

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO Y UN CONTROL  
PREDICTIVO PARA UN PROTOTIPO DE HELICÓPTERO DE TRES  
GRADOS DE LIBERTAD**

**Autor:**

**YOSMAN ALEXIS GUERRERO GÓMEZ**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS  
INGENIERÍA MECATRÓNICA**

**2019**

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO Y UN CONTROL  
PREDICTIVO PARA UN PROTOTIPO DE HELICÓPTERO DE TRES  
GRADOS DE LIBERTAD**

**TESIS DE GRADO PARA OPTAR A TÍTULO DE INGENIERO  
MECATRONICO**

**Autor:**

**YOSMAN ALEXIS GUERRERO GÓMEZ**

**Director:**

**M.Sc. HERNANDO GONZÁLEZ ACEVEDO**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA**

**FACULTAD DE INGENIERÍAS**

**PROGRAMA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA**

**BUCARAMAGA**

**2019**

## NOTA DE ACEPTACIÓN

Trabajo de grado titulado "Diseño de un sistema de control óptimo y un control predictivo para un prototipo de helicóptero de tres grados de libertad", presentado por el estudiante Yosman Alexis Guerrero Gómez para optar por el título de Ingeniero en Mecatrónica.



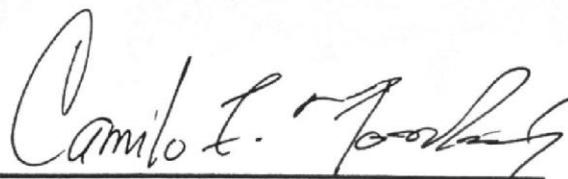
M.Sc. Hernando González Acevedo

Director



Dr. Sebastián Roa Prada

Evaluador



M.Sc. Camilo Enrique Moncada Guayazan

Evaluador

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco primero que todo a Dios por darme salud y sabiduría para seguir adelante con cada uno de mis propósitos y no dejar desvanecer mis ideas.

A mi familia por creer en mí, apoyarme y aconsejarme para lograr mis objetivos especialmente a mis padres quienes dieron todo por verme como un ingeniero mecatrónico.

A mi director de proyecto de grado por todo el apoyo, motivación y atención brindada durante el transcurso de los semestres, porque a pesar de la distancia fue una pieza clave para lograr sacar adelante este proyecto y no desistir.

A nuestra auxiliar académica de laboratorio de electrónica porque con su colaboración hizo más ameno este proceso y por la paciencia brindada.

A mis evaluadores de proyecto por las observaciones y asesorías realizadas ayudando a mejorar de forma considerable el proyecto.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>OBJETIVOS</b>	<b>10</b>
GENERAL	10
ESPECIFICOS	10
<b>INTRODUCCION</b>	<b>11</b>
<b>CAPITULO 1: HELICÓPTERO DE TRES GDL</b>	<b>12</b>
1.1 Modelo matemático	13
1.1.1 Ecuaciones de movimiento	14
1.1.1.1 Eje de Pitch	14
1.1.1.2 Eje de Elevación	15
1.1.1.3 Eje de Travel	18
1.1.2 Resumen de las ecuaciones	19
1.1.2.1 Caracterización del momento gravitacional	19
1.2 Diseño mecánico	20
1.2.1 Dimensionamiento	21
1.2.2 Parámetros del modelo	25
1.2.3 Diseño y análisis del eje de elevación	26
1.2.4 Diseño y análisis del eje de pitch	30
1.2.5 Diseño y análisis del eje de travel	33
1.3 Diseño electrónico	35
1.3.1 Sensores	<b>35</b>
1.3.2 Motores	38
1.3.2.1 Caracterización motores:	<b>38</b>
1.3.3 Anillo deslizante	39
1.3.4 Sistema de adquisición de datos	39
1.3.5 Circuito	40
1.4 Prototipo final	41
<b>CAPITULO 2 SISTEMA DE CONTROL</b>	<b>42</b>
2.1 Espacio de estados del sistema	42
2.1.1 Puntos de equilibrio	43
2.1.2 Linealización del modelo por espacio de estados	45
2.1.3 Modelo lineal en espacio de estados en tiempo discreto:	47
2.1.4 Comparación modelo no lineal y lineal	48
2.1.5 Modelo desacoplado	49
2.2 Sistema de control por espacios de estados	50
2.3 Control LQG	52

2.3.1	Control LQG del modelo acoplado en tiempo discreto.....	52
2.3.1.1	Diseño de control LQR.....	53
2.3.1.2	Diseño filtro Kalman.....	54
2.3.2	Controlador LQG del modelo desacoplado en tiempo discreto.....	56
2.3.2.1	Diseño elevación LQR.....	57
2.3.2.2	Diseño travel LQR.....	57
2.3.2.3	Diseño filtro Kalman Elevación.....	57
2.3.2.4	Diseño filtro Kalman travel.....	58
2.4	Control predictivo MPC.....	59
2.4.1	Algoritmo del control predictivo.....	59
2.4.2	Parámetros de sintonización.....	60
2.4.3	Formulación del MPC.....	61
2.4.3.1	Modelo de predicción.....	61
2.4.4	Model predictive control toolbox.....	62
2.4.5	Control predictivo MPC del modelo acoplado.....	62
2.4.5.1	Diseño de control predictivo MPC.....	63
2.4.6	Control predictivo MPC del modelo desacoplado.....	65
2.4.6.1	Diseño de control predictivo MPC elevación.....	66
2.4.6.2	Diseño de control predictivo MPC travel.....	66
2.5	Interfaz gráfica.....	68
2.5.1	Sección 1ª de la interfaz grafica.....	69
2.5.2	Selección de los diferentes tipos de setpoint.....	70
<b>CAPITULO 3 VALIDACION DE CONTROLADORES.....</b>		<b>73</b>
3.1	Implementación control LQG acoplado.....	73
3.2	Implementación control LQG desacoplado.....	74
3.3	Implementación control predictivo MPC Acoplado.....	75
3.4	Implementación control predictivo MPC desacoplado.....	76
3.5	Análisis de resultados.....	77
<b>CONCLUSIONES.....</b>		<b>81</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>		<b>83</b>
<b>ANEXOS.....</b>		<b>85</b>
ANEXO A: Datasheet motor pittman dc.....		85
ANEXO B: Datasheet potenciómetro lineal.....		86
ANEXO C: Datasheet encoder absoluto.....		87
ANEXO D: Toolbox MPC Matlab.....		89

## FIGURAS

Figura 1. Diagrama de cuerpo libre del helicóptero 3 GDL. ....	12
Figura 2. Eje de pitch DCL. ....	14
Figura 3. Eje de elevación DCL. ....	15
Figura 4. Sistema de coordenada local (rojo) y global (negro). [2] .....	16
Figura 5. Eje de Travel DCL. [1] .....	18
Figura 6. Momento gravitacional en función del ángulo de elevación. ....	20
Figura 7. Vista isométrica del helicóptero de 3 GDL. ....	20
Figura 8. Vista superior del helicóptero de 3 GDL. ....	21
Figura 9. Vista lateral del anillo acoplado al eje de travel. ....	21
Figura 10. Vista lateral del helicóptero de 3 GDL. ....	22
Figura 11. Vista frontal del helicóptero de 3 GDL. ....	22
Figura 12. Estructuras principales del sistema del helicóptero de 3 GDL. ....	23
Figura 13. Vista isométrica del soporte acoplado a las rejillas de protección... 24	
Figura 14. Viga principal. ....	24
Figura 15. Acople de eje de elevación con platina rectangular. ....	26
Figura 16. Ubicación de la platina rectangular en el helicóptero. ....	26
Figura 17. Análisis de esfuerzo de Von Mises eje de elevación. ....	27
Figura 18. Deformación eje de elevación. ....	28
Figura 19. Análisis de esfuerzo de Von Mises de la viga principal. ....	29
Figura 20. Deformación de la viga principal. ....	29
Figura 21. Estructura de pitch. ....	30
Figura 22. Soporte potenciómetro lineal. ....	30
Figura 23. Análisis de esfuerzo de Von Mises eje de pitch. ....	31
Figura 24. Deformación eje de pitch. ....	32
Figura 25. Análisis de esfuerzo de Von Mises soporte pitch. ....	32
Figura 26. Deformación soporte de pitch. ....	33
Figura 27. Análisis de esfuerzo de Von Mises del eje de travel. ....	34
Figura 28 Deformación eje de travel. ....	34
Figura 29. Sensores del helicóptero de tres grados de libertad. ....	35
Figura 30. Caracterización sensor elevación. ....	36
Figura 31. Caracterización sensor pitch. ....	37
Figura 32. Slip Ring de la marca SENRING. ....	39
Figura 33. Esquemático de conexión. ....	41
Figura 34. Prototipo funcional. ....	41
Figura 35. Comparación ángulo elevación. ....	48
Figura 36. Comparación ángulo travel. ....	48
Figura 37. Comparación ángulo Pitch. ....	48
Figura 38. Figura 38. Control desacoplado. [2] .....	50
Figura 39. Diagrama de bloques del sistema de seguimiento. ....	51
Figura 40. Diagrama en lazo cerrado del modelo acoplado ante controlador LQG. ....	53
Figura 41. Diagrama de control LQG del modelo acoplado. ....	53
Figura 42. Respuesta transitoria del modelo acoplado ante diferentes entradas con controlador LQG. ....	55

Figura 43. Acción de control para diferentes entradas de fuerzas. ....	55
Figura 44. Diagrama en lazo cerrado del modelo desacoplado ante control LQG.....	56
Figura 45. Diagrama de control LQG del modelo desacoplado.....	56
Figura 46. Respuesta transitoria del modelo desacoplado ante diferentes entradas con controlador LQG. ....	58
Figura 47. Acción de control para diferentes entradas de fuerzas. ....	59
Figura 48. Estrategia MPC. ....	60
Figura 49. Diagrama en lazo cerrado del modelo acoplado ante control predictivo MPC. ....	62
Figura 50. Diagrama de control predictivo MPC del modelo acoplado.....	63
Figura 51. Respuesta transitoria del modelo acoplado ante diferentes entradas con controlador MPC.....	64
Figura 52. Acción de control para diferentes entradas de fuerzas. ....	64
Figura 53. Diagrama en lazo cerrado del modelo desacoplado ante control predictivo MPC. ....	65
Figura 54. Diagrama de control predictivo MPC del modelo desacoplado. ....	65
Figura 55. Respuesta transitoria del modelo desacoplado ante diferentes entradas con controlador MPC.....	67
Figura 56. Acción de control para diferentes entradas de fuerzas. ....	68
Figura 57. Interfaz gráfica del helicóptero de 3 GDL. ....	68
Figura 58. Bloque de señales.....	70
Figura 59. Selección de entrada del sistema.....	70
Figura 60. .Sliders para variar los setpoint para los ángulos a regular.....	71
Figura 61. Bloques para lectura de ángulos y escritura PWM.....	72
Figura 62. Bloques para visualización de las diferentes señales. ....	72
Figura 63. Validación de control LQG acoplado ante variación en la señal de referencia. ....	73
Figura 64. Acción de control LQG acoplado.....	74
Figura 65. . Validación de control LQG desacoplado ante variación en la señal de referencia. ....	74
Figura 66. Acción de control LQG desacoplado.....	75
Figura 67. Validación de control MPC acoplado ante variación en la señal de referencia. ....	75
Figura 68. Acción de control MPC acoplado. ....	76
Figura 69. Validación de control MPC desacoplado ante variación en la señal de referencia. ....	76
Figura 70. Acción de control MPC desacoplado.....	77
Figura 71. Estructura de control MPC y control LQG. ....	78
Figura 72. Validación de control LQG y MPC desacoplado ante variación en la señal de referencia.....	79
Figura 73. Acción de control.....	79
Figura 74. Validación de control LQG y MPC desacoplado ante perturbación.....	80

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Descripción de variable. ....	12
Tabla 2. Descripción de parámetros.....	13
Tabla 3. Valores de los parámetros.....	25
Tabla 4. Datos de identificación de sensor de elevación.....	36
Tabla 5. Datos de identificación de sensor de pitch .....	37
Tabla 6. Parámetros de las hélices y motor. ....	38
Tabla 7. Comparación de placas Arduino. ....	40
Tabla 8. Límites digitales y físicos para los diferentes ángulos. ....	69
Tabla 9. Valores respuesta transitoria control LQG.....	69
Tabla 10. Valores respuesta transitoria control MPC .....	70
Tabla 11. Tipos de señal de referencia según el valor de la constante. ....	71

## **OBJETIVOS**

### **GENERAL**

- Implementar una estrategia de control óptimo y un control predictivo para estabilizar un prototipo de helicóptero de tres grados de libertad.

### **ESPECIFICOS**

- Determinar el modelo dinámico de un helicóptero de tres grados de libertad.
- Diseñar la estrategia de control óptimo para regular el ángulo de elevación, travel y pitch de un helicóptero de tres grados de libertad.
- Diseñar la estrategia de control predictivo para regular el ángulo de elevación, travel y pitch de un helicóptero de tres grados de libertad.
- Construir un sistema mecatrónico que emule el comportamiento dinámico de un helicóptero de tres grados de libertad.
- Diseñar una interfaz gráfica que permita el monitoreo y configuración de los parámetros del sistema de control en tiempo real.
- Validar la estrategia de control óptimo y control predictivo en un prototipo de tres grados de libertad.

## INTRODUCCION

El helicóptero de tres GDL es un sistema didáctico a escala muy útil e interesante que ha sido utilizado para explicar los efectos aerodinámicos y demostrar en forma práctica diferentes métodos de modelado, análisis y control. Debido a su aplicabilidad ha sido adquirido por varios cursos de ingeniería de control e investigación en diferentes universidades del mundo como bancos de pruebas. El banco de pruebas consta de un helicóptero didáctico acoplado desde su centro de gravedad a una base fija, que posee en uno de sus extremos dos actuadores que permiten el movimiento del sistema generando el ángulo de travel, pitch y elevación, además cuenta con sensores para el registro de cada ángulo y un contrapeso para ayudar a nivelar el sistema. Hoy en día el laboratorio de ingeniería mecatrónica de la Universidad Autónoma de Bucaramanga cuenta con un único modelo didáctico (Helicóptero de tres GDL) que permite al estudiante interactuar y aplicar lo aprendido durante el transcurso del semestre en el área de control, debido a esto se genera la necesidad de construir un modelo didáctico similar al que ofrece la empresa canadiense QUANSER® (Helicopter 3-DOF) como apoyo a la asignatura de control avanzado, que permite el giro de 360 grados en el ángulo de travel con un bajo consumo de corriente, a diferencia del modelo didáctico existente en la Universidad Autónoma de Bucaramanga. Se considera que contar con este modelo permite fortalecer los conocimientos adquiridos durante el semestre, debido a que se puede practicar y aplicar lo que en un futuro se realizará como profesional en el área de control, además ofrece una buena simplificación de un helicóptero con rotores en tándem del mundo real, esta configuración se suele usar en helicópteros de carga. Permite asemejarse al tener dos rotores montados uno en frente del otro en sentido longitudinal, girando de forma contraria para eliminar el par generado por cada rotor, siendo estable en vuelo sin necesidad de otro sistema. En el proyecto se diseñan y validan estrategias de control multivariable tales como Linear Quadratic Gaussian (LQG) y predictivo.

## CAPITULO 1: HELICÓPTERO DE TRES GDL

Un helicóptero de 3 grados de libertad está constituido por un brazo largo pivotado situado sobre una base fija vertical, ver figura 1. El cual, al variar el voltaje de los dos motores que están acoplados en la parte delantera del brazo, crea una fuerza de empuje que, junto al contrapeso ubicado en la parte trasera del brazo, permite controlar los ángulos de:

- Pitch (Movimiento a través del eje longitudinal), ángulo que se genera por diferencia de voltaje en los dos motores.
- Elevación (Movimiento a través del eje lateral), ángulo que se genera por igual voltaje en los dos motores
- Travel (Movimiento a través del eje vertical), ángulo generado por variación en el ángulo pitch y suministro de voltaje generando fuerza de empuje a la dirección solicitada.

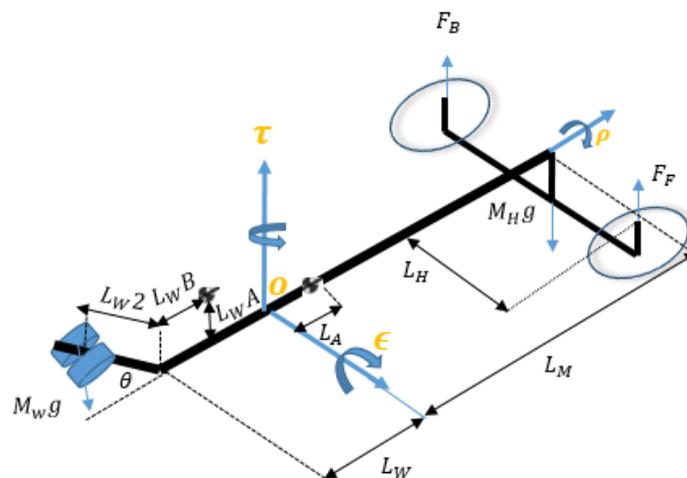


Figura 1. Diagrama de cuerpo libre del helicóptero 3 GDL.

En la tabla 1 y 2 se describe las variables y parámetros que rigen el helicóptero de 3 GDL.

Tabla 1. Descripción de variable.

Símbolo	Descripción
$\epsilon$	Ángulo de elevación
$\tau$	Ángulo de travel
$\rho$	Ángulo de pitch
$F_B$	Fuerza del motor 1
$F_F$	Fuerza del motor 2

Tabla 2. Descripción de parámetros.

<b>Símbolos</b>	<b>Descripción</b>
$m_H$	Masa del helicóptero (motores).
$m_W$	Masa del contrapeso.
$m_A$	Masa de la viga principal.
$mW_b$	Masa de la viga en L del contrapeso.
$L_W$	Distancia entre el eje de Elevación y el pliegue del contrapeso.
$L_{W2}$	Distancia entre el pliegue del contrapeso hasta el contrapeso.
$L_{Wb}$	Distancia entre el eje de elevación y el centro de masa de la viga en "L" del contrapeso.
$L_{Wa}$	Distancia entre la viga principal y el centro de masa de la viga en L del contrapeso.
$L_M$	Distancia entre el eje de Elevación y el helicóptero.
$L_H$	Distancia entre el eje de Pitch y el centro de las hélices.
$L_A$	Distancia entre el eje de Elevación y el centro de masa de la viga principal.
$lp$	Distancia entre el eje de pitch al centro de masa del helicóptero.
$h$	Distancia entre eje de Elevación y el centro de la viga principal.
$I_\rho$	La inercia de rotación alrededor del eje de Pitch.
$I_\epsilon$	La inercia de rotación alrededor del eje de Elevación.
$I_\tau$	La inercia de rotación alrededor del eje de Travel.
$K_{d\epsilon}$	Coeficiente de fricción dinámico eje de elevación.
$K_{d\tau}$	Coeficiente de fricción dinámico eje de travel.
$K_{d\rho}$	Coeficiente de fricción dinámico eje de pitch.

### 1.1 Modelo matemático.

El modelo matemático es realizado de la siguiente manera. En primer lugar se definen las longitudes, fuerzas, ángulos y torques que actúan sobre el helicóptero, ver figura 1. Luego se genera el análisis de diagrama de cuerpo libre (DCL), análisis mediante la segunda ley del movimiento de Euler [2].

Se introduce un sistemas de coordenadas, ver figura 4. Donde el sistema gira con el brazo alrededor de los ejes de travel y elevación. El brazo se fija en el

montaje del punto O. Cuando se describe la posición del helicóptero tres ángulos son usados.

La matriz de inercias es de magnitud 3x3 pero debido a que se tomó el sistema de referencia asociado con sus ejes principales, los productos de inercia se hacen cero, lo que vuelve la matriz de inercia una matriz diagonal y son definidas como:

$I_T$ : La inercia de rotación alrededor del eje de travel.

$I_\rho$ : La inercia de rotación alrededor del eje de pitch.

$I_\epsilon$ : La inercia de rotación alrededor del eje de elevación.

Además, las fuerzas  $F_F$  y  $F_B$  representan el empuje generado por los motores.

### 1.1.1 Ecuaciones de movimiento.

Con el fin de identificar las ecuaciones que rigen el sistema del helicóptero se realiza un diagrama de cuerpo libre (DCL) por cada grado de libertad existente.

#### 1.1.1.1 Eje de Pitch.

En la

Figura 2. Eje de pitch DCL.

2 se muestra las fuerzas que actúan sobre el eje de Pitch.

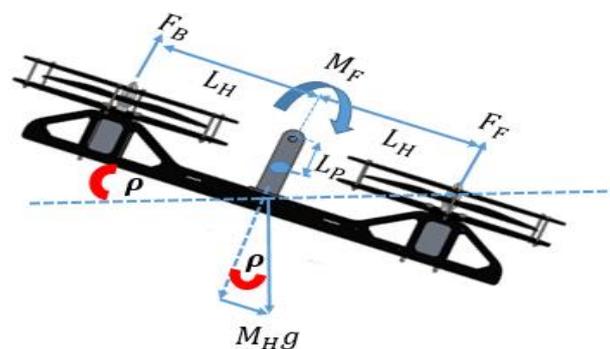


Figura 2. Eje de pitch DCL.

De la Figura 2 se puede ver fácilmente que el par principal alrededor del eje de Pitch proviene del empuje generado por los motores. Cuando  $\rho \neq 0$  la fuerza gravitacional del ensamblaje también producirá un par alrededor del eje de Pitch.

La fricción de la junta y la resistencia del aire son combinados en un único componente y se representa como  $M_F = k_{d\rho}$ . De la segunda ley de Euler se obtiene:

$$I_\rho \ddot{\rho} = (F_B - F_F)L_H - m_H g(lp - h) \sin \rho \cos \epsilon - k_{d\rho} \dot{\rho} \quad (1)$$

En la ecuación 1 la fuerza de coriolis se ha despreciado.

### 1.1.1.2 Eje de Elevación.

En la figura 3 se muestra las fuerzas que actúan sobre el eje de elevación, el eje de pitch ha sido girado un ángulo de  $\rho$ , siendo  $M_G(\epsilon)$  el momento gravitacional que ejercen dichas fuerzas. La fricción de la junta y la resistencia del aire son combinados en un único componente y se representa como  $M_F = k_{d\epsilon}$ . Sin embargo, debido al hecho de que el brazo podría estar girando alrededor de los ejes de travel y elevación al mismo tiempo, el eje de elevación no se puede analizar de forma aislada.

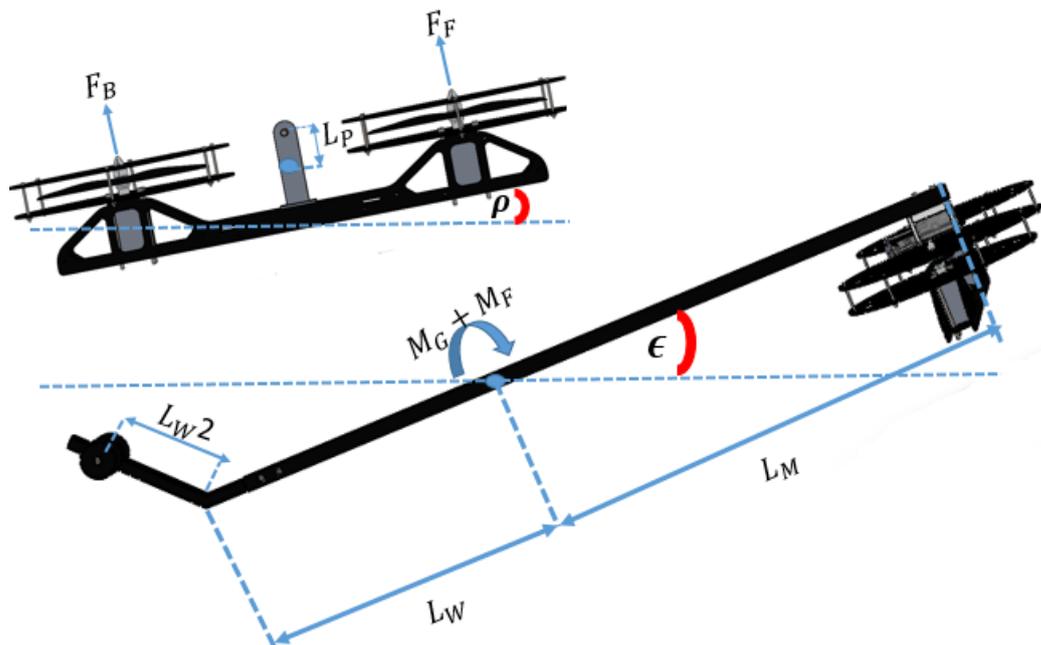


Figura 3. Eje de elevación DCL.

Un nuevo sistema de coordenadas se fija en el helicóptero de acuerdo con la figura 4, el sistema de coordenadas locales  $\epsilon, \rho, \tau'$  (rojo) se fija en el brazo. El sistema global  $X, Y, T$  (negro) es el sistema de referencia inercial. El sistema de coordenadas locales está compartiendo origen O con el marco de referencia

global (inercial) y está girando con el brazo alrededor de los ejes de travel y de elevación.

