ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO

WILSON SÁNCHEZ PACHECO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA-UNAB

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

BUCARAMANGA

2019

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO

WILSON SÁNCHEZ PACHECO

Proyecto de grado presentado como requisito para optar al título de

Magíster en Educación

Director

SERGIO DANIEL QUIROGA FLOREZ

Doctor en Educación

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BUCARAMANGA

MAESTRIA EN EDUCACION

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

BUCARAMANGA

2019

Dedicatoria

Dedicado a Dios en primer lugar, por ser mi luz y mi guía, para realizar este proyecto.

A mis padres por apoyarme en todos los momentos de mi vida,

A mi esposa y a mis hijos, por ese apoyo y amor incondicional que me brindan.

Wilson Sánchez Pacheco.

Agradecimientos

El Autor expresa sus más sinceros agradecimientos a:

Quienes conforman la Universidad Autónoma de Bucaramanga, en especial al Programa de Maestría en Educación, liderado por la Doctora Adriana Inés Ávila Zárate

A mi director de proyecto de grado, Sergio Daniel Quiroga Flórez, quién con sus conocimientos, aportes y dedicación, contribuyó a logró de este objetivo.

A todas aquellas personas que de una u otra forma lograron que este proyecto de grado se hiciera realidad.

Finalmente, a mis compañeros docentes y a estudiantes del grado 11°, de igual forma a toda la comunidad que conforma la institución educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander, que marcaron cada etapa en el desarrollo de maestría.

A todos, gracias.

Resumen

El propósito de la investigación fue el fortalecimiento del pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado once de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander, interpretadas desde algunos referentes teóricos, como las teorías del aprendizaje, formuladas por Piaget, Ausubel y Polya; el pensamiento matemático variacional de Vasco, la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud y las estrategias didácticas de Fierro y Tapia, en el que se incluyen los cuadrados mágicos. El desarrollo se enmarcó dentro del paradigma de investigación cualitativo-descriptivo, con un enfoque de Investigación-Acción, con la aplicación de actividades prácticas de aula como instrumento metodológico para un diagnóstico, mediante el cual se identifica y explica las dificultades o avances que muestran los estudiantes desde indicadores planteados por el Ministerio de Educación Nacional en los lineamientos curriculares del área de Matemáticas, para el desarrollo de procesos cognitivos implicados en el pensamiento variacional. Las actividades se llevaron a cabo haciendo uso de las TIC, apoyadas en la herramienta Kahoot en tres momentos: de familiarización, de orientación y de profundización, siguiendo lo que expone David Ausubel, sobre el aprendizaje significativo.

Con los resultados se identificó como el uso de manipulables físicos y virtuales, contribuyen en su proceso de aprendizaje, permitiéndoles comprender los temas estudiados de forma fácil, poner en práctica sus conocimientos previos y desarrollar sus habilidades de razonamiento. Considerando que las actividades desarrolladas a partir de estos manipulables, fueron de mucho agrado, interesantes y prácticas.

Palabras clave: Pensamiento matemático variacional, estrategias didácticas, herramienta Kahoot.

Abstract

The purpose of the research was the strengthening of variational mathematical thinking through didactic strategies in the eleventh grade students of the Teodoro Gutiérrez Calderón Educational Institution of the Municipality of San Cayetano, Norte de Santander Department, interpreted from some theoretical referents, such as theories of the learning, formulated by Piaget, Ausubel and Polya; the variational mathematical thought of Vasco, the theory of the conceptual fields of Gérard Vergnaud and the didactic strategies of Fierro and Tapia, in which the magic squares are included. The development was framed within the paradigm of qualitative-descriptive research, with a Research-Action approach, with the application of classroom practical activities as a methodological instrument for a diagnosis, through which the difficulties or advances shown by the results are identified and explained. students from indicators proposed by the Ministry of National Education in the curricular guidelines of the Mathematics area, for the development of cognitive processes involved in variational thinking. The activities were carried out using ICT, supported by the Kahoot tool in three moments: familiarization, orientation and deepening, following what David Ausubel explains about meaningful learning.

With the results, it was identified as the use of physical and virtual manipulatives, contribute in their learning process, allowing them to understand the topics studied in an easy way, put their prior knowledge into practice and develop their reasoning skills. Considering that the activities developed from these manipulables were very pleasant, interesting and practical.

Keywords: Variational mathematical thinking, didactic strategies, Kahoot tool.

Tabla de Contenido

pág.

Introducción 15

1. Contextualización de la Investigación 18

1.1 Situación Problémica 18

1.1.1 Formulación del Problema 23

1.1.2 Objetivo General 23

1.1.3 Objetivos Específicos 23

1.2 Justificación 24

1.3 Contextualización de la Institución 28

1.3.1 Misión: 30

1.3.2 Visión 30

2. Marco Referencial 31

2.1 Antecedentes 31

2.1.1 En el Ámbito Internacional 31

2.1.2 En el Ámbito Nacional 33

2.1.3 En el Ámbito Regional 37

2.2 Marco Teórico 39

2.2.1 Teorías de aprendizaje 39

2.2.2 La teoría de los campos conceptuales 45

2.2.3 El pensamiento numérico variacional 48

2.2.4 Estrategias didácticas cognitivas 55

2.2.5 Estrategias didácticas haciendo uso de las TIC 60
2.3 Marco Conceptual 63
2.3.1 Pensamiento matemático 63
2.3.2 Procesos matemáticos 66
2.3.3 La Secuencia Didáctica 71
2.3.4 El uso de Kahoot como herramienta TIC 75
2.3.5 La Evaluación 76
2.4 Marco Legal 78
3. Metodología 82
3.1 Tipo de Investigación 82
3.2 Proceso de la Investigación 83
3.2.1 Fase I: Planificación 84
3.2.2 Fase II: Acción 84
3.2.2 Fase II: Actuar 86
3.2.3 Fase III: Observación 86
3.2.4 Fase IV: Reflexión 86
3.3 Población y Muestra 87
3.3.1 Población 87
3.3.2 Muestra 87
3.4 Instrumentos para la recolección de la información 88
3.4.1 Entrevista Inicial a Estudiantes 88
3.4.2 Prueba Diagnóstica Inicial y final 88
3.4.3 Diario de Campo 92

3.4.4 La Observación 92
3.5 Validación de los Instrumentos 92
3.6 Principios Éticos 93
3.7 Resultados y Discusión 94
3.7.1 Resultados de la aplicación de la Entrevista inicial a Estudiantes 94
3.7.2 Resultados de la Prueba inicial diagnóstica 100
3.7.3 Análisis de resultados de la aplicación de las estrategias 106
3.7.4 Discusión 115
4. Propuesta 126
4.1 Presentación 126
4.2 Justificación 127
4.3 Objetivos de la Propuesta 130
4.3.1 Objetivo General de la propuesta 130
4.3.2 Objetivos específicos de la propuesta 130
4.4 Indicadores de Logros 130
4.5 Metodología 131
4.6 Fundamento Pedagógico 132
4.7 Diseño de Actividades 134
4.8 Impactos esperados 147
5. Conclusiones 149
6. Recomendaciones 152
Referencias 153
Anexos 162

Lista de Tablas

pág.

Tabla 1. Distribución de la población 87

Tabla 2. Codificación para identificación de los estudiantes 88

Tabla 3. Distribución de las preguntas de acuerdo a cada DBA 89

Tabla 4. Categorización de la información 90

Tabla 5. Descripción de las categorías de análisis 91

Tabla 6. Matriz de juicio valorativo de la prueba inicial diagnóstica 104

Tabla 7. Triangulación de la información 123

Tabla 8. Actividad 1, Independiente: Aprendiendo el Manejo de la herramienta Kahoot 135

Tabla 9. Actividad 1, Secuencia Didáctica 1: Recolectando elementos 136

Tabla 10. Actividad 2, Secuencia Didáctica 1: Recordando elementos 137

Tabla 11. Actividad 3, Secuencia Didáctica 1: Adquiriendo a distinguir los elementos 138

Tabla 12. Actividad 4, Secuencia Didáctica 1: Usando los elementos 139

Tabla 13. Actividad 1, Secuencia Didáctica 2: Mezclando Elementos 140

Tabla 14. Actividad 2, Secuencia Didáctica 2: Aprendiendo Mezclas 141

Tabla 15. Actividad 3, Secuencia Didáctica 2: Aprendiendo a realizar brebajes 142

Tabla 16. Actividad 4, Secuencia Didáctica 2: Usando los brebajes 143

Tabla 17. Actividad 1, Secuencia Didáctica 3: Creando portales 144

Tabla 18. Actividad 2, Secuencia Didáctica 3: Creando portales 145

Tabla 19. Comparativo de resultados prueba inicial diagnóstica y post prueba final 146

Lista de Figuras

pág.

Figura 1. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas del grado 11° 19

Figura 2. Descripción general del componente numérico-variacional en matemáticas del grado 11° 20

Figura 3. Dificultades de los estudiantes del grado 11° en el aprendizaje de las matemáticas 21

Figura 4. Ubicación Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón 29

Figura 5. Resultados Prueba Inicial diagnóstica 104

Figura 6. Pregunta y respuesta de las producciones realizadas por los estudiantes 107

Figura 7. Apreciaciones de los estudiantes sobre las actividades desarrolladas a partir de una representación mental 108

Figura 8. Desarrollo de la evaluación realizada por los estudiantes en la actividad Recolectando y mezclando elementos 108

Figura 9. Repaso de conocimientos con el apoyo de la herramienta kahoot 109

Figura 10. Evaluación de conocimientos previos vistos con el apoyo de la herramienta kahoot 110

Figura 11. Usando elementos, construyendo el manipulable físico, el dominó 110

Figura 12. Desarrollo de la factorización de las expresiones algebraicas para la construcción del dominó 111

Figura 13. Respuesta de uno de los grupos a una de las preguntas evaluadas 112

Figura 14. Usando brebajes, elaborando una escalera 112

Figura 15. Evaluando el uso brebajes 113

Figura 16. Evaluando el uso brebajes 114

Figura 17. Desarrollo de funciones con el apoyo de la graficadora google..... 114

Figura 18. Conexiones conceptuales del pensamiento variacional..... 118

Figura 19. Comparativo de pre y post prueba diagnóstica..... 146

Lista de Ilustraciones

pág.

Ilustración 1. Aplicación de la Entrevista y prueba diagnóstica 211

Ilustración 2. Socialización de la propuesta 211

Ilustración 3. Planificación de la propuesta 212

Ilustración 4. Diseño de la propuesta haciendo uso de KAHOOT 212

Ilustración 5. Ejecución de la propuesta 213

Ilustración 6. Actividades para la construcción del juego de la Escalera y el dominó 214

Ilustración 7. Actividad construyendo el plano cartesiano 215

Ilustración 8. Prueba final diagnóstica 215

Lista de Anexos

pág.

Anexo 1. Notas primer período 163

Anexo 2. Consentimientos Informados 164

Anexo 3. Entrevista Inicial a Estudiantes 167

Anexo 4. Prueba Inicial Diagnóstica 170

Anexo 5. Rejilla de Observación 174

Anexo 6. Rejilla de Validación de Instrumentos 176

Anexo 7. Diario de Campo 177

Anexo 8. Producciones realizadas por los estudiantes en la propuesta pedagógica 182

Anexo 9. Secuencia Didáctica 190

Anexo 10. Evidencias Fotográficas 211

Introducción

La matemática ha logrado cambiar la historia de la humanidad, se puede identificar como el área de estudio que permea todos los niveles educativos. Es decir, trata de dilucidar las incógnitas que representan los problemas del aprendizaje según el propio individuo tomando en cuenta factores como el contexto social, entre otros.

La sociedad actual posee demandas específicas acerca del conocimiento y la manera de enfocarlo. Un criterio fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática como de otros saberes, es el de buscar la comprensión de los conceptos y procedimientos que la escuela esta socialmente comprometida en impartir.

Es por ello que se hace necesario fomentar el cambio de las matemáticas tradicionales vinculando prácticas y estrategias activas significativas, como las que emergen del pensamiento variacional producto de la modelación de realidades contextuales.

Lo anterior, implica un cambio en cuanto a las estrategias y metodologías utilizadas por los docentes, teniendo en cuenta que con el uso de las TIC, con diferentes aplicaciones, entre ellas el Kahoot, siendo esta una herramienta que permite, aprender divirtiéndose, en particular, recreando conceptos matemáticos que se creían estáticos, como los conocimientos tangibles, que se adquieren en los libros, revistas, periódicos, etc. Los cuales se deben mejorar como lo señalan los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006), "ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativos y comprensivos que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos" (p. 49).

Por este motivo, la presente investigación sugiere el uso de estrategias didácticas para el desarrollo del pensamiento matemático variacional, ya que existe dificultad en la enseñanza y el

aprendizaje del algebra en los estudiantes del grado 11° de la institución educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del municipio de San Cayetano, las cuales no sólo facilitan en el estudiante el pensamiento crítico y diferente, sino también favorecen los procesos generales que se plantean en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) para el aprendizaje efectivo y su interacción con el entorno.

El desarrollo del proyecto se estructuró en seis capítulos, tal como se describe a continuación: en el Capítulo 1 se presenta el contexto en el cual se desarrolló el proceso de investigación; así mismo, se estableció un adecuado diagnóstico, identificación, y definición del problema; seguido se planteó la pregunta problema. También se formulan los objetivos general y específicos, y la justificación que muestra la importancia de la presente investigación.

En el Capítulo 2 se da a conocer los antecedentes con base a las investigaciones relacionadas a nivel internacional, nacional y regional, que sirvieron de apoyo para dar lugar a la comprensión del problema de investigación. También se evidenció el fundamento teórico necesario, propuesto por varios autores, en el que se explica de forma detallada, las diferentes teorías que fundamentan el pensamiento matemático variacional, la teoría del aprendizaje significativo, los campos conceptuales y la necesidad de emplear estrategias adecuadas, que permitieron introducir el juego y la competición en el aula.

En el Capítulo 3 se describe la Metodología de diseño cualitativo, con un enfoque de Investigación Acción, a fin de dar lugar a la descripción que ayuda a reconocer modelos de análisis, en la identificación y definición del problema objeto de estudio, con sus respectivos instrumentos.

En el Capítulo 4 se presentan los Resultados de la investigación, donde se realiza una descripción de la aplicación de los instrumentos diseñados, así como un registro fotográfico de

cada una de las actividades realizadas, teniendo en cuenta la observación, fundamentada en el desarrollo de la matriz de análisis de contenidos, en cada una de las clases impartidas por el docente. Se realizó además, la aplicación de técnicas y estrategias de carácter didáctico, al igual que una entrevista semiestructurada, para cada uno de los estudiantes. De igual modo se dio lugar a la utilización de tablas de acuerdo a un modelo narrativo, mediante la triangulación de los datos, con sus respectivos autores que fundamentan el proyecto.

En el Capítulo 5 se desarrollan las Conclusiones, las cuales hacen referencia a los hallazgos y resultados derivados de lo que fue todo el proceso de análisis y comparación con los fundamentos teóricos, así como la información recabada en el desarrollo de la investigación, lo cual es primordial para responder a lo que representa la pregunta de investigación formulada.

En el Capítulo 6 se da lugar a las recomendaciones y finalmente la bibliografía que referencia cada una de las citas expuestas en el desarrollo de la investigación.

1. Contextualización de la Investigación

1.1 Situación Problémica

Las Matemáticas equipan a los estudiantes con un potente conjunto de herramientas para entender y cambiar el mundo. Estas herramientas incluyen el razonamiento lógico, habilidades para resolver problemas, y la capacidad de pensar de manera abstracta (Serna & Polo, 2014). Por ello mediar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática como menciona el profesor italiano de matemáticas Bruno D´amore en la revista semana "radica más en innovar en las metodologías que en el cambio de currículos" (Semana, 2017, párr. 9), ya que ella permite, además de hacer transversalidad con otras áreas, comprender y resolver problemas de la vida cotidiana (MEN, 2006), donde el estudiante tiene un papel activo, lo que genera aprendizaje significativo (Ausubel, 1983, citado en Dávila, 2018). Por ello "hay que hacer un esfuerzo para que los estudiantes aprendan matemáticas según sus capacidades cognitivas, cambiando a menudo las metodologías de enseñanza" (Semana, 2017, párr. 8), y aprendizaje.

Como docente de aula, la práctica pedagógica se constituye en centro de interés y preocupación, debido a que se evidencia que la enseñanza actual en cuanto al pensamiento matemático variacional, se apoya en una tendencia de carácter tradicionalista, basado en recursos memorísticos, lo que mantiene completamente desmotivado al estudiante.

Por consiguiente, en la actualidad los estudiantes presentan grandes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, por la falta de motivación; ausencia de mejores ambientes pedagógicos; la limitación en el desarrollo de habilidades en procesos de razonamiento, comunicación y modelación, principalmente; causas que influyen notoriamente en su comprensión de la realidad, en la fallida toma de decisiones para continuar estudiando, y

particularmente, en los resultados obtenidos tanto en pruebas internas como externas (SABER-ICFES, PISA, etc.).

Colombia tiene como objetivo ser el país de Latinoamérica mejor educado en 2025. En las pruebas PISA realizadas en 2015, los estudiantes de todo el país obtuvieron 390 puntos en matemáticas, mejorando un poco la anterior presentación, superó a Brasil e igualó a Perú. Aun así, la OCDE manifestó que el 66% de los estudiantes en Colombia no alcanza los objetivos mínimos en esta disciplina (Semana, 2017).

En consideración, en el contexto educativo colombiano en los últimos años, se ha venido reflexionando acerca de la importancia del pensamiento matemático variacional acorde a los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), presentados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), más aún, al analizar el informe de las pruebas SABER 2016-2017, donde se identifican los desempeños de acuerdo a los estándares curriculares de los estudiantes del grado 11° (Ver Figura 1). Dicha prueba evalúa los componentes numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio y las competencias de razonamiento y argumentación; comunicación, representación y modelación; planteamiento y resolución de problemas (ICFES, 2017).

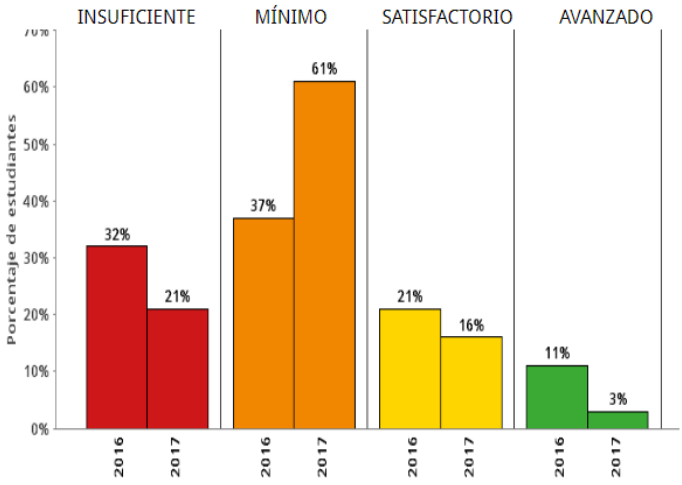


Figura 1. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas del grado 11°. Recuperado de ICFES, IE Teodoro Gutiérrez Calderón, 2017, p.71

Analizados los diferentes componentes y competencias, comparado cada uno con el año anterior como se observa en la figura 1, el nivel de insuficiente disminuyó 11 puntos, el nivel satisfactorio 5 y el nivel avanzado 8 puntos, y que al ser examinados con los contenidos de resolución de problemas (Ver Figura 2), se evidencia que siguen siendo deficientes, ya que en el año 2016, se encontraba el 25% insuficiente y satisfactorio en la interpretación de las mismas, lo que indica que se deben implementar acciones pedagógicas de mejoramiento; y el 25%, indicando que se debe seguir fortaleciendo esta competencia. Al igual sucede con el año 2017 el 30%, lo que indica que, aunque se mejoró se deben aplicar acciones pedagógicas y el 60%, indicando que se debe seguir fortaleciendo.

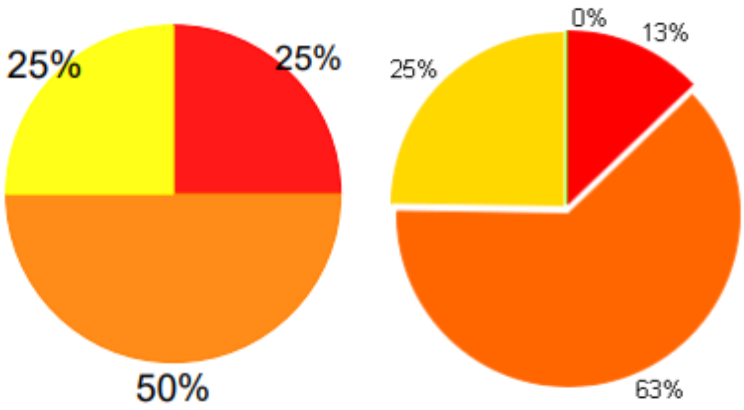


Figura 2. Descripción general del componente numérico-variacional en matemáticas del grado 11°. Recuperado de: ICFES, IE Teodoro Gutiérrez Calderón, 2016, p. 39; 2017, p.17.

Desglosando estos resultados se observa en la figura 3, que lo evidenciado en la figura 2, establece que los estudiantes presentan deficiencias en aspectos como el componente variacional, correspondiente a la competencia resolución de problemas en las cuales hay dificultad para la extracción, interpretación y análisis de datos, el uso del lenguaje más estructurado, de nociones y de conceptos para explicar y caracterizar fenómenos del entorno; encontrando como factor común en la prueba la dificultad de los estudiantes para interpretar, analizar, categorizar y

contextualizar información, habilidades estas que tiene que ver directamente con la competencia resolución de problemas en todas sus dimensiones.

Figura 3. Dificultades de los estudiantes del grado 11° en el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de: ICFES IE Teodoro Gutiérrez Calderón, 2017, p.5.

Por lo anterior, el autor de la presente investigación ha centrado la atención en el fortalecimiento del pensamiento matemático variacional, en los contenidos de la resolución de problemas, los resultados de las pruebas SABER 2017 del grado 11° de las Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander, evidencian que dicho pensamiento para la resolución de problemas es débil, como se referencia en las figuras 2 y 3.

En consecuencia la problemática anterior se viene presentando desde los estudios iniciales, donde los 28 jóvenes que cursan en la actualidad el grado 11º de educación media técnica, muestran gran dificultad en los contenidos de pensamiento numérico – variacional y sistema numérico, representada en la ausencia de dominio de un vocabulario matemático y la poca utilización de los conceptos previos para la adquisición de los nuevos conocimientos; hacen que

no se preocupen por entregar las actividades curriculares y extracurriculares; no encuentran empatía con el docente, ven las matemáticas como un área complicada; hasta llegar a buscar evadir dicha clase.

Hace falta motivar en los docentes titulares de esta asignatura un rastreo bibliográfico, que facilite la dinámica y soporte conceptual ajustado a las realidades de los estudiantes. contenidos del área de matemáticas, específicamente en el componente matemático variacional, identificando diferentes factores tales como prácticas educativas y transversalización de dicho componente en otras áreas del aprendizaje; como la estadística, las ciencias sociales, inclusive en la artística, es decir, la poca coherencia entre el quehacer pedagógico del docente y el currículo, que se traduce en una falta notoria de relaciones conceptuales entre los contenidos, los indicadores que desarrollan las competencias (Ausubel, 1983, citado en Dávila, 2018). Sumándose a esto la falta de aprovechar al máximo las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC), por las cuales los estudiantes muestran interés, pudiéndose ejercitar y potencializar el componente matemático variacional en esta área.

Desde las orientaciones del Ministerio de Educación Nacional, mediante los Estándares Básicos de Competencias, se establece lo que debe saber y saber hacer un estudiante, independiente del contexto, estrato social y lugar de residencia; por tanto, para el ciclo educativo del grado 11° de media técnica, el estudiante debe estar en la capacidad del uso de propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Por lo tanto, desde la perspectiva de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es importante la motivación del estudiante por aprender y desarrollar competencias, entre ellas la

comprensión de textos para la resolución de problemas, al integrar en el aula actividades y experiencias propias del entorno (Bruer, 1997, citado en Guzmán, 2014).

De acuerdo a ello se hace necesario implementar nuevas estrategias didácticas de enseñanza que faciliten el aprendizaje en un pensamiento lógico matemático que dinamice la potenciación del pensamiento variacional en los estudiantes del grado 11°, a través del fortalecimiento de los procesos asociados a este pensamiento y de las habilidades para resolver situaciones problémicas matematizables desde cualquier contexto. Para abordar esta problemática, se plantea el siguiente interrogante:

1.1.1 Formulación del Problema. ¿Qué estrategias didácticas permiten fortalecer el pensamiento matemático variacional en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander?

1.1.2 Objetivo General. Fortalecer el pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

1.1.3 Objetivos Específicos

- Identificar los factores del bajo rendimiento académico de los estudiantes de grado once en el área de las matemáticas.
- Usar las estrategias didácticas que desarrollen el pensamiento matemático variacional en los estudiantes de grado once.

- Evaluar la propuesta de intervención para el conocimiento del impacto generado con las estrategias didácticas aplicadas en el fortalecimiento del pensamiento matemático variacional.

1.2 Justificación

Como menciona Bocanegra (2017):

> La necesidad de que en la actualidad los estudiantes se enfrenten con mayor frecuencia a problemas que requieran el uso práctico de las matemáticas y que estén relacionados con su vida cotidiana, es una premisa que a diario se escucha y nos hace repensar en los procesos de enseñanza - aprendizaje. (p.15).

Es por ello que en la actualidad esta dificultad se convierte en un reto para los docentes de esta área y, por consiguiente, se debe lograr que los estudiantes desarrollen habilidades de pensamiento y el uso de herramientas, entre ellas las TIC, que les permitan la resolución de los problemas de su vida cotidiana para fortalecer el pensamiento matemático variacional (Guzmán, 2014; Dávila, 2018).

El uso de las TIC en el ámbito educativo requiere un nuevo tipo de estudiante y de docente. Según Riveros & Mendoza (2008):

> Las TIC reclaman la existencia de una nueva configuración del proceso didáctico y metodológico tradicionalmente usado en los centros, donde el saber no tenga por qué recaer en el docente y la función del estudiante no sea la de mero receptor de informaciones. (p.34).

Dentro de este contexto, como dice Galvis (1997, citado en Dávila, 2018):

> La evolución de las tecnologías de la información, particularmente a raíz del auge de los computadores y de las redes teleinformáticas, ha puesto al servicio de la educación lo mejor de las características del computador, es decir, dinamismo, interactividad, almacenamiento y procesamiento de la información.

> Gracias a ella, ante una tecnología sin precedentes, sobre la cual se pueden construir sistemas educacionales que contribuyan a la transmisión de la herencia cultural, la promoción de nuevos entendimientos, la creación de modelos propios de pensamientos. (p 90).

Por otra parte las propuestas pedagógicas acompañadas de herramientas didácticas han constituido un gran aporte para la educación, ayudando a superar las dificultades de aprendizaje de los estudiantes; siendo en la actualidad las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), las que se han convertido en uno de los principales ejes de apoyo debido a la gran aceptación que tienen entre los jóvenes.

Es así, como la presente investigación parte de la motivación principal por dar lugar a una mejora significativa del proceso enseñanza-aprendizaje del algebra, fundamentándose en una visión con mayor énfasis formativo, partiendo de lo establecido por el PEI, donde se permite generar una detección más acentuada de lo que representan las necesidades de transformación, en cuanto a propiciar la formación de estudiantes competentes y con mayor nivel de desempeño en cualquier área de su vida, ya sea personal, académico, cultural, entre otros.

En esencia, se pretende alcanzar un mayor nivel de coherencia, de acuerdo a lo que proponen las políticas institucionales, puesto que, ofrecer una educación de alta calidad, supone la posibilidad y necesidad de llevar a cabo el desarrollo de diversos procesos de transformación, que se fundamenten en la innovación, dando lugar a la promoción de un acentuado interés por el pensamiento matemático variacional, que a su vez permita a los estudiantes desarrollar mejores habilidades en patrones y regularidades, procesos algebraicos y análisis de funciones, que permitan generar las debidas alternativas de solución a los problemas que hacen parte de su cotidianidad.

Existe una variedad de acepciones relacionadas a la incidencia o relevancia que puede tener el pensamiento matemático variacional, en torno a la vida de los educandos, pero se puede asegurar

que, la resolución de problemas es considerado como una herramienta o instrumento de los procesos de enseñanza-aprendizaje que transversaliza y abarca algunas áreas que pertenecen al conocimiento. La intención es invitar a la adquisición del hábito de la lectura, tanto por los estudiantes que requieren de aprendizaje, como de los encargados de impartir conocimientos y propiciar la enseñanza, para de ese modo desarrollar un mejor nivel de competencias, necesarios para enfrentar cualquier escenario, reto o desafío, así como lograr una mejoría de los procesos de comunicación y relaciones con los semejantes.

En este tema, se considera que los profesionales pertenecientes al ámbito de la educación deben demostrar y ejercer un mayor compromiso, puesto que, es responsabilidad de éstos últimos, propiciar una mejor enseñanza y promoción del aprendizaje del algebra, en concordancia con los desafíos que supone la sociedad.

Por tal motivo, el proyecto surge de las necesidades encontradas en el aula de clases, partiendo de un diagnóstico, donde los resultados reflejaron la falta de interés y comprensión del pensamiento matemático variacional en sus tres componentes: patrones y regularidades, procesos algebraicos y análisis de funciones, en la cual el docente continuamente se enfrenta con estudiantes que presentan esta dificultad y obstaculizan el proceso de enseñanza- aprendizaje; se considera indispensable buscar estrategias que le permitan al educando fortalecer dicho pensamiento.

De igual manera se espera que otros docentes se den a la tarea de investigar la pertinencia de usar este tipo de estrategias educativas a partir del uso e implementación de recursos informáticos, los cuales generen un gran cambio en el paradigma tradicional, y ayudan a mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje del algebra. De este modo a partir de una metodología cualitativa con un enfoque de investigación-acción, se pretendió determinar el efecto que

tendrían unas estrategias basadas en talleres el componente matemático variacional apoyados por Recursos Informáticos como el Kahoot, para mejorar los componentes de: patrones y regularidades, procesos algebraicos y análisis de funciones de estudiantes de once grado de educación media técnica.

Cabe resaltar la importancia de las herramientas tecnológicas en la medida que las políticas educativas actuales están diseñadas para ser aplicadas a partir del desarrollo de competencias digitales. En una aldea global cosmopolita resulta cada día más significativo educar a partir del uso de estos entornos virtuales, los cuales están a disposición de la sociedad a partir del uso de un Pc con conexión a Internet, y en esta era digital la educación se hace precisa desde la perspectiva del uso de estas herramientas digitales.

En resumen, esta investigación pretendió integrar el impacto de los recursos informáticos en el proceso enseñanza - aprendizaje del algebra, con sentido lógico; que por su enfoque investigación – acción se logró dar ideas que mejoren la calidad de la educación, a partir de reflexión que surgió en esta práctica.

Por otra parte de acuerdo a lo que afirma Ramírez & Flórez (2007):

> No puede desconocerse que los estudiantes en este momento histórico, están inmersos en un mundo donde la tecnología y la información tienen un lugar cada vez más significativo en todos los contextos, de ahí que la tecnología suscite en ellos y ellas un alto interés tanto por la amplitud de posibilidades que les ofrece, como la oportunidad de actuar e interactuar de forma activa. (pp.5-6).

Ello hace que la propuesta se enfoque hacia el uso pedagógico de las TIC para el fortalecimiento del componente matemático variacional en el área de matemáticas, dando respuesta a la problemática planteada por los estudiantes del grado 11° de la Institución

Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander, en donde con el uso de las TIC en las estrategias didácticas, le permita al estudiante no solo la exploración de posibles soluciones, la modelación de la realidad, sino el desarrollo de estrategias y la aplicación de técnicas que le permitan desenvolverse en su cotidianidad.

Como dice Polya (1965, citado por Iriarte & Sierra, 2011):

> El profesor tiene en sus manos la llave del éxito ya que, si es capaz de estimular en los estudiantes la curiosidad, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente; pero, si por el contrario dedica el tiempo a ejercitarles en operaciones de tipo rutinario, terminará acabando en ellos el interés. (p. 77).

Así el docente debe generar toda su creatividad e ingenio para desarrollar estrategias que ayuden a los estudiantes a mejorar su lógica matemática y puedan lograr despertar su interés en este tema y sin que el estudiante se sienta presionado sea capaz de dar solución a problemas de tipo matemático.

1.3 Contextualización de la Institución

La Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón fue fundada hace 45 años y su nombre fue impuesto por solicitud de los Padres de Familia, en honor al hijo adoptivo de San Cayetano. Empezó a regir con licencia de funcionamiento No. 036 de enero 19 de 1973, con el curso primero de bachillerato, siendo rector el señor Jaime Alfonso Duarte, es de carácter oficial, mixto, ubicada en la calle 4 # 4-18 en el Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander (Ver Figura 1). (Docplayer, 2014).

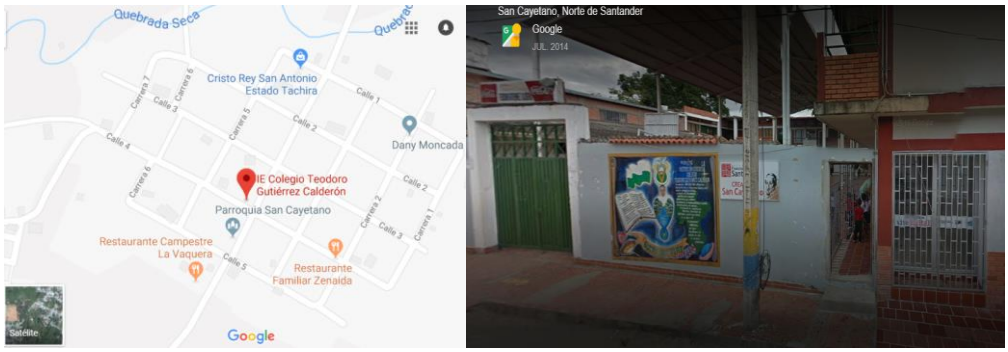


Figura 4. Ubicación Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón. Recuperado de: https://bit.ly/2ROpbIN

En la actualidad ofrece una formación integral e inclusiva basada en el modelo pedagógico activo a través del conocimiento científico y los manejos ambientales, que promueve la autonomía, la responsabilidad y el sentido de pertenencia a su entorno, el desarrollo de competencias laborales y fomentando las habilidades productivas, dentro de un marco de mejoramiento ambiental, que llegue a transformar la calidad de vida de la comunidad (Docplayer, 2014).

La institución educativa Teodoro Gutiérrez Calderón, para el año 2018, presta su servicio a 679 estudiantes en las jornadas mañana y tarde y sábados y domingos distribuidos así: 274 estudiantes en Básica y Media, 320 estudiantes en Básica Primaria y 85 Adultos (Colegio Gutiérrez Calderón, 2018).

El contexto sociocultural de la Institución Educativa en el cual está inmersa la investigación, presenta entre otras, las siguientes características: a) Familias pertenecientes a los estratos 0, 1, 2 y 3; b) Hogares donde la mayoría de las mujeres son cabeza de familia, c) Alta proporción de violencia intrafamiliar; d) Entre los padres de familia, existe un alto índice de desempleo, o de empleos poco calificados; e) Baja preparación académica, un alto porcentaje de los padres no obtiene el nivel de educación superior; f) La comunidad se ha visto últimamente afectada por el

trabajo informal, a ello se suma la migración de los hermanos venezolanos (Colegio Gutiérrez Calderón, 2018).

1.3.1 Misión:

La Institución Educativa **Teodoro Gutiérrez Calderón** del Municipio de San Cayetano con metodología activa ofrece una formación integral inclusiva en los niveles de preescolar, básico, media técnica y de adultos formando personas integrales, emprendedores, líderes en la modalidad técnico en manejo ambiental apoyada en la investigación como estrategia pedagógica para adquirir conocimientos y desarrollar el pensamiento crítico capaz de enfrentar retos y asumir su proyecto de vida desde su entorno personal, familiar y social. (P.E.I. Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón, 2018, p.12).

1.3.2 Visión:

Para el año 2020 La Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano tiene como meta; la formación de ciudadanos líderes en una sociedad competitiva, con valores éticos, sociales y morales para convivir armónicamente en un mundo globalizado, centrada en el desarrollo de competencias, habilidades y destrezas para responder a las necesidades del entorno social, cultural y líderes en la modalidad de técnico en manejo ambiental apoyada en la investigación como estrategia pedagógica para adquirir conocimientos y desarrollar el pensamiento crítico y tecnológico equipado para entrar en un mundo digital, con amplia cobertura de internet dando aplicabilidad a todas las herramientas tecnológicas de la redpapaz, zoe, enjambre, webcolegios , colombiaaprende en el proceso de aprendizaje. (P.E.I. Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón, 2018, p.12).

2. Marco Referencial

A continuación se presenta el estado del arte - antecedentes, la proyección conceptual y legal que soporta el estudio.

2.1 Antecedentes

Se presenta a continuación todo lo práctico e investigativo, referente al tema objeto de estudio, en cuanto a tesis de maestría y artículos a nivel internacional, nacional y local, las cuales resultaron prácticamente escazas. Las fuentes que a continuación se detallan, corresponden a los años 2013 – 2018, y fueron encontradas en páginas de Redalyc, Scielo y Dialnet.

2.1.1 En el Ámbito Internacional. Urquizo & Camapana (2017) elaboraron un trabajo de investigación para la Universidad Mayor de San Marcos, denominado "Programa de estrategias didácticas cognitivas para el desarrollo del razonamiento matemático, una experiencia con estudiantes de bachillerato", el cual tuvo como objetivo, determinar la manera en la que inciden o influye la aplicación de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo de su razonamiento matemático. Para llevar a cabo la investigación, se aplicaron técnicas e instrumentos que sustentan un estudio cuasi-experimental, entre esos instrumentos, se implementó un pre test, y post test de razonamiento matemático. A modo de resultados, se ha podido evidenciar que la aplicación del programa de estrategias didácticas, ha ejercido una influencia altamente positiva en lo que respecta a la promoción y consolidación del aprendizaje matemático en estudiantes de bachillerato. Se ha podido concluir que el programa de estrategias didácticas cognitivas ha sido significativo para la mejora del desarrollo del razonamiento matemático de los estudiantes de

bachillerato, y se considera necesario para su aplicación, elevar el nivel de participación y protagonismos de los estudiantes en el proceso.

Por tanto, el aporte a la presente investigación está fundamentado en la posibilidad de obtener conocimiento acerca de la factibilidad de aplicar un programa de estrategias didácticas para estudiantes de bachillerato, así como la manera en la que se puede llevar a cabo la estructuración del mismo, para el alcance de mejores resultados.

Espeleta, Fonseca & Zamora (2016), en la Universidad de Costa Rica, desarrollaron el proyecto denominado "Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática", el cual tuvo como objetivo, analizar estrategias, técnicas didácticas y elementos relacionados con las mismas, aplicadas en diferentes contextos, para el alcance del desarrollo del aprendizaje matemático. El desarrollo del estudio se fundamentó en un diseño mixto, el cual estuvo supeditado por la aplicación de entrevistas, grupos focales y observación de los participantes.

Los resultados evidenciaron que queda un largo camino por recorrer en lo que respecta a la innovación de las estrategias didácticas que se deben emplear para promover el desarrollo del razonamiento y aprendizaje matemático en los estudiantes, puesto que, aun los docentes no cuentan con la capacitación adecuada, en cuanto a la estructuración de estrategias más adecuadas, en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Se ha podido concluir que es necesario dar lugar a una capacitación a los docentes en cuanto a estrategias didácticas innovadoras, que den lugar a un debido fortalecimiento de los conocimientos y aprendizaje matemático de los estudiantes. El aporte al presente estudio está relacionado a la necesidad de adentrarse a las experiencias de otros estudios, en cuanto a la aplicación de las estrategias didácticas para de ese modo poder determinar, formular e

implementar las estrategias didácticas más acertadas, para la obtención de resultados favorables en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Orlando (2014) realizó para la Universidad de San Andrés en Buenos Aires, Argentina, el proyecto titulado "Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico", cuyo objetivo fue identificar los procesos cognitivos y los factores contextuales asociados a la competencia para resolver problemas matemáticos en distintos grupos de carreras de educación superior y determinar su relación con el rendimiento académico y las habilidades que actúen como predictores del mismo.

