

PROTOTIPO DE SOFTWARE DE APOYO PARA EL APRENDIZAJE DE LOS  
MÉTODOS SIMPLEX Y DUAL-SIMPLEX PERTENECIENTES A LA  
PROGRAMACIÓN LINEAL EN INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

ESTUDIANTE:

NICOLAS ANDREY ÁVILA PINZÓN

U00097213

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA – UNAB

FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

BUCARAMANGA

2019

PROTOTIPO DE SOFTWARE DE APOYO PARA EL APRENDIZAJE DE LOS  
MÉTODOS SIMPLEX Y DUAL-SIMPLEX PERTENECIENTES A LA  
PROGRAMACIÓN LINEAL EN INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

ESTUDIANTE:

NICOLAS ANDREY ÁVILA PINZÓN

TRABAJO DE GRADO PRESENTADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE

INGENIERO EN SISTEMAS

DIRECTOR:

MIng., Esp. Ing. FEISAR ENRIQUE MORENO CORZO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA – UNAB

FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

BUCARAMANGA

2019

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN .....	7
SUMMARY.....	8
1. INTRODUCCIÓN.....	9
2. OBJETIVOS.....	10
2.1. OBJETIVO GENERAL .....	10
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	10
3. MARCO TEÓRICO .....	11
3.1. PROGRAMACION LINEAL SIMPLEX .....	11
3.2. PROGRAMACION LINEAL SIMPLEX DUAL.....	19
3.3. PROGRAMACION LINEAL DOS FASES .....	21
3.4. E-LEARNING Y B-LEARNING.....	24
4. ESTADO DEL ARTE.....	27
5. METODOLOGÍA DE DESARROLLO.....	34
6. PRODUCTOS.....	36
7. DISEÑO DE LA APLICACIÓN .....	38
7.1. DIAGRAMA DE CASOS DE USO.....	38
7.2. DIAGRAMAS DE ACTIVIDADES Y SECUENCIA .....	39
7.2.1. SELECCIONAR ESTUDIANTE .....	39
7.2.2. REGISTRAR ESTUDIANTE.....	41
7.2.3. REGISTRAR NOTAS .....	43
7.2.4. MODIFICAR NOTAS.....	45
7.2.5. VISUALIZAR NOTAS .....	47

7.2.6.	ELEGIR MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN.....	49
7.2.7.	MOSTRAR SOLUCIÓN POR PASOS.....	51
7.2.8.	MOSTRAR SOLUCIÓN DIRECTA .....	53
7.2.9.	REPRODUCIR CONTENIDO MULTIMEDIA.....	55
7.2.10.	MOSTRAR CONTENIDO TEÓRICO .....	57
7.2.11.	REGISTRAR PROFESOR .....	59
8.	RESULTADOS .....	61
8.1.	ANÁLISIS Y DISEÑO.....	61
8.2.	MÓDULO PRÁCTICO.....	61
8.3.	MÓDULO PASO A PASO .....	63
8.4.	MÓDULO MULTIMEDIA.....	65
8.5.	MÓDULO ESTUDIANTE PROFESOR .....	66
8.5.1.	MÓDULO ESTUDIANTE.....	66
8.5.2.	MÓDULO PROFESOR .....	67
8.6.	PRUEBAS EN CLASE .....	69
9.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	71
10.	BIBLIOGRAFIA .....	73

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Diagrama casos de uso .....	38
Ilustración 2 Diagrama de secuencia: Seleccionar estudiante .....	39
Ilustración 3 Diagrama de actividades: Seleccionar estudiante .....	40
Ilustración 4 Diagrama de secuencia: Registrar estudiantes .....	41
Ilustración 5 Diagrama de actividades: Registrar estudiantes.....	42
Ilustración 6 Diagrama de secuencia: Registrar notas.....	43
Ilustración 7 Diagrama de actividades: Registrar notas .....	44
Ilustración 8 Diagrama de secuencia: Modificar notas.....	45
Ilustración 9 Diagrama de actividades: Modificar notas .....	46
Ilustración 10 Diagrama de secuencia: Visualizar notas .....	47
Ilustración 11 Diagrama de actividades: Visualizar notas .....	48
Ilustración 12 Diagrama de secuencia: Elegir método de optimización .....	49
Ilustración 13 Diagrama de actividades: Elegir método de optimización .....	50
Ilustración 14 Diagrama de secuencia: Mostrar solución por pasos .....	51
Ilustración 15 Diagrama de actividades: Mostrar solución por pasos .....	52
Ilustración 16 Diagrama de secuencia: Mostrar solución directa .....	53
Ilustración 17 Diagrama de actividades: Mostrar solución directa .....	54
Ilustración 18 Diagrama de secuencia: Reproducir contenido multimedia .....	55
Ilustración 19 Diagrama de actividades: Reproducir contenido multimedia .....	56
Ilustración 20 Diagrama de secuencia: Mostrar contenido teórico.....	57
Ilustración 21 Diagrama de actividades: Mostrar contenido teórico .....	58
Ilustración 22 Diagrama de secuencia: Registrar profesor .....	59
Ilustración 23 Diagrama de actividades: Registrar profesor.....	60
Ilustración 24 Módulo práctico: Formulario métodos.....	61
Ilustración 25 Módulo práctico: Formulario restricciones .....	62
Ilustración 26 Módulo práctico: Interfaz de respuesta .....	62
Ilustración 27 Módulo paso a paso: Interfaz de selección.....	63
Ilustración 28 Módulo paso a paso: Interfaz primera iteración .....	64

Ilustración 29 Módulo paso a paso: Interfaz respuesta.....	64
Ilustración 30 Módulo multimedia.....	65
Ilustración 31 Módulo estudiante: Interfaz consulta de notas.....	66
Ilustración 32 Módulo profesor: Formulario registro de cursos .....	67
Ilustración 33 Módulo profesor: Formulario registro de estudiantes.....	68
Ilustración 34 Módulo profesor: Formulario registro y medicación de notas .....	68

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Planteamiento del problema .....	12
Tabla 2 Tabla de ejemplo del algoritmo .....	17
Tabla 3 Primal: Planteamiento inicial .....	17
Tabla 4 Primal: Resultado primera iteración .....	18
Tabla 5 Primal: Respuesta.....	18
Tabla 6 Primera fase: Planteamiento inicial.....	22
Tabla 7 Primera fase: Solución.....	22
Tabla 8 Segunda fase: Planteamiento y solución .....	23
Tabla 9 Productos.....	36
Tabla 10 Enumeración casos de uso.....	38

## RESUMEN

Este documento expone el planteamiento y desarrollo en la elaboración de una aplicación software que apoya a los profesores y estudiantes del curso de Investigación de Operaciones I, elaborado por NICOLÁS ANDREY ÁVILA PINZÓN y dirigida por el profesor FEISAR ENRIQUE MORENO CORZO.

A lo largo del trabajo se evidencian varios capítulos, los cuales describen el contenido teórico, algoritmos, implementaciones y usos ya realizados, las distintas estrategias de aprendizaje que brinda la aplicación con las respectivas conclusiones y recomendaciones.

En el primer y segundo capítulo del documento se presenta el planteamiento del proyecto con sus respectivos objetivos y actividades realizadas, el problema a solucionar y valores agregados al desarrollo de éste. En la primera parte del tercero se explica el contenido teórico y el funcionamiento de los métodos del área de la programación lineal Simplex, Dos fases y Dualidad, esenciales para el funcionamiento de la herramienta software y en la segunda, se describen dos estrategias de aprendizaje presentadas en el sitio web.

En el cuarto capítulo se hace una lista de proyectos y herramientas ya desarrolladas que sirven de apoyo al desarrollo del presente trabajo. En el quinto, se define el enfoque metodológico, las herramientas usadas, el software, los lenguajes de programación y el modelado. Asimismo, en el sexto se describen los objetivos, actividades y productos del proyecto.

En el séptimo capítulo se muestran los distintos diagramas modelados de caso, uso, secuencia y actividades que sirven para el correcto desarrollo de la herramienta software. Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones; así como sugerencias para futuros desarrollos.

## SUMMARY

This document presents the approach and development in the creation of a software application that supports professors and students of the Operations Research I course, designed by NICOLÁS ANDREY ÁVILA PINZÓN and directed by Professor FEISAR ENRIQUE MORENO CORZO.

Throughout this project several chapters are included, which describe the theoretical content, algorithms, implementations and uses, the different learning strategies that the application provides with conclusions and recommendations.

In the first and second chapter of the document, the project approach with its respective objectives and activities, the problem to be solved and added values to its development are presented. In the first part of the third chapter, the theoretical content and the operation of the Simplex, Two-phase and Duality methods of the linear programming area, essential for the operation of the software tool, are explained, and in the second, two learning strategies are described on the website.

In the fourth chapter, a list of projects and tools that support the development of this job is made. The fifth chapter defines the methodological approach, the tools used, the software, the programming languages and modeling. Likewise, the sixth describes the objectives, activities and products of the project.

In the seventh chapter the different modeled diagrams of case, use, sequence and activities that serve for the correct development of the software tool are shown. Finally, conclusions and recommendations are presented; as well as suggestions for future developments.

## **1. INTRODUCCIÓN**

En este proyecto se desarrolló un prototipo de software educativo que apoya a los estudiantes y los profesores en el curso de Investigación de operaciones, específicamente en el aprendizaje de los métodos Simplex y Dual-Simplex, los cuales ayudan a resolver problemas en búsqueda de una solución óptima, a la hora de calcular las distintas variables que pueden intervenir en determinado proceso, como lo sería maximizar ganancias y minimizar costos en la producción, y por otra parte la búsqueda de una factibilidad a esos problemas con soluciones óptimas ya encontradas pero sin recursos suficientes haciéndolos poco factibles. Las herramientas software actuales no suelen ofrecer soluciones detalladas de problemas acompañadas de explicaciones de los fundamentos teóricos en los que se basan. La herramienta software presenta utilidades de apoyo al aprendizaje como soluciones paso a paso de problemas, bancos de ejercicios que permitan la interacción entre el estudiante y el profesor para que puedan abordar desde la aplicación software distintos problemas y sus posibles planteamientos y soluciones. También se incluirá una sección que permitirá almacenar los resultados obtenidos por los estudiantes en evaluaciones y talleres, con lo que se podrá llevar un registro detallado de las calificaciones obtenidas por cada estudiante.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1. OBJETIVO GENERAL**

Desarrollar de un prototipo de software en un entorno web que contenga material educativo de los métodos Simplex y Dual-Simplex pertenecientes a la programación lineal de Investigación de Operaciones.

### **2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Realizar las fases de análisis y diseño de la aplicación.
- Desarrollar un módulo de registro y solución de problemas de los métodos Simplex y Dual-Simplex.
- Desarrollar un módulo con contenidos multimedia de los métodos a implementar como apoyo para el aprendizaje.
- Implementar una interfaz que presente problemas tipo y sus soluciones paso a paso apoyadas en gráficas.
- Implementar un módulo de registro y publicación de calificaciones de los estudiantes.
- Aplicar pruebas a la herramienta software en un entorno real de aula de clase.

### 3. MARCO TEÓRICO

Teniendo en cuenta los temas a abordar en la elaboración de este proyecto cabe recalcar y aclarar algunos conceptos del área de la programación lineal y las herramientas software educativas que ayuden a la interpretación del mismo.

#### 3.1. PROGRAMACION LINEAL SIMPLEX

Para empezar, la programación lineal cuenta con tres conceptos bases las cuales plantean el problema; como las variables de decisión las cuales deben representar las variantes que el problema puede tomar respecto a su valor, a estas variables también se le deben asignar una unidad relacionada con el problema, estas unidades deben expresar un valor positivo o nulo para respetar la condición de no negatividad en las variables.

Parte del contenido explicado a continuación, estructura y procedimiento fueron tomados de (UTFSM, 2004).

**Ejemplo:** La Empresa produce principalmente dos tipos de productos, el Elemento1 y Elemento2, a un precio de venta de \$1000 y \$800 respectivamente; el costo de la materia prima para el Elemento1 es de \$500 y la mano de obra es de \$150, para el Elemento2 el costo de la materia prima es de \$400 y de la mano de obra es de \$100; para realizar estos productos cada uno requiere dos actividades y el tiempo que corresponde a cada una, para el Elemento1 se requieren 4 horas en la actividad 1 y para el Elemento 2 se requieren 3 horas de la actividad 1, para la actividad 2 el Elemento1 y Elemento2 requieren 2 horas de trabajo cada uno. La empresa únicamente dispone de 130 horas para la actividad 1 y 90 horas para la actividad 2. Se sabe que la empresa siempre vende menos de 20 unidades del Elemento1, por lo tanto, no se deben producir más de esa cantidad. El objetivo de la empresa es maximizar las utilidades en la producción de los elementos.

$$x_1 = \text{Elemento1}$$

$$x_2 = \text{Elemento2}$$

Por otra parte, contamos con la función objetivo define qué decisión se va a tomar, maximizar o minimizar en el planteamiento de un problema de programación lineal, teniendo como claro ejemplo el maximizar una utilidad o minimizar un costo de producción. Cualquiera de estas funciones maximizar o minimizar (dependiendo del caso) es denominada función objetivo.

*Tabla 1 Planteamiento del problema*

	Precio \$/unid.	Costos materiales \$/unid.	Costo mano de obra \$/unid.	Hora de actividad 1 hr./ unid	Hora de actividad 2 hr./ unid	Demanda semanal unid./sem .
Elemento 1	1000	500	150	4	2	20
Elemento 2	800	400	100	3	2	-
Disponibilidad	-	-	-	130	90	-

*Fuente: El autor*

Dado el planteamiento del problema (*Tabla 1*) se busca maximizar la diferencia entre:

$$\text{Ingresos Semanales} - \text{Costos Materiales} - \text{Costos Mano De Obra}$$

Cabe recalcar que las horas de ensamble y acabado en el ejemplo no alteran el costo del producto.

Ahora suponiendo que todos los productos fabricados son vendidos semanalmente (respetando las restricciones dadas por el ejemplo) procedemos a expresar los términos anteriores en función de  $x_1$  y  $x_2$ :

$$\begin{aligned} \text{IngresosSemanales} &= \text{IngresosPorNeveras} + \text{IngresosPorEstufas} \\ \text{IngresosSemanales} &= \left(\frac{\$}{\text{Elemento1}}\right) \times \left(\frac{\text{Elemento1}}{\text{Semanas}}\right) + \left(\frac{\$}{\text{Elemento2}}\right) * \left(\frac{\text{Semana}}{\text{Elemento2}}\right) \\ \text{IngresosSemanales} &= 1000x_1 + 800x_2 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la restricción de demanda de las neveras estas van en función de las semanas.

Seguimos con:

$$\begin{aligned} \text{CostosMateriales} &= 500x_1 + 400x_2 \\ \text{CostosManoDeObra} &= 150x_1 + 100x_2 \end{aligned}$$

Recordamos que la función a maximizar era:

$$\text{IngresosSemanales} - \text{CostosMateriales} - \text{CostosManoDeObra}$$

Que es igual a:

$$(1000x_1 + 800x_2) - (500x_1 + 400x_2) - (150x_1 + 100x_2) = 350x_1 + 300x_2$$

De esta manera el objetivo de la empresa distribuidora de electrodomésticos es maximizar  $350x_1 + 300x_2$  asignando valores a  $x_1$  y  $x_2$ .

Siendo siempre  $z$  la que denota la función objetivo, en este caso para la distribuidora sería:

$$\text{Maximizar } z = 350x_1 + 300x_2$$

Por último, se encuentran las restricciones dadas, estas restricciones varían al igual que las otras variables ya habladas respecto al ejercicio o caso a aplicar, como condición estándar estas restricciones se deben expresar como una ecuación de igualdad. Las restricciones varían en tres tipos.