La segunda ley de Euler sobre el punto O ( $\vec{h}_0$  denota el movimiento angular con respecto al punto O):

$$\sum \vec{M}_0 = \frac{d\vec{h}_0}{dt} \quad (2)$$

Dado que el sistema de coordenadas fijo en el helicóptero está girando en comparación con el sistema inercial global la derivada de la cantidad de movimiento angular está dado por:

$$\frac{d\vec{h}_0}{dt} = \left( \frac{d\vec{h}_0}{dt} \right)_{\epsilon\rho\tau'} + \vec{\Omega} \times \vec{h}_0 \quad (3)$$

Donde la derivada se evalúa en el sistema de coordenadas local y  $\vec{\Omega}$  es el vector de velocidad angular que describe cómo gira el sistema local en comparación con el global. Además  $\vec{h}_0$  es dado por:

$$\vec{h}_0 = I_0 \vec{\Omega} = \begin{bmatrix} I_\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & I_\rho & 0 \\ 0 & 0 & I_\tau \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\epsilon} \\ \dot{\tau} \sin \epsilon \\ \dot{\tau} \cos \epsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_\epsilon \dot{\epsilon} \\ I_\rho \dot{\tau} \sin \epsilon \\ I_\tau \dot{\tau} \cos \epsilon \end{pmatrix} \quad (4)$$

Esto da:

$$\left( \frac{d\vec{h}_0}{dt} \right)_{\epsilon\rho\tau'} = \begin{pmatrix} I_\epsilon \ddot{\epsilon} \\ I_\rho (\ddot{\tau} \sin \epsilon + \dot{\tau} \dot{\epsilon} \cos \epsilon) \\ I_\tau (\ddot{\tau} \cos \epsilon - \dot{\tau} \dot{\epsilon} \sin \epsilon) \end{pmatrix} \quad (5)$$

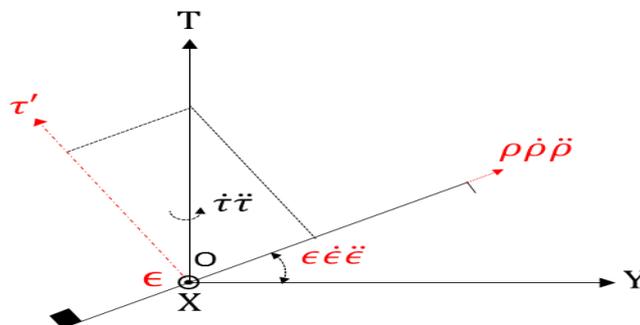


Figura 4. Sistema de coordenada local (rojo) y global (negro). [2]

Seguido por el producto cruz:

$$\vec{\Omega} \times \vec{h}_0 = \begin{pmatrix} (I_\tau - I_\rho)\dot{t} \cos \epsilon \dot{t} \sin \epsilon \\ (I_\epsilon - I_\tau)\dot{\epsilon} \dot{t} \cos \epsilon \\ (I_\rho - I_\epsilon)\dot{\epsilon} \dot{t} \sin \epsilon \end{pmatrix} \quad (6)$$

Lo que da el cambio en el momento angular como:

$$\frac{d\vec{h}_0}{dt} = \begin{pmatrix} I_\epsilon \ddot{\epsilon} + (I_\tau - I_\rho)\dot{t}^2 \cos \epsilon \sin \epsilon \\ I_\rho \ddot{t} \sin \epsilon + (I_\epsilon + I_\rho - I_\tau)\dot{\epsilon} \dot{t} \cos \epsilon \\ I_\tau \ddot{t} \cos \epsilon - (I_\tau + I_\epsilon - I_\rho)\dot{\epsilon} \dot{t} \sin \epsilon \end{pmatrix} \quad (7)$$

El cambio en el momento angular alrededor del eje de elevación se identifica ahora como:

$$\frac{dh_{0,\epsilon}}{dt} = I_\epsilon \ddot{\epsilon} + (I_\tau - I_\rho)\dot{t}^2 \cos \epsilon \sin \epsilon \quad (8)$$

Utilizando la ecuación 8, junto con la segunda ley de Euler da:

$$I_\epsilon \ddot{\epsilon} = (F_F + F_B)L_M \cos \rho - (I_\tau - I_\rho)\dot{t}^2 \cos \epsilon \sin \epsilon + M_G(\epsilon) - k_{d\epsilon} \dot{\epsilon} \quad (9)$$

Donde la ecuación del momento gravitacional con respecto al ángulo de elevación es:

$$\begin{aligned} M_G(\epsilon) = & -((m_W(L_W + L_{W2} \cos \theta) - m_A L_A - m_H L_M + m_W b * L_W b) * g \\ & * \cos(\epsilon) - m_H(L_p - h) * g * \sin(\epsilon) * \cos(\rho) + m_H * g * (L_W \\ & * \sin \theta + h) * \sin(\epsilon) + m_W b * g * (L_W a + h) * \sin(\epsilon)) \end{aligned} \quad (10)$$

los pares generados por los motores se desprecian. Son proporcional a la velocidad de rotación al cuadrado y, posiblemente, puede ser bastante significativos. Sin embargo, los motores en nuestro caso están rotando en direcciones opuestas, por lo tanto, se contrarrestan entre sí. Está claro que todavía va a generar un par neto al girar con diferentes velocidades (cuando cambiamos el ángulo de pitch) pero para simplificar se desprecia este efecto.

Además, las inercias alrededor del eje de travel y de pitch utilizadas en la ecuación (9) son las inercias alrededor de cada eje. Al analizar la inercia del eje de elevación alrededor del eje de pitch debe ser compensado el hecho de que el brazo se ha desprendido de la montura, mientras que la inercia de pitch debe ser compensada por la inercia del brazo más la lucha contra el peso y la distancia entre el eje de pitch y el eje que se extiende a través del brazo. Sin embargo, la diferencia es pequeña, así que con el fin de evitar tener que introducir nuevas variables el error es despreciado [2].

### 1.1.1.3 Eje de Travel.

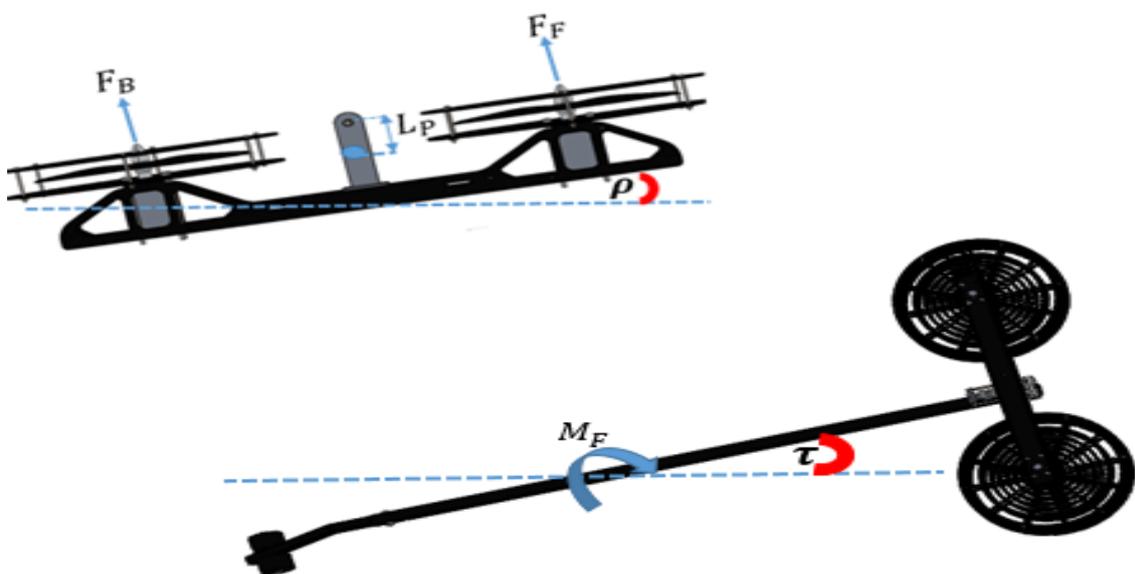


Figura 5. Eje de Travel DCL. [1]

Las principales fuerzas que actúan sobre el eje de travel son el empuje generado por los dos motores. Cuando el ángulo de pitch es distinto de cero las fuerzas de empuje tendrán una componente generando un par de torsión alrededor del eje de travel. La componente se incrementará con el aumento de  $\rho$ , así como disminuye con el aumento de  $\epsilon$  ángulo de elevación. Contrariamente a las inercias de pitch y de elevación, la inercia de travel variará bastante significativamente a medida que el helicóptero se mueve. Aproximando el helicóptero y el contrapeso como masas puntuales e ignorando la inercia de travel del brazo puede ser expresado según la ecuación (11).

$$I_{\tau}(\epsilon) = \cos^2 \epsilon^2 (m_W(L_W + L_{W2} \cos \theta)^2 + m_W L_M^2 + m_H L_M^2 + m_A L_A^2) \quad (11)$$

El factor  $\cos^2 \epsilon$  causará una reducción bastante significativa (en comparación con  $\epsilon = 0$ ) de la inercia incluso para ángulos relativamente pequeños. Cabe destacar el hecho de que la inercia de travel no es constante, sino más bien una función del ángulo de elevación se puede expresar como  $I_\tau = I_\tau(\epsilon)$ . La figura 5 y la segunda ley de Euler permite que:

$$I_\tau(\epsilon)\ddot{\tau} = (F_F + F_B)L_M \cos \epsilon \sin \rho - k_{d\tau}\dot{\tau} \quad (12)$$

De manera similar al eje de elevación, los torques del motor han sido despreciados. [2]

### 1.1.2 Resumen de las ecuaciones.

La aplicación de la segunda ley de Euler en los diferentes ejes proporciona un modelo dinámico del helicóptero:

$$\begin{cases} I_\epsilon \ddot{\epsilon} = (F_F + F_B)L_M \cos \rho - (I_\tau - I_\rho)\dot{\tau}^2 \cos \epsilon \sin \epsilon + M_G(\epsilon) - k_{d\epsilon}\dot{\epsilon} \\ I_\rho \ddot{\rho} = (F_B - F_F)L_H - m_H g(d - c) \sin \rho \cos \epsilon - k_{d\rho}\dot{\rho} \\ I_\tau(\epsilon)\ddot{\tau} = (F_F + F_B)L_M \cos \epsilon \sin \rho - k_{d\tau}\dot{\tau} \end{cases} \quad (13)$$

Ecuación inercia del ángulo de travel:

$$I_\tau(\epsilon) = \cos^2 \epsilon (m_W(L_W + L_{W2} \cos \theta))^2 + m_W L_M^2 + m_H L_M^2 + m_A L_A^2 \quad (14)$$

Ecuación del momento gravitacional:

$$\begin{aligned} M_G(\epsilon) = & -((m_W(L_W + L_{W2} \cos \theta) - m_A L_A - m_H L_M + m_W b * L_W b) * g \\ & * \cos(\epsilon) - m_H(L_p - h) * g * \sin(\epsilon) * \cos(\rho) + m_H * g * (L_W \\ & * \sin \theta + h) * \sin(\epsilon) + m_W b * g * (L_W a + h) * \sin(\epsilon)) \end{aligned} \quad (15)$$

#### 1.1.2.1 Caracterización del momento gravitacional.

El momento gravitacional alrededor del eje de elevación se ha determinado midiendo qué empuje combinado deben producir los motores (ambos motores producen el mismo empuje) para mantener un ángulo de elevación específico. El empuje requerido se multiplica con el brazo de palanca LM para obtener el momento.

En la figura 6 se muestra el momento gravitacional vs el ángulo de elevación. Mediante la herramienta Matlab se genera una ecuación de segundo orden permitiendo reducir considerablemente la ecuación 15.

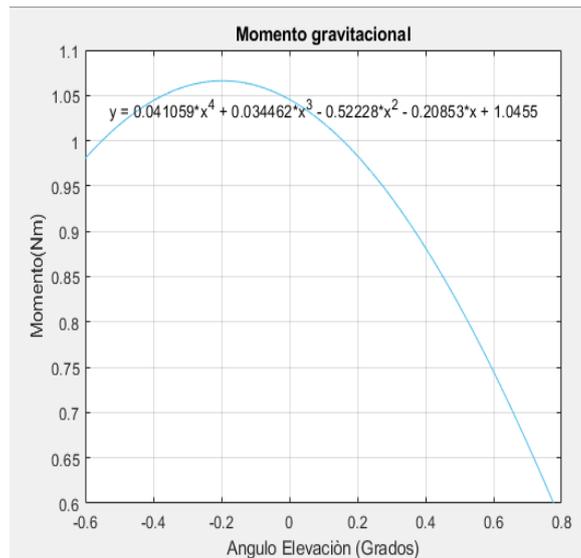


Figura 6. Momento gravitacional en función del ángulo de elevación.

La nueva ecuación de momento gravitacional en función de elevación queda expresado de la siguiente manera:

$$M_G(\epsilon) = 0.041059 * \epsilon^4 + 0.034462 * \epsilon^3 - 0.52228 * \epsilon^2 - 0.20853 * \epsilon + 1.0455 \quad (16)$$

Teóricamente, la MG es también una función del ángulo de pitch, pero esto ha sido descuidado en la ecuación 16.

### 1.2 Diseño mecánico.

El diseño mecánico del helicóptero tres grados de libertad se basa en el prototipo que ofrece la empresa Quanser ® facilitando gran parte de lo que corresponde al diseño mecánico. La figura 7 corresponde a una vista isométrica del helicóptero generado mediante la herramienta de modelo 3D Solidworks.



Figura 7. Vista isométrica del helicóptero de 3 GDL.

### 1.2.1 Dimensionamiento.

El dimensionamiento del prototipo parte de la idea principal de que el modelo debe contar con tres grados de libertad. El primer grado de libertad corresponde al eje de travel (ver figura 8), está ubicado sobre el eje principal de toda la estructura (eje "y"), permite rotar 360 grados debido a que cuenta con un anillo deslizante para dar completa libertad de girar sin tener el problema de que se puedan cruzar los cables que comunican sensores y actuadores con la tarjeta de adquisición de datos, consiste en un eje que cuenta con una configuración de anillos internos y externos que están en contacto mientras giran, permitiendo tener el sistema conectado (ver figura 9).

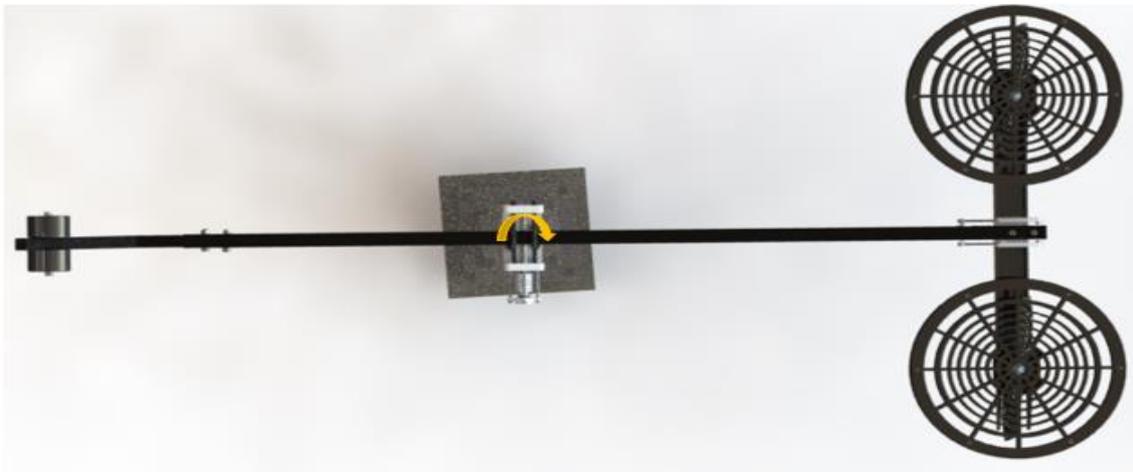


Figura 8. Vista superior del helicóptero de 3 GDL.

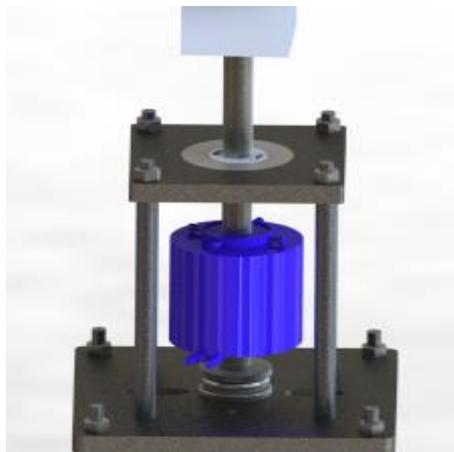


Figura 9. Vista lateral del anillo acoplado al eje de travel.

El segundo grado de libertad corresponde al eje de elevación y se ubica en la parte superior del eje principal (eje “z”) como se muestra en la figura 10. Cuenta con un rango limitado de movimiento debido a los separadores que sujetan el conjunto que lo sostiene y la restricción de la mesa sobre la que se apoya el prototipo, el rango es aproximadamente 71 grados (+44 por encima de la horizontal y -27 grados por debajo).



Figura 10. Vista lateral del helicóptero de 3 GDL.

El tercer grado de libertad corresponde al eje de pitch y se encuentra en el extremo derecho y está ubicado sobre el eje “x” como se muestra en la figura 11 , tiene un rango limitado de movimiento debido a la estructura que sujeta el eje de pitch , aproximadamente 82 grados ( $\pm 41$  grados).

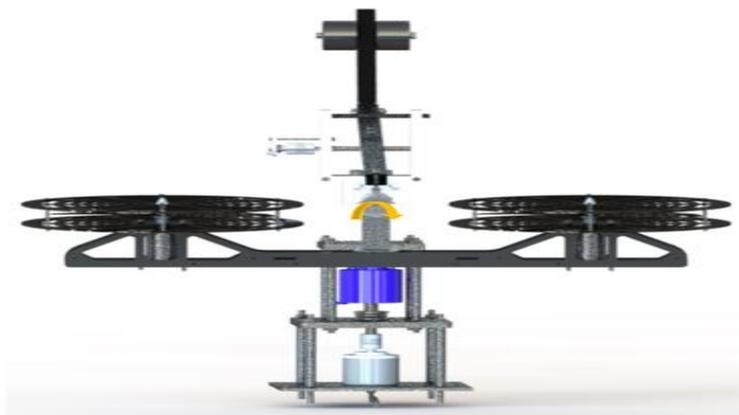


Figura 11. Vista frontal del helicóptero de 3 GDL.

El prototipo consta de tres partes las cuales se denominan de la siguiente manera: conjunto motores, viga principal y estructura base, como se puede observar en la figura 12.

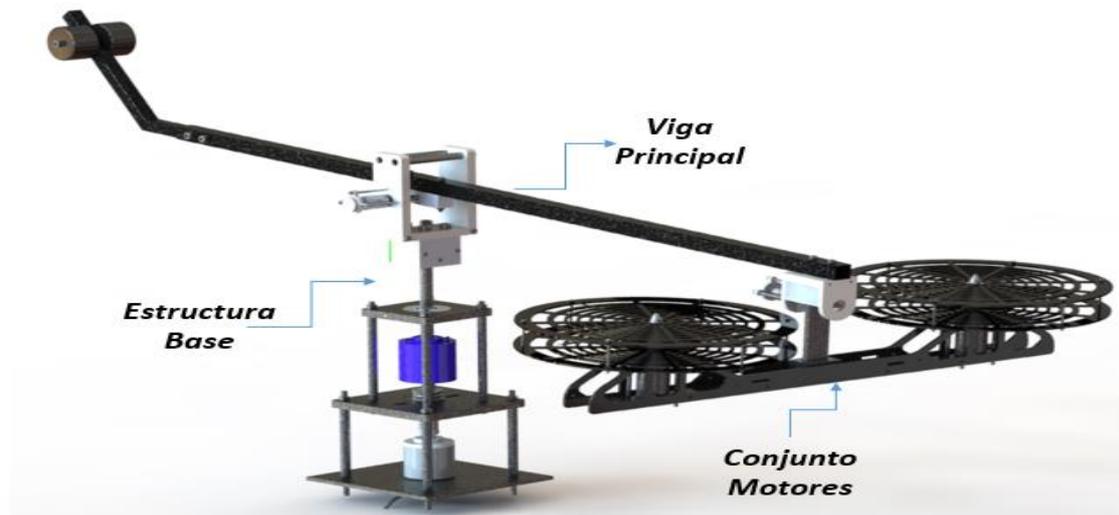


Figura 12. Estructuras principales del sistema del helicóptero de 3 GDL.

Para la estructura motores se diseñó un soporte para los mismos, el soporte es de material acrílico el cual encierra los motores y permite sujetarlos a la base de la estructura, además cuenta con unas rejillas protectoras circulares como se muestra en la figura 13, con un diámetro mayor al de la hélices que reposan sobre la estructuras laterales, permite prevenir posibles accidentes durante el funcionamiento del helicóptero. Las rejillas protectoras y el soporte fueron diseñadas mediante Solidworks seguidamente exportadas a CorelDraw, para ser cortadas mediante una máquina de corte laser en acrílico, se eligió acrílico debido a que proporciona la resistencia requerida, es liviano y además es económico comparado con el corte de aluminio.



Figura 13. Vista isométrica del soporte acoplado a las rejillas de protección. La viga principal se encarga de soportar el peso del conjunto motores y del contrapeso con una longitud total desde el contrapeso hasta los motores de 127 cm. El contrapeso posee una inclinación de +46 grados con la horizontal, donde aparecen dos componentes de peso adicionales, permite aumentar el torque efectivo de este con respecto a la base, disminuyendo el esfuerzo de los motores.



Figura 14. Viga principal.

El valor del contrapeso se obtiene al analizar la masa del conjunto motores mediante la herramienta “Propiedades físicas” de Solidworks, la herramienta utiliza los materiales y la geometría de los objetos para calcularla. El valor de la masa obtenido fue de 1,245 kg, a partir de este valor se estimó el contrapeso, el cual debe tener un peso menor no muy cercano al conjunto motores, de lo contrario podría causar que una pequeña variación provocada por el empuje de los motores tenga un cambio de posición del brazo muy brusco. Debido a lo anterior se trabaja con un contrapeso de 0.955 kg.

### 1.2.2 Parámetros del modelo.

La tabla 3 muestra los valores de los parámetros del modelo matemático para el helicóptero de tres grados de libertad, los cuales se usan en el diseño de los controladores LQG y predictivo MPC. Los coeficientes de fricción dinámicos de los ejes se obtienen tomando como referencia de la literatura. [1]

Tabla 3. Valores de los parámetros.

<b>Parámetros del helicóptero</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidades(SI)</b>
Masa del helicóptero (motores) ( $m_H$ )	1.245	<i>kg</i>
Masa del contrapeso( $m_W$ )	0.955	<i>kg</i>
Masa de la viga principal( $m_A$ )	0.216	<i>kg</i>
Masa de la viga en L del contrapeso ( $mW_b$ )	0.317	<i>kg</i>
Distancia entre el eje de Elevación y el pliegue del contrapeso( $L_W$ )	0.445	<i>m</i>
Distancia entre el pliegue del contrapeso hasta el contrapeso( $L_{W2}$ )	0.12	<i>m</i>
Distancia entre el eje de elevación y el centro de masa de la viga en "L" del contrapeso( $L_{Wb}$ )	0.4287	<i>m</i>
Distancia entre la viga principal y el centro de masa de la viga en L del contrapeso( $L_{Wa}$ )	0.0285	<i>m</i>
Distancia entre el eje de Elevación y el helicóptero( $L_M$ )	0.5775	<i>m</i>
Distancia entre el eje de Pitch y el centro de las hélices( $L_H$ )	0.195	<i>m</i>
Distancia entre el eje de Elevación y el centro de masa de la viga principal ( $L_A$ )	0.13	<i>m</i>
Distancia entre el eje de pitch al centro de masa del helicóptero ( $lp$ )	0.0941	<i>m</i>
Distancia entre eje de Elevación y el centro de la viga principal ( $h$ )	0.01862	<i>m</i>
La inercia de rotación alrededor del eje de Pitch ( $I_\rho$ )	0.0445	<i>kgm<sup>2</sup></i>

La inercia de rotación alrededor del eje de Elevación ( $I_{\epsilon}$ )	0.7437	$kgm^2$
La inercia de rotación alrededor del eje de Travel ( $I_{\tau}$ )	0.7882	$kgm^2$
Coeficiente de fricción dinámico eje de elevación ( $K_{d\epsilon}$ )	1.0	$Nms/rad$
Coeficiente de fricción dinámico eje de travel ( $K_{d\tau}$ )	0.5	$Nms/rad$
Coeficiente de fricción dinámico eje de pitch ( $K_{d\rho}$ )	1.5	$Nms/rad$

### 1.2.3 Diseño y análisis del eje de elevación

Para este diseño se limita el ángulo máximo de Elevación en 71 grados (+44 por encima de la horizontal y -27 grados por debajo) acoplado el eje de elevación con una platina rectangular de área cuadrada mediante un tornillo prisionero como muestra la figura 15, de esta manera se transmite el movimiento rotacional a la viga principal y posteriormente leído por el potenciómetro lineal.

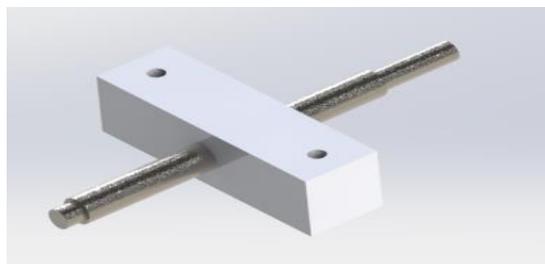


Figura 15. Acople de eje de elevación con platina rectangular.

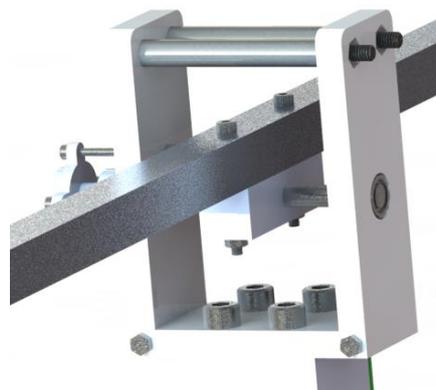


Figura 16. Ubicación de la platina rectangular en el helicóptero.

El material usado para el eje del ángulo de elevación fue acero inoxidable AISI 304 de calibre  $\frac{1}{4}$  de pulgada, por medio de simulación de esfuerzos y deformaciones mediante el complemento de *Solidworks Simulation* se procede a realizar el respectivo análisis. Para dicho análisis se tienen dos sujeciones fijas a los extremos del eje de elevación que representan los apoyos dados por los rodamientos que lo sostienen, se brindan relaciones de contacto con el bloque que se encargara de soportar la fuerza ejercida por el conjunto de los motores y el contrapeso dando un total de 3,118 kgf (30.55 N).

En la figura 17 se observa el resultado del análisis estático por medio del complemento *Solidworks Simulation*, el cual arrojo un esfuerzo máximo de Von Mises de 131 MPa en el eje de elevación, el límite elástico del acero inoxidable AISI 304 es de 206 MPa, se obtiene un factor de seguridad de 1.57, esto indica que el material es adecuado para la aplicación.

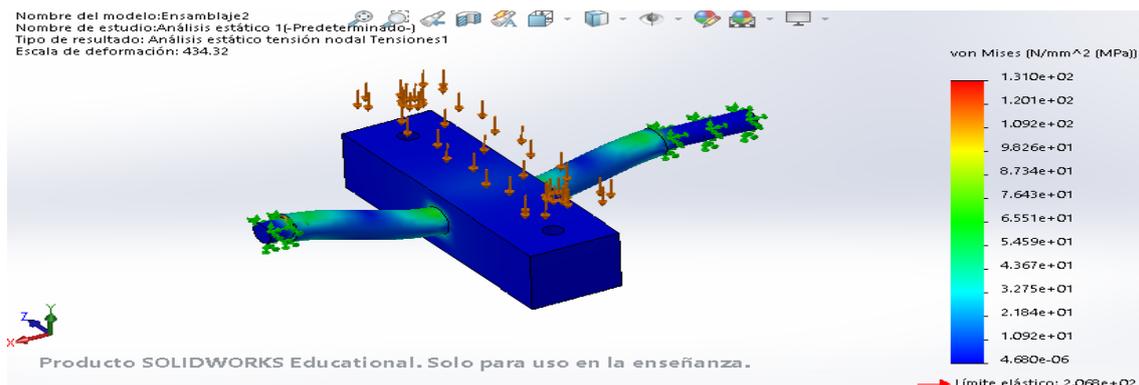


Figura 17. Análisis de esfuerzo de Von Mises eje de elevación.

Se analiza la deformación causada por la fuerza de 3,117 kgf aplicada sobre el eje del elevación como se aprecia en la figura 18, según los datos arrojados por la simulación se tiene que la deflexión máxima es de 0.02 mm, el cual es un valor permisible, debido a que no afecta al sistema.

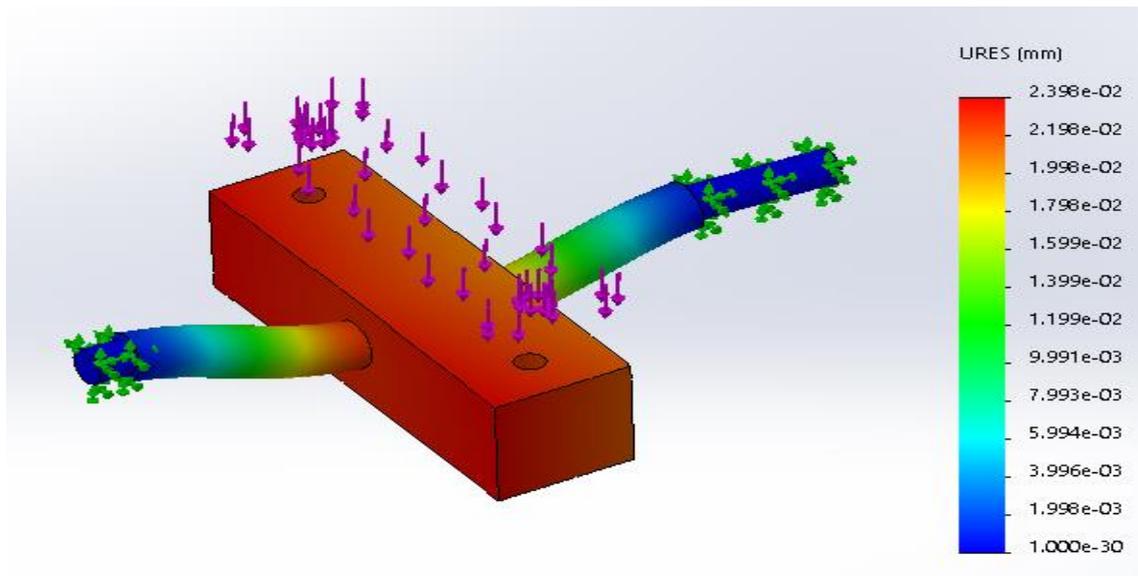


Figura 18. Deformación eje de elevación.

