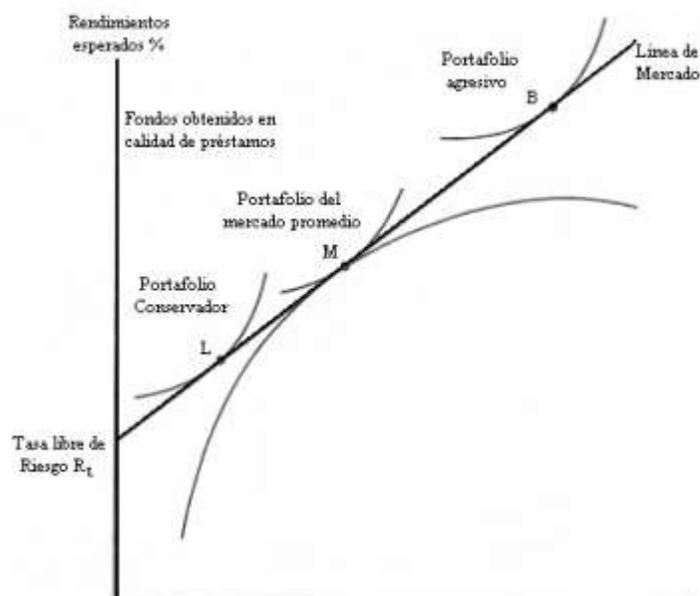


Figura 1. Clasificación del portafolio según el perfil de riesgo. Tomado de Gysel y Samano (2004)

Según Gysel y Samano (2004) “los portafolios de inversión también llamados carteras de inversión son conjuntos de activos o valores en los que una persona decide invertir su dinero.” De igual forma mencionan que a la hora de decidir los activos en los cuales se desea invertir es necesario conocer y definir el riesgo y rendimiento deseado.

Los autores mencionan tipos de instrumentos mediante los cuales se puede hacer la conformación del portafolio, los cuales se presentan a continuación:

- Instrumentos de renta fija: Se caracterizan por tener un rendimiento como su mismo nombre lo dice “fijo” y cuyo valor se conoce al principio del contrato o adquisición.
- Instrumentos de renta variable: Se caracterizan por depender de varios factores, lo que indica que su rendimiento no se establece en un principio y no son seguros los rendimientos futuros.
- Productos derivados: Se caracterizan por tener la función de cubrir del riesgo a los inversionistas, asimismo sirven para realizar operaciones de arbitraje y apalancamiento.
- Commodities: Se caracterizan por ser productos no procesados y su clasificación comprende diferentes tipos de productos tales como el petróleo y sus derivados, productos agrícolas, metales entre otros.

En ese sentido se pueden identificar las características que debe tener el inversionista a la hora de decidir estructurar su portafolio, tales como:

- Plazo de la inversión
- Liquidez
- Objetivos
- Aversión o aceptación del riesgo.

2.2. Metodologías tradicionales para estructurar portafolios

2.2.1. Modelo de Markowitz

Las metodologías clásicas de la estructuración de portafolios tuvieron su inicio con las teorías e investigaciones propuestas por Harry Markowitz en 1952. Esta teoría plantea que los inversionistas establecen sus portafolios basándose únicamente en el riesgo adquirido y los rendimientos esperados (Medina, 2003). En ese sentido, Markowitz definió el riesgo como la volatilidad de los rendimientos de los excesos de liquidez que conforman el portafolio.

Igualmente, Cárdenas et al (2015) establecen que la creación de un portafolio de inversión según los postulados de Markowitz se conforma mediante un equilibrio tanto del rendimiento como el riesgo de las inversiones adquiridas.

Teniendo en cuenta lo planteado anteriormente, este modelo clásico tiene una preferencia a la aversión al riesgo, esto quiere decir que prefiere conformar el portafolio con activos cuya volatilidad sea lo menor posible. A este concepto se le conoce como diversificación y en este modelo se define como diversificación eficiente en la medida en que se realiza una correlación de los activos riesgosos con el fin de hacer la selección óptima (Medina, 2003). De igual forma dicha aversión al riesgo se traduce en la escogencia adecuada del portafolio, estableciendo que, si a un inversionista le presentan dos propuestas de portafolios con la misma rentabilidad, pero con riesgos diferentes, el inversor tendrá la tendencia de escoger aquella que le represente menor riesgo a su inversión.

Según Conti et al (2005) la teoría en cuestión supone más de una combinación deseable de activos entre el riesgo y la ganancia de estos para la elaboración de la cartera óptima. En ese sentido se establece la necesidad de hacer un análisis detallado de las diferentes combinaciones

con el fin de seleccionar la que brinda mayores comodidades y beneficios para el inversionista según su determinado perfil.

Álvarez et al (2004) mencionan que la teoría de media-varianza establece que la selección de la conformación de los activos del portafolio se compone por dos parámetros: la media o promedio, definida como el rendimiento esperado del portafolio y la varianza o desviación, definida como el nivel de riesgo de la inversión. Por lo tanto, el modelo se resume mediante las siguientes ecuaciones:

$$\text{Máx } UE = f(\bar{r}_p, \sigma_{rp}) \quad (1)$$

$$\text{Sujeto a } = \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (2)$$

Donde UE es la máxima utilidad esperada expresada en función del rendimiento del portafolio \bar{r}_p y el riesgo asociado σ_{rp} . Los pesos asignados a la participación que tiene cada acción dentro del portafolio sumar 1 como lo expresa la segunda ecuación ya que el modelo supone que el inversionista hace inversión del 100% de su presupuesto.

Después de haber identificado la máxima utilidad esperada, el inversionista está en etapa de elección el portafolio óptimo según su perfil mediante la comparación con todos los portafolios factibles que suministra el análisis. Con el fin de brindar un número reducido de portafolios óptimos se hace la utilización del modelo de la media varianza según el cual los portafolios se clasifican en subconjuntos teniendo en cuenta tanto la volatilidad como el riesgo y una vez identificado los mejores de los subconjuntos en cuestión se forma el conjunto de portafolios eficientes conocido también como la frontera eficiente de Markowitz.

$$\text{Min } \sigma_p = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \sigma_{ij} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$\text{Sujeto a } \bar{r}_p = \sum_{i=1}^n W_i \bar{r}_i \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad (5)$$

Las ecuaciones presentadas dan como resultado la minimización del riesgo del portafolio para cada rendimiento, dando lugar a varios puntos que corresponden a la frontera eficiente presentada en la figura 2.

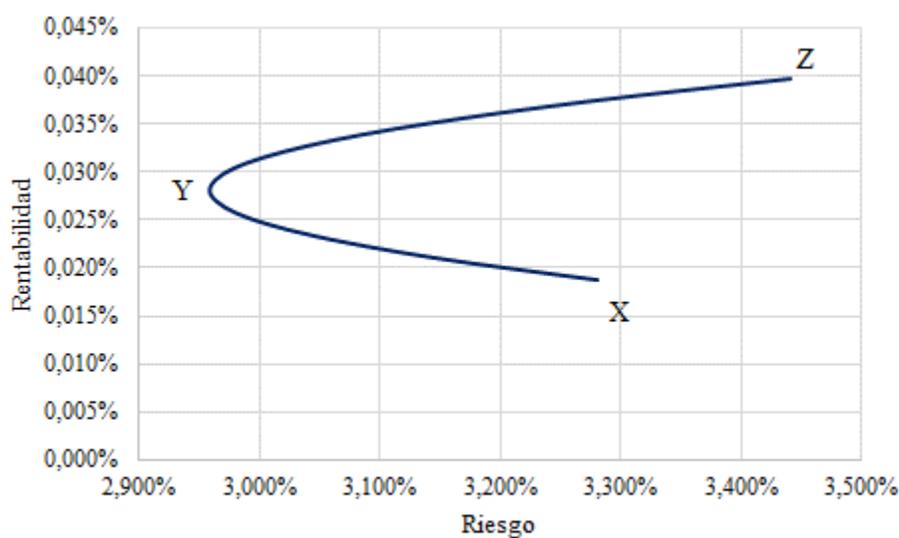


Figura 2. Frontera eficiente de Markowitz. Fuente: Elaboración propia, datos tomados de Bloomberg

Según el autor los portafolios que se sitúan entre los puntos Y y Z son los denominados eficientes ya que representan el mínimo nivel de riesgo para el rendimiento. En conclusión, el modelo de Markowitz en toda su estructura y formulación no se enfoca únicamente en aumentar la rentabilidad y reducir el riesgo, sino en mayor medida en el establecimiento de una frontera

que brinde el portafolio óptimo que cada inversionista elegirá dependiendo de su respectivo perfil de riesgo y características.

2.2.2. Modelo CAPM

Tomando como punto de partida los trabajos realizados por Markowitz y Tobin, William Sharpe desarrolló el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) en 1964 cuando publicó el artículo nombrado “Capital Asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk” (Giraldo et al, 2015).