Para llevar a cabo el estudio, se empleó una metodología fundamentada en una estrategia de simulación mediada por computadora para dar lugar a la obtención de resultados más acertados, como producto de la investigación en cuestión. Los resultados obtenidos, han permitido evidenciar que, cuando se pretende dar lugar a una adecuada estructuración de lo que representan las trayectorias académicas, se deben tener en consideración una serie de indicadores que permiten establecer una mejor determinación del rendimiento de los estudiantes.

A manera de conclusión, se puede decir que, a través de la aplicación de los diferentes test que permiten sustentar la investigación se puede establecer una mejor predicción de lo que tiene que ver con el rendimiento académico de los estudiantes, permitiendo a su vez, la posibilidad de orientar a los diferentes grupos hacia la solución a sus diversos problemas.

2.1.2 En el Ámbito Nacional. Dávila (2018) elaboró la investigación para la Universidad Nacional de Colombia, denominada "Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra", la cual contribuye al desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de secundaria, a partir del fortalecimiento de procesos cognitivos

generales tales como el razonamiento, la comunicación y la modelación, desde el planteamiento y solución de problemas en diferentes contextos, usando el software educativo GeoGebra.

Para el desarrollo de la investigación, se empleó una metodología cualitativa-descriptiva. En los resultados se evidencia que se encuentran significativos avances de gran importancia, como un mejor fortalecimiento de procesos generales relacionados al pensamiento o razonamiento variacional, tomando como factor clave, el uso llevado a cabo por los estudiantes, de diferentes formas y tipos de representación semiótica, que se ponen en práctica, para lo que tiene que ver con la resolución de problemas debidamente establecidos.

De igual modo, se puede decir que, llama mucho la atención el acentuado interés expresado por los estudiantes, en lo que representa el desarrollo de las diferentes actividades que tienen lugar a través del empleo o aplicación de las tecnologías de la información y la comunicación.

El aporte de esta investigación a la actual, está representado en los fundamentos teóricos y conceptuales relacionados con componente matemático variacional, teorías del aprendizaje significativo y estrategias didácticas.

De igual forma, Chaparro, González & Pulido (2015) determinaron las estrategias didácticas de enseñanza en el proceso lógico matemático del grado 2° en el Institución Educativa Enrique Olaya Herrera, en Bogotá. Se fundamenta teóricamente, con la importancia y la incidencia del proceso lógico matemático desde las estrategias y didácticas, que emplea el docente, basándose en las etapas del modelo praxeológico (Ver, juzgar, Actuar y Devolución creativa).

Se aplicó como diseño metodológico, una investigación de tipo cualitativa, con un Enfoque Hermenéutico, utilizando como instrumentos la Observación Participante, la Entrevista Abierta y grupo focal y los diarios de campo, que aportan significativamente a la estrategia didáctica y por ende a la presente investigación.

Por último se realiza una propuesta que da claridad y evidencia de algunos ambientes de aprendizaje y didácticas recomendados para el desarrollo de actividades, con el fin de dar mejoramiento y transformación a los procesos educativos. Esta investigación permitió identificar al docente desde la praxeología, en donde se resalta la reflexión y experiencias teniendo en cuenta el tiempo y el espacio en el que se encuentra la población, a partir de ello cabe resaltar la labor docente como una etapa de transformación desde su quehacer, retroalimentando su nivel profesional desde los resultados de la acción educadora.

Por otra parte, Gómez (2015) en su trabajo de grado Desarrollo del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Grado Noveno, propone profundizar en el análisis de las producciones escritas y verbales realizadas por los estudiantes, en el momento que abordan tareas asociadas al desarrollo del pensamiento variacional.

El trabajo se enmarcó en un enfoque de investigación cualitativa, de tipo descriptivo e interpretativo, que permitió identificar y analizar características que se presentan en el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes asociados a los conceptos de cambio y variación.

Al asumir el razonamiento como un proceso que evoluciona a través de los niveles presentados en el marco conceptual, surgen en las producciones escritas y verbales realizadas por los estudiantes características o elementos relacionados al desarrollo del pensamiento variacional. Estos son: la coordinación del cambio de una variable respecto a la otra (AM1), el reconocimiento de la coordinación de la dirección del cambio de una variable respecto a la otra (AM2) y por ultimo las estimaciones respecto a la coordinación de la cantidad del cambio de una variable respecto a la otra (AM3).

Es importante escribir que el análisis de las producciones verbales y escritas, posibilitaron describir y analizar las características relacionadas al desarrollo del pensamiento variacional, que

a su vez se sustentaron las diferentes acciones mentales y niveles de razonamiento del marco conceptual.

El anterior trabajo aporta el fundamento teórico sobre el pensamiento matemático variacional y el material concreto y uso de las TIC para analizar la relación de cambio entre las variables tenidas en cuenta para la creación de las unidades didácticas que se aplicaron en la investigación.

Siguiendo con los antecedentes colombianos consultados se encontró a Hernández (2014) donde su trabajo de grado presenta una Propuesta didáctica para el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático, desde el pensamiento variacional, con los estudiantes del grado cuarto de básica primaria del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado, por medio de estrategias de enseñanza mediadas por los sistemas de gestión de aprendizaje durante el año 2014. Para ello propone tres estrategias de enseñanza mediadas por los sistemas de gestión de aprendizaje, que amplíen los procesos de razonamiento lógico matemático, para el desarrollo del pensamiento variacional.

Se muestra la importancia de abordar y evaluar las estrategias de enseñanza a través de una metodología de carácter cualitativa, con un enfoque investigación-acción en el aula. Se puede concluir que los sistemas de gestión de aprendizaje se convierten en una herramienta metodológica que soporta el proceso de aprehensión del conocimiento de los estudiantes, permitiéndole a los docentes supervisar la participación, el desempeño y el progreso académico de éstos, identificando e integrando los diferentes ritmos de aprendizajes.

En este trabajo se concluye que los docentes implementen actividades que desarrollen procesos de razonamiento lógico matemático, las cuales le permitan al estudiante interpretar, argumentar y resolver problemas matemáticos, además de brindarle la posibilidad de relacionar coherentemente sus pensamientos y acciones y así lograr una mejor comprensión y

comunicación con el entorno. Es decir, con el desarrollo de estas estrategias de enseñanza, se evidencia como el estudiante reflexiona, ejecuta y evalúa sus conocimientos, alcanzando tanto los contenidos curriculares como el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático desde el pensamiento variacional.

El aporte encontrado en este trabajo es la investigación – acción en aula con un enfoque cualitativo que permitió describir de manera oral o escrita regularidades, patrones y generalizaciones, a partir de observaciones de las actividades realizadas por los estudiantes, encontrando los aciertos y dificultades que me permiten mejorar las siguientes unidades didácticas.

2.1.3 En el Ámbito Regional. Ordóñez, Gualdrón & Amaya (2018) desarrollaron el artículo Pensamiento variacional mediado con baldosas algebraicas y manipuladores virtuales, cuyo propósito fue propiciar mejoras del pensamiento variacional de los estudiantes seleccionados como grupo focal. El desarrollo de la metodología presenta un enfoque cualitativo, del tipo investigación acción, que se desarrolló con estudiantes de grado octavo de la Educación Básica (13-15 años) y el cual se tomó como eje orientador del proyecto. Como instrumentos se aplicó una prueba diagnóstica para evaluar el desempeño de los estudiantes en los pensamientos variacional y geométrico, se intervino al grupo con una unidad didáctica diseñada bajo un enfoque constructivista, utilizando material concreto y manipuladores virtuales.

En los resultados se observó que las estrategias implementadas motivaron a los estudiantes para avanzar en los objetivos de este estudio, a pesar que en principio los estudiantes no se sentían seguros de lo que hacían por la falta de experiencia en el uso de material concreto. Asimismo, se evidenciaron mejoras en el desarrollo del pensamiento variacional, lo que sugiere

que en temáticas propias del curso y de los posteriores, los estudiantes tendrán mejor desempeño (Ordóñez, Gualdrón & Amaya, 2018).

El aporte de esta investigación a la actual, se enmarcó por el enfoque cualitativo y el ciclo de la Investigación Acción fundamentado por Elliot, al igual que el marco teórico en lo que respecta al pensamiento matemático variacional y el diseño de las categorías de análisis basada en los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencia y Derechos Básicos de Aprendizaje del MEN.

En este mismo ámbito Martínez-López & Gualdrón-Pinto (2018) desarrollaron el artículo titulado "Secuencia didáctica mediada por TIC para el fortalecimiento del pensamiento variacional en el grado noveno del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de Cúcuta" (p.1). Su desarrollo corresponde a una metodología basada en la investigación-acción con enfoque cualitativo. La población estuvo conformada por 142 estudiantes de grado noveno de la sede central, jornada de la mañana, que corresponde a hombres y mujeres con edades que oscilan entre los 14 y 17 años, y la muestra fue de 33 estudiantes del grado 9-01.

Se diseñó como instrumentos un cuestionario aplicado como prueba inicial y prueba final, tomado de la página web del ICFES y Supérate con el Saber 2017, con 80 preguntas; de las cuales 59 se seleccionaron de las pruebas Saber para los grados 3º y 5º del año 2017, y 21 seleccionadas del cuadernillo de las pruebas Saber 3°, 5° y 9° 2016, todas ellas centradas en el pensamiento numérico-variacional, la cual permitió conocer su nivel en las competencias de comunicación, razonamiento y solución de problemas (Martínez-López & Gualdrón-Pinto, 2018).

Como resultados se identificó que existe en los estudiantes ausencia de hábitos de pensamiento, lo que les podría permitir analizar situaciones desde otras perspectivas diferentes a

solo conocer un resultado fijo. Los resultados de la prueba de cierre permitieron decir que es indiscutible la presencia de varios aspectos por mejorar en el desarrollo del pensamiento variacional, en especial en lo referente al razonamiento y la argumentación. Así mismo con la propuesta implementada se reconoció el uso del libro de texto del estudiante como elemento positivo, integrando los recursos TIC disponibles en el desarrollo de las secuencias didácticas, lo que generó mejores ambientes de aprendizaje. Igualmente, el proceso adelantado con los estudiantes evidenció una evolución desde el inicio de la intervención hasta el final (Martínez-López & Gualdrón-Pinto, 2018).

Como aporte de esta a la actual investigación, estuvo guiado en la metodología, especialmente en la prueba inicial y de cierre y en el fundamento teórico basado en el Pensamiento Matemático Variacional, el Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación TIC, y la Secuencia Didáctica.

La importancia de abordar los trabajos o estudios antes mencionados, radica en la relevancia que tiene el componente matemático variacional para el ámbito de las matemáticas, convirtiéndose en un parámetro que permite medir la calidad de los procesos de enseñanza aprendizaje; contando con estudiantes aún, interesados en la resolución de problemas para aplicarlos en la cotidianidad de la vida, convirtiéndose la investigación, en un elemento fundamental para atender a los requerimientos que hace la pedagogía de las matemáticas en la actualidad.

2.2 Marco Teórico

2.2.1 Teorías de aprendizaje. Para dar lugar a un mejor entendimiento de lo que representa el contexto de la presente investigación, resulta necesario hacer énfasis en los aportes realizados

por J. Piaget (1920 citado en Dávila, 2018) a la piscología cognitiva, y de forma más específica a lo que representa la consolidación y desarrollo del pensamiento matemático de G. Polyá, en lo que respecta a la estructuración, determinación y resolución de problemas; se debe tener en cuenta también el aporte de D. Ausubel (1976 citado en Dávila, 2018) en lo referente al aprendizaje significativo. Piaget considera que, son realmente necesarios y primordiales los diferentes cambios o transformaciones que pueden tener lugar en lo que respecta a la consolidación de la inteligencia de los seres humanos, tomando en cuenta el proceso que inicia desde su nacimiento, hasta su entrada a una fase de madurez, puesto que, dichos cambios tienen lugar de forma constante, y evolucionan o progresan a través del tiempo (Piaget, 1920 citado en Dávila, 2018).

Con respecto a la teoría de Piaget, se tiene en cuenta que presenta una serie de conceptualizaciones, significados o definiciones, considerados bastante sólidos, los cuales permiten adentrarse a lo que representa el razonamiento o pensamiento matemáticos, y que pudiesen considerarse como primordiales en lo que respecta a un escenario que requiere de la solución de un determinado problema. Como ejemplo para sustentar lo mencionado anteriormente, se puede enfatizar en lo que representa el principio de reversibilidad, el cual hace referencia a un par de operaciones matemáticas básicas, las cuales, para dar lugar a su comprensión y resolución, es de carácter necesario, tener en cuenta a la otra, es decir, la esencia de una operación, estará siempre aunada a su par; ya sea resta, suma, multiplicación o división. Todo ello, se considera como un aporte significativo realizado por Piaget, que ha tenido como objetivo fundamental, establecer una relación entre ambas operaciones, para de ese modo hallar lo que representa la solución a un problema matemático (Dávila, 2018).

Todo esto confirma que la teoría del aprendizaje propuesto por Piaget, se aborda reconociendo que el conocimiento lógico-matemático surge entonces, a partir de un pensamiento reflexivo, ya que el estudiante lo construye en su mente a través de las relaciones con los objetos, desarrollándose siempre de lo más simple a lo más complejo, teniendo como particularidad que el conocimiento adquirido una vez procesado no se olvida ya que la experiencia no proviene de los objetos sino de su acción sobre los mismos. Por ello su importancia es que permite establecer las bases del razonamiento, así como la construcción no solo de los conocimientos matemáticos sino de cualquier otro perteneciente a otras áreas de estudio.

Se conoce también otro principio interpuesto por Piaget, destinado a la solución de problemas, llamado reflexibilidad, la cual hace referencia a una toma de conciencia, fundamentada en un proceso de manifestación de la abstracción reflectora, teniéndola en cuenta como un espejo utilizado por los seres humanos, para la realización de diferentes acciones y establecimiento de relaciones con objetos de cualquier índole o clase, en los que se incluyen también, aquellos considerados de carácter simbólico (Mesa 1998, citado en Dávila, 2018).

De acuerdo a lo expuesto por Piaget con respecto a la reflexibilidad, ésta última supone la posibilidad de establecer una relación entre lo que representan las características o propiedades físicas de un determinado objeto, y sus propiedades matemáticas, es decir que, cuando se lleva a cabo el conteo de una serie de objetos, la obtención de sus resultados no va a depender del orden seguido para el conteo, ya que, la conmutatividad de los elementos, no se considera relevante, al momento de establecer un resultado. Todo ello, es lo que, en el ámbito matemático, se conoce como experiencias físicas, y experiencias lógico matemáticas. Así mismo, las experiencias físicas están relacionadas a lo que representa la experiencia sensorial y física acerca de los objetos; mientras que, las experiencias lógico matemáticas, hacen referencia a las diferentes

reflexiones que pueden derivar de dichas acciones, formuladas por los seres humanos (Dávila, 2018).

Las acepciones mencionadas anteriormente, se consideran relevantes de acuerdo a las teorías propuestas por Piaget, sin embargo, se conocen muchas otras características de carácter cognitivo, introducidas por Piaget al ámbito de las matemáticas, las cuales son de gran ayuda al momento de propiciar la solución de un determinado problema. Se pueden mencionar entonces, la indagación, la cual permite establecer ciertos parámetros de posibilidades; la habilidad para dar lugar a un adecuado manejo de algoritmos; la debida formulación y capacidad o habilidad de anticipar eventos o factores, que pudiesen ser fundamentales para dar lugar a la solución de un escenario problemático (Gómez, 2015).

Esta característica según esta apreciación, permite descubrir la relación existente entre las propiedades físicas de los objetos y la propiedad matemática, así por ejemplo cuando de contar un conjunto de objetos se trata, el resultado es independiente de cómo se disponga el orden de conteo, es decir, la conmutatividad de los elementos no influye en el resultado; esto es lo que en el lenguaje matemático de los estudiosos del pensamiento lógico se conoce como las experiencias físicas y las experiencias lógico-matemáticas. Las primeras hacen referencia a la experiencia sensorial y física sobre los objetos y las segundas son el resultado de las reflexiones que hace el individuo sobre estas acciones.

De igual modo para Pólya, la estructuración de escenarios problemáticos adecuados, que den lugar al debido incentivo de la capacidad de curiosidad de los estudiantes, así como el incentivo de las posibles soluciones a un determinado problema, puede tener lugar a través de lo que representa el interés por el razonamiento independiente, así como la factibilidad de una

posibilidad de obtención de buenas oportunidades para darle un mejor sentido a las matemáticas (Dávila, 2018).

Para Pólya la formulación de situaciones problemáticas adecuadas que pongan a prueba la curiosidad de los estudiantes y la posible solución mediante preguntas estimulantes, puede derivar en el gusto por el pensamiento independiente y una buena oportunidad para que las matemáticas adquieran el mejor de los sentidos.

Se considera que dar lugar a la presentación de las matemáticas de un modo euclidiano, refleja una ciencia que pudiese considerarse rigurosa, sistemática y deductiva. Es por ello que, adentrarse o enfatizar a lo que representa la propuesta de George Pólya, puede significar una recuperación de lo que se conoce como estrategia heurística, y como una oportunidad de propiciar una mediación de los procesos de aprendizaje (Dávila, 2018).

Cuando se pretende dar lugar a la resolución de determinados problemas, partiendo del enfoque propuesto por Polyá, se deben tener en cuenta cuatro reglas primordiales, consideradas como reglas de oro, que resuenan en el mejor de los juegos; dichas reglas de oro son, dar lugar a la debida comprensión de la situación problema; propiciar la estructuración de un adecuado plan; poner en funcionamiento el plan determinado, y por último enfatizar en lo que representa una visión retrospectiva, que permita revisar, examinar o evaluar la solución arrojada.

Así mismo, dar lugar a la implementación del plan estructurado, fundamentado en una serie de preguntas adecuadas y encaminadas al tema en cuestión, para propiciar la debida resolución a los diferentes problemas cotidianos que tienen lugar en la vida de los seres humanos, y apegarse siempre a ello con un gran fervor y entusiasmo, puede considerarse como una gran oportunidad o posibilidad de reflexionar, y comprender a las matemáticas, como un proceso dinámico que siempre se encuentra en constante evolución (Dávila, 2018).

Por otro lado David Ausubel sostiene que, para dar lugar a lo que es el aprendizaje en toda su esencia, el estudiante debe establecer una debida relación entre sus saberes previos, con los nuevos conocimientos que adquiere, lo que quiere decir que sus experiencias, juegan un papel fundamental al momento del docente poder determinar la manera en la que debe consolidar en aprendizaje del estudiante, teniendo siempre en cuenta el conocimiento que este último posee. Por tanto, se puede decir entonces que, Ausubel establece que el aprendizaje está determinado por la formación o estructura cognitiva previa que posee el estudiante, relacionado con la nueva información recibida manejada. Cabe mencionar que, la estructura cognitiva hace referencia a esa serie de conocimientos, conceptos e ideas con las que cuenta un estudiante acerca de un determinado tema, y la manera en la que se ha dispuesto a realizar la organización de dichas ideas (Guzmán, 2014).

De acuerdo con la teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel aplicado en la actual investigación, podría producir en el estudiante que relacione la información que recibe con un concepto relevante que ya posee, logrando así que el alumno se interesa por aprender lo que se le está proponiendo.

En el ámbito de la matemática lo mencionado anteriormente acerca del aprendizaje, funciona como un modo muy efectivo para el alcance de un aprendizaje de carácter significativo para el estudiante, de acuerdo a los conocimientos adquiridos y las situaciones experimentadas por éste último a lo largo de su vida. Entonces, para que el docente proceda a enseñar un determinado concepto matemático, es necesario que se realice una previa evaluación de las capacidades y conocimientos que posee el estudiante en torno a dicho concepto, para de ese modo poder determinar el nivel de dificultad o facilidad con el que se desarrollaría el proceso de enseñanza aprendizaje, entre el estudiante y el docente, de acuerdo a la estructura cognitiva que posee el

estudiante. Un aprendizaje significativo está fundamentado en la posibilidad de proveer al estudiante de las herramientas necesarias para que actúe como protagonista de su propio aprendizaje, sirviendo como guía y propiciando la debida orientación, a fin de poder consolidar de manera adecuada, lo que representa su inteligencia (Dávila, 2018).

Se puede decir entonces que de acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan de manera razonable en la estructura cognitiva del estudiante. Lo anterior puede lograrse cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos; pero también es necesario que el alumno se interese por aprender de lo que se le está mostrando. Las ventajas que podrían mencionarse que posee el aprendizaje significativo son: una retención más duradera, facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los que antes existían y se adhieren de forma significativa, la nueva información, al ser relacionada con la antigua, es guardada en la memoria a largo plazo.

Desde esta perspectiva, todo docente de matemáticas debe promover que el estudiante trabaje y construya sus propios aprendizajes, buscar su autonomía es un fin fundamental para que integren sus experiencias a otras ya conocidas y elijan lo que desean aprender y no buscar sólo el desarrollo de la memoria y la repetición como alternativa de aprendizaje. El aprendizaje significativo persigue entre otros aspectos, romper con el tradicionalismo memorístico que busca y desarrolla solamente la memoria y la repetición; de igual manera, se preocupa por los intereses, necesidades y otros aspectos para que el deseo de aprender del alumno tenga significado y sea valioso para él, de allí se derivan, claro está, el interés por el trabajo y las experiencias en el aula.

2.2.2 La teoría de los campos conceptuales. La teoría de los campos conceptuales no es todavía en cuenta como un tema específico de las matemáticas, aun cuando se ha formulado en

principio, para actuar como una base de estudio de los procesos de conceptualizaciones progresivas, de lo que se conoce como estructuras aditivas, multiplicativas, relaciones número-espacio, y de álgebra. (Sánchez, 2013).

Por su parte, Vergnaud (1990) sostiene que, cuando se trata de dar lugar a un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje, no basta con sólo manejar o proveer la definición de un determinado concepto, puesto que, para un aprendizaje significativo, es necesario ahondar en acepciones relacionadas a dicho concepto, las cuales serán primordiales para dar solución a un determinado problema, el cual hallara el adecuado sentido para el estudiante.

Igualmente Vergnaud (1990 citado por Moreira, 2002), establece una definición de lo que representa campo conceptual, fundamentada en una serie de situaciones problemas, que, para su solución, deben tenerse en cuenta diferentes conceptos, características, procesos o procedimientos, así como representaciones que deben guardar una estrecha relación entre sí. Los campos conceptuales, hacen referencia a una serie de carácter informal y heterogéneo de escenarios problemáticos, situaciones, formulaciones y conocimientos del razonamiento, que se relacionan unos a otros, durante el desarrollo de lo que se conoce como proceso de aprendizaje. Se debe decir que, no se trata de una teoría que pretende actuar como un proceso de enseñanza formal, sino que, enfatiza más en procesos reales, que permiten abordar conceptualizaciones desde diferentes puntos de vista (Vergnaud, 1990).

Por consiguiente, se puede decir que la teoría mencionada anteriormente, cuenta con un alto margen de complejidad, puesto que, hace énfasis en la necesidad de entrelazar en una única teoría, todo lo que representa el desarrollo de un proceso fundamentado en diferentes situaciones que se controlan de manera progresiva, de definiciones y operaciones necesarias, que permitan abordar de forma eficiente una determinada situación, así como la simbología y las diferentes

palabras que se consideran como una representación eficaz de esas conceptualizaciones para los estudiantes, de acuerdo a sus estructuras cognitivas (Vergnaud, 1994).

De igual manera, Vergnaud sostiene que todo escenario posee un grado de interés de carácter didáctico moderado, ya que se consideran como herramientas necesarias para dar lugar a un debido análisis de las complejidades conceptuales a las que se enfrentan los estudiantes; por lo cual, dicha acepción, se contrapone a lo establecido por Brousseaun acerca de las situaciones didácticas, ya que éste último establece que, éstas últimas requieren del abordaje de situaciones y acepciones con un alto grado de interés y enriquecimiento. A pesar de ello, se considera que, una adecuada puesta en práctica, con un grado de carácter didáctico, debe fundamentarse en las diferentes dificultades u obstáculos cognitivos, aunados a las diferentes tareas.

Un campo conceptual entonces, puede definirse como una serie de situaciones comprendidas o tomadas en consideración como tareas. Dicha conceptualización de campo conceptual, da lugar a la derivación de una debida clasificación de campo conceptual, que se fundamenta en un debido análisis de los requerimientos cognitivos o tareas, así como los diferentes procesos que tienen lugar en las mismas. Un claro ejemplo, es cuando la serie de escenarios formulados, necesitan de un proceso de sustracción, un proceso de adición, o de la relación de ambos procesos.

De acuerdo con el análisis de las tareas (situaciones), Vergnaud (1990, p.37) enfatiza en las siguientes:

> Estructuras aditivas. Hacen referencia a esas situaciones o escenarios que toman en cuenta uno o varios procesos de adiciones o sustracciones, además de las conceptualizaciones y teoremas que se asocian a dichos procesos. De igual modo, los procesos que pudiesen considerarse como asociados, son, los del cardinal, medida, y transformaciones de carácter temporal, necesarias por aumentos o disminuciones, relaciones de comparaciones cuantificadas, y composiciones de carácter binario.

> Estructuras multiplicativas. Hacen referencia a esos escenarios que requieren del desarrollo de una o diferentes multiplicaciones o divisiones, además de los conceptos y teoremas que deriven de ello. Las definiciones aunadas son proporciones simples y múltiples, funciones tanto lineales como no lineales, cociente, producto de dimensiones, entre otros. Los teoremas toman en cuenta las propiedades de isomorfismo correspondientes a la función lineal y las propiedades referidas al coeficiente constante de dos variables linealmente ligadas.

La teoría de campos conceptuales, toma tres acepciones consideradas relevantes, las cuales son: un concepto que tiene lugar cuando se trata de un solo tipo de situación o escenario; una situación o escenario no puede analizarse partiendo de un solo concepto; la formulación o estructuración de las propiedades de un determinado concepto, o de todas las características que hacen parte de una situación, hace referencia a un procedimiento que se expande a través del paso de los años, mediante acepciones que no se logran comprender de manera adecuada (Vergnaud, 1983).

La teoría de los campos conceptuales es una teoría cognitiva que pretende ofrecer un referencial estudio del desarrollo cognitivo y del aprendizaje de competencias complejas. Esta teoría se utilizaría ampliamente en los conceptos de: esquema, situación, invariante operatorio, y su propia concepción de concepto. Dichos conceptos permiten comprender y explicar en el estudiante el proceso de aprendizaje de conceptos en Matemáticas.

2.2.3 El pensamiento numérico variacional. De acuerdo a las acepciones introducidas por diferentes autores, referentes al tema, tales como Vasco (2002), Posada y otros autores, se puede hacer una descripción de lo que representa el pensamiento variacional:

> El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que

> varíen conjuntamente en forma semejante a los patrones de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. (Vasco, 2006 citado en Dávila, 2018, p. 138).

Lo anterior hace referencia al inicio de un camino fundamentado en un estudio y modelación de las situaciones de variación, partiendo de la debida interpretación de diferentes contextos aunados a las matemáticas, aunados a lo que representa la ciencia, la cotidianidad del ser humanos, donde se puede llevar a cabo una modelación de los procesos de variación entre las acepciones o variables en cuestión, con el fin de propiciar un mejor desenvolvimiento del pensamiento o razonamiento matemático, que a su vez está relacionado, al álgebra y las funciones.

Así mismo este mismo autor refiere que "el Pensamiento Variacional pone su acento en el estudio sistemático de la noción de variación y cambio en diferentes contextos: en las ciencias naturales y experimentales, en la vida cotidiana y en las matemáticas mismas" (Posada, 2006, p.16).

Por ello, es necesario realizar una debida identificación de la existencia de un lazo en las condiciones referentes a un determinado contexto, en el cual los escenarios de transformación, deben ser los fundamentales para lo que representa la actividad matemática, la cual a su vez estará determinada por la modelación, y se deben aplicar diferentes estrategias, que deben estar argumentadas por elementos de creatividad, debida selección de diferentes vías, o la determinación de las posibles soluciones a situaciones que permitan tener un mejor manejo de los conceptos.

Partiendo de lo que representa el ámbito matemático, se establece una relación de carácter directo, con otros razonamientos, específicamente con el pensamiento métrico, puesto que, la variabilidad enfatiza primordialmente de la modelación matemática, y ello requiere de la

implementación de una acción de forma permanente o constante, de los diferentes procedimientos que tienen lugar con la medición, preparación de registros y fomento de vínculos entre cantidades de magnitud. Es entonces como el proceso de asimilar las situaciones que derivan de la observación, y proceso de sistematización, de prototipos, de carácter numérico y de carácter geométrico, las variaciones de proporción, ciencias de carácter experimental, ingeniería, y diferentes escenarios pertenecientes al conocimiento que logra un mejor sentido cuando se formulan desde lo que representa el razonamiento variacional.

Al respecto García (1999, citado en Gómez, 2015):

> Señala que la educación de la matemática no puede seguir siendo aquella que se reduce a la presentación formal de conceptos, más bien a las posibilidades de su comprensión que están presentes en las nociones o ideas de variación y aproximación de los objetos que están en el entorno. (p.16).

De este concepto se puede decir que el pensamiento matemático variacional es más procedimental porque está más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente.

En el pensamiento o razonamiento matemático variacional, se derivan unos factores que se deben tener en consideración en el procedimiento de interpretación, algunos tópicos, fundamentándose en lo que se expone en el texto propuesta por Posada (2006), se puede citar, lo siguiente:

- Realizar una debida determinación de las cantidades, tanto variables como constantes, que tienen incidencia en el escenario y los vínculos de dependencia que pueden existir entre ellas;

- Formulación de los diferentes datos a registrar en una determinada tabla; establecimiento de los intervalos de variación de las variables en cuestión, sobre todo aquellos que los estudiantes deben tomar en cuenta en sus procesos empleados para propiciar la resolución, las preguntas como factores de carácter conceptual de la variación y la transformación;
- Dar lugar al debido análisis de la información que se suministra en una gráfica fundamentada en lo que representa el tipo de función.

Estos factores se consideran primordiales y están vinculados a las propiedades que en conformidad a Posada et., al, (2006 citado en Dávila, 2018), es el "reconocimiento de los patrones y regularidades entendidos como propiedades, unas regularidades, unas cualidades invariantes que expresan relaciones estructurales entre los elementos de una determinada configuración, disposición, composición, etc." (p.16).

Lo anterior hace relación con el reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad, a la variación lineal en contextos aritméticos y geométricos, a la variación inversa y al concepto de función. También atiende el estudio de las actividades matemáticas propias de los procesos infinitos, pues son estos los que caracterizan el campo conceptual del análisis matemático.

Los prototipos y regularidades que tienen lugar y derivan de forma normal en las matemáticas y en otros ámbitos referentes a los saberes. Estos pueden ser tomados en cuenta, formulados y estandarizados a través de la estructuración de situaciones o escenarios que involucran procedimientos de variación y transformación. Esto quiere decir que, un prototipo se puede hallar en diversas presentaciones, entre las que destacan las situaciones de carácter físico, de

carácter geométrico, aleatorio y numérico, lo cual refleja que existe una relación muy estrecha en los razonamientos que los docentes deben integrar para propiciar un mejor y más sólido aprendizaje de la modalidad matemática (Dávila, 2018).

La utilización de símbolos, puede ser una manera más afectiva en lo que respecta al proceso de generalización de patrones o prototipos, lo que finalmente deriva en un proceso de generalización. Todo ello concede la posibilidad de tener en consideración los diferentes procedimientos de carácter matemático, entre los que destacan el pensamiento o razonamiento, procesos de comunicación y la debida resolución de problemas. Así mismo, los procesos de carácter algebraico, partiendo de los contextos de variabilidad y transformación, se puede decir que enfatizan en la manera en la que se pueden interpretar las diferentes expresiones de carácter algebraico, en diferentes escenarios que facilitan la posibilidad de establecer una expresión general, de las relaciones existentes entre lenguajes verbales, icónicos, gráficos, y simbólicos (Dávila, 2018).

De acuerdo a lo anterior, se puede decir entonces que el álgebra pasa de ser una debida interpretación de las normas de la aritmética, mediante letras, para convertirse en un nuevo modo de razonar la matemática: la expresión de la generalización (García, 1999, citado en Gómez, 2015).

Se considera que lo principal es establecer a los estudiantes una debida reflexión en cuanto a lo que se permite transformar, lo que se puede preservar, y por tanto, a las vínculos constantes y de carácter estructural, pero de primordialmente, permitir un proceso de advertencia, así como aquellos elementos que se observan y que conceden la posibilidad de establecer dichas relaciones, que produzcan cambios, que expresen dichas acepciones de varios modos, que den

lugar a la generación de conjeturas, y por ende, que permitan generar ciertas hipótesis sobre una determina situación o escenario objeto de estudio o investigación (Gómez, 2015).

También se puede llevar a cabo el análisis de los procedimientos de carácter algebraico, como una oportunidad en el ámbito de la actividad matemática, que permite dar lugar al hallazgo de definiciones y vínculos, a la reflexión, a la expresión de las acepciones observadas y a la debida estructuración y organización de los diferentes aprendizajes obtenidos (Espeleta, Fonseca & Zamora, 2016).

La interpretación de las diferentes funciones está relacionado con un proceso de experimentación, reflexión, y estructuración de las definiciones y formas de dar lugar a la expresión de la generalidad, teniéndola en cuenta como un resultado derivado de los procedimientos de modelación del ámbito matemático, de diferentes escenarios, y además guardan una estrecha relación con procesos de carácter algebraico, por las diversas maneras de propiciar una representación, brindada para el debido estudio de las situaciones de variabilidad, transformación y dependencia de los vínculos que derivan de las mismas (Posada et., al, 2006, citado en Gómez, 2015).

En los supuestos de carácter Curricular, se puede dar lugar a la debida interpretación de lo que representan las vías o escenarios que permitan formular un mejor sentido al eje matemático, siendo estos los aspectos relacionados en lo que respecta la contextualización de las diferentes actividades que fomentan la modelación, partiendo de una adecuada interpretación de una determinada situación mediante, sistemas de representación, como lo son, la tabulación, realización de gráficas, la modalidad verbal y la expresión de carácter simbólico (Dávila, 2018).

Por tanto, realizar una interpretación de acuerdo a lo mencionado anteriormente, permite un proceso de mejor coordinado y la interrelación, entre los diversos sistemas de representación,

con el objeto de alcanzar una estructuración que cuente con un enfoque de mayor complejidad (Gómez, 2015).

También es necesario enfrentar a los estudiantes a situaciones donde la función no exhiba una regularidad, con el fin de alejar la idea de que su existencia o definición está determinada por la existencia de la expresión algebraica (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

En relación a los aspectos señalados por estos autores, la educación matemática debe estar encaminada al reconocimiento de los procesos de cambio y variación de fenómenos que rodea al estudiante en su entorno, por ende, es importante trabajar el desarrollo del pensamiento variacional desde las diferentes propuestas curriculares de los establecimientos académicos (García, 1999, citado en Gómez, 2015).

Desde el Ministerio de Educación Nacional, se pretende que es de gran importancia desarrollar en los estudiantes pensamiento variacional y propone que el objetivo es desligar de la educación la enseñanza de contenidos matemáticos sin sentido, por el contrario, se debe potenciar el dominio de los campos conceptuales en donde el estudiante pueda modelar matemáticamente situaciones y problemas de su entorno relacionados con el cambio y la variación (MEN, 2006).

Por consiguiente, desde el Ministerio de Educación Nacional se viene proponiendo la inclusión en las aulas del desarrollo del pensamiento variacional en relación al: “reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como lo son su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2006, p.11).

El desarrollo de este tipo de pensamiento es posible que se genere a partir de varias estrategias, para lo que concierne en esta investigación creer que las tareas relacionadas a

fenómenos de cambio y variación, es una herramienta que posibilita el desarrollo de pensamiento variacional en las aulas de clase de la educación básica primaria, básica secundaria y media vocacional (Dávila, 2018).

En resumen el pensamiento matemático variacional, como referente teórico es importante porque los estudiantes necesitan aprender el concepto de álgebra, las estructuras y los principios que gobiernan la manipulación de los símbolos y la forma como los mismos símbolos pueden usarse para interpretar ideas, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante. De esta manera el pensamiento matemático es fundamental para el desarrollo de todo ser humano, pues es este indispensable y necesario en todo ciudadano para poder desempeñarse en forma crítica y a la vez activa en la vida social, cultural y en la toma de decisiones.

2.2.4 Estrategias didácticas cognitivas. Fierro (1998) manifiesta:

> Las estrategias didácticas cognitivas pueden ser definidas como formas de seleccionar, almacenar, manipular y aprovechar la información que se produce en todos los niveles del comportamiento. Son modos deliberados de ejecución cognitiva ordenada, mediante la cual se organizan y controlan actividades más particulares del procedimiento de la información. (citado en Urquizo y Campana, 2017, p.100).

En otras palabras son todos aquellos procedimientos que realiza el estudiante de manera consciente y deliberada para aprender, es decir, emplea técnicas de estudios y reconoce el uso de habilidades cognitivas para potenciar sus destrezas ante una tarea escolar, dichos procedimientos son exclusivos y únicos del estudiante ya que cada persona posee una experiencia distinta ante la vida.

Para Pozo (1990) son “Secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen

con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento y/o utilización de la información" (citado en Urquizo y Campana, 2017, p.100).

En cuanto al razonamiento, algunos creen que es algo exclusivo para las clases de matemática, cuando en realidad los procesos de razonamiento son consustanciales al pensamiento; permiten ampliar el conocimiento del mundo e ir más allá de la experiencia (Tapia, 1992 citado en Urquizo y Campana, 2017, p.100).

Por otro lado para dar respuestas acertadas de manera coherentes y provechosas es necesario analizar, razonar y juzgar las situaciones que pueden llegar a ser variadas y complejas, como refiere Pizarro, (1995 citado en Antezana, 2012, p. 6) "se exige desarrollar nuestras ideas y opiniones, saber defenderlas y argumentarlas. También exige entender las que otros proponen, saber analizarlas y valorarlas. Y en todo ello está comprometida nuestra capacidad de razonar".

Por lo anterior, existe la dificultad de encontrar estrategias eficaces en resolución, ya que hacen un proceso de adaptación del saber antiguo o de readaptación del conocimiento.

Ruiz (2006), menciona:

> El razonamiento es una operación lógica mediante la cual, partiendo de uno o más juicios, se deriva la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto. En cuanto a la estructura del razonamiento se puede indicar que consiste en las premisas, la conclusión y el nexo lógico entre ellos. La ilación lógica de las premisas a la conclusión se llama "inferencia". (p.21).

Iriarte, Espeleta, Zapata, Cortina, Zambrano y Fernández (2010) afirman que:

> El razonamiento es uno de los procesos cognitivos básicos por medio del cual utilizamos y aplicamos nuestro conocimiento. Sin la posibilidad de hacer inferencias, el sistema de procesamiento humano se vería obligado a depender de un conocimiento específico y exacto para cada una de las situaciones con las que se encuentra. (p. 42).

Lo anterior evidencia que la interacción en el aula de clase debe ser reciproco entre el docente

y estudiante ya que son los que deben afianzar el conocimiento mutuo, siendo un trabajo más dinámico acabando con la monotonía y el mecanicismo, proponiendo un aprendizaje.

Se resume de esta manera que las estrategias didácticas cognitivas son las estrategias básicas para el aprendizaje de la matemática. En ella se destacan características y bondades que la hacen compatible con los planteamientos que el estudiante desarrolla. Estas estrategias permiten entonces, que se considere y respete la realidad del estudiante, se le escuche, se le invite a razonar y llegue a conclusiones por sí mismo, y no por imposición del docente. Esta recomendación es válida y constante en cada uno de los pasos o etapas que constituyen esta estrategia. Las estrategias didácticas cognitivas plantean retos, exige perseverancia, es un ejercicio permanente de creatividad e inventiva, lo cual ejercita la autoestima, la motivación al logro y valores que han sido declarados esenciales en la formación del estudiante.

Programa de Estrategias didácticas cognitivas. El programa aplicado integra las siguientes estrategias:

Cálculos Mentales: Uno de los problemas al que nos enfrentamos en los procesos educativos de la Matemática es que, desde la masiva utilización de tecnología, existe resistencia de los estudiantes por realizar cálculos mentales.

En el trabajo de Gálvez et al. (2011, p. 10) se afirma que:

> El cálculo mental perdió su papel primordial debido a la llegada de las calculadoras, las computadoras y los teléfonos celulares; sin embargo, hace notar la relevancia que tiene recobrarlo como una actividad cognitiva importante en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

Esto se ratifica cuando como docentes se encuentran situaciones, en las cuales para realizar simples operaciones aritméticas los estudiantes quieren recurrir al uso de la calculadora.