Para el diseño de la viga principal se tuvo como base la longitud de 1 metro utilizado en la referencia [3] Alcides, Andrés y Díaz, Manuel (2010) y también la longitud total del brazo del prototipo de la empresa Quanser® helicopter 3 DOF. La viga principal se trabaja con aluminio 6063 de sección cuadrada tubular de 1.9 mm, se utilizó aluminio 6063 debido a que es un material liviano y resistente para este tipo de aplicación como se puede ver en la figura 19, además es económico, fácil de maquinar y de conseguir, al ser liviano permite disminuir la inercia que genera dificultad en la estabilización y en la respuesta de control del sistema.

Los cálculos estructurales de esfuerzo y deformación de la viga principal fueron hechos utilizando *Solidworks Simulation 2018* el cual arrojó los siguientes resultados.

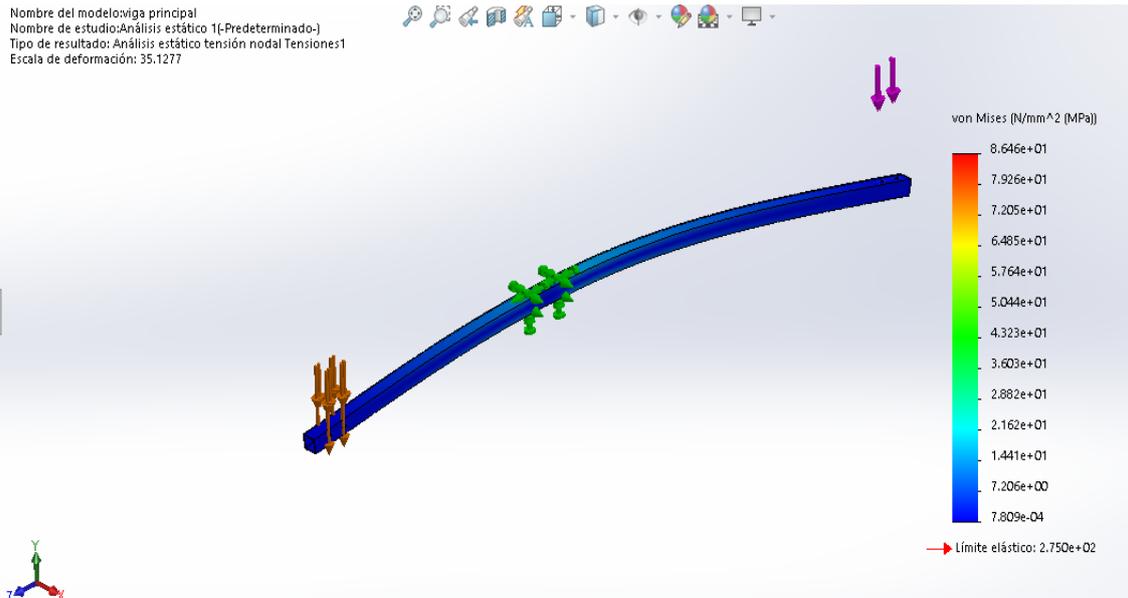


Figura 19. Análisis de esfuerzo de Von Mises de la viga principal.

En el análisis se tiene una sujeción fija a  $L/3$  de la viga sobre el área que ocupa el soporte de elevación, en el extremo más cercano a la sujeción fija se aplicó una fuerza de 1.457 kgf (14,27 N) que corresponde al contrapeso del helicóptero y en el otro extremo se aplicó una fuerza de 1.66 kgf (16.26 N) que corresponde al peso total de la estructura de los motores.

El análisis arrojó un esfuerzo máximo de Von Mises de 86.4 MPa comparado con el esfuerzo admisible para el aluminio 6063 el cual es 275 MPa, obteniendo un factor de seguridad de 3.18.

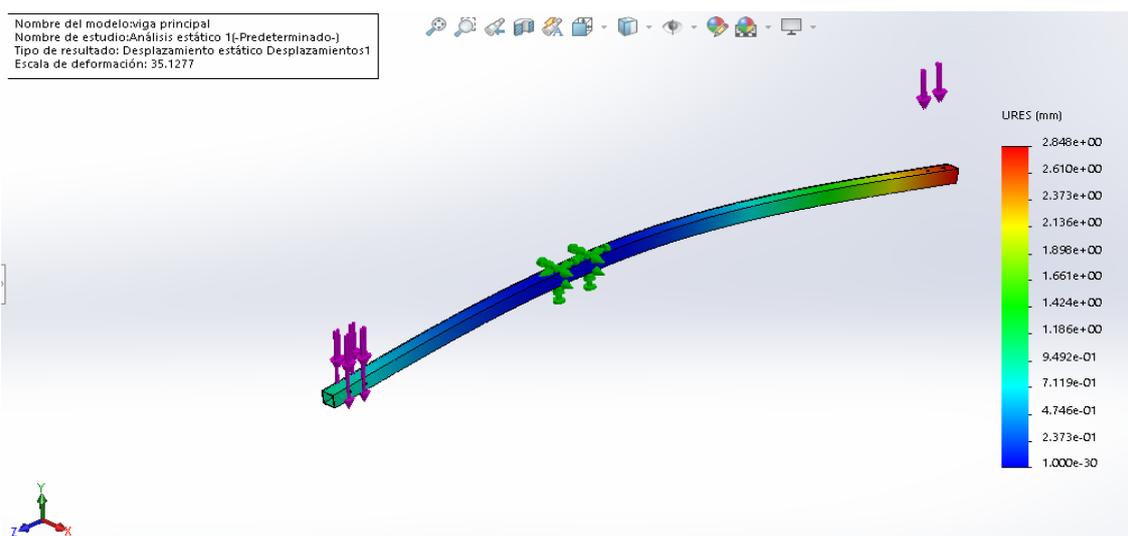


Figura 20. Deformación de la viga principal.

Según los resultados el desplazamiento máximo para la viga es de 2.8 mm y tiene lugar en el extremo donde está ubicada la estructura motores. El análisis por medio de Von Mises da un resultado positivo debido a que la viga no se verá afectada de manera considerable.

#### 1.2.4 Diseño y análisis del eje de pitch

En este diseño se restringe el ángulo máximo en 82 grados ( $\pm 41$  grados) mediante unos limitadores. Primero se diseñó las bases laterales debido a que posee los rodamientos de bolas que soportan al eje de pitch y al soporte del potenciómetro lineal, luego al conocer el diámetro del eje del sensor se diseñó un acople que une al eje principal (eje de pitch) con el sensor permitiendo transmitir el movimiento rotacional para ser codificado, este movimiento es generado por la diferencia de velocidades en los dos motores Pittman DC. Como se necesita que el potenciómetro quede fijo se diseñó un soporte aparte (ver figura 22) el cual cuenta con un orificio por donde ingresa el eje del sensor permitiendo asegurarlo mediante una tuerca, el soporte del sensor tiene tres tornillos que van anclados a una de las bases laterales permitiendo dejarlo estático en todo momento.

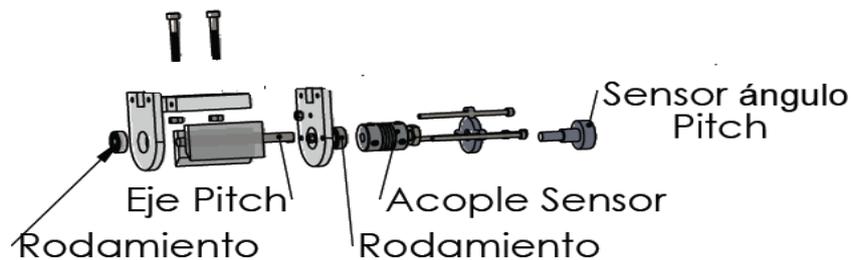


Figura 21. Estructura de pitch.

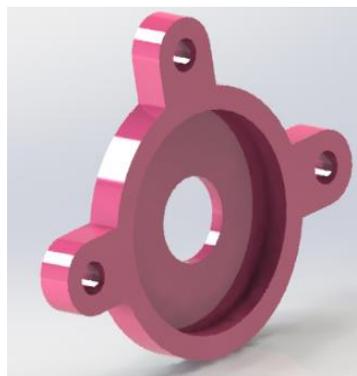


Figura 22. Soporte potenciómetro lineal.

Mediante el complemento de *Solidworks Simulation* se procede a realizar el análisis de fuerzas y deformaciones del eje de pitch, para el análisis se trabaja con acero inoxidable 316L. En el análisis se tienen dos sujeciones fijas a los extremos que representan los apoyos dados por los rodamientos que lo sostienen. Se define una fuerza aplicada sobre la parte interna que está en contacto con el soporte de pitch, ésta se consideró de 1.02 kgf. Según los valores obtenido del modelo CAD.

En la figura 23 se observa el resultado del análisis estático por medio del complemento *Solidworks Simulation*, el cual arrojo un esfuerzo máximo de Von Mises de 10 MPa en el eje de pitch, el límite elástico del acero inoxidable 316L es de 170 MPa, se obtiene un factor de seguridad de 17 que corresponde al valor del límite elástico del material dividido en el máximo esfuerzo de Von Mises obtenido, esto indica que el material es adecuado para la aplicación.

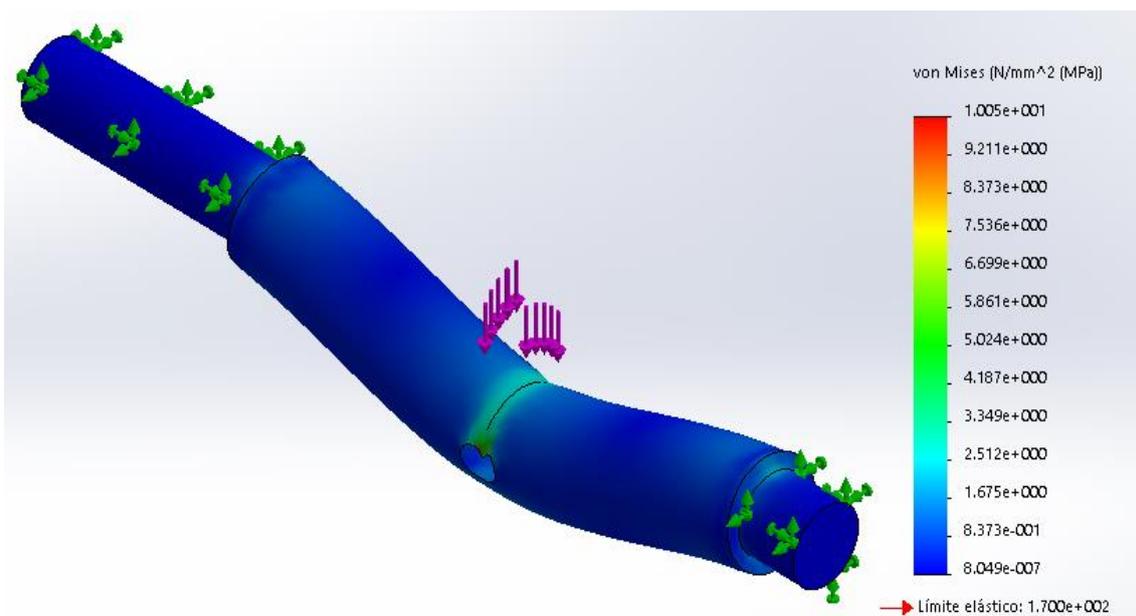


Figura 23. Análisis de esfuerzo de Von Mises eje de pitch.

Se analiza la deformación causada por la fuerza aplicada sobre el eje de pitch como se muestra en la figura 24, según los datos arrojados se tiene que la deflexión máxima es de 0.0003938 mm un valor que podemos despreciar, dado a que no afecta al sistema en forma significativa, por lo tanto el acero inoxidable 316L cumple con las características para ser utilizado.

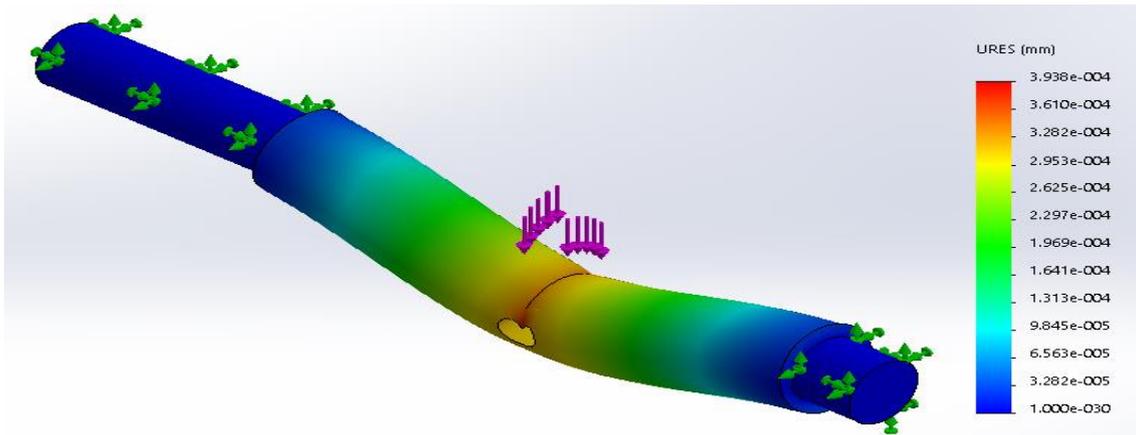


Figura 24. Deformación eje de pitch.

Para la pieza del soporte de los motores con el eje se utiliza como material aluminio macizo 1060. En el análisis se tiene una sujeción fija que corresponde al lugar donde va el eje y se aplica una fuerza en la parte inferior de 0.9 kgf, fuerza ejercida por el peso de los elementos que van acoplados al soporte. En la figura 25 se aprecia que soporta los esfuerzos producidos, ya que el límite elástico del material es de 27.57 MPa y según el resultado el esfuerzo máximo de Von Mises es de 0.172 MPa, se obtiene un factor de seguridad de 160.29 esto indica que el material es adecuado para la aplicación.

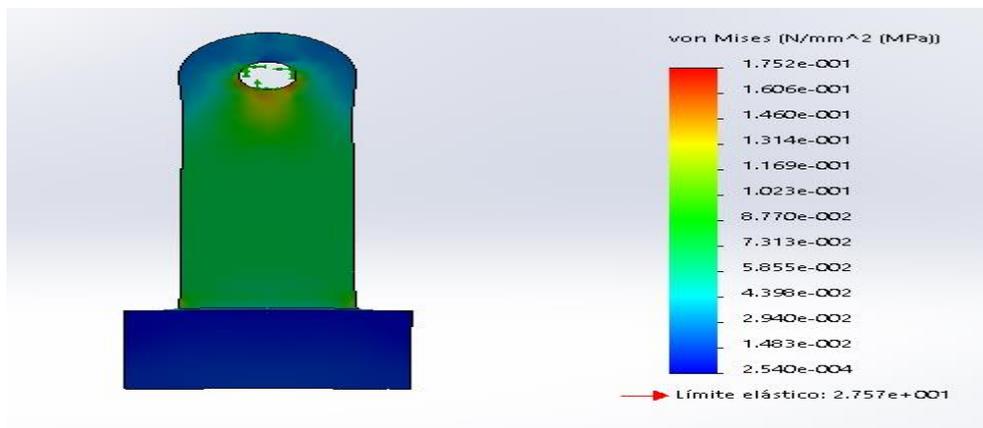


Figura 25. Análisis de esfuerzo de Von Mises soporte pitch.

Se analiza la deformación causada por la fuerza aplicada sobre el eje del soporte como se observa en la figura 26. Según los datos obtenidos se tiene que la deflexión máxima es de 0.00007242 mm un valor que podemos despreciar, dado a que no afecta al sistema en forma significativa, por lo que el material del soporte cumple las características para su correcto funcionamiento.

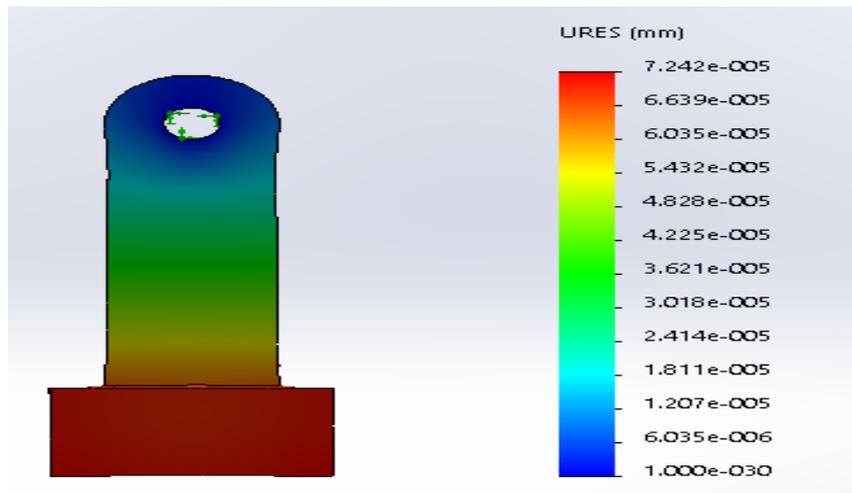


Figura 26. Deformación soporte de pitch.

### 1.2.5 Diseño y análisis del eje de travel.

Para el diseño del eje de travel se tuvo en cuenta el diseño implementado por la empresa Quanser® que trabaja los 360 grados en el ángulo de travel. Está soportado sobre un rodamiento de carga axial/radial de bola, de esta manera el peso del helicóptero no afecta al sensor. En la parte superior es sujetado por rodamiento acoplado a una base acrílica para evitar el pandeo y darle otro punto de apoyo, todo esto transmite el movimiento rotacional que posteriormente será generado por la viga principal y leído por el encoder absoluto.

El material usado en el eje fue acero inoxidable AISI 304. En el análisis se tienen una sujeción fija en la parte media al final del eje de travel representando el apoyo del rodamiento de carga axial/radial que lo sostiene, también, se tiene otra sujeción de rodamiento en la parte superior que ayuda a centrar el eje, se aplican las fuerzas en la cara superior del eje; estas son las fuerzas ejercidas por el conjunto motores y viga principal, esta se consideró de 3,118 kgf (30.55 N) apoyado en los valores obtenidos del modelo CAD.

En la figura 28 se observa el resultado del análisis estático por medio del complemento *Solidworks Simulation*, el cual arrojó un esfuerzo máximo de Von Mises de 0.56 MPa en el eje de travel, el límite elástico del acero inoxidable es de 170 MPa, proporcionando un factor de seguridad de 303.57 esto indica que el material es adecuado para la aplicación.

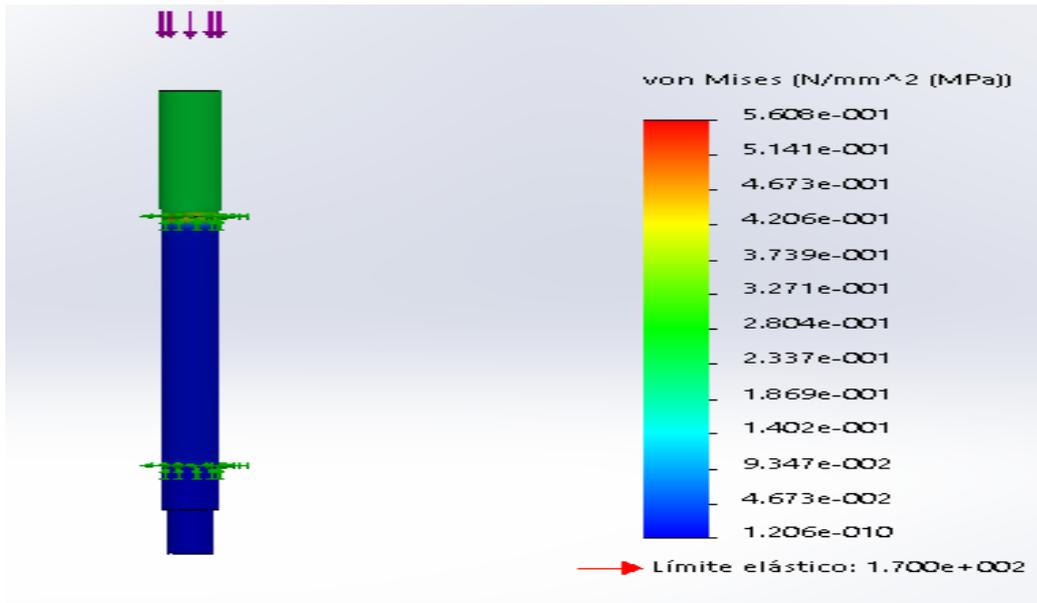


Figura 27. Análisis de esfuerzo de Von Mises del eje de travel.

Se analiza la deformación causada por la fuerza aplicada sobre la parte superior del eje de travel (ver figura 28) según los datos obtenidos se tiene que la deflexión máxima es de 0.0001036 mm un valor que podemos despreciar, dado a que no afecta al sistema en forma significativa, por lo que el material acero inoxidable 316L aplicado al eje cumple las características para su correcto funcionamiento.

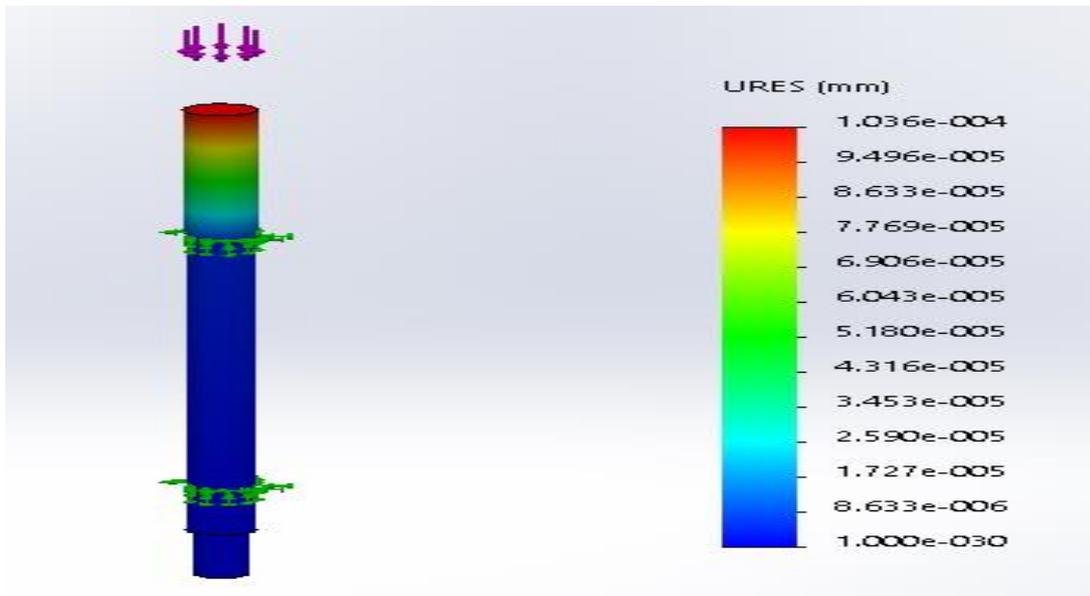


Figura 28 Deformación eje de travel.

## 1.3 Diseño electrónico

### 1.3.1 Sensores

Para realizar la retroalimentación del sistema del helicóptero se requiere utilizar tres sensores, el primero se encarga de medir el ángulo en el eje de travel, para el cual se utilizó un encoder absoluto EP50S8-1024-2F-N-24 sin tope, el segundo debe medir el ángulo del eje de elevación y el tercero debe adquirir la señal del ángulo del eje de pitch, para ambos ejes se utilizó un potenciómetro lineal WDJ22A de una vuelta sin tope de 10K.



Figura 29. Sensores del helicóptero de tres grados de libertad.

Se utilizaron potenciómetros lineales para el ángulo de elevación y pitch debido al bajo costo que éstos tienen frente al rango de medición que proporcionan como se muestra en la figura 29, para el ángulo de travel se utilizó un encoder absoluto debido a que el potenciómetro lineal al girar los 360 grados tiene una zona muerta de 10 grados, por lo que se requiere un sensor con la mayor precisión posible.

#### 1.3.1.1 Caracterización de sensores.

Para realizar la caracterización de los sensores se procede a tomar la lectura análoga para tres grados por ejemplo (-90,0,90) con los tres valores obtenidos de lectura análoga, se procede a generar la gráfica correspondiente a ángulo vs valor digital con el fin de encontrar la ecuación característica del sensor que permita obtener una salida de lectura en grados.

### Caracterización de sensor de elevación.

Para la caracterización del sensor de elevación se toma la lectura análoga para tres ángulos que estén dentro del rango del movimiento del grado de libertad como se muestra en la tabla 4.

Tabla 4. Datos de identificación de sensor de elevación.

Ángulo Elevación	Palabra Digital
-27	658
0	964
44	1468

Obtenidos los valores de palabra digital para tres grados del eje de elevación, se obtiene la gráfica de ángulo vs valor digital como se muestra en la figura 30 permitiendo obtener la ecuación característica que convierte el valor análogo en grados.

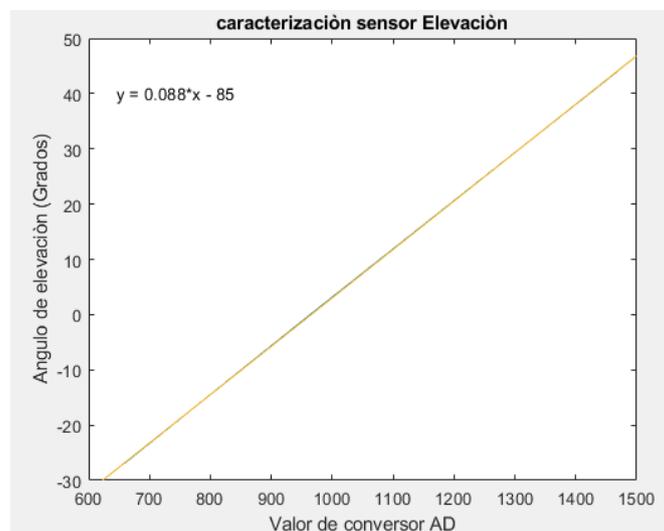


Figura 30. Caracterización sensor elevación.

La ecuación 17 muestra la función para el sensor de elevación donde X corresponde a la lectura del conversor:

$$AnguloElev = 0.088 * X - 85 \quad (17)$$

### Caracterización de sensor de Pitch.

Para la caracterización del sensor de pitch se toma la lectura análoga para tres ángulos que estén dentro del rango del movimiento del grado de libertad como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5. Datos de identificación de sensor de pitch

Ángulo Pitch	Palabra Digital
-41	362
0	860
46	1412

Obtenidos los valores de palabra digital para tres grados, se obtiene la gráfica de ángulo vs valor digital como se muestra en la figura 31 permitiendo obtener la ecuación característica que convierte el valor análogo en grados.