Según Ramírez y Fernández (2008) el modelo CAPM amplió el campo del modelo de Markowitz, el cual establece que los inversionistas siempre estarán expuestos a activos riesgosos y por tal razón seleccionarán el mejor de los portafolios presentados en la frontera eficiente. Por otra parte, el modelo de Sharpe implementó un activo libre de riesgo al conjunto de activos a conformar el portafolio cuya rentabilidad o retorno de capital resulta ser segura para los inversionistas.

Además, según Czerwinski (2014) el modelo CAPM supone que todos los inversionistas tienen expectativas homogéneas de rendimientos y riesgo futuro. Esto implica que todos tienen las mismas expectativas sobre el mercado y, por consiguiente, se concluye que los inversionistas tienen un comportamiento racional adverso al riesgo en donde su principal objetivo es la maximización de su exceso de capital o inversión.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, el modelo CAPM además de basarse en las hipótesis propuestas por Markowitz adiciona las siguientes (García, 2013):

- Aversión al riesgo

- En el mercado existe un activo libre de riesgo mediante el cual se puede pedir prestado o prestar fondos.
- La tasa libre de riesgo es igual para todos los inversionistas del mercado.
- El mercado es eficiente indicando que todos los inversionistas tienen disposición de la misma información y en consecuencia las mismas expectativas sobre el mercado.

De acuerdo con lo mencionado, William Sharpe y Treynor establecieron que la rentabilidad de un activo en específico está dada por la siguiente ecuación (Firacative, 2015):

$$E(R_i) = R_f + (R_m - R_f) \frac{cov(R_i, R_m)}{\sigma^2(R_m)} \quad (6)$$

Donde $E(R_i)$ es denominada la rentabilidad esperada del activo, R_f es denominada la tasa libre de riesgo, $(R_m - R_f)$ es la prima de mercado cuyo valor va multiplicado del riesgo característico del activo.

Como conclusión de la ecuación propuesta por el modelo CAPM, se estableció la línea de mercado para los activos, denominada “Security Market Line” por sus siglas en inglés (SML).

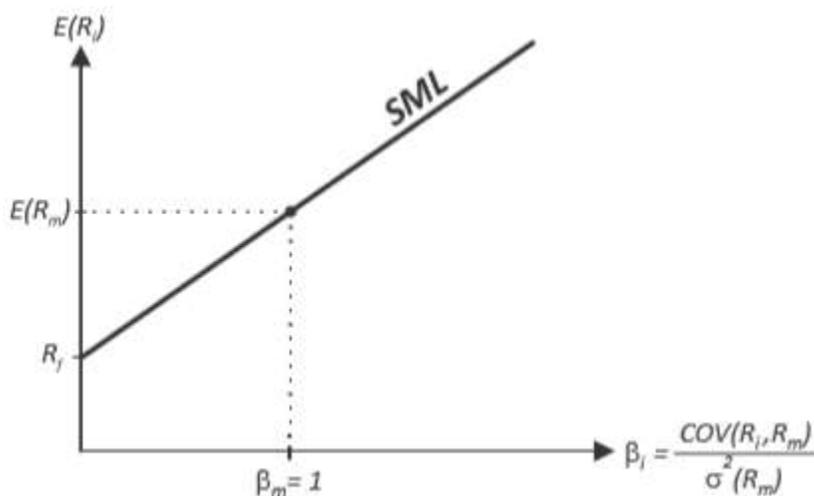


Figura 3. Security Market Line. Tomada de Firacative (2015)

Según el concepto de la tasa libre de riesgo, el modelo presente supone que todo inversionista tendrá la posibilidad de invertir en una determinada cartera de activos que representen un nivel óptimo de rentabilidad. A su vez, podrá invertir el resto de los fondos en un activo libre de riesgo con el único fin de diversificar la cartera del inversor. Lo anterior da como resultado que los inversionistas puedan seleccionar su portafolio dependiendo si desean apalancarse o desapalancarse y en ese sentido, los portafolios apalancados se observarán hacia el lado derecho de la gráfica presentada anteriormente y los desapalancados hacia el lado izquierdo.

En esta figura se puede concluir que los inversionistas están dispuestos a recibir una mayor cuantía de rentabilidad a mayor riesgo y menor cuando el riesgo descende, representando una relación lineal entre las variables rendimiento y riesgo esperado y en ese sentido, estableciendo que la nueva frontera eficiente del modelo es la línea SML. En conclusión, el modelo CAPM difiere del Markowitz en la medida en que afirma que el cálculo del riesgo de los activos no se realiza por medio de su desviación estándar sino por medio de la covarianza.

2.3. Ventajas y desventajas de las metodologías tradicionales

2.3.1. Ventajas y desventajas del modelo de Markowitz

Ventajas:

- Diversificación de la cartera de activos.
- Maximiza la rentabilidad adquiriendo el menor riesgo posible
- Breda una frontera eficiente de los portafolios a seleccionar

Desventajas:

- Uso de datos históricos para la estimación de las rentabilidades de los diferentes activos, generando a su paso sesgos.

- Asume que los activos se van a comportar en el futuro de la misma manera en cómo se han venido comportando en el pasado.
- Supone que el inversionista debe seleccionar entre dos tipos de portafolios: aquel cuya rentabilidad es mayor, pero asume un riesgo significativamente alto o aquel en el que el rendimiento y riesgo esperado es bajo.
- El modelo no tiene en cuenta los costos de transacción

2.3.2. Ventajas y desventajas del modelo CAPM

Ventajas:

- Sencillez y aplicabilidad en la realidad.
- Permite la evaluación de mercados diferentes.
- Da la posibilidad al inversionista de prestar o endeudarse a una tasa libre de riesgo.

Desventajas:

- El modelo asume que el mercado se comporta de manera eficiente.
- Supone que todos los inversionistas tienen las mismas expectativas.

2.4. Redes Neuronales

El uso e implementación de las redes neuronales artificiales (RNA) se ha convertido en una herramienta de gran utilidad en diferentes áreas del conocimiento y, en el ámbito financiero, no ha sido la excepción, dadas las ventajas y evolución que han generado en la solución de problemas complejos como el reconocimiento de patrones y los pronósticos en series de tiempo, entre otros.

Las RNA, son modelos matemáticos y computacionales, cuyo objetivo se centra en replicar el procesamiento de información propio de las neuronas humanas, así mismo, su

capacidad de procesar y analizar información ante diferentes escenarios se torna más eficiente que los métodos computacionales tradicionales (García, 2014). Estas hacen uso de los procesos de aprendizaje para hallar solución a problemas complejos, basándose principalmente en algoritmos matemáticos que hallan relaciones no lineales existentes en una agrupación de datos.

Por otro lado, (García, 2014) resalta que la utilización de esta herramienta representa una gran ventaja con respecto a los sistemas computacionales tradicionales en la medida en que se caracteriza por ser un instrumento adaptativo, capaz de realizar múltiples operaciones de manera simultánea y teniendo un orden no secuencial o no lineal.

Como se ha mencionado, las redes neuronales cuentan con la capacidad adaptativa ante diferentes escenarios analizados, confirmando su efectividad y eficiencia en las aproximaciones de los valores reales, debido a que, el conocimiento adquirido por medio de la experiencia continua con variables y modificación de los pesos sinápticos establecidos, le permite realizar generalizaciones ante situaciones a priori o fuera de la fase experimental.

2.4.1. Estructura y elementos básicos

La red neuronal es una estructura que, si bien está desarrollada en base a las neuronas y capacidad humana, está compuesta por varias capas y conexiones que permiten la generación de los resultados deseados en el planteamiento, modelación y desarrollo de esta.

En ese sentido, Sánchez (2015) establece que la distribución y estructura de una red neuronal se realiza formando capas las cuales está compuestas por un número determinado de neuronas en cada una de estas (figura 4).