Restricciones tipo *menoroigualque'*  $\leq'$ : para normalizar este tipo de restricciones a una igualdad debemos agregar la denominada variable de holgura  $x_s$ , sujeta a la condición de no negatividad  $x_s \geq 0$ .

$$(a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) \leq b_1 \rightarrow (a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) + (1 \times x_s) = b_1$$

Restricciones tipo *mayoroigualque'*  $\geq'$ : para normalizar este tipo de restricciones al igual que el caso anterior a una igualdad debemos agregar la variable de holgura  $x_s$ , siempre sujeta a la condición de no negatividad  $x_s \geq 0$ .

$$(a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) \geq b_1 \rightarrow (a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) - (1 \times x_s) = b_1$$

En este punto es importante aclarar el significado matemático de la variable de holgura  $x_s$ , ya que lo que se busca es igualar la ecuación, esta variable toma el posible valor mayor ' $>$ ' o menor ' $<$ ' para que la igualdad sea posible. Teniendo presente esto en las restricciones tipo *mayoroigualque'*  $\geq'$ , surge el inconveniente que tras la primera iteración las demás variables de la restricción que acompaña la variable de holgura  $x_s$  tomarán el valor de 0 por la misma, tras hacer esto tomará un valor negativo  $x_s = -b_1$  de esta forma incumpliendo con la condición de no negatividad. Para solucionar este problema se agregará a la igualdad una nueva variable denominada variable artificial  $x_r$ .

$$(a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) \geq b_1 \rightarrow (a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) - (1 \times x_s) + (1 \times x_r) = b_1$$

Restricciones tipo *igual'*  $='$ : Tras las anomalías de los anteriores tipos de restricciones esta luce más normal, sin embargo, a pesar de ya ser una igualdad por sí misma, es necesario agregar la variable artificial  $x_r$ .

$$(a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) = b_1 \rightarrow (a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) + (1 \times x_r) = b_1$$

Lo esperado de la variable artificial  $x_r$  es que al finalizar esta tome un valor igual a 0  $x_r = 0$ , de lo contrario como se muestra en la ecuación anteriormente planteada supondría que la ecuación es incierta o incorrecta.

si  $x_r = 0$

$$(a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) = b_1 \rightarrow (a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) + (1 \times 0) = b_1$$

De otro modo  $x_r > 0$  ó  $x_r < 0$

$$(a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) = b_1 \rightarrow (a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) + (1 \times 1) \neq b_1$$

$$(a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) = b_1 \rightarrow (a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) + (1 \times (-1)) \neq b_1$$

Dependiendo de la función objetivo, ya sea maximizar o minimizar las restricciones deben cumplir con ciertos parámetros, siendo que todas las restricciones para un ejercicio de maximización deben ser expresadas en forma de ' $\leq$ ' ó ' $=$ ', y las restricciones para minimización en ' $\geq$ ' ó ' $=$ '.

Siguiendo con el ejemplo ya planteado tendríamos que:

Función objetivo:

$$\text{Maximizar } z = 350x_1 + 300x_2$$

(Restricciones) Sujeta a:

$$4x_1 + 3x_2 \leq 130 \rightarrow \text{Restricción actividad 1}$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 90 \rightarrow \text{Restricción actividad 2}$$

$$1x_1 + 0x_2 \leq 20 \rightarrow \text{Restricción demanda elemento 1}$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \rightarrow \text{Restricción diseño}$$

Agregando variables de holgura:

$$\text{Maximizar } z = 350x_1 + 300x_2 + 0x_{s1} + 0x_{s2} + 0x_{s3}$$

$$4x_1 + 3x_2 + x_{s1} \leq 130 \rightarrow \text{Restricción actividad 1}$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_{s2} \leq 90 \rightarrow \text{Restricción actividad 2}$$

$$1x_1 + 0x_2 + x_{s3} \leq 20 \rightarrow \text{Restricción demanda elemento 1}$$

$$x_1, x_2, x_{s1}, x_{s2}, x_{s3} \geq 0 \rightarrow \text{Restricción designo}$$

Tras terminar de aclarar y plantear estos conceptos se procede a la ejecución del algoritmo simplex, el cual consta de una tabla que facilita su entendimiento.

La fundamentación teórica para la correcta explicación del algoritmo fue tomado de: (UTFSM, 2003)

En la primera fila se encuentra la función objetivo (*F. O.*), donde en cada uno de sus columnas ira el valor que acompaña a las constantes de la misma ( $C_a$ ). La fila *Base* expresa las constantes planteadas en el problema hasta  $X_n$ , en la columna *Base* se muestran las restricciones expresadas en  $R_m$ . En la fila *Z* se muestran los valores para  $Z$  tales que  $Z_n - C_n$ . Por último, tenemos contamos con las columnas *LD* y  $C_b$ , *LD* donde se mostrarán los valores del lado derecho de las restricciones o términos independientes y  $C_b$  que servirá de columna pivote tomando los valores salientes de la fila *F. O.*

Tabla 2 Tabla de ejemplo del algoritmo

Tabla							
F.O.	C1	C2	C3	...	Cn		
Base	X1	X2	X3	...	Xn	LD	Cb
R1				..	X1n	b1	Cb1
R2				...	X2n	b2	Cb2
R3				...	X3n	b3	Cb3
..	..	..	..	...	..	..	..
Rm				..	Xmn	bm	Cbm
Z	Z1-C1	Z2-C2	Z3-C3	..	Zn- CN	Z0	

Fuente: El autor

Tabla 3 Primal: Planteamiento inicial

Tabla							
FO			350	300	0	0	0
Base	Cb	LD	X1	X2	Xs1	Xs2	Xs3
R1	0	130	4	3	1	0	0
R2	0	90	2	2	0	1	0
R3	0	20	1	0	0	0	1
Z		0	-350	-300	0	0	0

Fuente: El autor

Para la cual tomamos los valores de la variable de R3 en la (Tabla 3) como los de la salida de base y los de la variable de X1 como los valores de entrada.

Para esto se tiene en cuenta el mínimo valor de la fila Z, y el menor valor positivo entre los valores de la columna LD sobre los valores de la columna donde se encuentra el mínimo valor de la fila Z.

*Tabla 4 Primal: Resultado primera iteración*

Tabla							
FO			350	300	0	0	0
Base	Cb	LD	X1	X2	Xs1	Xs2	Xs3
R1	0	50	0	3	1	0	-4
R2	0	50	0	2	0	1	-2
X1	350	20	1	0	0	0	1
Z		7000	-700	-300	0	0	350

*Fuente: El autor*

Seguimos el mismo procedimiento hasta que no se encuentre ningún valor negativo en la fila Z.

*Tabla 5 Primal: Respuesta*

Tabla							
FO			350	300	0	0	0
Base	Cb	LD	X1	X2	Xs1	Xs2	Xs3
X2	300	130/3	4*3	1	1/3	0	0
R2	0	10*3	-2/3	0	-2/3	1	0
Xs3	0	20	1	0	0	0	1
Z		13000	50	0	100	0	0

*Fuente el autor*

Obteniendo como solución óptima que:

$$Z = 13000$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 130/3$$

### 3.2. PROGRAMACION LINEAL SIMPLEX DUAL

En el caso de Dualidad la mayoría de conceptos de un problema Primal serán utilizados, con ciertas nuevas condiciones que se deben cumplir para poder empezar su desarrollo. En nuestro problema Primal se tenían las siguientes restricciones y función objetivo:

$$\text{Maximizar } z = 350x_1 + 300x_2$$

(Restricciones) Sujeta a:

$$4x_1 + 3x_2 \leq 130 \rightarrow \text{Restricción actividad 1}$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 90 \rightarrow \text{Restricción actividad 2}$$

$$1x_1 + 0x_2 \leq 20 \rightarrow \text{Restricción demanda elemento 1}$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \rightarrow \text{Restricción de signo}$$

Como condición principal en problema de Dualidad las restricciones del mismo deben estar presentadas en forma de menor o igual  $\leq$  o mayor o igual  $\geq$  salvo las restricciones de no negatividad, dependiendo si la función objetivo busca maximizar o minimizar respectivamente. De lo contrario se convierte la restricción según los siguientes casos.

Restricciones tipo *mayor o igual que*  $\geq$  o restricciones tipo *menor o igual que*  $\leq$ : Para cambiar el signo de la restricción se debe multiplicar toda esta por menos uno  $-1$ .

$$((a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) \geq b_1) \times (-1) \rightarrow -(a_{11} \times x_1) - (a_{12} \times x_2) \leq -b_1$$

$$((a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) \leq b_1) \times (-1) \rightarrow -(a_{11} \times x_1) - (a_{12} \times x_2) \geq b_1$$

Restricciones tipo *igual que*  $=$ : Este tipo de restricciones se resuelven de una manera algo distinta, ya que con la igualdad es posible encontrar valores mayores o iguales, o menores o iguales, a partir de estas dos nuevas restricciones se cambia siguiendo el procedimiento explicado anteriormente la restricción necesaria según el planteamiento del problema.

$$(a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) = b_1 \rightarrow (a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) \leq b_1$$

$$\rightarrow (a_{11} \times x_1) + (a_{12} \times x_2) \geq b_1$$

A continuación, se procede con el planteamiento Dual del problema Primal, en el que expresarán los siguientes cambios.

Cambio de Función Objetivo, esta cambiará a partir de la función objetivo del problema Primal, ya que si tenemos un caso que busca Maximizar en el planteamiento Primal para el problema Dual será Maximizar, esto también aplica en el sentido contrario de Minimizar del Primal a Maximizar del Dual. Por otra parte, los valores que tomarán esta nueva función objetivo vienen de los términos independientes de las restricciones del problema Primal.

Primal:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } z &= 350x_1 + 300x_2 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 130 \rightarrow \text{Restricción actividad 1} \\ 2x_1 + 2x_2 &\leq 90 \rightarrow \text{Restricción actividad 2} \\ 1x_1 + 0x_2 &\leq 20 \rightarrow \text{Restricción demanda elemento 1} \\ x_1, x_2 &\geq 0 \rightarrow \text{Restricción diseño} \end{aligned}$$

Dual:

$$\text{Minimizar } w = 130y_1 + 90y_2 + 20y_3$$

En los cambios de las restricciones del Primal al Dual será de la siguiente manera, para todos los valores de  $x_n$  presentes en las restricciones del problema Primal pasarán a formar una nueva restricción aparte con una variable diferente  $y_n$ , por otra parte, el término independiente de la restricción será el valor de  $x_n$  en la función objetivo del problema Primal. Es importante aclarar que el tipo de restricción será el contrario, de igual forma como dio en la función objetivo, ya sean restricciones tipo *mayor o igual que*  $\geq$  del primal a *menor o igual que*  $\leq$  para el Dual o el caso contrario. Sabiendo esto tendríamos que:

Primal:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } z &= 350x_1 + 300x_2 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 130 \rightarrow \text{Restricción actividad 1} \\ 2x_1 + 2x_2 &\leq 90 \rightarrow \text{Restricción actividad 2} \\ 1x_1 + 0x_2 &\leq 20 \rightarrow \text{Restricción demanda elemento 1} \\ x_1, x_2 &\geq 0 \rightarrow \text{Restricción diseño} \end{aligned}$$

Dual:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } w &= 130y_1 + 90y_2 + 20y_3 \\ 4y_1 + 2y_2 + 1y_3 &\geq 350 \\ 3y_1 + 2y_2 + 0y_3 &\geq 300 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Conociendo el planteamiento del problema Dual, se siguen los mismos pasos a la hora de igualar las restricciones como en un problema Primal, con lo que tendríamos que:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } w &= -130y_1 - 90y_2 - 20y_3 + 0x_{s1} + 0x_{r1} + 0x_{s2} + 0x_{s2} \\ 4y_1 + 2y_2 + 1y_3 - x_{s1} + x_{r1} &= 350 \\ 3y_1 + 2y_2 + 0y_3 - x_{s2} + x_{r2} &= 300 \\ y_1, y_2, y_3, x_{s1}, x_{s2}, x_{r1}, x_{r2} &\geq 0 \end{aligned}$$

### 3.3. PROGRAMACION LINEAL DOS FASES

En este caso, el método Simplex se apoyará en el método De Las Dos Fases ya que en las restricciones finales del problema se hayan variables artificiales  $x_r$ , este método consiste en buscar primeramente si el problema tiene una solución llamada Primera Fase encontrando valores en los que estas variables artificiales cumplan con las restricciones. En la Segunda Fase conociendo que es posible la solución del problema se procede a desarrollar el algoritmo Simplex como ya lo conocemos. De igual manera que el Simplex el método De Las Dos Fases se apoya en una tabla extra para su Primera Fase que ayudará su entendimiento.

Se realiza el planteamiento (*Tabla 6*) de igual manera que el algoritmo Simplex Primal.

*Tabla 6 Primera fase: Planteamiento inicial*

Tabla Primera Fase									
FO			0	0	0	0	0	-1	-1
Base	Cb	LD	Y1	Y2	Y3	Ys1	Ys2	Yr1	Yr2
R1	-1	350	4	2	1	-1	0	1	0
R2	-1	300	3	2	0	0	-1	0	1
Z		-650	-7	-4	-1	1	1	0	0

*Fuente: El autor*

Repetimos este paso hasta en la fila Z no haya ningún valor negativo.

*Tabla 7 Primera fase: Solución*

Tabla Primera Fase									
FO			0	0	0	0	0	-1	-1
Base	Cb	LD	Y1	Y2	Y3	Ys1	Ys2	Yr1	Yr2
R1	0	100	1	2/3	0	0	-1/3	0	1/3
R2	0	50	0	2/3	-1	1	-4/3	-1	4/3
Z		0	0	0	0	0	0	1	1

*Fuente: El autor*

Se comprueba si existe una solución al encontrar un 0 en el valor que corresponde a Z y se procede a la Segunda Fase (*Tabla 8*), en la cual debemos modificar la tabla como en el método Simplex, para ello es necesario eliminar las columnas que corresponden a las variables artificiales. Modificar la fila que corresponde a la Función Objetivo por la del problema original, y calcular nuevamente la fila Z.

*Tabla 8 Segunda fase: Planteamiento y solución*

Tabla Segunda Fase – Simplex							
FO			-130	-90	-20	0	0
Base	Cb	LD	Y1	Y2	Y3	Ys1	Ys2
R1	-130	100	1	2/3	0	0	-1/3
R2	0	50	0	2/3	-1	1	-4/3
Z		13000	0	10/3	20	0	130/3

*Fuente: El autor*

Obteniendo como solución óptima que:

$$Z = 13000$$

$$x_1 = 100$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 0$$

### **3.4. E-LEARNING Y B-LEARNING**

Los software de apoyo para el aprendizaje y enseñanza para estudiantes y profesores brindan una variedad distintas de herramientas que se pueden usar en comparación a clase en la que no se cuente con ellos, ya que están herramientas software ayudan a atraer la atención de los estudiantes con sus distintas funcionalidades, como una retroalimentación inmediata de los ejercicios resueltos, un listado de ejercicios, una sección teórica aparte de la práctica y demás agregados que pretenden ayudar al desarrollo del curso y del tema. También es valiosa la idea en la que se permita a los estudiantes conocer su propio desempeño en una línea de tiempo, mostrando su avance en el aprendizaje. Estas funcionalidades que permite este tipo de herramientas software también favorece a los profesores encargados ya que a través de ella pueden dar evaluación detallada de cada uno de sus estudiantes.

Otro aspecto importante es la portabilidad que brinda el software hoy en día, el estudiante fácilmente puede interactuar con la herramienta aun estando fuera de un salón de clase usando su computador personal o demás dispositivos portables que permitan la aplicación.

El alcance de los sistemas hipermedia para el aprendizaje hoy en día es más grande gracia a la capacidad que presentan los dispositivos para interactuar con otros medios como lo son en un claro ejemplo, un banco de imágenes, videos de la internet y contenido bibliográfico.