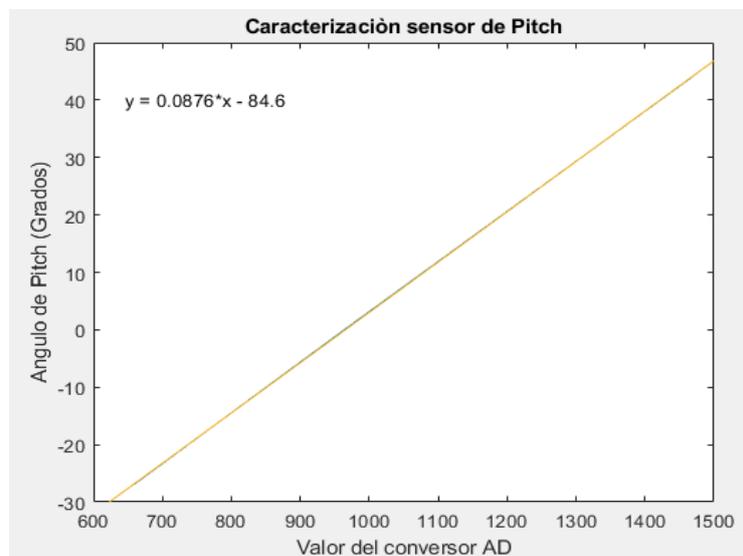


Figura 31. Caracterización sensor pitch.

La ecuación 18 muestra la función para el sensor de pitch donde X corresponde a la lectura del conversor.

$$\text{AnguloPitch} = 0.076 * X - 84.6 \quad (18)$$

### 1.3.2 Motores.

Para escoger los motores se tuvo en cuenta la fuerza de empuje necesaria que debe tener los motores para mantener en equilibrio el helicóptero de tres grados de libertad, además la limitante presentada en el proyecto de grado [1] donde utilizaban un motor brushless que generaba un alto consumo de corriente aproximadamente 5 A continuos.

Según la ecuación 31, la fuerza de empuje necesaria para mantener el helicóptero e 3 DOF en punto de equilibrio es de 1.38 Newton, Basándonos en este valor se escogió un motor pittman DC 9234006-R1 con las siguientes características.

- Fuerza de empuje total de 3.4752 N a máxima alimentación
- Alimentación 0 V a 12 V .
- 7800 rpm a 12 V

Los motores Pittman por ser motores DC tienen la ventaja de manejar nivel de corriente bajo a máxima carga

#### 1.3.2.1 Caracterización motores:

Para la caracterización de los motores se halló una constante Kf (fuerza de empuje (N/v)), mediante la ecuación 19 se puede calcular la constante conociendo las revoluciones máximas a las que opera el motor y las dimensiones de las hélices [5].

Tabla 6. Parámetros de las hélices y motor.

Entradas hélice						Voltaje Motor
diam, d (in):	8	Pitch (in):	4,5	Rpm:	7800	12

Reemplazando los valores en la ecuación 19:

$$Kf = 1.225 \frac{\pi(0.0254*d)^2}{4} \left[ (RPM_{prop}0.0254 * pitch * \frac{1min}{60sec})^2 - (RPM_{prop}0.0254 * pitch * \frac{1min}{60sec})V_0 \right] \left( \frac{d}{3.29546*pitch} \right)^{1.5}. \quad (19)$$

El valor de la constante de fuerza es igual a:

### 1.3.3 Anillo deslizante

Para poder girar el helicóptero los 360 grados en el ángulo de travel es necesario implementar un slip ring, este dispositivo electromecánico permite la transmisión de energía y señales eléctricas desde una estructura estacionaria hasta otra giratoria. Si no se implementa un Slipring los cables del sistema limitarían el giro de travel hasta cierto rango.

Para escoger el Slipring se tiene en cuenta la cantidad de cables que necesita el helicóptero para la etapa de potencia y para las señales digitales o análogas que utiliza el sistema. El sistema necesita 6 cables para la etapa de potencia y 6 para señales digitales o análogas.

Según el datasheet el slip ring que posee esas características es la referencia *SNH012 – 0610 – 06S*.



Figura 32. Slip Ring de la marca SENRING.

### 1.3.4 Sistema de adquisición de datos

Para el sistema de adquisición de datos se realizó una comparación de micros controladores de la familia Arduino como se muestra en la tabla 7.

Tabla 7. Comparación de placas Arduino.

<b>Característica de Arduino</b>	<b>UNO</b>	<b>Mega 2560</b>	<b>Leonardo</b>	<b>DUE</b>
Tipo de microcontrolador	Atmega 328	Atmega 2560	Atmega 32U4	AT91SAM3X8E
Velocidad de reloj	16MHz	16MHz	16MHz	84MHz
Pines digitales	14	54	20	54
Entradas analógicas	6	16	12	12
Salidas analógicas	0	0	0	2(DAC)
Memoria de programa (Flash)	32kb	256kb	32kb	512kb
Memoria de datos (SRAM)	2kb	8kb	2.5kb	96kb
Memoria de auxiliar (EEPROM)	1kb	4kb	1kb	0kb
Bits de procesamiento	8bits	8 bits	8bits	32 bits
Convertor análogo/digital	8 bits	8 bits	8bits	12 bits

Luego de analizar las características de cada micro controlador se concluye que el micro controlador del Arduino DUE por la velocidad de reloj y el convertor A/D de 12 bits que permite utilizar una resolución de 4096 es el ideal para esta aplicación.

### **1.3.5 Circuito.**

Según la figura 33 se puede visualizar el esquemático de conexión, consta de tres sensores para la obtención de los ángulos de caja eje de rotación, dos de los sensores son potenciómetros lineales que comparten alimentación y tierra, las señales generadas van conectadas a 2 pines análogos para su lectura, el encoder absoluto posee 10 salidas digitales, cada salida corresponde a un bit de



## CAPITULO 2 SISTEMA DE CONTROL

En este capítulo se evidencia el procedimiento llevado a cabo para la realización del control del helicóptero una vez obtenidas las ecuaciones que rigen el comportamiento del helicóptero de 3 GDL en el capítulo 1, el cual consta de un modelo linealizado representado en espacios de estados, posteriormente la metodología y diseño de los controladores con su respectiva validación mediante la herramienta Simulink.

### 2.1 Espacio de estados del sistema

Siguiendo las ecuaciones que gobiernan el sistema y los valores de los parámetros de la tabla 3, se desarrolla el modelo en espacio de estados. Dado a que el sistema es altamente no lineal el modelo espacio de estados sigue la forma:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (21)$$

$$y = g(x) \quad (22)$$

Donde  $x$  denota el vector de estados,  $u$  el vector de entradas y  $y$  el vector de salidas. Se selecciona como variable de estados los ángulos y sus correspondientes velocidades angulares:

$$\begin{aligned} x_1 &= \epsilon \\ x_2 &= \dot{\epsilon} \\ x_3 &= \rho \\ x_4 &= \dot{\rho} \\ x_5 &= \tau \\ x_6 &= \dot{\tau} \end{aligned} \quad (23)$$

Al elegir las variables de estado de acuerdo con la ecuación 23 se obtiene el siguiente modelo de espacio de estados:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \dot{\epsilon} = x_2 \\
\dot{x}_2 &= \ddot{\epsilon} = \frac{F_{sum}^0 L_M \cos(x_3^0) + M_g - k_{d_e} x_2^0 - (I_\tau - I_\rho)(x_6^0)^2 \cos x_1^0 \sin x_1^0}{I_e} \\
\dot{x}_3 &= \dot{\rho} = x_4 \\
\dot{x}_4 &= \ddot{\rho} = \frac{F_{dif}^0 L_H - M_h g (L_P - h) \sin x_3^0 + \cos(x_1^0) - k_{d_p} x_4^0}{I_p} \\
\dot{x}_5 &= \dot{t} = x_6 \\
\dot{x}_6 &= \ddot{t} = \frac{F_{sum}^0 L_M \sin x_3^0 \cos x_1^0 - k_{d_\tau} x_6^0}{I_{\tau_e}}
\end{aligned} \tag{24}$$

Donde:

$$F_{sum} = F_F + F_B \tag{25}$$

$$F_{dif} = F_B - F_F \tag{26}$$

Los términos  $M_g(x_3)$  y  $I_\tau(x_3)$  son los correspondientes a las ecuaciones (14) y (15) reemplazando los puntos de equilibrio de los estados.

### 2.1.1 Puntos de equilibrio

Para continuar con la síntesis de control, el modelo de espacio de estados de la ecuación (24) debe ser linealizado alrededor de los puntos de equilibrio. Un punto de equilibrio es un punto que cumple con  $f(x_0, u_0) = 0$ . Para resolver esto, igualamos  $\dot{x} = 0$  y resolvemos para los estados y las entradas (superíndice 0 indica valores en estado estacionario):

$$\begin{aligned}
0 &= x_2^0 \\
0 &= \frac{F_{sum}^0 L_M \cos x_3^0 + M_g - k_{d_e} x_2^0 - (I_\tau - I_\rho)(x_6^0)^2 \cos x_1^0 \sin x_1^0}{I_e} \\
0 &= x_4^0
\end{aligned} \tag{27}$$

$$0 = \frac{F_{dif}^0 L_H - m_H g (lp - h) \sin x_3^0 \cos x_1^0 - k_{d\rho} x_4^0}{I_\rho}$$

$$0 = x_6^0$$

$$0 = \frac{F_{sum}^0 L_M \sin x_3^0 \cos x_1^0 - k_{d\tau} x_6^0}{I_{\tau_e}}$$

Remplazando los estados  $x_2^0 = x_4^0 = x_6^0 = 0$ , se obtiene el sistema de ecuaciones 28 a resolver:

$$\begin{cases} 0 = \frac{F_{sum}^0 L_M \cos x_3^0 + M_g}{I_\epsilon} \\ 0 = \frac{F_{dif}^0 L_H - m_H g (lp - h) \sin x_3^0 \cos x_1^0}{I_\rho} \\ 0 = \frac{F_{sum}^0 L_M \sin x_3^0 \cos x_1^0 - k_{d\tau} x_6^0}{I_{\tau_e}} \end{cases} \quad (28)$$

Este es un sistema con tres ecuaciones y cuatro incógnitas lo que implica que existe una cantidad infinita de puntos de equilibrio. Para resolver este sistema, una de las incógnitas debe ser supuesta.

Al analizar la tercera ecuación en el sistema 28 se puede ver que hay tres posibilidades para cumplir la ecuación. Se puede elegir  $F_{sum}^0 = 0$ ,  $x_1^0 = 0$  o  $x_3^0 = 0$ . La única opción de interés es elegir  $x_3^0 = 0$ . Remplazando en la primera y segunda ecuación en el sistema 28 da:

$$0 = \frac{F_{sum}^0 L_M + M_g}{I_\epsilon} \quad (29)$$

$$0 = \frac{F_{dif}^0 L_H}{I_\rho} \quad (30)$$

De forma similar al sistema 29, este sistema tiene dos ecuaciones con tres incógnitas con una cantidad infinita de soluciones. Mirando la ecuación 30 da  $F_{dif}^0 = 0$ .

La ecuación 29 es de gran importancia y responde a la pregunta: ¿Qué empuje se requiere para mantener un ángulo de elevación específico? Resolviendo para  $F_{sum}^0$  da:

$$F_{sum}^0 = \frac{Mg}{L_M} \quad (31)$$

De la ecuación 31 es sólo cuestión de elegir un ángulo de elevación para la linealización. Seleccionando  $x_1^0 = 0$  da:

$$F_{sum}^0 = \frac{Mg(0)}{L_M} \quad (32)$$

Haciendo el cálculo de la fuerza requerida para mantener el ángulo de elevación en cero se obtiene  $F_{sum}^0 = 1.8106N$ .

Finalmente, los puntos de equilibrio son  $x_1^0 = x_2^0 = x_3^0 = x_4^0 = x_5^0 = x_6^0 = 0$ . Vale la pena señalar que el estado  $x_5$  (ángulo de Travel) no aparece en ninguna parte de las ecuaciones anteriores, lo que significa que su valor no tiene efecto alguno.

### 2.1.2 Linealización del modelo por espacio de estados

Siguiendo la identificación y selección de los puntos de equilibrio es posible linealizar el modelo en espacio de estados de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (33)$$

Basado en la aproximación por series de Taylor, se hace la linealización alrededor de los puntos de equilibrio del modelo en espacio de estados, hallando las matrices  $A, B, C, D$ .

$$A = \frac{df}{dx}(x^0, u^0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K}{I_e} & -\frac{k_{de}}{I_e} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(g * M_H * (L_p - h))}{I_p} & -\frac{k_{dp}}{I_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{L_M * Usum}{I_{\tau, \epsilon}} & 0 & 0 & -\frac{k_{d\tau}}{I_{\tau, \epsilon}} \end{bmatrix}$$

Donde,

$K$

$$= \frac{g * M_w b * (L_w a + h) + g * M_w * (h + L_w^2 * \sintheta) - g * M_H * (L_p - h)}{I_e} \quad (34)$$

$$B = \frac{df}{du}(x^0, u^0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{L_M}{I_e} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_H}{I_p} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \frac{dy}{dx}(x^0, u^0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \frac{dy}{du}(x^0, u^0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El modelo en espacio de estados linealizado según (34) es:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{A}{I_e} & -\frac{k_{de}}{I_e} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(g * M_H * (L_p - h))}{I_p} & -\frac{k_{dp}}{I_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{L_M * Fsum}{I_{\tau, \epsilon}} & 0 & 0 & -\frac{k_{d\tau}}{I_{\tau, \epsilon}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{L_M}{I_e} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_H}{I_p} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{sum} \\ F_{diff} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Donde,

$A$

$$= \frac{g * M_w b * (L_w a + h) + g * M_w * (h + L_w^2 * \sintheta) - g * M_H * (L_p - h)}{I_e}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

Remplazando los parámetros de la tabla 3 se obtiene la ecuación 36.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.2712 & -0.9779 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -21.5446 & -7.9165 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0.7386 & 0 & 0 & -1.3843 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5647 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 3.0874 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 2.1.3 Modelo lineal en espacio de estados en tiempo discreto:

El modelo lineal en espacio de estados en tiempo discreto se hizo definiendo un periodo de muestreo  $T_m$ , el cual se seleccionó analizando el diagrama de Bode del sistema, donde la mayor frecuencia fue de 50 Hz, dando éste un periodo de muestreo  $T_m = 1/(2 * 50) = 0.01 \text{ seg}$ , El modelo en espacio de estados se pasó al dominio discreto utilizando la función de Matlab `c2d`, dado el periodo de muestreo explicado anteriormente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.0100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0027 & 0.9903 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9990 & 0.0096 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2071 & 0.9229 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.009964 \\ 0 & 0 & 0.0073 & 0 & 0 & 0.9863 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.00002 & 0 \\ 0.0056 & 0 \\ 0 & 0.0002 \\ 0 & 0.0297 \\ 0 & 0.0000000009 \\ 0 & 0.0000003 \end{bmatrix}$$

De los polos de la matriz de estados se observa que el sistema es estable, no presenta polos por fuera del círculo unitario y presenta integrador.

$$Polos = \begin{cases} 1.0000 + 0.0000i \\ 0.9863 + 0.0000i \\ 0.9609 + 0.0233i \\ 0.9609 - 0.0233i \\ 0.9951 + 0.0018i \\ 0.9951 - 0.0018i \end{cases}$$

### 2.1.4 Comparación modelo no lineal y lineal

La figura 35, 36 y 37 presentan las gráficas correspondientes a la comparación a lazo abierto del modelo no lineal y el modelo linealizado mediante la herramienta de Matlab Simulink, para la prueba se aplica un valor de entrada  $F_{sum} = 3 N$  y  $F_{diff} = 4 N$  durante  $10 s$ , se evidencia que el modelo lineal se ajusta al modelo no lineal para todos los valores de ángulo de travel, en cambio en el ángulo de elevación el modelo lineal solo se ajusta hasta los  $10^\circ$ .

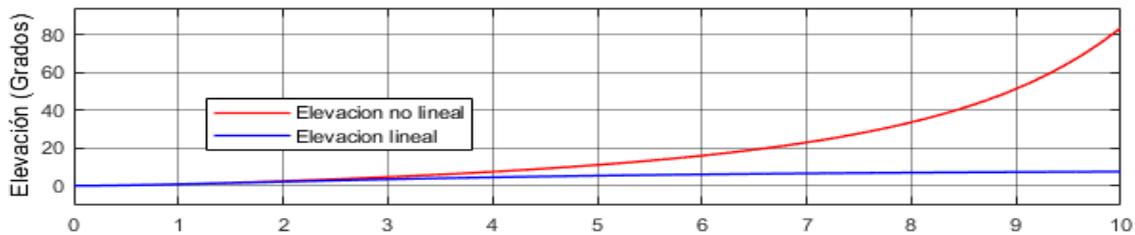


Figura 35. Comparación ángulo elevación.

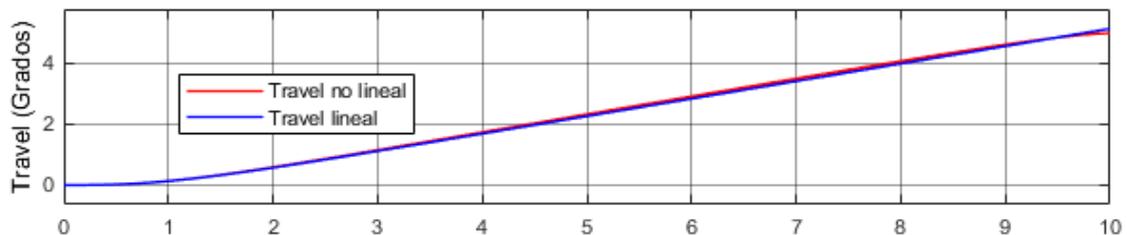


Figura 36. Comparación ángulo travel.

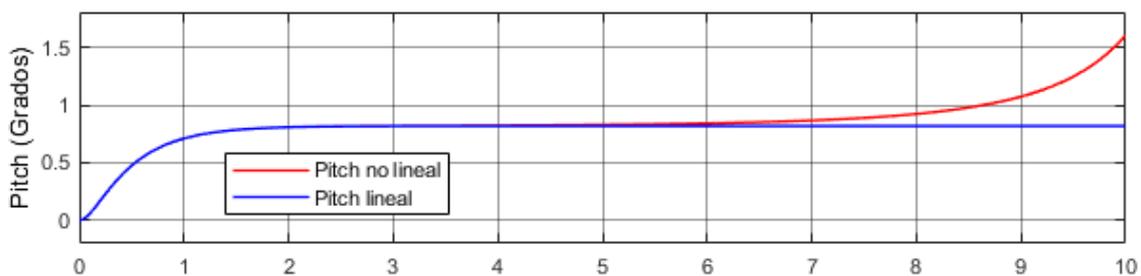


Figura 37. Comparación ángulo Pitch.

### 2.1.5 Modelo desacoplado.

El método más sencillo para diseñar un controlador de entradas múltiples y salidas múltiples (MIMO) es desacoplar el sistema mediante emparejamiento de entradas y salidas para obtener dos sistemas separados con una sola entrada y salida (SISO) actuando independientemente el uno del otro.

El desacoplamiento del sistema solo es adecuado si las interacciones entre los pares elegidos son despreciables.

Analizando modelo de espacios de estado linealizado de la ecuación 33, se genera la matriz de transferencia según ecuación 33.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

$$\begin{bmatrix} \frac{L_M}{I_e s^2 + k_{de}s - A} & 0 \\ 0 & \frac{L_M * M_g}{s(I_{\tau_e}s + k_{dt})(I_p s^2 + k_{dp}s + (g * M_H * (L_p - h)))} \end{bmatrix} \quad (38)$$

De la matriz de transferencia (ecuación 38) se muestra que el ángulo de elevación es solo afectada por  $F_{sum}$  y el ángulo de desplazamiento solo se ve afectado por  $F_{diff}$  esto significa que no hay interacciones entre los pares si  $F_{sum}$  se elige para controlar el ángulo de elevación y  $F_{diff}$  para controlar el ángulo de desplazamiento. [2]

#### Sistema desacoplado elevación:

El ángulo de elevación solo es afectado por la entrada  $F_{sum}$  la cual permite que los dos motores estén girando a la misma velocidad generando dicho ángulo y que los estados  $x_1, x_2$  corresponde al ángulo de elevación, procedemos a desacoplar el sistema tomando como referencia la entrada y los estados antes mencionados de la representación simbólica de la ecuación 38 quedando de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{A}{I_e} & -\frac{k_{de}}{I_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{L_M}{I_e} \end{bmatrix} F_{sum} \quad (39)$$

$$y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

#### Sistema desacoplado travel:

Sabemos que el ángulo de travel solo es afectado por la entrada  $Fdiff$  la cual permite que los dos motores estén girando a diferente velocidad generando dicho ángulo y además que el ángulo de travel es dependiente de pitch, tenemos que los estados  $x3, x4$  corresponde al ángulo de pitch y  $x5, x6$  corresponde al ángulo de travel procedemos a desacoplar el sistema tomando como referencia la entrada y los estados antes mencionados de la representación simbólica de la ecuación 38 quedando de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(g * M_H * (L_p - h)) / I_p & -k_{d_p} / I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ L_M * Fsum / I_{t_e} & 0 & 0 & -k_{dt} / I_{t_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_H / I_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} Fdiff \quad (41)$$

$$y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad (42)$$

La figura 38 muestra el sistema desacoplado correspondiente al helicóptero de tres grados de libertad con sus respectivos estados, entradas y salidas.

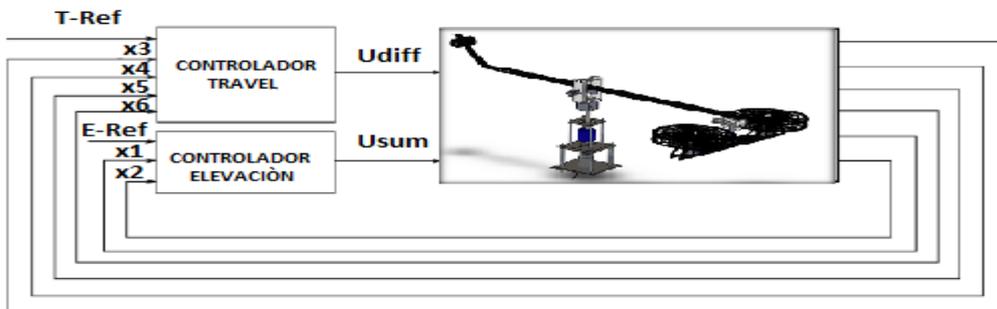


Figura 38. Figura 38. Control desacoplado. [2]

## 2.2 Sistema de control por espacios de estados

El principio básico del diseño de un sistema de control por espacio de estados es determinar dos matrices de ganancias,  $K$  y  $K_i$ , la primera que multiplique a los estados del sistema y la segunda al integrador ubicado en el camino directo entre el comparador de error y la planta, tal como se observa en la figura 39.

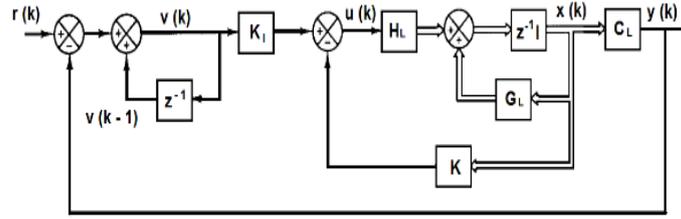


Figura 39. Diagrama de bloques del sistema de seguimiento.

Asumiendo que la entrada de referencia (función escalón) se aplica en  $t = 0$ , la dinámica del sistema para  $t > 0$  esta descrita por las siguientes ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_L & 0 \\ -C_L G_L & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_L \\ -C_L H_L \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(k+1) \quad (43)$$

Donde  $G_L$  es la matriz de estados, representada en tiempo discreto, la cual se determina a partir de la matriz exponencial,  $G_L = e^{A_L T_m}$ , y  $H_L$  es la matriz de entrada, representada en tiempo discreto, que se calcula a partir de la relación  $H_L = A_L^{-1}(G_L - I)B$ . Considerando que  $r(k)$  es una entrada escalón, se tiene que  $r(k) = r(k+1) = r$  (constante). Cuando  $k$  tiende a infinito, la ecuación de estados se define como:

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_L & 0 \\ -C_L G_L & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_L \\ -C_L H_L \end{bmatrix} u(\infty) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(\infty) \quad (44)$$

Restando la ecuación (43) de la ecuación (44), se obtiene:

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ v_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_L & 0 \\ -C_L G_L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_L \\ -C_L H_L \end{bmatrix} u_e(k) \quad (45)$$

Donde

$$x_e(k) = x(k) - x(\infty) \quad (46)$$

$$v_e(k) = v(k) - v(\infty) \quad (47)$$

$$u_e(k) = -Kx_e(k) + K_I v_e(k) \quad (48)$$

Definiendo un nuevo vector de estados,  $\xi(k) = [X_e(k); V_e(k)]$ , La dinámica del error se representa por:

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} G_L & 0 \\ -C_L G_L & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{H} = \begin{bmatrix} H_L \\ -C_L H_L \end{bmatrix} \quad \hat{K} = [K \quad -K_I] \quad (49)$$

### 2.3 Control LQG.

El control LQG, es obtenido de la combinación de una ganancia de retroalimentación de estado LQR y un estimador de estados, tipo Kalman.

Para el diseño del controlador LQG primero se determina una matriz de ganancias  $\hat{K}$  que ayuda a minimizar la función de costo  $J$ , ecuación (50), las matrices  $Q$  y  $R$  son matrices definidas positivas en forma diagonal, para determinar el equilibrio entre el seguimiento de una trayectoria por parte de los estados y la energía de la señal control requerida por el sistema para alcanzar los objetivos de control deseados.

La matriz  $\hat{K}$  se determina al resolver la ecuación matricial de Riccati, dadas las matrices  $\hat{G}$ ,  $\hat{H}$ ,  $Q$  y  $R$ .

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (\xi^T Q \xi + u_e^T R u_e) \quad (50)$$

Para estimar los estados se utiliza un filtro Kalman, el filtro asume la presencia de ruido gaussiano en la señal de control y la variable a medir en el proceso. Conocidas las varianzas del ruido de estas dos señales,  $Q_n$  y  $R_n$ , se determina un vector de ganancias  $L$  que minimiza el error en la estimación,  $x - \hat{x}$ , utilizando la ecuación de Riccati. Matemáticamente, los estados se calculan a partir de la siguiente expresión:

$$\hat{x}(k+1) = G_L \hat{x}(k) + H_L u(k) + L(y(k) - C_L \hat{x}(k)) \quad (51)$$

Donde,  $u(k)$  corresponde a la señal de control y  $y(k)$  la variable a controlar del proceso.

#### 2.3.1 Control LQG del modelo acoplado en tiempo discreto.

De acuerdo al diagrama de bloques de la figura 40 se implementó en la herramienta Simulink el modelo acoplado del helicóptero de 3 GDL ante el controlador LQG.