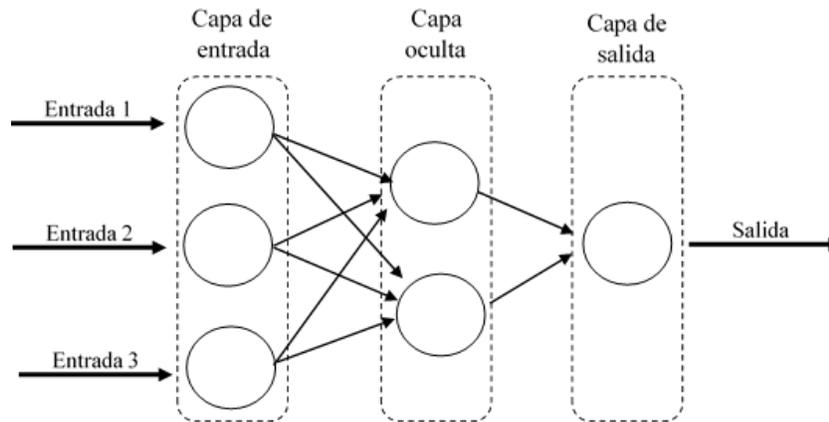


Figura 4. Estructura de una red neuronal artificial. Elaboración propia. Fuente Sánchez (2015)

Teniendo en cuenta la figura presentada, en la estructura de la red se pueden observar 3 capas compuestas por neuronas:

1. Capa de entrada: Encargada de recibir la información externa del modelo.
2. Capa oculta: Son internas y no tienen contacto con el exterior. Dentro de esta capa se realiza todo el proceso de generalización. Benedetti et al (2008), mencionan que el número de capas óptimas en la práctica es de uno o dos, así como en investigaciones se resalta que el número de neuronas en estas capas varía entre el 50% y 75% de las neuronas de entrada.
3. Capa de salida: conjunto de neuronas que contiene la información que se procesa hacia el exterior.

Además de las capas que componen a una red neuronal artificial, estas hacen sinapsis y se conectan por medio de unas funciones de entrada, activación y entrenamiento las cuales permiten obtener el resultado deseado de la red (ver figura 5).

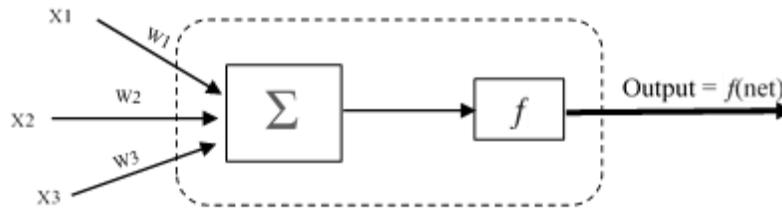


Figura 5. Función de los nodos. Elaboración propia. Fuente: Ponce et al (2010).

2.4.1.1. Funciones de entrada

Como observa en la figura 4 el desarrollo de una salida deseada depende de diferentes variables de entrada establecidas en el problema a resolver, es por esto que, se debe utilizar funciones de entradas que permitan realizar las combinaciones más adecuadas entre las variables de entradas para obtener el resultado más cercano al deseado. En ese sentido, Matich (2001) define la función de entrada como:

$$input = (x1 * w1) \blacksquare (x2 * w2) \blacksquare (xn * wn) \quad (7)$$

En donde \blacksquare representa el operador correspondiente a la función de entrada seleccionada.

Entre las funciones más utilizadas se destacan:

1. Sumatoria: En donde se realiza la sumatoria de todas las variables por sus respectivos pesos sinápticos.

$$input = (x1 * w1) + (x2 * w2) + (xn * wn) \quad (8)$$

2. Producto: En donde se realiza el producto de todas las variables por sus respectivos pesos.

$$input = (x1 * w1) * (x2 * w2) * (xn * wn) \quad (9)$$

3. Máximo: En donde únicamente se considerará el valor máximo de las variables por su respectivo peso.

$$\text{Max}[(x_1 * w_1), (x_2 * w_2), (x_n * w_n)] \quad (10)$$

2.4.1.2. Funciones de activación

Ponce (2010) menciona que las más utilizadas son las siguientes:

1. Función escalón: Asociada a neuronas binarias en donde cuando la suma de las variables inputs es mayor o igual que el umbral de la neurona se activa (1) de lo contrario se desactiva (0).
2. Función lineal y mixta: En donde si la suma de las variables inputs es menor que un límite inferior se desactiva (0) de lo contrario la activación es (1). Si la suma de estas variables está entre los dos límites (inferior y superior) la activación se definirá como la función lineal de la suma de las entradas.
3. Función tangente hiperbólica: Son utilizadas principalmente cuando las variaciones entre valores positivos y negativos son suaves.
4. Función sigmoide: El valor obtenido por la función es cercano a los valores asintótico, dando como resultado que los valores estén en la zona alta o baja del sigmoide.
5. Función de Gauss: Comprendida como la distribución normal, y algunas veces suele reemplazar las funciones sigmoideas.

2.4.1.3. Funciones de entrenamiento

La solución de los problemas planteados en las redes neuronales dependerá de muchos factores, entre ellos la función de entrenamiento. Según lo publicado por Mathworks

(2019) la selección adecuada de la función a utilizar en el desarrollo de la red dependerá de la complejidad de esta, del número de datos en la fase de entrenamiento, el número de ponderaciones y sesgos, el error objetivo y la función a resolver. Dentro de las más utilizadas se encuentran:

1. Levenberg- Marquardt: Se define como el algoritmo de propagación hacia atrás más rápido y siendo altamente recomendado como algoritmo de supervisión. Sin embargo, en sus limitaciones se encuentra la capacidad de memoria necesaria para realizar el respectivo entrenamiento y la utilización para los cálculos, en donde asume que el rendimiento se calculará con la media o suma de los errores al cuadrado.
2. Resilient Backpropagation: Función encargada de actualizar los valores de peso y sesgo basados en el algoritmo de backpropagation resistente.
3. Quasi-Newton Backpropagation: A diferencia de la Resilient, esta función modifica los pesos y sesgos basados en el método Quasi-Newton, la cual permite obtener una optimización rápida.
4. Gradiente conjugado escalonado: Mahu (2012) en su investigación encontró que este método se propuso como una mejora al método backpropagation debido a que utiliza informaciones más complejas mejorando a su paso el desempeño y mejora los problemas referentes con el algoritmo el cual se establece con un orden más alto al de las backpropagation. En ese sentido, estableció la siguiente ecuación que define esta función de entrenamiento:

$$w_{t+1} = w_t + \alpha_t d_t \quad (11)$$

En donde, α_t es el largo óptimo de avance, d_t es la dirección de avance, g_t es el gradiente y H_t es el valor de la función error.

$$\alpha_t = \frac{d_t^T g_t}{d_t^T H_t d_t}$$

$$\alpha_t = \frac{d_t^T g_t}{d_t^T H_t d_t} d_{t+1}^T H_{t+1} d_t = 0 \quad (12)$$

$$d_1 = -g_1$$

2.4.2. Clasificación de las redes

Matich (2001) define la topología de las redes neuronales en 3 grandes grupos: basadas en la manera de realizar las conexiones, basadas en el número de capas y por el método de aprendizaje.

2.4.2.1. Topología basada en la manera de realizar las conexiones

1. Redes de propagación hacia adelante (feed-forward): se clasifican porque la información fluye desde las capas de entrada hasta las de salida sin realizar algún tipo de retroalimentación.
2. Redes recurrentes: Difiere de la feedforward en la medida en que las conexiones de las capas tienen retroalimentación.

2.4.2.2. Topología basada en el número de capas

1. Redes monocapa: Como su nombre lo dice, son aquellas redes que se componen únicamente por una capa y, en ese sentido, las conexiones entre neuronas se realizan en su única capa. Esta tipología se utiliza generalmente en problemas de autoasociación.
2. Redes multicapa: Son aquellas que se componen por 2 o más capas las cuales están encargadas de emitir y recibir señales a las demás capas. Dentro de esta

tipología se clasifican las redes feedforward y las feedback cuya diferencia radica en las conexiones realizadas ya sean hacia adelante o hacia atrás.

2.4.2.3. Topología basada en el mecanismo de aprendizaje

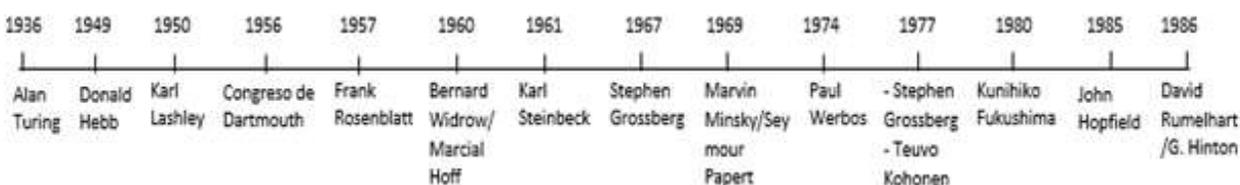
La efectividad de los resultados brindados por las redes neuronales artificiales dependerá del tipo de mecanismo a utilizar con el fin de que la red en sus múltiples entrenamientos sea capaz de lograr la salida deseada y a su paso minimizar los errores. De acuerdo con esto, existen dos tipos de mecanismos de aprendizaje que dependerán del tipo de red a utilizar.