De acuerdo con De Castro (s.f.) “es una destreza considerada socialmente útil dentro del desempeño de cualquier profesión, pues permite una mejor adaptación a las circunstancias del entorno” (p.144).

Jiménez (2012) considera que “Una operación aritmética efectuada mentalmente no tiene, por lo general, una única vía de cálculo” (p.1). Ello les hace entender que además de los estudiantes pueden desarrollar también la creatividad cuando hacen cálculos mentales pues deben buscar la mejor opción de acuerdo a sus habilidades.

En este mismo sentido manifiestan Ribeiro, Valério, y Gomes (2009) que “el cálculo mental les da a los estudiantes la libertad para seguir enfoques propios, utilizar sus propias referencias numéricas y su propio grado de simplificación de los cálculos” (p.8). Así mismo recomiendan, como una de las estrategias que se puede utilizar para ayudar a realizarlos efectivamente, basarse en las propiedades de las operaciones aritméticas, seleccionando las más adecuadas.

Por otro lado, favorece la concentración y la atención, así mismo, contribuye a adquirir la comprensión, la agilidad y el sentido numérico (Zumbado y Oviedo, 2012). De la misma forma en el trabajo de Valencia (2013 citado en Urquizo & Campana, 2017) se ratifica esta afirmación pues expone que además de ayudar a mejorar en la ejecución de ejercicios aritméticos, contribuye a:

> a) La concepción y sentido del número por parte de los estudiantes, b) Desarrollar capacidades intelectuales, c) Favorecen a la concentración, c) Proporcionan confianza en el cálculo aritmético, d) Ayudan desarrolla la memoria, y e) El estudiante es más participativo. (Urquizo & Campana, 2017, p.8).

Como desventajas, Fernández (2014) menciona: “a) Dificultades para operar con números sencillos con rapidez, b) Dificultades lógicas para entender secuencias numéricas, c) Dificultades

para entender problemas numérico verbales, d) Dificultades para seleccionar la estrategia que ayuden a obtener la respuesta final" (p.24).

Por estar de acuerdo con estos criterios sobre las ventajas del cálculo mental, ya que se considera que son más las ventajas que las desventajas; se integra a la propuesta varias estrategias para realizar cálculos numéricos especialmente en lo que se refiere a operaciones con adición y multiplicación con el fin de favorecer la resolución de problemas matemáticos (Urquizo & Campana, 2017).

Como ejemplo de las estrategias que se podrían utilizar se menciona:

Cuadrados mágicos: Una forma divertida de practicar con operaciones básicas, es a través de la lúdica, utilizando, por ejemplo, cuadrados mágicos. Es bien conocido que el primer ejemplo registrado de un cuadrado mágico apareció en China y le fue comunicado a los hombres por una tortuga del río Lo. (Boyer, 2010).

Este tipo de problemas ayudan a los estudiantes a desarrollar su razonamiento numérico, entendido como la capacidad de manipular símbolos numéricos y de razonar con información y relaciones de cantidad (Urquizo, 2017). Un cuadrado mágico es definido por Alegría (2009) como:

> La disposición de varios números distintos dispuestos en cuadro, con igual número de filas que de columnas, de tal modo que la suma de los números que se encuentran en cada fila, o la suma de los que se encuentran en cada columna, o la suma de los de ambas diagonales, tenga el mismo valor. (p.109).

Retomando el ejemplo anterior. se propone realizar en una de las actividades la construcción de un dominó con rectángulos de 6x3, con procesos algebraicos que determinan el razonamiento y la modelación para resolver cualquier situación variacional. Considerando que la forma de abordar la estrategia se garantiza que los estudiantes compararan directamente objetos sin mayor

dificultad, ya que se crean espacios de participación activa, se les brinda la oportunidad de expresar sus ideas y la espontaneidad para encontrar las soluciones, dejando a un lado la monotonía y aumentando más el sentido de curiosidad y de resolver un problema.

2.2.5 Estrategias didácticas haciendo uso de las TIC. En esta era donde la educación se plantea en términos de una educación líquida y sin muros, nuevas metodologías y modalidades educativas tienen o aspiran a tener un peso destacado. Es por ello que la aplicación de las TIC en la enseñanza de la matemática para desarrollar el pensamiento variacional, haciendo uso de software didáctico dentro del aula de clase, es una manera de ponerse a la par con los desafíos que presentan las nuevas tecnologías. En definitiva, estar a la vanguardia del conocimiento e innovar en la materia. Todo esto es posible si el profesorado tiene como objetivo motivar a sus estudiantes/as y despertar en ellos el interés por la materia.

La clave no está en el "qué" enseñar sino en el "cómo" enseñarlo, adaptarse a la sociedad y al alumnado del siglo XXI para que disfruten y quieran avanzar en su aprendizaje. A través de métodos innovadores de enseñanza, los estudiantes estarán adquiriendo los mismos conceptos y contenidos utilizando procesos alternativos a la enseñanza tradicional. Cuando nos referimos a alternativas o propuestas de enseñanza distintas a la enseñanza tradicional, se está hablando de una enseñanza donde el docente, actúa como guía y facilitador del conocimiento, logrando un proceso de interacción con el estudiante. Se trata de un proceso bilateral, donde existe una relación entre el profesor-estudiante a la vez que interacción entre los estudiantes (estudiante-estudiante), ya que se generan espacios de participación en el aula.

En esta concepción moderna de la enseñanza, tanto el docente como los estudiantes intervienen de forma activa en el aula. Dejando atrás los métodos imitativos de la enseñanza

tradicional, se utilizan métodos inductivos, creativos y activos que permiten al alumnado desarrollar por si solos diferentes capacidades. Se centra en contenidos cambiantes en torno a una cultura dinámica, donde los cambios continuados ocurren a diario en nuestra sociedad.

Dentro de estas estrategias didácticas haciendo uso de las TIC, juegan un papel importante el trabajo cooperativo que según Johnson & Johnson (1991, citado en Dávila, 2018) "es el uso instructivo de grupos pequeños para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje propio y el que se produce de la interrelación" (p. 21). Igualmente Kilpatrick, Gómez y Rico (1998, citado en Yong, Cedeño, Tubay & Cedeño, 2018), hace referencia al trabajo colaborativo como: "Un proceso de enseñanza aprendizaje fortalecido, que fomenta el desarrollo de las habilidades en las matemáticas" (p. 10).

Las investigaciones y estudios realizados en torno a este tipo de aprendizaje, han sido encaminadas a valorar su eficacia para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, el desarrollo de actitudes y valores y la integración social del alumnado.

De esta manera se puede decir que el significado de cooperar es el trabajo para lograr objetivos comunes y compartidos de los estudiantes, quienes buscan los resultados beneficiosos tanto para ellos mismos como para el resto de miembros del grupo.

Por lo tanto, saber el significado y uso de las herramientas TIC, es el primer paso para afrontar la brecha tecnológica. De esta forma, Cabero (1999, citado en Dávila, 2018) argumenta que es el "proceso integrado de personas, procedimientos, ideas, aparatos y organizaciones, para analizar problemas e inventar, implementar, evaluar y organizar soluciones para aquellos problemas envueltos en todos los aspectos del aprendizaje humano" (p.18). Con esto, se puede utilizar como una herramienta metodológica que contribuye al área formativa, con mayor énfasis en el desarrollo del pensamiento variacional en el área de matemática.

Ahí radica la importancia de buscar metodologías innovadoras tecnológicas para que el docente logre por medio de estas herramientas influir positivamente en el estudiante y el mismo a su vez gracias a la automotivación de lograr buenos resultados en su proceso de desarrollo del pensamiento lógico, querer potenciarse más para captar fácilmente la atención de los estudiantes/as consiste en un uso adecuado de imágenes, videos, diapositivas, aplicaciones interactivas, en lugar de la exposición totalmente oral, característica de la enseñanza tradicional y del aprendizaje memorístico.

Proporcionan, por tanto, un marco ideal para generar nuevas formas de aprender y aprender a aprender, son altamente atractivas para los estudiantes y proporcionan un gran potencial que favorecerían una mayor integración en el aula y en la formación de los estudiantes (Cepal, 2010, citado en Dávila, 2018).

El marco teórico presentado, sirvió como guía de referencia para el desarrollo de la presente investigación, refiriendo que el proceso de construcción de significados es el elemento central del proceso de enseñanza-aprendizaje. El estudiantes aprende un contenido cualquiera cuando es capaz de atribuirle un significado. Por eso lo que procede es intentar que los aprendizajes que lleven a cabo sean, en cada momento de la escolaridad, lo más significativo posible, para lo cual la enseñanza debe actuar de forma que los alumnos profundicen y amplíen los significados que construyen mediante su participación en las actividades de aprendizaje. De igual manera, la didáctica es fundamental en el proceso de enseñanza, ya que le proporciona al docente orientar eficazmente a los estudiantes en su aprendizaje. Sin embargo, es necesario reestructurar las metodologías con las cuales se están abordando los temas matemáticos para crear ambiente de aprendizaje que garanticen procesos satisfactorios tanto para los estudiantes como para los docentes.

En este sentido, las nuevas tecnologías que han ido desarrollándose en los últimos tiempos y siendo aplicadas a la educación juegan un papel vital. Así mismo lo anterior permite afirmar que el aprendizaje no es una acción memorística, es una acción participativa, y una acción continua que permite reflexionar; ya que cuando el estudiante está motivado pone en marcha su actividad intelectual.

2.3 Marco Conceptual

2.3.1 Pensamiento matemático. El desarrollo del pensamiento matemático ha venido adquiriendo especial interés en la comunidad académica por su función en el aprendizaje de las matemáticas y en los profesores por su inclusión en la conceptualización de las competencias matemáticas; lo anterior ha influenciado fuertemente la política pública en educación y el currículo de matemáticas (Leiva, 2016).

El que un individuo sea matemáticamente competente involucra el manejo fluido de cinco procesos, a saber: el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, la comparación y ejercitación de procedimientos. Además, el paso a través de distintos niveles de competencia lo que finalmente se evidencia en el desarrollo del pensamiento matemático. El pensamiento matemático hace referencia al uso efectivo de la matemática en diferentes contextos, lo que implica el desarrollo de diversos pensamientos (Hernández, 2014).

En coherencia con este planteamiento, el MEN (2006) propone cinco procesos generales que definen la expresión “ser matemáticamente competente”: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Así, la expresión en cuestión, se vincula a la destreza, eficiencia y

eficacia del individuo en el desarrollo de los procesos generales enunciados. Se aclara que la propuesta de clasificación de los procesos generales no pretende abarcar todos los procesos de la actividad matemática ni considerar cada uno como categorías excluyentes unas de otras; por el contrario, argumentan que "el proceso de formular y resolver problemas involucra todos los demás con distinta intensidad en sus diferentes momentos" (MEN, 2006, p. 52).

No obstante, MEN (2006) indica que:

> Ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional. (p. 56).

Se diferencia el pensamiento lógico, del matemático, pues el primero actúa por medio de operaciones sobre las proposiciones, y si bien encuentra en las matemáticas un lugar propicio para su desarrollo, "cualquiera de las áreas curriculares o de los ejes transversales del trabajo escolar se puede y se debe desarrollar el pensamiento lógico" (MEN 2006, p.57). Por el contrario, el pensamiento matemático es específico del área y requiere especial atención, sin desconocer por ello, que es función de la enseñanza de las matemáticas, favorecer el desarrollo del pensamiento lógico.

El Ministerio de Educación Nacional ha propuesto, a través de los Lineamentos Curriculares en el área de matemáticas:

> Potenciar el pensamiento matemático a través del desarrollo de cinco pensamientos específicos relacionados cada uno con un sistema determinado, así: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas,

> pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. (MEN, 2006, p.51).

Entre estos cinco pensamientos el que en esta investigación pretende movilizar es el pensamiento variacional.

El pensamiento variacional debe estar presente en el currículo de matemáticas desde los primeros grados de primaria hasta el grado once de básica secundaria, así lo sugiere el Ministerio de Educación nacional en los Lineamientos Curriculares y en los Estándares Básico de Competencias. Además, se invita a los profesores a actividades y problemas que fomenten su desarrollo, teniendo en cuenta que este pensamiento involucra otros pensamientos como el pensamiento numérico (Dávila, 2018).

El pensamiento variacional está caracterizado por dos elementos: el cambio y la variación. Su desarrollo permite comprender los factores de cambio, establecer patrones, el modelar y el identificar las variables y contantes en una determinada situación o problema. Como expresa Vasco el pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad" (Vasco, 2006, citado en Gómez, 2015).

Una de las formas de desarrollar el pensamiento variacional es a través del pensamiento numérico mediante la observación de como varían los números y la búsqueda de patrones que se repiten, también al establecer relaciones de covariación positiva y de proporcionalidad directa. Ésta última relacionada directamente con el porcentaje (Gómez, 2015).

El cálculo de porcentaje obedece a relaciones de proporcionalidad entre dos conjuntos de cantidades, de ahí que al tener claro esta relación y cómo al variar uno de las cantidades la otra

cambia, se puede calcular el porcentaje asociado a dicha relación. Dicha relación de cambio se hace evidente en el uso de la regla de tres cuyas aplicaciones son múltiples y variadas, siendo una de ellas el uso en conceptos financieros como el cálculo de intereses, impuestos y descuentos (Gómez, 2015).

Teniendo en cuenta que las prueba SABER en Colombia articula el pensamiento variacional, entendido como el reconocimiento de regularidades y patrones, conceptos y procedimientos asociados a la variación directa y a la proporcionalidad en contextos aritméticos.

De este concepto se concluye que las situaciones problemas están concebidas para introducir en la clase una herramienta participativa con una estructura tal que ella dé una visión de los contenidos que puedan abordarse para que el estudiante reconceptualice sus propios conocimientos.

2.3.2 Procesos matemáticos. Potenciar el pensamiento matemático es uno de los puntos centrales expuestos en los Estándares básico de competencias en Matemáticas (MEN, 2006), dicho avance involucra procesos que son la base para el desarrollo de competencias. Competencias entendidas no solo como saber hacer en contexto sino como la integración coherente de aspectos tanto cognitivos, como procedimentales y actitudinales relacionados con el saber conocer, saber hacer, saber ser.

Lo anterior involucra el uso intencionado del conocimiento, lo cual se favorece a través de situaciones problema o tareas que impliquen procesos matemáticos y que permitan al estudiante aplicar los conocimientos, trabajar en forma colaborativa e ir construyendo paulatinamente los conceptos matemáticos, y al mismo tiempo incentivar el interés por la matemática (Espeleta, et al, 2016).

Entre los procesos de construcción del conocimiento matemático expuestos en los Lineamentos Curriculares de matemáticas (MEN, 1998), como son el de ejercitar procedimientos y algoritmos, modelar, comunicar, razonar, formular y resolver problemas, entre otros; se ha tomado como procesos primordiales y ejes principales de esta investigación los procesos de interpretación, razonamiento, representación y comunicación, en el desarrollo del pensamiento matemático variacional. Procesos que están inmersos en el desarrollo de competencias y en consecuencia en el desarrollo del pensamiento matemático.

Proceso razonar: El proceso razonar se relaciona con la capacidad para realizar operaciones de carácter matemático con fluidez y exactitud, su desarrollo permite que las personas puedan dar solución a los diversos problemas que se les presente en la vida cotidiana. Es la forma de pensamiento mediante la cual se obtienen nuevos saberes a partir de otros ya conocidos. El razonamiento matemático debe estar presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes y por ende en la resolución de problemas, en la que se involucra la comunicación, la modelación y el uso de procedimientos (MEN, 2006).

Uno de los aspectos fundamentales a tener en cuenta en el presente trabajo, relacionado con el proceso razonar, es el uso de argumentos propios para exponer ideas relacionadas con el uso de las diversas representaciones del objeto matemático porcentaje en la solución de las tareas o situaciones propuestas, lo que se propicia mediante un ambiente en el que se fomente la participación activa y el trabajo colaborativo entre los estudiantes. Además de la reflexión entre estudiantes y de estos con el profesor (Urquizo, 2017).

En el proceso razonar se encuentra inmersa el de argumentar, que se define como el conjunto de proposiciones que se exponen para justificar un proceso o resolución de un problema partiendo de datos y conocimientos, y razonado los criterios usado para la decisión que se ha

tomado. Según Homero (2007), argumentar en matemáticas es “El conjunto de acciones y razonamientos que un individuo pone en juego para justificar o explicar un resultado o para validar una conjetura nacida durante el proceso de resolución de un problema” (p.15).

Este proceso involucra además del acto de comunicar el de comprender. Al argumentar, el estudiante puede hacer uso de diversas representaciones y de pasar de un registro a otro para validar sus tesis, al mismo tiempo que va fortaleciendo valores como la tolerancia y el respeto. Esto se evidencia en la puesta en común del trabajo individual ante el grupo de trabajo y el curso en general (Homero, 2007).

El proceso razonar y argumentar es importante y su uso se evidencia potencialmente en la resolución de problemas en donde el estudiante se ve enfrentado a analizar la información, reflexionar sobre los procedimientos, aplicar algoritmos y verificar la coherencia o no de sus resultados. Involucra acciones relacionados con interpretar, hacer conjeturas, justificar procedimientos, dar explicaciones coherentes y sustentar ideas ante los demás con argumentos claros y válidos. Acciones que están articulados de manera directa en los procesos de interpretación, representación y comunicación (Homero, 2007).

Proceso interpretar Este proceso hace referencia al sentido o explicación que se da a la información (enunciado u objeto) en un contexto especifico. Para ello el individuo recurre a sus conocimientos preexistentes y a diversas representaciones, en concordancia al contexto socio cultual del cual forma parte. “Es un acto consistente en la captura de una información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento, lo cual se hace a partir de las experiencias previas del Individuo” (Niño, 2005 citado en Bocanegra, 2017, p.33).

La interpretación requiere que el individuo extraiga el significado del discurso y lo replantee con el fin de que sea más claro. En la resolución de problemas el replanteamiento conlleva el uso de diferentes representaciones que le permiten al estudiante comprender la situación e identificar los conocimientos con los que cuenta y que pueden ayudar a dar solución al problema al cual se enfrenta (Hernández, 2014).

Proceso representar: Vista la matemática como una actividad humana, en construcción, incrustada y dependiente de un contexto socio cultural e histórico, hablar de construcción de conocimiento matemático y por ende de aprendizaje involucra la capacidad de representar los conceptos, de tratar las representaciones obtenidas al interior de un registro establecido y de convertir las representaciones de un registro a otro. Como lo expresa D´Amore (2004): "En matemáticas, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas" (p. 19).

Ahora bien, por representar, según Espinoza, et., al, (2009, citado por García, et., al, 2015) se concibe representar como "la capacidad de usar el lenguaje simbólico, formal y técnico, decodificando y traduciendo dicho lenguaje y entendiendo sus relaciones con el lenguaje natural, al igual que escoger diferentes formas de representación dependiendo del contexto, la situación y el propósito" (p. 31). En la resolución de problemas con el objeto matemático porcentaje el estudiante se ve abocado a recurrir a diversas representaciones ya sea como fracción, como razón, como decimal, o a través del lenguaje natural, gráficos, tablas, letras y operaciones, para mejorar la comprensión del mismo y al mismo tiempo para plantear métodos y estrategias que le permitan encontrar la solución.

Proceso comunicar: En la actualidad diversas investigaciones resaltan la importancia que tiene la comunicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En ese sentido tanto Los

Lineamientos Curriculares como los Estándares básicos de competencias hacen referencia a la comunicación como un proceso fundamental en el aprendizaje y particularmente en el desarrollo del conocimiento matemático. Además, contribuye de manera significativa a la formación de ciudadanos críticos y reflexivos. Por su parte, Sfard (2007) expresa que "los objetos matemáticos surgen de las necesidades de comunicación en vez de ser elementos primarios para la comunicación" (p.32).

La comunicación adquiere relevancia cuando en la clase los estudiantes son incentivados a preguntar, discutir, justificar y argumentar entre ellos y con el profesor tanto las soluciones a las situaciones planteadas como los procedimientos realizados, lo que finalmente contribuye al desarrollo del pensamiento matemático. Como lo expresa Suarez (2010) "Con la práctica de una buena comunicación se desarrollan procesos de pensamiento donde los estudiantes son estimulados a utilizar su propio lenguaje, de tal manera que el lenguaje de la matemática surge como un proceso de construcción" (p.23).

Cuando la comunicación es parte de la clase de matemáticas los estudiantes se sienten con la seguridad de mostrar sus resultados, explicarlos y argumentarlos ante los compañeros y el profesor, al mismo tiempo que adquiere la capacidad de escuchar y aceptar otras formas de solución, o de reconocer el error de sus procedimientos, para finalmente llegar acuerdos y validar las ideas que surgen de las interacciones desplegadas (Leiva, 2016).

Al mismo tiempo la resolución de problemas mediante el trabajo colaborativo estimula el proceso comunicativo facilitando la interacción entre los estudiantes y de estos con el profesor. Convirtiendo el aula en un ambiente de aprendizaje donde se propicia la discusión y la negociación de significados, el respeto y la tolerancia. Lo que finalmente convierte el aula en una

comunidad de aprendizaje en donde el lenguaje es parte fundamental en la interacción y la participación de todos los involucrados (Guzmán, 2014).

En el desarrollo de este trabajo las situaciones planteadas implican el proceso de comunicación, favoreciendo el dialogo entre los estudiantes y de estos con el profesor sobre las operaciones, significados y representaciones del objeto matemático porcentaje en contextos cercanos al estudiante relacionados con conceptos financieros que hacen parte del lenguaje familiar y social que le son conocidos. Lo que se logra en un primer momento a través de un trabajo individual y luego mediante el trabajo en grupo donde los estudiantes tienen la oportunidad de compartir sus soluciones, llegar a acuerdos y finalmente dar a conocer los resultados a los que como grupo llegan. En un segundo momento se comparten y explican a la clase las diferentes formas de solución obtenidas. Durante este proceso el profesor actúa como mediador y orientador del aprendizaje (Leiva, 2016).

Con todos los aspectos relacionados en este concepto, se podría mostrar a los estudiantes los campos de aplicación de la matemática y su utilidad en la vida rutinaria, de tal forma que les permita ser competentes o se ajusten a contextos en los cuales el análisis de datos los pueda relacionar con otros proyectos que ayuden a dar soluciones en su comunidad a diversos problemas al menos de tipo social.

2.3.3 La Secuencia Didáctica. La secuencia didáctica hace referencia a una serie articulada de actividades de aprendizaje que junto con el acompañamiento del docente buscan el alcance de ciertos objetivos. En este caso esos objetivos están relacionados con el desarrollo del pensamiento variacional que se evidencia en los procesos interpretar, razonar, representa y

comunicar, de los que el estudiante va dando cuenta a través del trabajo, tanto individual como grupal, en las diferentes situaciones que se proponen.

La secuencia didáctica requiere de una planeación, un análisis y un diseño por parte del docente en donde se tienen en cuenta además de los propósitos disciplinares, el contexto y los recursos. A partir de lo observado en su implementación permite la reflexión y la reformulación de tareas, lo que implica que es flexible y adaptable. La secuencia didáctica que se plantea en este proyecto está compuesta de situaciones problemas o tareas que involucran el objeto matemático y propende por el desarrollo del pensamiento variacional a través del análisis de los procesos razonar, interpretar, representar y comunicar (Díaz, 2013).

La planeación para intervenir en el aula tiene que ver con la reflexión. Para esto se piensa en una secuencia didáctica de clase la cual depende de varios factores como son: el contexto, las dificultades en la enseñanza y aprendizaje del pensamiento matemático variacional, las ideas previas de los estudiantes y sus intereses, la secuencia en sí y un diario de campo que permita su reflexión. Entendido este como un instrumento que permite interrogar y desentrañar el sentido de la realidad, constituyéndose en el testigo biográfico fundamental de la experiencia. Es el registro sistemático y coherente del nuevo diseño experimental (Ibarra, 2011).

Así mismo, se da también un proceso de selección de las diferentes actividades o acciones que se vayan a desempeñar, de acuerdo a las decisiones debidamente tomadas. Por lo tanto, autores como, Zabala establecen que la secuencia didáctica, es una serie de acciones debidamente definidas, ordenadas y articuladas para el logro de objetivos de carácter educativo, que presentan en su desarrollo un inicio y un final, el cual debe ser conocido en toda su extensión tanto por los docentes, como por los estudiantes (Zabala, 2008).

Por consiguiente, para dar lugar al desarrollo de una correcta secuencia didáctica, es necesaria la generación de ciclos o procesos de enseñanza aprendizaje, debidamente cumplidos, durante tres etapas, como lo son un inicio, un desarrollo y un debido cierre, las cuales se sustenta en las acciones a realizar para el logro de los objetivos establecidos. Al respecto, Pérez (2005), define una secuencia didáctica como "conjunto de acciones fundamentadas en la interacción debidamente vinculadas entre sí, de una forma organizada, para de ese modo propiciar un mejor escenario de aprendizaje" (p. 52).

Del mismo modo, Tobón (2010) establece que:

> La secuencia didáctica, es la articulación de una serie de actividades, enfocadas en el aprendizaje, a través del elemento evaluación, que, con la adecuada orientación y supervisión de los docentes, se permiten lograr objetivos o metas de carácter educativo, teniendo en cuenta la utilización o implementación de todos los recursos necesarios para ellos. (p. 20).

En consideración a lo expuesto anteriormente, se puede se puede decir que la secuencia didáctica, es un instrumento de enseñanza, el cual se desarrolla a partir de lo que representa la organización y sistematización de los conocimientos o saberes, a través de la utilización de escenarios considerados como problemáticas, con un enfoque definido, como lo es, la generación de una conocimiento bien estructurado en los estudiantes, sustentado en capacidades de análisis y reflexión principalmente, que evidencien un alto nivel de comprensión, con respecto a un determinado tema. Cabe mencionar también, la definición realizada por Camps (2006):

> La secuencia didáctica está constituida por un conjunto de tareas diversas, pero todas ellas relacionadas con un objetivo global que les dará sentido. Lo que otorga unidad al conjunto no es únicamente el tema, sino la actividad global implicada, la finalidad con que se lleva a cabo. (p. 31).

Tal como se ha evidenciado anteriormente, la secuencia didáctica engloba una serie de aspectos de importancia, entre los que destacan, los requeridos procesos de toma de decisiones llevados a cabo exclusivamente por los docentes, en cuando a la manera en la que van a dictar e impartir los conocimientos, así como la debida selección de los contenidos adecuados para ello; así como también, se permiten evaluar las acciones, para de ese modo dar lugar a la reestructuración de las mismas, cuando se considere necesario.

Por consiguiente, la teoría de las situaciones didácticas elaborada por Brousseau (2007) pone el énfasis en las preguntas e interrogantes que el docente propone al estudiante, en la manera como recupera las nociones que estructuran sus respuestas, la forma como incorpora nuevas nociones, en un proceso complejo de estructuración/desestructuración/estructuración, mediante múltiples operaciones intelectuales tales como: hallar relaciones con su entorno, recoger información, elegir, abstraer, explicar, demostrar, deducir entre otras, en la gestación de un proceso de aprender. El estudiante aprende por lo que realiza, por la significatividad de la actividad llevada a cabo, por la posibilidad de integrar nueva información en concepciones previas que posee, por la capacidad que logra al verbalizar ante otros (la clase) la reconstrucción de la información. No basta escuchar al profesor o realizar una lectura para generar este complejo e individual proceso (Díaz, 2013).

En resumen la secuencia didáctica brinda elementos teóricos y prácticos para abordar problemáticas en aula en la enseñanza de las matemáticas dando a ella un sentido distinto. Se considera que registrar la secuencia didáctica en el diario de campo es una técnica de investigación muy valiosa que permite reconocer a los maestros y reflexionar sobre la práctica antes, durante y después. El desarrollo del saber profesional o conocimiento profesional de los

profesores de Matemáticas resultado de la amalgama entre el saber disciplinar y pedagógico requiere en la praxis del aula fortalecerlo mediante diversas propuestas.

Otro aspecto que abordado en este concepto es la manera de emprender una clase, ya que permite determinar el tipo de actividades a implementar a un grupo de estudiantes, para alcanzar objetivos propuestos. Además permite tener el control en cuanto a los tiempos de cada actividad, para así evitar la improvisación y que los estudiantes se queden sin hacer nada.

2.3.4 El uso de Kahoot como herramienta TIC. Es una herramienta web interactiva de respuestas basadas en el aula, ideal para la formación académica en casi todos los niveles de educación formal y no formal. Kahoot fue fundada por Johan Brand de origen noruego, en el año 2013. (Iglesias, 2013).

Kahoot, es el nombre que recibe este servicio web de educación social y gamificada, es decir, que se comporta como un juego, recompensando a quienes progresan en las respuestas con una mayor puntuación que les impulsa a lo más alto del ranking (Iglesias, 2013).

Su funcionamiento es relativamente fácil de comprender, en “Kahoot” se crea una prueba o grupo de discusión para que los estudiantes observen, analicen y respondan por medio de cualquier dispositivo que disponga de una conexión a la red y un navegador El docente tiene la capacidad de controlar el tiempo de respuesta para cada pregunta por medio de un cronometro, cuando los estudiantes responden correctamente son acreedores a puntos por la certeza y velocidad en sus respuestas (Iglesias, 2013).

Con este aspecto se puede poner a prueba los conocimientos en cuanto a los conceptos que cada uno de los estudiantes tiene con relación a las ecuaciones, el saber despejar una variable, resolver sistemas de ecuaciones, el graficar una función, entre otros aspectos que un estudiante

de once grado en el sistema educativo colombiano debe saber resolver. a partir de una unidad didáctica apoyado en una herramienta TIC de fácil adquisición e implementación.

Con este concepto se pudo conocer además, que es un sistema de respuesta personal a distancia que permite generar y obtener información de los estudiantes presentes, de manera rápida y sencilla, aumentando su participación, el interés y la motivación en la clase. Facilita la captura de datos de la audiencia, los tabula y los muestra de forma simultánea. De esta manera, se favorece el desarrollo de una clase multidireccional, promoviendo la atención, el debate y la retroalimentación entre los estudiantes.

2.3.5 La Evaluación. La evaluación es parte esencial en los procesos de enseñanza y aprendizaje, sin embargo, en muchos casos su implementación en el aula se limita a aspectos meramente cuantitativos y se deja de lado el papel formativo que ésta debe tener en la formación del estudiante. La evaluación debe ser integral y permitir al estudiante el mejoramiento continuo, estar presente como un medio de valoración y no de sanción. De ahí que sea necesario implementar mecanismo de evaluación que permitan dar cuenta tanto de aspectos conceptuales como procedimentales y actitudinales. "La evaluación implica, implica no solo medir, sino entender y valorar la situación objeto de estudio, en orden a intervenir del modo más adecuado para la mejora permanente de la calidad del proceso de enseñanza- aprendizaje" (Fontán, 2004, p.17).

El docente al pensar en evaluar debe tener claro que se quiere evaluar, para qué se va evaluar y cómo va evaluar, de forma que la evaluación responda a los objetivos propuestos y a las competencias a desarrollar. La evaluación es un proceso y su finalidad debe ser la toma de decisiones con el fin de mejorar las prácticas en el aula a través de la reflexión continua y el

análisis de la información que emerge en las diferentes situaciones que se suscitan dentro y fuera de la clase. En ella lo importante es que tanto el estudiante como el profesor reconozcan errores y se mejoren (MEN, 2008).

Partiendo de las premisas expuestas la evaluación debe permitir que tanto los evaluados como los evaluadores participen, emitan juicios valorativos y tomen decisiones respecto a su avance y aprendizaje lo que implica necesariamente tener en cuenta en el proceso la autoevaluación, la coevaluación y la heteroevaluación (Guzmán, 2014).

En el presente proyecto se parte de la observación para valorar el avance en las actividades y el aprendizaje que se va dando. Se plantea una actividad inicial de reconocimientos de saberes previos, que se valora de forma cualitativa y permite dar cuenta de los saberes que se consideran fundamentales para el aprendizaje del objeto matemático.

Del mismo modo, se tiene en cuenta la autoevaluación en la que el estudiante tiene la oportunidad de reflexionar respecto a sus respuestas y procedimientos, y a partir de su análisis participar en un trabajo más elaborado a través de las discusiones que se van dando en grupo. Valorando su trabajo y aporte al grupo a través de una rúbrica. La coevaluación permite a los estudiantes apreciar el trabajo de sus compañeros como el propio identificando errores y haciendo de paso las correcciones pertinentes a sus resultados y procedimientos (Hernández, 2014).

Finalmente se tiene la heteroevaluación en donde el docente observa e identifica las dificultades presentadas durante el desarrollo de la secuencia, brindando espacios de retroalimentación a la clase en general y valorando tanto el trabajo individual como grupal. Igualmente, en el transcurso de la secuencia se dan espacios en los que el docente reflexiona con los estudiantes sobre los aspectos a mejorar y lo errores presentados, valorando el trabajo

realizado a partir de la observación, participación, y la revisión y análisis de los registros escritos (Dávila, 2018).

Se puede decir que la evaluación de acuerdo a todas las concepciones expuestas anteriormente, no siempre se debe evaluar para recoger información sobre los resultados del proceso educativo y emitir únicamente un tipo de calificación, sino también para la toma alguna decisión. Es decir es un proceso que debe implica recogida de información con una posterior interpretación en función del contraste con determinadas instancias de referencia o patrones de deseabilidad, para hacer posible la emisión de un juicio de valor que permita orientar la acción o la toma de decisiones.

2.4 Marco Legal

Entre los referentes legales que sustentan el desarrollo de esta investigación se detallan los siguientes:

Ley 115 de 1994. La Ley General de Educación en su artículo 16, tiene como objetivo el crecimiento armónico y equilibrado del niño, en este caso los jóvenes de tal manera que facilite la motricidad, el aprestamiento y la motivación para la solución de problemas que impliquen relaciones y operaciones matemáticas; y en el artículo 23 nombra las matemáticas como un área obligatoria y fundamental en la educación básica (El Congreso de la República de Colombia, 1994).

Lineamientos Curriculares. Ministerio de Educación (1998). Los lineamientos buscan fomentar el estudio de la fundamentación pedagógica de las disciplinas, el intercambio de experiencias en el contexto de los Proyectos Educativos Institucionales. Los mejores lineamientos serán aquellos que propicien la creatividad, el trabajo solidario en los microcentros

o grupos de estudio, el incremento de la autonomía y fomenten en la escuela la investigación, la innovación y la mejor formación de los colombianos (MEN, 1998).

En este documento el Ministerio de Educación proponer el inicio y desarrollo del pensamiento variacional como uno de los logros para alcanzar en la educación básica, presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas (MEN, 1998).

Estándares. Ministerio de Educación (2006). Un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto, cumplen con unas expectativas comunes de calidad; expresa una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media, especificando por grupos de grados (1° a 3°, 4° a 5°, 6° a 7°, 8° a 9°, y 10° a 11°) el nivel de calidad que se aspira alcanzar (MEN, 2006).

Tener estándares no implica necesariamente recortar la autonomía escolar. Como se dijo, si bien la Ley General de Educación otorgó a las instituciones educativas autonomía en la definición del currículo y los planes de estudio, dispuso al mismo tiempo que el Ministerio de Educación expidiera unos referentes comunes de calidad de educación que aporten a la construcción de equidad en tanto establecen lo que todos los niños, niñas y jóvenes que cursan la Educación Básica y Media deben saber y saber hacer, independientemente del contexto, estrato social y lugar de residencia (MEN, 2016).

Aquí se puede ver una clara relación con los cinco tipos de pensamiento matemático enunciados en los Lineamientos Curriculares: en la aritmética, el pensamiento numérico; en la geometría, el pensamiento espacial y el métrico; en el álgebra y el cálculo, el pensamiento métrico y el variacional, y en la probabilidad y estadística, el pensamiento aleatorio; finalmente, puede verse la alusión al pensamiento lógico, llamado también hipotético-deductivo o pensamiento forma (MEN, 1998, MEN, 2016).

En la Educación Básica Secundaria y Media Vocacional, el sistema de representación más directamente ligado con las variaciones es el sistema algebraico, pero éstas también se expresan por medio de otros tipos de representaciones como las gestuales, las del lenguaje ordinario o técnico, las numéricas (tablas), las gráficas (diagramas) y las icónicas, que actúan como intermediarias en la construcción general de los procedimientos, algoritmos o fórmulas que definen el patrón y las respectivas reglas que permiten reproducirlo (MEN, 2016).

Derechos Básicos de Aprendizaje. Los DBA son una herramienta diseñada para todos los miembros de la institución educativa (padres, madres, cuidadores, docentes y estudiantes) que les permite identificar los saberes básicos que se deben adquirir en los diferentes grados escolares para las áreas de matemáticas y lenguaje (MEN, 2016).

El Decreto 1290 (Ministerio de Educación Nacional, 2009). Artículo 1. Evaluación de los estudiantes. La evaluación de los aprendizajes de los estudiantes se realiza en los siguientes ámbitos: 1). Internacional. El estado promoverá la participación de los estudiantes del país en pruebas que den cuenta de la calidad de la educación frente a estándares internacionales. 2). Nacional. El Ministerio de Educación Nacional y el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. ICFES, realizarán pruebas censales con el fin de monitorear la calidad de la educación de los establecimientos educativos con fundamento en los estándares básicos. Las

pruebas nacionales que se aplican al finalizar el grado undécimo permiten, además, el acceso de los estudiantes a la educación superior. 3). Institucional. La evaluación del aprendizaje de los estudiantes realizada en los establecimientos de educación básica y media, es el proceso permanente y objetivo para valorar el nivel de desempeño de los estudiantes.

El programa Todos a Aprender (Ministerio Nacional de Educación, s.f.) busca la transformación de la Calidad Educativa en Colombia, cuyo objetivo en materia educativa es mejorar la calidad de la educación. En esta medida, su propósito se centra en fortalecer los aprendizajes de los estudiantes, en lenguaje y matemáticas del país, de instituciones educativas públicas que se clasificaron en un nivel insuficiente en las pruebas SABER 2016. Aunque es un programa creado en el 2011, como respuesta al problema de la baja calidad educativa, el diseño del programa tiene como fundamento, evidencia teórica y empírica que demuestra que el principal determinante del desempeño de los estudiantes, medido a través de pruebas estandarizadas, es la calidad de sus docentes.

Estos referentes legales conducen a entender la responsabilidad legal y ética de los docentes para aportar al desarrollo del pensamiento variacional, formando individuos capaces de interactuar, relacionarse y reconocerse como capaces de producir y comprender problemas atendiendo a las demandas y particularidades de una vida cotidiana.

3. Metodología

3.1 Tipo de Investigación

La investigación desarrollada es de tipo descriptiva, con un paradigma cualitativo y un enfoque de Investigación Acción (IA); porque a través de estos enfoques se pudieron resaltar los hechos que conforman el problema de investigación de forma integral, en busca del fortalecimiento del pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander.

Teniendo en cuenta que la investigación cualitativa es una aproximación sistémica que permite describir las experiencias de la vida y darles significado, se estudia cómo se construye la realidad para comprenderla. Su objetivo es ver los acontecimientos, acciones, normas, valores, etc., desde la perspectiva de la población objeto de estudio, abordando la realidad en su máxima expresión, sin alteraciones, teniendo en cuenta las apreciaciones e interpretaciones de dicha población estudiada; y considerando que dicha investigación requiere de la implementación y obtención de datos, información y materiales o herramientas, como lo son la entrevistas, narraciones, notas de campo, grabaciones, transcripciones de audio y videos, registros escritos de todo tipo, fotografías y artefactos (LeCompete, 1995, citado en Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

Respecto a la Investigación-Acción (IA), desde lo reseñado por Elliot, reconocido como el principal representante, la define como:

> La situación que, desde el punto de vista de los participantes, describe y explica lo que sucede con el mismo lenguaje utilizado por ellos; o sea, con el lenguaje de sentido común que la gente usa para

describir y explicar las acciones humanas y las situaciones sociales en la vida diaria" (Elliott, 2005, p.5).

En otras palabras, es la correcta interpretación de la realidad, desde la visión de la población objeto de estudio, facilitando la obtención o formulación de nuevos conocimientos a los involucrados o interesados, así como una mejor implementación de las herramientas y recursos dispuestos para ello. De igual modo, este tipo de estudio, permite la posibilidad de que el docente o docentes involucrados revisen su práctica a la luz de evidencias obtenidas de los datos y del juicio crítico de otras personas, para mejorar sus acciones profesionales. Cabe destacar, que, dentro de las características de la IA, una de ellas es la naturaleza participativa y el carácter colaborativo el cual se realiza en grupo por las personas implicadas, la cual sigue una espiral introspectiva, que según Kemmis y McTaggart (1988, citado en Latorre, 2005) "es una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión" (p.25).