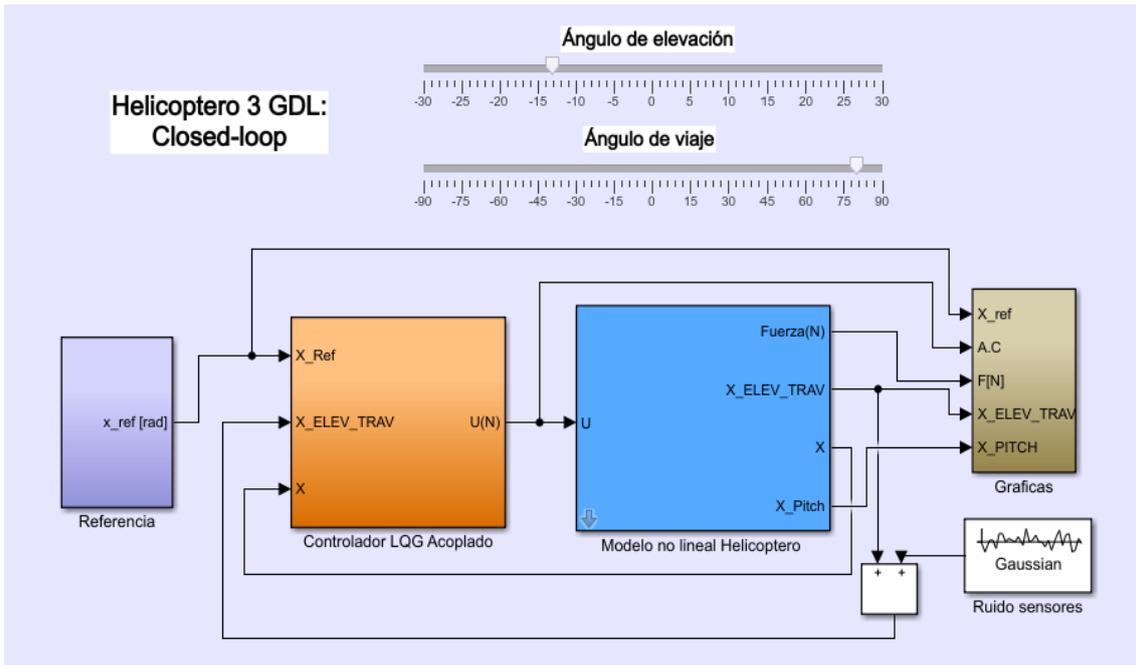


Figura 40. Diagrama en lazo cerrado del modelo acoplado ante controlador LQG. El bloque controlador contiene el diseño del controlador LQG, donde entra la señal de referencia y sale las acciones de control  $f_{sum}$  y  $f_{diff}$ , además al bloque le entra la retroalimentación de los ángulos.

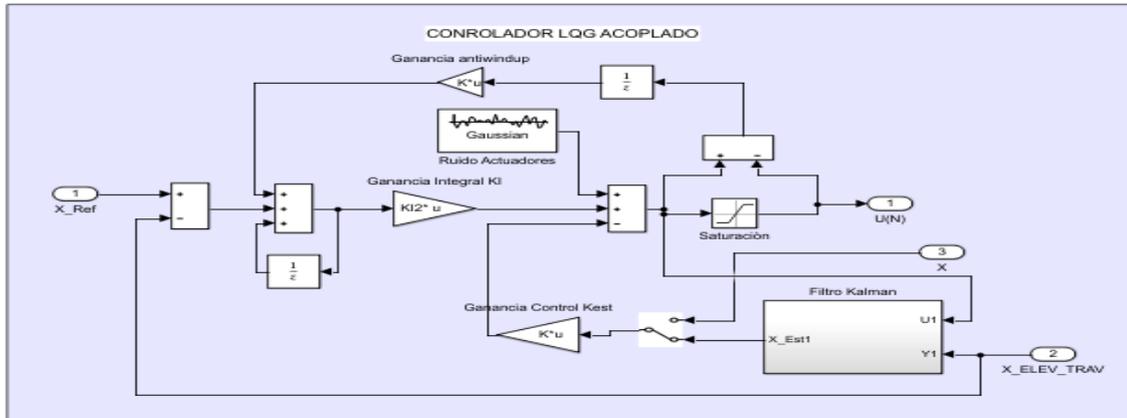


Figura 41. Diagrama de control LQG del modelo acoplado.

### 2.3.1.1 Diseño de control LQR.

Para el diseño del controlador se trabaja con la sección 2.1.3 correspondiente al modelo del helicóptero de tres grados de libertad representado en espacio de estados.

Se define las siguientes matrices diagonales  $Q$  y  $R$  explicado en la sección 2.2 buscando obtener una buena respuesta transitoria de los tres ángulos de rotación buscando minimizar el esfuerzo producido por los motores.

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 200 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 200 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$R = \begin{bmatrix} 10 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 100 \end{bmatrix}$$

Al solucionar la ecuación de Riccati, se obtiene la matriz  $\hat{K}$ :

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} 5.7278 & 2.4888 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0441 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9537 & 0.0835 & 2.9503 & 1.4294 & 0 & -0.004 \end{bmatrix} \quad (53)$$

### 2.3.1.2 Diseño filtro Kalman.

Para el diseño se asumen las siguientes matrices de varianzas donde  $Qn$  corresponde a la varianza en los actuadores y  $Rn$  a la varianza en los sensores explicado en la sección 2.2.

$$Qn = \begin{bmatrix} 0.0049 & 0 \\ 0 & 0.0049 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$Rn = \begin{bmatrix} 0.0049 & 0 \\ 0 & 0.0049 \end{bmatrix} \quad (55)$$

A partir de estos valores se obtiene la matriz de ganancias  $L$ :

$$L = \begin{bmatrix} 0.0036 & 0 \\ 0.0006 & 0 \\ 0 & 0.001 \\ 0 & -0.0001 \\ 0 & 0.0014 \\ 0 & 0.0001 \end{bmatrix} \quad (56)$$

Mediante la herramienta Simulink de Matlab se procede a realizar la respectiva simulación del modelo no lineal y lineal ante controlador LQG.

En la figura 42 se muestra la respuesta transitoria de los tres ángulos con el controlador LQG dado un punto de referencia variable. En ésta se observa que el controlador es capaz de responder ante cambio en la señal de referencia en cada uno de sus ángulos aunque presente oscilaciones en el ángulo de elevación logrando estabilizar pasado un tiempo.

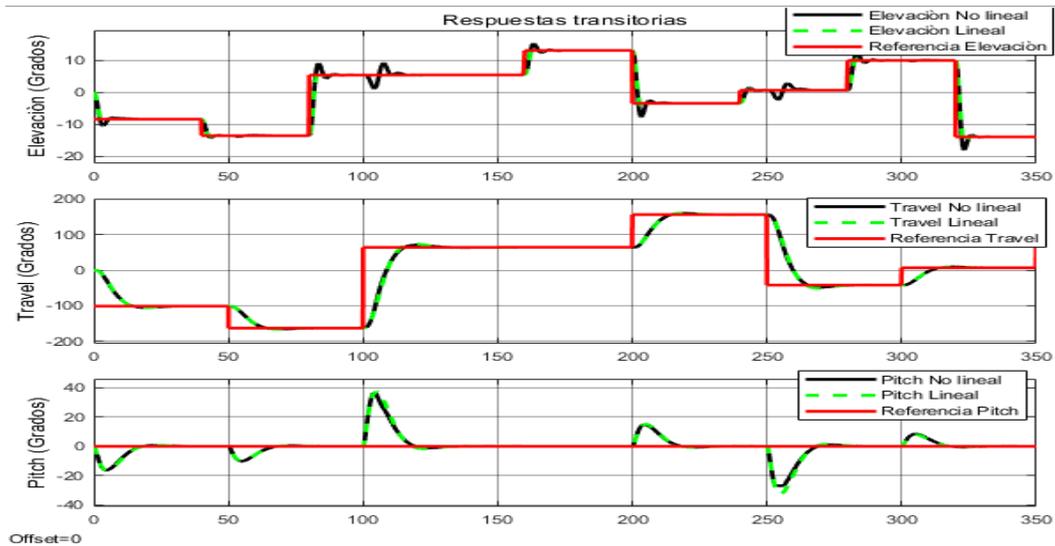


Figura 42. Respuesta transitoria del modelo acoplado ante diferentes entradas con controlador LQG.

En la figura 43 se muestra la acción de control para las salidas del sistema  $F_{sum}$  y  $U_{diff}$ . Para la simulación dio una saturación de acuerdo con la fuerza máxima que pueden entregar los motores.

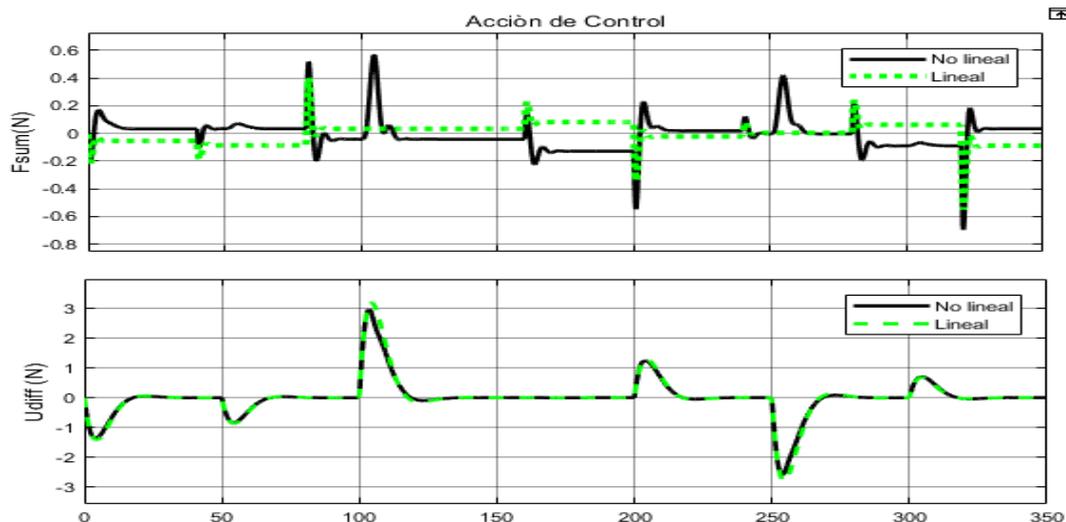


Figura 43. Acción de control para diferentes entradas de fuerzas.

### 2.3.2 Controlador LQG del modelo desacoplado en tiempo discreto.

De acuerdo al diagrama de bloques de la figura 44 se implementó en la herramienta Simulink el modelo desacoplado del helicóptero de 3 GDL ante el controlador LQG.

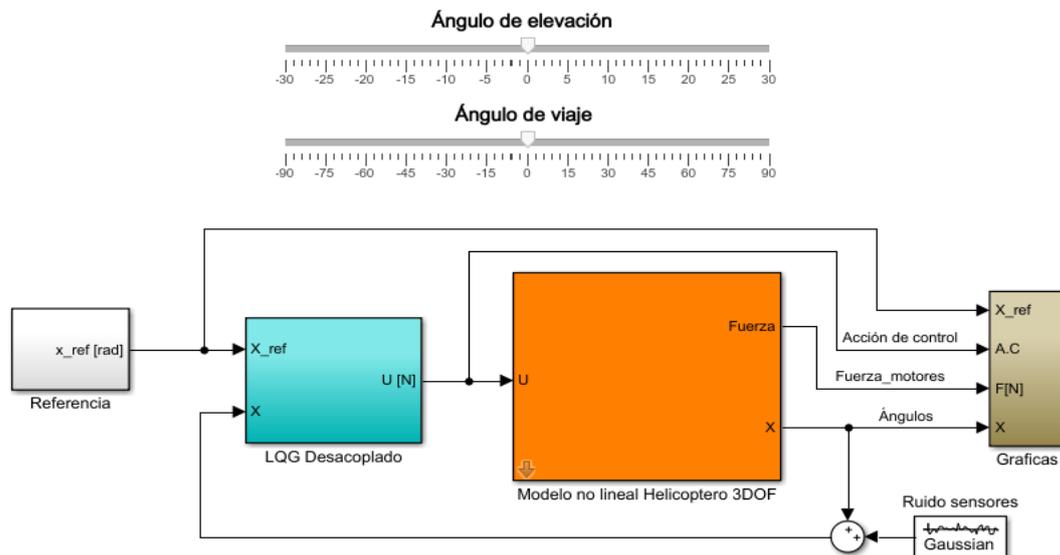


Figura 44. Diagrama en lazo cerrado del modelo desacoplado ante control LQG. El bloque controlador contiene los dos diseños desacoplados de LQG, donde entra la señal de referencia y sale las acciones de control  $f_{sum}$  y  $f_{diff}$ , además al bloque le entra la retroalimentación de los ángulos.

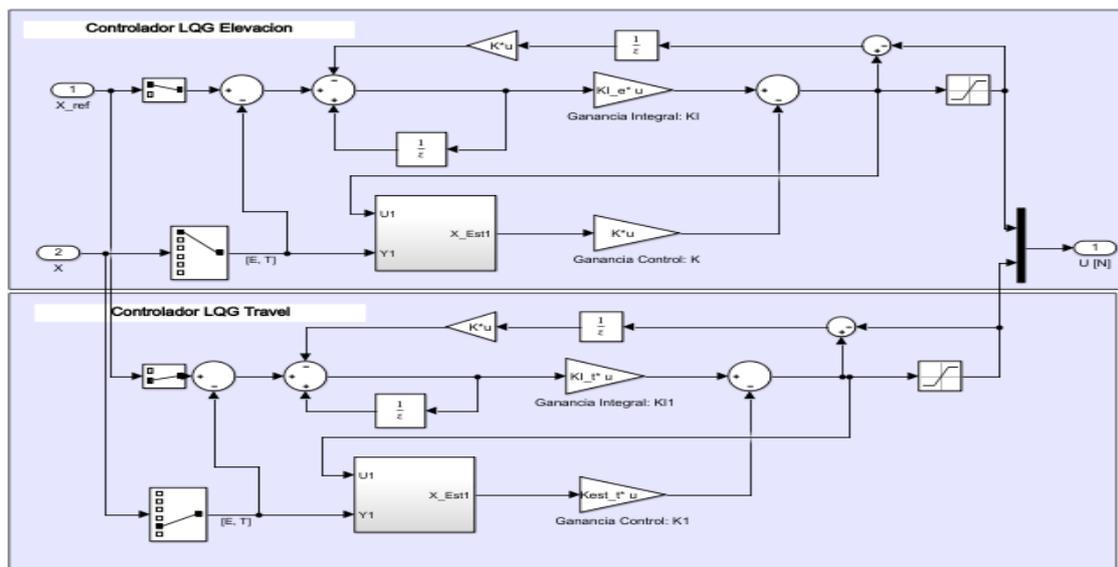


Figura 45. Diagrama de control LQG del modelo desacoplado.

### 2.3.2.1 Diseño elevación LQR

Para el controlador de elevación se diseñaron las siguientes matrices diagonales  $Q$  y  $R$  explicado en la sección 2.2 buscando obtener una respuesta transitoria acorde a la dinámica del sistema y teniendo en cuenta el esfuerzo de los actuadores (acción de control).

$$Q_e = \begin{bmatrix} 400 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (57)$$

$$R_e = [0.2] \quad (58)$$

Al solucionar la ecuación de Riccati, se obtiene la matriz  $\hat{K}$ :

$$\hat{k}_e = [90.0073 \quad 13.77 \quad -2.11] \quad (59)$$

### 2.3.2.2 Diseño travel LQR

El controlador de travel está utilizando esencialmente el ángulo de Pitch para girar el helicóptero. El eje de travel se diseñó físicamente para los ángulos  $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ , siguiendo este criterio se procede a diseñar las matrices diagonales  $Q$  y  $R$ .

$$Q_t = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 200 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9 \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$R_t = [0.5] \quad (61)$$

Al solucionar la ecuación de Riccati, se obtiene la matriz  $\hat{K}$ :

$$\hat{K}_t = [39.73 \quad 9.2859 \quad 166.46 \quad 59.68 \quad -1.03] \quad (62)$$

### 2.3.2.3 Diseño filtro Kalman Elevación

Para el diseño se asumen las siguientes matrices de varianzas donde  $Qn$  corresponde a la varianza en los actuadores y  $Rn$  a la varianza en los sensores.

$$Qn_e = [0.0049] \quad (63)$$

$$Rn_e = [0.0049] \quad (64)$$

A partir de la ecuación 63 y 64 se obtiene la matriz de ganancias  $L_e$ :

$$L_e = \begin{bmatrix} 0.0036 \\ 0.0006 \end{bmatrix} \quad (65)$$

### 2.3.2.4 Diseño filtro Kalman travel

Para el diseño se asumen las siguientes matrices de varianzas donde  $Q_n$  corresponde a la varianza en los actuadores y  $R_n$  a la varianza en los sensores.

$$Q_{n\_t} = [0.0049] \quad (66)$$

$$R_{n\_t} = [0.0049] \quad (67)$$

A partir de la ecuación 66 y 67 se obtiene la siguiente matriz de ganancias  $L_t$ :

$$L_t = \begin{bmatrix} 0.001 \\ -0.001 \\ 0.0014 \\ 0.0001 \end{bmatrix} \quad (68)$$

En la figura 46 se muestra la respuesta transitoria del modelo no lineal y lineal dado un punto de referencia variable en el tiempo. En ésta se observa que el sistema llega al punto de consigna para los tres ángulos, teniendo en cuenta que la respuesta transitoria del ángulo de pitch debe tender a su punto de equilibrio ( $0^\circ$ ) al alcanzar un punto de referencia dado en el ángulo travel. Estos controladores son implementados con el modelo no lineal y lineal, ya que permite validar y comparar los dos modelos generados, además con el modelo no lineal tener una simulación más cercana a lo que ocurre en el prototipo real.

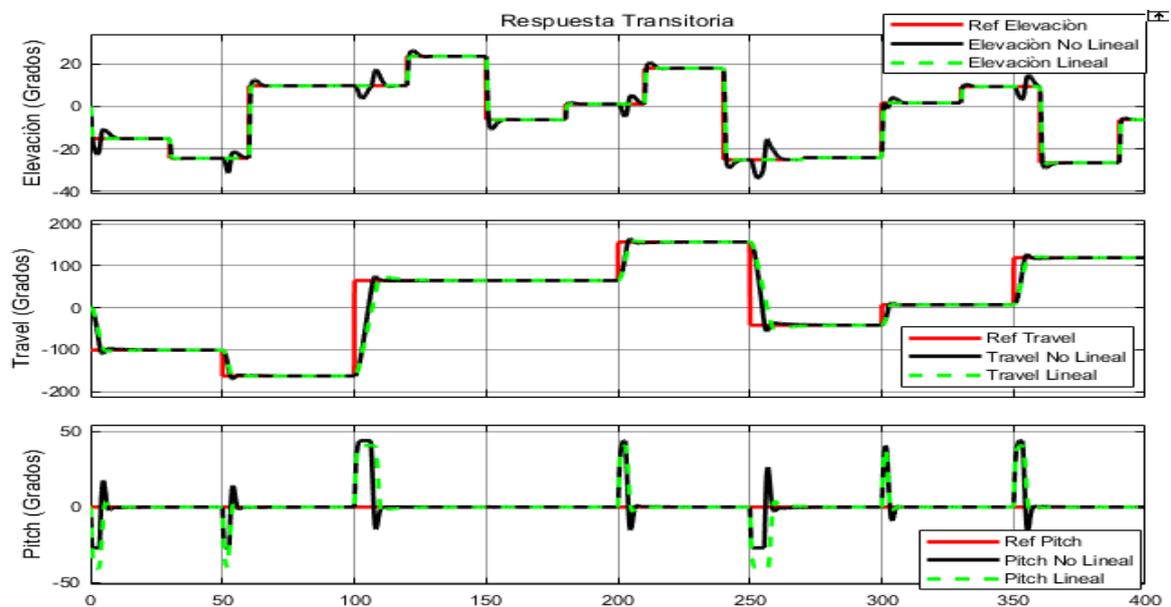


Figura 46. Respuesta transitoria del modelo desacoplado ante diferentes entradas con controlador LQG.

En la figura 47 se muestra la acción de control para las salidas del sistema  $U_{sum}$  y  $U_{diff}$ . Para la simulación dio una saturación de acuerdo con la fuerza máxima que pueden entregar los motores.

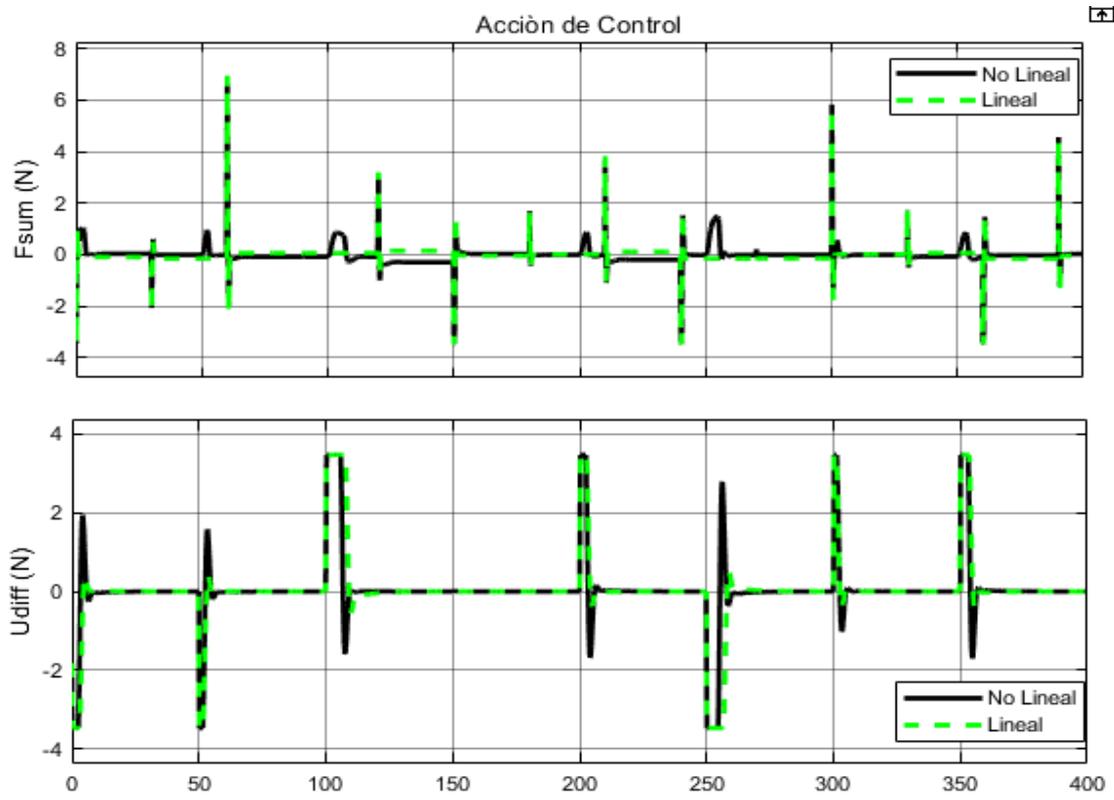


Figura 47. Acción de control para diferentes entradas de fuerzas.

## 2.4 Control predictivo MPC

En la presente sección, se incluyen los fundamentos teóricos del control predictivo, seguido por la metodología de diseño predictivo y posteriormente el diseño del control predictivo para la regulación de los ángulos del Helicóptero 3GDL, esto con la toolbox `Mpctools` de Matlab®.

### 2.4.1 Algoritmo del control predictivo

El control predictivo hace uso de modelos para obtener una señal de minimización y con esta una función objetivo. Estos controladores tienen la característica de contar con un horizonte de control finito, lo que implica el cálculo de la secuencia de control para todo el horizonte con la aplicación de la primera señal de la secuencia y la repetición de todo el proceso en los siguientes instantes de muestreo. Cada ley de control difiere tanto en el modelo a utilizar para representar cada proceso, como en las perturbaciones y la función objetivo.

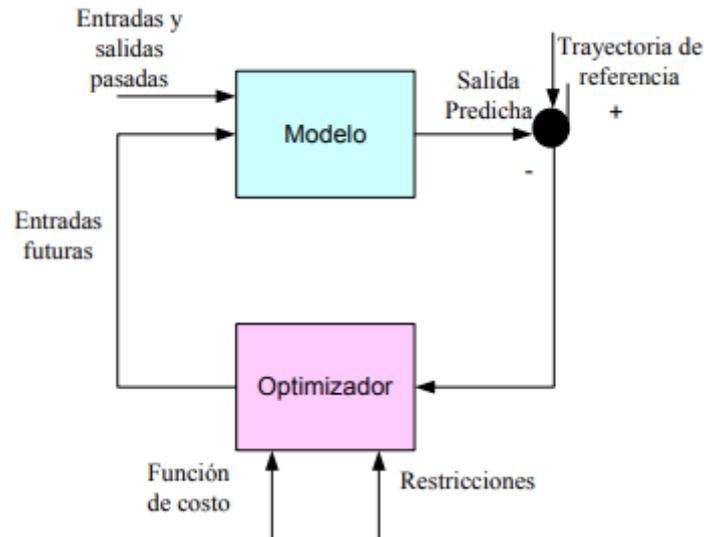


Figura 48. Estrategia MPC.

El procedimiento de optimización se realiza para un intervalo de tiempo que se extiende desde un tiempo actual hasta un tiempo actual más un horizonte de predicción, para cada intervalo de muestreo y con las mediciones actualizadas de la planta, en donde sólo la primera acción de la secuencia de control optimizada es realimentada a la planta, actualizando el problema de optimización que es resuelto para el siguiente instante de muestreo con las nuevas mediciones hechas de la planta, desplazando en una unidad al horizonte de predicción. La descripción del modelo en espacio de estados es mayormente utilizada para sistemas no lineales, sistemas que poseen varias restricciones en el control de sus estados y cuando poseen varias salidas o entradas. Es importante mencionar que el optimizador es la parte fundamental de esta estrategia, ya que nos proporciona las acciones de control. El tamaño del problema de optimización depende del número de variables, tanto de salida como de entrada, y del horizonte de predicción usado.

#### 2.4.2 Parámetros de sintonización

Un paso importante, antes de implementar el algoritmo de control predictivo, es conocer cómo se debe calibrar sus parámetros, los criterios que cumplen con dicho objetivo se detallan a continuación:

- El horizonte de control debe ser menor al horizonte de predicción.

- Un horizonte de control corto causa cambios mínimos de la acción de control; es decir el regulador intenta alcanzar el setpoint cambiando la variable manipulada pocas veces y en pequeñas cantidades.
- Una acción de control por un largo periodo de tiempo, en un horizonte de control corto, podría sobrepasar el valor del setpoint, después de los finales de horizonte de control. Sin embargo, como el MPC se sigue ejecutando, la variable manipulada finalmente se colocará alrededor del setpoint.
- Un horizonte de control largo produce cambios más agresivos de la acción de control. Estos cambios agresivos pueden causar la oscilación del sistema y/o aumentar la energía gastada.
- Un horizonte de predicción corto reduce el tiempo donde el regulador MPC predice las salidas de la planta.
- Un horizonte de predicción largo aumenta la capacidad de predicción del regulador MPC. Sin embargo, disminuye la interpretación añadiendo cálculos suplementarios al algoritmo de control.

### **2.4.3 Formulación del MPC**

#### **2.4.3.1 Modelo de predicción**

Es el modelo matemático que describe el comportamiento esperado del sistema, el modelo puede ser lineal o no lineal en tiempo continuo o discreto. El hecho de que el problema de optimización se resuelva mediante el computador, así como la técnica de horizonte deslizante con la que se le aplica la solución, hace que sea natural considerar los modelos de forma discreta que continuas.

#### **2.4.3.2 Función de coste.**

Es la función que indica el criterio a optimizar, la función es definida de manera positiva expresando el coste asociado a una determinada evolución del sistema a lo largo del horizonte de predicción  $Np$ , dado que el coste considera el comportamiento del sistema hasta un horizonte  $Nh$ , este depende del estado

actual del sistema  $x(k)$  y de la secuencia de  $N$  actuaciones que se aplican durante el horizonte de predicción  $N_c$ .