Está comprobado que el contenido multimedia e hipermedia facilita el aprendizaje, especialmente a aquellos estudiantes que tenían poco conocimiento del tema inicialmente y los que presentan mejores habilidades espaciales. Cuando en este contenido multimedia se combina la información verbal y visual, los estudiantes se beneficiarán el doble de este, como lo puede ser un video en el cual explique la solución de algún ejemplo planteado, ya que este mostrará información visual del

uso de la herramienta y contenido verbal del profesor a través del video. Permitir al estudiante cierta personalización sobre la herramienta software y su ritmo de aprendizaje es importante, ya que la utilización de al menos un medio diferente para el aprendizaje incrementa la eficacia de al menos uno de ellos sobre los estudiantes, ya que en la mayoría de los casos cada estudiante presenta habilidades distintas a la de los demás.

Segundo (García Peñalvo, 2005) define al e-learning como: "capacitación no presencial que, a través de plataformas tecnológicas, posibilita y flexibiliza el acceso y el tiempo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, adecuándolos a las habilidades, necesidades y disponibilidades de cada discente, además de garantizar ambientes de aprendizaje colaborativos mediante el uso de herramientas de comunicación síncrona y asíncrona, potenciando en suma el proceso de gestión basado en competencias".

Teniendo en cuenta la definición dado, se puede decir que esta herramienta software presenta varias cualidades a lo que se le denomina e-learning, ya que se busca que el estudiante pueda acceder a la herramienta desde cualquier lugar o momento, también presentará contenido multimedia que podrá acceder a través de esta, lo cual ayudara en su proceso de aprendizaje.

El Centro de Formación Permanente (CFP) de la Universidad de Sevilla destaca que el e-learning se caracteriza por:

- Desaparición de barreras espacio-temporales. Los estudiantes optimizan al máximo su formación al poder acceder a la misma en cualquier momento y lugar.
- Formación flexible. Disponibilidad de infinidad de métodos y recursos, perfectamente adaptables a las características y necesidades de los estudiantes.

- El alumno como centro de los procesos de enseñanza-aprendizaje, participando de manera activa y creador de sus propios conocimientos.
- El profesor, como un tutor que orienta, guía, ayuda y facilita los procesos formativos con herramientas de hipertexto.
- Contenidos actualizados. Novedades y recursos se introducen rápidamente en los contenidos, estando las enseñanzas constantemente actualizadas.
- Comunicación constante entre los usuarios a través de chat, foros, correo.

De las cuales en este trabajo se destacan algunas, como lo sería la desaparición de barreras espacio-temporales, el alumno como centro de los procesos de enseñanza-aprendizaje ya que la herramienta presenta un ambiente libre donde el usuario podrá experimentar, comprobar, rehacer distintos ejercicios prácticos que ayuden en su proceso de aprendizaje y la formación flexible, ya que aparte del ambiente práctico que presenta la herramienta también contará con un espacio de contenido multimedia y teórico a los cuales los estudiantes y profesores tendrán acceso.

Aun así, el complemento de un profesor y un aula de clase hace que esta herramienta sea aún más provechosa, entrando en la modalidad del b-learning, que se refiere a la interacción adicional presencial con el docente, teniendo así una gama más amplia de ventajas que el estudiante y profesor puedan aprovechar. Como principales características se pueden recalcar una retroalimentación más rápida entre estudiante y docente, material nuevo agregado constantemente para su desarrollo o entendimiento, acompañamiento del docente en la práctica del tema, y demás actividades que se pueden llevar a cabo en conjunto entre estudiante, docente y la herramienta software.

#### 4. ESTADO DEL ARTE

1	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	(Salazar Salazar, 2011)
	PROBLEMA DEL PROYECTO	Tras el avance de la tecnología en las últimas décadas y el incremento en la implementación de algoritmos como en este caso sería el Simplex, y su tedioso proceso al momento de realizar los cálculos a mano, es bien visto el apoyo en una máquina de cómputo para realizar estas operaciones aritméticas en una forma más rápida las cuales sobrepasan por miles la velocidad de cálculo de un ser humano.
	SOLUCIÓN	El autor desarrolló un software (JSimplex), que ayuda a resolver problemas planteados en base a la Programación Lineal apoyándose en el Algoritmo Simplex (caso fácil) para su solución.
	CONCLUSIONES	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Un software enfocado a la resolución de problemas agiliza el proceso.</li> <li>• Presentar interfaces amigables con el usuario y de fácil entendimiento, así como también el uso de comandos de acceso rápido a ciertas herramientas.</li> <li>• El enfoque ágil resaltó como la opción más viable para el desarrollo del proyecto y sus cualidades.</li> </ul>
	APORTE A SU PROYECTO	Basarse en una metodología que tenga como fundamento el enfoque ágil para abarcar el proceso de desarrollo de la herramienta software.

2	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	(Ramírez Marroquín, Toraya Lazo de la Vega, & Munguía Balvanera, n.d.)
	PROBLEMA DEL PROYECTO	<p>La necesidad de complementar la asignatura de Investigación de Operaciones en la institución, dando como opción el uso de una herramienta software que acompañe a la solución de los problemas vistos en la asignatura.</p> <p>El paradigma en el que se encuentran los softwares comerciales relacionadas con el área de estudio, ya que estos en su mayoría como expresa el autor no presentan una interacción constante con el usuario.</p>
	SOLUCIÓN	Se acude a la computadora por su potencial de cálculo, rapidez y exactitud que puede alcanzar al realizar procesos tan complejos como estos, elaborando de forma efectiva un software para enseñanza de la Investigación de Operaciones.
	CONCLUSIÓN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tener a disposición del usuario no únicamente la herramienta software como tal, sino que también el código el cual puede permitir el entendimiento de los algoritmos.</li> <li>• Presentar interfaces que motiven la interacción entre usuario y software.</li> </ul>
	APORTE A SU PROYECTO	La importancia en la frecuencia que debe tener una herramienta software de estudio en el momento de interactuar con el usuario.

3	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	(Fernandez, Urdangarin, & Zelaia, 2014)
	PROBLEMA DEL PROYECTO	La dificultad en los estudiantes captada por los docentes profesionales en el área de la programación lineal a la hora de comprender los resultados teóricos obtenidos en el momento de realizar los cálculos correspondientes a los algoritmos. Para ello se propone la idea de un software que muestre una solución gráfica a estos modelos lineales.
	SOLUCIÓN	Herramienta de software especializada para trabajar el algoritmo simplex disponiendo para ello una interfaz sencilla que facilita su uso y el entendimiento por parte de los estudiantes.
	CONCLUSIÓN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mostrar resultados de una manera más gráfica ayuda al entendimiento del tema y da viabilidad al uso del software.</li> <li>• Usado de una manera correcta la herramienta facilita el entendimiento de conceptos teóricos adquiridos previamente en clase.</li> </ul>
	APORTE A SU PROYECTO	La utilización de herramientas más graficas como lo es el contenido multimedia para facilitar el entendimiento del material teórico vistos en las cosas y en el software.

4	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	(Cáceres Rueda & Castro Torres, 2005)
	PROBLEMA DEL PROYECTO	El crecimiento significativo que presenta el uso de la informática en las aulas de estudio, para esto era necesario la utilización de estos recursos tecnológicos.
	SOLUCIÓN	Implementación de un software educativo multimedia que ayude al estudiante a acceder a los conocimientos técnicos y demás material necesario para la operación y mantenimiento de calderas acuotubulares. Para ello la compatibilidad del programa con distintos tipos de contenido multimedia es esencial.
	CONCLUSIONES	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El contenido multimedia es una herramienta importante para la mayoría de estudiantes a la hora de adquirir conocimientos técnicos.</li> <li>• La implementación y necesidad de uso de los softwares en la educación viene en crecimiento en los últimos años.</li> <li>• Teniendo en cuenta de que en el tema a tratar es necesario la presencia física para el operar de las maquinas se pudo implementar un software que complemente y ayude en su práctica.</li> </ul>
	APORTE A SU PROYECTO	Brindar no solo contenido multimedia visual, mostrando como alternativa efectos de sonidos que ayuden al entendimiento del software y su funcionalidad.

5	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	(Arango Uribe & Duran Niño, 2005)
	PROBLEMA DEL PROYECTO	Relación costo que presenta el software especializado en el área profesional.
	SOLUCIÓN	Un software económico al alcance de los estudiantes que sirva de apoyo para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura correspondiente, basado en entornos teóricos y prácticos.
	CONCLUSIONES	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El contenido teórico dentro de la aplicación ayuda en el proceso de aprendizaje y utilización de la herramienta software.</li> <li>• La facilidad de acceso que brinda un software educativo frente a uno usado en el área profesional.</li> </ul>
	APOORTE A SU PROYECTO	Es importante sintetizar el contenido teórico que hace parte del proyecto para que los tiempos de desarrollo se puedan cumplir, para ello es útil la utilización de enlaces externos de la aplicación por si el usuario desea profundizar en el tema.

6	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	(Sanguino García & Santos García, 2004)
	PROBLEMA DEL PROYECTO	La dificultad presentada por los estudiantes a la hora de aprender y estudiar la nomenclatura correspondiente para la química orgánica e inorgánica. Universidad Industrial de Santander
	SOLUCIÓN	La codificación de la herramienta software SEMANQ, la cual facilita al estudiante la creación de compuestos químicos a través de la simulación y generar sus nombres correspondientes a la nomenclatura. La implementación de varios módulos y juegos a los cuales el estudiante puede acceder para reforzar sus conocimientos teóricos, prácticos y bibliográficos.
	CONCLUSIONES	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Un contenido visual facilita el proceso de aprendizaje.</li> <li>• Actividades recreativas como los juegos atraen la atención del estudiante.</li> <li>• Es importante al momento de desarrollar softwares educativos la apropiación correcta del tema a abarcar.</li> </ul>
	APORTE A SU PROYECTO	La implementación de varios módulos de contenido a los cuales el estudiante y profesor puedan acceder a través de la herramienta software.

	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	(Izquierdo Granja & Ruiz Ruiz, 2006)
7	APOORTE A SU PROYECTO	Esta página web nos da una idea muy general de cómo desarrollar nuestro proyecto, teniendo presentar no solo la interfaz de desarrollo de ejercicios, sino también distinto contenido que ayudan al estudiante al entendimiento del tema.

## 5. METODOLOGÍA DE DESARROLLO

Teniendo en cuentas las características de desarrollo que se llevarán a cabo en el presente proyecto, se centra el mismo en una metodología ágil, ya que en esta resalta puntos importantes como el dinamismo en los requisitos de desarrollo del software, los tiempos de entrega que corresponden al tiempo de estudio asignado para un semestre de clase, la simplicidad al momento del desarrollo, el pequeño equipo de desarrollo para el trabajo que en esta ocasión consta de una persona y finalmente la capacidad de adaptación que presenta la metodología en cada una de sus fases reforzando la evolución del proyecto.

Por ende, y tras recalcar los valores dados por las metodologías ágiles se toma como metodología de desarrollo de software Crystal Clear como técnica asignada para el presente proyecto, ya que centra una gran cantidad de características de la misma, dando así una metodología bastante sólida para el correcto desarrollo de este proyecto.

En el modelado, UML (lenguaje unificado de modelado) fue seleccionado debido a su popularidad en el ámbito de desarrollo de software, brindando así un nivel de aceptación superior. La utilización de diagramas para cada uno de los métodos a aplicar en el software facilita el proceso de documentación en todas sus fases. Gracias a todo ello, UML mejora el proceso de documentación en el proceso de desarrollo de software mostrándose de manera gráfica.

Por el procesamiento de la información y desarrollo de los algoritmos con la ayuda de gráficas (tablas), se decide por abarcar el proyecto de software desde una aplicación web, las cuales facilitan el procesamiento y trabajo de esta información. Como plataforma de codificación fue utilizada PHP, en el entorno de desarrollo Dreamweaver, las cuales ayudan en el proceso y presentan las herramientas necesarias para el mismo.

Para el almacenamiento de la información adecuada respecto a los algoritmos, contenido teórico, multimedia e información personal de los usuarios de la aplicación se da opta por MySQL, la cual brinda una buena retroalimentación con PHP y mejora de su uso, facilidad en la práctica, buen soporte debido a su gran comunidad y aceptación, su potencia en el procesamiento de información. Cabe recalcar que MySQL se puede obtener de forma gratuita, ideal para este tipo de proyectos de desarrollo educativos.

## 6. PRODUCTOS

Tabla 9 Productos

Objetivo específico	Actividad	Productos
Realizar las fases de análisis y diseño de la aplicación.	Definir arquitectura de trabajo.	Documento de definición de arquitectura y metodología de trabajo.
	Definir metodología de trabajo.	
	Realizar análisis y diseño de la aplicación.	Documento de análisis y diseño de la aplicación software.
Desarrollar un módulo de registro y solución de problemas de los métodos Simplex y Dual-Simplex.	Desarrollar interfaz de registro de problemas.	Módulo de registro y solución de problemas de los métodos Simplex y Dual-Simplex.
	Desarrollar algoritmo de resolución.	
	Desarrollar interfaz de solución de problemas.	
Desarrollar un módulo con contenidos multimedia (audiovisual) de los métodos a	Desarrollar contenido multimedia.	Tres videos con contenido multimedia que explican la aplicación de los métodos.

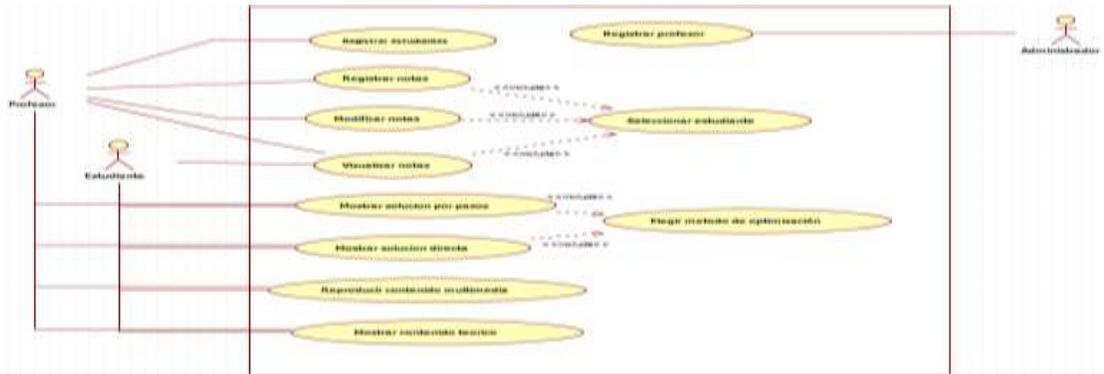
implementar como apoyo para el aprendizaje.	Desarrollar módulo de visualización de contenido	Módulo de visualización de contenido multimedia.
Implementar una interfaz que presente problemas tipo y sus soluciones paso a paso.	Elaborar ejercicios tipo de los métodos propuestos.	Módulo de resolución de problemas paso a paso.
	Desarrollar módulo de ayuda para solución de ejercicios y ejemplos.	
Implementar un módulo de registro y publicación de calificaciones de los estudiantes.	Desarrollar interfaz de registro de cursos y estudiantes.	Módulo de registro, publicación y consulta de calificaciones.
	Desarrollar interfaz de registro de notas.	
	Desarrollar interfaz de consulta de resultados.	
Aplicar pruebas a la herramienta software en un entorno real de aula de clase.	Presentar la aplicación desarrollada en una clase de la materia Investigación de Operaciones I.	Documento que registre las experiencias de clase.
	Elaborar un documento de resultado de la experiencia de clase.	