Desde estas perspectivas, el propósito fue describir de la mejor manera posible, los conocimientos que los estudiantes del grado once de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, tienen a cerca del pensamiento matemático variacional.

3.2 Proceso de la Investigación

El proceso de desarrollo de la presente investigación se llevó a cabo, con base en el fundamento teórico formulado por Kemmis y McTaggart (1988, citados en Latorre, 2005), conforme a la investigación-acción, caracterizada por su naturaleza participativa y el carácter colaborativo, qué en síntesis Latorres, (2005) la consideran que es "una espiral de ciclos constituidos por las fases de planificar, actuar, observar y reflexionar" (Latorre, 2005, p.32).

3.2.1 Fase I: Planificación. En esta fase se incluye la revisión de literatura de los últimos cinco años (2013-2018), a nivel internacional, nacional y regional, abordando estudios con respecto al desarrollo del pensamiento matemático variacional, procesos de cambio y variación, implementación del desarrollo del pensamiento variacional en el currículo y el marco conceptual para la covariación que sustenta las características de este tipo de pensamiento.

Adicionalmente se elaboraron dos solicitudes llamadas Consentimientos Informados, una para solicitar autorización al Rector de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón, para llevar a cabo las actividades necesarias para el diseño e implementación de la propuesta, y la otra solicitud a los Padres de Familia y/o Representantes legales de los Estudiantes, para solicitar autorización del registro fotográficos o videos donde sus hijos fuese necesario que aparecieran, como forma de dar cumplimiento con el principio ético. (**Ver Anexo 2)**,

3.2.2 Fase II: Acción. En esta fase, se construyeron y aplicaron los instrumentos para la recolección de la información descritos a continuación:

- Una **entrevista inicial** (**Ver Anexo 3**), compuesta por 5 preguntas con opciones de respuesta con el fin de identificar el pensamiento matemática que más se les dificultaba a los estudiantes.
- Una **prueba inicial diagnóstica** (**Ver Anexo 4),** compuesta por 34 preguntas estilo pruebas SABER, las cuales contenían preguntas abiertas, cerradas y con opción de respuestas, todas teniendo en cuenta los DBA definidos por el MEN, que permitieron identificar los pre-saberes en el pensamiento matemático variacional, de los estudiantes del grado 11°.
- Una rejilla para la observación de las prácticas pedagógicas del docente investigador. (**Ver**

Anexo 5).

- Se realizó, además, una rejilla para la validación de los instrumentos con base en los contenidos de cada cuestionario, como se muestra en el **Anexo 6**.
- Así mismo, se revisó el diario de campo, (**Ver Anexo 7**) como forma de verificar la planificación y organización del proceso de enseñanza-aprendizaje, teniendo en cuenta que la mayoría de sus contenidos se articulan con los lineamientos curriculares sugeridos por el MEN.

Posteriormente, partiendo de los resultados encontrados se planificaron los temas para el diseño de la propuesta de intervención. De esta manera se dio cumplimiento al segundo objetivo específico, que tiene por método la investigación-Acción, la cual según Elliot, se considera como un modo de cuestionamiento auto-reflexivo, desarrollado de acuerdo a los involucrados, a través de un proceso sistemático, para dar lugar a una transformación de la institución, y generar el conocimiento adecuado con un alto nivel de desarrollo del pensamiento matemático variacional. (Elliot, 2005).

Ello implicó la elaboración de diferentes actividades entre ellas, la construcción del dominó y el juego de la escalera, como diseño de la propuesta de intervención llamada "**La Magia de las matemáticas en el mundo real**", estructurada con elementos que son útiles en la investigación-acción como la programación de sesiones, las actividades, la fundamentación conceptual, las categorías previas de análisis y las acciones de mejoramiento. Su estructura se desarrolló en una etapa denominada, reconocimiento y exploración, donde se utilizó como estrategia la secuencia didáctica (**Ver Anexo 8)** y las TIC con la herramienta Kahoot, siendo un software gratuito que permitió la creación de diferentes tipos de actividades educativas a modo de juego, en el que los

estudiantes pudieron competir entre ellos y recibir retroalimentación inmediata sobre su desempeño.

3.2.2 Fase II: Actuar. En esta fase, se logró dar cumplimiento al segundo objetivo específico, aplicando las estrategias didácticas diseñadas a los estudiantes de grado once de la institución educativa Teodoro Gutiérrez Calderón, comprometiendo la acción misma y la participación de los estudiantes en la ejecución de cada una de las actividades planificadas, de forma individual, grupal y colaborativa, con un previo proceso de implementación de recursos y talentos que permitieron lograr en cada uno de los ciclos resultados satisfactorios. **(Ver Anexo 8).**

3.2.3 Fase III: Observación. La tercera fase se hizo en función a los resultados obtenidos a medida que se iban realizando cada una de las actividades. En esta fase se dio cumplimiento al cuarto objetivo específico, involucrando una evaluación que se llevó a cabo aplicando la misma prueba inicial, pero con la diferencia que aquí se evaluó la propuesta implementada, con el fin de conocer el logro del objetivo general; fortalecer el pensamiento matemático variacional en los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano. (Ver Tabla 6).

3.2.4 Fase IV: Reflexión. Fue la fase que permitió recapacitar sobre los resultados observados en la fase anterior. En ella tanto los estudiantes como el docente reflexionaron sobre los resultados de la observación para identificar los aciertos y desaciertos. En este proceso se hizo evidente los resultados de la aplicación de la propuesta didáctica en torno al objetivo general y los objetivos específicos de la misma. Y se concluye que de acuerdo a las evidencias se

muestra el fortalecimiento del pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

3.3 Población y Muestra

3.3.1 Población. Vale la pena aclarar que la población, es el conjunto total de individuos, objetos o medidas que poseen algunas características comunes observables en un lugar y en un momento determinado. (Hernández, et al, 2010). Así mismo, la población de la presente investigación la conformaron 63 estudiantes, correspondientes a los grados 10° y 11°, adicionando el Docente Investigador, titular del grado once y quién dicta la disciplina de Matemáticas, para un total de 64 personas de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón, del Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander, distribuidos como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. *Distribución de la población*

Población	Género	
	F	M
Estudiantes Grado 11°	10	18
Estudiantes Grado 10°	14	21
Docentes titular		1
SUB-TOTAL	**24**	**40**
TOTAL	**64**	

3.3.2 Muestra. La muestra es un subconjunto representativo de la población. (Hernández, et al, 2010). En el caso objeto de estudio, la muestra, estuvo representada por los 28 estudiantes del grado 11°, seleccionados por conveniencia, debido a que el autor de la investigación es el titular y quien dicta la disciplina de matemáticas.

3.4 Instrumentos para la recolección de la información

Los instrumentos utilizados para la recolección de la información, se fundamentaron en las técnicas cualitativas de la Investigación-Acción, que, en consecuencia, proporcionan una mayor profundidad en las respuestas y así una mayor comprensión del fenómeno estudiado. (Hernández, et al, 2014). Dichos instrumentos estuvieron orientados en los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) definidos por el MEN para el área de matemáticas del grado 11°. Hay que mencionar, además, que los instrumentos que a continuación se detallan, se diseñaron desde las perspectivas de los criterios de validez, de contenido y de constructo como se muestra en el **Anexo 6**.

3.4.1 Entrevista Inicial a Estudiantes. Se aplicó a los 28 estudiantes del grado 11°, conformada por cinco (5) preguntas con opciones de respuestas, para identificar en qué pensamiento matemático presentaban más dificultad. (**Ver Anexo 3**). Para la presentación de las respuestas, a los nombres de cada estudiante se le asignó un código alfanumérico por confidencialidad de la información, como se observa en la Tabla 2.

Tabla 2. *Codificación para identificación de los estudiantes*

ENTREVISTADO		CÓDIGO
GÉNERO	Femenino	E-F01
	Masculino	E-M01

3.4.2 Prueba Diagnóstica Inicial y final. Esta prueba se aplicó a los 28 estudiantes del grado 11°, con una duración de 60 minutos, cuyo objetivo fue medir el desarrollo del pensamiento variacional matemático teniendo en cuenta los DBA para el grado once definidos por el MEN. Cabe mencionar que esta prueba, también se aplicó al final de implementada la propuesta, para

evaluar el efecto de las estrategias didácticas aplicadas. La prueba consta de 34 preguntas abiertas, y otras de opción de respuesta múltiple tipo pruebas saber, de fácil entendimiento, aplicada por escrito a la muestra seleccionada intencionalmente. (**Ver Anexo 4**). Hay que mencionar, además, que dicha prueba se aplicó de forma individual teniendo en cuenta la principal característica de la investigación-acción, su naturaleza participativa y el carácter colaborativo (Latorre, 2005).

Cabe resaltar, que, para el análisis de las preguntas, de la prueba inicial diagnóstica se construyeron preguntas para todos los grados con el correspondiente DBA a la cual hacían referencia. (Ver Tabla 3). Dichas preguntas, además, se clasificaron en tres (3) categorías de manera que cada una midiera el pensamiento matemático, como se muestra en la categorización de la información. (Ver Tabla 4).

Tabla 3. *Distribución de las preguntas de acuerdo a cada DBA*

GRADO	No. DE PREGUNTA Y DBA A QUE CORRESPONDE
PRIMERO	1 y 2 (DBA 10)
SEGUNDO	3 (DBA 3)
TERCERO	4 (12), 5, 6 y 7 (DBA 15)
CUARTO	8 (DBA 13), 9 (DBA 7)
QUINTO	10, 11, 12 y 13 (DBA 10)
SEXTO	14 (DBA 16) y 15 (DBA 17)
SÉPTIMO	16 (DBA 12), 20 (DBA 7)
OCTAVO	18 y 19 (DBA 2), 20 (DBA 8), 21 (DBA 14), 22 (DBA 11), 23, 24 y 25 (DBA 9)
NOVENO	26 (DBA 11), 27-28 (DBA 6)
DÉCIMO	29 (DBA 5), 30 (DBA 7)
ONCE	31 y 32 (DBA 3), 33 y 34 (DBA 5)

Fuente: Elaboración propia con base en los DBA del MEN, 2006

Tabla 4. *Categorización de la información*

Objetivo General: Fortalecer el pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.				
Objetivos Específicos	**Categorías**	**Criterios a evaluar**	**Preguntas**	**Instrumentos**
Identificar los factores del bajo rendimiento de los estudiantes de grado once en el área de las matemáticas.	Patrones y regularidades	Predice patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica	1-15	Prueba Inicial Diagnóstica Observación
	Procesos algebraicos	La forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización.	16-28	
	Análisis de funciones	Procesos de modelación matemática de diferentes tipos de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica.	29-34	
Usar las estrategias didácticas que desarrollen el pensamiento matemático variacional en los estudiantes de grado once .	Procesos algebraicos	La forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización.	16-28	Observación Secuencia Didáctica
	Análisis de funciones	Procesos de modelación matemática de diferentes tipos de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica.	29-34	
Evaluar el efecto de las estrategias didácticas aplicadas a los estudiantes de grado once para saber si se ha desarrollado el pensamiento matemático variacional	Patrones y regularidades	Predice patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica	1-15	Prueba Final Diagnóstica Observación
	Procesos algebraicos	La forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización.	16-28	
	Análisis de funciones	Procesos de modelación matemática de diferentes tipos de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica.	29-34	

Fuente: Diseño propio con base en los DBA de matemáticas del MEN, 2006

Categorizadas las preguntas en cada criterio del DBA, se procedió a normalizar los datos en función a un puntaje en común igual a cinco. Esto quiere decir que a los puntajes máximos brutos se les amplificó por tres en el caso del criterio 1 y se simplificó por dos el criterio 2 y 3 que conservaron su puntaje máximo. De esta manera, se pudo establecer un puntaje de cinco para todos los criterios. (Ver Tabla 5).

Tabla 5. *Descripción de las categorías de análisis*

Criterios a evaluar	Categoría de análisis	Puntaje máximo bruto	Puntaje máximo normalizado	Categorización cualitativa
Predice patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica	Patrones y regularidades	5	5	Bajo: 0 a 2,9 Medio: 3, a 4. Alto: 4,1 a 5,
La forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización	Procesos algebraicos	5	5	Bajo: 0 a 2,9 Medio: 3,1 a 4. Alto: 4,1 a 5,0.
Procesos de modelación matemática de diferentes tipos de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica	Análisis de funciones	2	5	Bajo: 0 a 2,9 Medio: 3,0 a 4 Alto: 4,1 a 5,0

Fuente: Diseño propio basado en los DBA del MEN, 2006

Posterior a esto, se determinó la categorización cualitativa de cada nivel en función al puntaje obtenido, para lo cual se estableció lo siguiente:

Bajo: 0,0 a 2,9 puntos.

Medio: 3,0 a 4,0 puntos.

Alto: 4,1 a 5,0 puntos.

Para la recolección de la información asociada al rendimiento académico, el cual se atribuye al logro del estudiante en su desempeño académico a través de las calificaciones obtenidas, una

vez finalizado el cuarto período lectivo 2018. Operacionalmente, se expresó en notas de 1,0 a 10,0; sin decimales. (**Ver Anexo 1**).

3.4.3 Diario de Campo. Este instrumento sirvió de apoyo para identificar las estrategias didácticas utilizadas por el docente investigador en el proceso de enseñanza aprendizaje del área de Matemáticas con los estudiantes del grado 11°, (**Ver Anexo 7**), mediante la observación de las categorías de análisis descritas en la tabla 5, en el aula de clase.

3.4.4 La Observación. La realización de esta técnica, considerada de gran importancia, porque permitió la observación de la práctica diaria del docente titular del grado 11° **(Ver Anexo 5),** con el fin de identificar los recursos disponibles, el uso de objetos virtuales de enseñanza-aprendizaje. En ella se observó que falta conectividad, para que el docente pueda hacer uso de la herramienta TIC y de esta manera, hacer más dinámico el proceso pedagógico.

3.5 Validación de los Instrumentos

La validez del presente trabajo se hizo mediante el contenido de los instrumentos, estimado de forma subjetiva, utilizando el denominado Juicio de Expertos en las sesiones de trabajo con los compañeros de curso de maestría, el docente titular de investigación de la maestría, el director de la tesis, el investigador y los docentes del área de matemática de la institución (**Ver Anexo 6**). Dicha validez se estructuró bajo tres criterios: a) Validez de Contenido; b) Validez de Constructo; y c) Validez de criterio, de modo que se valoró la entrevista inicial, la prueba inicial diagnóstica, el diario de campo, la ficha de observación, y la prueba de valoración final, cumpliendo el objetivo trazado en su diseño, implementación y finalidad, siendo este el

fortalecimiento del pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

3.6 Principios Éticos

El principio ético utilizado, desde la intervención pedagógica del proyecto fue el Consentimiento Informado (**Ver Anexo 2**), como lo expresa la Ley 1090 de 2006, citado en Lugones, et al., 2005):

> […] del consentimiento del acudiente, haciendo una interpretación sistemática de la ley, se concluye que no se pueden hacer intervenciones con menores de edad sin el consentimiento de los padres quienes son sus representantes legales" (p.5). De la misma manera expresa el artículo 52 de la misma norma, que: en los casos de menores de edad…el consentimiento respectivo debe firmarlo el representante legal del participante en una investigación académica o científica. (p.5).

Para ello, se solicitó en primer lugar el consentimiento al Señor Rector de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, y la firma de los padres de familia o representantes legales, de los adolescentes participantes, con el fin de utilizar material audiovisual, entre ellos fotografías que fueron publicados en el presente trabajo sin usar nombres propios. (**Ver Anexo 2**).

Cabe resaltar que el formato del consentimiento informado, fue tomado del Ministerio de Educación Nacional (s.f.), y en el que se comunica la participación de los hijos(as) en las fotografías para la realización del trabajo de grado: "Estrategias didácticas para el desarrollo del pensamiento matemático variacional en los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano". (**Ver Anexo 2**).

3.7 Resultados y Discusión

3.7.1 Resultados de la aplicación de la Entrevista inicial a Estudiantes. El objetivo de esta entrevista fue conocer el componente matemático que menos dominaban

Técnica: Cuestionario preguntas de selección múltiple con única respuesta.

Número de ítems de la prueba: 6 preguntas

Muestra participante de la prueba: 28 estudiantes

Pregunta 1: ¿De las siguientes actividades cuales realiza con mayor agrado?

Opción de respuestas:

a. leer

b. Jugar

c. usar el celular

d. hablar con los amigos

e. estudiar

Análisis: Como se observa en el Anexo 3, en su mayoría, las actividades que más realizan con agrado es usar el celular, evidenciándose que son muy pocos los que les gusta estudiar. Se observa en las respuestas dadas, que, de los 28 estudiantes entrevistados, a quince les gusta usar el celular (EST-01-02, 06, 09-11, 13, 16, 18-19, 21-22, 25, 27-28). Así mismo se observa que tan solo ocho les gusta estudiar (EST-05, 07, 12, 14, 17, 20, 23 Y 24); los demás a tres les gusta jugar (EST-03, 04, 26); y a dos les gusta hablar con los amigos (EST-08, 15).

Las anteriores respuestas dan muestra de que los estudiantes no sienten interés por las matemáticas, que les gusta más jugar en el celular que estudiar. Por lo tanto, se debe potenciar el pensamiento matemático integrando en aspectos tanto cognitivos, como procedimentales y actitudinales relacionados con el saber conocer, saber hacer, saber ser, como lo fundamenta el

(MEN, 2006), siendo este uno de los puntos centrales expuestos en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Ello involucra el uso intencionado del conocimiento, como lo fundamenta Espeleta, et al, quienes referencian que trabajar en forma colaborativa se puede ir construyendo paulatinamente los conceptos matemáticos, para ir al mismo tiempo incentivando el interés por la matemática. (Espeleta, et al, 2016).

Pregunta 2: De las siguientes áreas del conocimiento, ¿cuál se te dificulta más?

Opción de respuestas:

a. Ciencias naturales y educación ambiental.

b. Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia.

c. Educación artística y Cultural.

d. Educación ética y en valores humanos.

e. Educación física, recreación y deportes.

f. Educación religiosa.

g. Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros.

h. Matemáticas.

i. Tecnología e informática

Análisis: En los resultados de esta pregunta se observa cómo se muestran los resultados en el Anexo 3, que a 13 de los 28 estudiantes entrevistados, se les dificulta el área de las matemáticas (EST-01-06, 12-13, 16-18, 20-21); a seis Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros (EST-7-8, 10-11 Y 22-23); a cinco se les dificultan las Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia (EST-14-15, 19, 24, 28); a dos estudiantes las Ciencias

naturales y educación ambiental (EST-09, 27); al EST-26 la Educación física, recreación y deportes; y al EST-25, la Tecnología e informática.

Se evidencia que las matemáticas conservan su mala fama entre los estudiantes y continúan suscitando rechazo, como se observa en las respuestas dadas, ello indica que necesitan adoptar una actitud mucho más activa para comprender un razonamiento y un discurso argumentativo que uno narrativo. La diferencia está en la calidad y capacidad de motivación del profesor o profesores con los que se brinda el aprendizaje. Hace falta pensar en términos multidisciplinares como lo fundamenta Cabero (1999, citado en Dávila, 2018), en estos casos se debe potenciar el uso de las matemáticas para entrenar el pensamiento divergente, la creatividad y para enseñar a los adolescentes no sólo a resolver problemas sino a planteárselos, a buscar no sólo la respuesta sino también la pregunta y los datos necesarios para resolverla, porque eso es la base de la curiosidad científica y de los descubrimientos tecnológicos.

Pregunta 3: ¿Cuál de los siguientes pensamientos matemáticos es el que menos domina?

Opción de respuestas:

a. El pensamiento numérico y los sistemas numéricos

b. El pensamiento espacial y los sistemas geométricos

c. El pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas

d. El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos

e. El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Análisis: Como se observar en los resultados de cada respuesta expresada por los 28 estudiantes entrevistados, en el Anexo 3 se evidencia que la mayoría, siendo 15 estudiantes a quienes se les dificulta el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos (EST-

01-06, 13-14, 16-17, 19, 21, 26-28), a 4 se les dificulta más el pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas (EST-11-12, 20 y 25), igualmente a otros 4 se les dificulta el pensamiento espacial y los sistemas geométricos (EST-8-10 y 23). También se evidencia que a 3 estudiantes se les dificulta más el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos (EST-24, 18 y 15); y que tan solo a 2 estudiantes se les dificulta el pensamiento numérico y los sistemas numéricos (EST-7 y 22).

Los resultados de esta pregunta apuntan que se debe evaluar a fondo las causas de la dificultad de dominio en esta competencia, como fundamenta García (1999, citado en Gómez, 2015): cuando menciona que algunas de las causas pudieran ubicarse en los siguientes ejes: a) un planteamiento curricular desarticulado y excesivo en contenidos, desde el preescolar hasta el bachillerato; b) una práctica pedagógica anticuada, centrada en la enseñanza de contenidos puntuales, en la cobertura superficial del currículo, en la memorización de algoritmos, y omisa en el desarrollo de habilidades de razonamiento y de solución de problemas; c) un profesorado que no se actualiza profesionalmente, que enseña los contenidos para pasar la prueba, que no motiva a sus estudiantes por el aprendizaje intrínseco; d) pobres condiciones de gestión escolar que no garantizan las mínimas oportunidades de aprendizaje, ya sea por inasistencias y retardos del profesor o por cualquier otra causa que reduzca el número real de horas-clase que tienen los estudiantes; y d) pobres condiciones de clima escolar que desmotivan al estudiante a aprender, a preguntar, a indagar y a valorar la adquisición del conocimiento como una forma de superarse en la vida.

Pregunta 4: ¿Desde qué ciclo escolar ha presentado dificultad en matemáticas?

Opción de respuestas:

a. Transición

b. Primero a Tercero

c. Cuarto a Quinto

d. Sexto a Séptimo

e. Octavo a Noveno

f. Decimo a Once.

Análisis: Para examinar los resultados de esta pregunta se tuvo en cuenta las respuestas descritas en el Anexo 3, donde se observa que a diez estudiantes de los 28 entrevistados, siendo ellos el EST-01, 04-06, 15-15 y el 27-28, dicen que las matemáticas se les ha dificultado en los grados octavo y noveno; a seis en efecto los EST-10, 13-14, 22-23, 25, describieron que en sexto y séptimo; a cinco en diez y once siendo ellos EST-2, 3, 19-21; a tres siendo EST-09, 24 y 26 en cuarto y quinto; igualmente a otros tres EST-07, 08 y 12 en primero y tercero; y finalmente al EST-11 solo en transición.

Se analiza que, de acuerdo a las respuestas dadas por los 28 estudiantes entrevistados, la mayor dificultad con las matemáticas la tienen desde el grado séptimo en adelante, ello representa que inconvenientes en el aprendizaje de las matemáticas, no son debidas a una única causa, y que desde estos grados se viene presentando dicha dificultad. Ello significa que existen diferentes factores que pueden dar lugar a diferentes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, en todos los ciclos. Por tanto, se considera que estos inconvenientes solamente se pueden interpretar si se sitúan a los estudiantes en momentos concretos de este proceso evolutivo

Pregunta 5: ¿De las siguientes causas cual crees que pudo haber influido para tener bajo rendimiento?

Opción de respuestas:

a. Motivación

b. Didáctica de la clase

c. Ambiente de aula

d. contextualización de los temas

e. Otra. ¿Cuál?

Análisis: Es preciso establecer los factores que afectan el bajo rendimiento de las matemáticas, y de acuerdo a los resultados de la entrevista realizada a los 28 estudiantes del grado once, descritos en el Anexo 3, se analiza que en su mayoría nueve de ellos (EST-04, 10, 19 y el 25), están de acuerdo, que la falta de didáctica en la clase es uno de esos factores que inciden; otros 9 de ellos (EST-11, 13-14, 20-23, 27-28) expresan que el ambiente en el aula; seis siendo EST-01-03, 16, 18 y 24 dicen que la falta de motivación es un factor que incide mucho, sumado a la apatía que sienten por la asignatura; y los cuatro restantes que corresponden a EST-12, 15, 17 y 26 opinan que es la falta de contextualización de los temas.

Las respuestas a esta pregunta, permitieron lograr que los estudiantes hicieran conciencia y expresaran los factores que influyen en el bajo rendimiento de la disciplina de las matemáticas, opinando en su mayoría que la falta de didáctica en la clase y la motivación son las que influyen más en el desinterés y los bajos resultados académicos. Es aquí cuando se analiza que se deben aplicar estrategias cognitivas, incluyendo las tecnologías, las cuales como fundamenta Valencia (2013, citado en Urquizo, 2017), favorecen la concentración y la atención, así mismo, contribuye a adquirir la comprensión, la agilidad y el sentido numérico; al igual que ayuda a mejorar en la ejecución de ejercicios aritméticos y el estudiante trabaja en equipo siendo participativo y colaborativo.

Los docentes deberían utilizar buenos métodos que incentiven a los estudiantes a demostrar el interés por aprender y esto hace que su rendimiento sea favorable. Hay que motivar a los estudiantes para que aprendan a investigar y a producir conocimientos; de esta manera mejoraran su rendimiento académico. Si se incentivan a pensar, a resolver problemas y aceptar condiciones de trabajo del aula, se puede logar una educación integral con buenos resultados.

3.7.2 Resultados de la Prueba inicial diagnóstica. El objetivo de esta prueba fue medir el desarrollo del pensamiento variacional matemático teniendo en cuenta los DBA para el grado once definidos por el MEN.

El análisis de respuestas a la **prueba diagnóstica inicial**, se observa en el Anexo 4, cuyos contenidos constan de 34 preguntas, basadas en los estándares básicos de matemáticas para todos los grados; que incluye preguntas tipo prueba SABER, con base en el pensamiento variacional, clasificados en tres categorías de análisis: a) Patrones y regularidades, b) procesos algebraicos, y c) Análisis de funciones, teniendo en cuenta los DBA para todos los grados; que permitieron identificar los factores del bajo rendimiento de los estudiantes de grado once en el área de las matemáticas.

Como se observa en el Anexo 4 en la **categoría de patrones y regularidades**, se analizaron las **preguntas 1 a la 15**, en las cuales se han encontrado tres preguntas: 7, 14 y 15, que se destacan por no estar presentes en un 5% (Ver Figura 3).que equivalen a dos estudiantes del grado once, Estas preguntas de acuerdo a la valoración dada se encuentran en un nivel insuficiente y corresponde a las pregunta 7: armar figuras planas con piezas; Pregunta 14, justificar y generar equivalencias entre expresiones numéricas; Pregunta 15, resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.

En el nivel Mínimo, se encontró que el 70% que corresponde a más de la mitad de los estudiantes del grado once, se identificó que en seis de las quince preguntas entre ellas, la 8, 9, 10, 11, 12 y 13, presentan dificultades bastante sobresalientes; ya que la pregunta 8 corresponde a armar figuras planas con piezas multiplicativas, y de recurrencia que se pueden establecer en una secuencia numérica; la pregunta 9, resolver situaciones que requieran lectura e interpretación de gráficas y en particular pictogramas; Pregunta 10, identificar y describir las relaciones multiplicativas; Pregunta 11, resolver problemas en situaciones multiplicativas en el conjunto de los números reales; Pregunta 12, Regularidad y generalidad; Pregunta 13, verificar conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.

Estos resultados evidencian que los estudiantes no estaban familiarizados con el estilo de preguntas, lo que afectó significativamente las respuestas y su rendimiento.

Así mismo en el nivel satisfactorio, se observó que sólo siete estudiantes identificaron situaciones de variación y cambio, explicaron su representación gráfica, analizaron las tendencias de variación, pronosticaron resultados a partir de patrones, midieron las variaciones y modelaron matemáticamente a partir de la covariaciones. Estos indicadores correspondieron a las preguntas 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Esto indicó que se debe trabajar en la construcción del significado de magnitud y el desarrollo de procesos de medición, a partir de las nociones de los estudiantes, en conceptos y procedimientos como: construcción del concepto de cada magnitud, conservación de magnitudes, estimación de la medida, y el tratamiento de datos como (ordenar, agrupar, representar, y hacer uso de modelos y métodos estadísticos).

En **la categoría de los procesos algebraicos**, se plantearon las **preguntas 16 a la 28**, en las cuales se evalúo la forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización, donde se evidenció que diecisiete estudiantes presentaron un nivel insuficiente, correspondiente a más de la mitad de los estudiantes como se muestra en la tabla 6 y figura 5. Las preguntas en las cuales los estudiantes presentaron más dificultad para queda en este nivel fueron: La pregunta 16, que comprende cómo la distribución de los datos afecta la media (promedio), la mediana y la moda; la pregunta 20 que correspondió a solucionar ecuaciones lineales; las preguntas 18 y 19 debían resolver problemas de proporcionalidad directa e inversa usando razones o proporciones; la pregunta 21 refiere a conocer las fórmulas para calcular áreas de gráficas.

De igual modo en el nivel mínimo, nueve estudiantes (Ver Tabla 6 y Figura 5) presentaron dificultad para responder las preguntas 23, 24 y 25 donde debían aplicar la propiedad distributiva en expresiones simples.

En el nivel satisfactorio solo dos estudiantes presentaron dificultad para responder las preguntas, 26 que correspondía a expresar una función cuadrática de diferentes formas, las preguntas 27 y 28 donde debían plantear sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas para resolver de diferentes formas.

En general en esta categoría se trabajó la comunicación del lenguaje natural, gráficos, íconos y símbolos, algebraicos y aritméticos, con el fin de establecer representaciones y manipular información para la resolución de problemas.

Se observó que a pesar de familiarizarse con el texto de la situación problema planteada, los estudiantes se notaron preocupados, con emociones encontradas, porque no sabían por dónde empezar a responder las preguntas. Aunque la mayoría de los estudiantes usaron cálculos

matemáticos y la utilización de fórmulas, para responder las preguntas fueron poca, las que resolvieron por razonamiento lógico o por intuición. Se pudo analizar que a los estudiantes se les dificulta formular preguntas de un texto establecido.

En la **categoría de análisis y funciones** se analizaron las preguntas 29 a la 34, en estas preguntas los estudiantes debían dominar las funciones polinómicas, racionales, logarítmicas, exponenciales y trigonométricas. Implicó relacionar contenidos como: sólidos, vértices, superficies, lados, volumen, área y perímetro, utilizando diferentes registros de representación.

En esta categoría fue donde los estudiantes presentaron mayor dificultad de dominio, mediante las respuestas a las preguntas 31 a la 33, veinte estudiantes se valoraron quedando en el nivel insuficiente como se observa en la tabla 6 y figura 5. Con las preguntas 31 y 32 los estudiantes debían interpretar pendientes de la recta tangente a la gráfica de una función, con la pregunta 33 los estudiantes debían conocer las fórmulas de las derivadas de funciones polinomiales, trigonométricas, potencias, exponenciales y logarítmicas para resolver problemas.

Con las respuestas 29 y 30, solo cinco estudiantes al ser valorados quedaron en el nivel mínimo. Analizando como resultado que en la pregunta 29 debían reconocer la noción de cambio instantáneo de una función, y en la pregunta 30 tenían el trabajo de solucionar problemas geométricos en el plano cartesiano.

En el nivel satisfactorio, solo dos estudiantes se calificaron en dicho nivel con la respuesta dada a la pregunta 34; ya que al igual que la pregunta 33 los estudiantes debían conocer las fórmulas de las derivadas de funciones polinomiales, trigonométricas, potencias, exponenciales y logarítmicas para resolver problemas.

Ello indica que se deben fortalecer con estrategias y mayor relevancia lo correspondientes al DBA tres y cinco del grado once, en los cuales más de la mitad de los estudiantes del grado once presentan mayores dificultades.

Mediante una rejilla de evaluación se presentaron los resultados, donde se analizaron los estándares en cada uno de las categorías, en los que se evidencia que en su mayoría los 28 estudiantes del grado 11° se encuentran en un nivel bajo y medio. Ello permitió a los estudiantes crear conciencia de la importancia del pensamiento matemático variacional y de cómo pueden optimizar sus competencias y mejorarlas, debido a que el puntaje fue bajo. (Ver Tabla 6 y Figura 5).

Tabla 6. *Matriz de juicio valorativo de la prueba inicial diagnóstica*

ASPECTOS DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL MATEMÁTICO	VALORACIÓN				
	I	**M**	**S**	**A**	**Total**
Patrones y regularidades Predice patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica	5%	70%	25%		100%
Procesos algebraicos La forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización	60%	35%	5%		100%
Análisis de funciones Procesos de modelación matemática de diferentes tipos de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica	75%	20%	5%		100%

I = Insuficiente M = Mínimo S = Satisfactorio A = Avanzado
Fuente: Elaboración propia

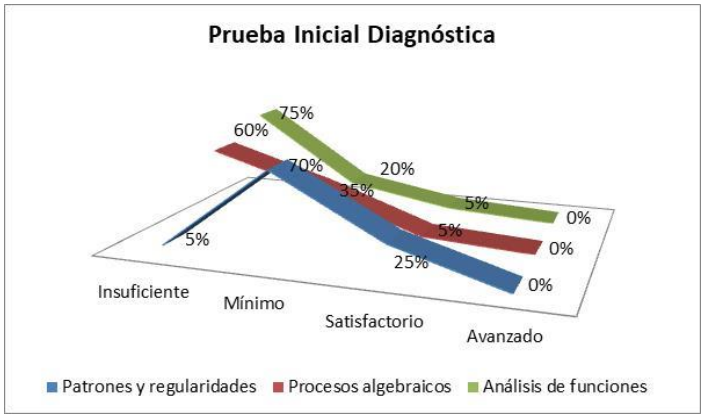


Figura 5. Resultados Prueba Inicial diagnóstica

La matriz, describe el juicio valorativo de los estudiantes, evidenciando la dificultad, en cada elemento y competencia, para el mejoramiento de las estrategias aplicadas durante el desarrollo del proyecto. Cada juicio valorativo contiene aspectos que permitieron al estudiante auto diagnosticarse en relación con cada elemento analizado y se ponderan de 1 a 5; 1 para la ponderación más baja y 5 para la más alta. La aplicación de la prueba, permitió identificar los factores del bajo rendimiento de los estudiantes del grado once en el área de las matemáticas, brindando información valiosa para el diseño de la propuesta de intervención.

La matriz arroja la percepción individual que tienen los 28 estudiantes evaluados con referencia a las respuestas dadas en cada pregunta, donde se evidencia que el más bajo puntaje se da en el análisis de funciones, en menor medida al elemento de procesos algebraicos y en mayor medida patrones y regularidades.

Se observó que en su mayoría los estudiantes presentan gran dificultad con el elemento análisis y funciones, encontrándose que 6 estudiantes están en un nivel mínimo evidenciado en el consolidado y representado en un 20%, con ello se comprueba como ellos mismos lo expresaron en la entrevista inicial, que el componente variacional es el que menos dominan. Así mismo en el nivel insuficiente, aunque en mayor proporción, representado en 21 estudiantes que sumado equivale al 75%, y en el nivel satisfactorio que es donde debiera encontrarse la mayoría de estudiantes, sólo 2 están en este nivel; y en el nivel de avanzado no se encuentra ningún estudiante.

En el elemento análisis de funciones y en el nivel mínimo, se encuentran 21 estudiantes, siendo una cantidad considerable, que hay que fortalecer desde los primeros grados, al igual que los procesos algebraicos.

A nivel general se concluye que la calidad de la enseñanza de las Matemáticas en particular en

el pensamiento variacional, exige introducir diversos materiales y otros recursos como las TIC, para tratar de que la clase sean más receptivas, prácticas, manipulativas y amenas.

Con los resultados de la entrevista inicial y la valoración a los resultados de la prueba inicial diagnóstica, se identificaron como factores de bajo rendimiento, la falta de estrategias didácticas para motivar a los estudiantes en especial en el aprendizaje del elemento análisis y funciones, que conlleva a hacer uso de los procesos algebraicos, siendo uno de los elementos vitales del pensamiento variacional en el cual el docente debe emplear desde las etapas iniciales el aprendizaje en mayor cantidad de tiempo en los procesos de ver y decir y no apresurar el registrar en su forma simbólica, ya que este debe ir surgiendo de manera natural a través de todos los grados para que tenga el éxito esperado en la básica secundaria y media.

Es importante tener en cuenta que el estudio de análisis de funciones, se hace indispensable desde la primaria para desarrollar el pensamiento variacional, y todos los maestros orientadores del área de matemáticas deben comprender que si se trabajan adecuadamente los procesos algebraicos y en otras áreas del saber, por ende se verá fortalecido el análisis de funciones de manera natural en las matemáticas y en otras áreas del saber. Es decir, un mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes, tales como: situaciones físicas, geométricas, aleatorias y numéricas. Por ello, es que para los estudiantes se hace más dificultoso dominar el pensamiento variacional, y aún más cuando no se le incluye estrategias didácticas que permitan volver los contenidos en el aula de clase más interesantes y motivadoras.

3.7.3 Análisis de resultados de la aplicación de estrategias. Siendo el estudiante el protagonista del proceso de aprendizaje y las actividades la principal estrategia pedagógica; en este sentido se consideró a la producción de los estudiantes como recurso pedagógico para ser

analizado y evaluado en todos los procesos llevados a cabo en la ejecución de la propuesta. De esta manera las producciones de los estudiantes se analizaron de acuerdo a las tres categorías de análisis: patrones y regularidades, análisis y funciones, y procesos algebraicos como se expone a continuación:

En la **categoría de patrones y regularidades,** no se llevaron a cabo actividades que requerían profundizar, debido a que en los resultados de la prueba inicial diagnóstica se evidenció que fueron las más satisfactorias de las tres categorías analizadas. Sin embargo se desarrollaron algunas actividades de repaso para fortalecer esta categoría profundizando como se muestra en el ejemplo presentado en la figura 6.

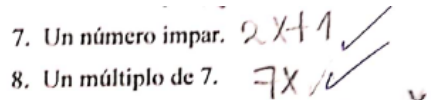


Figura 6. Pregunta y respuesta de las producciones realizadas por los estudiantes

Este ejemplo muestra como un estudiante a través de una expresión algebraica, logra mostrar un patrón.

En la categoría de **procesos algebraicos** se llevaron a cabo las siguientes producciones:

Mezclando elementos: Esta actividad se llevó a cabo en mayo de 2018 y para su desarrollo se organizaron grupos de 4 estudiantes y a cada grupo se le entregaron dos conjuntos de objetos diferentes entre ellos dados, balones y carros. De esta manera se procede a contar cuantos elementos hay y luego el estudiante mágicamente cambia la cantidad de elementos por el símbolo que corresponde a la cantidad obtenida dejando solo un elemento. (Ver Figura 7).

Figura 7. Apreciaciones de los estudiantes sobre las actividades desarrolladas a partir de una representación mental

Así mismo se realizaron 5 preguntas referentes a la representación gráfica de las matemáticas como forma de evaluar la producción, donde se logra apreciar que en algunos estudiantes, les cuesta describir los procesos, considerando además que lo que se quería mostrar era, que las matemáticas son una representación mental de la realidad, como se muestra en la figura 8.

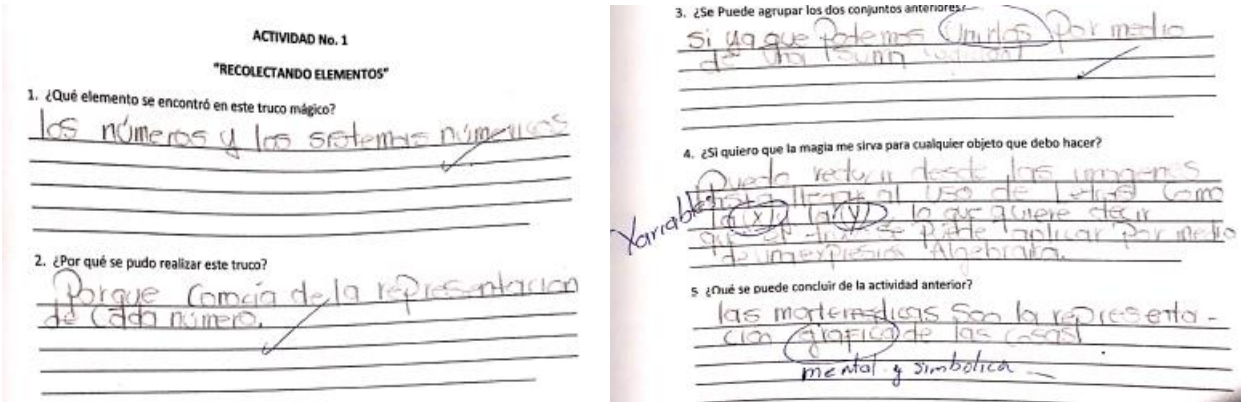


Figura 8. Desarrollo de la evaluación realizada por los estudiantes en la actividad Recolectando y mezclando elementos

En la figura anterior se evidencia que el estudiante comprende que mediante representaciones mentales de la realidad se llega a una expresión algebraica. Todo ello permitió que los

estudiantes se sintieran motivados durante y después del proceso de intervención, lo cual, transformó la clase de matemáticas en un escenario de aprendizaje, donde comprendieron con mayor facilidad y a su vez construyeron nuevos conocimientos de forma práctica y divertida.