### 2.4.3.3 Restricciones.

Indican los límites sobre los cuales actúa el sistema, ya sean por límites físicos o bien por motivos de seguridad, estas restricciones suelen expresarse como conjuntos  $X$  y  $U$ , generalmente cerrados y acotados, en los cuales deben estar conteniendo los estados del sistema y las actuaciones en cada instante de tiempo.

### 2.4.4 Model predictive control toolbox.

Model Predictive Control Toolbox™ proporciona funciones, una aplicación y bloques Simulink® para diseñar y simular controladores predictivos basados en modelo (MPC). La caja de herramientas le permite especificar modelos de plantas y perturbaciones, horizontes, restricciones y pesos. Al ejecutar simulaciones de circuito cerrado, puede evaluar el rendimiento del controlador. El toolbox requiere que el modelo del proceso sea lineal e invariante en el tiempo (LTI) y puede ser definido como: función de transferencia o representación de espacio de estados.

### 2.4.5 Control predictivo MPC del modelo acoplado

De acuerdo al diagrama de bloques de la figura 49 se implementó en la herramienta Simulink el modelo acoplado del helicóptero de 3 GDL ante el controlador predictivo MPC.

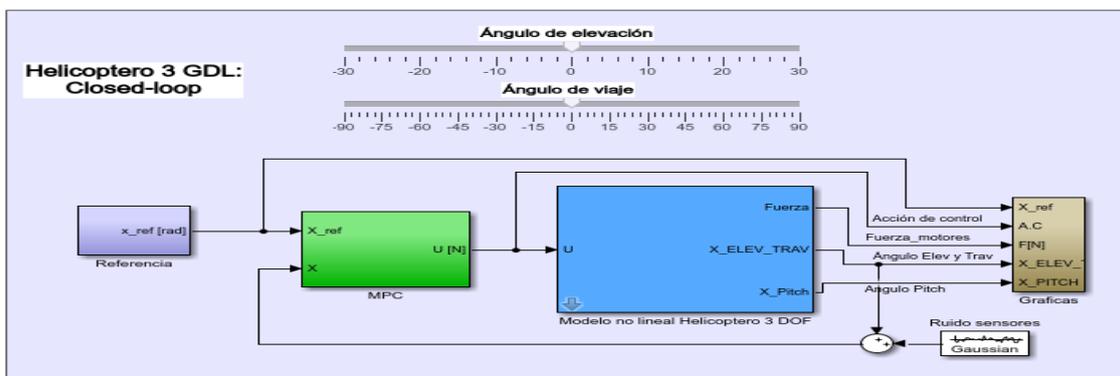


Figura 49. Diagrama en lazo cerrado del modelo acoplado ante control predictivo MPC.

El bloque controlador contiene el control predictivo MPC del modelo acoplado, donde entra la señal de referencia y sale las acciones de control  $f_{sum}$  y  $f_{diff}$ , además al bloque le entra la retroalimentación de los ángulos.

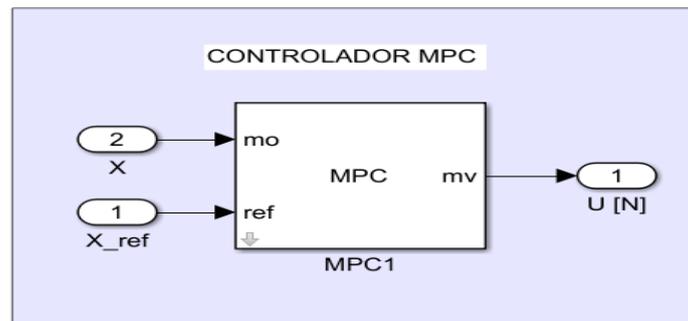


Figura 50. Diagrama de control predictivo MPC del modelo acoplado

#### 2.4.5.1 Diseño de control predictivo MPC.

Para el diseño del controlador MPC del modelo acoplado se implementa la representación de estados linealizado y discreto del sistema sección 2.1.3, ajustando los siguientes valores de restricción y sintonización de la herramienta Mpctool hasta conseguir un buen seguimiento de la señal transitoria.

Horizontes:

$$\begin{aligned} \text{Horizonte de predicción} &= 70 \\ \text{Horizonte de control} &= 20 \end{aligned} \quad (69)$$

Restricciones:

- Restricción de entrada

Los siguientes valores corresponden al rango de valores de fuerza ( $f_{sum}$  y  $f_{diff}$ ) ejercidos por los motores.

$$\begin{aligned} \text{Mínimo} &= -1.4508 \text{ N} \\ \text{Máximo} &= 2.1762 \text{ N} \end{aligned} \quad (70)$$

- Restricción de salida

Para el ángulo de elevación la restricción es de 71 grados (-27 por debajo de la horizontal y 44 por encima) se debe a la limitación de movimiento en el eje de rotación del ángulo de elevación.

$$\begin{aligned} \text{Mínimo} &= -27 \text{ Grados} \\ \text{Máximo} &= 44 \text{ Grados} \end{aligned} \quad (71)$$

Para el ángulo de travel la restricción es de 360 grados, se debe al rango de movimiento en el eje de rotación del ángulo de travel.

$$\text{Mínimo} = -180 \text{ Grados} \quad (72)$$

$$\text{Máximo} = 180 \text{ Grados}$$

En la figura 51 se muestra la respuesta transitoria del modelo no lineal y lineal dado una señal variable ante el controlador predictivo mpc ,se observa que el sistema llega al punto de consigna, en el ángulo de elevación se puede apreciar que es afectada por el ángulo de travel una vez que este intenta estabilizarse.

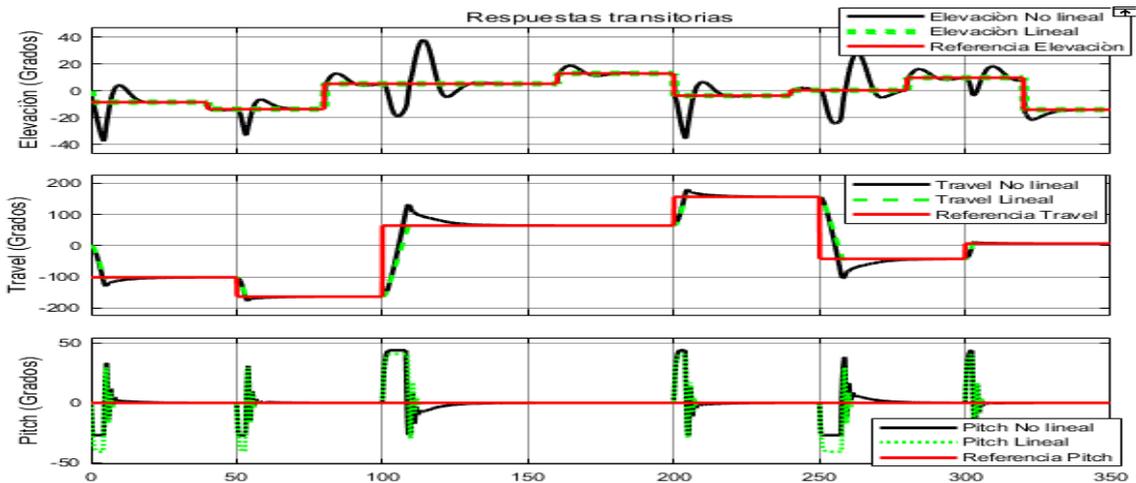


Figura 51. Respuesta transitoria del modelo acoplado ante diferentes entradas con controlador MPC.

En la figura 52 se muestra la acción de control para las salidas del sistema  $U_{sum}$  y  $U_{diff}$ .

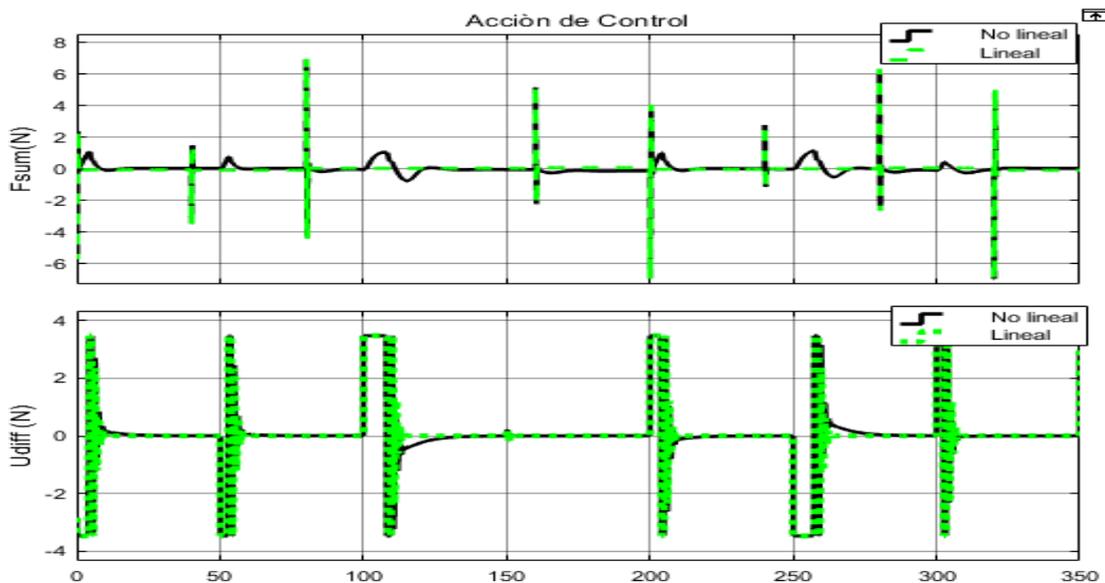


Figura 52. Acción de control para diferentes entradas de fuerzas.

### 2.4.6 Control predictivo MPC del modelo desacoplado

De acuerdo al diagrama de bloques de la figura 53 se implementó en la herramienta Simulink el modelo desacoplado del helicóptero de 3 GDL ante el controlador predictivo MPC.

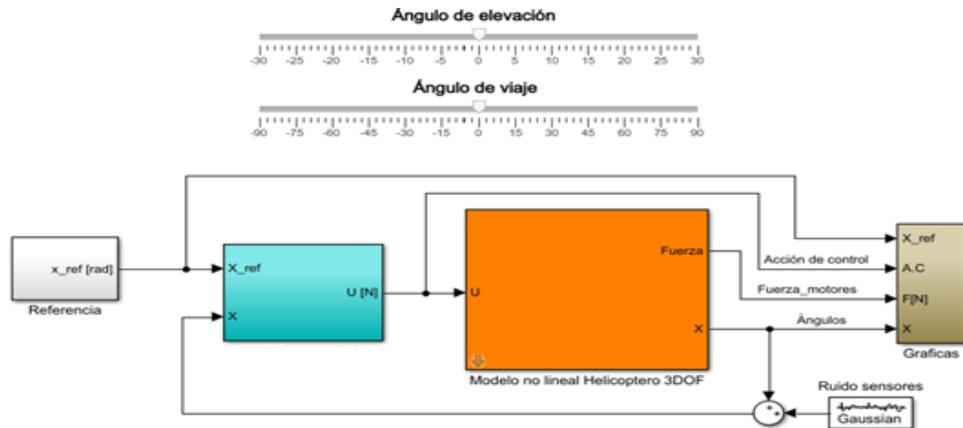


Figura 53. Diagrama en lazo cerrado del modelo desacoplado ante control predictivo MPC.

El bloque controlador contiene los dos diseños desacoplados de control predictivo MPC, donde entra la señal de referencia y sale las acciones de control  $f_{sum}$  y  $f_{diff}$ , además al bloque le entra la retroalimentación de los ángulos.

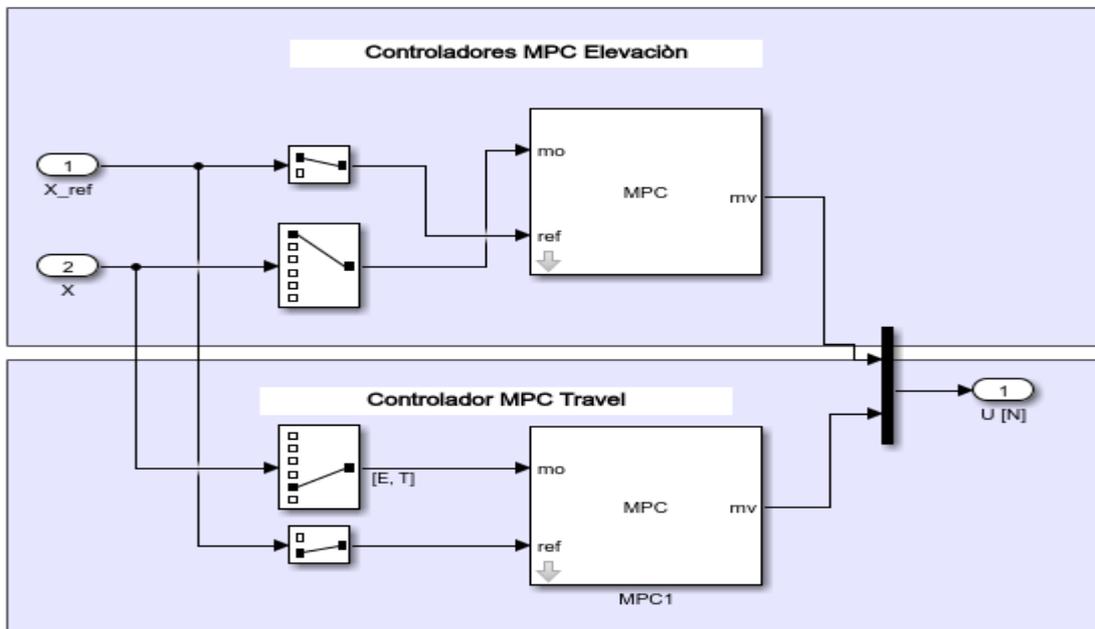


Figura 54. Diagrama de control predictivo MPC del modelo desacoplado.

#### 2.4.6.1 Diseño de control predictivo MPC elevación.

Para el diseño del controlador MPC de elevación se implementa la representación de estados linealizado y discreto del sistema según la ecuación 61, ajustando los siguientes valores de restricción y sintonización de la herramienta Mpctool hasta conseguir un buen seguimiento de la señal transitoria. Horizontes:

$$\begin{aligned} \text{Horizonte de predicción} &= 4 \\ \text{Horizonte de control} &= 2 \end{aligned} \tag{73}$$

Restricciones:

- Restricción de entrada

Los siguientes valores corresponden al rango de valores de fuerza ( $f_{sum}$  y  $f_{diff}$ ) ejercidos por los motores.

$$\begin{aligned} \text{Mínimo} &= -3.4753 \text{ N} \\ \text{Maximo} &= 6.6610 \text{ N} \end{aligned} \tag{74}$$

- Restricción de salida

La restricción de 71 grados (-27 por debajo de la horizontal y 44 por encima) se debe a la limitación de movimiento en el eje de rotación del ángulo de elevación.

$$\begin{aligned} \text{Mínimo} &= -27 \text{ Grados} \\ \text{Maximo} &= 44 \text{ Grados} \end{aligned} \tag{75}$$

#### 2.4.6.2 Diseño de control predictivo MPC travel.

Para el diseño del controlador MPC del ángulo de travel se implementa la representación de estados linealizado y discreto del sistema según la ecuación 63 ajustando los siguientes valores de restricción y sintonización de la herramienta Mpctool hasta conseguir un buen seguimiento de la señal transitoria. Horizontes:

$$\begin{aligned} \text{Horizonte de predicción} &= 5 \\ \text{Horizonte de control} &= 4 \end{aligned} \tag{76}$$

Restricciones:

- Restricción de entrada

Los siguientes valores corresponden al rango de valores de fuerza ( $f_{sum}$  y  $f_{diff}$ ) ejercidos por los motores.

$$\text{Mínimo} = -3.4753N \quad (77)$$

$$\text{Máximo} = 3.4753 N$$

- Restricción de salida

La restricción de 360 grados se debe al rango de movimiento en el eje de rotación del ángulo de travel.

$$\text{Mínimo} = -180 \text{ Grados} \quad (78)$$

$$\text{Máximo} = 180 \text{ Grados}$$

En la figura 55 se muestra la respuesta transitoria del modelo no lineal y lineal dado una señal variable ante el controlador mpc ,se observa que el sistema llega al punto de consigna, en el ángulo de elevación presenta un tiempo de levantamiento muy bajo lo que implica que la acción de control será brusca.

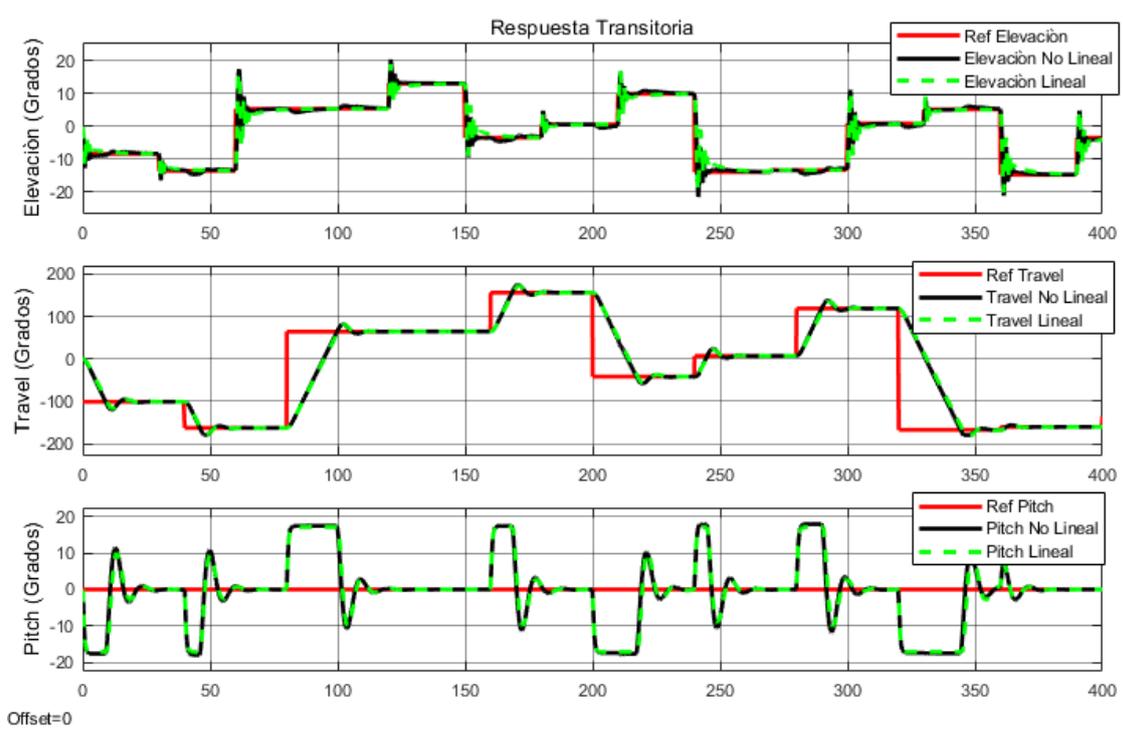


Figura 55. Respuesta transitoria del modelo desacoplado ante diferentes entradas con controlador MPC.

En la figura 56 se muestra la acción de control para las salidas del sistema  $F_{sum}$  y  $F_{diff}$ .

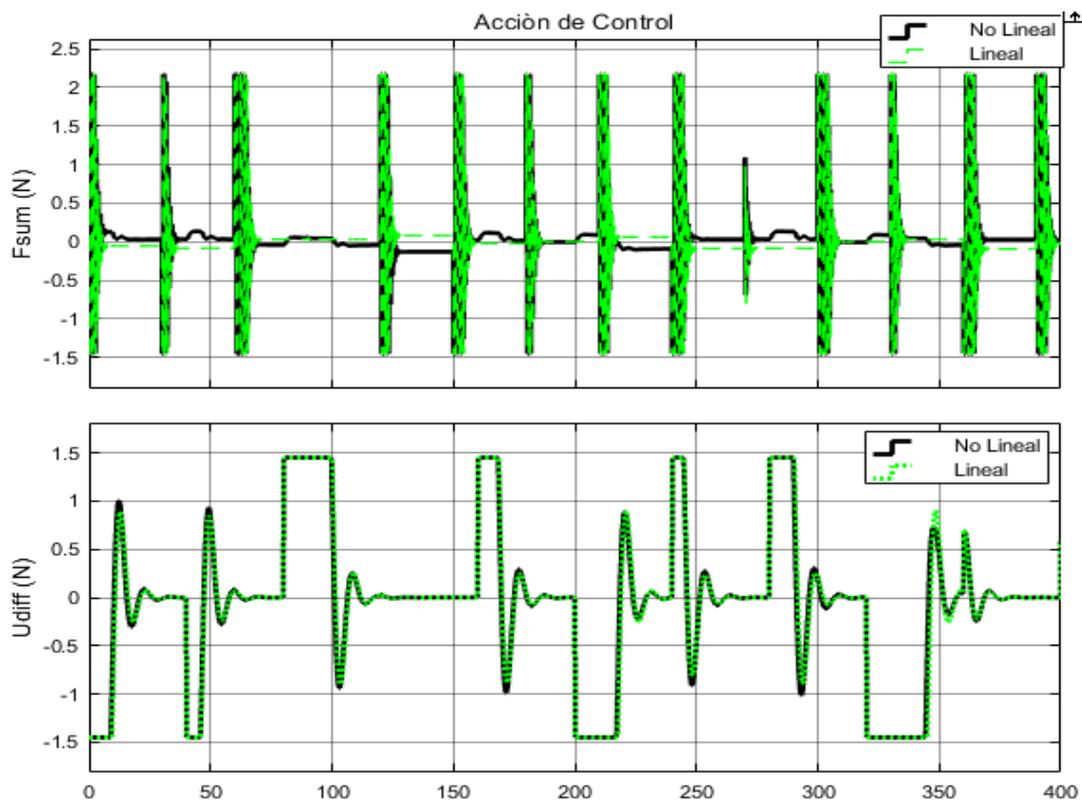


Figura 56. Acción de control para diferentes entradas de fuerzas.

## 2.5 Interfaz gráfica.

La interfaz gráfica se diseñó mediante la herramienta Simulink Matlab ©2018b permitiendo supervisar y manipular en tiempo real el helicóptero de 3 GDL. Está dividida en dos secciones, la sección 1a corresponde al encendido y apagado de manera digital del sistema, además cuenta con dos slider para la variación del punto de referencia de elevación y travel, en la sección 2a están los bloques del controlador, lectura de ángulos, escritura de PWM y el bloque de gráficas.

En la figura 57 se observa la interfaz desarrollada en Simulink de Matlab®

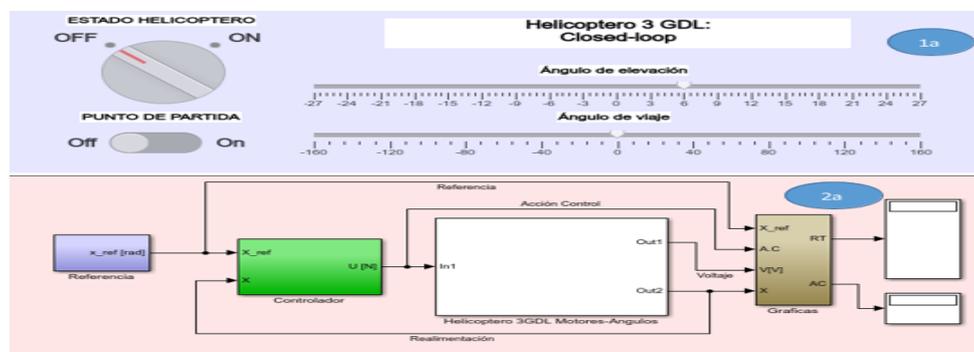


Figura 57. Interfaz gráfica del helicóptero de 3 GDL.

### 2.5.1 Sección 1ª de la interfaz grafica

En esta sección se hace el monitoreo de los Setpoint para los dos ángulos a regular, elevación y travel, además cuenta con dos switch uno llamado estado helicóptero que permite poner en marcha o apagar el sistema y otro switch llamado punto de partida el cual al estar en modo ON el helicóptero se ubicara de forma automática en los puntos de equilibrio y al estar en modo OFF se ubicara en el ángulo que ejecute el operador al estar encendido el helicóptero. La tabla 8 se define el rango con los límites digitales y físicos donde opera el prototipo.

Tabla 8. Limites digitales y físicos para los diferentes ángulos.

Angulo	Tipo de limite	Valor mínimo (Grados)	Valor máximo (Grados)
Elevación	Digital	-27	27
	Físico	-27	44
Travel	Digital	-170	170
	Físico	-180	180
Pitch	Digital	-40	40
	Físico	-44	44

Tabla 9. Valores respuesta transitoria control LQG

Angulo	Tipo	Mp % (Sobrepaso)	TL (s) (Tiempo de Levantamiento)	Ts (s) (Tiempo de establecimiento)
Elevación	Simulación	11.2	5.4	7.1
	Experimental	19	7.3	12.2
Travel	Simulación	10.1	6.1	6.1
	Experimental	20.3	8.2	10.4

Tabla 10. Valores respuesta transitoria control MPC

Angulo	Tipo	Mp % (Sobrepaso)	TL (s) (Tiempo de Levantamiento)	Ts (s) (Tiempo de establecimiento)
Elevación	Simulación	15.6	3.3	5.5
	Experimental	20.2	4.1	8.3
Travel	Simulación	13.1	6.5	7.2
	Experimental	19.3	8.2	12.3

### 2.5.2 Selección de los diferentes tipos de Setpoint.

La interfaz cuenta con tres formas de enviar la señal de referencia al helicóptero de 3 GDL, para seleccionar la señal damos clic al bloque llamado referencia (Ver figura 58) el cual nos llevara al menú de opciones donde se puede seleccionar la forma de la señal de referencia, simplemente cambiando el valor de la constante que muestra la figura 59.



Figura 58. Bloque de señales.

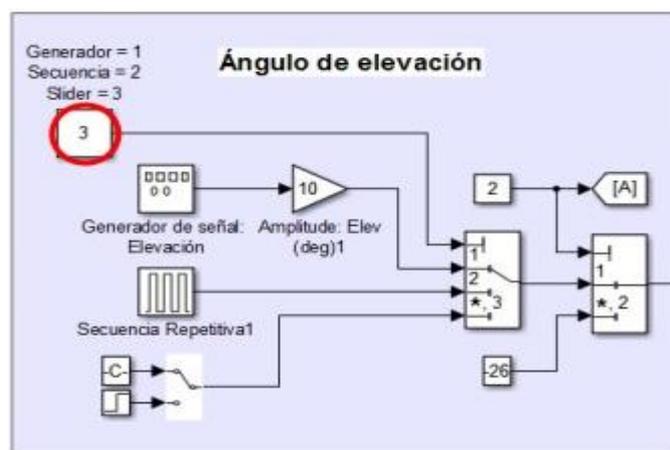


Figura 59. Selección de entrada del sistema.

Tabla 11. Tipos de señal de referencia según el valor de la constante.

Constante	Tipo de señal
1	Generador de señal cuadrada, senoidal o rampa
2	Secuencia repetitiva ajustada por el usuario
3	Valor constante regulado directamente desde el slider(Ver figura 60)

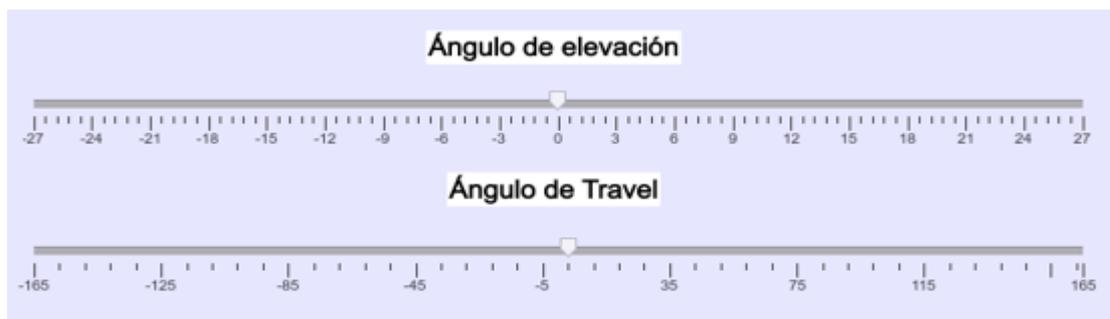


Figura 60. .Sliders para variar los Setpoint para los ángulos a regular.