1. Aprendizaje supervisado: Se caracteriza porque el proceso de entrenamiento es controlado por el evaluador, el cual determina la salida deseada de la red y en caso de presentar diferencias entre el valor obtenido y el real, estará encargado de modificar los pesos entre las conexiones (Matich, 2001). Dentro de esta clasificación se consideran tres formas para llevar a cabo este aprendizaje:
 - a) Por corrección de error
 - b) Por refuerzo
 - c) Estocástico

2. Aprendizaje no supervisado: A diferencia del supervisado, este método de aprendizaje no cuenta con la retroalimentación y verificación por parte de un evaluador. Por el contrario, la red deberá ser capaz de encontrar los patrones, características y correlaciones que le permitan acercarse a la respuesta deseada. Se consideran dos clases de aprendizajes:
 - a) Aprendizaje hebbiano
 - b) Aprendizaje competitivo y comparativo

3. Antecedentes y Estado de arte:

Las redes neuronales han tenido una evolución significativa en los estudios que han desarrollado diferentes autores, dando un mayor desarrollo de la temática. Por esta razón, se hace necesario identificar los autores que, con el tiempo, han realizado aportes significativos en este ámbito.



Fuente. Elaboración propia. Tomado de (Match, 2001)

- **1936 - Alan Turing**, primero en estudiar el campo cerebral, en el año de 1935 desarrolló un método que hacía ver al cerebro como un mundo de la computación. Sin embargo, anterior a Turing, McCulloch (Neurofisiólogo) y Walter Pitts (Matemático, en 1943 crearon una teoría de cómo trabajar las neuronas, este diseño de red neuronal se desarrollaba por medio de circuitos eléctricos.
- **1949 - Donald Hebb**, escritor del libro la organización del comportamiento, Fue el primero en explicar los procesos del aprendizaje, siendo esta una función importante en el funcionamiento de la red neuronal. Sus ideas fueron: el aprendizaje se daba cuando los cambios en una neurona se activaban, similitud entre la actividad nerviosa y el aprendizaje. También intentó encontrar semejanzas entre el aprendizaje y la actividad nerviosa.
- **1950 Karl Lashley**. En sus ensayos descubrió que la información era distribuida encima del cerebro.
- **1956 - Congreso de Dartmouth**. Nacimiento de la inteligencia artificial.

- **1957 - Frank Rosenblatt.** Dio inicio al desarrollo del perceptrón, la más antigua de las redes neuronales cuya función es la de reconocer patrones. En 1959, escribió el libro Principios de Neurodinámica, donde confirmaba que el perceptrón convergía hacia un estado finito.
- **1960 - Bernard Widrow/Marcial Hoff.** Desarrolladores del modelo Adaline (ADAPtative LINear Elements). Primera red neuronal aplicada a un problema real.
- **1961 Karl Steinbeck:** - Die Lernmatrix. Red neuronal para simples realizaciones técnicas (memoria asociativa). (Ortiz, 2008)
- **1967 - Stephen Grossberg.** Creó la red: Avalancha, basada en elementos discretos que con actividad variable en el tiempo que satisface ecuaciones diferenciales continuas, para resolver actividades como reconocimiento continuo de habla y aprendizaje de los brazos de un robot.
- **1969 - Marvin Minsky/Seymour Papert.** Probaron matemáticamente que el perceptrón no era totalmente capaz de dar solución a problemas sencillos como el aprendizaje de una función lineal. Dada esta prueba se detuvieron varias investigaciones sobre redes neuronales
- **1974 - Paul Werbos.** Desarrolló el Backpropagation (algoritmo de aprendizaje de propagación hacia atrás)
- **1977 - Stephen Grossberg.** Creó la teoría de la Resonancia Adaptada (TRA) que simula habilidades del adicionales del cerebro como la memoria a corto y largo plazo.
- **1977 - Teuvo Kohonen.** Ingeniero electrónico desarrollador de un modelo lineal en redes neuronales.

- **1980 - Kunihiko Fukushima.** Desarrolló un modelo neuronal para el reconocimiento de patrones visuales.
- **1985 - John Hopfield.** Logró el renacimiento de las redes neuronales a través de su libro “Computación neuronal de decisiones en problemas de optimización”
- **1986 - David Rumelhart/G. Hinton:** Se dio el redescubrimiento del Backpropagation. Desde entonces se ha tratado con constancia el desarrollo de temas relacionado con redes neuronales.

Existe gran cantidad de literatura del tema aplicado tanto al mercado colombiano como a otros mercados a nivel internacional, permitiendo contrastar los resultados obtenidos por ellos. Por ejemplo, Villada, Muñoz y García (2012) implementaron una misma estructura de red neuronal utilizando la serie de precios de dos activos de sectores diferentes (energético y financiero), encontrando que el uso de redes neuronales artificiales para pronosticar los precios de acciones en economías emergentes como la colombiana es exitoso. En su metodología incluyeron el grado de aversión al riesgo de los inversionistas por medio del índice DXY, aplicando diferentes rezagos de tiempo respecto a los utilizados en la serie de precios, obteniendo mejoras en el desempeño de la red, pero no de forma apreciable.

Para esto Villada et al (2012), utilizaron el tipo de red conocido como: perceptrón multicapa con conexiones hacia adelante y la función de activación de tangente hiperbólica. En ese sentido, mediante la utilización de medidas tales como: la raíz del error medio cuadrático y el error absoluto porcentual promedio, se encontró que la red con 2 números de rezagos y 8 neuronas en la capa oculta es aquella que presenta el menor error tanto dentro como fuera de la muestra, demostrando su efectividad en la predicción de las acciones seleccionadas.

Por su parte, García (2014), usó el modelo de RNA autorregresiva que utiliza la tangente sigmoidea como función de activación en la capa oculta para pronosticar el comportamiento de la rentabilidad de la acción de ISAGEN, encontrando mejor margen de error en función de los errores de pronóstico comparando las RNA con el mejor modelo ARMA y ARMA GARCH estimados. De igual forma, resalta que las diferencias en términos de error no generan diferencias significativas en la capacidad predictiva entre los modelos de RNA y ARMA GARCH. Concluye recomendando la construcción de una metodología no lineal con el fin de incluir variables explicativas al modelo de RNA, objetivo que justamente persigue el presente trabajo.

En su análisis y predicción de la acción de Acerías Paz del Río, Gil y Pérez (2005) usaron un modelo GARCH (1,1) y RNA, encontrando que la predicción generada por esta última fue mejor que la obtenida con el modelo GARCH. Para la implementación de la red, usaron una línea de retardos como componente, combinándola con una red lineal, dando como resultado un filtro lineal, proceso que resulta apropiado para la creación de una RNA. Los autores resaltan que la ventaja de aplicar modelos de RNA para predecir el comportamiento de las acciones se debe a que éstas construyen un modelo que se ajusta a los datos, a diferencia de los modelos econométricos tradicionales, los cuales intentan ajustar los datos a un modelo.

Arrieta et al (2009) encontraron buenos desempeños en términos de predicción sobre el comportamiento diario de la acción SURAMINV usando un modelo de redes neuronales. Los mejores resultados los obtuvieron con una estructura de capa oculta de 11 neuronas, en la cual emplearon la función de transferencia tangente hiperbólica; a su vez, esta red utilizó la función de gradiente descendente como método para el aprendizaje, así como el algoritmo Levenberg-Marquardt para el entrenamiento.

En su intento por pronosticar el precio de la acción de la sociedad Telecom Argentina S.A, Dip y Romero (2015), realizaron una comparación entre los modelos ARCH-GARCH y un sistema de redes backpropagation, usando el periodo de tiempo 2005 - 2012. Encontraron que el modelo ARMA (1,1) - ARCH (2) mostró un mejor desempeño dentro de la muestra in sample (el 85% de los datos totales). Por otro lado, el modelo que mejor estimó el precio fuera de la muestra (15% de los datos totales), fue la red que usó como variable de salida las variaciones diarias de los precios. Se concluye que a medida que aumenta el plazo en la estimación, el modelo ARCH se aleja de los valores reales, haciéndolos dependientes a supuestos que son muy difíciles de proyectar con precisión durante un periodo prolongado en el tiempo, ajuste que presenta con mejor exactitud la red.

Conti et al (2005) realizaron un comparativo entre las carteras de inversión generadas por el modelo de Markowitz y el uso de RNA en el mercado venezolano. En éste, encontraron gran homogeneidad entre ambos métodos, demostrando eficiencia por parte de las redes neuronales para clasificar las acciones que conforman un portafolio de inversión. Sin embargo, sugieren un mayor número de patrones empleados en la fase de experimentación para dar mayor robustez a la red neuronal utilizada y evitar problemas de “maldición de dimensionalidad”. En sus experimentos encontraron que la estructuración de portafolios usando redes neuronales puede generar carteras de inversión para distintos tipos de inversionistas según su perfil de riesgo y, que en general, éstas generan más rentabilidades con un riesgo un poco más alto en comparación al método de media-varianza. Esto se debe, principalmente, a que el método de media-varianza siempre utiliza un mayor número de acciones en comparación a la red neuronal.