Aprendiendo mezclas: Estas producciones se llevaron a cabo en mayo de 2018, donde inicialmente se hizo un repaso de conocimientos previos con el apoyo de la herramienta kahoot, y teniendo en cuenta los grupos ya organizados, se eligió un secretario, el cual describió la opinión de sus compañeros sobre el kahoot como se muestra en la evidencia siguiente.

Figura 9. Repaso de conocimientos con el apoyo de la herramienta kahoot

Esta herramienta como se observa en la evidencia, se utilizó para identificar los conocimientos previos de los estudiantes en cuanto a manejo del lenguaje algebraico. Así mismo se organizaron grupos de 4 estudiantes y se procedió a evaluar los conocimientos previos de cada tema visto como se muestra en la figura siguiente.

Figura 10. Evaluación de conocimientos previos vistos con el apoyo de la herramienta kahoot

Usando los elementos: Esta producción también se llevó a cabo en mayo, donde se le pide a cada grupo organizado de 4 estudiantes que con las tablas de madera recortaran 28 fichas de forma rectangular con 10 cm de largo y 2,5 cm de ancho, y dividieran cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo, como se evidencia en la figura 11.

Figura 11. Usando elementos, construyendo el manipulable físico, el dominó

Después de haber recortado las diferentes fichas se entregan por grupos 28 situaciones diferentes para que ellos pudieran completar el domino. Posteriormente se intercambian el domino hecho para que cada grupo jugara con un dómino diferente y al terminar el juego un integrante del grupo evaluará la actividad como se muestra en el ejemplo siguiente.

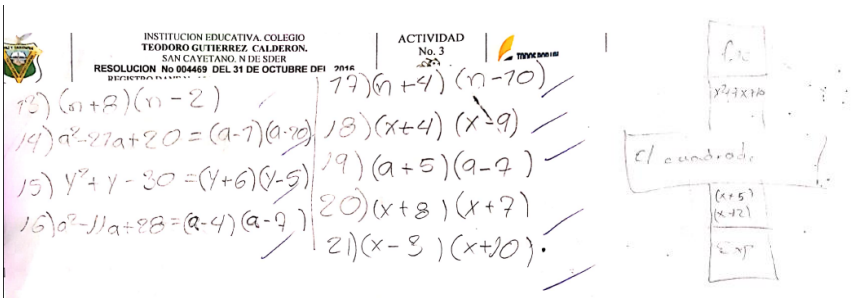
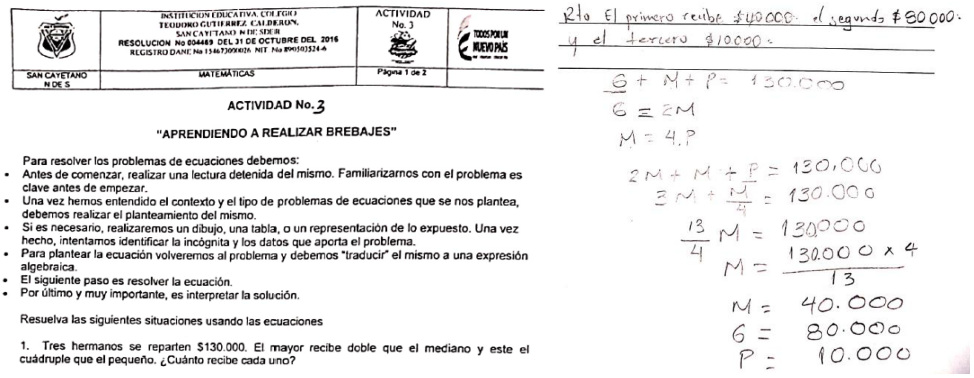


Figura 12. Desarrollo de la factorización de las expresiones algebraicas para la construcción del dominó

Según la observación de las respuestas dadas por los estudiantes, se analiza que se fortalecieron las debilidades encontradas en la prueba inicial diagnóstica, ya que los estudiantes al momento de convertir el lenguaje algebraico en expresiones literales y luego factorizarlas lograron un gran avance, aunque se debe seguir reforzando esta categoría, hasta llegar a un puntaje óptimo. Es importante resaltar que para la construcción del dominó cada grupo desarrolló un caso de factorización diferente, teniendo en cuenta que al intercambiar el dominó de cada grupo, se reforzarían los casos de factorización de los demás grupos. Esta producción como se observa en la figura 11, se llevó a cabo de forma lúdica, expresando verbalmente los estudiantes que se sintieron motivados, ya es un método que permite reforzar el conocimiento de una manera agradable.

Aprendiendo a realizar brebajes: Esta actividad se llevó a cabo en el mes de junio de 2018, donde se terminó de realizar el repaso sobre ecuaciones y solución de un sistema de ecuaciones. A los diferentes grupos organizados de a 4 estudiantes, se hizo entrega de ejercicios, que contenían problemas de situaciones de la vida real para que las escribieran en un lenguaje algebraico, además se proponen algunas situaciones donde el estudiante tenga que describir cómo se comporta una variable con respecto a la otra y que algoritmo realizó para hallar la solución como se evidencia en el ejemplo siguiente.



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO N DE S. RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016 REGISTRO DANE No 154673000026 NIT No 890503524-6

ACTIVIDAD No. 3

SAN CAYETANO N DE S | MATEMÁTICAS | Página 1 de 2

TODOS POR UN NUEVO PAÍS

ACTIVIDAD No. 3

"APRENDIENDO A REALIZAR BREBAJES"

Para resolver los problemas de ecuaciones debemos:

- Antes de comenzar, realizar una lectura detenida del mismo. Familiarizarnos con el problema es clave antes de empezar.
- Una vez hemos entendido el contexto y el tipo de problemas de ecuaciones que se nos plantea, debemos realizar el planteamiento del mismo.
- Si es necesario, realizaremos un dibujo, una tabla, o un representación de lo expuesto. Una vez hecho, intentamos identificar la incógnita y los datos que aporta el problema.
- Para plantear la ecuación volveremos al problema y debemos "traducir" el mismo a una expresión algebraica.
- El siguiente paso es resolver la ecuación.
- Por último y muy importante, es interpretar la solución.

Resuelva las siguientes situaciones usando las ecuaciones

1. Tres hermanos se reparten $130.000. El mayor recibe doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

Rta El primero recibe $40.000. el segundo $80.000. y el tercero $10.000.

$G + M + P = 130.000$

$G = 2M$

$M = 4.P$

$2M + M + \frac{M}{4} = 130.000$

$3M + \frac{M}{4} = 130.000$

$\frac{13}{4} M = 130000$

$M = \frac{130.000 \times 4}{13}$

$M = 40.000$

$G = 80.000$

$P = 10.000$

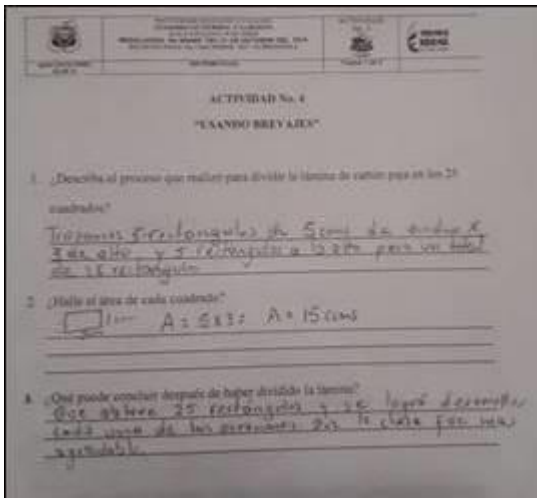
Figura 13. Respuesta de uno de los grupos a una de las preguntas evaluadas

En este ejemplo se evidencia que presentaron los algoritmos adecuados para resolver el problema, dando la respuesta correcta, lo que indica que el repaso de ecuaciones apoyados con la herramienta kahoot fue efectiva.

Usando los brebajes: Esta actividad se desarrolló de manera lúdica y también se llevó a cabo en el mes de junio de 2018. Para su realización se le pide a cada grupo organizado de 4 estudiantes que en una lámina de cartón paja de 1/8. la dividieran en 25 cuadrados, siendo el primero la salida y el último la llegada, y en los demás cuadros iban situaciones problemas, que debían solucionar para pasar a la siguiente casilla según el número arrojado por el dado como se muestra en la evidencia presentada en la figura 14.

Figura 14. Usando brebajes, elaborando una escalera

Con esta actividad los estudiantes construyeron una escalera como se evidencia en la figura 14 y para analizar las habilidades y destrezas de los manipulables físicos, respondieron las situaciones problemas utilizando los sistemas de ecuaciones como de presentan en el ejemplo siguiente.


ACTIVIDAD No. 4

"USANDO BREVAJES"

Figura 15. Evaluando el uso brebajes

En este ejemplo se evidencia que es adecuado el uso de manipulables físicos para el desarrollo de procesos algebraicos, y sobre todo si se lleva a cabo de manera lúdica, como se hizo en esta producción, donde los estudiantes al lanzar el dado, de acuerdo a la casilla donde quedara, se debía resolver la situación problema a través de un sistema de ecuaciones para proseguir jugando, y así sucesivamente hasta alcanzar la llegada, mostrando que los estudiantes se sintieran con mayor interés y motivación para reforzar los sistemas de ecuaciones.

Según la **categoría análisis de funciones**, como se muestra en estrategia secuencia didáctica 3 (**Ver Anexo 8**), los estudiantes desarrollaron ejercicios basados en las siguientes producciones:

Creando portales: Estas producciones se llevaron a cabo en el mes de agosto desarrolladas por los mismos estudiantes, donde se les pide a cada grupo organizado de 4 estudiantes que en la tabla de madera, dibujen un plano cartesiano, donde el centro quedara en la mitad de dicha tabla.

Así mismo se les solicitó que cada 10 cms colocaran unas grapas para entretejer el cordel y así graficar una función de forma manual como se evidencia en la figura 16.

Figura 16. Evaluando el uso brebajes

Puestos en práctica todos los conocimientos sobre funciones, haciendo uso de los manipuladores físicos y virtuales, se logra hacer uso de las graficadora google, para reforzar la modelación de una situación problema a través de una función. Lo primero que se hizo fue enseñarles a usar la graficadora, posteriormente se les dieron diferentes funciones para ser ingresadas en el herramienta google y así observar la gráfica y determinar las partes de las funciones, al igual que dar solución a la situación problema planteada como se evidencia en el ejemplo siguiente.

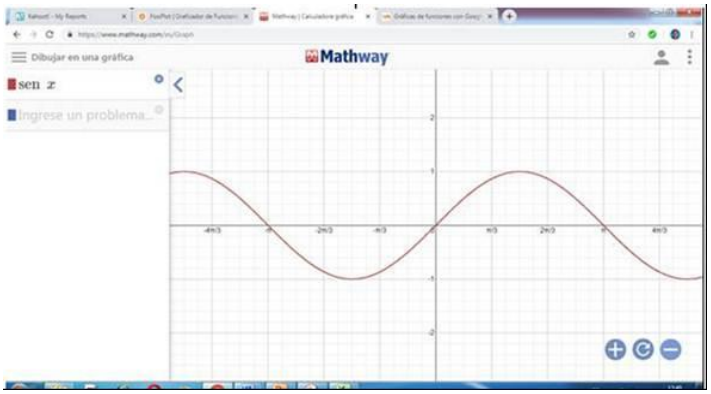


Figura 17. Desarrollo de funciones con el apoyo de la graficadora google

El análisis realizado en el pensamiento matemático variacional hace referencia a todas las prácticas que se realizan en una cultura con las matemáticas, como las actividades de contar, medir, representaciones artísticas, inferir, modelar, que realiza una comunidad y por tanto hacen parte de las representaciones culturales de la misma. Estas prácticas son, entonces, prácticas sociales, por lo tanto como referencia Chevellard (1997, citado en Vasco (2002) el pensamiento matemático no se refiere exclusivamente a "las matemáticas como saber disciplinario" sino que incluye las prácticas sociales con matemáticas (p.11).

Para concluir, se tiene que el proceso de pensamiento variacional:

> Tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. (MEN, 2006, p.67).

Con estos argumentos sobre el pensamiento matemático, se puede entender que el pensamiento variacional, se encuentra en prácticas de la vida cotidiana de un ciudadano, es herramienta necesaria en la toma de decisiones y permite comprender el mundo circundante que cada vez se nos muestra como un mundo cambiante. En el terreno específico del saber matemático, el estudio de la variación y el cambio, son los ejes rectores desde los cuales se desprenden las ideas, nociones, conceptos de una de las áreas más importantes de la matemática como es el cálculo.

3.7.4 Discusión. A partir de los **resultados de la entrevista inicial** y las dificultades que los estudiantes presentaron en el desarrollo de la prueba inicial diagnóstica, teniendo en cuenta los DBA para todos los grados y clasificados en las tres categorías de análisis: a) patrones y

regularidades, b) procesos algebraicos, y c) análisis de funciones, permitió llegar a la siguiente discusión:

En primer lugar, haciendo referencia a uno de los elementos característicos de la competencia variacional, como mencionan autores como Vasco (2002), Posada (2006), estos resultados son el inicio de un camino, fundamentado en un estudio y modelación de las situaciones de variación, partiendo de la debida interpretación de diferentes contextos aunados a las matemáticas, a lo que representa la ciencia, la cotidianidad del ser humano, donde se puede llevar a cabo una modelación de los procesos de variación entre las acepciones o variables en cuestión, con el fin de propiciar un mejor desenvolvimiento del pensamiento o razonamiento matemático, que a su vez está relacionado al álgebra y las funciones. Pudiendo ser más eficaz, al expresar las generalizaciones de patrones y relaciones usando símbolos, lo que conduce a generar procesos de generalización. Todo este trabajo permite poner de manifiesto diferentes procesos matemáticos tales como el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas.

En segundo lugar, los resultados asociados entre las tres categorías de análisis y los resultados del rendimiento académico dejan explícito dicho nivel en que se encuentran los estudiantes como se observan en la triangulación de la información (Ver Tabla 7). Los resultados son indicativos de que los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón, no poseen un adecuado nivel de pensamiento variacional, ya que su nivel promedio se ubica en los patrones y regularidades en un rango de puntajes comprendido entre 2,0 y 3. (Ver Tabla 6).

De acuerdo al nivel evidenciado de procesos algebraicos como un elemento más del pensamiento variacional, se puede mejorar, ya que una gran cantidad de estudiantes tienen su nivel en mínimo, logrando a través de las interrelaciones entre los lenguajes verbal, icónico, gráfico y simbólico; ya que el punto de partida no es la sintaxis propia de las reglas del álgebra,

sino que por el contrario ella es el punto de llegada. Desde un punto de vista tal, que el álgebra, deja de ser una forma abstracta de representar la aritmética, para convertirse en una nueva forma de pensar la matemática: la expresión de la generalidad, de la generalización. En este sentido, el pensamiento algebraico, cobra valor en los distintos grados del ciclo escolar. Lo fundamental es permitir al grupo de estudiantes la reflexión frente a lo que cambia, frente a lo que se conserva, y por ende, a las relaciones invariantes estructurales, pero fundamentalmente, permitirles que comuniquen lo que observan y que expliciten dichas relaciones, que las transformen, que las expresen de diferentes formas, que hagan conjeturas y por tanto, que formulen hipótesis sobre la situación que analizan.

Referente a la categoría de análisis de funciones, este es un elemento del pensamiento variacional que desde los lineamientos curriculares se puede interpretar que uno de los caminos para armar de sentido este eje temático es el relacionado con la contextualización de actividades que promuevan la modelación a partir del análisis de una situación a través de diferentes sistemas de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica. Es así, que la expresión simbólica, ya no es el punto de partida para el estudio de las funciones, sino que ésta es, en primera instancia, una forma entre otras de expresar la ley general que relaciona las variables del fenómeno que se modela, y como tal, aporta información sobre la relación estructural entre las mismas, al igual que lo hace una tabla de valores o una gráfica cartesiana. Por ello, se hace necesario que el estudio de las funciones desde sus diferentes representaciones y situaciones, se inicie en la educación básica primaria, lo que facilitaría abordar con mayores niveles de comprensión otras temáticas del pensamiento variacional que actualmente parecen inalcanzables por nuestros jóvenes en la educación básica secundaría, media, viéndose reflejado en el bajo rendimiento académico, la falta de motivación y apatía por este pensamiento.

Esto significa, en términos generales, que los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón no poseen habilidades para elaborar argumentos que les permitan sustentar opiniones, a lo que autores como, Vasco (2002), Posada (2006), atribuyen a que los docentes no promueven necesariamente un clima dialogante y democrático en la sala de clases, utilizando a cabalidad estrategias meta-cognitivas. Esto implica movilizar el pensamiento variacional desde los tres ejes conceptuales a) análisis de funciones, b) procesos algebraicos y c) patrones y regularidades, los cuales permiten variadas relaciones entre las distintas formas de promover procesos de variación. Como forma de sintetizar los tres ejes conceptuales y analizados como categorías del pensamiento variacional, se ilustran en la Figura 5, dichas conexiones conceptuales que se pueden hacer entre los tres ejes temáticos expresados.

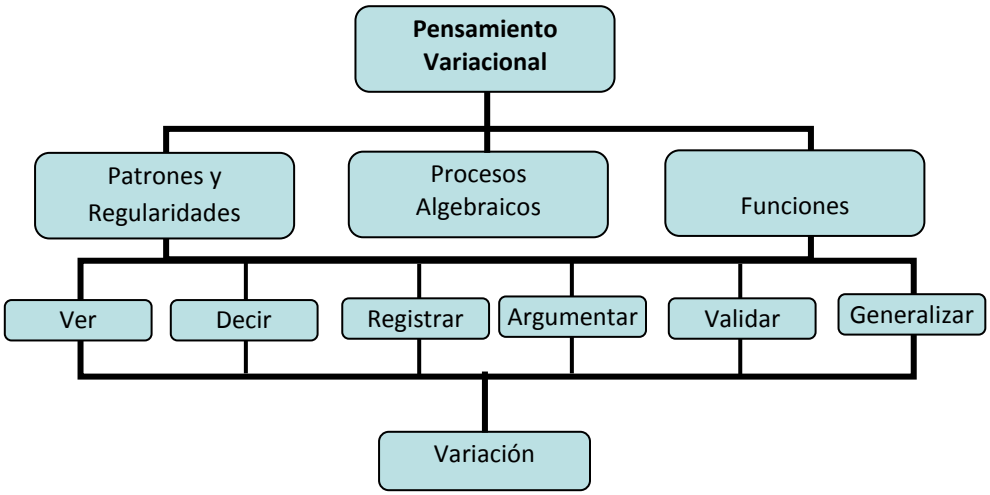


Figura 18. Conexiones conceptuales del pensamiento variacional. Elaboración propia

La literatura sugiere que el rendimiento académico es de naturaleza multifactorial. Esto significa que en el desempeño académico de los estudiantes intervienen múltiples causas, desde variables que tienen que ver con los determinantes personales hasta factores asociados a aspectos sociales (Barahona, 2014). Existen diversos autores que plantean la importancia en la relación

existente entre el pensamiento variacional y el aprendizaje de diversas materias curriculares. Los elementos característicos del pensamiento variacional se desarrolla fuertemente en la etapa escolar y se modifica en la educación superior, siempre y cuando el docente seleccione las actividades pertinentes para ello, de lo contrario el nivel continúa siendo el mismo de la etapa inicial.

Cabe destacar que el desarrollo de los elementos del pensamiento variacional debiera ser secuencial, es decir, quien demuestra un nivel más alto, como las funciones, por ejemplo, debiese tener desarrollados los otros dos (procesos algebraicos y patrones y regularidades), de acuerdo al planteamiento inicial donde se señala que el pensamiento variacional se desarrolla en la etapa escolar. Sin embargo, esta situación no queda demostrada de acuerdo a los resultados obtenidos. Según el análisis de las pruebas aplicadas de este pensamiento, es posible encontrar como hallazgo que existen estudiantes que, habiendo desarrollado escasamente el análisis de funciones, sí lograron demostrar un mayor desarrollo de los procesos algebraicos, lo que puede estar explicado no porque los estudiantes no hayan desarrollado el elemento anterior (funcional), sino más bien porque aun siendo capaces de encontrar relaciones con algunos estándares como relación lineal, no pueden reconocer y describir regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).

En virtud de lo anterior, es necesario también considerar que la aplicación de las pruebas de pensamiento variacional se conoció que influyen en el bajo rendimiento otras variables que inciden en las respuestas que emiten los estudiantes y que deben ser consideradas en la aplicación de estrategias, ya que no se da cuenta de un desarrollo secuencial de los elementos de este pensamiento, sino más bien de lo que los estudiantes quieren realizar o no en ese momento, o citar algunas variables, por ejemplo construir secuencias numéricas y geométricas utilizando

propiedades de los números y de las figuras geométricas, condiciones del estudiante (interés, motivación), contexto (momento de la jornada en que se aplica la prueba) e instrucciones claras del docente.

Los hallazgos concuerdan con lo planteado por Córdoba (2018), quien señala que el bajo rendimiento de los estudiantes en las tareas del pensamiento variacional es una realidad conocida por todos y es necesario diseñar e implementar estrategias de desarrollo de habilidades en dicho pensamiento en todos sus elementos que lo caracterizan.

Durante el proceso de intervención a través de las actividades con apoyo de herramientas físicas y virtuales (Kahoot), se logró favorecer en los estudiantes la habilidad de razonamiento para formular hipótesis, al permitirles desarrollar procesos relacionados con su formulación, la recopilación de datos y evidencias, la búsqueda de patrones y la justificación de los procedimientos elaborados y los juicios emitidos.

En una de las actividades de fortalecimiento del diario de campo llamado el juego de la escalera se puede evidenciar como los estudiantes formulan hipótesis, atendiendo a sus conocimientos previos, a la búsqueda de patrones y al análisis de los datos obtenidos.

Se observa cómo los estudiantes al analizar la variación de ejercicio realizado según la posición que ocupa el terna al cual pertenece, identifican regularidades que se hacen presentes en cada actividad de cada terna según la posición que esta ocupe, lo que les permite formular hipótesis sobre aquellas relaciones que permanecen constantes y se configuran.

En **la prueba de valoración final** se observa como los estudiantes han logrado superar algunas de las dificultades relacionadas con el análisis de funciones, logrando “Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas” y “dar cuenta

del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones" (Lineamientos Curriculares, 1998, p.54).

Se pudo notar cómo los estudiantes establecieron condiciones necesarias para justificar sus procedimientos matemáticos. Por ejemplo, en el juego del dominó, donde los estudiantes establecieron, relación entre una expresión y su factorización, al igual que su lenguaje algebraico.

Estos elementos muestran la manera en como las actividades con manipulables físicos y virtuales favorecieron en los estudiantes el desarrollo de esta habilidad de razonamiento, permitiéndoles presentar ideas claras, argumentos persuasivos, y describir por pasos la secuencias establecidas para la obtención de los resultados deseados.

El uso de los manipulables físicos y virtuales a lo largo de la intervención, permitió dejar a un lado la implementación de una metodología tradicional, logrando que el docente planificara y desarrollara las clases desde una perspectiva diferente, recreando nuevas situaciones de aprendizajes y despertando el interés y motivación de los estudiantes hacia las matemáticas. Por tal motivo se presentan algunas apreciaciones de los estudiantes sobre el impacto generado por los materiales físicos y virtuales y su importancia en el aprendizaje de las matemáticas.

Lo estudiantes expresaron como el uso de manipulables físicos contribuyeron en su proceso de aprendizaje, les permitió comprender los temas estudiados de forma más fácil, poner en práctica sus conocimientos previos y desarrollar sus habilidades de razonamiento. Consideraron que las actividades desarrolladas a partir de estos manipulables, fueron de mucho agrado, interesantes, prácticas; que se constituyeron en forma diferente y novedosa de aprender matemáticas.

Se evidenció además, como el impacto generado por la utilización de materiales físicos en la clase de matemáticas, permitió que los estudiantes se sintieran motivados durante y después del proceso de intervención, lo cual, transformó la clase de matemáticas en un escenario de aprendizaje, donde los estudiantes comprendían con mayor facilidad y construían nuevos conocimientos de forma práctica y divertida.

La utilización de los manipulables virtuales, permitió que los estudiantes se interesaran por las clases de matemáticas, comprendieran con mayor facilidad y se relacionaran con el conocimiento matemático de una forma totalmente nueva para ellos.

Lo importante es que estos resultados sirvan como aporte a los educadores matemáticos en secundaria para que proporcionen en el aula todos los tipos de problemas que incluyan todos los elementos y características de los pensamientos variacional a que los estudiantes cuando sean evaluados puedan manejar con propiedad cada tipo de pregunta que los involucre.

Como acción de revisión y discusión reflexiva de la literatura especializada, actualizada y pertinente sobre la temática abordada, se produce una nueva discusión, pero ahora con los resultados concretos del trabajo de campo desde una interrogación reflexiva entre lo que la literatura nos indica sobre los diversos tópicos, que en el diseño metodológico se han materializado como categorías, y lo que sobre ello se ha encontrado cuando se realizó la indagación en terreno. Todo ello integra la triangulación siendo esta, la que confiere a la investigación su carácter de cuerpo integrado y su sentido como totalidad significativa. (Ver Tabla 7).

Tabla 7. *Triangulación de la información*

Objetivo General: Fortalecer el pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

Teoría / Autores	Preguntas	Categoría	Técnica utilizada para la recolección de la información	Aporte para fortalecer el pensamiento matemático variacional
MEN (2006) **DBA y Lineamientos Curriculares**	29-34	**ANÁLISIS DE FUNCIONES**	Prueba inicial y prueba final diagnóstica Observación Diario de Campo	Se observó que en su mayoría los estudiantes presentan gran dificultad con el elemento análisis de funciones, encontrándose que 6 estudiantes están en un nivel mínimo evidenciado en el consolidado y representado en un 20%, con ello se comprueba como ellos mismos lo expresaron en la entrevista inicial, que el componente variacional es el que menos dominan. Los resultados son indicativos de que los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón, no poseen un adecuado nivel de pensamiento variacional, ya que su nivel promedio se ubica en los análisis de funciones en un rango de puntajes comprendido entre 2,0 y 3. Es importante tener en cuenta que el estudio de este elemento, se hace indispensable desde la primaria para desarrollar el pensamiento variacional, y todos los maestros orientadores del área de matemáticas deben comprender que dichos patrones existen y aparecen de manera natural en las matemáticas y en otras áreas del saber.

Continuación. Tabla 7. Triangulación de la información

Objetivo General: Fortalecer el pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

Teoría / Autores	Preguntas	Categoría	Técnica utilizada para la recolección de la información	Aporte para fortalecer el pensamiento matemático variacional
Vasco (2002), Posada (2006), MEN (2006), DBA y Lineamientos Curriculares	16-28	**PROCESOS ALGEBRAICOS**	Prueba inicial y prueba final diagnóstica Observación Diario de Campo	En esta categoría de procesos algebraicos, se puede mejorar, ya que una gran cantidad de estudiantes tienen su nivel en mínimo, logrando a través de las interrelaciones entre los lenguajes verbal, icónico, gráfico y simbólico; ya que el punto de partida no es la sintaxis propia de las reglas del álgebra, sino que por el contrario ella es el punto de llegada. En este sentido, como hace referencia Vasco (2002), Posada (2006) y desde los lineamientos curriculares del MEN (2006), el pensamiento algebraico, cobra valor en los distintos grados del ciclo escolar. Lo fundamental es permitir al grupo de estudiantes la reflexión frente a lo que cambia, frente a lo que se conserva, y por ende, a las relaciones invariantes estructurales, pero fundamentalmente, permitirles que comuniquen lo que observan y que expliciten dichas relaciones, que las transformen, que las expresen de diferentes formas, que hagan conjeturas y por tanto, que formulen hipótesis sobre la situación que analizan.

Continuación. Tabla 7. Triangulación de la información

Objetivo General: Fortalecer el pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

Teoría / Autores	Preguntas	Categoría	Técnica utilizada para la recolección de la información	Aporte para fortalecer el pensamiento matemático variacional
Vasco (2002), Posada (2006), MEN (2006), DBA y Lineamientos Curriculares	1-15	**PATRONES Y REGULARIDADES**	Prueba inicial y prueba final diagnóstica Observación Diario de Campo	En esta categoría, patrones y regularidades, que incluye diferentes subcategorías, siendo estos los DBA para cada grado que corresponde de acuerdo a cada pregunta realizada como se evidencia en la Tabla 3, se observa la falta de predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. En sus respuestas en la prueba inicial se evidencia que una gran cantidad de estudiantes se encuentran en el nivel medio. De acuerdo a los lineamientos curriculares se puede interpretar que uno de los caminos para armar de sentido este eje temático es el relacionado con la contextualización de actividades que promuevan los patrones de variación. Por ello, se hace necesario que el estudio de los patrones y regularidades desde sus diferentes representaciones y situaciones, se inicie en la educación básica primaria, lo que facilitaría abordar con mayores niveles de comprensión otras temáticas del pensamiento variacional que actualmente parecen inalcanzables por nuestros jóvenes en la educación básica secundaria, media, viéndose reflejado en el bajo rendimiento académico, la falta de motivación y apatía por este pensamiento

Fuente: Elaboración propia con base en la recolección de la información

4. Propuesta

4.1 Presentación

La propuesta "**La Magia de las matemáticas en el mundo real"** es producto del resultado de un diagnóstico inicial, donde se identificó que los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, presentaban gran dificultad con el elemento análisis de funciones, y que el pensamiento variacional, el que menos dominan, y que su nivel promedio se ubica en los análisis de funciones en un rango de puntajes comprendido entre 2,0 y 3. De esta manera se diseñaron diferentes actividades que se organizaron de forma ordenada utilizando como estrategia la Secuencia Didáctica, para el fortalecimiento del pensamiento matemático variacional. Todo ello transformado desde la experiencia reflexiva del autor de la investigación, las teorías y resultados. Desde esta experiencia, se elabora la propuesta de esta estrategia, constituida por los siguientes elementos: los propósitos, antecedentes de la institución, justificación, objetivos, marco de referencias, evaluación de la propuesta, ruta didáctica, estructura de la secuencia didáctica.

Como fin, tiene responder a los intereses y expectativas de la institución educativa, haciendo de las matemáticas una experiencia agradable, actual, dinámica, lúdica y significativa adquiriéndola de una manera contextualizada, relacionada con los estándares, gustos y conocimientos previos.

Además, los hallazgos concuerdan con lo planteado por Córdoba (2018), quien señala que el bajo rendimiento de los estudiantes en las tareas del pensamiento variacional es una realidad conocida por todos y es necesario diseñar e implementar estrategias de desarrollo de habilidades en dicho pensamiento en todos sus elementos que lo caracterizan, por ello se tuvo en cuenta en el diseño de estrategias las habilidades y destrezas cognoscitivas, y valorativas de los estudiantes

del grado 11°. Una característica especial de la propuesta, es que puede ser utilizada como estrategia de motivación permanente, abierta y didáctica, la cual está vinculada al ejercicio docente, con el programa Kahoot, haciendo uso de las TIC, como herramienta de apoyo.

4.2 Justificación

La propuesta "**La Magia de las matemáticas en el mundo real"** presenta un enfoque con mucha dinámica, donde se tienen en cuenta los DBA del MEN, y en la cual se integran los tres elementos característicos del pensamiento variacional, reforzando más el análisis de funciones, presentado con el mayor índice de complejidad en la prueba inicial diagnóstica realizada a los 28 estudiantes de la institución educativa Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

Teniendo en cuenta que el análisis de funciones se hace indispensable junto a los otros dos procesos (procesos algebraicos y patrones y regularidades), desde la primaria para desarrollar el pensamiento variacional en la básica y media, todos los docentes orientadores del área de matemáticas deben comprender que el análisis de funciones existen y aparecen de manera natural en las matemáticas y en otras áreas del saber. En concordancia a lo mencionado por Córdoba (2018), quien señala que:

> El bajo rendimiento de los estudiantes en las tareas del pensamiento variacional es una realidad conocida por todos y es necesario diseñar e implementar estrategias de desarrollo de habilidades en dicho pensamiento en todos sus elementos que lo caracterizan (p.25).

La propuesta tiene como fin establecer acuerdos con los demás docentes de la institución a través de la socialización de la misma, las evidencias de los resultados obtenidos durante las intervenciones y el diálogo reflexivo. En ese sentido, se pretende institucionalizar la secuencia didáctica como estrategia, con la herramienta Kahoot, haciendo uso de las TIC como material de

apoyo para mejorar, motivar y subir el nivel académico de los estudiantes. Su uso en el aula representa un importante beneficio en el alcance de aprendizajes significativos, donde además se logra en ellos un mayor grado de motivación por aprender, y una renovada actitud crítica, que se refleja en un cambio de concepciones y prácticas al interior del aula (Valencia & Caicedo, 2017; Avella, Sandoval & Montañez, 2017).

De igual manera se pretende que los estudiantes encuentren un sentido o significado al pensamiento variacional para que lo puedan relacionar con las problemáticas actuales o sus conocimientos previos, e igualmente poder desarrollar los tres elementos característicos de dicho pensamiento, quién además se interrelaciona con los demás pensamientos (métrico-espacial y sistemas geométricos) Igualmente a nivel nacional en los DBA (MEN, 2006) se propone que debe haber una coherencia lineal y horizontal entre los estándares de cada pensamiento, "(…) dada la relación que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos, dentro del mismo conjunto de grados" (p.79), lo que hace que en los resultados de las pruebas SABER y en un nivel superior, las matemáticas tengan el éxito esperado. Asimismo, vean la importancia y utilidad de la misma en su vida académica, profesional y cotidiana.

Finalmente, se convierte en una herramienta para los docentes del grado once que dictan la disciplina de las Matemáticas, ya que puede ser practicada con facilidad y en cualquier espacio en el aula, y sobre todo haciendo uso de las TIC con la herramienta Kahoot como instrumento de apoyo. Se cree que el diseño de la propuesta es motivadora en sí misma, pudiendo conseguir que los estudiantes trabajen motivados y con interés. Se conoce además que no todos trabajaran de igual forma, pero incluso, el estudiante con más dificultades tendría las posibilidades para desarrollar este trabajo.

La propuesta cuenta con las siguientes características:

- Las actividades desarrolladas mediante la estrategia, secuencia didáctica, fundamentada en el marco teórico, según los lineamientos de Díaz-Barriga (2013), quién considera que "las secuencias constituyen una organización de las actividades de aprendizaje que se realizan con los estudiantes y para los estudiantes, con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un aprendizaje significativo" (p.23). Es claro que la idoneidad no se alcanza a la primera, pero su estructura permite una aproximación razonable a lo que se desea y se sustenta en la retroalimentación, lo que permite el mejoramiento continuo de la propuesta diseñada.
- Dinámica: Cuenta con actividades no solo de pensamiento variacional sino también actividades para desarrollar otras habilidades cognitivas como la memoria, la concentración y la atención.
- Interesante: los juegos como la magia de los dados, llaman la atención de los estudiantes ya que son didácticas que ellos mismos manifestaron al momento de darles a conocer en qué consistía la propuesta.
- Creativa: Para el diseño de la propuesta, se pensó en incentivar la creatividad de los estudiantes utilizando el juego de la escalera, que con la ayuda de internet pudieran hacer más fácil, ligera y entretenida la actividad.

  Es una herramienta útil para el docente ya que desarrolla los temas teniendo en cuenta los estándares curriculares propuestos para el grado 11 y los tres elementos característicos del pensamiento variacional.

4.3 Objetivos de la Propuesta

4.3.1 Objetivo General de la propuesta. Fortalecer el pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

4.3.2 Objetivos específicos de la propuesta.

- Mejorar los hábitos de pensamiento que se percibieron a través de los tres elementos analizados en la prueba inicial diagnóstica (patrones y regularidades, procesos algebraicos y análisis de funciones).

- Desarrollar situaciones de aprendizaje donde el pensamiento variacional y las estrategias TIC, favorezcan el aprendizaje matemático en el aula.

- Aportar a los docentes y a la institución una estrategia didáctica que les permita profundizar en el desarrollo del pensamiento matemático variacional en el proceso enseñanza aprendizaje.

4.4 Indicadores de Logros

Los indicadores de logros que sustentaron la propuesta de "La Magia de las matemáticas en el mundo real", para el fortalecimiento del pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, fueron:

- Generar equivalencias entre expresiones numéricas;
- Justificar equivalencias entre expresiones numéricas;
- Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales;
- Identificar y describir las relaciones (aditivas, multiplicativas, y de recurrencia) que se pueden establecer en una secuencia numérica;
- Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales;
- Verificar conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.
- Resolver situaciones que requieran lectura e interpretación de gráficas y tablas, en particular pictogramas:

4.5 Metodología

Para alcanzar con eficiencia los objetivos de esta propuesta, la metodología se fundamenta en el pensamiento autónomo con la participación activa y cooperativa de los participantes, desarrollando estrategias que permiten a los docentes desprenderse de los paradigmas tradicionales, de tal forma que cree condiciones favorables para que el educando pueda mejorar las dificultades que presenta con todos los elementos del pensamiento variacional.

Se combina una metodología expositiva, constructivista e interactiva; apoyada en varias teorías que incluyen las siguientes:

- Filosofía constructivista.
- Pensamiento creativo, crítico e interrogativo, y conocimiento y aprendizaje transformador.

- Entornos de aprendizaje auténtico
- Desarrollo intelectual, atención a la diversidad y motivación (retar a aprender).

Por lo que respecta a la organización del trabajo, lo único que se puede apuntar es que hubo actividades individuales, en pequeño grupo y en gran grupo, ya que una de las bases es la teoría constructivista del aprendizaje defendida por Vigotsky, según la cual el estudiante es capaz de aprender por sí sólo, pero llega más lejos con las orientaciones del adulto y de los semejantes más avanzados.

El aprendizaje cooperativo es una estrategia de formación y aprendizaje donde los estudiantes trabajan en grupos pequeños o equipos para completar actividades tales como resolución de problemas o creación de productos. El grupo comparte sus puntos fuertes y superan las dificultades individuales como un equipo. Es importante saber trabajar en equipo, porque eso les permite estar preparados para vivir en sociedad.

4.6 Fundamento Pedagógico

El fundamento pedagógico para el diseño de la propuesta, se fundamentó por lo expuesto en la normativa nacional curricular para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (MEN, 1998, 2006) y pretende efectivamente promoverse a través de las actividades diseñadas en el siguiente item.

También se tuvo en cuenta un marco de referencia sobre el razonamiento variacional (Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, & Hsu, 2003). Un primer referente es la afirmación de que el pensamiento variacional es un eje curricular transversal a los grados escolares y que su estudio se inicia muy temprano en esta escolaridad. En esta dirección, entre otras ideas, se propone el estudio de "… situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de

cambio y variación de la vida práctica… [o] … el estudio de los patrones" (MEN, 1998, p. 50), como una manera de acceder a las relaciones funcionales en donde "… emerge la función como herramienta de conocimiento necesaria para enlazar patrones de variación entre variables y para predecir y controlar el cambio" (p. 51).

Igualmente, se refiere al planteamiento de que el pensamiento variacional es uno de los logros para alcanzar en la Educación Básica, que de acuerdo al MEN (1998):

> … presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas. (p. 49).

En esta dirección se reconoce que el pensamiento variacional está relacionado con nociones y conceptos como: constante, variable, función, razón o tasa de cambio, dependencia e independencia de una variable con respecto a otra, modelos funcionales, relaciones de desigualdad, y ecuaciones e inecuaciones.

Un tercer fundamento, conectado estrechamente con el anterior, se refiere a que:

> El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias (MEN, 2006, p. 66).

Adicionalmente, también formó parte de este fundamento pedagógico la secuencia didáctica expresada por Díaz (2013) y el uso de las TIC con la herramienta Kahoot, a las cuales hacen referencias varios autores, entre ellos (Valencia & Caicedo, 2017; Avella, Sandoval & Montañez, 2017).