### 2.5.1 Sección 2ª de la interfaz grafica

La interfaz gráfica está compuesta por el bloque del controlador, donde están montados los lazos de la estrategia de control, el bloque llamado Helicóptero 3GDL Motores-Ángulos corresponde a la lectura de las tres señales de los sensores , para el ángulo de elevación y pitch se utiliza un S-Función y para el ángulo de travel un bloque convertidor de código binario a decimal, además los bloques correspondientes a la escritura de PWM a los motores (ver figura 61), finalmente está el bloque de gráficas, donde llegan las señales que se están monitoreando, tales como las respuestas transitorias de las variables del proceso, las acciones de control y las fuerzas requeridas en los motores para alcanzar la señal de referencia deseada (ver figura 62).

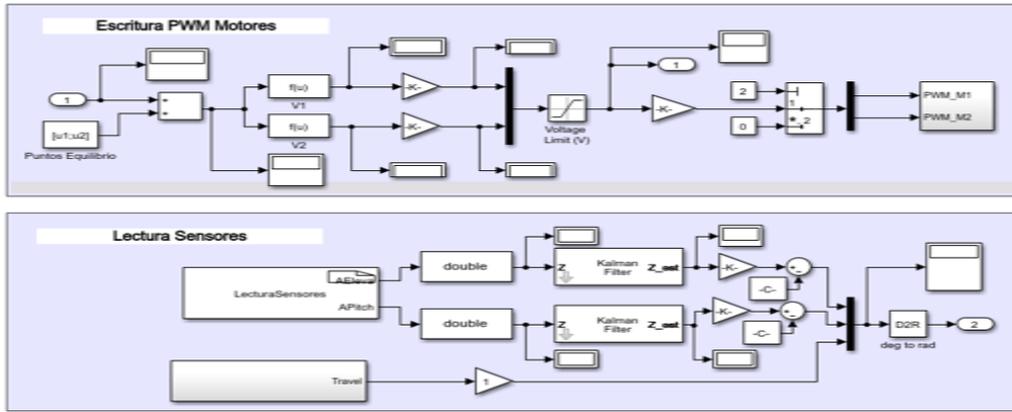


Figura 61. Bloques para lectura de ángulos y escritura PWM.

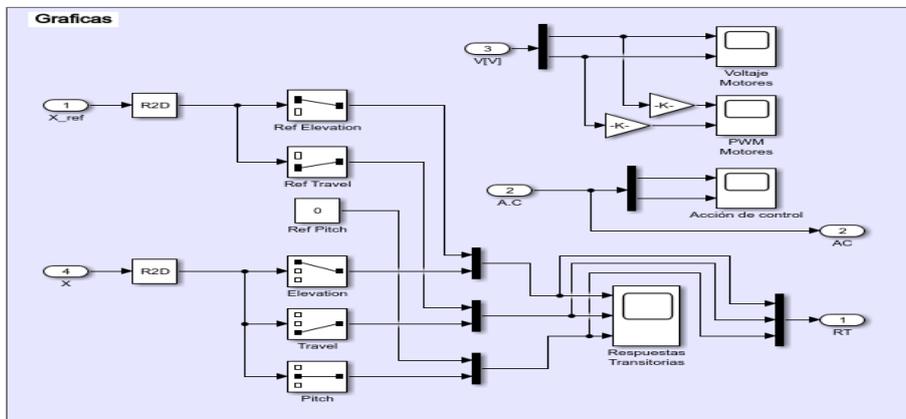


Figura 62. Bloques para visualización de las diferentes señales.

## CAPITULO 3 VALIDACION DE CONTROLADORES

En este capítulo se muestra la implementación de los controladores LQG y predictivo MPC en el prototipo funcional, debidamente diseñados en el capítulo 2, donde se evidencia el control de posición de cada uno de los tres grados de libertad, elevación, travel y pitch, ante variaciones en la señal de referencia y perturbaciones. Para la validación de los controladores se diseñó una interfaz gráfica donde se pueden observar las variables del proceso y modificar las señales de referencia en tiempo real.

### 3.1 Implementación control LQG acoplado

La implementación del controlador LQG acoplado diseñado en la sección 2.2.1 se muestra en la figura 63 donde se observa la comparación de la respuesta teórica (Modelo no lineal) y experimental, ante variación en la señal de referencia.

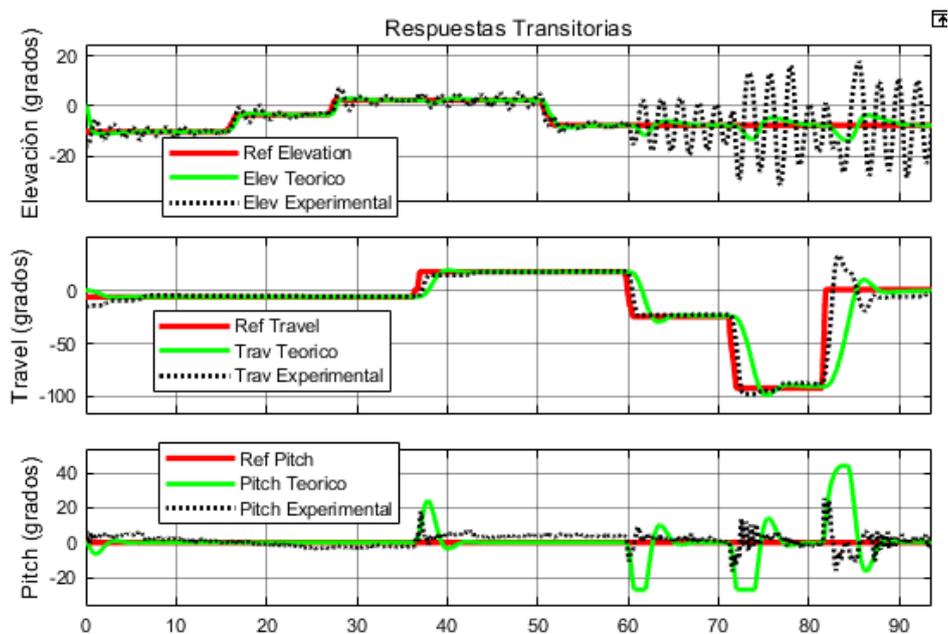


Figura 63. Validación de control LQG acoplado ante variación en la señal de referencia.

En la figura 64 se observa la comparación de la acción de control de la respuesta teórica (Modelo no lineal) y la experimental de los controladores de la sección 2.2.1.

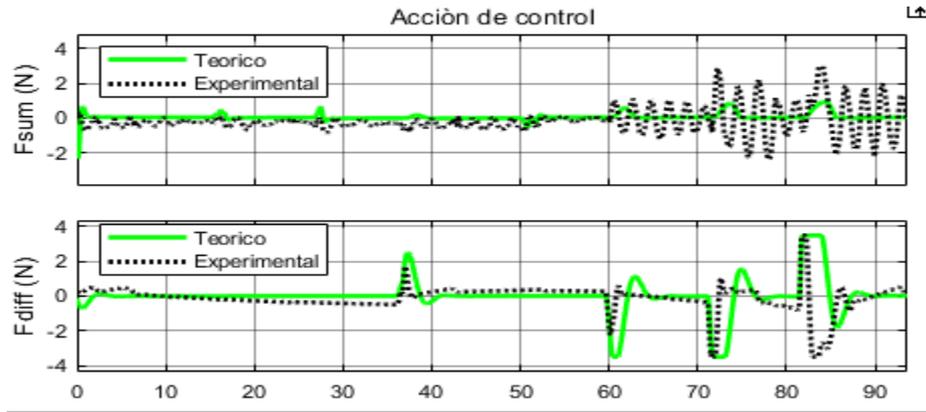


Figura 64. Acción de control LQG acoplado.

### 3.2 Implementación control LQG desacoplado.

La implementación del controlador LQG desacoplado diseñado en la sección 2.2.2 se muestra en la figura 65 donde se observa la comparación de la respuesta teórica (Modelo no lineal) y experimental, ante variación en la señal de referencia.

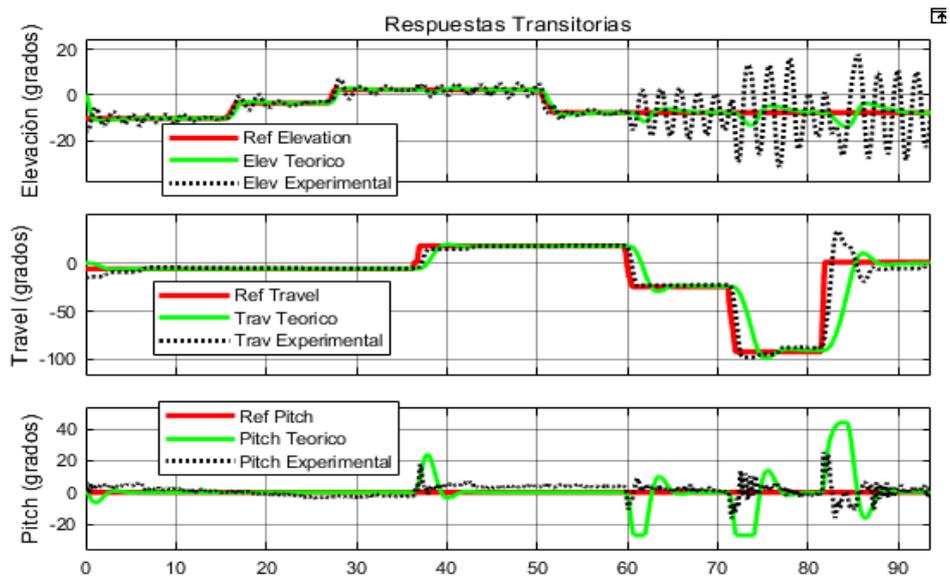


Figura 65. . Validación de control LQG desacoplado ante variación en la señal de referencia.

En la Figura 66 se observa la comparación de la acción de control de la respuesta teórica (Modelo no lineal) y la experimental de los controladores de la sección 2.2.2.

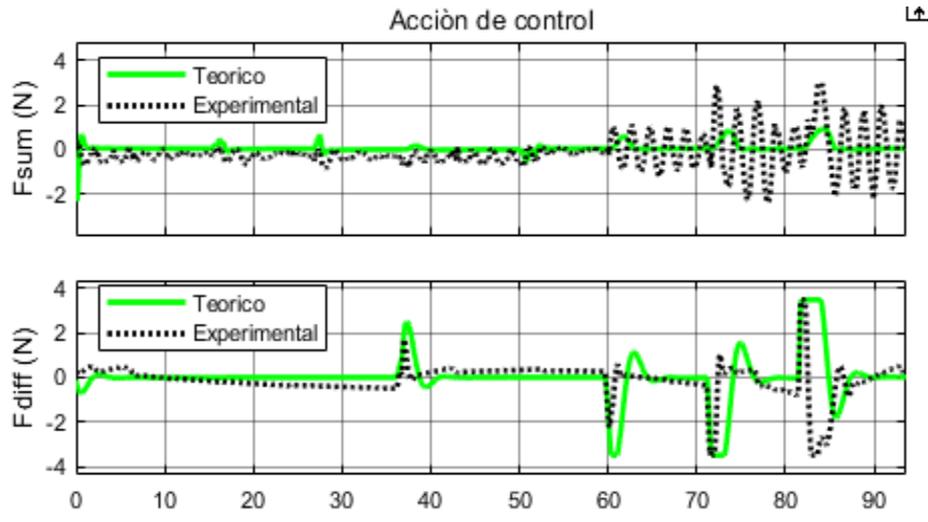


Figura 66. Acción de control LQG desacoplado.

### 3.3 Implementación control predictivo MPC Acoplado.

La implementación del controlador predictivo MPC acoplado diseñado en la sección 2.4.4 se muestra en la figura 67, donde se observa la comparación de la respuesta teórica (Modelo no lineal) y experimental, ante variación en la señal de referencia.

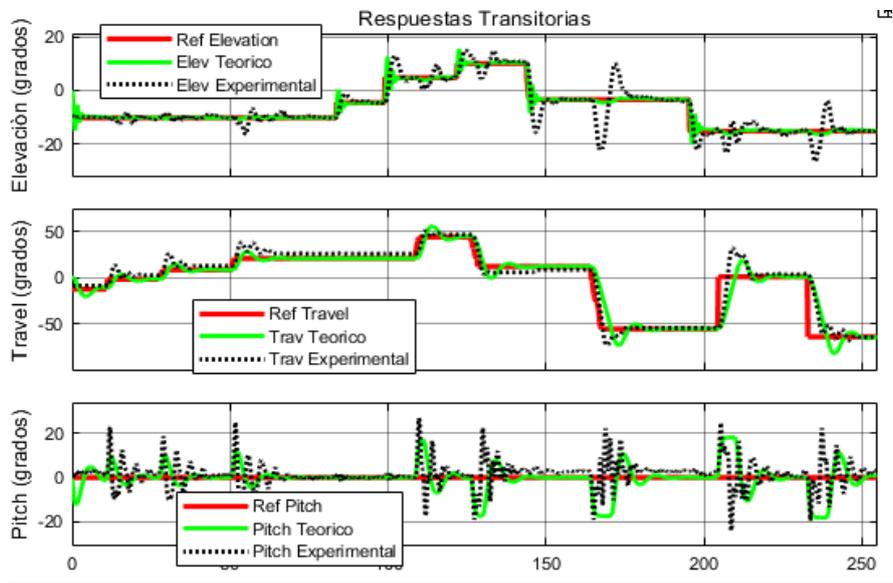


Figura 67. Validación de control MPC acoplado ante variación en la señal de referencia.

En la Figura 68 se observa la comparación de la acción de control de la respuesta teórica (Modelo no lineal) y la experimental de los controladores de la sección 2.4.4.

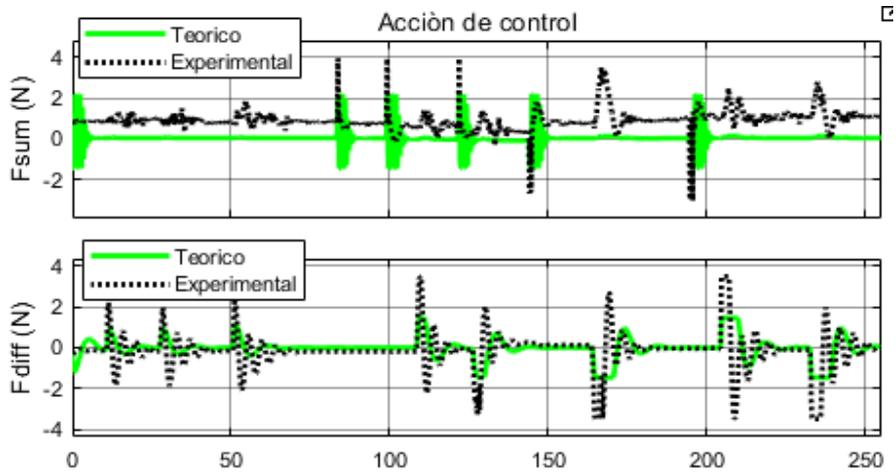


Figura 68. Acción de control MPC acoplado.

### 3.4 Implementación control predictivo MPC desacoplado.

La implementación del controlador predictivo MPC desacoplado diseñado en la sección 2.3.4.1 se muestra en la figura 69, donde se observa la comparación de la respuesta teórica (Modelo no lineal) y experimental, ante variación en la señal de referencia.

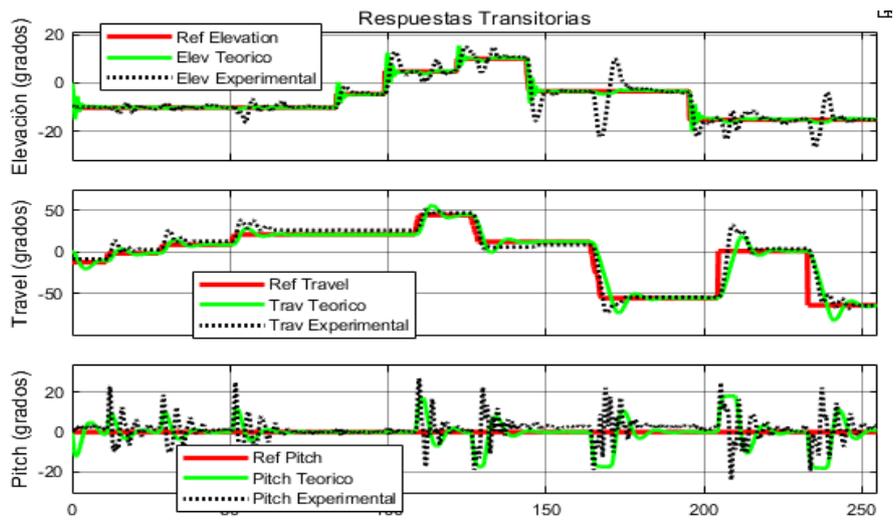


Figura 69. Validación de control MPC desacoplado ante variación en la señal de referencia.

En la figura 70 se observa la comparación de la acción de control de la respuesta teórica (Modelo no lineal) y la experimental de los controladores de la sección 2.3.4.1.

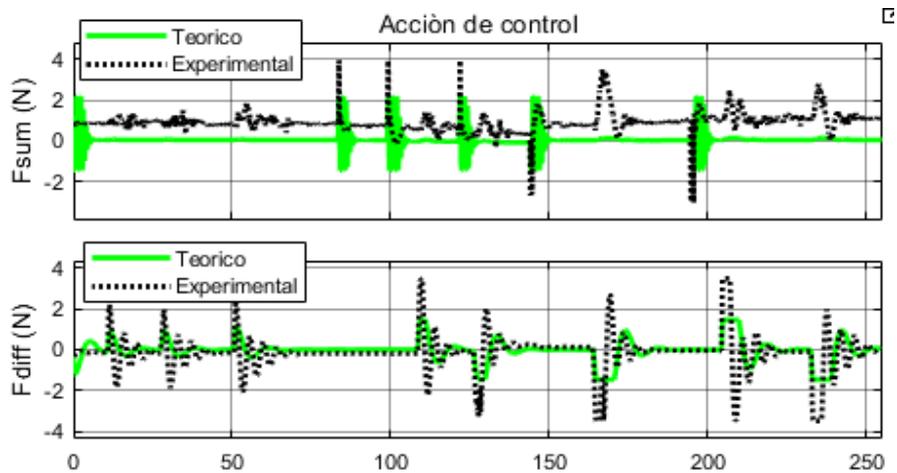


Figura 70. Acción de control MPC desacoplado.

### 3.5 Análisis de resultados

Una vez implementados los controlados LQG y MPC acoplados y desacoplados en el prototipo funcional se procede a analizar el comportamiento del helicóptero ante estos controladores.

Al implementar los controladores acoplados tanto LQG como MPC se pudo observar que el helicóptero en la etapa de validación experimental estabilizo para cambios de set point mínimos, una posible causa es el rango de linealidad del modelo lineal. En el caso de los controladores LQG y MPC desacoplado se pudo ver que el helicóptero ante cambios mínimos de la señal de referencia fue capaz de responder y estabilizar, pero ante un cambio brusco el control desacoplado LQG en el lazo de elevación se inestabilizaba quedando oscilatorio debido a que su tiempo de respuesta era muy lento.

Al verificar que el control LQG en el ángulo de elevación no fue el más óptimo se decide mezclar las dos estrategias de control, dejando un control MPC desacoplado para el ángulo de elevación y un control LQG desacoplado para el ángulo de travel como se puede ver en la figura 71.

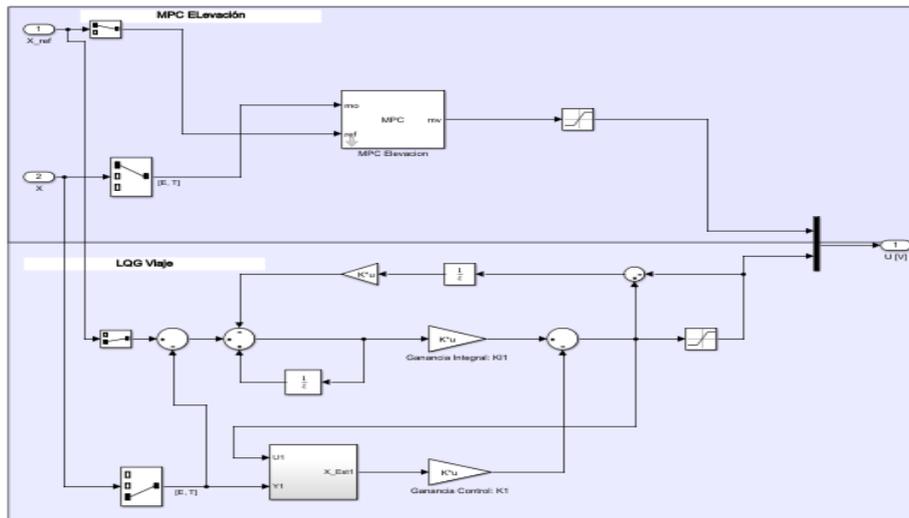


Figura 71. Estructura de control MPC y control LQG.

Se procedió a implementar la mezcla de controladores en el helicóptero y se pudo observar que esta combinación fue la que mejor se adaptó en la estabilización del helicóptero de 3 GDL debido a que fue capaz de responder ante cambios mínimos y bruscos en la señal de referencia, además ante perturbaciones como se aprecia en la figura 74. La perturbación se aplica en los dos ángulos (elevación y travel), para el ángulo de elevación se aplica dos perturbaciones, una en los 75 s y otra a los 250 s, se puede ver que el helicóptero es capaz de volver a la posición actual sin ningún problema, también se aplica perturbación en el ángulo de travel a los 120 s, 170 s y 330 s, se puede ver que la perturbación afecta al ángulo de elevación y al ángulo de travel pero el helicóptero logra estabilizar sin ningún problema, permitiendo obtener un controlador que ayuda a permanecer estable todo el tiempo el helicóptero con respuesta ante perturbación de manera inmediata.

En la figura 72 se puede ver la comparación de la respuesta en tiempo real y simulado del helicóptero ante el control MPC en el ángulo de elevación y LQG en el ángulo de travel.

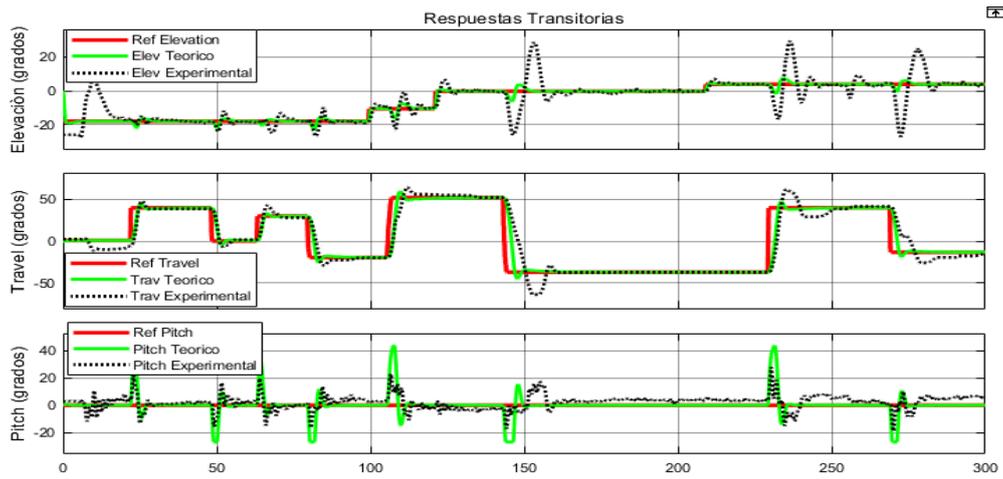


Figura 72. Validación de control LQG y MPC desacoplado ante variación en la señal de referencia.

En la Figura 73 se observa la comparación de la acción de control en tiempo real y simulado de los controladores de la figura 72.

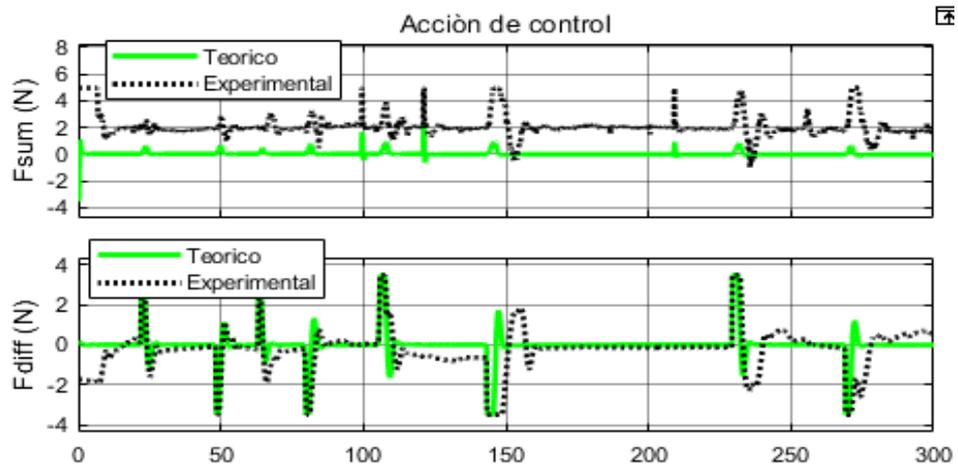


Figura 73. Acción de control.

En la figura 74 se observa la respuesta de la mezcla de los dos controladores ante perturbación, el círculo azul significa la perturbación aplicada.

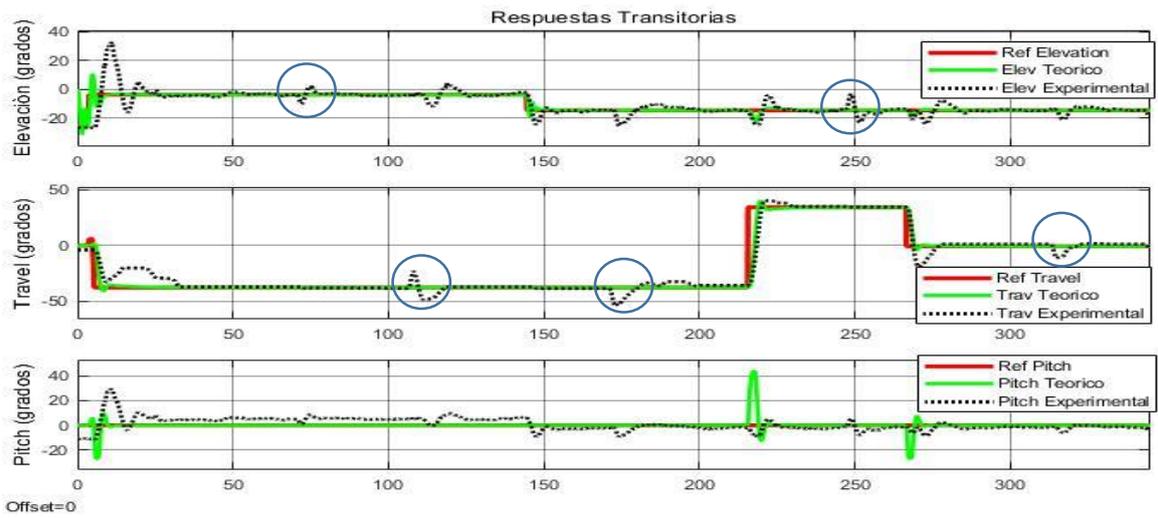


Figura 744. Validación de control LQG y MPC desacoplado ante perturbación.