Así mismo, Gutiérrez (2004) en su intento por evaluar el desempeño de un portafolio de inversión con la utilización de recomendaciones de compra y venta obtenidas mediante las

predicciones con RNA y su comparativo con portafolios contruidos basados en la metodología de betas como medida de riesgo, encontró que la implementación de la metodología Rolling para predecir, genera un desempeño superior en la utilización de las RNA mediante la red Ward de 3 capas, obteniendo así mejores rendimientos y convirtiéndose en una herramienta exitosa para la generación de proyecciones y conformación de portafolios de inversión. Finalmente concluye que esta metodología es efectiva en comparación con los portafolios contruidos con betas, siempre y cuando se permita la realización de ventas en corto en el periodo analizado.

Con el fin de resolver el problema de diversificación en la estructuración de portafolios, el cual se centra en encontrar la mejor relación riesgo-rendimiento para acciones individuales, Fernández y Gómez (2005), compararon los resultados obtenidos con tres métodos heurísticos tradicionales y el modelo de red neuronal denominado Hopfield network, ya que dicha red es altamente utilizada para problemas de optimización. En el proceso se encontró que ante diferentes políticas de inversión ninguno de los métodos estudiados supera a los demás en la mayoría de experimentos, sin embargo, se resalta que cuando se desea diversificar una cartera con el objetivo de minimizar el riesgo, se concluye que la red neuronal de Hopfield genera mejores resultados y menor error que los demás métodos heurísticos tradicionales.

Por su parte, Bejarano (2008) enfocó su trabajo de investigación en la construcción de un portafolio de inversiones utilizando la metodología de Markowitz, redes neuronales e indicadores técnicos para el índice Dow Jones, con el fin de pronosticar los precios de las acciones seleccionadas y así mismo, estructurar el portafolio óptimo para diferentes periodos dentro de un mismo año, permitiendo la compra y venta de este. Por medio de herramientas tales como Matlab y Braincel, se determinaron las proporciones de las acciones a conformar el portafolio mediante la metodología de Markowitz y se realizó el pronóstico de los precios con el uso de la función no

lineal que contiene la herramienta empleada. Finalmente se concluyó que la evaluación realizada fue exitosa en la medida en que representa rentabilidades superiores a las del portafolio del Dow Jones, resaltando que el más eficiente fue aquel que hizo uso de Braincel y el indicador técnico MACD. Sin embargo, se destaca la importancia de los indicadores técnicos a la hora de seleccionar y realizar las operaciones pertinentes en la cartera de inversión en cuestión.

4. Metodología

4.1. Primera etapa: pronóstico mediante el uso de redes neuronales

Con el fin de seleccionar la red neuronal adecuada para la serie de datos seleccionada, se realizaron pruebas con 3 redes neuronales propuestas con la implementación del uso del software Matlab (Narnet, Narxnet, Timedelaynet). Mediante las pruebas respectivas se encontró que la red que realizaba un pronóstico adecuado y generaba resultados satisfactorios era la Narnet, la cual se utilizó para el desarrollo del presente trabajo. Es importante resaltar que toda la arquitectura de la red neuronal se realizó por pruebas de ensayo y error contempladas en diferentes antecedentes sobre la temática. Esto se realizó con el fin de encontrar la arquitectura adecuada para la serie de datos seleccionada.

En ese sentido, el pronóstico de las acciones que conforman el índice de alta bursatilidad emitido por la Superintendencia Financiera de Colombia se realizó empleando una red neuronal autorregresiva (ver figura 6), la cual se encontró que cumplía con las características adecuadas para pronosticar series de tiempo financieras. Adicionalmente para esta red se utilizó el método de gradientes conjugados escalonados como función de entrenamiento y se complementó con dos capas ocultas, 10 neuronas en la capa oculta y dos rezagos.

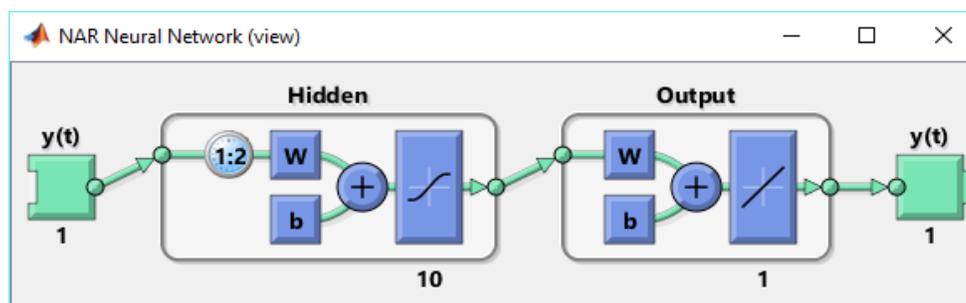


Figura 6. Arquitectura Bucle abierto entrenamiento. Fuente: Matlab (2019).

En esta fase inicial con una arquitectura de bucle abierto, en la cual se realizó el entrenamiento correspondiente, asignando pesos y realizando la comparación del precio real con el obtenido en esta fase, con el objetivo de reducir el error cuadrático medio.

Para la obtención del periodo pronosticado se utilizó la arquitectura de bucle cerrado presentada en la figura 7, la cual con los datos y el entrenamiento previamente realizado permitió que la red asignara los pesos adecuados y pronosticara el periodo futuro.

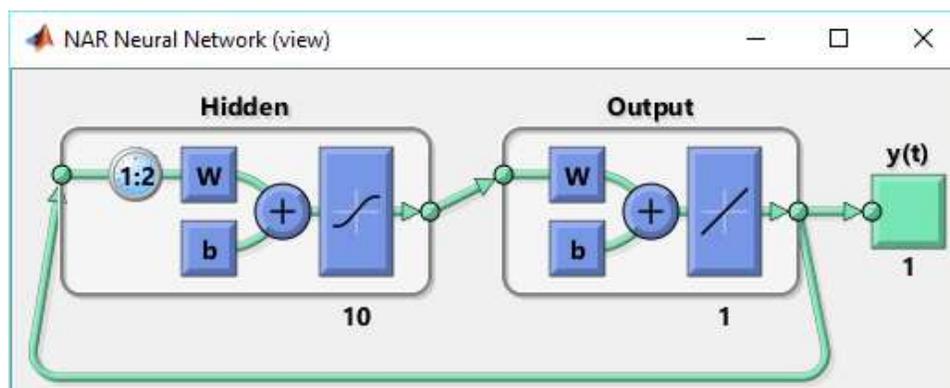


Figura 7. Arquitectura Bucle cerrado pronóstico. Fuente: Matlab (2019).

Los datos históricos de las acciones fueron extraídos de Bloomberg, del periodo 2013-2018 usando precios de cierre con periodicidad semanal. Para la red, se

implementó una combinación 70-15-15, lo cual indica que la red usó el 70% de estos datos como entrenamiento, 15% para validación y 15% para test de resultados.

Asimismo, se decidió pronosticar los cuatro periodos correspondientes al mes de enero de 2019; para esto, fue necesario pronosticar un periodo y posteriormente agregarlo a la base de datos, para que la red lo reconociera como un input o dato histórico y así pronosticar el siguiente precio.

4.2. Segunda etapa: estructuración de portafolios y comparativo de rentabilidades

Después de tener los precios pronosticados para cada una de las acciones, se analizó la rentabilidad obtenida y se eligieron las más rentables para conformar el portafolio, con el fin de mantener criterios de diversificación y no invertir la totalidad en la acción con mayor rentabilidad pronosticada, asimismo, se decidió evaluar los errores de los precios reales frente a los pronosticados mediante el uso del RMSE.

$$RSME = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [\hat{y}_t - y_t]^2} \quad (13)$$

Posteriormente, se decidió equiponderar los pesos de las acciones elegidas para determinar el valor a invertir en cada una de ellas. Una vez estructurado el portafolio mediante el uso de RNA, se realizó el proceso respectivo para estructurar los portafolios según Markowitz y CAPM. Los datos que se tomaron para la estructuración de estos portafolios fueron del año 2018 con periodicidad semanal. Finalmente, se compararon las rentabilidades de los tres portafolios teniendo en cuenta los precios de cierre del último día hábil de enero de 2019.

5. Resultados

Después de pasar por el proceso de entrenamiento, validación y test de la red, se procedió a realizar el pronóstico de los cuatro primeros periodos del 2019 con periodicidad semanal, obteniendo resultados acorde a lo esperado. Para ilustrar estos resultados, se decidió tomar una muestra de 4 de las 16 acciones, comparando sus precios reales contra los precios obtenidos por la red neuronal. Los resultados son similares al resto de acciones evaluadas.