*Fuente: El autor*

## 7. DISEÑO DE LA APLICACIÓN

### 7.1. DIAGRAMA DE CASOS DE USO

Ilustración 1 Diagrama casos de uso



Fuente: El autor

Tabla 10 Enumeración casos de uso

No.	Caso de uso	Incluye	Actor(es)
1.	Seleccionar estudiante		
2.	Registrar estudiantes		Profesor
3.	Registrar notas	1	Profesor
4.	Modificar notas	1	Profesor
5.	Visualizar notas	1	Estudiante, Profesor
6.	Elegir método de optimización		
7.	Mostrar solución por pasos	6	Estudiante, Profesor
8.	Mostrar solución directa	6	Estudiante, Profesor
9.	Reproducir contenido multimedia		Estudiante, Profesor
10.	Mostrar contenido teórico		Estudiante, Profesor
11.	Registrar profesor		Administrador

Fuente: El autor

## 7.2. DIAGRAMAS DE ACTIVIDADES Y SECUENCIA

### 7.2.1. SELECCIONAR ESTUDIANTE

En este caso se mostrará el listado de estudiantes a disposición en el curso para facilitar su selección.

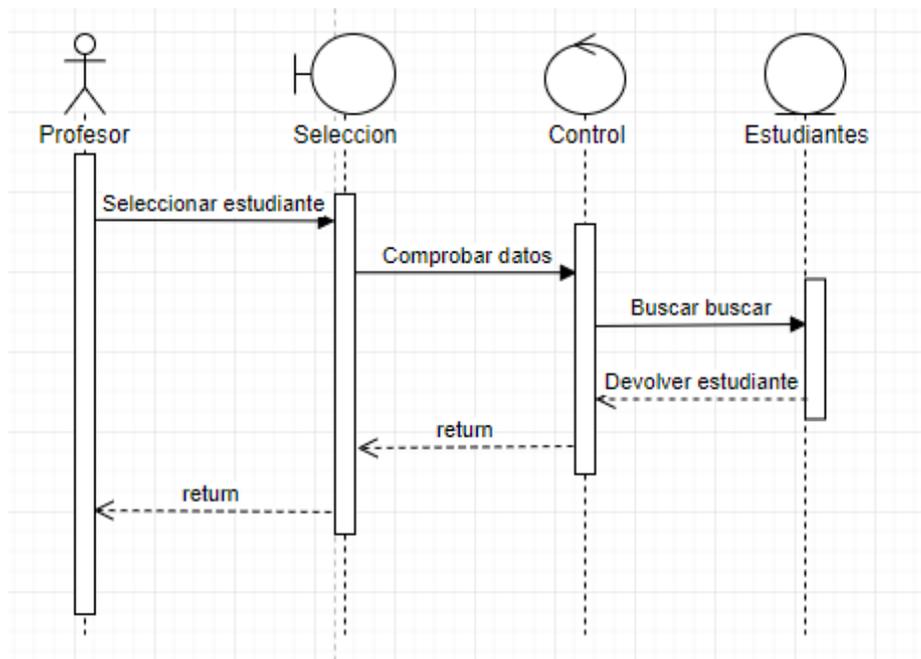
#### Actores

El profesor encargado seleccionara el estudiante antes de realizar algunas actividades, como lo son visualizar, modificar y registrar nota.

#### Precondiciones

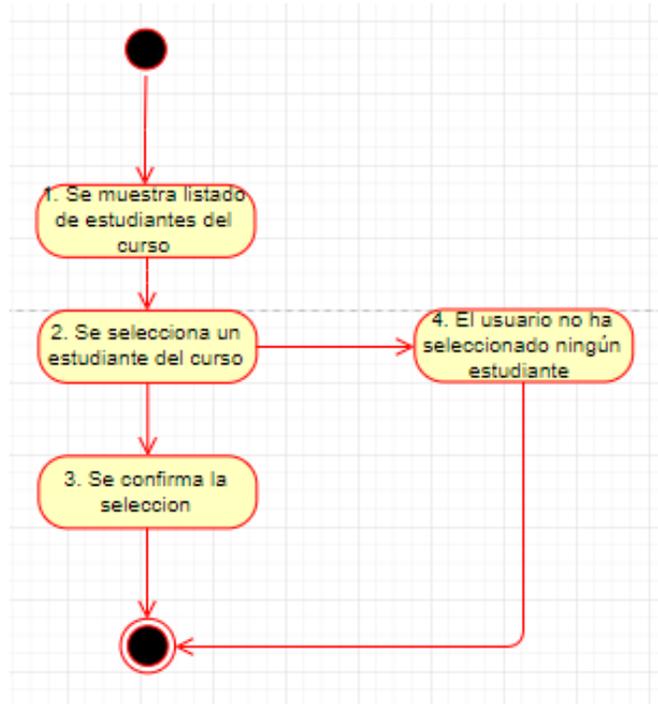
El profesor debe tener un curso disponible y tener estudiantes asignados al mismo antes de realizar esta acción.

*Ilustración 2 Diagrama de secuencia: Seleccionar estudiante*



*Fuente: El autor*

Ilustración 3 Diagrama de actividades: Seleccionar estudiante



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) Seleccionar listado de estudiantes
  - 2) Seleccionar un estudiante del curso
  - 3) Confirmar selección
- FIN

### Flujo alternativo

Partiendo del 1.

- 4) No se ha seleccionado ningún estudiante
- FIN

## 7.2.2. REGISTRAR ESTUDIANTE

En este caso se mostrarán los datos solicitados para realizar el registro de un nuevo estudiante en un curso.

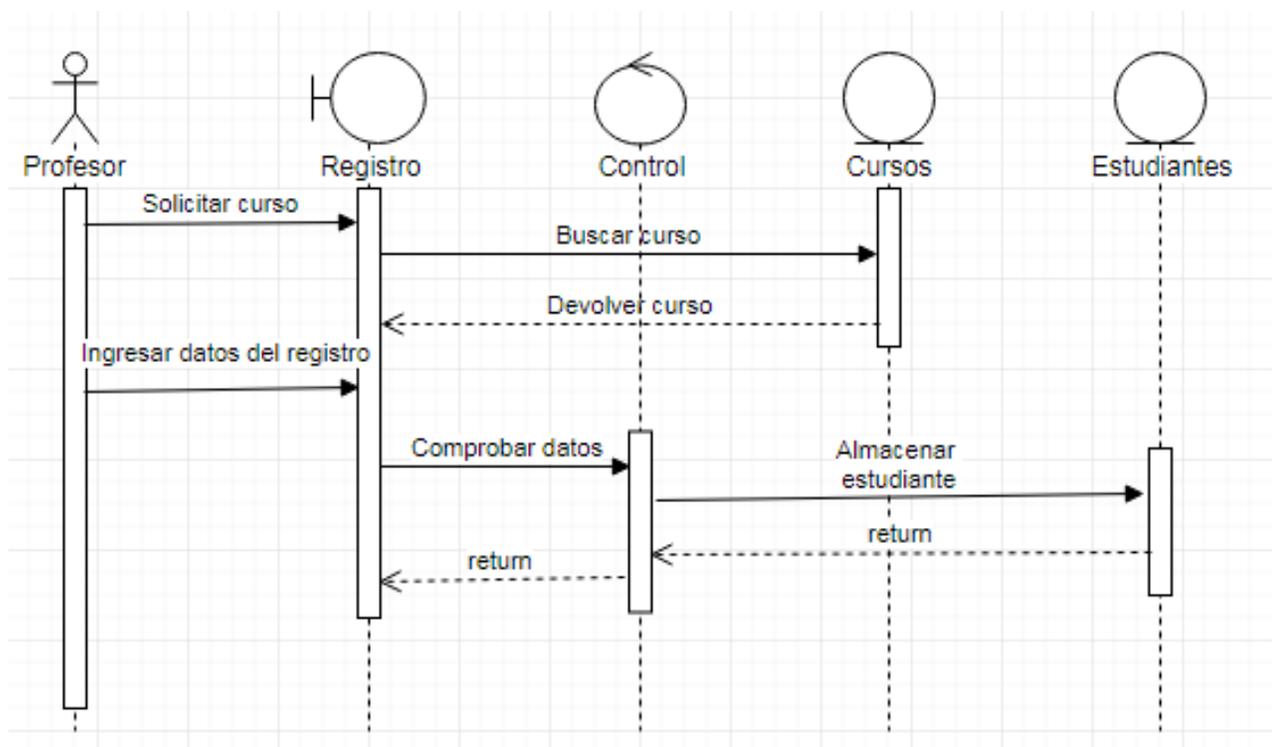
### Actores

El Profesor es el encargado de realizar el registro de sus estudiantes.

### Precondiciones

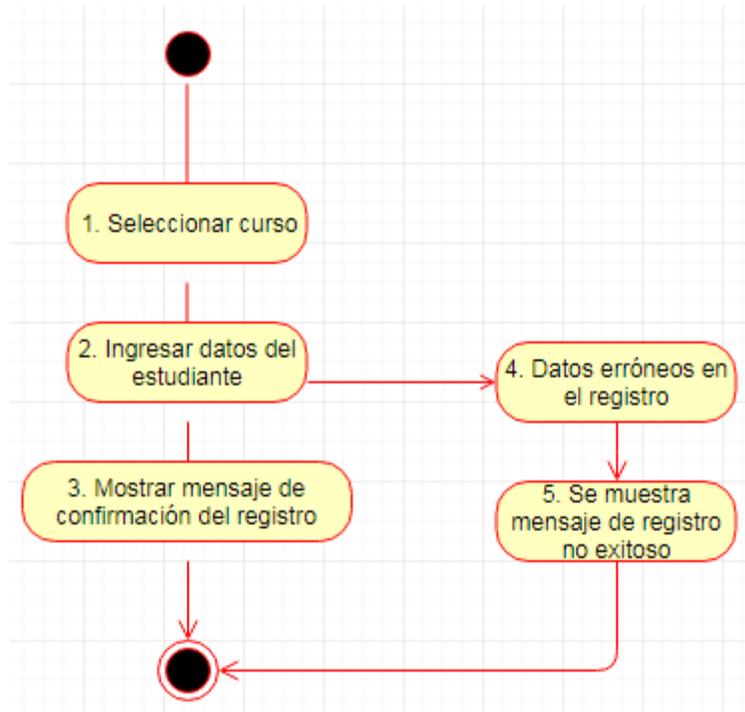
El Profesor debe tener un curso disponible para el registro del estudiante.

*Ilustración 4 Diagrama de secuencia: Registrar estudiantes*



*Fuente: El autor*

Ilustración 5 Diagrama de actividades: Registrar estudiantes



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) Seleccionar curso
  - 2) Ingresar datos del estudiante
  - 3) Mostrar mensaje de confirmación del registro
- FIN

### Flujo alternativo

Partiendo del 2.

- 4) Datos erróneos en el registro
  - 5) Se muestra mensaje de registro no exitoso
- FIN

### 7.2.3. REGISTRAR NOTAS

Se mostrará la opción en la que se permite asignar una calificación a los estudiantes.

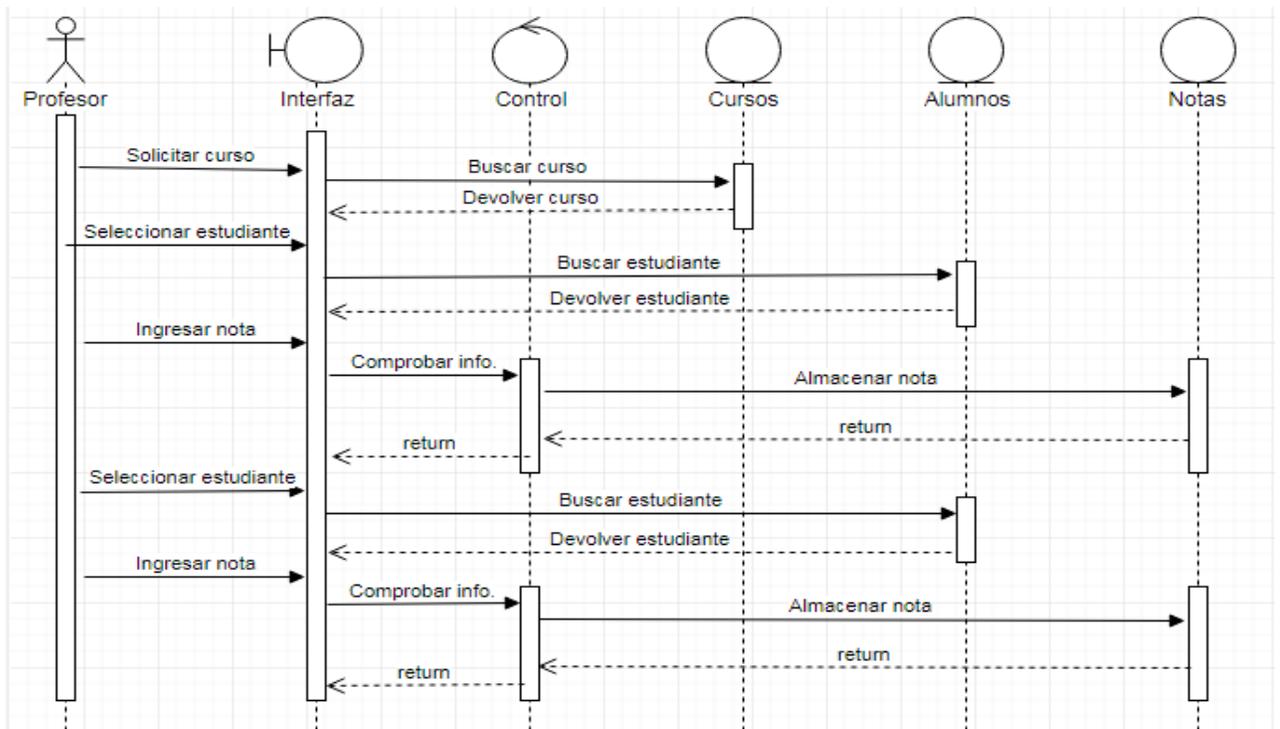
#### Actores

El Profesor será el encargado de registrar las notas.

#### Precondiciones

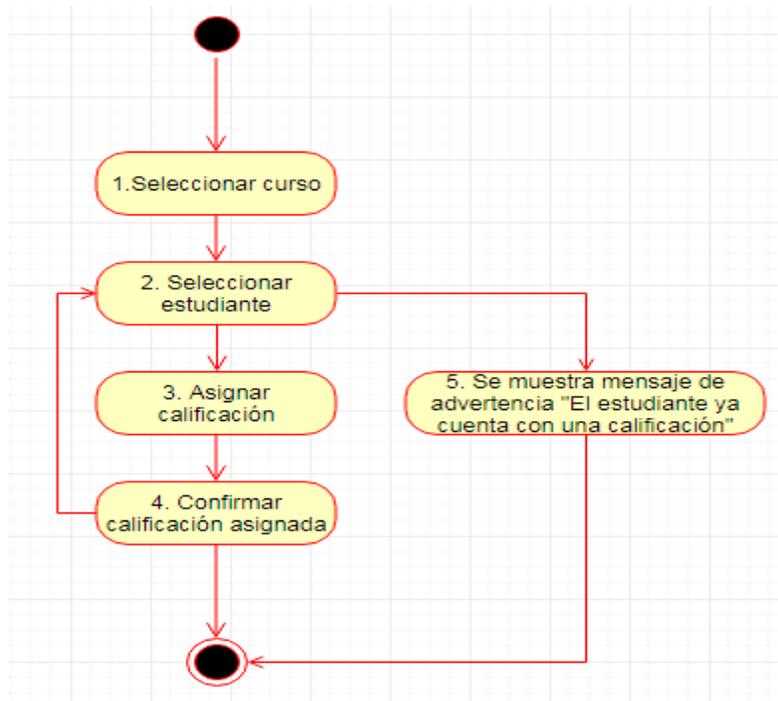
Para asignar una calificación el estudiante no debe contar con una inicialmente.

Ilustración 6 Diagrama de secuencia: Registrar notas



Fuente: El autor

Ilustración 7 Diagrama de actividades: Registrar notas



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) Seleccionar curso
- 2) Seleccionar estudiante
- 3) Asignar calificación
- 4) Confirmar calificación asignada

FIN

### Flujo alternativo

Partiendo del 2.