Vale la pena resaltar que los fundamentos mencionados anteriormente, aparecen descritos con toda la conceptualización correspondiente en el marco teórico, los cuales permitieron diseñar las actividades con el fin mejorar el bajo rendimiento académico identificado en los estudiantes de grado once en el área de las matemáticas.

4.7 Diseño de Actividades

Para el diseño de las actividades, se tuvo en cuenta los estándares y competencias del MEN (1998, 2006). Cabe resaltar que cada actividad se organizó de forma cronológica en la secuencia didáctica como se muestra en el Anexo 7, teniendo en cuenta que la primera actividad se realizó de forma independiente como forma de familiarizar a los estudiantes con el uso de la herramienta Kahoot.

Así mismo es importante mencionar que al finalizar se evaluó cada actividad aplicada, como uno de los aspectos que trae la estrategia de la secuencia didáctica. (Ver Anexo 7). De igual manera se aplicó una post prueba de cierra, como forma de conocer el impacto generado después de implementadas las actividades.

Tabla 8. *Actividad 1, Independiente: Aprendiendo el Manejo de la herramienta Kahoot*

ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO	
PRIMERA ACTIVIDAD: EXPLORANDO LA HERRAMIENTA KAHOOT. Fecha Mayo-2018	
Objetivos	Aprender el manejo de la herramienta Kahoot
Recursos	Sala de sistemas Wifi Computadores Video Beam
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%

DESARROLLO DE ACTIVIDAD

Se presentó un video, con la orientación del Docente explicando cada paso a seguir para crear el usuario y la contraseña. Posteriormente se realizó un recorrido por la herramienta Kahoot, para dar a conocer en qué consistía la propuesta La Magia de las matemáticas en el mundo real. Esta herramienta se utilizó para identificar los conocimientos previos de los estudiantes en cuanto manejo del lenguaje algebraico. Así mismo se organizaron grupos de 4 estudiantes y de forma lúdica antes de cada actividad se acordaran de los conocimientos previos de cada tema. Par finalizar se evaluó esta actividad con un cuestionario de cuatro (4) preguntas.

EVIDENCIAS FOTOGRÁFICAS

Tabla 9. *Actividad 1, Secuencia Didáctica 1: Recolectando elementos*

ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO	
PRIMERA ACTIVIDAD: RECOLECTANTO ELEMENTOS. Fecha: Mayo 2018	
Objetivos	El propósito de esta Unidad Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once el uso del lenguaje algebraico, operaciones con expresiones algebraicas y el uso de variables.
Recursos	Sala de sistemas Wifi Computadores Video Beam Taller para desarrollo actividad
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%
DESARROLLO DE ACTIVIDAD	
Se presentó unas diapositivas, con la orientación del Docente explicando cada paso a seguir. En esta actividad se presentó a los estudiantes un conjunto de objetos de la misma característica, se procede a contar cuantos elementos hay y luego el docente mágicamente cambia la cantidad de elementos por el símbolo que corresponde a la cantidad obtenida dejando solo un elemento. Así mismo se organizaron grupos de 4 estudiantes y de forma lúdica se desarrolló el taller, al igual que se evaluó.	

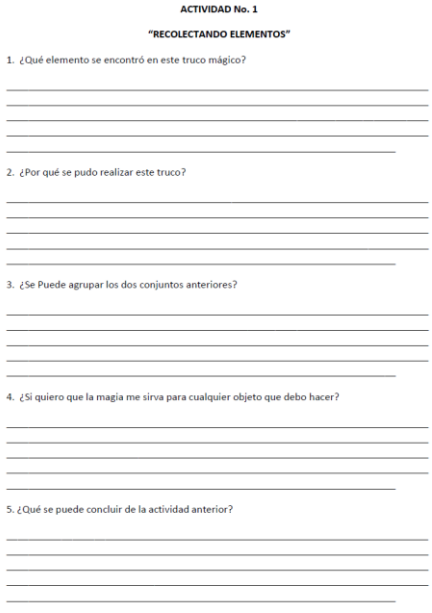


Tabla 10. *Actividad 2, Secuencia Didáctica 1: Recordando elementos*

ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO	
PRIMERA ACTIVIDAD: RECORDANDO ELEMENTOS. Fecha Mayo 2018	
Objetivos	El propósito de esta Unidad Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once el uso del lenguaje algebraico, operaciones con expresiones algebraicas y el uso de variables.
Recursos	Sala de sistemas Wifi Computadores Video Beam Tablets para desarrollar el Kahoot
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%
DESARROLLO DE ACTIVIDAD	
Se recordaron los conocimientos previos mediante la herramienta kahoot, teniendo en cuenta los grupos ya organizados, se elige en cada grupo un secretario, el cual escribió la opinión de sus compañeros sobre el kahoot y evaluó. Esta herramienta se utilizó para identificar los conocimientos previos de los estudiantes en cuanto manejo del lenguaje algebraico. Así mismo se organizaron grupos de 4 estudiantes y de forma lúdica antes de cada actividad se hizo un recorrido de los conocimientos previos de cada tema.	
EVIDENCIAS FOTOGRÁFICAS	

Tabla 11. *Actividad 3, Secuencia Didáctica 1: Adquiriendo a distinguir los elementos*

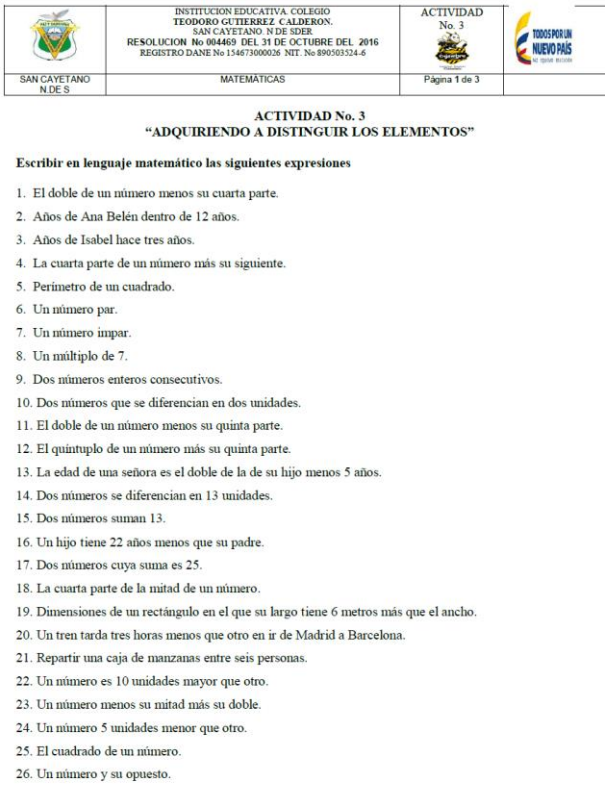
ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO

PRIMERA ACTIVIDAD: ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS. Fecha Mayo 2018

Objetivos	El propósito de esta Unidad Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once el uso del lenguaje algebraico, operaciones con expresiones algebraicas y el uso de variables.
Recursos	Sala de sistemas Wifi Computadores Video Beam Taller
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%

DESARROLLO DE ACTIVIDAD

Terminado el repaso sobre expresiones algebraicas se entregan a los diferentes grupos, situaciones de la vida real para que las escriba en un lenguaje algebraico, además se proponen algunas situaciones donde el estudiante tenga que realizar operaciones entre expresiones algebraicas o tenga que simplificarlas.



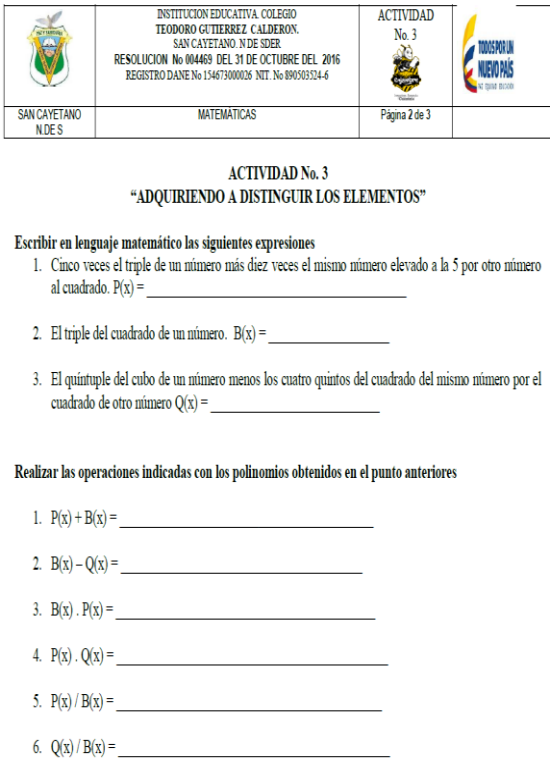
INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO N DE SDER. RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016 REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6 | ACTIVIDAD No. 3 | TODOS POR UN NUEVO PAÍS

SAN CAYETANO N.DE S | MATEMATICAS | Página 1 de 3

ACTIVIDAD No. 3
"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"

Escribir en lenguaje matemático las siguientes expresiones

1. El doble de un número menos su cuarta parte.
2. Años de Ana Belén dentro de 12 años.
3. Años de Isabel hace tres años.
4. La cuarta parte de un número más su siguiente.
5. Perímetro de un cuadrado.
6. Un número par.
7. Un número impar.
8. Un múltiplo de 7.
9. Dos números enteros consecutivos.
10. Dos números que se diferencian en dos unidades.
11. El doble de un número menos su quinta parte.
12. El quintuplo de un número más su quinta parte.
13. La edad de una señora es el doble de la de su hijo menos 5 años.
14. Dos números se diferencian en 13 unidades.
15. Dos números suman 13.
16. Un hijo tiene 22 años menos que su padre.
17. Dos números cuya suma es 25.
18. La cuarta parte de la mitad de un número.
19. Dimensiones de un rectángulo en el que su largo tiene 6 metros más que el ancho.
20. Un tren tarda tres horas menos que otro en ir de Madrid a Barcelona.
21. Repartir una caja de manzanas entre seis personas.
22. Un número es 10 unidades mayor que otro.
23. Un número menos su mitad más su doble.
24. Un número 5 unidades menor que otro.
25. El cuadrado de un número.
26. Un número y su opuesto.



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO N DE SDER. RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016 REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6 | ACTIVIDAD No. 3 | TODOS POR UN NUEVO PAÍS

SAN CAYETANO N.DE S | MATEMATICAS | Página 2 de 3

ACTIVIDAD No. 3
"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"

Escribir en lenguaje matemático las siguientes expresiones

1. Cinco veces el triple de un número más diez veces el mismo número elevado a la 5 por otro número al cuadrado. P(x) = _____
2. El triple del cuadrado de un número. B(x) = _____
3. El quíntuple del cubo de un número menos los cuatro quintos del cuadrado del mismo número por el cuadrado de otro número Q(x) = _____

Realizar las operaciones indicadas con los polinomios obtenidos en el punto anteriores

1. P(x) + B(x) = _____
2. B(x) – Q(x) = _____
3. B(x) . P(x) = _____
4. P(x) . Q(x) = _____
5. P(x) / B(x) = _____
6. Q(x) / B(x) = _____

Tabla 12. *Actividad 4, Secuencia Didáctica 1: Usando los elementos*

ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO

PRIMERA ACTIVIDAD: USANDO LOS ELEMENTOS. Fecha Mayo-2018

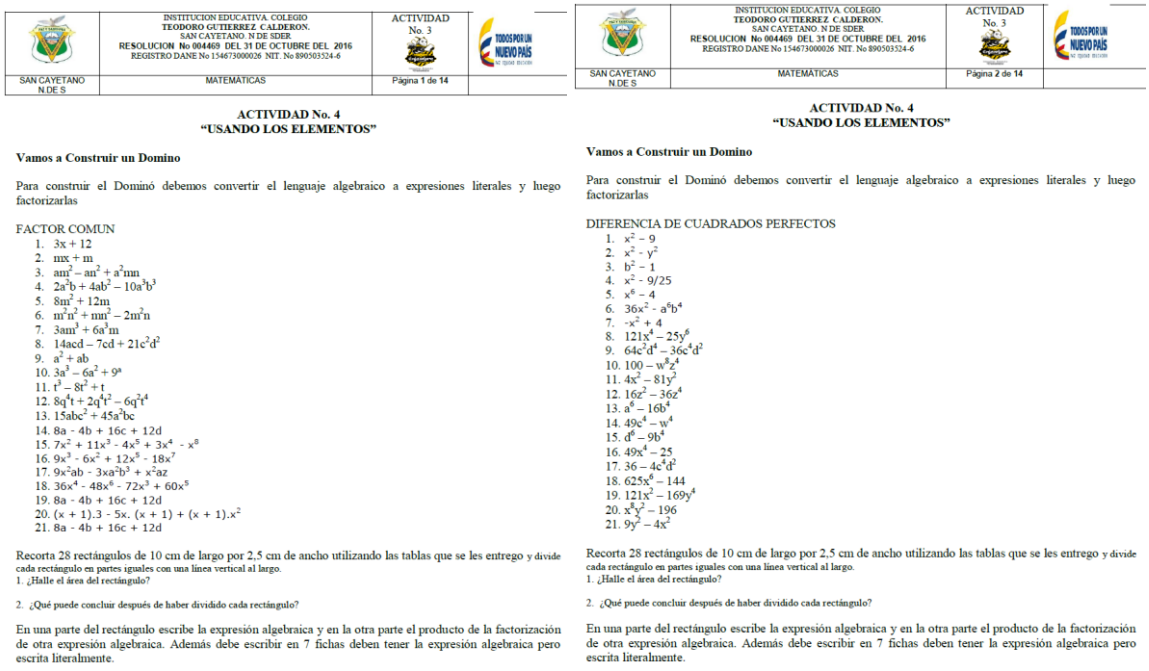
Objetivos	El propósito de esta Unidad Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once el uso del lenguaje algebraico, operaciones con expresiones algebraicas y el uso de variables.
Recursos	Tablitas de madera Un bisturí Una regla Micropunta Un lápiz. Taller
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%

DESARROLLO DE ACTIVIDAD

Se le pide a cada grupo que con las tablitas de madera recorten 28 fichas de forma rectangular con 10 cm de largo y 2,5 cm de ancho, y divida cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo.

1. ¿Halle el área del rectángulo?
2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo?

Después de haber recortado las diferentes fichas se entregan por grupos 28 situaciones diferentes para que ellos puedan completar el domino. Después se intercambian el domino hecho para que cada grupo juegue con un dómino diferente al que hicieron y al terminar el juego un integrante del grupo evaluará la actividad.



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO N.DE SDER. RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016. REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6 | ACTIVIDAD No. 3 | SAN CAYETANO N.DE S | MATEMATICAS | Página 1 de 14

ACTIVIDAD No. 4
"USANDO LOS ELEMENTOS"

Vamos a Construir un Domino

Para construir el Dominó debemos convertir el lenguaje algebraico a expresiones literales y luego factorizarlas

FACTOR COMUN

1. $3x + 12$
2. $mx + m$
3. $am^2 - an^2 + a^2nn$
4. $2a^2b + 4ab^2 - 10a^3b^3$
5. $8m^2 + 12m$
6. $m^2n^2 + mn^2 - 2m^2n$
7. $3am^3 + 6a^3m$
8. $14acd - 7cd + 21c^2d^2$
9. $a^2 + ab$
10. $3a^3 - 6a^2 + 9^a$
11. $t^3 - 8t^2 + t$
12. $8q^4t + 2q^4t^2 - 6q^2t^4$
13. $15abc^2 + 45a^2bc$
14. $8a - 4b + 16c + 12d$
15. $7x^2 + 11x^3 - 4x^5 + 3x^4 - x^8$
16. $9x^3 - 6x^2 + 12x^5 - 18x^7$
17. $9x^2ab - 3xa^2b^3 + x^2az$
18. $36x^4 - 48x^6 - 72x^3 + 60x^5$
19. $8a - 4b + 16c + 12d$
20. $(x + 1).3 - 5x, (x + 1) + (x + 1).x^2$
21. $8a - 4b + 16c + 12d$

Recorta 28 rectángulos de 10 cm de largo por 2,5 cm de ancho utilizando las tablas que se les entrego y divide cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo.
1. ¿Halle el área del rectángulo?

2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo?

En una parte del rectángulo escribe la expresión algebraica y en la otra parte el producto de la factorización de otra expresión algebraica. Además debe escribir en 7 fichas deben tener la expresión algebraica pero escrita literalmente.

INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO N.DE SDER. RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016. REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6 | ACTIVIDAD No. 3 | SAN CAYETANO N.DE S | MATEMATICAS | Página 2 de 14

ACTIVIDAD No. 4
"USANDO LOS ELEMENTOS"

Vamos a Construir un Domino

Para construir el Dominó debemos convertir el lenguaje algebraico a expresiones literales y luego factorizarlas

DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

1. $x^2 - 9$
2. $x^2 - y^2$
3. $b^2 - 1$
4. $x^2 - 9/25$
5. $x^6 - 4$
6. $36x^2 - a^6b^4$
7. $-x^2 + 4$
8. $121x^4 - 25y^6$
9. $64c^2d^4 - 36c^4d^2$
10. $100 - w^8z^4$
11. $4x^2 - 81y^2$
12. $16z^2 - 36z^4$
13. $a^8 - 16b^4$
14. $49c^4 - w^4$
15. $d^6 - 9b^4$
16. $49x^4 - 25$
17. $36 - 4c^4d^2$
18. $625x^6 - 144$
19. $121x^2 - 169y^4$
20. $x^8y^2 - 196$
21. $9y^2 - 4x^2$

Recorta 28 rectángulos de 10 cm de largo por 2,5 cm de ancho utilizando las tablas que se les entrego y divide cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo.
1. ¿Halle el área del rectángulo?

2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo?

En una parte del rectángulo escribe la expresión algebraica y en la otra parte el producto de la factorización de otra expresión algebraica. Además debe escribir en 7 fichas deben tener la expresión algebraica pero escrita literalmente.

Tabla 13. *Actividad 1, Secuencia Didáctica 2: Mezclando Elementos*

ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO	
PRIMERA ACTIVIDAD: Mezclando elementos. Fecha Junio -2018	
Objetivos	El propósito de esta Unidad Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una ecuación en una situación de la vida real y encontrar la o las soluciones de las variables de dicha ecuación.
Recursos	Sala de sistemas Wifi Computadores Video Beam Taller
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%

DESARROLLO DE ACTIVIDAD

En esta actividad se presentan a los estudiantes varias cantidades de un artículo diferentes un conjunto de objetos de la misma característica y se da un valor que corresponde a la compra de todos los artículos. Se le pide que encuentre el valor del artículo.

1. ¿Qué elemento se encontró en este truco mágico?
2. ¿Por qué se pudo realizar este truco?

Se repite la actividad dos veces más con otros objetos.

3. ¿Se Puede agrupar los dos conjuntos anteriores?
4. ¿Si quiero que la magia me sirva para cualquier objeto que debo hacer?

Se organizan grupos de trabajo y cada grupo se le entrega dos conjuntos de objetos diferentes, con valores de compras diferentes y donde al quitar dos tres elementos cambie el valor de la compra para que encuentre el valor de cada artículo.

4. ¿Qué se puede concluir de la actividad anterior?

Tabla 14. ***Actividad 2, Secuencia Didáctica 2: Aprendiendo Mezclas***

ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO	
PRIMERA ACTIVIDAD: APRENDIENDO MEZCLAS. Fecha Junio-2018	
Objetivos	El propósito de esta Unidad Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una ecuación en una situación de la vida real y encontrar la o las soluciones de las variables de dicha ecuación.
Recursos	Sala de sistemas Wifi Computadores Video Beam Tablets
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%
DESARROLLO DE ACTIVIDAD	
Se recordaron los conocimientos previos mediante la herramienta kahoot, teniendo en cuenta los grupos ya organizados, se elige en cada grupo un secretario, el cual escribió la opinión de sus compañeros sobre el kahoot y evaluó. Esta herramienta se utilizó para identificar los conocimientos previos de los estudiantes en cuanto manejo del lenguaje algebraico. Así mismo se organizaron grupos de 4 estudiantes y de forma lúdica antes de cada actividad se hizo un recorrido de los conocimientos previos de cada tema.	
EVIDENCIAS FOTOGRÁFICAS	

Tabla 15. *Actividad 3, Secuencia Didáctica 2: Aprendiendo a realizar brebajes*

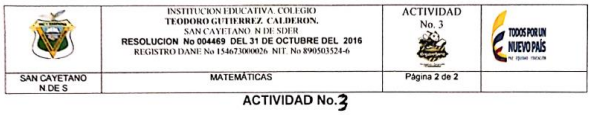
ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO

PRIMERA ACTIVIDAD: APRENDIENDO A REALIZAR BREBAJES. Fecha Junio-2018

Objetivos	El propósito de esta Unidad Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una ecuación en una situación de la vida real y encontrar la o las soluciones de las variables de dicha ecuación.
Recursos	Sala de sistemas Wifi Computadores Video Beam Talleres
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%

DESARROLLO DE ACTIVIDAD

Terminado el repaso sobre ecuaciones y solución de un sistema de ecuaciones se entregan a los diferentes grupos, situaciones de la vida real para que las escriba en un lenguaje algebraico, además se proponen algunas situaciones donde el estudiante tenga que describir cómo se comporta una variable con respecto a la otra y que algoritmo realizó para hallar la solución.



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO N DE SDER. RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016. REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6 | ACTIVIDAD No. 3 | TODOS POR UN NUEVO PAÍS

SAN CAYETANO N DE S | MATEMÁTICAS | Página 2 de 2

ACTIVIDAD No. 3

"APRENDIENDO A REALIZAR BREBAJES"

Para resolver los problemas de sistemas de ecuaciones debemos:

- Antes de comenzar, realizar una lectura detenida del mismo. Familiarizarnos con los problemas de sistemas de ecuaciones es clave antes de empezar.
- Una vez hemos entendido el contexto y el tipo de problema que se nos plantea, debemos realizar el planteamiento del mismo.
- Si es necesario, realizaremos un dibujo, una tabla, o un representación de lo expuesto. Una vez hecho, intentamosidentificar la incógnita y los datos que aporta el problema.
- Para plantear las ecuaciones volveremos al problema y debemos "traducir" el mismo a una expresión algebraica.
- En este tipo de problemas con más de una incógnita debemos encontrar tantas ecuaciones como incógnitas se nos presenten. Es decir, si tenemos dos incógnitas debemos encontrar dos ecuaciones, si tenemos tres, tres ecuaciones.
- El siguiente paso es resolver el sistema de ecuaciones.
- Por .último y muy importante, debemos interpretar la solución.

Resuelva las siguientes situaciones usando los métodos de solución de ecuación

1. En un rectángulo el área mide 20 dm^2 y su perímetro 18 dm. Cuáles son sus dimensiones.

2. Un grupo de amigos fueron dos días a una tienda, donde hicieron consumo que pagaron con un fondo común. Ahora quieren saber el gasto que hizo cada uno, pero no recuerdan los precios de los artículos. Recuerdan que el primer día pagaron $21.600 por 5 bocadillos y 8 bebidas, y que el segundo día pagaron $13.200 por 3 bocadillos y 5 bebidas. Todos los bocadillos tenían el mismo precio, al igual que todas las bebidas. Calcula el precio de cada bocadillo y cada bebida.

3. En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos y sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay?

4. La base de un rectángulo es doble que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones si el perímetro mide 30 cm?

5. Una granja tiene cerdos y pavos, en total hay 35 cabezas y 116 patas. ¿Cuántos cerdos y pavos hay?

6. ¿Cuál es el área de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 16 cm y que su base es el triple de su altura?

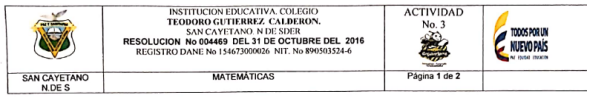
7. Antonio dice a Pedro: "el dinero que tengo es el doble del que tienes tú", y Pedro contesta: "si tú me das seis mil pesos tendremos los dos igual cantidad". ¿Cuánto dinero tenía cada uno.

8. La factura del teléfono del mes pasado ascendió a un total de $39.000 por un consumo de 80 minutos mientras que la de este mes asciende a $31.500 por un consumo de 55 minutos.

El importe de cada factura es la suma de una tasa fija (mantenimiento) más un precio fijo por minuto de consumo. Calcular la tasa y el precio de cada minuto.

9. Se tiene un rectángulo cuya altura mide 2cm más que su base y cuyo perímetro es igual a 24cm. Calcular las dimensiones del rectángulo.

10. Juan pagó $50.000 por 3 cajas de grapas y 5 cajas de puntillas. Pedro compró 5 cajas de grapas y 7 de puntillas y tuvo que pagar $74.000. ¿Cuál es el precio de cada caja de grapas y de cada caja de puntillas?



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO N DE SDER. RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016. REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6 | ACTIVIDAD No. 3 | TODOS POR UN NUEVO PAÍS

SAN CAYETANO N DE S | MATEMÁTICAS | Página 1 de 2

ACTIVIDAD No. 3

"APRENDIENDO A REALIZAR BREBAJES"

Para resolver los problemas de ecuaciones debemos:

- Antes de comenzar, realizar una lectura detenida del mismo. Familiarizarnos con el problema es clave antes de empezar.
- Una vez hemos entendido el contexto y el tipo de problemas de ecuaciones que se nos plantea, debemos realizar el planteamiento del mismo.
- Si es necesario, realizaremos un dibujo, una tabla, o un representación de lo expuesto. Una vez hecho, intentamos identificar la incógnita y los datos que aporta el problema.
- Para plantear la ecuación volveremos al problema y debemos "traducir" el mismo a una expresión algebraica.
- El siguiente paso es resolver la ecuación.
- Por último y muy importante, es interpretar la solución.

Resuelva las siguientes situaciones usando las ecuaciones

1. Tres hermanos se reparten $130.000. El mayor recibe doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

2. Un padre tiene 47 años y su hijo 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple que la del hijo?

3. En un rectángulo la base mide 18 cm más que la altura y el perímetro mide 76 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

4. La mitad de un número multiplicada por su quinta parte es igual a 160. ¿Cuál es ese número?

5. En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos y sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay?

6. Un granjero lleva al mercado una cesta de huevos, de tan mala suerte que tropieza y se le rompen 2/5 partes de la mercancía. Entonces vuelve al gallinero y recoge 21 huevos más, con lo que ahora tiene 1/8 más de la cantidad inicial. ¿Cuántos huevos tenía al principio?

7. De un barril lleno de agua se saca la mitad de contenido y después un tercio del resto, quedando en él 200 litros. Calcula la capacidad del barril.

8. Si al doble de un número le sumas su mitad resulta 90. ¿Cuál es el número?

9. En una granja hay doble número de gatos que de perros y triple número de gallinas que de perros y gatos juntos. ¿Cuántos gatos, perros y gallinas hay si en total son 96 animales?

10. En una librería Ana compra un libro con la tercera parte de su dinero y un comic con las dos terceras partes de lo que le quedaba. Al salir de la librería tenía $12.000. ¿Cuánto dinero tenía Ana?

Tabla 16. *Actividad 4, Secuencia Didáctica 2: Usando los brebajes*

ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO	
PRIMERA ACTIVIDAD: USANDO BREBAJES. Fecha Junio-2018	
Objetivos	El propósito de esta Unidad Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una ecuación en una situación de la vida real y encontrar la o las soluciones de las variables de dicha ecuación.
Recursos	Tics, Material Didáctico, Juego de mesa Escalera
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%
DESARROLLO DE ACTIVIDAD	
Se le pide a cada grupo que en la lámina de cartón paja la dividieran en 25 cuadrados, siendo el primero la salida y el último la llegada, y en los demás cuadros iban situaciones problemas, que debían solucionar para pasar a la siguiente casilla según el número arrojado por el dado. Finalmente se les solicitó responder las siguientes preguntas: ¿Describa el proceso que realizo para dividir la lámina de cartón paja en los 25 cuadrados? 2. ¿Halle el área de cada cuadrado? 3. ¿Qué puede concluir después de haber dividido la lámina?.	
EVIDENCIAS FOTOGRÁFICAS	

Tabla 17. *Actividad 1, Secuencia Didáctica 3: Creando portales*

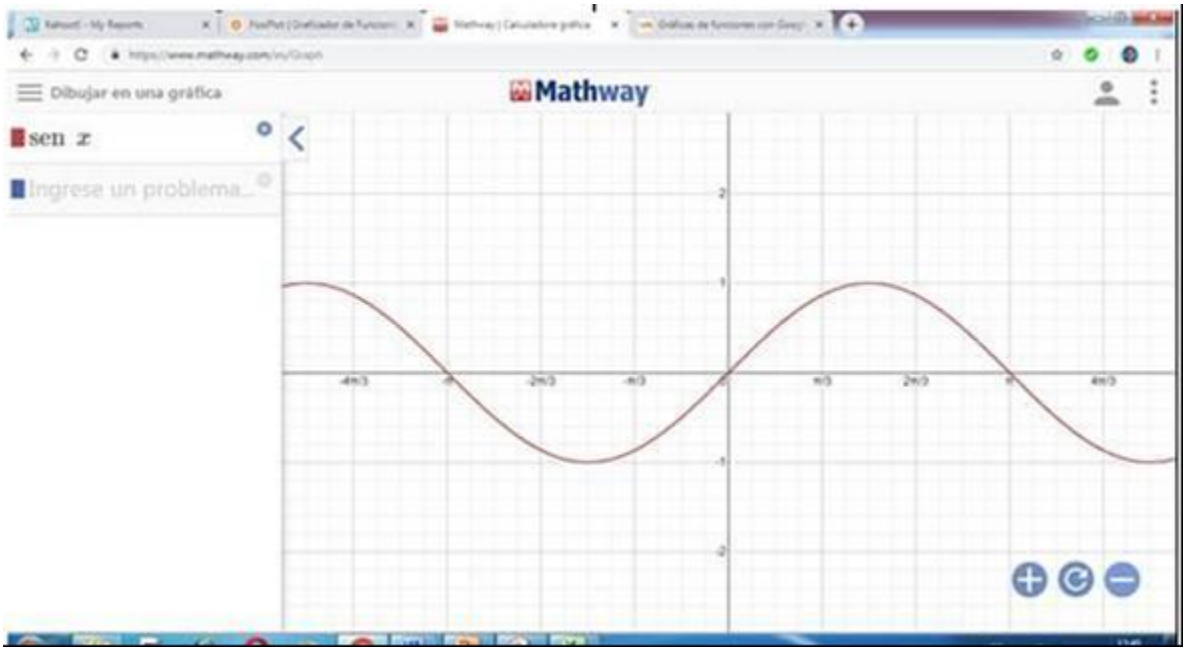
ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO	
PRIMERA ACTIVIDAD: CREANDO PORTALES. Fecha Agosto-2018	
Objetivos	El propósito de esta Secuencia Didáctica fue fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una función en una situación de la vida real y encontrar la o las partes de dichas funciones
Recursos	Una tabla de madera Una regla micropunta Un lápiz. Borrador Grapas Martillo Cordel de colores
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%
DESARROLLO DE ACTIVIDAD	
Se le pide a cada grupo que en la tabla de madera, dibujen un plano cartesiano, donde el centro quede en la mitad de la tabla. Así mismo se les solicitó que cada 10 cms colocaron unas grapas para entretejer el cordel y así graficar una función de forma manual. .	
EVIDENCIAS FOTOGRÁFICAS	

Tabla 18. *Actividad 2, Secuencia Didáctica 3: Creando portales*

ACTIVIDAD PARA EL FORTALECIMIENTO SEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL MEDIANTE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO	
PRIMERA ACTIVIDAD: CONSTRUYO EL DOMINÓ. Fecha Septiembre 5-2018	
Objetivos	Reconocer los diferentes elementos de los procesos algebraicos para la factorización
Recursos	Sala de sistemas Wifi Computadores Video Beam
Participantes	28 Estudiantes del grado 11.
Evaluación	Número de estudiantes participantes en el taller/ número total de estudiantes. 28/28 * (100) = 100%
DESARROLLO DE ACTIVIDAD	

Puestos en práctica todos los conocimientos sobre funciones, haciendo uso de los manipuladores físicos y virtuales, se logra hacer uso de las graficadora google, para reforzar la modelación de una situación problema a través de una función..

Lo primero que se hizo fue enseñarles a usar la graficadora,, posteriormente se les dieron diferentes funciones para ser ingresadas en el herramienta google y así observar la gráfica y determinar las partes de las funciones, al igual que dar solución a la situación problema planteada.



Finalmente para evidenciar el impacto generado de la propuesta, se realizó una evaluación, aplicando la prueba final diagnóstica. (Ver Tabla 19 y Figura 18).

Tabla 19. *Comparativo de resultados prueba inicial diagnóstica y post prueba final*

Niveles	Prueba Inicial Diagnóstica	Diferencia Post Prueba Final	Diferencia	Significado	Valoración
Patrones y regularidades					
Insuficiente	5%	0%	-5%	Decremento	Progreso
Mínimo	70%	45%	-25%	Decremento	Progreso
Satisfactorio	25%	45%	20%	Incremento	Progreso
Avanzado	0%	10%	10%	Incremento	Progreso
Procesos algebraicos					
Insuficiente	60%	30%	-30%	Decremento	Progreso
Mínimo	35%	50%	15%	Incremento	Progreso
Satisfactorio	5%	15%	10%	Incremento	Progreso
Avanzado	0%	5%	5%	Incremento	Progreso
Análisis de funciones					
Insuficiente	75%	35%	-40%	Decremento	Progreso
Mínimo	20%	45%	25%	Incremento	Progreso
Satisfactorio	5%	13%	8%	Incremento	Progreso
Avanzado	0%	7%	7%	Incremento	Progreso
Resultados del Fortalecimiento de la prueba final diagnóstica					
Resultado de los Aspectos del Pensamiento matemático Variacional					**Fortaleza**
Patrones y regularidades					Avanzado
Procesos algebraicos					Satisfactorio
Análisis de funciones					Mínimo

Fuente: Elaboración propia

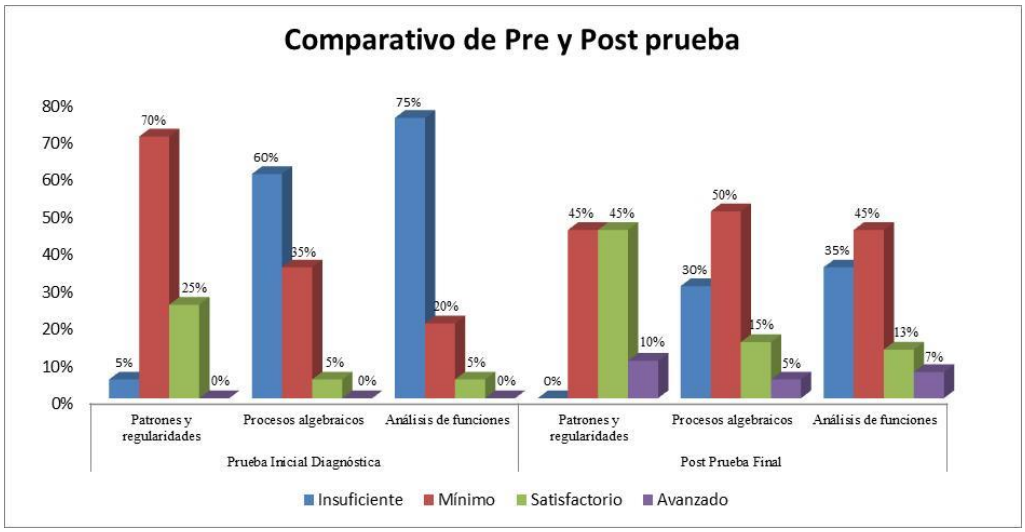


Figura 19. Comparativo de pre y post prueba diagnóstica. Elaboración propia

Se deduce que la evaluación en todo contexto permite valorar los avances, reflexionar sobre los mismos y tomar decisiones que favorecieran los procesos en beneficios de un fin determinado. Desde esta perspectiva, se evaluó cada paso intencionado que constituye la Secuencia didáctica y se tuvieron en cuenta los principios de Evaluación Autentica que señala la profesora Condemarín (2000), a saber:

> Una instancia destinada a mejorar la calidad de los aprendizajes, ya que permite regularlos. Es decir, comprenderlos, retroalimentarlos y mejorar los procesos involucrados en ellos.
>
> Constituye parte integral de la enseñanza, puesto que permite evaluar al estudiante desde varios aspectos. Evalúa competencias dentro de contextos significativos, esto permite reconocer el actuar del estudiante en algunos contextos de su vida haciendo uso eficaz de sus conocimientos adquiridos. (p.25).

De acuerdo con los resultados de la post prueba final, y en comparación con la prueba diagnóstica inicial, se pudo apreciar una mejora en cada aspecto (patrones y regularidades, procesos algebraicos y análisis de funciones) del pensamiento matemático Variacional en los estudiantes, representada en un traslado porcentual de 65 puntos desde el nivel insuficiente al nivel satisfactorio. Este panorama, sumado a un constante desempeño en los estudiantes se denota el gran esfuerzo y la eficacia de la propuesta de intervención en todos los aspectos, da muestra de los resultados como el producto de un trabajo concienzudo, discreto y dependiente de factores externos al proceso evaluativo, en el que se refleja la dinámica de los procesos de seguimiento. (Ver Tabla 19 y Figura 6).

4.8 Impactos esperados

Se espera que los anteriores resultados impacten en toda la institución de manera positiva el currículo y los contenidos programáticos de la institución, al incorporar las herramientas TIC y

manipulables físicos en todas las áreas disciplinares, ya que la influencia que presentó con los resultados académicos del cuarto periodo (Ver Anexo 2), es muestra del impacto generado. Así mismo se espera que los ejes temáticos impartidos en los estudiantes se planifiquen a través de la secuencia didáctica; siendo esta una estrategia que mejora la práctica pedagógica, ya que la información, se estructura de forma organizada y lo mejor de todo es que permite conocer inmediatamente el avance o desmejoramiento de cada estudiante.

Al mejorar la planeación de los contenidos, mejora el trabajo de aula, se proponen mejores ambientes de aprendizaje, los estudiantes adquieren conocimientos, destrezas y actitudes, se establece una cultura de la evaluación por competencias y se obtiene un saldo pedagógico en términos de mayores desempeños de los estudiantes, tanto en la evaluación interna o de aula, como la externa realizada por el estado, disminuyendo la apatía y las dificultades presentadas en ésta área disciplinar.

Es de resaltar el cambio que se logró con los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander, el aprendizaje de las matemáticas se salió del método tradicional tablero docente, cuaderno estudiante, los mismo educandos reconocen y hacen acotaciones sobre el gran cambio sufrido en el área de matemáticas, ellos aportaron ideas, para ser adicionados en las herramientas TIC y en los manipulables físicos.

Se espera la implementación de todos los manipulables expuestos (físicos y virtuales), en todas las áreas del saber, ya que permite motivar a los estudiantes al trabajo participativo y colaborativo.

5. Conclusiones

En esta sección se presentan los resultados y conclusiones del trabajo de grado. En primer lugar, se dan a conocer las conclusiones que surgen en cumplimiento de los objetivos del trabajo.

Con base en la bibliografía, se concluye que el currículo en matemáticas suministra elementos y herramientas que posibilitan el desarrollo del pensamiento variacional como eje transversal en los demás pensamientos matemáticos como lo son las situaciones problema enmarcadas permitiendo al estudiante involucrarse en su proceso de reconocimiento de una manera directa, y así contribuir a la formalización de conceptos matemáticos.

Como forma de dar cumplimiento a cada objetivo específico, se tiene que al estudiar cada uno de los pensamientos que componen el pensamiento matemático, se fueron reconociendo las dificultades en cada proceso particular, observando que en las tres categorías analizadas, las que más dificultad presentan los estudiantes del grado once de la Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón, fue el análisis de funciones, quedando en un nivel débil, lo que indica que hay que continuar fortaleciendo este nivel.

Se estructuró el conocimiento matemático desde dos tipos básicos de conocimientos: el conceptual que se caracterizó por un conocimiento teórico producido por la actividad cognitiva, asociándose al saber qué y al saber por qué; y el conocimiento procedimental que se acerca a la acción y a las técnicas para representar los objetos y hacer a la vez una transformación de las representación de cada uno, para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos, asociándose al saber cómo; deduciendo que ser matemáticamente competente como hace referencia el MEN (2006), atañe a formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de diferentes contextos. En la entrevista inicial se aprecia las percepciones que presentaban los estudiantes sobre las

matemáticas y el pensamiento al cual se les presentaba más dificultad para desarrollarlo. De las respuestas presentadas se infiere que los estudiantes la consideran como un área de estudio compleja y poco agradable, reconocen la importancia que tienen las matemáticas en sus vidas, sin embargo no tienen trascendencia, debido a que su objetivo es aprobar el área.