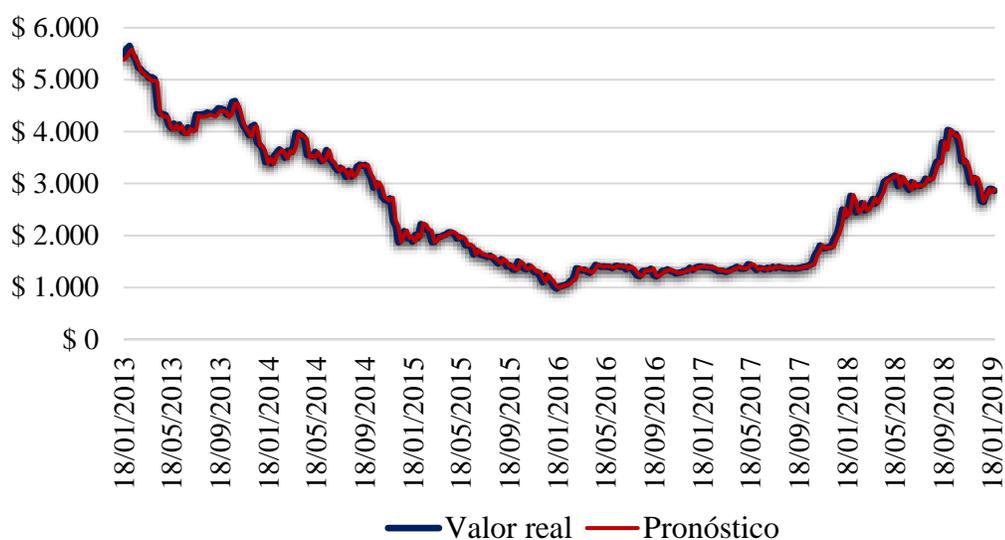


Figura 6. Precios reales vs. Precios pronosticados de Ecopetrol. Elaboración propia.

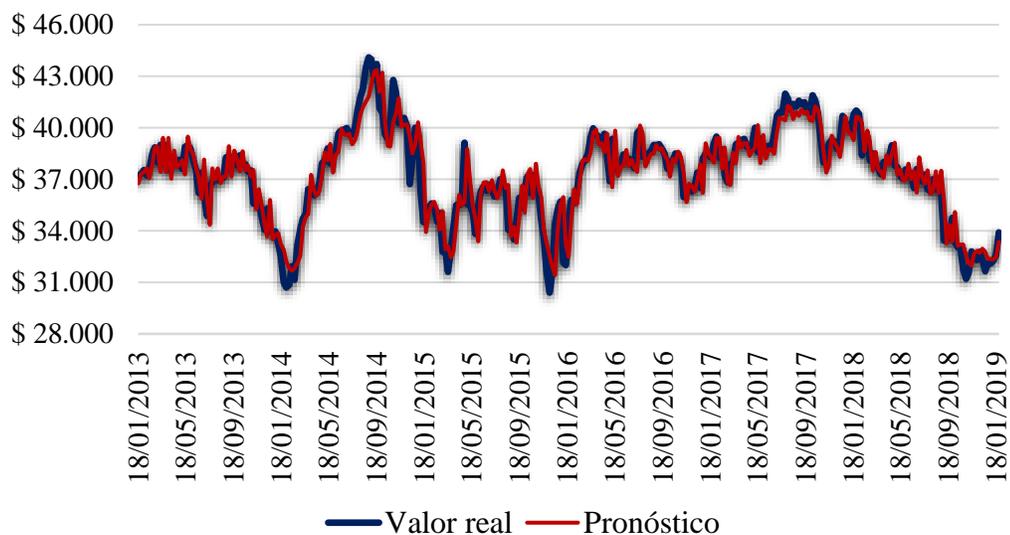


Figura 7. Precios reales vs. Precios pronosticados de Grupo Sura. Elaboración propia.



Figura 8. Precios reales vs. Precios pronosticados de Preferencial Davivienda. Elaboración propia.

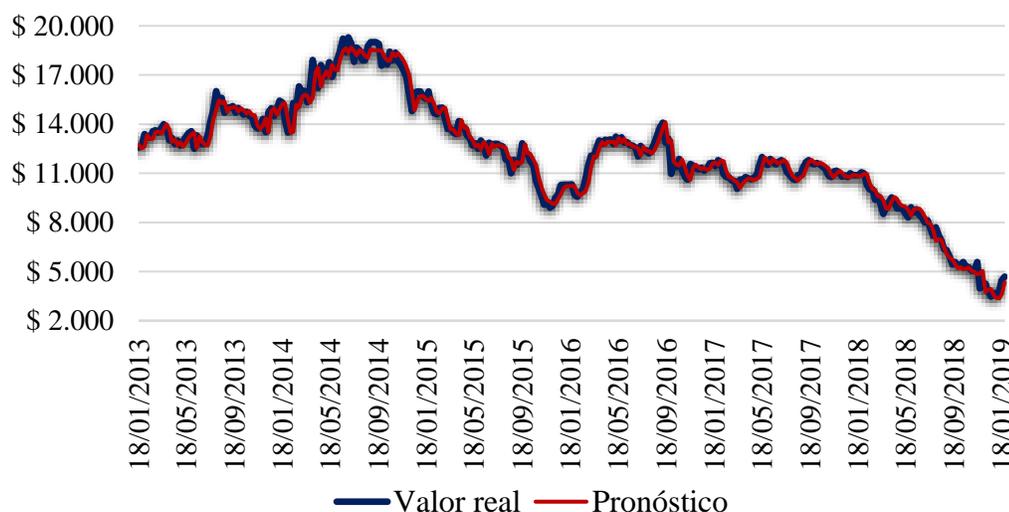


Figura 9. Precios reales vs. Precios pronosticados de Cemex Latam Holdings. Elaboración propia.

Como se puede observar, la red se adaptó correctamente a los comportamientos de las diferentes acciones, de tal forma que al realizar los pronósticos, estos son cercanos a los precios reales. Sin embargo, al analizar en detalle Grupo Sura y Preferencial Davivienda, se identifica que en periodos de alta volatilidad los precios de salida de la red neuronal se alejan de los valores reales, esto se debe a que la red empleada es autorregresiva y tiene en cuenta los precios pasados para estimar precios futuros.

Tabla 1
Rentabilidad real y pronosticada
por acción en el periodo diciembre 2018 - enero 2019

Acción	Rentabilidad real	Rentabilidad pronosticada
ECOPETL	8,13%	9,02%
BCOLO	10,59%	7,54%
PFBCOLO	9,24%	5,04%
PFAVAL	8,11%	7,69%
PFGRUPSU	3,09%	1,09%
GRUPOSUR	5,54%	3,81%
GRUPOARG	8,52%	4,00%
ISA	0,43%	0,28%
CEMARGOS	12,79%	5,67%

EXITO	8,71%	9,27%
PFDVVND	15,14%	8,64%
GEB	4,80%	0,00%
CORFICOL	15,98%	12,32%
NUTRESA	5,87%	3,21%
CLH	26,89%	17,28%
PFAVH	6,33%	11,43%

Fuente: Elaboración propia

Posteriormente, se calculó la variación del cuarto periodo de 2019 contra el último dato de 2018, de esta forma se obtuvo una aproximación a la rentabilidad o pérdida de cada acción teniendo en cuenta los precios reales y los precios pronosticados. Los resultados indican que todas las variaciones de precios reales son positivas, al igual que las variaciones con precios pronosticados. Igualmente, se observa que la red reconoce altas variaciones y se anticipa a estas, a pesar de no pronosticarlas con exactitud, como es el caso de las acciones de Cemex y Preferencial Davivienda, por ejemplo. Por otro lado, cuando se presentan variaciones moderadas, la red se aproxima claramente a estos valores, como es el caso con las acciones de Ecopetrol, Preferencial Aval y Grupo Sura, entre otras.

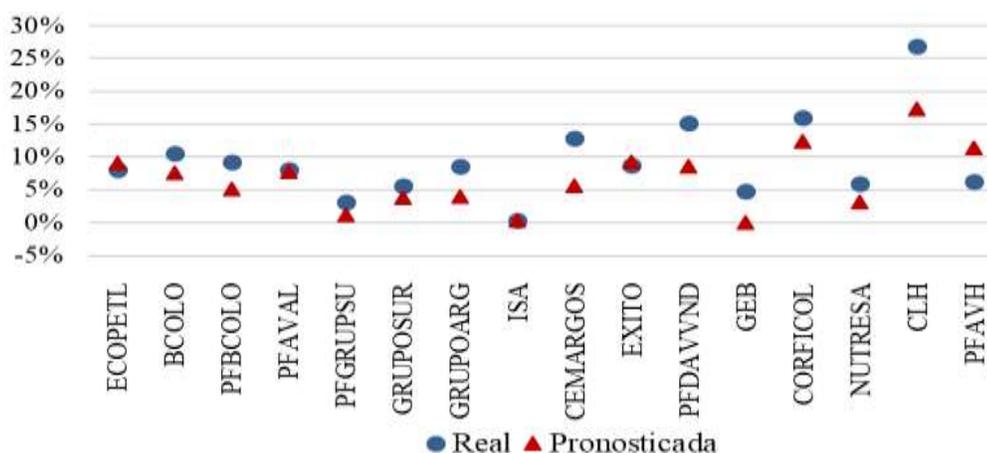


Figura 10. Variaciones reales vs. Variaciones pronosticadas. Elaboración propia.