- 5) Se muestra mensaje de advertencia "El estudiante ya cuenta con una calificación"

FIN

## 7.2.4. MODIFICAR NOTAS

Se presenta la opción de modificar/corregir la nota ya asignada de los estudiantes.

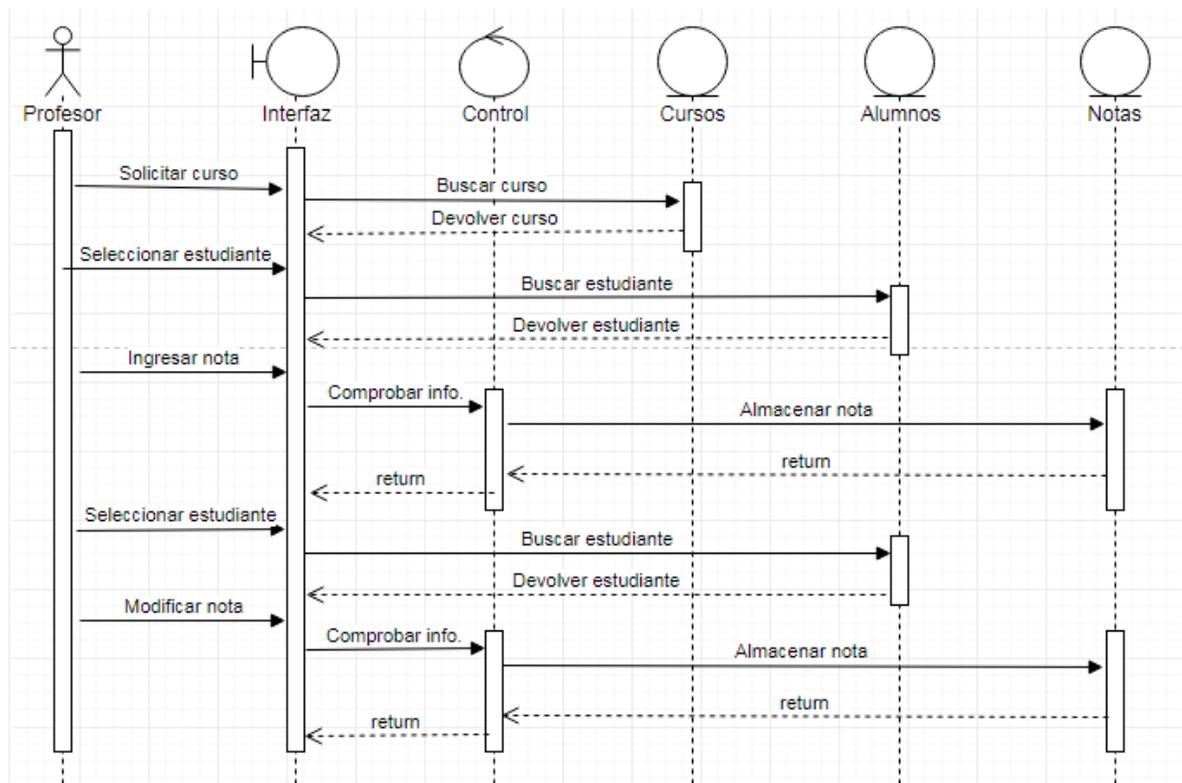
### Actores

El Profesor será el encargado de modificar las notas.

### Precondiciones

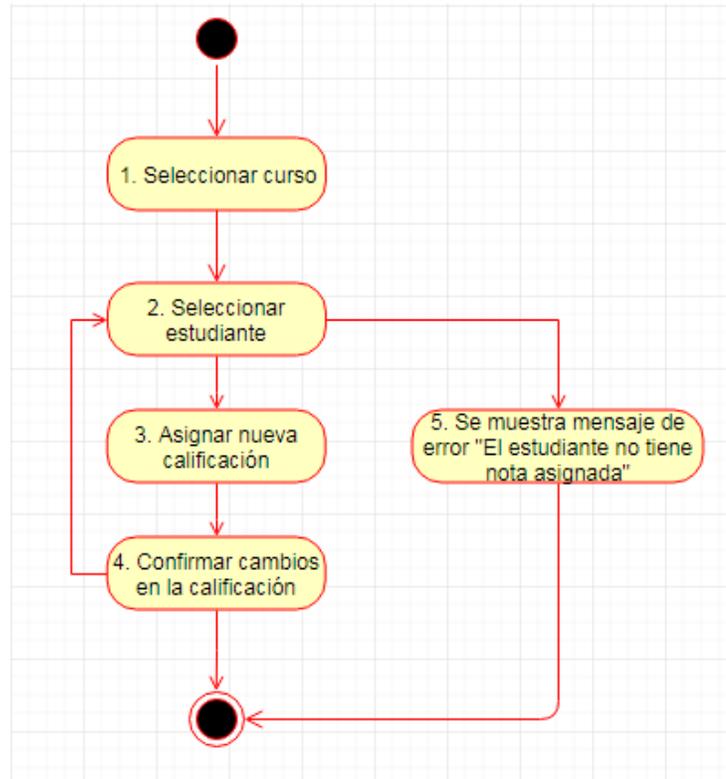
Para modificar la nota es estudiante debe contar con una nota ya asignada previamente.

Ilustración 8 Diagrama de secuencia: Modificar notas



Fuente: El autor

Ilustración 9 Diagrama de actividades: Modificar notas



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) Seleccionar curso
  - 2) Seleccionar estudiante
  - 3) Asignar nueva calificación
  - 4) Confirmar cambios en la calificación
- FIN

### Flujo alternativo

Partiendo del 2.

- 5) Se muestra mensaje de error "El estudiante no tiene nota asignada"
- FIN

## 7.2.5. VISUALIZAR NOTAS

Se mostrará la nota asignada de los estudiantes del curso.

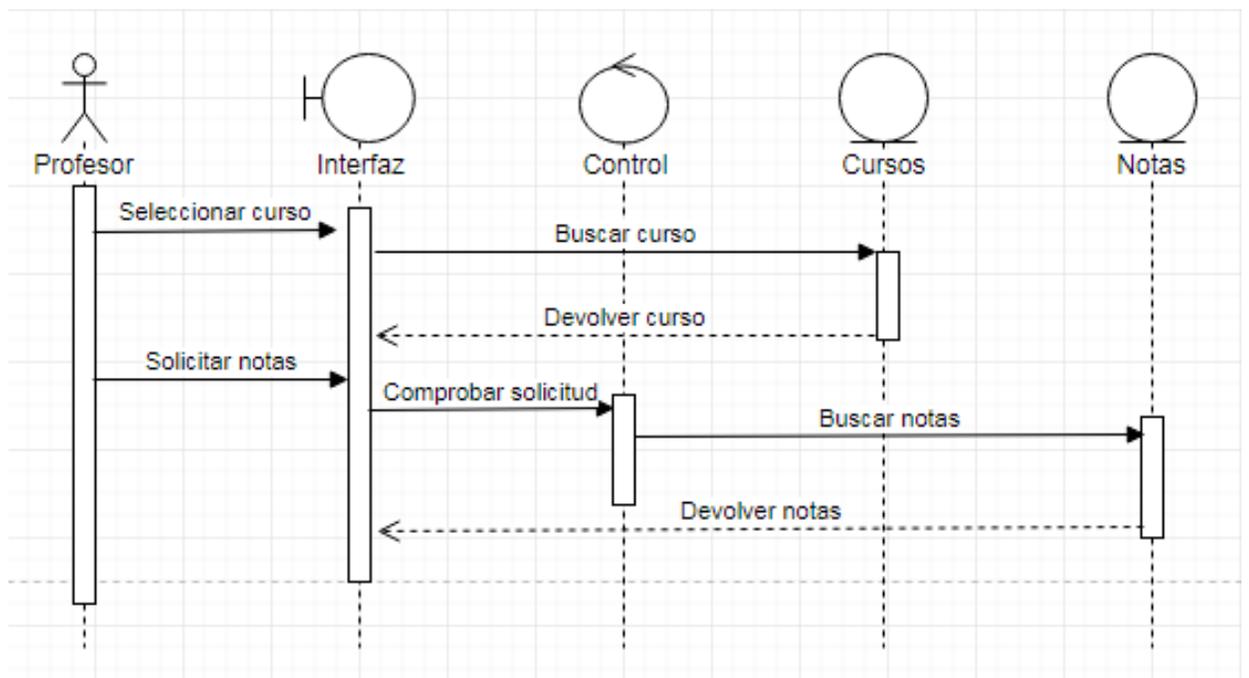
### Actores

Los Estudiantes y Profesor podrán ver las notas las notas, individual y del curso entero respectivamente.

### Precondiciones

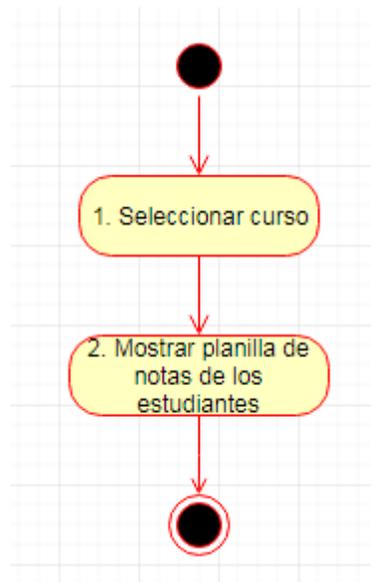
-

Ilustración 10 Diagrama de secuencia: Visualizar notas



Fuente: El autor

*Ilustración 11 Diagrama de actividades: Visualizar notas*



*Fuente: El autor*

### **Flujo básico**

- 1) Seleccionar curso
  - 2) Mostrar planilla de notas de los estudiantes
- FIN

## 7.2.6. ELEGIR MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN

Se presentará la opción de selección del método de optimización a implementar.

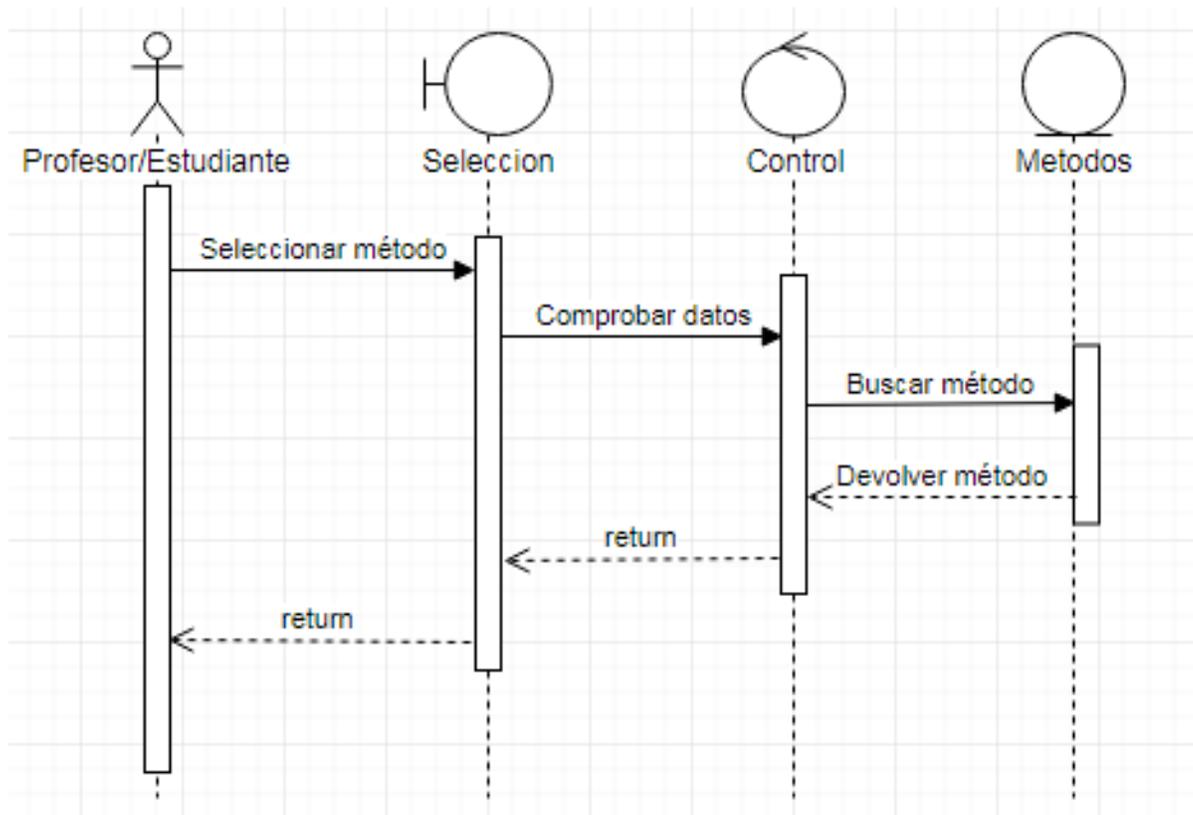
### Actores

El usuario podrá seleccionar el método de optimización a utilizar.

### Precondiciones

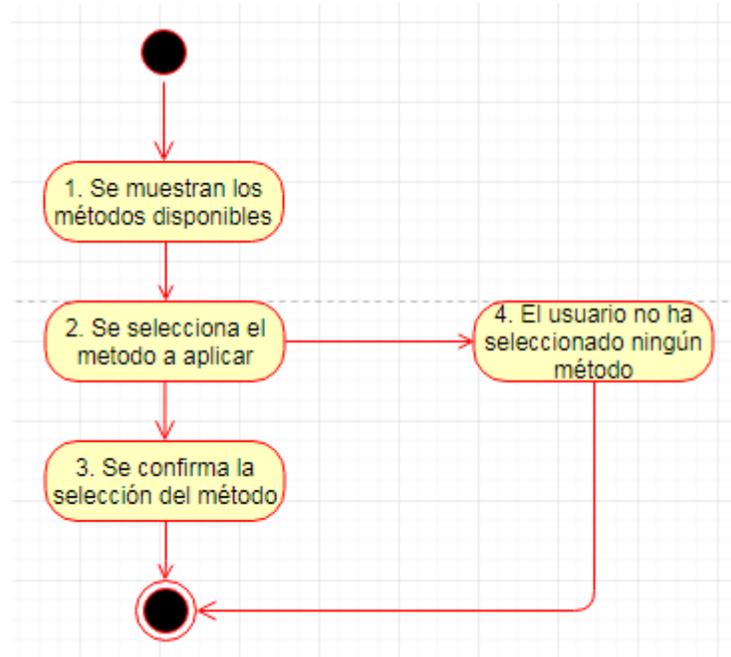
-

Ilustración 12 Diagrama de secuencia: Elegir método de optimización



Fuente: El autor

Ilustración 13 Diagrama de actividades: Elegir método de optimización



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) Se muestra los métodos disponibles
  - 2) Se selecciona el método a aplicar
  - 3) Se confirma la selección del método
- FIN

### Flujo alternativo

Partiendo del 2.

- 4) El usuario no seleccionado ningún método
- FIN

### 7.2.7. MOSTRAR SOLUCIÓN POR PASOS

Se mostrará la solución de los problemas paso a paso, dando así una vista más detallada a la respuesta.