Así mismo, los estudiantes resaltan cómo las clases de matemáticas les permitieron fortalecer las relaciones de amistad a partir del trabajo en equipo, y cómo la disposición que presentaron en cada una de ellas, hicieron posible un cambio en la percepción que tenían acerca de las matemáticas y aumentaron el interés hacia el aprendizaje, desde el pensamiento matemático variacional.

Al finalizar la intervención, los estudiantes manifestaron un cambio significativo en sus percepciones hacia las matemáticas relacionándolas e identificándolas con otras ciencias. Atribuyen estos avances a la utilización de los manipulables físico y virtuales, los cuales permitieron resaltan la importancia del aprendizaje de las matemáticas, un proceso que es considerado ahora como algo que se desarrolla de manera fácil y que no solo se queda en el papel

El uso del programa de estrategias didácticas cognitivas y apoyados en las herramientas TIC y manipulables físicos, mejoró el desarrollo del razonamiento de los estudiantes que fueron parte del estudio, evidenciándose no sólo entre los grupos sino también de forma individual con respecto al pre test, donde se evidencia que pasó a muy fuerte en el aspecto de patrones y regularidades y fuerte a procesos algebraicos, aunque se observó mejoría en el aspecto análisis de funciones, este quedó en un nivel débil, el cual debe reforzarse continuamente.

El diario de campo se consolidó como un punto de apoyo a lo largo de la intervención, indicó la ruta a seguir a través de actividades con manipulables físicos y virtuales, y guiaron los

procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados en clase. A partir de su elaboración dieron seguridad al docente en formación y le permitieron fortalecer su saber disciplinar. La práctica pedagógica se convirtió en una experiencia enriquecedora para el docente en formación, permitió fortalecer sus saberes pedagógicos y didácticos. Fue un espacio de continúo aprendizaje y reflexión que permitió reafirmar la vocación por esta hermosa profesión.

Así mismo en el desarrollo de las producciones, los estudiantes expresaron verbalmente que se sintieron motivados con el uso de los manipulables físicos y virtuales, ya que permitió repasar de forma agradable los conceptos vistos.

6. Recomendaciones

Las anteriores conclusiones son una invitación a todos los docentes, desde el preescolar hasta la educación media técnica, para reconstruir los Estándares Básicos de competencias y los DBA, en todos los procesos de enseñanza de tal forma que el aprendizaje del componente matemático variacional esté presente en el quehacer cotidiano del aula de clase.

Se propone implementar la secuencia didáctica adaptándola en cada grado y en cada área disciplinar, ya que como se hizo mención, ella permite evaluar el mejoramiento que ha tenido cada estudiante en cada actividad realizada, siendo este un formato del MEN.

Así mismo se considera necesario en todas las áreas disciplinares, utilizar como herramienta de apoyo los manipulables físico y virtuales, los cuales estimulan y motivan la enseñanza aprendizaje de las matemáticas y cualquier otra área disciplinar.

Otra herramienta que se consideró indispensable, fue el diario de campo, el cual indicó la ruta a seguir a través de actividades con manipulables físicos y virtuales, que guiaron los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados en clase.

Referencias

Alegría, P. (2009). La magia de los cuadrados mágicos. *Sigma, 34*, 107-128. Recuperado de: http://www.ehu.eus/~mtpalezp/descargas/magiacuadrada.pdf

Bocanegra Velasco, E.R. (2017). *Desarrollo del pensamiento numérico – variacional en el aprendizaje de porcentajes aplicado a la educación financiera en estudiantes de grado séptimo de Básica Secundaria del Ieti Comuna 17 de la ciudad de Cali*. (Tesis de Maestría). Universidad ICESI. Escuela de Ciencias de la Educación. 162 p. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/10569/1/Bocanegra2017Esmeralda.pdf

Boyer, C. (2010). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial.

Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática, 12*(1), 5-38. Recuperado de: http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/1/03Brousseau.pdf

Camps, A. (2006). "*Secuencia didáctica para aprender gramática*". Barcelona: Grao

Chaparro Becerra, E.X., González Bello, J.L. & Pulido Garay, A.L. (2015). *Estrategias didácticas de enseñanza, en el proceso lógico matemático*. (Tesis de pregrado) Corporación Universitaria Minuto de Dios UNIMINUTO. Bogotá, Colombia. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/10643/1/Chapparro2015Estrategias.pdf

Dávila Orozco, W.C. (2018). *Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de

Colombia. Manizales, Colombia. Recuperado de: http://bdigital.unal.edu.co/63814/1/72141944.2018.pdf

D´Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno, 35*, 90-106. Recuperado de: http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/479%20Conceptualisacion.pdf

Díaz Barriga, Á. (2013). Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 17*(3), 11-33. Recuperado de: https://www.redalyc.org/pdf/567/56729527002.pdf

DocPlayer. (2014). Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón Municipio de San Cayetano 2014. Recuperado de: http://docplayer.es/74475428-Institucion-educativa-colegio-teodoro-gutierrez-calderon-municipio-de-san-cayetano-2014.html

Elliot, J. (2000). *La investigación-acción en educación*. (4ta Edición). Madrid: Morata. Recuperado de: http://www.terras.edu.ar/biblioteca/37/37ELLIOT-Jhon-Cap-1-y-5.pdf

Espeleta Sibaja, A., Fonseca Rodríguez, A.V. & Zamora Monge, W. (2016). *Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*. Costa Rica. Recuperado de: http://repositorio.inie.ucr.ac.cr/bitstream/123456789/409/1/18.08.01%202354.pdf

Fernández Carreira, C. (2013). *Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria*. (Proyecto de Maestría). Universidad

Internacional de La Rioja, Facultad de Educación. 70 p. Recuperado de: https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1

Fontán Montesinos, M. T. (2004). Evaluación curricular y mejora didáctica. *El Guiniguada*, (13), 43-58.

Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, E., Soto- Andrade, J., (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. *14*(1). 9-40. Recuperado de: http://www. scielo.org.mx/pdf/relime/v14n1/v14n1a2.pdf

García Quiroga, B., & et., a. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonía.

Gómez Ospina, O.M. (2015). *Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno*. (Tesis de Maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. Recuperado de: http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2363/1/G%C3%B3mezOspinaOscarMauricio2015.pdf

Guzmán Guzmán, J.A. (2014). Pensamiento matemático mediante el aprendizaje significativo. *Revista del Programa de Matemáticas, 1*(2), 64–77. Disponible en http://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/MATUA/article/view/1196/831

Hernández Castaño, S. Del P. (2014). *Propuesta didáctica para el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático, desde el pensamiento variacional, con los estudiantes del grado cuarto de básica primaria del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado, por medio de estrategias de enseñanza mediadas por los sistemas de gestión de aprendizaje durante el año 2014*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Recuperado de: http://bdigital.unal.edu.co/47504/1/21388400.2014.pdf

Hernández Sampieri, R.; Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. (5ta Edición). Bogotá: Mc Graw Hill. Recuperado de: https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigaci%C3%B3n%205ta%20Edici%C3%B3n.pdf

Homero Flores, A. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. *Educación Matemática, 19*(1), 63-98. Recuperado de: http://www.redalyc.org/pdf/405/40519104.pdf

ICFES Saber 11°. (2017). *Reporte de resultados históricos del examen saber 11*. Bogotá, Colombia. 68 p.

Iglesias Fraga, A. (23 Octubre 2016). Johan Brand (Kahoot): "Queremos que los Consejos de Dirección aprendan jugando". TICbeta. Recuperado de: https://www.ticbeat.com/entrevistas/johan-brand-kahoot-queremos-que-los-consejos-de-direccion-aprendan-jugando/

Iriarte, F., Espeleta, Á., Zapata, E., Cortina, L., Zambrano, E. y Fernández, F. (2010). El razonamiento lógico en estudiantes universitarios. *Revista del Instituto de Estudios en*

Educación Universidad del Norte, 12, 40-61. Recuperado de: http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewfile/1125/702

Iriarte, A. & Sierra Jaramillo, P. (2010). Hacia el desarrollo de la educación superior virtual. *Revista Mexicana de Investigación educativa, 44* (15), 185-189.

Jiménez, J. (2012). Estrategias de cálculo mental. *IES Alhama de Corella*, 1-46. Recuperado de: http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/downloads/estrategiascmental.pdf

Latorre, A. (2005). *La investigación-acción Conocer y cambiar la práctica educativa.* (3ª Edición). España: Grao. Recuperado de: www.uv.mx/rmipe/files/2016/08/La-investigacion-accion-Conocer-y-cambiar-la-practica-educativa.pdf

Leiva Sánchez, F. (2016). ABP como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en estudiantes de educación secundaria, *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, 209 – 224. Recuperado de: www.redalyc.org/pdf/4418/441849209009.pdf

Martínez-López, L.G. & Gualdrón-Pinto, E. (2018). Secuencia didáctica mediada por TIC para el fortalecimiento del pensamiento variacional en el grado noveno del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de Cúcuta. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación, 9*(1), 91-102. Doi: 10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156

MEN - Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf

MEN - Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Aprendizaje*. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

MEN - Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas*. Volumen 2. Bogotá: Editorial Magisterio. Recuperado de: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf

Moreira, M.A. (2002). La teoría de los campos conceptuales de vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. *Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias*, *7*(1), 1-28. Disponible en https://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf

Ordóñez-Ortega, O.; Gualdrón-Pinto, E. & Amaya-Franky. G. (2018). Pensamiento variacional mediado con baldosas algebraicas y manipuladores virtuales. *Revista Investigación, Desarrollo e Innovación*, *9*(2), 347-362. Doi: 10.19053/20278306.v9.n2.2019.9180

Orlando, M. (2014). *Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico*. (Tesis Doctoral). Universidad de San Andrés. Facultad de Educación, Buenos Aires. Recuperado de: http://repositorio.udesa.edu.ar/jspui/bitstream/10908/10908/1/%5BP%5D%5BW%5D%20T.%20D.%20Edu.%20Orlando,%20Mario.pdf

Pérez, M. (2005). Un marco para pensar configuraicones didácticas en el campo de la educación básica. *Estado de la discusión en Colombia,* 47-65.

Posada B, Fabián et al. (2006). *Módulo 2. Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. Gobernación de Antioquia: Artes y Letras.

Ramírez García, M. & De Castro Hernández, C. (2016). Caminos de aprendizaje para problemas aritméticos de estructura aditiva de sustracción. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación*, *16*, 167-191.

Ramírez López, D.P. & Flórez Bermúdez, G.M. (2007). *Propuesta pedagógica para el mejoramiento de la competencia interpretativa de los alumnos de 1, 2 y 3 de la escuela la Pradera, por medio de las TIC*. (Tesis de pregrado). Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia.

Riveros, V. & Mendoza, M. (2008). "Consideraciones teóricas del uso de Internet en educación". *Revista OMNIA*, *14*(1), 27-46.

Ribeiro, D., Valério, N. y Gomes, J. (2009). *Cálculo Mental*. Lisboa: Escola Superior de Educação de Lisboa.

Ruiz, R. (2006). *Historia y evolución del pensamiento científico*. México: Edición electrónica gratuita.

Semana. (2017). ¿Cuál es la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana? [En línea]. [6 de agosto de 2017] Recuperado de: https://www.semana.com/educacion/articulo/cual-es-la-utilidad-de-las-matematicas-en-la-vida-cotidiana/527936

Serna M., E. & Polo, J.A. (2014). Lógica y abstracción en la formación de ingenieros: una relación necesaria. *Investigación y Tecnología*, *XV*(2), 299-31.

Sfard, A. (2007). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Bogotá: Universidad del Valle.

Suarez Ávila, N. Y., Galindo Mendoza, S. M., & Jiménez Espinosa, A. (2010). La comunicación: eje en la clase de matemáticas. *Praxis & Saber, 1*(2), 173-202. Recuperado de: http://revistas.uptc.edu.co/revistas/index.php/praxis_saber/article/view/1104/1103

Tobón, S., Pimienta, J. H. y García, J. A. (2010). "*Secuencias didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias*". México: Pearson- Prentice Hall. Recuperado de: http://www.shytelca.com.ve/componente/AutoPlay/Docs/LibroSecuencias%20Did%C3%A1cticas.%20Tob%C3%B3n%20Tob%C3%B3n.pdf

Urquizo Alcívar, A.M.; & Campana Concha, A. (2017). Programa de estrategias didácticas cognitivas para el desarrollo del razonamiento matemático, una experiencia con estudiantes de bachillerato, *Voletín Virtual, 6*(4), 99-111. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6119346.pdf

Vasco, C. E. (2002). El pensamiento variacional y la modelación matemática. *Universidad del Valle, Cali*, 1-14. Recuperado de: http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. [Teoría del campo conceptual]. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10* (23): 133-170.

Verganud, G. (1994): (Coord.), *Aprendizajes y didácticas: ¿Qué hay de nuevo*? Buenos Aires: Editorial, Buenos Aires.

Vergnaud, G. (1983). Quelques problèmes theóriques de la didactique a propos d'un example: les structures additives. *Atelier International d'Eté: Récherche en Didactique de la Physique*. La Londe les Maures, Francia.

Yong Chang, E.A.; Cedeño Abril, E. J.; Tubay Moreira, M.F. & Cedeño Abril. L.B. (2018). Trabajo colaborativo y el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos de Economía de la UTEQ. *Revista Ciencia e Investigación*, *3*(10), 10-15. Recuperado de: https://revistas.utb.edu.ec/index.php/sr/article/view/271/350

Zumbado, M. y Oviedo, D. (2012). Ejercicios y juegos para desarrollar el cálculo mental. Liberia, Costa Rica: VIII festival internacional de matemática 7 al 9 de junio de 2012. Recuperado de: http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Marianela-Zumbado2.pdf

Anexos

Anexo 1. Notas primer período

INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON

RESOLUCIÓN No.004332 DEL 25 DE OCTUBRE DEL 2018

Decreto de creación 000865 de septiembre 30 de 2002

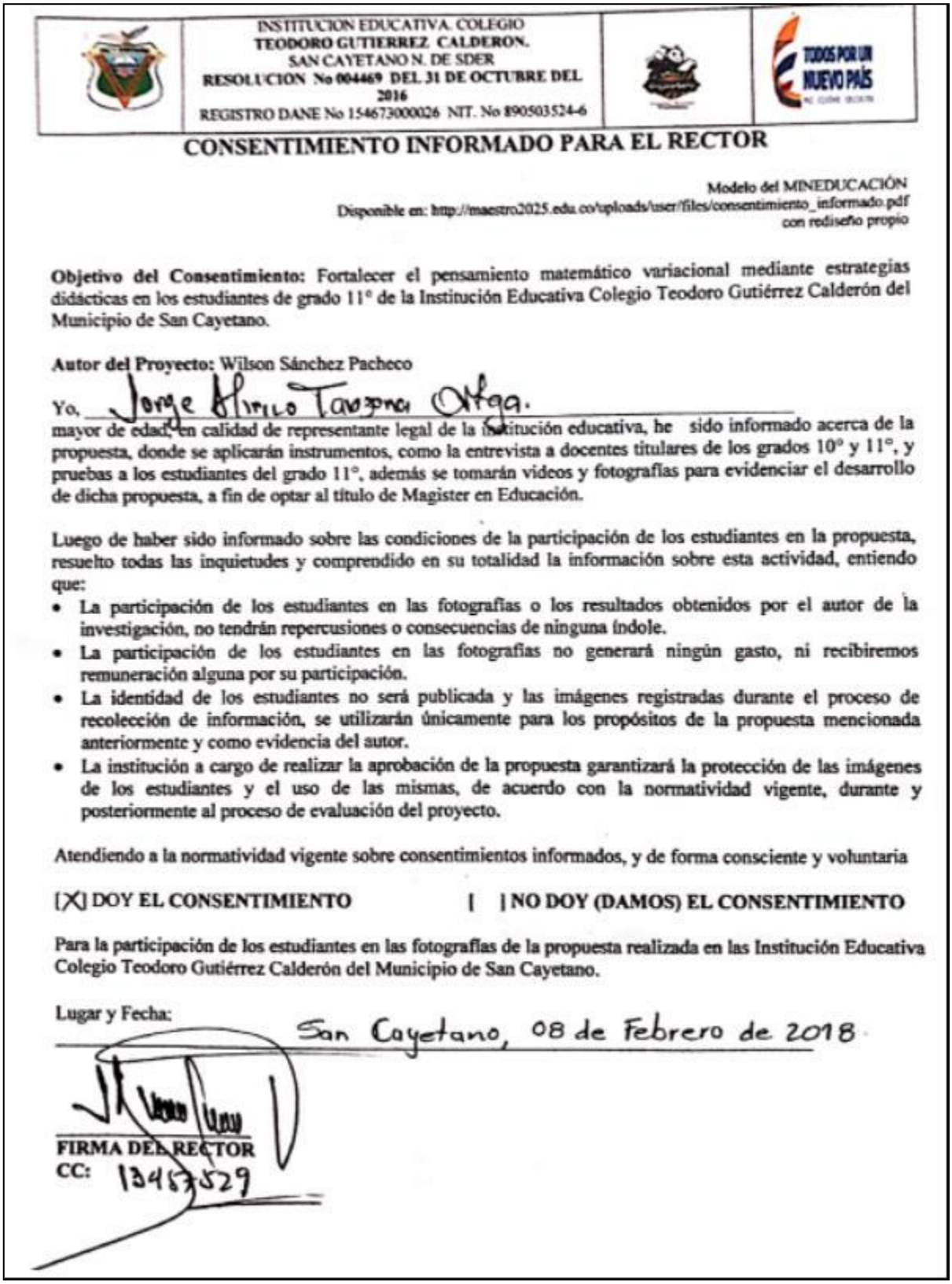
Consolidado de Definitivas Por Cursos 2018

Colegio: INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON	Sede:	01	Jornada:	Mañana	Grado:	Once	Curso:	01	Lectivo:	2018	Pagina:	1

No.	Apellidos/Nombres	NATUR IH 0					quimi IH 3					fisic IH 3					ARSOC IH 0					socia IH 2					cated IH 1					ARMAT IH 0					matem IH 5					HUMAN IH 0					lengu IH 4					tex IH 2				
1	AGUAS LAM GABRIEL ALBERTO	8.6	9.6	9.3	9.6	9.3	8.5	9.6	9.3	9.2	9.2	8.7	9.5	9.2	9.9	9.3	9.1	8.7	9.4	10.0	9.3	8.9	8.7	9.2	10.0	9.2	9.4	8.7	9.7	10.0	9.5	8.2	9.0	9.8	10.0	9.3	9.3	9.0	8.9	9.7	9.2	9.6	9.2	8.9	10.0	9.4	8.8	8.7	8.9	9.0	8.9
2	ALVARADO CUEVAS LEIDY DAYA	9.2	7.0	8.0	8.3	8.1	9.4	8.2	8.7	9.1	8.9	9.0	5.7	7.2	7.4	7.3	9.3	7.2	7.4	7.5	7.9	9.2	7.5	7.5	7.7	8.0	9.4	6.6	7.1	7.2	7.6	7.4	6.8	6.8	7.5	7.1	7.4	6.8	6.8	7.5	7.1	9.0	8.6	8.0	8.9	8.6	9.0	8.9	7.8	9.1	8.7	9.0	8.1	8.4	8.5	8.5
3	BARON SANCHEZ SABRINA MARL	7.2	7.1	8.4	8.8	7.9	7.1	6.8	9.3	8.4	7.9	7.3	7.3	7.5	9.1	7.8	8.2	7.7	7.8	6.9	7.6	8.2	7.5	8.2	6.6	7.6	8.1	8.0	7.0	7.6	7.7	7.3	7.4	6.8	7.1	7.2	7.3	7.4	6.8	7.1	7.2	7.4	8.7	8.0	8.8	8.3	7.6	9.0	7.8	9.0	8.4	7.1	8.2	8.5	8.3	8.0
4	CARMONA SOTO GLEYDER ADRIA	8.1	7.1	8.2	8.1	7.9	7.9	6.6	8.8	8.1	7.9	8.2	7.5	7.6	8.1	7.9	7.0	7.5	6.9	6.7	7.0	7.3	7.2	6.9	6.9	7.1	6.3	8.1	6.8	6.3	6.9	7.6	6.8	6.7	6.8	7.0	7.6	6.8	6.7	6.8	7.0	8.1	7.9	7.5	9.0	8.1	7.8	8.0	7.5	9.5	8.2	8.6	7.7	7.5	8.0	8.0
5	CHIA ESTUPIÑAN LUIS ERNEST	9.5	9.6	9.6	9.8	9.6	10.0	9.6	9.6	9.6	9.7	9.0	9.6	9.5	10.0	9.5	9.2	9.0	9.4	10.0	9.4	8.9	8.9	9.2	10.0	9.3	9.8	9.1	9.8	10.0	9.7	8.5	9.8	9.8	10.0	9.5	8.5	9.8	9.8	10.0	9.5	9.3	9.1	8.9	9.6	9.2	9.6	9.4	9.1	10.0	9.5	8.8	8.5	8.6	8.9	8.7
6	COLLANTES VERGEL NELIANA G	7.5	7.8	7.9	7.8	7.7	7.7	8.5	8.6	8.1	8.2	7.2	7.1	7.1	7.4	7.2	8.0	7.3	7.4	8.4	7.8	8.1	7.3	7.4	8.9	7.9	7.9	7.2	7.4	7.5	7.5	6.9	7.1	6.7	7.8	7.1	6.9	7.1	6.7	7.8	7.1	8.1	7.7	8.1	9.0	8.2	8.2	8.0	8.4	9.7	8.6	7.8	7.2	7.5	7.5	7.5
7	FERRER RODRIGUEZ NEIDER JA	6.9	6.5	8.2	7.3	7.2	6.9	*7.0	9.3	7.9	7.8	6.9	5.9	7.0	6.6	6.6	7.2	6.6	7.8	6.7	7.1	7.1	6.6	7.3	6.2	6.8	7.4	6.6	8.9	7.8	7.7	6.6	6.3	6.7	7.8	6.9	6.6	6.3	6.7	7.8	6.9	7.9	7.7	7.9	9.3	8.2	7.6	7.8	8.0	9.9	8.3	8.6	7.4	7.7	8.1	8.0
8	GARCIA ASCANIO CAMILA ANDR	7.5	7.0	7.8	8.2	7.6	7.7	*8.0	8.4	8.4	8.1	7.2	5.9	7.1	7.9	7.0	7.2	6.6	7.0	7.1	7.0	7.4	6.6	6.9	6.9	7.0	6.7	6.6	7.2	7.4	7.0	6.9	6.6	6.7	8.0	7.1	6.9	6.6	6.7	8.0	7.1	8.2	8.4	7.2	9.2	8.3	8.2	8.7	7.0	9.7	8.4	8.2	7.9	7.7	8.1	8.0
9	GARCIA GONZALEZ GABRIEL ED	8.2	8.2	8.0	7.6	8.0	7.3	8.8	8.0	8.0	8.0	9.1	7.5	8.0	7.1	7.9	8.0	7.1	6.5	7.9	7.4	7.7	6.7	6.6	7.9	7.2	8.7	7.8	6.3	7.8	7.7	8.4	6.7	8.1	10.0	8.3	8.4	6.7	8.1	10.0	8.3	8.1	8.2	6.9	8.4	7.9	7.8	8.2	7.0	8.9	8.0	8.7	8.3	6.8	7.5	7.8
10	GELVES VEGA MAURY LISMAR	9.3	8.1	8.8	8.7	8.7	10.0	7.5	8.2	9.0	8.7	8.5	8.6	9.3	8.3	8.7	7.8	9.0	8.7	9.5	8.8	7.3	8.7	8.6	9.3	8.5	8.9	9.5	9.0	10.0	9.4	8.6	9.4	8.8	10.0	9.2	8.6	9.4	8.8	10.0	9.2	7.9	8.6	8.7	9.1	8.6	8.0	9.1	9.1	9.7	9.0	7.8	7.7	7.9	8.0	7.9
11	MOGOLLON HERRERA CESAR DAR	7.8	7.4	7.1	8.3	7.6	7.3	8.1	6.9	8.0	7.6	8.2	6.6	7.2	8.5	7.6	7.6	7.7	8.2	9.6	8.3	7.6	8.0	8.0	9.4	8.3	7.6	7.1	8.5	10.0	8.3	7.1	6.2	6.6	7.4	6.8	7.1	6.2	6.6	7.4	6.8	7.5	7.4	7.6	9.3	8.0	7.4	7.6	7.6	10.0	8.2	7.8	6.9	7.6	7.8	7.5
12	MONCADA TORRES YULIANA ELI	8.0	7.1	8.2	8.6	8.0	7.9	7.0	8.5	8.3	7.9	8.1	7.2	7.8	8.8	8.0	8.0	8.0	8.0	7.1	7.8	8.2	8.3	7.7	6.9	7.8	7.5	7.3	8.7	7.5	7.8	7.8	7.1	8.8	8.0	7.9	8.7	7.9	8.1	9.2	8.5	8.7	7.8	8.3	9.6	8.6	8.6	8.0	7.8	8.3	8.2
13	MORA VELANDIA JERSSON JAVI	9.4	9.3	9.0	9.4	9.3	10.0	9.5	8.8	9.3	9.4	8.8	9.1	9.2	9.5	9.2	8.2	8.4	8.3	8.5	8.3	8.2	8.4	7.9	8.8	8.3	8.3	8.5	9.0	7.9	8.4	8.4	9.2	9.7	10.0	9.3	8.4	9.2	9.7	10.0	9.3	8.2	8.5	8.5	9.2	8.6	8.0	9.3	8.8	9.6	8.9	8.7	7.0	7.9	8.3	8.0
14	NAVARRO TORRES JHON ALEXAN	7.9	8.1	8.0	8.2	8.1	8.5	7.8	8.3	8.6	8.3	7.3	8.4	7.6	7.8	7.8	7.5	7.7	7.8	9.4	8.1	7.1	7.5	7.7	9.1	7.9	8.2	8.1	7.9	10.0	8.6	7.7	8.6	7.2	10.0	8.4	7.7	8.6	7.2	10.0	8.4	9.2	9.0	8.3	9.4	9.0	9.5	9.1	8.3	9.7	9.2	8.5	8.9	8.3	8.7	8.6
15	OROZCO MORA JAVIER ALBERTO	8.2	8.6	8.6	8.3	8.5	7.5	9.5	8.6	8.2	8.5	8.8	7.6	8.6	8.4	8.4	7.7	7.9	7.3	7.3	7.6	7.7	7.8	7.1	7.4	7.5	7.6	8.2	7.7	7.2	7.7	7.8	7.5	8.7	8.7	8.2	7.8	7.5	8.7	8.7	8.2	8.5	9.1	8.3	8.7	8.7	8.2	9.3	8.5	8.7	8.7	9.2	8.6	7.9	8.7	8.6
16	PEÑARANDA TREJOS YERINSON	7.3	7.9	8.1	9.2	8.1	7.3	9.1	8.1	8.3	8.2	7.2	6.7	8.0	10.0	8.0	7.3	7.4	6.9	8.2	7.5	7.3	7.3	7.5	8.1	7.6	7.2	7.6	5.8	8.4	7.3	7.7	7.0	6.7	10.0	7.9	7.7	7.0	6.7	10.0	7.9	8.0	7.9	7.4	9.3	8.1	7.6	7.9	6.9	9.7	8.0	8.8	7.8	8.4	8.4	8.4
17	RAMIREZ RUBIO INGRID JOHAN	9.2	9.5	9.4	9.6	9.4	9.7	9.7	9.3	9.5	9.6	8.6	9.2	9.4	9.7	9.2	9.3	8.6	9.3	10.0	9.3	9.1	8.7	9.2	10.0	9.3	9.7	8.3	9.5	10.0	9.4	8.7	7.9	9.6	10.0	9.1	8.7	7.9	9.6	10.0	9.1	8.9	8.8	9.2	9.6	9.1	9.4	9.1	9.1	10.0	9.4	7.9	8.1	9.5	8.8	8.6
18	REYES TORRES MARIA ALEJAND	7.6	7.6	8.4	8.2	7.9	7.3	*8.0	8.8	8.3	8.1	7.8	7.1	7.9	8.1	7.7	7.6	7.6	7.7	8.0	7.7	7.5	7.7	7.5	8.0	7.7	7.7	7.5	8.1	7.9	7.8	7.5	7.3	7.9	6.9	7.4	7.5	7.3	7.9	6.9	7.4	7.8	8.1	7.9	7.8	7.9	7.8	8.0	7.3	7.6	7.7	7.9	8.2	9.2	8.2	8.4
19	ROJAS TORRES OMAR ESNEYDER	7.5	7.5	7.5	7.8	7.6	7.7	*8.0	8.1	8.2	8.0	7.2	6.9	6.8	7.4	7.1	6.7	7.5	6.2	7.6	7.0	6.6	7.2	6.3	7.5	6.9	6.8	8.1	6.1	7.8	7.2	7.0	6.2	6.7	6.7	6.7	7.0	6.2	6.7	6.7	6.7	8.0	6.8	7.0	7.7	7.4	8.0	6.6	6.8	7.5	7.2	8.1	7.3	7.5	8.0	7.7
20	RUBIO GELVEZ WILSON ADRIAN	8.3	8.3	8.3	8.4	8.3	8.2	9.4	8.4	8.4	8.6	8.4	7.2	8.2	8.3	8.0	7.4	7.5	7.8	8.0	7.7	7.1	7.3	7.9	8.4	7.7	8.1	7.8	7.5	7.2	7.7	7.6	7.2	7.6	8.1	7.6	7.6	7.2	7.6	8.1	7.6	8.4	8.5	8.0	9.2	8.5	8.2	8.7	8.1	9.5	8.6	8.8	8.0	7.9	8.7	8.4
21	RUBIO MACHADO OSCAR ALIRIO	7.4	7.3	7.8	7.4	7.5	7.2	*7.0	8.2	7.7	7.5	7.6	7.6	7.3	7.0	7.4	6.9	7.0	6.8	7.3	7.0	6.7	7.1	6.9	7.2	7.0	7.2	6.9	*6.6	7.6	7.1	7.5	6.9	6.7	7.8	7.2	7.5	6.9	6.7	7.8	7.2	8.4	8.8	7.9	9.1	8.5	8.2	8.8	7.7	9.4	8.5	8.8	8.7	8.2	8.6	8.6
22	SANCHEZ BUSTOS EDDU ALAN	7.5	7.9	8.2	8.3	8.0	7.0	8.8	8.8	8.1	8.2	8.0	6.9	7.6	8.5	7.8	6.8	7.7	6.9	7.4	7.2	6.8	7.3	7.0	7.4	7.1	6.8	8.6	*6.6	7.3	7.3	8.0	7.1	7.5	7.4	7.5	8.0	7.1	7.5	7.4	7.5	7.8	8.3	7.7	8.8	8.1	8.2	8.8	7.6	9.4	8.5	8.1	7.3	7.8	7.5	7.4
23	SILVA RICO DAYAN LIZZETTE	7.7	7.2	8.5	8.2	7.9	7.9	6.8	9.0	8.4	8.0	7.5	7.5	8.0	7.9	7.7	7.5	6.8	7.3	7.7	7.3	7.8	6.6	7.3	7.5	7.3	6.8	7.2	7.3	8.0	7.3	7.4	6.7	7.5	7.8	7.4	7.4	6.7	7.5	7.8	7.4	7.8	7.7	7.4	9.1	8.0	7.6	8.2	7.7	9.9	8.4	8.3	6.6	6.8	7.5	7.3
24	TARAZONA CARRILLO EIVYN	7.2	7.1	6.8	7.4	7.2	7.1	*8.0	6.9	7.8	7.5	7.3	6.2	6.6	7.0	6.8	5.9	6.8	6.6	7.7	6.8	6.1	*6.6	*6.6	8.0	6.8	5.6	7.2	6.6	7.2	6.7	7.3	5.2	6.6	7.6	6.7	7.3	5.2	6.6	7.6	6.7	8.1	6.7	7.4	8.4	7.7	8.0	6.6	7.6	8.9	7.8	8.2	7.0	7.0	7.5	7.4
25	TORRES CERVERA GERARDO	7.4	6.9	7.6	7.9	7.5	7.9	*8.0	7.8	8.1	8.0	6.8	5.8	7.3	7.6	6.9	6.3	6.6	6.5	7.7	6.8	7.1	6.6	6.3	7.6	6.9	4.7	6.6	*7.0	8.0	6.6	6.9	5.8	7.2	6.9	6.7	6.9	5.8	7.2	6.9	6.7	7.9	7.6	7.0	8.5	7.8	7.8	7.9	6.7	9.0	7.9	8.1	6.9	7.6	7.6	7.6
26	TORRES JAIMES LILIANA ISAB	9.3	8.3	8.8	8.9	8.8	10.0	7.1	8.4	8.6	8.5	8.6	9.4	9.1	9.2	9.1	8.8	9.2	9.0	8.9	9.0	8.6	8.8	9.0	9.3	8.9	9.2	10.0	9.1	8.1	9.1	8.3	9.3	8.3	8.7	8.7	8.3	9.3	8.3	8.7	8.7	8.5	9.0	8.2	9.3	8.7	8.6	9.2	8.4	9.9	9.0	8.3	8.5	7.8	8.2	8.2
27	TORRES VELEZ JEFERSON YESI	6.9	7.3	7.3	7.5	7.3	6.8	*8.0	7.0	7.6	7.4	7.0	6.5	7.6	7.4	7.1	7.5	7.0	6.6	5.8	6.7	7.9	6.6	6.3	5.3	6.5	6.6	7.7	7.3	6.8	7.1	7.3	6.0	6.8	7.4	6.9	7.3	6.0	6.8	7.4	6.9	7.7	7.8	7.6	8.7	8.0	7.6	8.1	7.9	9.2	8.2	8.0	7.2	6.9	7.7	7.5
28	VELEZ DIAZ KATY NAYERLY	7.6	6.7	7.7	7.3	7.3	7.6	6.8	7.9	8.1	7.6	7.5	6.5	7.4	6.4	7.0	7.2	6.7	7.3	7.8	7.3	7.2	6.7	7.3	8.0	7.3	7.3	6.6	7.3	7.5	7.2	7.6	6.7	6.8	6.6	6.9	7.6	6.7	6.8	6.6	6.9	8.1	7.9	6.9	9.1	8.0	8.2	7.7	6.8	9.5	8.1	7.8	8.2	7.0	8.3	7.8

NOTA: Los asteriscos (*) son RECUPERACIONES. La nota final de las áreas que se conforman de asignaturas se calcula de forma ponderada de acuerdo a la intensidad horaria o al peso porcentual de las asignaturas.

Anexo 2. Consentimientos Informados



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO
TEODORO GUTIERREZ CALDERON.
SAN CAYETANO N. DE SDER
RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6

TODOS POR UN NUEVO PAÍS

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA EL RECTOR

Modelo del MINEDUCACIÓN
Disponible en: http://maestro2025.edu.co/uploads/user/files/consentimiento_informado.pdf
con rediseño propio

Objetivo del Consentimiento: Fortalecer el pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

Autor del Proyecto: Wilson Sánchez Pacheco

Yo, Jorge Mirllo Tavera Ortega.
mayor de edad, en calidad de representante legal de la institución educativa, he sido informado acerca de la propuesta, donde se aplicarán instrumentos, como la entrevista a docentes titulares de los grados 10° y 11°, y pruebas a los estudiantes del grado 11°, además se tomarán videos y fotografías para evidenciar el desarrollo de dicha propuesta, a fin de optar al título de Magister en Educación.

Luego de haber sido informado sobre las condiciones de la participación de los estudiantes en la propuesta, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

- La participación de los estudiantes en las fotografías o los resultados obtenidos por el autor de la investigación, no tendrán repercusiones o consecuencias de ninguna índole.
- La participación de los estudiantes en las fotografías no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- La identidad de los estudiantes no será publicada y las imágenes registradas durante el proceso de recolección de información, se utilizarán únicamente para los propósitos de la propuesta mencionada anteriormente y como evidencia del autor.
- La institución a cargo de realizar la aprobación de la propuesta garantizará la protección de las imágenes de los estudiantes y el uso de las mismas, de acuerdo con la normatividad vigente, durante y posteriormente al proceso de evaluación del proyecto.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

[X] DOY EL CONSENTIMIENTO | | NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO

Para la participación de los estudiantes en las fotografías de la propuesta realizada en las Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano.

Lugar y Fecha: San Cayetano, 08 de Febrero de 2018

FIRMA DEL RECTOR
CC: 13487529

INSTITUCION EDUCATIVA. COLEGIO
TEODORO GUTIERREZ CALDERON.
SAN CAYETANO N. DE SDER
RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6

TODOS POR UN NUEVO PAÍS

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LOS PADRES DE FAMILIA Y/O REPRESENTANTES

Yo. Sonia Diaz mariscal ..... Con C.C. No: 27819085

conozco de los alcances y procedimientos de la investigación a realizarse, por el docente Wilson Sánchez Pacheco, Maestrante en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Soy consciente y conocedor(a) de la importancia de la investigación, demostrando sinceridad, colaboración y respeto al mencionado procedimiento, en tal sentido autorizo el consentimiento del proceso que implica este estudio, para con mi hijo:

LATY VELEZ DIAZ.

Para mayor constancia firmo el presente, ejerciendo mis derechos como representante legal, en la medida que mi cultura y tradiciones no serán trasgredidas, ni se divulguen la identidad de hijo en el informe de investigación.

Sonia Diaz mariscal
Firma del Padre de Familia y/o Representante
C.C. 27819085

INSTITUCION EDUCATIVA. COLEGIO
TEODORO GUTIERREZ CALDERON.
SAN CAYETANO N. DE SDER
RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6

TODOS POR UN NUEVO PAÍS

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LOS PADRES DE FAMILIA Y/O REPRESENTANTES

Yo. Mary Luz Mora Moreno Con C.C. No: 27.819.218 conozco de los alcances y procedimientos de la investigación a realizarse, por el docente Wilson Sánchez Pacheco, Maestrante en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Soy consciente y conocedor(a) de la importancia de la investigación, demostrando sinceridad, colaboración y respeto al mencionado procedimiento, en tal sentido autorizo el consentimiento del proceso que implica este estudio, para con mi hijo:

Javier Alberto Orozco Mora.

Para mayor constancia firmo el presente, ejerciendo mis derechos como representante legal, en la medida que mi cultura y tradiciones no serán trasgredidas, ni se divulguen la identidad de hijo en el informe de investigación.

Mary L. Mora Moreno
Firma del Padre de Familia y/o Representante
C.C. 27.819.218.

Anexo 3. Entrevista Inicial a Estudiantes

ENTREVISTA A ESTUDIANTES DE GRADO 11 DE LA I.E. COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON

Buenos días

1. De las siguientes actividades cuales realiza con mayor agrado
a. leer
b. Jugar
c. usar el celular
d. hablar con los amigos
f. estudiar

2. De las siguientes áreas del conocimiento, ¿cuál se te dificulta más?
a. Ciencias naturales y educación ambiental.
b. Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia.
c. Educación artística y Cultural.
d. Educación ética y en valores humanos.
e. Educación física, recreación y deportes.
f. Educación religiosa.
g. Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros.
h. Matemáticas.
i. Tecnología e informática…"

3. Cuál de los siguientes pensamientos matemáticos es el que menos domina
a. El pensamiento numérico y los sistemas numéricos
b. El pensamiento espacial y los sistemas geométricos
c. El pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas
d. El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos
e. El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos

4. Desde que ciclo escolar has presentando dificultad en matemáticas
a. Transición
b. Primero a Tercero
c. Cuarto a Quinto
d. Sexto a Séptimo
e. Octavo a Noveno
f. Decimo a Once

5. De las siguientes causas cual crees que pudo haber influido para tener bajo rendimiento
a. Motivación
b. Didáctica de la clase
c. Ambiente de aula
d. contextualización de los temas
e. Otra. ¿Cuál? _____

RESULTADOS

ESTUDIANTES	PREG. 1					PREG. 2									PREG. 3					PREG. 4						PREG. 5				
Respuestas	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	f	g	h	i	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e
EST-01			X										X						X						X	X				
EST-02			X										X						X					X		X				
EST-03		X											X						X					X		X				
EST-04		X											X						X						X		X			
EST-05					X								X						X						X		X			
EST-06			X										X						X						X		X			
EST-07					X							X			X						X						X			
EST-08				X								X				X					X						X			
EST-09			X			X										X						X					X			
EST-10			X									X				X							X				X			
EST-11			X									X					X			X								X		
EST-12					X								X				X				X								X	
EST-13			X										X						X				X					X		
EST-14					X		X												X				X					X		
EST-15				X			X											X							X				X	

ESTUDIANTES	PREG. 1					PREG. 2									PREG. 3					PREG. 4						PREG. 5				
Respuestas	**a**	**B**	**c**	**d**	**e**	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**	**i**	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**	**F**	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**
EST-16			X										X						X						X	X				
EST-17					X								X						X						X				X	
EST-18			X										X					X							X	X				
EST-19			X				X												X					X			X			
EST-20					X								X				X							X				X		
EST-21			X										X						X					X				X		
EST-22			X									X			X								X					X		
EST-23					X							X				X							X					X		
EST-24					X		X											X				X				X				
EST-25			X											X			X						X				X			
EST-26		X								X									X			X						X	
EST-27			X			X													X					X			X		
EST-28			X				X												X					X			X		
Total		**3**	**15**	**2**	**8**	**2**	**5**			**1**		**6**	**13**	**1**	**2**	**4**	**4**	**3**	**15**	**1**	**3**	**3**	**6**	**5**	**10**	**6**	**9**	**9**	**4**	

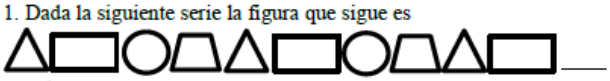
Anexo 4. Prueba Inicial Diagnóstica

	INSTITUCION EDUCATIVA. COLEGIO **TEODORO GUTIERREZ CALDERON.** SAN CAYETANO. N DE SDER **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6	DIAGNOSTICO	TODOS POR UN NUEVO PAÍS
SAN CAYETANO N.DE S	AREA DE MATEMATICAS	Página 1 de 4	

Docente: Wilson Sánchez Pacheco **Grado**: Once **Fecha**: Marzo 09 de 2018

Objetivo. Medir el desarrollo del pensamiento variacional matemático teniendo en cuenta los estándares definidos por el MEN.