Gráficamente, resulta interesante analizar las variaciones reales frente a las pronosticadas para cada una de las acciones, ya que permite distinguir el comportamiento de la red cuando las variaciones reales son cercanas a 0% y cuando se presentan altas variaciones, como se mencionó anteriormente. De igual forma, se puede observar que los valores pronosticados son, en su mayoría, inferiores a los reales.

Tabla 2
Correlación entre precios reales y pronosticados por acción

Acción	Correlación
ECOPETL	77,33%
BCOLO	81,56%
PFBCOLO	91,40%
PFAVAL	88,28%
PFGRUPSU	95,55%
GRUPOSUR	98,69%
GRUPOARG	96,17%
ISA	-82,34%
CEMARGOS	77,80%
EXITO	92,80%
PFDVVND	89,09%
GEB	97,20%
CORFICOL	97,37%
NUTRESA	97,66%
CLH	83,26%
PFAVH	82,31%

Fuente: Elaboración propia

Continuando con la evaluación de los resultados obtenidos con la red neuronal, se hizo uso del coeficiente de correlación como medida para evaluar los cuatro precios pronosticados frente a los precios reales, con el fin de analizar no solo los resultados con el valor final como se realizó anteriormente, sino los obtenidos en cada periodo. Como resultado, se obtuvo un solo valor atípico (acción de ISA); sin embargo, las otras series

indican que el precio pronosticado para cada uno de los cuatro periodos, se asimila a los valores reales, obteniendo que la mayoría de la muestra tuvo un coeficiente de correlación superior al 85%.

Tabla 3
Error cuadrático medio entre los valores reales y pronosticados

Acción	RMSE	Proporción RMSE sobre valores reales
ECOPETL	39,69	1,39%
BCOLO	1126,62	3,37%
PFBCOLO	1374,64	4,06%
PFAVAL	12,95	1,22%
PFGRUPSU	336,19	1,08%
GRUPOSUR	314,51	0,96%
GRUPOARG	411,51	2,35%
ISA	353,18	2,48%
CEMARGOS	264,81	3,64%
EXITO	143,51	1,11%
PFDVVND	1777,53	5,21%
GEB	58,12	3,22%
CORFICOL	378,14	2,21%
NUTRESA	331,08	1,38%
CLH	531,58	12,83%
PFAVH	72,14	4,07%

Fuente: Elaboración propia

Para finalizar la evaluación de los pronósticos obtenidos mediante el uso de redes neuronales, se decidió emplear el error cuadrático medio, ya que permite medir el error de una serie de valores pronosticados frente a valores reales. El RMSE tiene la característica de estar en las mismas unidades de cada serie de datos, por tal razón un mayor error de una serie a otra no indica necesariamente que el pronóstico haya sido menos preciso, puesto que depende del precio de cada acción.

Con el fin de mejorar la interpretación de los errores, se decidió relacionar el RMSE obtenido de cada acción sobre el promedio de los precios reales de las series analizadas (los cuatro periodos del 2019). De esta forma se obtuvieron los resultados de la Tabla 3, los cuales indican que la acción con mayor error es la de Cemex, seguida de Preferencial Davivienda, dos de las acciones con mayor variación en el periodo pronosticado, dando soporte al resultado analizado anteriormente que relaciona que entre mayor es la variación de los precios, aumenta la probabilidad de que el pronóstico con redes se aleje de los valores reales.

Tabla 4
Rentabilidad del portafolio con redes neuronales

	Acciones				
	CLH	CORFICOL	PFAVH	EXITO	ECOPETL
Rentabilidad real (1)	26,89%	15,98%	6,33%	8,71%	8,13%
Rentabilidad pronosticada (2)	17,28%	12,32%	11,43%	9,27%	9,02%
Pesos asignados	20%	20%	20%	20%	20%
Valor a invertir	\$ 40.000.000	\$ 40.000.000	\$ 40.000.000	\$ 40.000.000	\$ 40.000.000
Valoración (1)	\$ 50.756.757	\$ 46.390.244	\$ 42.530.120	\$ 43.483.871	\$ 43.251.418
Valoración (2)	\$ 46.913.294	\$ 44.928.367	\$ 44.570.765	\$ 43.708.941	\$ 43.608.461

Fuente: Elaboración propia

Dando paso a la estructuración del portafolio mediante los pronósticos obtenidos con el uso de redes neuronales, se decidió elegir las cinco acciones que generaron mayor rentabilidad pronosticada y equiponderar los pesos para decidir cuánto invertir en cada una de ellas, teniendo en cuenta un disponible de \$200.000.000 COP. Al analizar la valoración de este portafolio con los precios pronosticados del cuarto periodo (Valoración (2)), se puede deducir que tiene una alta proximidad en comparación con la

valoración real (Valoración (1)), ya que sumando las valoraciones obtenidas con los precios reales de cierre se obtiene que:

Valoración (1): \$226.412.410 COP

Y con los precios pronosticados se obtiene:

Valoración (2): \$223.729.829

En otras palabras, los resultados anteriores indican que un inversionista, empleando el anterior método, hubiese obtenido una rentabilidad pronosticada a cuatro semanas de 11,86% pero habría terminado al final del periodo con una rentabilidad real del 13,21%.

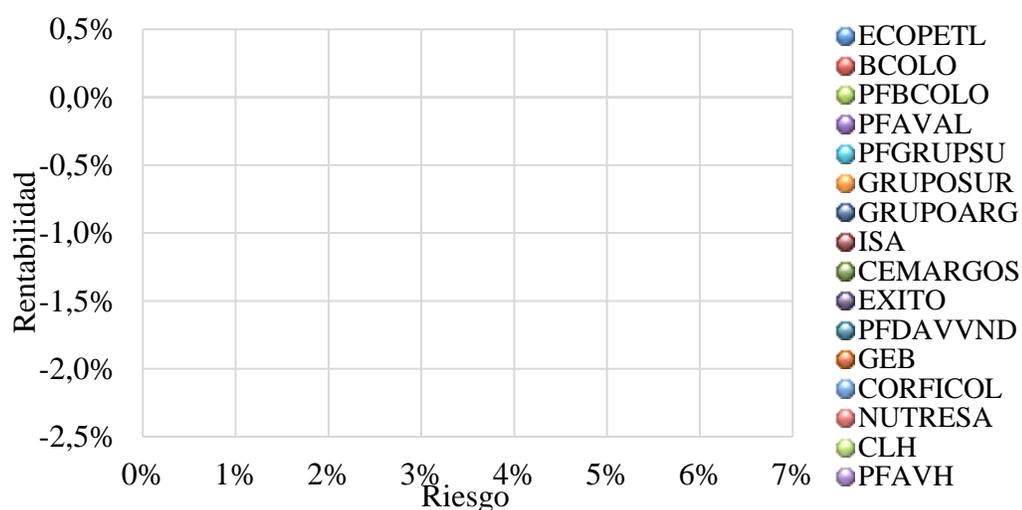


Figura 11. Gráfico de dominancia Markowitz y CAPM. Elaboración propia.

En cuanto a la estructuración de los portafolios con métodos tradicionales, Markowitz y CAPM usan el mismo tipo de gráfico de dominancia para decidir cuáles

activos tener en cuenta para invertir, en este caso se tomaron Ecopetrol, Preferencial Davivienda y Preferencial Bancolombia.

Tabla 5
Rentabilidad del portafolio con Markowitz

	Acciones		
	PFBCOLO	PFDAVIVIENDA	ECOPETL
Rentabilidad real	9,24%	15,14%	8,13%
Pesos asignados	24%	41%	35%
Valor a invertir	\$ 48.309.429	\$ 81.325.771	\$ 70.364.801
Valoración	\$ 52.771.128	\$ 93.635.105	\$ 76.084.435

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 5 se muestran los pesos finales para invertir en cada uno de los activos seleccionados siguiendo el método de Markowitz, así como la rentabilidad que generaron estos en los 4 periodos siguientes a la estructuración del portafolio. Siguiendo esta metodología y bajo los parámetros iniciales de monto de inversión de \$200.000.000 COP se obtuvo que al final del periodo estudiado, el portafolio estaría valorado en \$222.490.667 COP, representando una rentabilidad del 11,25%.