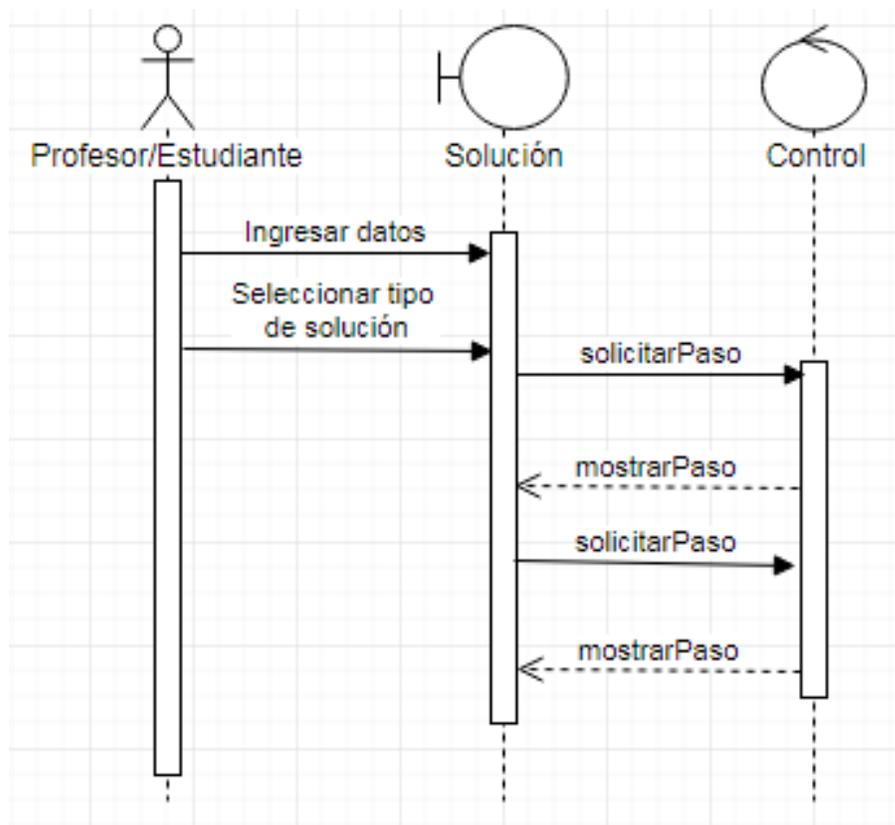
#### Actores

Los usuarios en general podrán acceder a esta funcionalidad.

#### Precondiciones

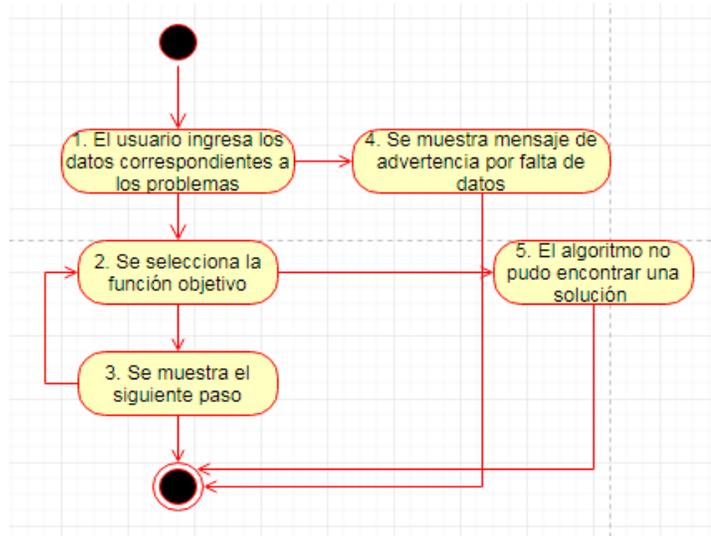
El usuario debe haber seleccionado previamente el método a implementar.

*Ilustración 14 Diagrama de secuencia: Mostrar solución por pasos*



*Fuente: El autor*

Ilustración 15 Diagrama de actividades: Mostrar solución por pasos



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) El usuario ingresa los datos correspondientes al problema
  - 2) Se selecciona la función objetivo
  - 3) Se muestra el siguiente paso
- FIN

### Flujos alternativos

Partiendo del 1.

- 4) Se muestra mensaje de advertencia por falta de datos
- FIN

Partiendo del 2.

- 5) El algoritmo no pudo encontrar la solución
- FIN

### 7.2.8. MOSTRAR SOLUCIÓN DIRECTA

Se mostrará la solución final directamente, obteniendo una única tabla como resultado.

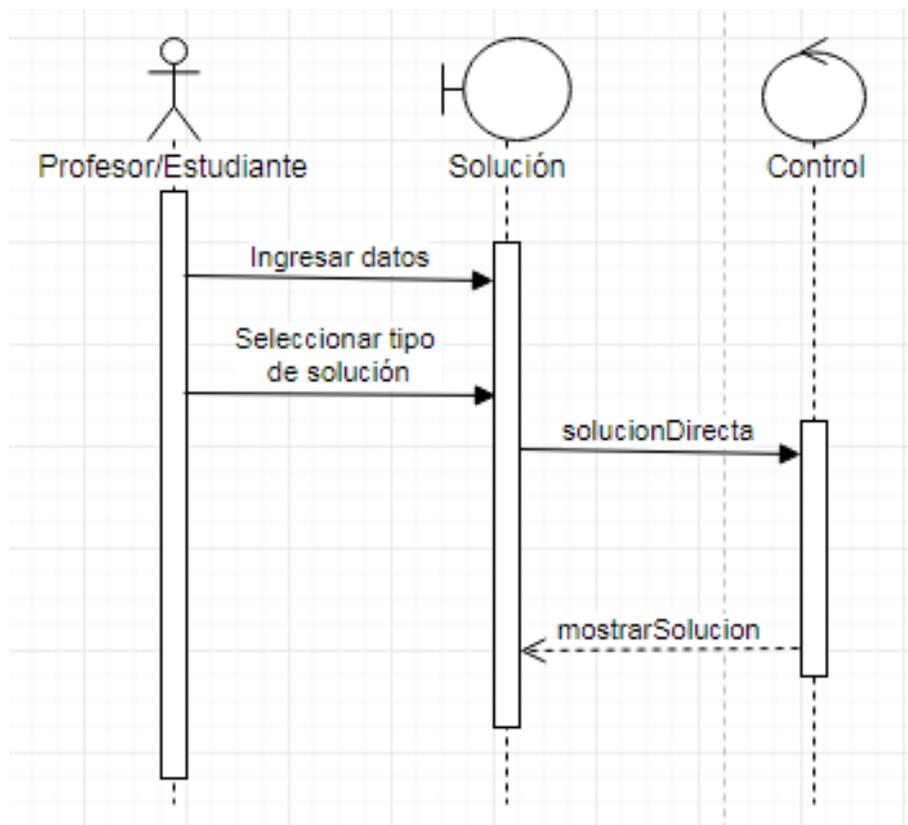
#### Actores

Los usuarios en general podrán acceder a esta funcionalidad.

#### Precondiciones

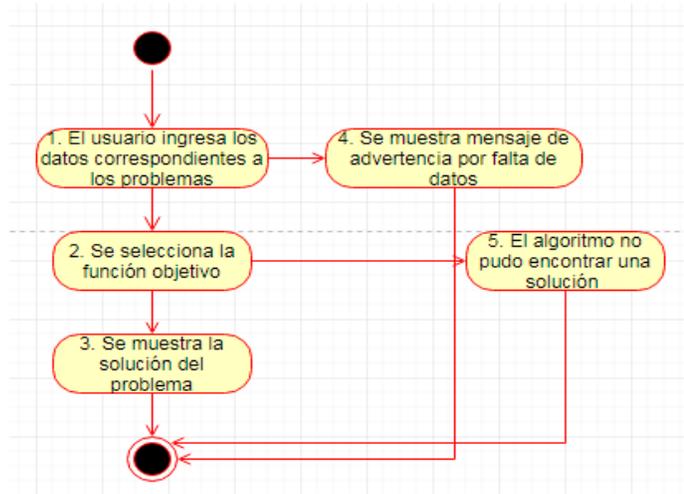
El usuario debe haber seleccionado previamente el método a implementar.

*Ilustración 16 Diagrama de secuencia: Mostrar solución directa*



*Fuente: El autor*

Ilustración 17 Diagrama de actividades: Mostrar solución directa



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) El usuario ingresa los datos correspondientes al problema
  - 2) Se selecciona la función objetivo
  - 3) Se muestra el siguiente paso
- FIN

### Flujos alternativos

Partiendo del 1.

- 4) Se muestra mensaje de advertencia por falta de datos
- FIN

Partiendo del 2.

- 5) El algoritmo no pudo encontrar la solución
- FIN

## 7.2.9. REPRODUCIR CONTENIDO MULTIMEDIA

Permitirá al usuario reproducir el contenido multimedia almacenado.

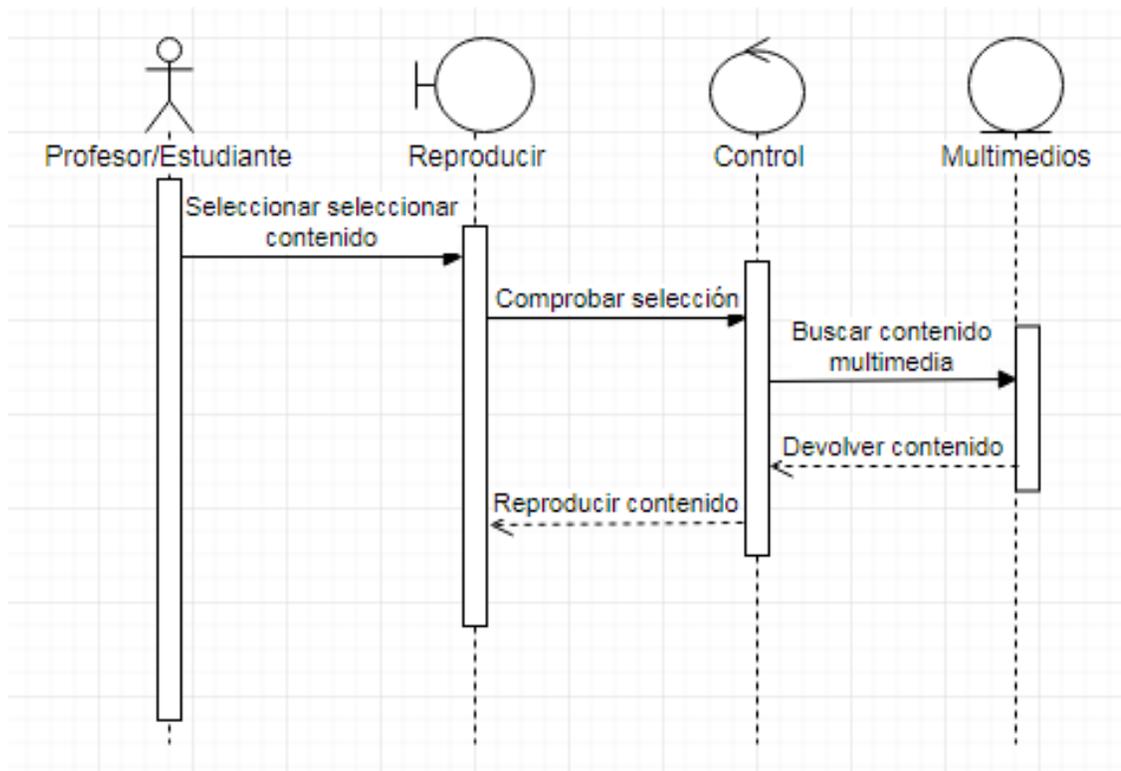
### Actores

Los usuarios en general podrán acceder a esta funcionalidad.

### Precondiciones

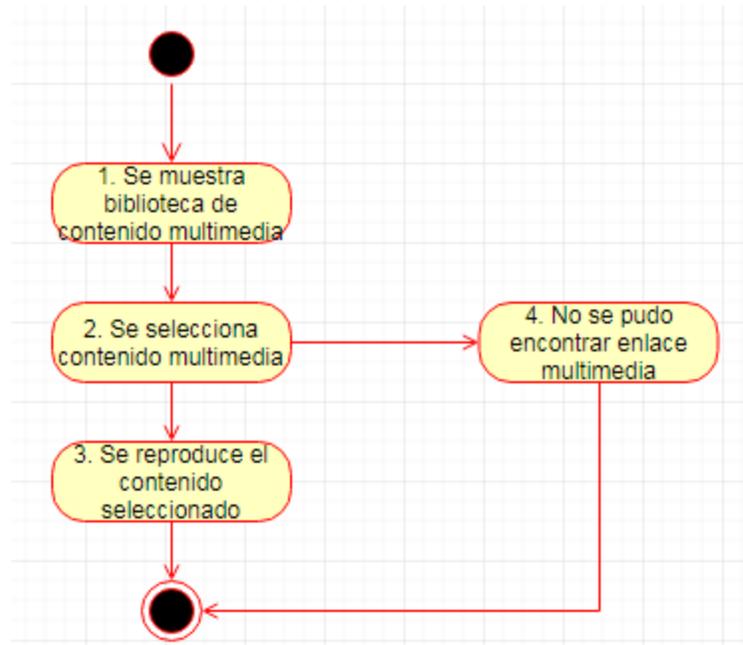
Haber realizado una selección previa del contenido.

*Ilustración 18 Diagrama de secuencia: Reproducir contenido multimedia*



*Fuente: El autor*

Ilustración 19 Diagrama de actividades: Reproducir contenido multimedia



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) Se muestra biblioteca de contenido multimedia
  - 2) Se selecciona contenido multimedia
  - 3) Se reproduce el contenido seleccionado
- FIN

### Flujo alternativo

Partiendo del 2.

- 4) No se pudo encontrar enlace multimedia
- FIN

## 7.2.10. MOSTRAR CONTENIDO TEÓRICO

Se encontrará el contenido teórico a disposición de la aplicación.

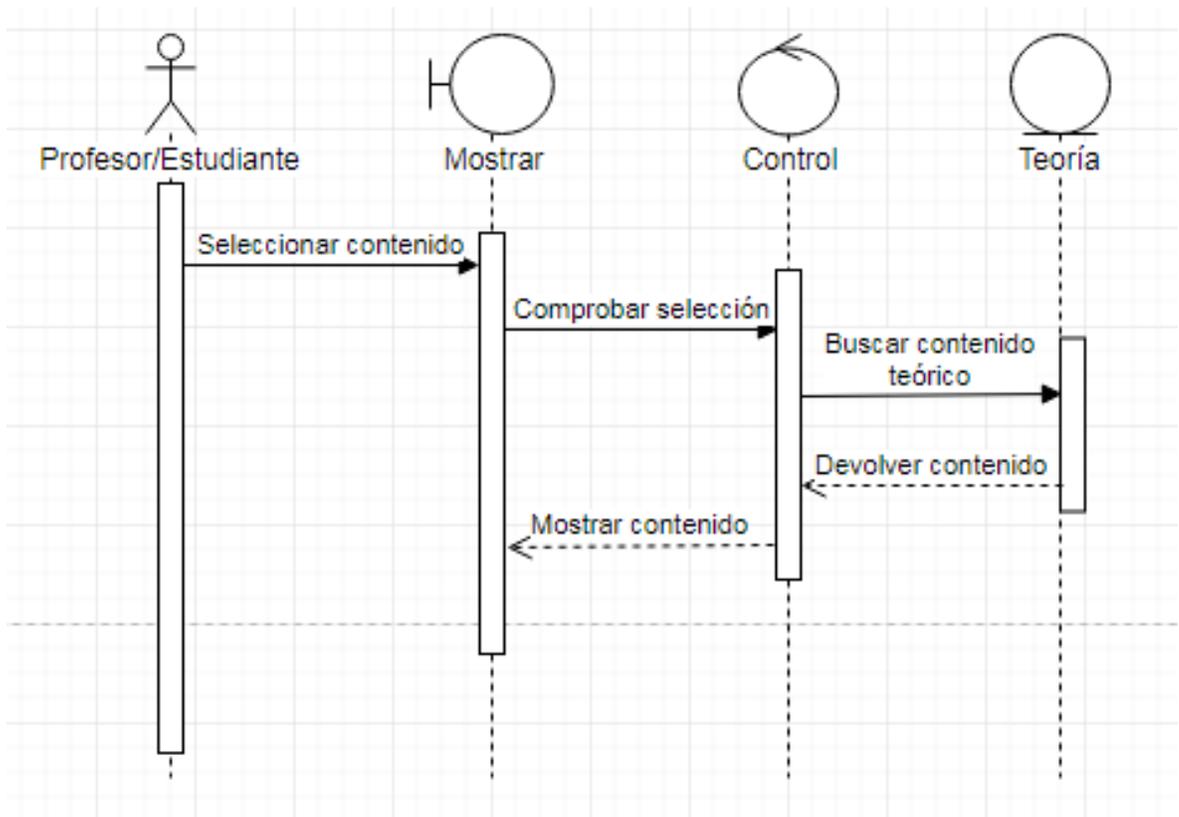
### Actores

Los usuarios en general podrán acceder a esta funcionalidad.