## CONCLUSIONES

- Para el diseño de los controladores se estableció un modelo acoplado y otro desacoplado, permitiendo verificar cuál de los sistemas respondía de manera óptima en el prototipo funcional llegando a tener mejor comportamiento el desacoplado debido a que el modelo acoplado solo logro estabilizar el helicóptero en un rango mínimo de la señal de referencia, llegando a concluir que la posible causa del no ajuste en la validación experimental del control acoplado es debido a que el modelo lineal es válido hasta cierto punto de la zona lineal por lo que es recomendable trabajar con técnicas de control no lineales, además el modelo al estar acoplado la no linealidad del sistema afecta de forma considerable en las respuestas transitorias.
- El diseño mediante la estrategia de control predictivo MPC tiene como ventaja conseguir compensadores manipulados bajo los términos de restricción, control de predicción y horizonte, obteniendo regulaciones optimas en términos de entradas y salidas, incluyendo la posibilidad que el sistema pueda responder adecuadamente ante perturbaciones, como se observó en la simulación e implementación este tipo de controladores ofrecen características, de predecir comportamiento indebidos y responder ante ella a diferencia del control LQG el cual toca adaptarle un saturador y ganancia anti-windup para restringir el sistema y evitar posible saturación.
- La implementación del controlador predictivo MPC se hizo para los tres ángulos, sin embargo, se observó que el lazo de travel presentaba un desfase de aproximadamente 7 grados, por esta razón se utilizó el controlador LQG desacoplado para este lazo permitiendo obtener mediante el filtro Kalman la estimación de los estados de forma rápida y precisa ayudando a reducir el desfase presentado por el control MPC, validando así los controladores MPC para el ángulo de elevación.
- El prototipo de helicóptero 3 GDL se hizo basado en las tres etapas primordiales para la construcción de un sistema mecatrónico, diseño mecánico, electrónico y de control, permitiendo obtener un prototipo

funcional con el mismo beneficio de un prototipo ofrecido por la empresa Quanser, minimizando en gran parte el efecto monetario.

- El mejor controlador que se ajustó al helicóptero de 3 GDL de libertad fue el control MPC para el ángulo de elevación y control LQG para el ángulo de travel porque para los tres ángulos estabilizaba en lapsos de tiempos muy cortos además su reacción ante perturbación era de forma instantánea
- La integración de Simulink con Arduino permite validar estrategias de control avanzado, reduciendo considerablemente los tiempos de programación de cada uno de los reguladores debido a que se puede programar mediante bloques de Simulink sin necesidad de generar líneas de código. El problema que presenta la integración es que no garantiza el periodo de muestreo cuando es menor a  $0.01\text{ s}$

## BIBLIOGRAFIA

- [1].Ángulo, Alexander y García, Johan (2017). “DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE POSICIÓN DE UN HELICÓPTERO DE TRES GRADOS DE LIBERTAD (3GDL)”. Bucaramanga, Santander, Colombia.
- [2].Bodin, Erik y Stenholm, Fanny (2015). Modelling & Control of a 3DOF Helicopter. University Linkoping Suecia
- [3].Alcides, Andrés y Díaz, Manuel (2010). “DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN HELIBOT DE 3 DOF (HELICOPTERO DE 3GDL) COMO HERRAMIENTA DE INVESTIGACION Y DESARROLLO PARA EL LABORATORIO DE SISTEMAS DINAMICOS DE INGENERIA DE CONTROL” .Bucaramanga, Santander, Colombia.
- [4].Quanser, “3dof helicopter manual.” Available at <http://www.lehigh.edu/~inconsy/lab/frames/experiments/QUANSER3DOFHeli-copter Reference Manual.pdf>
- [5].Staples, G. (2019). Propeller Static & Dynamic Thrust Calculation - Part 1 of2. Retrieved from <https://www.electricrcaircraftguy.com/2013/09/propeller-static-dynamic-thrust-equation.html>
- [6].MathWorks. (2017). Diseño y utilización de filtros Kalman en Matlab y Simulink. Obtenido de MathWorks: <https://es.mathworks.com/discovery/filtros-Kalman.html>
- [7].I.Egaña, M.Iribas, J. Mota, J. Castillejo, P.Vital, J.Villanueva, M. Barreras, M. García-Sanz (2012). “CONTROL ROBUSTO QFT PARA UN HELICOPTERO DE 3 GDL”. Arrosadía, Pamplona.
- [8].Y.Zhai, M. Nounou , H. Nounou, Y. Al-Hamidi (2010). “Model predictive control of a 3-DOF helicopter system using successive linearization”. University at Qatar, Doha.
- [9].García, M., Elso, J., & Egaña, I. (2018). “CONTROL DEL ÁNGULO DE CABECEO DE UN HELICOPTERO COMO BENCHMARK DE DISEÑO DE CONTROLADORES”.Retrieved from <https://polipapers.upv.es/index.php/RIAI/article/download/8132/8275>

- [10]. V. Adonai, G. hernando, (2018). "DISEÑO DE UN CONTROL PID Y LQG PARA UN EXOESQUELETO DE DOS GRADOS DE LIBERTAD". Bucaramanga, Santander Colombia
- [11]. Caicedo, S. (2018). Control Predictivo Basado en Modelo - MPC (Ejemplos y Códigos MATLAB). Retrieved from <https://controlautomaticoeducacion.com/control-predictivo/>
- [12]. Craig, Kevin. Improving mechatronic-system design. En: EDN Network. [en línea]. (27 de ene., 2017). Disponible en: <https://www.edn.com/electronics-blogs/mechatronics-in-design/4368269/Improving-mechatronic-system-design>

## ANEXOS

### ANEXO A: Datasheet motor pittman dc

# PITTMAN®

## Product Details

### Brush DC Motor 9234S006-R1-SP

Note: Product photo is for illustrative purposes. Please refer to Engineering Drawing for specifics.



Motor Series	Series 9000 LO-COG Brush Commutated DC Motors
Price (USD)	\$107.99
Frame Size (Mounting Face) (In)	1.58
Motor Frame Size (In)	1.58
Gear Frame Size (In)	n/a
Overall Body Length (In)	2.403
Supply Voltage (V)	24
Continuous Output Torque (oz-In)	6.1
Output Speed @ Cont. Torque (RPM)	5040
Current @ Cont. Torque (A)	1.5
Continuous Output Power (W)	23
No Load Current (A)	0.16
No Load Output Speed (RPM)	6030
Peak Current (A)	8.1
Peak Output Torque (oz-In)	41
Motor Constant (oz-In/A)	3.01
Motor Torque Constant (oz-In/A)	5.17
Motor Voltage Constant (V/krpm)	3.82
Terminal Resistance (Ohms)	2.96
Inductance (mH)	2.5
Coulomb Friction Torque (oz-In)	0.6
Viscous Damping Factor (oz-In/krpm)	0.039
Electrical Time Constant (ms)	0.85
Mechanical Time Constant (ms)	9.3
Thermal Time Constant (min)	12
Thermal Resistance (°C/Watt)	17
Maximum Winding Temperature (°C)	155
Rotor Inertia (oz-In-s <sup>2</sup> )	0.00059
Output Bearing	Ball
Gear Series	n/a
Gear Ratio (xx.x:1)	n/a
Gear Type	n/a
Gear Efficiency	n/a
Gear Maximum Torque (oz-In)	n/a
Encoder Series	n/a
Encoder Resolution (CPR)	n/a
Encoder Output Channels	n/a
Weight (Mass) (oz)	10
Voltage Note	n/a
Torque Warning	n/a

## ANEXO B: Datasheet potenciómetro lineal

# SPECIFICATION

OUR PART NAME: WDJ22A-20S-B5K(G)

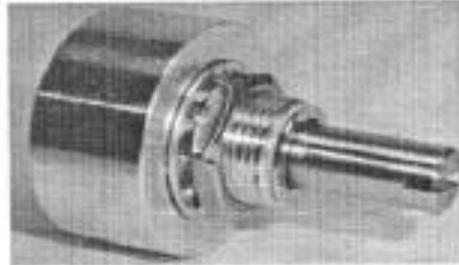
CUSTOMER'S PART NAME: \_\_\_\_\_

NO: C10A025

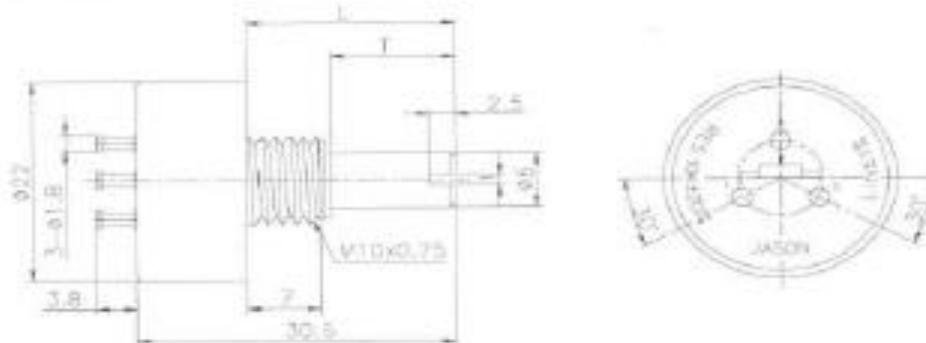
CUSTOMER'S NAME: 寶順企業有限公司

DATE: 2010.11.10

- Plastic housing
- Conductive plastic element with high resolution
- Resistance range 1 kohms to 100 kohms  $\pm 20\%$
- Standard linearity tolerance  $\pm 1\%$
- Rotational life 1 million shaft revolutions
- Electrical angle  $350^\circ$  (  $+0^\circ \sim -5^\circ$  )
- Mechanical angle  $360^\circ$  without stop
- Angular sensor
- Special operating torque



### Dimensions



### ELECTRICAL CHARACTERISTICS

- Technology
- standard resistance value
- Resistance taper
- standard resistance tolerance
- standard linearity tolerance
- Type of linearity
- Power rating
- Maximal recom. wiper current
- Insulation resistance
- Withstand voltage
- Temperature coefficient
- Effective angle

Conductive plastic  
 1K,  5K,  10K(special upto 100k)  
 A,  B,  C  
 $\pm 20\%$   
 $\pm 1\%$   
 Independent linearity  
 0.5W /  $70^\circ\text{C}$   
 1mA ~ 10mA  
 500M $\Omega$  Min at 500V DC  
 1 Minute at 500V AC  
 $\pm 500\text{PPM} / ^\circ\text{C}$   
 $350^\circ$  (  $+0^\circ \sim -5^\circ$  )

### MECHANICAL CHARACTERISTICS

- Mechanical angle
  - Rotational life (shaft revolutions)
  - Get up
  - Operating temperature
  - Bushing nut tightening strength
- $360^\circ$  without stop  
 10,000,000 cycles  
 $< 0.098\text{N}$  (MAX)  
 $-40^\circ\text{C} \sim +125^\circ\text{C}$   
 More than 6 kg

**JASON ELECTRONICS INDUSTRY LTD.**

# ANEXO C: Datasheet encoder absoluto EP50S Series

## Diameter ø50mm Shaft type Absolute Rotary Encoder

### ■ Features

- Compact size of external diameter ø50mm
- Various output code: BCD, Binary, Gray code
- Various and high resolution(720, 1024 divisions)
- Protection structure IP64(Dust-proof, Oil-proof)

### ■ Applications

- Precision machine tool, Fabric machinery, Robot, Parking system



⚠ Please read "Caution for your safety" in operation manual before using.



### ■ Ordering information

EP50S	8	1024	1	R	P	24
Series	Shaft diameter	Pulse/1Revolution	Output code	Revolution direction	Control output	Power supply
Diameter ø50mm shaft type	ødmm	Refer to resolution	1 : BCD Code 2 : Binary Code 3 : Gray Code	F : Output value increase at CW direction R : Output value increase at CCW direction	P : PNP open collector output N : NPN open collector output	5 : 5VDC ±5% 24 : 12-24VDC ±5%

### ■ Specifications

Item		Diameter ø50mm shaft type of absolute rotary encoder								
Resolution		8, 8, 10, 12, 16, 20, 24, 32, 40, 45, 48, 64, 90, 128, 180, 256, 360, 512, 720, 1024								
Electronic specification	Output code	BCD Code	Binary Code	Gray Code	BCD Code	Binary Code	Gray Code			
	Output phase / Output angle**	1024-division	TS: 0.3815*15 (11bit)	TS: 0.3815*15 (11bit)	TS: 0.763*15 (11bit)	20-division	TP1: 12*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 18*160 (5bit) EP: 18*160 (1bit)	TP1: 12*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 18*160 (5bit) EP: 18*160 (1bit)	TP1: 12*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 36*160 (5bit) EP: 18*160 (1bit)	
		720-division	TS: 0.5*125 (11bit)	TS: 0.5*125 (10bit)	TS: 1*125 (10bit)		10-division	TP1: 15*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 22.5*160 (4bit) EP: 22.5*160 (1bit)	TP1: 15*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 22.5*160 (4bit) EP: 22.5*160 (1bit)	TP1: 15*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 45*160 (4bit) EP: 22.5*160 (1bit)
		512-division	TS: 0.763*15 (11bit)	TS: 0.763*15 (9bit)	TS: 1.496*15 (9bit)			12-division	TP1: 15*160 (1bit) TP2: 3*160 (1bit) TS: 30*160 (5bit) EP: 30*160 (1bit)	TP1: 15*160 (1bit) TP2: 3*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)
		360-division	TS: 1*125 (10bit)	TS: 1*125 (9bit)	TS: 2*125 (9bit)	10-division			TP1: 30*160 (1bit) TP2: 12*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)	TP1: 30*160 (1bit) TP2: 12*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)
		256-division	TS: 1.496*15 (10bit)	TS: 1.496*15 (8bit)	TS: 2.992*15 (8bit)		10-division		TP1: 39*160 (1bit) TP2: 15*160 (1bit) TS: 45*160 (3bit) EP: 45*160 (1bit)	TP1: 39*160 (1bit) TP2: 15*160 (1bit) TS: 45*160 (3bit) EP: 45*160 (1bit)
		180-division	TS: 2.992*15 (10bit)	TS: 2.992*15 (7bit)	TS: 5.984*15 (7bit)			6-division	TP1: 53*160 (1bit) TP2: 15*160 (1bit) TS: 60*160 (3bit) EP: 60*160 (1bit)	TP1: 53*160 (1bit) TP2: 15*160 (1bit) TS: 60*160 (3bit) EP: 60*160 (1bit)
		90-division	TS: 4*125 (9bit)	TS: 4*125 (7bit)	TS: 8*125 (7bit)	10-division			TP1: 7*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 11.25*160 (5bit) EP: 11.25*160 (1bit)	TP1: 7*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 11.25*160 (5bit) EP: 11.25*160 (1bit)
		72-division	TS: 5.625*15 (7bit)	TS: 5.625*15 (6bit)	TS: 11.25*15 (6bit)		10-division		TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)	TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)
		48-division	TS: 7.5*125 (7bit)	TS: 7.5*125 (6bit)	TS: 15*125 (6bit)			10-division	TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)	TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)
36-division		TS: 11.25*160 (5bit)	TS: 11.25*160 (4bit)	TS: 22.5*160 (4bit)	10-division	TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)			TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)	TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 72*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)
24-division	TS: 15*160 (3bit)	TS: 15*160 (2bit)	TS: 30*160 (2bit)	10-division		TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)	TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 30*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)		TP1: 39*160 (1bit) TP2: 2*160 (1bit) TS: 72*160 (4bit) EP: 30*160 (1bit)	
Control output	PNP open collector output NPN open collector output	Output voltage : Min. (Power supply-1.5)VDC, Load current : Max. 32mA Load current : Max. 32mA, Residual voltage : Max. 1VDC								
Response time(Rise/Fall)	Ton=800nsec, Toff=Max. 800nsec(Cable length : 2m, I sink = 32mA)									
Max. Response frequency	35kHz									
Power supply	+5VDC ±5%(Ripple P-P : Max. 5%) +12-24VDC ±5%(Ripple P-P : Max. 5%)									
Current consumption	Max. 100mA(disconnection of the load)									
Insulation resistance	Min. 100MΩ(at 500VDC megger between all terminals and case)									
Dielectric strength	750VAC 50/60Hz for 1 minute(Between all terminals and case)									
Connection	Cable type/Cable gland									

\*1: TS=Signal Pulse, Tp=Timing Pulse, EP=Even Parity

## ■ Connections

### ● Binary Code/Gray Code

Color	Resolution	6-division	8-division	10-division	12-division	16-division	20-division	24-division	32-division	40-division	48-division	64-division	80-division	128-division	160-division	256-division	384-division	512-division	720-division	1024-division	
	Power	White	+V																		
	Black	0V																			
Output wire	Brown	2 <sup>a</sup>																			
	Red	2 <sup>a</sup>																			
	Orange	2 <sup>a</sup>																			
	Yellow	N-C		2 <sup>a</sup>																	
	Blue	N-C					2 <sup>a</sup>														
	Purple	N-C									2 <sup>a</sup>										
	Gray	N-C												2 <sup>a</sup>							
	White/Brown	TP1										N-C					2 <sup>a</sup>				
	White/Red	TP2										N-C					2 <sup>a</sup>				
	White/Orange	EP										N-C					2 <sup>a</sup>				
	Shield wire	F.G.																			

※Unused wires must be insulated.

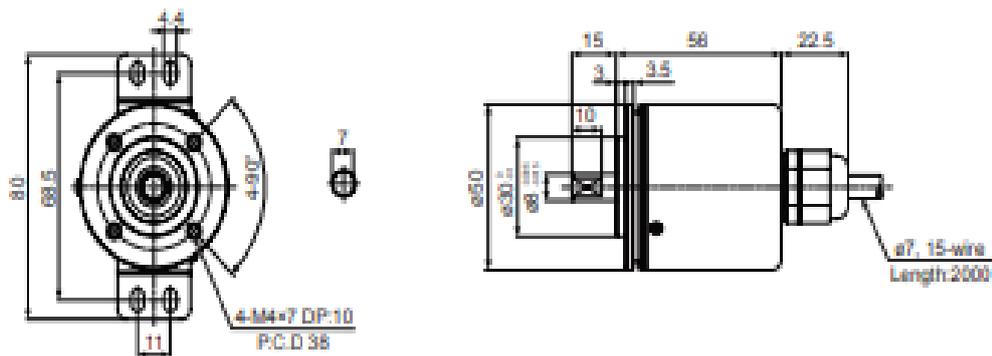
※Encoder case and shield wire must be grounded(F.G.).

※N-C: Not Connected.

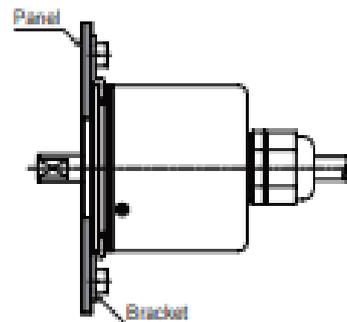
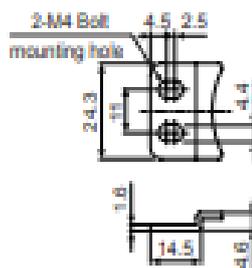
※Output cable must not be short-circuited, because Driver IC is used in output circuit.

## ■ Dimensions

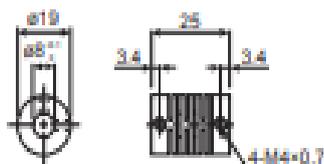
(unit: mm)



### ● Bracket



### ● Coupling(EP50S)



• Parallel misalignment : Max. 0.25mm

• Angular misalignment : Max. 5°

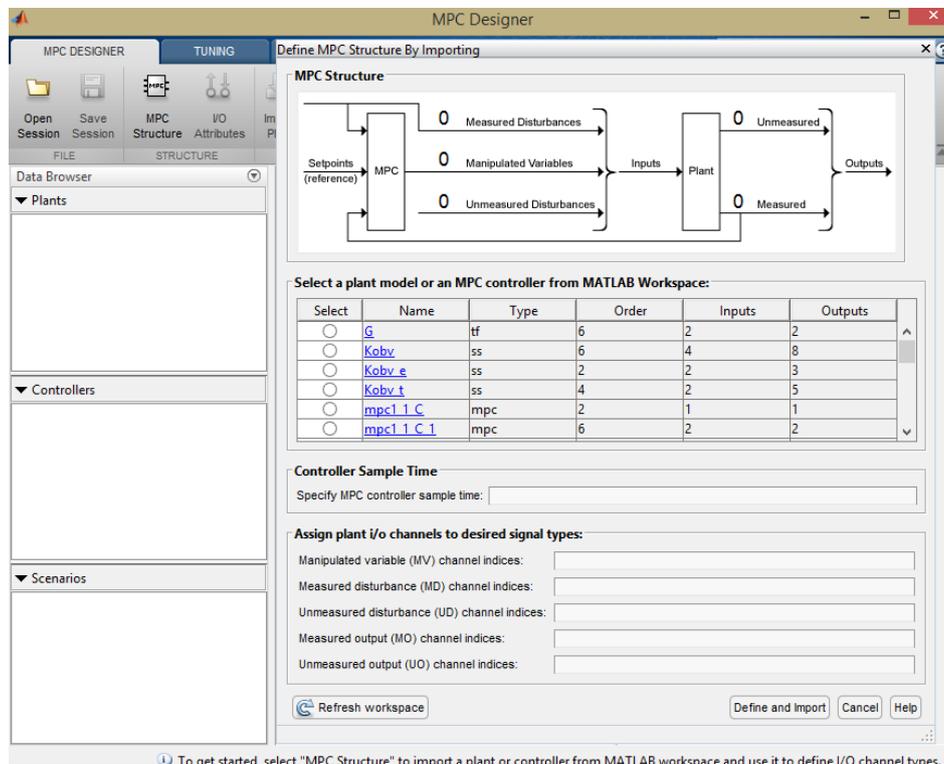
• End-play : Max. 0.2mm

※For parallel misalignment, angular misalignment, end-play terms, refer to the F-78 page.

※For flexible coupling(ERB Series) information, refer to the F-71 page.

## ANEXO D: Toolbox MPC Matlab

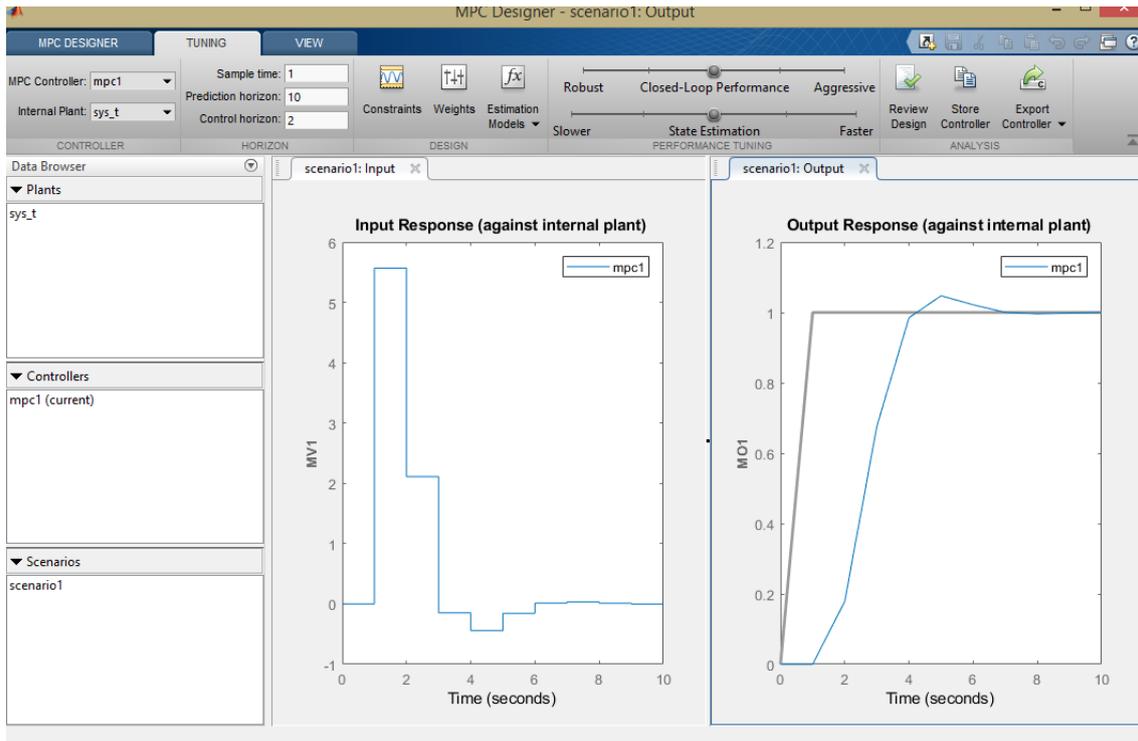
Para utilizar la Toolbox mpc de Matlab se debe digitar en el workspace la función Mcptool el cual redirecciona de manera inmediata a la siguiente interfaz.



La interfaz consta de 3 ventanas las cuales se llaman:

- Model: hace referencia al modelo que se va trabajar incluyendo el periodo de muestreo.
- Tuning: contiene todas las opciones de ajuste del controlador, como funciones de costo, restricciones, predicciones etc.
- View: permite visualizar las simulaciones con los MPC diseñados de varias maneras.

El primer paso para realizar el diseño es definir la estructura del modelo a trabajar, una vez se ingresa a la Toolbox mpc la interfaz reconoce de manera inmediata las funciones de transferencias o representación de espacio de estados cargadas en el workspace de Matlab, luego se selecciona la función y se inicia el respectivo diseño del controlador ingresando a la 2 ventana.

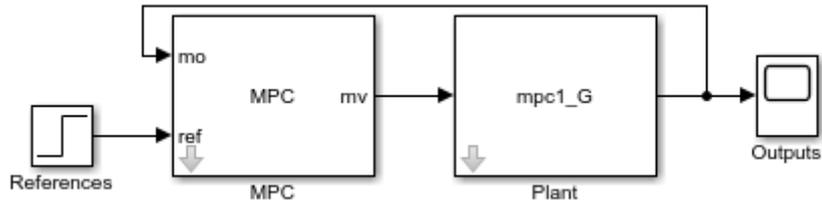


Para el diseño del controlador la interfaz cuenta con varias pestañas de diseño las cuales son:

- Model and horizon: el cual especifica los tiempos de muestreo y de predicción del controlador.
- Constrains: se ajustan los valores máximos y mínimos tanto de las entradas como salidas del sistema permitiendo restringir el comportamiento de la planta.
- Weight tuning: permite ajustar los valores de ponderación de la función de costo. Una opción muy interesante es el ajuste de un coeficiente de compromiso entre sistemas de respuesta más rápida y controladores más robustos.
- Estimation Models: permite establecer características avanzadas de predicción que tengan en cuenta tanto perturbaciones a la salida como ruidos. Estos ajustes pueden ser muy útiles para modelar efectos del viento o ruido generado por los sensores.

La ventana adicionalmente cuenta con dos sliders, el primero permite dar robustez o volver más agresivo el controlador y el segundo permite estimar los estados de manera rápida o lenta, adicionalmente cuenta con una pestaña

llamada *export controller* que permite generar el script del control generado o generar el diagrama de bloques de manera automática en Simulink como se puede ver en la siguiente figura:



La tercera ventana corresponde a view la cual permite ver la respuesta transitoria y la acción de control de diferentes maneras según lo desee el diseñador