Tabla 6
Rentabilidad del portafolio con CAPM

	Acciones			
	PFBACOLO	PFDAVIVIENDA	ECOPETL	RF
Rentabilidad real	9,24%	15,14%	8,13%	0,4899%
Pesos asignados	0%	0%	59%	41%
Valor a invertir	\$ -	\$ -	\$ 117.093.864	\$ 82.906.136
Valoración	\$ -	\$ -	\$ 126.611.891	\$ 83.312.305

Fuente: Elaboración propia

Posteriormente, se estructuró un portafolio con la metodología CAPM, cuyas características se incluyen en la tabla 6. Según este método solo se debía invertir en

Ecopetrol y en una tasa libre de riesgo, la cual se obtuvo según el portal de Grupo Aval tomando como referencia el último cierre de 2018. La valoración de este portafolio cuatro periodos posteriores a su estructuración indica un monto de \$209.924196 COP, lo cual representa una rentabilidad del 4,96%.

Tabla 7
Comparativo de rentabilidades

	Pronóstico con RNA	Markowitz	CAPM
Valoración	\$ 226.412.410	\$ 222.490.667	\$ 209.924.196
Rentabilidad	13,21%	11,25%	4,96%

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, la Tabla 7 muestra el resumen de la investigación realizada, concluyendo que el portafolio con mayor rentabilidad fue el estructurado basado en los pronósticos con RNA generando una rentabilidad del 13,21%, seguido de Markowitz con 11,25% de rentabilidad y finalmente el método CAPM, con 4,96% de rentabilidad.

6. Conclusiones

La estructuración de portafolios propuesto mediante el uso de redes neuronales resultó ser un método eficiente, que permitió no solo mejorar la rentabilidad generada por las otras metodologías implementadas, sino una mejor diversificación gracias a los activos que se pudieron incluir en el portafolio y una reducción en el grado de incertidumbre por medio del uso de las RNA para anticiparse a variaciones futuras.

De igual forma, es importante resaltar que la implementación de RNA para el pronóstico de series de tiempo financieras requiere un alto nivel de dedicación, pues a pesar de que en la literatura se encontraron diversas recomendaciones para la estructuración de la red, fue necesario probar todas las combinaciones posibles a través del software MATLAB hasta encontrar la óptima para la serie de datos obtenida.

Asimismo, se encontró que este tipo de metodología no es útil para realizar pronósticos y estructurar portafolios en el mediano-largo plazo, ya que cada periodo pronosticado dependerá del anterior, razón por la cual el error aumenta en función del tiempo. Por esta razón se recomienda adecuar la periodicidad de datos según el pronóstico que se quiera realizar.

Del mismo modo, se recomienda utilizar esta metodología en mercados con alta liquidez y alta variedad de activos, ya que estas son limitantes en el mercado accionario colombiano, así como la reciente fecha de emisión de algunos participantes, lo cual dificulta tener una base de datos más completa; finalmente, se sugiere comparar este método propuesto con

otros de estructuración de portafolios, con el fin de darle más robustez a los resultados obtenidos en la presente investigación.

7. Referencias

- Álvarez, R. D., Ortega, G. A., Sánchez, A. M., Herrera, M. (2004). Evolución de la teoría económica de las finanzas: una breve revisión. *Semestre Económico*, Vol. 7, N° 14, p.p 105-127
- Arrieta, J. E., Torres, J. C, Velásquez, H. (2009). Predicción del comportamiento diario de la acción de SURAMINV. Un modelo de redes neuronales. *Semestre Económico*, Vol. 12, N° 25, p.p 95-109
- Asobolsa. (2018). *Informes económicos y publicaciones*. Bogotá, Colombia. Recuperado de <http://www.asobolsa.org/informes-economicos-publicaciones-2/>
- Bejarano, H.M.(2008). *Evaluación de portafolio de inversión en acciones utilizando Markowitz, redes neuronales e indicadores técnico* (Trabajo de grado). Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.
- Benedetti, F., Baigún, A., Yanguas, M., Heymann, D., Perazzo, R., & Zimmermann, M. (2008). Predicciones de Series de Tiempo con Redes Neuronales: Trading usando el Índice Merval.
- Cárdenas, L., Díaz. J. M., Arboleda, S. M., Galarcio, C. L., Lotero, J. E., Isaza, F. (2015). Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, Vol. 14, N° 27, p.p 111-130
- Conti, D., Simó, C., Rodríguez, A. (2005). Teoría de carteras de inversión para la diversificación del riesgo: enfoque clásico y uso de redes neuronales artificiales (RNA). *Revista Ciencia e Ingeniería*, Vol. 26, N° 1, p.p 35-42
- Cruz, R., Clemente, A. (2014) *Aplicación del modelo de Black-Litterman a la selección de portafolios internacionales*. Revista de la facultad de Ciencias Contables. Vol. 22 N° 41 pp. 113-120. Lima – Perú
- Czerwinski, F. (2014). *Valoración de activos, con enfoque sobre CAPM y APT* (Trabajo de grado). Universidad Pontificia Comillas, Madrid, España.
- Dip, J. A, Romero, P. I. (2015). Una comparación de redes neuronales y modelos ARCH-GARCH para predecir variaciones en el precio de las acciones. Aplicación a un caso de acciones de telefonía. *Revista de Investigación en Modelos Financieros*, Vol. 2, p.p 1-29
- Fernández, A., & Gómez, S. (2007). Portfolio selection using neural networks. *Computers & Operations Research*, 34(4), 1177-1191.
- Firacative, E. F. (2015). *Aplicación del modelo CAPM para la valoración de acciones en el mercado integrado latinoamericano MILA* (Tesis maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- García, C. M. (2014). *Predicción del comportamiento de la rentabilidad de la acción de ISAGEN, a partir de la técnica de redes neuronales artificiales* (Tesis de Maestría). Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia.

- García, J., (2013), *Inversiones financieras: selección de carteras Teoría y práctica*, Madrid, España, Editorial Pirámide.
- Gil, M. M., Pérez, F. O. (2005). Análisis y predicción de la acción de la empresa Acerías Paz del Río utilizando un modelo GARCH (1,1) y redes neuronales artificiales. *Revista Ingenierías*, Vol. 4, N° 7, p.p 83-97
- Giraldo, L., Díaz. J. M., Arboleda, S. M., Galarcio, C. L., Lotero, J. E., Isaza, F. (2015). Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, Vol. 14, N° 27, p.p 111-130
- Gutiérrez, M. (2004). *Administración de carteras con redes neuronales mediante metodología Rolling*. (Tesis profesional). Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- Gysel, H. J., & Samano, M. A. (2004). *Teoría del riesgo- Selección de un portafolios de inversión* (Tesis profesional). Universidad de las Américas Puebla, Cholula, México.
- Mahu. J.A. (2012). *Detección de daños en una viga simple mediante antiresonancia y redes neuronales*. (Tesis profesional). Universidad de Chile, Santiago de Chile, Chile.
- Mathworks. (2019). *Choose a Multilayer Neural Network Training Function*. Recuperado de: <https://la.mathworks.com/help/deeplearning/ug/choose-a-multilayer-neural-network-training-function.html>
- Matich, D. J. (2011). *Redes Neuronales Conceptos Básicos y Aplicaciones*. Universidad Tecnológica Nacional, Rosario, Argentina.
- Medina, L. A. (2003). Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario colombiano. *Cuadernos de economía*, Vol. 22, N° 39, p.p 129-168
- Ponce, P. (2010). *Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*. Alfaomega.
- Ramírez, G. L., Fernández, C. P. (2008). Estructuración de portafolios de acciones en el mercado de valores de Hong Kong. *Revista Soluciones de Postgrado EIA*, Vol. 1, N° 2, p-p 39-55
- Rivillas, M. (2018) *Construcción de portafolios de inversión para las Américas, Utilizando índices bursátiles representativos, mediante las teorías de Markowitz y Black-Litterman* (Proyecto de grado). Universidad Santo Tomás, Bucaramanga, Colombia
- Robledo, J. P., García, C. (2008). *Portafolios de inversión a través de redes neuronales y algoritmo genético*. Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira, Colombia
- Sánchez Anzola, N. (2015). Máquinas de soporte vectorial y redes neuronales artificiales en la predicción del movimiento USD/COP spot intradiario. *ODEON*, 9, pp. 113-172. DOI: <http://dx.doi.org/10.18601/17941113.n9.04>
- Shachmurove, Y. (2000). "Utilizing artificial neural network model to predict stock markets". Working Paper #00-11, Caress.
- Superintendencia Financiera de Colombia. (2018). *Índice de bursatilidad accionario*. Bogotá, Colombia. Recuperado de <https://www.superfinanciera.gov.co/inicio/80420>

Villada, F., Muñoz, N., García, E. (2012). Aplicación de las redes neuronales al pronóstico de precios en el mercado de valores. *Información Tecnológica*, Vol. 23, N° 4, p.p 11-20