### Precondiciones

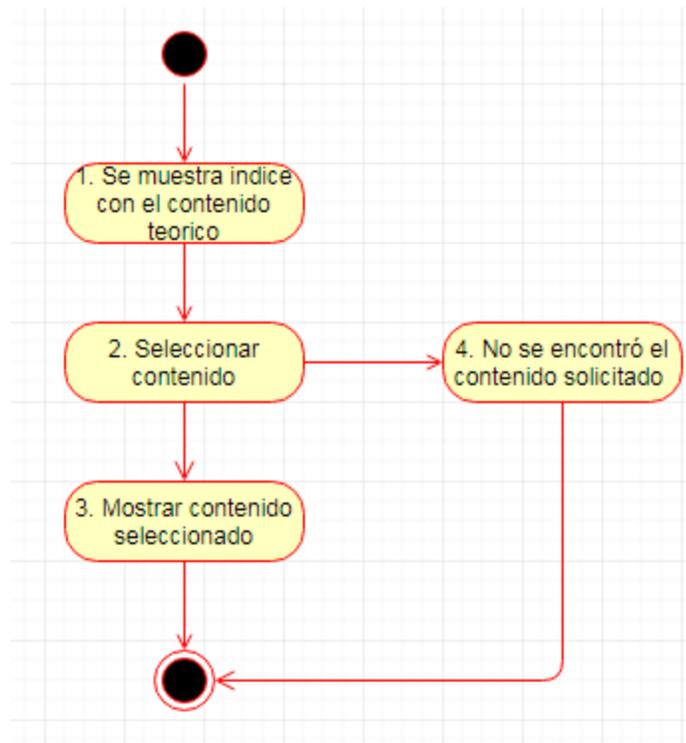
-

Ilustración 20 Diagrama de secuencia: Mostrar contenido teórico



Fuente: El autor

Ilustración 21 Diagrama de actividades: Mostrar contenido teórico



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) Se muestra índice con el contenido teórico
  - 2) Seleccionar contenido
  - 3) Mostrar contenido seleccionado
- FIN

### Flujo alternativo

Partiendo del 2.

- 4) No se encontró contenido solicitado
- FIN

### 7.2.11. REGISTRAR PROFESOR

En este caso se podrá realizar el registro de los Profesores, se mostrará la información requerida para realizar el registro.

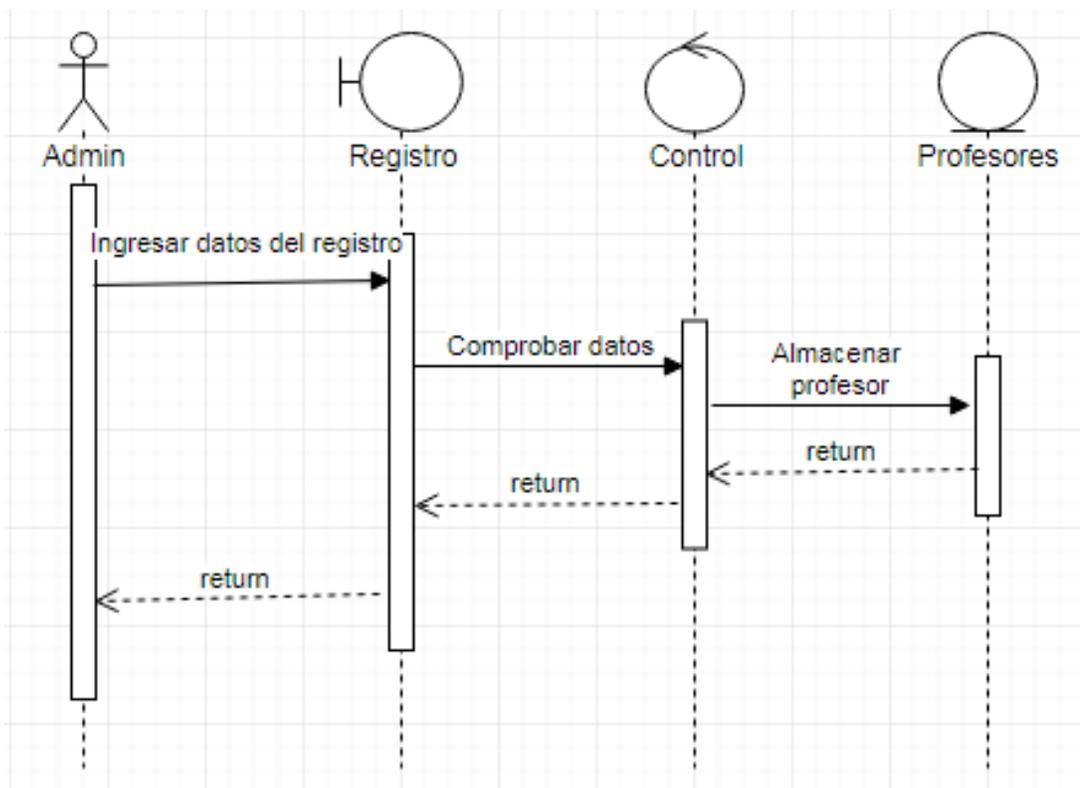
#### Actores

El Administrador será el encargado de realizar el registro de Profesores en la aplicación.

#### Precondiciones

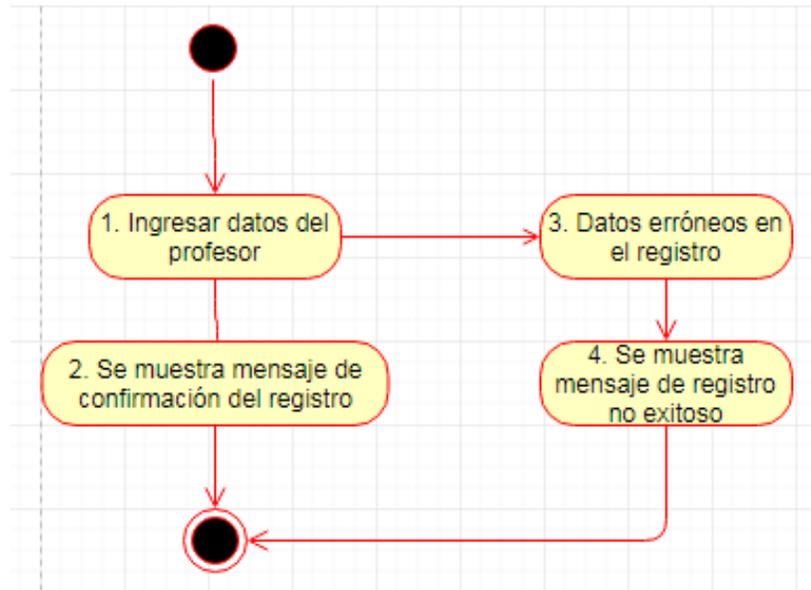
-

Ilustración 22 Diagrama de secuencia: Registrar profesor



Fuente: El autor

Ilustración 23 Diagrama de actividades: Registrar profesor



Fuente: El autor

### Flujo básico

- 1) Ingresar datos del profesor
  - 2) Se muestra mensaje de confirmación del registro
- FIN

### Flujo alternativo

Partiendo del 1.

- 3) Datos erróneos en el registro
  - 4) Se muestra mensaje de registro no exitoso
- FIN

## 8. RESULTADOS

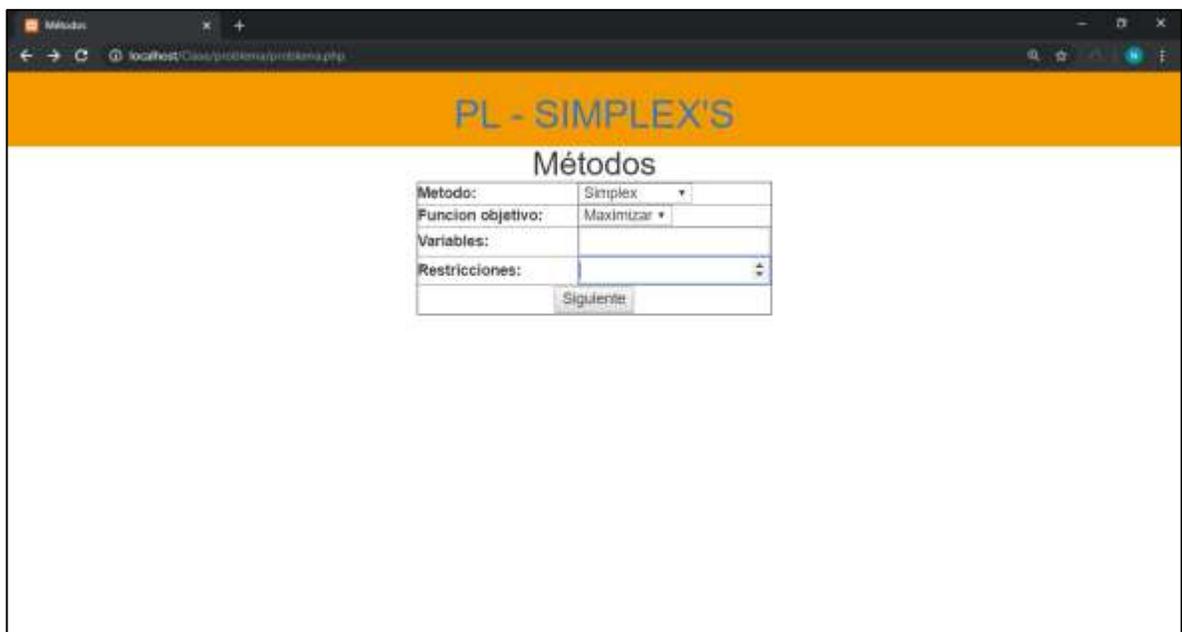
### 8.1. ANÁLISIS Y DISEÑO

Se utilizó una herramienta que facilitaba el modelado UML, de Casos de Uso y de Secuencia. Se planteó un funcionamiento inicial del software a partir de estos modelos.

### 8.2. MÓDULO PRÁCTICO

El estilo que presenta la aplicación es bastante simple y práctico apoyándose en archivos CSS propiamente diseñados, también se usaron algunas clases de Bootstrap; se utilizó HTML para el envío de datos de los formularios, y un código PHP donde se encuentra el algoritmo Simplex.

*Ilustración 24 Módulo práctico: Formulario métodos*



The screenshot shows a web browser window with the URL `localhost/Class/problema/problema.php`. The page has an orange header with the text "PL - SIMPLEX'S". Below the header, the title "Métodos" is centered. The form contains the following fields:

Metodo:	Simplex ▾
Funcion objetivo:	Maximizar ▾
Variables:	
Restricciones:	

At the bottom of the form is a button labeled "Siguiete".

*Fuente: El autor*

Ilustración 25 Módulo práctico: Formulario restricciones

PL - SIMPLEX'S

Funcion Objetivo:

Restricciones:

	x1 +		x2 +		x3	
	x1 +		x2 +		x3	<= *
	x3 +		x2 +		x3	<= *
Resolver						

Fuente: El autor

Ilustración 26 Módulo práctico: Interfaz de respuesta

Tabla 1

			300	200	150	0	0
Bases	CB	LD	X1	X2	X3	X4	X5
3	0	50	2	1	2	1	0
4	0	60	3	1	0	0	1
Z		0	-300	-200	-150	0	0

Tabla 2

			300	200	150	0	0
Bases	CB	LD	X1	X2	X3	X4	X5
3	0	10	0	0.3333333333333333	-2	1	-0.6666666666666667
1	300	20	1	0.3333333333333333	0	0	0.3333333333333333
Z		6000	0	-100	-150	0	300

Tabla 3

			300	200	150	0	0
Bases	CB	LD	X1	X2	X3	X4	X5
3	150	5	0	0.1666666666666667	1	0.5	-0.3333333333333333
1	300	20	1	0.3333333333333333	0	0	0.3333333333333333
Z		6750	0	-75	0	75	30

Tabla 4

			300	200	150	0	0
Bases	CB	LD	X1	X2	X3	X4	X5
2	200	20	0	1	6	-3	-2
1	300	10	1	0	-2	-1	1
Z		9000	0	0	450	300	-100

Tabla 5

			300	200	150	0	0
Bases	CB	LD	X1	X2	X3	X4	X5
2	200	50	2	1	2	-1	0
5	0	10	1	0	-2	-1	1
Z		10000	0	0	250	200	0

Fuente: El autor

### 8.3. MÓDULO PASO A PASO

Se muestra la solución de ejercicios paso a paso, se crean tablas que contienen la iteración del algoritmo y otro tipo de tabla que muestra las operaciones realizadas, estas tablas se realizaron en HTML, este módulo presenta la funcionalidad de varios botones los cuales permiten avanzar o retroceder entre tablas (las cuales representan la iteración del algoritmo) y mostrar u ocultar las operaciones realizadas, estas acciones se realizan a través de un archivo .js con llamados jQuery.

*Ilustración 27 Módulo paso a paso: Interfaz de selección*



*Fuente: El autor*

Ilustración 28 Módulo paso a paso: Interfaz primera iteración

**Método Simplex**

Mostrar/Ocultar planteamiento del problema

Maximizar:  $Z = 350X1 + 300X2$

Sujeto a (s.a):

$4X1 + 3X2 \leq 130$

$2X1 + 2X2 \leq 90$

$1X1 + 0X2 \leq 20$

$X1, X2 \geq 0$

Maximizar:  $Z = 350X1 + 300X2 + 0X3 + 0X4 + 0X5$

Sujeto a (s.a):

$4X1 + 3X2 + 1X3 = 130$

$2X1 + 2X2 + 1X4 = 90$

$1X1 + 0X2 + 1X5 = 20$

$X1, X2, X3, X4, X5 \geq 0$

--Como la restriccion es de tipo "<=" se le agrego una variable de holgura X3

--Como la restriccion es de tipo "<=" se le agrego una variable de holgura X4

--Como la restriccion es de tipo "<=" se le agrego una variable de holgura X5

FO			350	300	0	0	0
Base	Cb	Ld	P1	P2	P3	P4	P5
P3	0	130	4	3	1	0	0
P4	0	90	2	2	0	1	0
P5	0	20	1	0	0	0	1
Z			-350	-300	0	0	0

Fuente: El autor

Ilustración 29 Módulo paso a paso: Interfaz respuesta

**Método Simplex**

FO			350	300	0	0	0
Base	Cb	Ld	P1	P2	P3	P4	P5
P2	300	130/3	4/3	1	1/3	0	0
P4	0	10/3	-2/3	0	-2/3	1	0
P5	0	20	1	0	0	0	1
Z		13000	50	0	100	0	0

Fila pivote: Fila 3						
20/1=20	1/1=1	0/1=0	0/1=0	0/1=0	0/1=0	1/1=1
Fila 1						
$50/3 - ((-4/3)*20) = 130/3 - ((-4/3)*1) = 4/3 - ((-4/3)*0) = 1/3 - ((-4/3)*0) = 1/3 - ((-4/3)*0) = 0 - 4 - ((-4/3)*1) = 0$						
Fila 2						
$50/3 - ((2/3)*20) = 10/3 - ((2/3)*1) = -2/3 - ((2/3)*0) = 0 - 2 - ((2/3)*0) = -2/3 - ((2/3)*0) = 1 - 2 - ((2/3)*1) = 0$						
Fila Z						
$12000 - (-50*20) = 13000 - (-50*1) = 50 - (-50*0) = 0 - (-50*0) = 100 - (-50*0) = 100 - (-50*0) = 0 - 50 - (-50*1) = 0$						

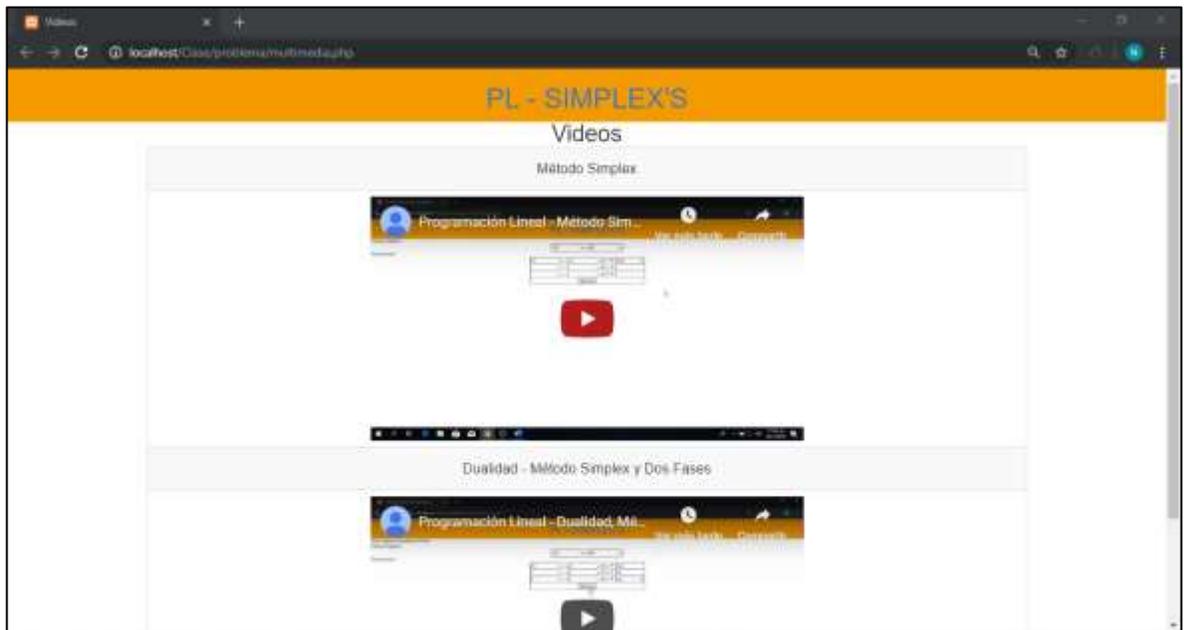
RESPUESTA	
Solucion optima Z=	13000
X1=	0
X2=	130/3

Fuente: El autor

#### 8.4. MÓDULO MULTIMEDIA

Se logra enlazar los videos subidos previamente a la plataforma de YouTube a través de la opción que esta misma ofrece (compartir), la cual brinda las líneas de código necesarias para la acción.

*Ilustración 30 Módulo multimedia*



*Fuente: El autor*

## 8.5. MÓDULO ESTUDIANTE PROFESOR

Se desarrollaron módulos en donde el estudiante y profesor podrá realizar las actividades relacionadas al registro de estudiantes, registro de cursos, asignación de notas, modificación de las mismas y la consulta por parte del estudiante.

### 8.5.1. MÓDULO ESTUDIANTE

En este módulo el estudiante podrá visualizar la nota asignada por el profesor a cargo, todo esto a través de consultas internas de la base de datos. La estructura de esta interfaz está basada en código HTML y en funciones PHP que facilitan las consultas a la base de datos.

*Ilustración 31 Módulo estudiante: Interfaz consulta de notas*



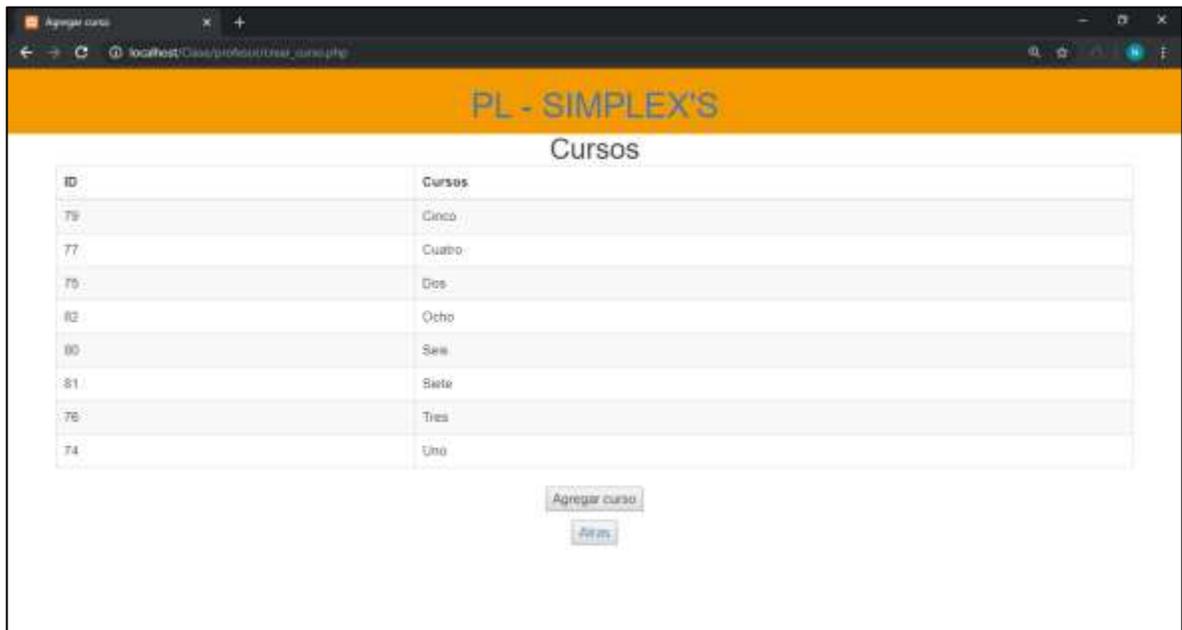
Nombres	Apellidos	Correo	Nota
Estudiante	Uno	estudiante1@correo.com	1.5

*Fuente: El autor*

## 8.5.2. MÓDULO PROFESOR

En este módulo el profesor podrá registrar nuevos cursos, registrar estudiantes a dichos cursos, asignar y modificar la calificación de los estudiantes. La estructura de esta interfaz está basada en tablas y formularios de HTML y funciones PHP que facilitan las consultas a la base de datos.

Ilustración 32 Módulo profesor: Formulario registro de cursos



Fuente: El autor

Ilustración 33 Módulo profesor: Formulario registro de estudiantes

The screenshot shows a web browser window with the URL `localhost/Class/profesor/registro_estudiantes.php`. The page has an orange header with the text "PL - SIMPLEX'S". Below the header, the title "Estudiantes" is centered. Underneath the title is a button labeled "Agregar estudiante". Below that is the section "Información del estudiante" which contains three input fields: "Nombres", "Apellidos", and "Correo electrónico". Below the "Correo electrónico" field is a dropdown menu with the text "-Selecciona-" and a downward arrow. At the bottom of the form are two buttons: "Guardar" and "Atras".

Fuente: El autor

Ilustración 34 Módulo profesor: Formulario registro y medicación de notas

The screenshot shows a web browser window with the URL `localhost/Class/profesor/notas_dos.php`. The page has an orange header with the text "PL - SIMPLEX'S". Below the header, the title "Estudiantes" is centered. Underneath the title is a table with five columns: "#", "Nombres", "Apellidos", "Correo", and "Nota". The table contains three rows of student data. Below the table are two buttons: "Guardar" and "Atras".

#	Nombres	Apellidos	Correo	Nota
1	Estudiante	Dos	estudiante2@correo.com	4
2	Estudiante	Tres	estudiante3@correo.com	3,2
3	Estudiante	Uno	estudiante1@correo.com	1,8

Fuente: El autor

## 8.6. PRUEBAS EN CLASE

Se presentó parte del desarrollo del proyecto y los resultados obtenidos en la actividad de prueba realizada al software en un curso de Investigación de Operaciones I con una cantidad de 27 estudiantes de ingeniería de sistemas de séptimo y octavo semestre, en la cual se realizó la explicación de 2 ejemplos con contenidos teórico y 2 prácticos, con una duración estimada de 1 hora de trabajo, de estas pruebas se recibió la retroalimentación del software por parte de los estudiantes y profesor encargado.

En el apartado visual los estudiantes expresaron la comodidad que presenta el software al mostrarse de una manera sencilla y concisa, también se presentó la opción de utilizar los colores institucionales en el sitio web. Por la parte de solución de los problemas con por los algoritmos simplex/dos fases o dual, se presentó la opción de ingresar los datos del problema adjuntado una hoja de cálculo que contenga los valores necesitados para el planteamiento del problema. También se contempló la opción de que, en la fase de ingreso de datos del problema, el algoritmo pueda identificar los espacios vacíos como un cero (0). En el momento de realizar ejercicios de prueba en la aplicación con el fin de mostrar su funcionamiento, se encontró una falla por parte del algoritmo al tomar una decisión errónea, este error se encontró al realizar una prueba con una cantidad de restricciones y variables más grande que los problemas usualmente vistos en un salón de clase; gracias a estas pruebas se facilitó el proceso de depuración del algoritmo. Se considera la solución de un ejercicio donde las variables utilizadas sean representadas por su valor real, ejemplo: si normalmente ( $x_1$ ) tomara el valor de una variable decisión para un ejemplo específico como lo serían la cantidad de sillas ( $x_1 = \text{número de sillas}$ ), en la tabla donde se mostrará la solución no aparecería esta variable ( $x_1$ ), sino que se mostraría el nombre de la misma (número de sillas, sillas, #sillas, etc.), todo esto con el fin de que el estudiante a través de la solución del ejercicio identifique de una manera más clara los cambios que presentan las

variables. Se aprovechó el espacio en clase para preguntar a los estudiantes acerca del contenido multimedia (audiovisual) que contendrá la página web, a lo que los estudiantes respondieron que les gustaría ver estos tutoriales apoyados en la misma aplicación desarrollada, la otra opción presentada era el uso de aplicación de hoja de cálculo.

## 9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se logra atacar el problema de unificación de un software que brinde la solución de problemas a través del algoritmo Simplex/Dos fases o su problema dual asociado. Ya que las mayorías de herramientas presentes ayudan a la solución de problemas primal a través del algoritmo Simplex/Dos fases, cabe recalcar que la herramienta convierte el planteamiento del problema primal en dual y procede a encontrar su solución, funcionalidad que apoya al estudiante al momento de solucionar este tipo de ejercicios.

La implementación del contenido multimedia (audiovisual) mostro aceptación por parte de los estudiantes los cuales hacen parte del público objetivo de la herramienta, contar con este contenido y de fácil acceso a través de la aplicación también se mostraba como un problema o necesidad presentada en otras herramientas software ya desarrolladas.

El acompañamiento que también brinda la aplicación a los estudiantes en el proceso de aprendizaje y entendimiento del software y algoritmos se ve reflejado en el módulo paso a paso, ya que esta muestra una interfaz similar al módulo de solución de problemas donde se visualizan las iteraciones hechas por el algoritmo para encontrar la respuesta al problema, con la diferencia de que este módulo presenta ejercicios/ejemplos ya resueltos con sus respectivas iteraciones, planteamiento del problema y una tabla adicional por cada iteración que muestra los cálculos realizados por el algoritmo en cada fila.

Al momento de desarrollar el software se tomaron varias recomendaciones de parte de los estudiantes del curso en donde fue puesto a prueba el software, como también se consideraron algunas de ellas como trabajos a futuro y de posible aplicación. Partiendo del módulo paso a paso donde se implementó un ejemplo en el cual se preservará el nombre de las variables a lo largo de toda la iteración del algoritmo, para así poder apreciar sus cambios en el proceso; por parte del trabajo a futuro se considera viable en la implementación de una herramienta que permita

anexar un documento como una hoja de cálculo que facilite el planteamiento del ejercicio y sus variables en la aplicación, para este proceso recomienda que se brinde al usuario una plantilla desde el sitio web donde especifique los estándares que se deben llevar en el documento.

Se considera entablar una comunicación con la universidad para considerar la opción de montar en uno de los servidores la página web, y así permitir el acceso a la aplicación que acompaña temas que corresponden al curso de Investigación de Operaciones I.

También se recomienda a futuro ampliar la sección de paso a paso especificando de una manera más detallada la aplicación y procedimiento del algoritmo a través de sus iteraciones, todo esto con el fin de mejorar el proceso explicativo del mismo para el estudiante.

Se recomienda implementar el método gráfico, ya que este no fue posible de implementar en el periodo de desarrollo establecido. Este método ayudaría al estudiante a entender el algoritmo y su solución de una manera diferente y así ampliando la variedad de herramientas educativas que brinda el sitio web.

Es recomendable la implementación del algoritmo Simplex cuando la función objetivo sea minimizar, ya que la herramienta software en estos casos cambia el problema a otro equivalente de maximización multiplicando este por menos uno; es decir,  $\min Z = \max Z (-1)$ . Esto con el fin de que el estudiante se entere de las variaciones que el algoritmo presenta.

## 10. BIBLIOGRAFIA

- Arango Uribe, F., & Duran Niño, D. (2005). *SOFTWARE EDUCATIVO PARA EL SOPORTE A LA ASIGNATURA SISTEMAS DE TRANSPORTE Y APROVECHAMIENTO DE FLUIDOS*. UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER.
- Cáceres Rueda, R. A., & Castro Torres, A. (2005). *SOFTWARE EDUCATIVO MULTIMEDIA PARA LA OPERACIÓN Y MANTENIMIENTO DE CALDERAS ACUOTUBULARES DE TIRO FORZADO TIPO D*. UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER.
- Fernandez, V., Urdangarin, I., & Zelaia, A. (2014). *Herramienta gráfica para el aprendizaje del algoritmo simplex* (p. 5). p. 5.
- Izquierdo Granja, D., & Ruiz Ruiz, J. J. (2006). PHPSimplex. Retrieved from <http://www.phpsimplex.com/index.htm>
- Ramírez Marroquín, J. L., Toraya Lazo de la Vega, H. J., & Munguía Balvanera, E. (n.d.). *Software Didáctico para la solución a Modelos de Programación Lineal* (p. 6). p. 6.
- Salazar Salazar, R. A. (2011). *SOFTWARE PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL APLICANDO EL ALGORITMO SIMPLEX (CASO FÁCIL)*. UNIVERSIDAD DE ORIENTE.
- Sanguino García, H. R., & Santos García, M. (2004). *SEMANQ: SOFTWARE EDUCATIVO MULTIMEDIA QUE APOYA EL APRENDIZAJE DE LA NOMENCLATURA QUÍMICA.\**. UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER.
- UTFSM. (2003). *Fundamentos de Investigación de Operaciones Investigación de Operaciones 1 Método Simplex* (Vol. 60, pp. 1–26). Vol. 60, pp. 1–26. Retrieved from [https://www.inf.utfsm.cl/~esaez/fio/s2\\_2003/apuntes/simplex-2003-2.pdf](https://www.inf.utfsm.cl/~esaez/fio/s2_2003/apuntes/simplex-2003-2.pdf)

UTFSM. (2004). *Fundamentos de Investigación de Operaciones Formulación de Modelos de Programación Lineal* (p. 14). p. 14. Retrieved from [https://www.inf.utfsm.cl/~esaez/fio/s2\\_2003/apuntes/lp\\_s2\\_2003.pdf](https://www.inf.utfsm.cl/~esaez/fio/s2_2003/apuntes/lp_s2_2003.pdf)