1. Dada la siguiente serie la figura que sigue es



a. b.

c. d.

2. Qué número continua en la siguiente serie

4, 9, 14, 19, 24, 29, ____

a. 39 b. 34

c. 30 c. 32

3. En una competencia ganaron premio los tres primeros niños en llegar a la meta, es decir, los que menos tiempo gastaron. Si Camila completo la vuelta en 6 minutos, Carlos en 5 minutos, Carmen en 4 minutos y patricia en 7 minutos. Cuál fue el niño o niña que no gano premio

a. Carlos b. Camila

c. Carmen d. Patricia

4. Identifica la oración que es falsa

a. Todos los días se recogieron menos de 11 litros de agua

b. Lunes y miércoles se recogieron igual cantidad de agua

c. El viernes fue el día en que más agua se recogió

d. el sábado se recogió 8 litros de agua.

Dada la siguiente figura

5. El cuadrado que sigue es

a. b.

c. d.

Observa la siguiente serie y resuelve las preguntas 6 y 7

4, 12, 36, 108, 324, ____

6. Que numero continua en la siguiente serie

a. 648 b. 948

c. 972 c. 672

7. Cuál es el patrón de la serie?

a. multiplicar por 2 b. elevar al cuadrado

c. multiplicar por 3 d. elevar al cubo

Un tangram es un rompecabezas de piezas geométricas con el que se pueden hacer montones de figuras. En la imagen, se observa un tangram y 5 figuras hechas con él.

Una de las piezas del tangram es el cuadrado. En la posición original, el cuadrado se encuentra así:

8. ¿En cuáles de las figuras el cuadrado ha permanecido en su posición original?

a. 1 y 2 b. 3 y 4

c. 2 y 5 d. 4 y 2

9. Se quiere construir un rectángulo cuya base tenga la mitad de la altura. Cuál de las figuras cumple la condición.

a. b.

c. d.

En la siguiente tabla se muestra cuanto tiempo gasta un ciclista en recorrer cierta distancia

Kilómetros	1	2	3	4
minutos	3	6	9	12

10. Un ciclista podrá recorrer 15 en

a. ½ hora b. ¾ hora

c. 2/4 hora d. 3/2 hora

11. El patrón que usa la tabla del punto anterior es

a. multiplicar por ½ b. multiplicar por 2

c. multiplicar por 3 d. multiplicar por 1/3

La siguiente grafica muestra el número de gaseosas vendidas en la semana en la caseta del colegio

Día de la semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Numero de gaseosas vendidas	90	50	68	80	65

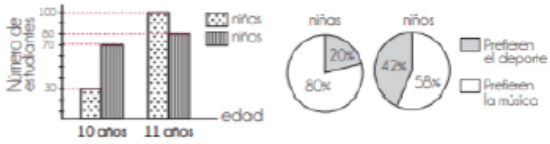
	INSTITUCION EDUCATIVA. COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO. N DE SDER RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016 REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6	DIAGNOSTICO	
SAN CAYETANO N.DE S	AREA DE MATEMATICAS	Página 2 de 4	

12. Los días que más gaseosas se vendieron son
a. martes y miércoles b. lunes y viernes
c. martes y viernes d. lunes y jueves

13. Teniendo en cuenta la tabla anterior es falso decir que
a. el lunes se vendió mayor gaseosa que el jueves
b. el Martes se vendió menor gaseosa que el viernes
c. el miércoles se vendió igual gaseosa que el viernes
d. el martes se vendió menor gaseosa que todos los demás días

14. Adriana alcanzó a leer t palabras, su hermano Andrés leyó el triple y su primo Iván leyó dos palabras menos que Adriana. Entre todos leyeron
a. 5 (t – 2) b. 4t (t – 2)
c. 5t – 2 d. 3t – (2t – 2)

15. Se le preguntó a un grupo grande de estudiantes de 10 y 11 años si preferían la música o el deporte.

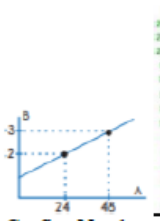


¿Qué porcentaje de los estudiantes encuestados son niños?
_____
¿Cuántos niños prefieren la música a cambio de deporte?
_____
¿Qué porcentaje de los estudiantes encuestados prefiere el deporte? _____

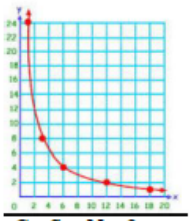
16. Ángela se sabe 2 poesías de memoria; Catalina se sabe 5; Ana María e Isabel se saben 8 cada una. Se puede decir que la media y la mediana de los datos anteriores son
a. 7,5 y 5 b. 5,75 y 7,5
c. 5 y 6,5 d. 5,75 y 6,5

Dadas las siguientes gráficas

x	3	6	12	1
y	8	4	2	24



Grafica No. 1.


Grafica No. 2.

18. En la gráfica No. 1 podemos decir
a. A y B son directamente proporcional porque es una gráfica creciente
b. A y B no son directamente proporcional porque la recta pasa por el origen.
c. A y B son directamente proporcional porque cuando A crece B crece
d. A y B no son directamente proporcional porque los datos de A se duplican y los de B no.

19. En la gráfica No. 2 podemos decir
a. X y Y son inversamente proporcional porque mientras X crece Y decrece
b. X y Y son directamente proporcional porque X y Y crecen
c. X y Y son inversamente proporcional porque mientras X se duplica o triplica Y es divisible por 2 o 3.
d. X y Y son directamente proporcional porque mientras X y Y decrecen.

20. Luisa tiene cuatro veces más primos que Felipe. Jairo tiene 3 primos menos que Luisa. Entre los tres tienen 42 primos. ¿Cuántos primos tiene cada uno? Escribe como encuentra la respuesta
_____
_____

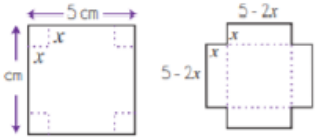
Dada la siguiente gráfica de cambio de distancia con respecto al tiempo

20. Se puede decir que la máxima distancia desde el punto de partida recorrida es
a. 50 km b. 40 km
c. 90 km d. 120 km

21. Una caja (sin tapa) de base 8 dm × 9 dm y altura 10 dm se construye con tablas de grosor g. El volumen interno de la caja, V, es una función del grosor de las tablas, g. La función V (g) (que se lee "V de g") está dada por: $V(g) = 720 - 412g + 74g^2 - 4g^3$. En general, dado el grosor de las tablas, se puede calcular el volumen interno de la caja. Teniendo en cuenta esta información es falso decir que
a. el máximo volumen que puede tener la caja es de 700 dm^3
b. para que el perímetro sea de 42 dm^3 el grosor de la tabla será de 30 cm
c. entre más gruesa sea la tabla mayor será el volumen de la caja
d. $720 - 412g + 74g^2 - 4g^3 = 360 - 206g + 37g^2 - 2g^3$

	INSTITUCION EDUCATIVA. COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO. N DE SDER RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016 REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6	DIAGNOSTICO	
SAN CAYETANO N.DE S	AREA DE MATEMATICAS	Página 3 de 4	

Se va a construir un molde para una caja (sin tapa) a partir de un cuadrado de 5 cm de lado quitándole en cada esquina un cuadradito de lado x cm. Se quiere determinar para qué valores de x el área superficial de la caja será igual a 9 cm^2.



22. Una expresión algebraica que represente la solución del problema anterior es

a. $(5 - 2x)^2 = 9$ b. $5^2 - 4x^2 = 9$
c. $4^2 - 2x^2 = 0$ d. $5^2 - 2x^2 + 9 = 0$

23. escribe otra expresión algebraica que represente la solución del problema anterior _____

En el año 1990, en la Escuela San Ambrosio había 150 estudiantes y la matrícula costaba $200 000. Cada año el número de estudiantes aumenta en 22. La matrícula sube $10 000 cada año.

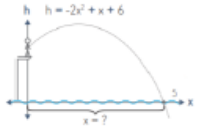
24. Los ingresos recaudado por la Escuela San Ambrosio por concepto de matrícula en el año 2005 es: _____ (Escriba el proceso que realizo para hallar la respuesta.

_____
_____
_____
_____

25. La función que determina los ingresos por concepto de matrículas t años después de 1990 es

a. I = 150 + 22t
b. I = 200.000 + 10.000t
c. I = 200.000(22t + 10.000t)
d. I = (150 + 22t)(200.000 + 10.000t)

26. La trayectoria que sigue un clavadista cuando realiza un salto desde un trampolín se puede representar mediante la ecuación $h = -2x^2 + x + 6 = 0$, donde h es la altura en metros y x es el desplazamiento horizontal. ¿Cuál es la distancia horizontal entre el trampolín y el punto en el que entra el clavadista al agua?



a. 5 b. 2
c. -3/2 d. 5/2

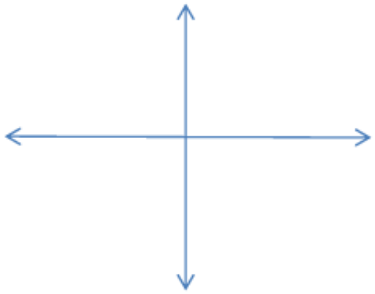
27. Si Pedro compra cuatro manzanas y tres bananos en $5700. Una manzana y cinco bananos en $2700. Encuentra las ecuaciones para encontrar el precio de cada manzana y de cada banano.

_____
_____

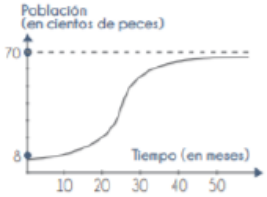
28. Si una llave vierte agua en un estanque a una razón de 110 cm3 /min, ¿cuántos metros cúbicos suministra la llave en una hora? (Explique el proceso para hallar la solución)

_____
_____
_____

29. Arroz Zulia vende 500 arrobas de arroz a un precio de 33.350 pesos la arroba, al modificar el precio a 26.400 pesos vendió 800 arrobas. Asumiendo que la función de la demanda es lineal. Dibuja en el plano cartesiano los valores dados y halle la demanda cundo el precio es de 30.000 pesos.



La gráfica a continuación muestra la cantidad de peces en un lago luego de haber introducido 800 especímenes.

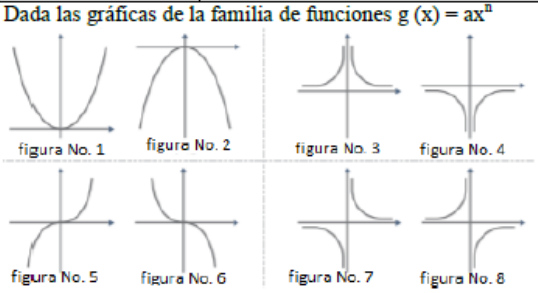


30. Teniendo en cuenta la gráfica es cierto que

a. la población de peces no estuvo siempre en aumento.
b. a pesar de crecer constantemente, la población tiende a estabilizarse alrededor de 7000 peces.
c. entre los meses 30 y 40 fue cuando más aumentó la población.
e. ninguna de las anteriores.

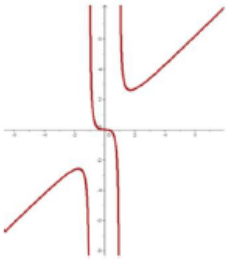
	INSTITUCION EDUCATIVA. COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO. N DE SDER RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016 REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6	DIAGNOSTICO	
SAN CAYETANO N.DE S	AREA DE MATEMATICAS	Página 4 de 4	

Dada las gráficas de la familia de funciones $g(x) = ax^n$



31. Define para cada figura si a y n son > ó < que cero
    Figura No. 1 a ___ 0 y n ___ 0
    Figura No. 2 a ___ 0 y n ___ 0
    Figura No. 3 a ___ 0 y n ___ 0
    Figura No. 4 a ___ 0 y n ___ 0
    Figura No. 5 a ___ 0 y n ___ 0
    Figura No. 6 a ___ 0 y n ___ 0
    Figura No. 7 a ___ 0 y n ___ 0
    Figura No. 8 a ___ 0 y n ___ 0

Dada la siguiente función F(x)



31. El límite de $\lim_{n\to\infty}(F(x))$ = (explica tu respuesta)

_____
_____
_____
_____
_____

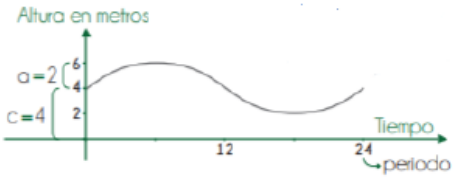
32. Estima el valor de la derivada de sen (x) en x =1
$\left(\frac{sen(1+h)-sen(1)}{h}\right)$

_____
_____
_____
_____

33. ¿cuál es el radio de un círculo cuándo su área crece a una razón instantánea de 20cm2 /cm? ($A = \pi r^2$)

_____
_____
_____
_____

34. El nivel de agua que se recolecta en un tanque oscila de forma sinusoidal cada 24 horas. Si la altura mínima es de 2m y la máxima es de 6m, ¿cuál es una posible fórmula para encontrar el nivel de agua en función del tiempo en horas?



Anexo 5. Rejilla de Observación

Lugar:						Fecha:										
Hora de Inicio:				Hora de Finalización:												
Asignatura observada:																
Tema:																
Docente:																
Recursos disponibles en el aula									Señala con X							
Tablero acrílico									Memoria USB							
Computador de mesa									Cámara de video							
Portatil									Cámara fotográfica							
Tablets									Video							
Video Beam									Reproductor de Video (DVD)							
Internet									Afiches							
Televisor									Mapas							
Parlantes									Otro							
Uso de los objetos virtuales de aprendizaje									Señala con X							
Items	**Categoría**	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Momento de uso de estrategias con TIC	Inexistente (0)															
	Inicio de Clase (1)															
	Durante el desarrollo de la clase (2)															
	Al finalizar la clase (3)															
	En Todo momento (4)															
Estrategias con Secuencia Didáctica	Inexistente (0)															
	Motivar (1)															
	Apoyo explicaciones del profesor (2)															
	Mostrar Recursos Audiovisuales (3)															
	Medio para comunicar información (4)															
	Incrementar la participación del estudiante (5)															
	Ejercitar habilidades (6)															
	Entretener (7)															
	Experimentar simuladores (8)															
	Crear, expresarse (9)															
	Exploración guiada (10)															
	Libre descubrimiento (11)															
	Evaluar (12)															
	Trabajo colaborativo (13)															
Manejo básico de la herramienta tecnológica	Inexistente (0)															
	Baja (1)															
	Media (2)															
	Elevada (3)															
Integración de los recursos tecnológicos a la asignatura o área	Inexistente (0)															
	Baja (1)															
	Media (2)															
	Elevada (3)															
Frecuencia del uso de la herramienta dentro de la clase	Inexistente (0)															
	Baja (1)															
	Media (2)															
	Elevada (3)															
El docente orienta y explica el uso del recurso tecnológico	Inexistente (0)															
	Baja (1)															
	Media (2)															
	Elevada (3)															
Nivel de	Inexistente (0)															

interactividad, comunicación y participación de los estudiantes.	Baja (1)														
	Media (2)														
	Elevada (3)														
Uso de los objetos virtuales de aprendizaje		Señala con X													
Items	**Categoría**	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Evaluación a través del recurso tecnológico	Inexistente (0)														
	Inicio de Clase (1)														
	Durante el desarrollo de la clase (2)														
	Al finalizar la clase (3)														
	En Todo momento (4)														
Acciones en clase	Docente indaga conceptos previos (0)														
	Estudiantes preguntan en clase (1)														
	Trabajo individual (2)														
	Trabajo grupal (3)														

Manejo de grupo y estudiantes		Señala con X						
Items	**Categoría**	0	1	2	3	4	5	6
Atención del estudiante	Inexistente (0)							
	Baja (1)							
	Media (2)							
	Elevada (3)							
Disciplina del grupo	Deficiente (0)							
	Insuficiente (1)							
	Aceptable (2)							
	Sobresaliente (3)							
	Excelente (4)							
Conductas inapropiadas presentadas en el aula	Agresion fisica (0							
	Ofensa Verbal (1)							
	Hablar en clase (2)							
	Ruido provocado (3)							
	Desobediencia (4)							
	Distracción (5)							
	Hiperactividad (6)							
Conductas apropiadas presentadas en el aula	Colaboración (0)							
	Respeto (1)							
	Organización (2)							
	Responsabilidad (3)							

Fuente: Tomado de Vélez (2012). Estrategias de enseñanza de las tecnologías de la información y comunicación para favorecer el aprendizaje significativo. Colombia: Tecnológico de Monterrey.

Anexo 6. Rejilla de Validación de Instrumentos

unab Universidad Autónoma de Bucaramanga	**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**	**Páginas 1/1**
	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN JUICIO DE EXPERTO	

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO VARIACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL MUNICIPIO DE SAN CAYETANO	FECHA:

Responsable: Wilson Sánchez Pacheco

Instrucción: Luego de analizar los instrumentos de investigación "ENTREVISTA A ESTUDIANTES y REJILLA DE OBSERVACIÓN" con la matriz de consistencia de la presente, le solicito que, con base en su criterio y experiencia profesional, valide dichos instrumentos para su aplicación.

NOTA: Para cada criterio considere la escala de 1 a 5 donde:

1. Muy poco	**2. Poco**	**3. Regular**	**4. Aceptable**	**5. Muy aceptable**

Criterio de Validez	**Puntuación**					**Argumento**	**Observaciones y/o sugerencias**
	1	**2**	**3**	**4**	**5**		
Validez de Contenido							
Validez de criterio metodológico							
Validez de intención y objetividad de medición y observación							
Presentación y formalidad del instrumento							
Total Parcial:							
Total:							

Puntuación:

De 4 a 11: No válida, reformular	
De 12 a 14: No válido, modificar	
De 15 a 12: Válido, mejorar	
De 15 a 20: Válido, aplicar	

Apellidos y Nombres:	
Grado Académico:	
Firma:	

Anexo 7. Diario de Campo

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON** **SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER** **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** **REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6** **FORMATO DE DIARIO DE CAMPO**		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Título de la Investigación:	LA MAGIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL MUNDO REAL		
Título del Taller:	"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"		
Lugar:	Aula de clase	**Fecha:** Mayo 11 de 2018	**Tiempo:** Una (1) hora
Tema:	Tipología textual		
Objetivo:	Fortalecer en los estudiantes de grado once el uso del lenguaje algebraico, operaciones con expresiones algebraicas y el uso de variables.		
EJES TEMÁTICOS	**DESCRIPCIÓN**	**REFLEXIÓN**	**CONCLUSIONES**
LENGUAJE ALGEBRAICO	1) Para llegar a hacer más que un aprendiz de hechicero es importante que estudies bien los elementos, los sepas distinguir para poderlos usar. Para aplicar las matemáticas es igual, primero debes estudiar qué es una variable? Cómo hallar una expresión algebraica? Qué operaciones se pueden realizar con ellas? Y cómo se pueden simplificar? 2) Terminado el repaso sobre expresiones algebraicas se entregan a los diferentes grupos, situaciones de la vida real para que las escriba en un lenguaje algebraico, además se proponen algunas situaciones donde el estudiante tenga que realizar operaciones entre expresiones algebraicas o tenga que simplificarlas.	Se logró que los estudiantes fueran capaces de llevar un lenguaje cotidiano o coloquial, al lenguaje apropiado que en este caso, era el algebraico.	Los estudiantes entendieron que para encontrar la solución a una situación problema, primero que todo se debía hallar una expresión algebraica y posteriormente aplicar las operaciones necesarias para hallar la solución.

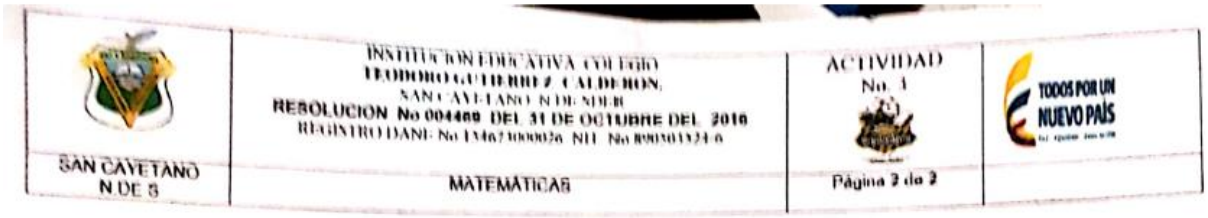
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON** **SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER** **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** **REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6** **FORMATO DE DIARIO DE CAMPO**		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Título de la Investigación:	LA MAGIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL MUNDO REAL		
Título del Taller:	"USANDO LOS ELEMENTOS"		
Lugar:	Aula de clase	**Fecha:** Mayo 16 de 2018	**Tiempo:** Dos (2) horas
Tema:	Tipología textual		
Objetivo:	Fortalecer en los estudiantes de grado once el uso del lenguaje algebraico, operaciones con expresiones algebraicas y el uso de variables.		
EJES TEMÁTICOS	**DESCRIPCIÓN**	**REFLEXIÓN**	**CONCLUSIONES**
LENGUAJE ALGEBRAICO	Después de distinguir los elementos todo aprendiz de hechicero debe empezar a usar todos los elementos que ya distingue. Lo mismo sucede en las matemáticas. Es hora de aplicar todos los conocimientos adquiridos y para ello se propone realizar un dómino para repasar jugando todos los conocimientos recordados hasta el momento para ello se le entrega a cada grupo: Unas tablitas de madera Un bisturí Una regla Micro-punta Un lápiz. Se le pide a cada grupo que con las tablitas de madera recorten 28 fichas de forma rectangular con 10 cm de largo y 2,5 cm de ancho, y divida cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo. 1. ¿Halle el área del rectángulo? 2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo? Después de haber recortado las diferentes fichas se entregan por grupos 28 situaciones diferentes para que ellos puedan completar el domino.	Se logró que a través de los manipulables físicos, el estudiante entendiera de la forma más sencilla, el uso del lenguaje algebraico y cómo convertir una expresión algébrica en dos o más factores.	Se puede concluir que haciendo uso de los manipulables físicos, se logra una enseñanza-aprendizaje, creativa y motivadora.

	Después se intercambian el domino hecho para que cada grupo juegue con un dominó diferente al que hicieron y al terminar el juego un integrante del grupo evaluará la actividad. Que vas a Evaluar Terminada cada actividad cada grupo evalúa la actividad y determina las fortalezas y debilidades para tenerlas en cuenta en la siguiente actividad. La unidad didáctica se evalúa con la elaboración del domino algebraico y el juego con el domino en cada grupo. En plenaria un estudiante por grupo evalúa si se cumplió con el propósito de la Unidad Didáctica.		

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON** **SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER** **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** **REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6** **FORMATO DE DIARIO DE CAMPO**		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Título de la Investigación:	LA MAGIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL MUNDO REAL		
Título del Taller:	"USANDO LOS ELEMENTOS"		
Lugar:	Aula de clase	**Fecha:** Mayo 16 de 2018	**Tiempo:** Dos (2) horas
Tema:	Tipología textual		
Objetivo:	Fortalecer en los estudiantes de grado once el uso del lenguaje algebraico, operaciones con expresiones algebraicas y el uso de variables.		
EJES TEMÁTICOS	**DESCRIPCIÓN**	**REFLEXIÓN**	**CONCLUSIONES**
LENGUAJE ALGEBRAICO	Después de distinguir los elementos todo aprendiz de hechicero debe empezar a usar todos los elementos que ya distingue. Lo mismo sucede en las matemáticas. Es hora de aplicar todos los conocimientos adquiridos y para ello se propone realizar un dómino para repasar jugando todos los conocimientos recordados hasta el momento para ello se le entrega a cada grupo: Unas tablitas de madera Un bisturí Una regla Micro-punta Un lápiz. Se le pide a cada grupo que con las tablitas de madera recorten 28 fichas de forma rectangular con 10 cm de largo y 2,5 cm de ancho, y divida cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo. 1. ¿Halle el área del rectángulo? 2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo? Después de haber recortado las diferentes fichas se entregan por grupos 28 situaciones diferentes	Se logró que a través de los manipulables físicos, el estudiante entendiera de la forma más sencilla, el uso del lenguaje algebraico y cómo convertir una expresión algébrica en dos o más factores.	Se puede concluir que haciendo uso de los manipulables físicos, se logra una enseñanza-aprendizaje, creativa y motivadora, al mismo tiempo que se evidenció el trabajo participativo y colaborativo.

	para que ellos puedan completar el domino. Después se intercambian el domino hecho para que cada grupo juegue con un dominó diferente al que hicieron y al terminar el juego un integrante del grupo evaluará la actividad. Que vas a Evaluar Terminada cada actividad cada grupo evalúa la actividad y determina las fortalezas y debilidades para tenerlas en cuenta en la siguiente actividad. La unidad didáctica se evalúa con la elaboración del domino algebraico y el juego con el domino en cada grupo. En plenaria un estudiante por grupo evalúa si se cumplió con el propósito de la Unidad Didáctica.		

Anexo 8. Producciones realizados por los estudiantes en la propuesta pedagógica



SAN CAYETANO N.DE S	INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON, SAN CAYETANO N.DE SDER RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016 REGISTRO DANE No 134673000026 NIT No 890301324-6 MATEMÁTICAS	ACTIVIDAD No. 3 Página 2 de 2	TODOS POR UN NUEVO PAÍS

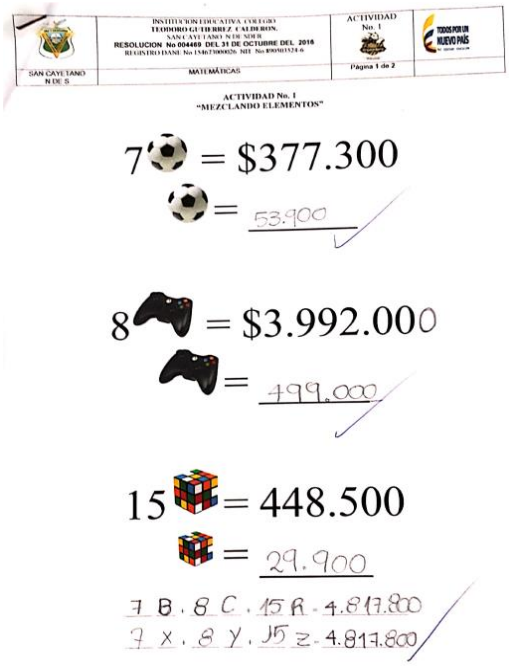
ACTIVIDAD No. 3
"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"

Escribir en lenguaje matemático las siguientes expresiones

1. Cinco veces el triple de un número más diez veces el mismo número elevado a la 5 por otro número al cuadrado. P(x) = $5(3x) + 70x^5 \cdot y^2$
2. El triple del cuadrado de un número. B(x) = $(3x)^2$
3. El quíntuple del cubo de un número menos los cuatro quintos del cuadrado del mismo número por el cuadrado de otro número Q(x) = $5x^3 - \frac{4}{5}x^2 \cdot y^2$

Realizar las operaciones indicadas con los polinomios obtenidos en el punto anteriores

1. P(x) + B(x) = $(70x^5 + y^2 + 5(3x)) + (3x)^2$ · Ordenar
2. B(x) – Q(x) = $(3x)^2 + 70x^5 - 3x^2$? $5(3x)$
3. B(x) . P(x) = $(3x)^2 (5(3x) + 70x^5 \cdot y^2)$?
4. P(x) . Q(x) = $(75x + 70x^5 \cdot y^2) \cdot (5x^3 - \frac{4}{5}x^2 \cdot y^2) = 75x^4 - 12x^3y^2 + 5x^8y^2 - = 5x^8y^2 - 8x^7y^4 + 75x^4 - 12x$?
5. P(x) / B(x) = $(75x + 70x^5 y^2) / (3x)^2 = 5x + 3{,}3x^2y^2$?
6. Q(x) / B(x) = $(5x^3 - \frac{4}{5}x^2 \cdot y^2) / (3x)^2 = 1{,}6x - 0{,}26y^2$?



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO
TEODORO GUTIERREZ CALDERON.
SAN CAYETANO N DE SDER
RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT No 890503524-6

SAN CAYETANO N DE S | MATEMÁTICAS | ACTIVIDAD No. 1 | Página 1 de 2

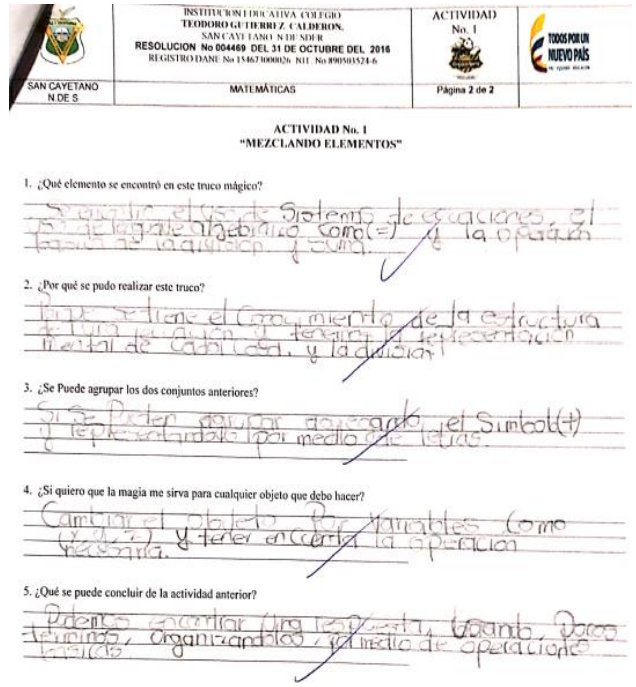
ACTIVIDAD No. 1
"MEZCLANDO ELEMENTOS"

7 = $377.300
= 53.900

8 = $3.992.000
= 499.000

15 = 448.500
= 29.900

7 B . 8 C . 15 R - 4.817.800
7 X . 8 Y . 15 Z - 4.817.800



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO
TEODORO GUTIERREZ CALDERON.
SAN CAYETANO N DE SDER
RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT No 890503524-6

SAN CAYETANO N DE S | MATEMÁTICAS | ACTIVIDAD No. 1 | Página 2 de 2

ACTIVIDAD No. 1
"MEZCLANDO ELEMENTOS"

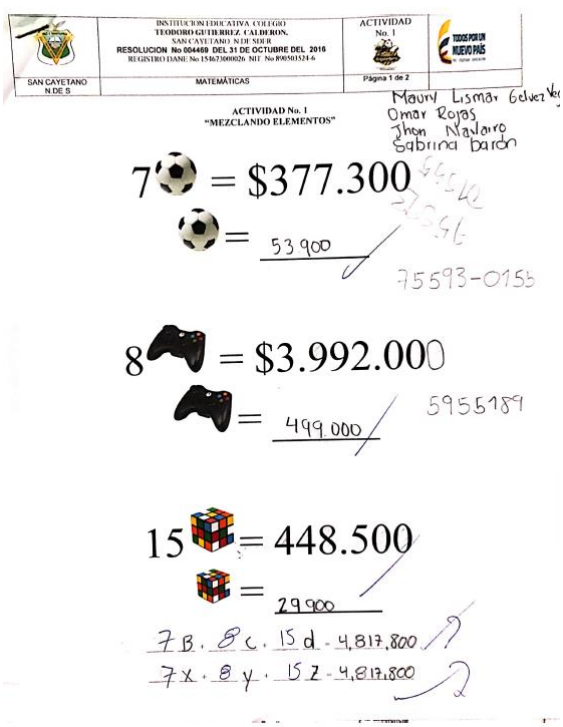
1. ¿Qué elemento se encontró en este truco mágico?
Se encontró el uso de Sistemas de ecuaciones, el uso de lenguaje algebraico como (=) y la operación básica de la división y suma.

2. ¿Por qué se pudo realizar este truco?
Porque se tiene el conocimiento de la estructura de una ecuación y tenemos la representación mental de cada cosa, y la división

3. ¿Se Puede agrupar los dos conjuntos anteriores?
Si se Pueden agrupar agregando el Simbolo (+) y representandolo por medio de letras.

4. ¿Si quiero que la magia me sirva para cualquier objeto que debo hacer?
Cambiar el objeto por variables como (x, y, z) y tener en cuenta la operación necesaria.

5. ¿Qué se puede concluir de la actividad anterior?
Podemos encontrar una respuesta, usando pocos términos, organizandolos, por medio de operaciones basicas



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO
TEODORO GUTIERREZ CALDERON.
SAN CAYETANO N DE SDER
RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT No 890503524-6

SAN CAYETANO N DE S | MATEMÁTICAS | ACTIVIDAD No. 1 | Página 1 de 2

ACTIVIDAD No. 1
"MEZCLANDO ELEMENTOS"

Maury Lismar Gelvez Vec
Omar Rojas
Jhon Navarro
Sabrina barón

7 = $377.300
= 53.900

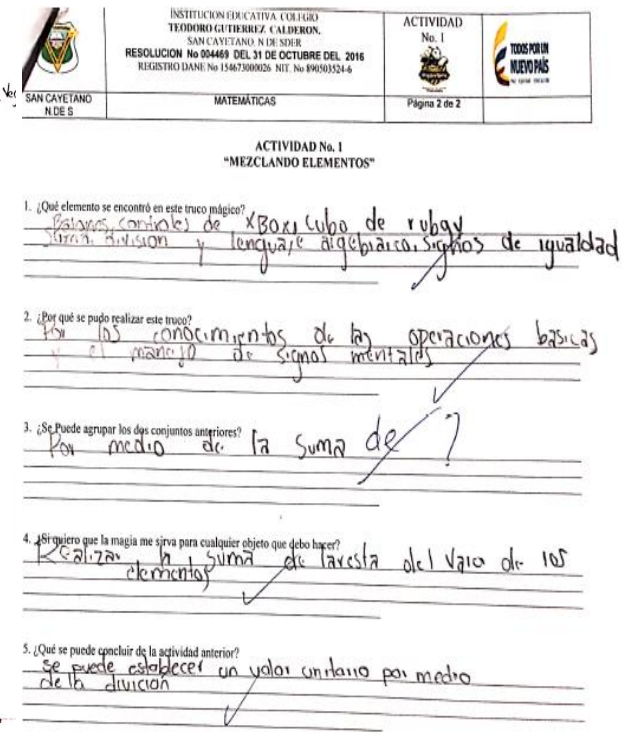
75593-0155

8 = $3.992.000
= 499.000

5955189

15 = 448.500
= 29.900

7 B . 8 C . 15 d - 4.817.800
7 X . 8 Y . 15 Z - 4.817.800



INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO
TEODORO GUTIERREZ CALDERON.
SAN CAYETANO N DE SDER
RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT No 890503524-6

SAN CAYETANO N DE S | MATEMÁTICAS | ACTIVIDAD No. 1 | Página 2 de 2

ACTIVIDAD No. 1
"MEZCLANDO ELEMENTOS"

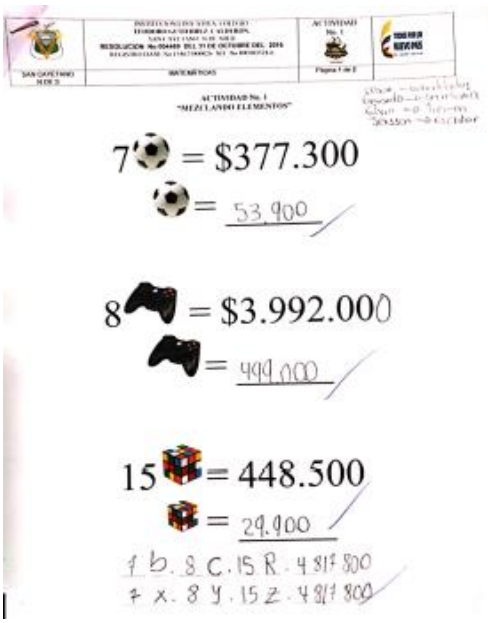
1. ¿Qué elemento se encontró en este truco mágico?
Balones, controles de XBox, cubo de rubgy, suma, division y lenguaje algebraico, signos de igualdad

2. ¿Por qué se pudo realizar este truco?
Por los conocimientos de las operaciones basicas y el manejo de signos mentales

3. ¿Se Puede agrupar los dos conjuntos anteriores?
Por medio de la suma de ?

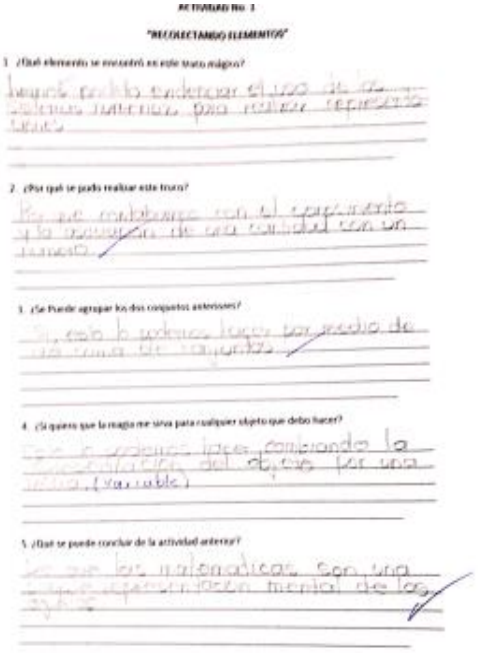
4. ¿Si quiero que la magia me sirva para cualquier objeto que debo hacer?
Realizar la suma de la resta del valor de los elementos

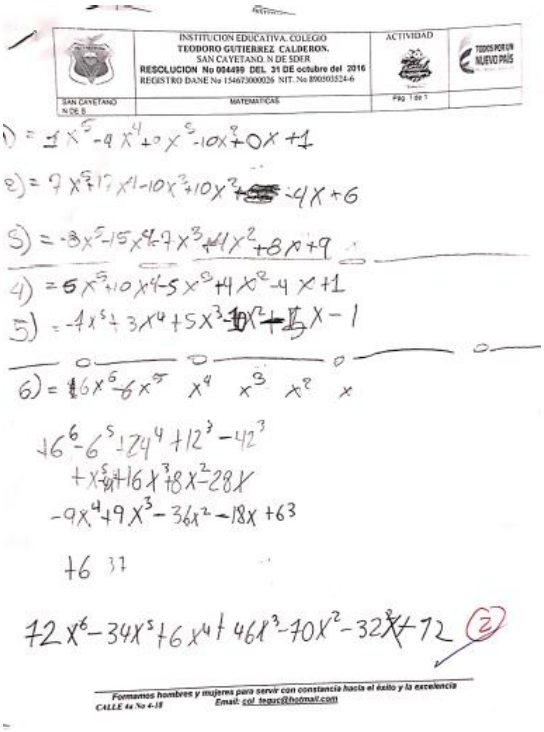
5. ¿Qué se puede concluir de la actividad anterior?
Se puede establecer un valor unitario por medio de la división

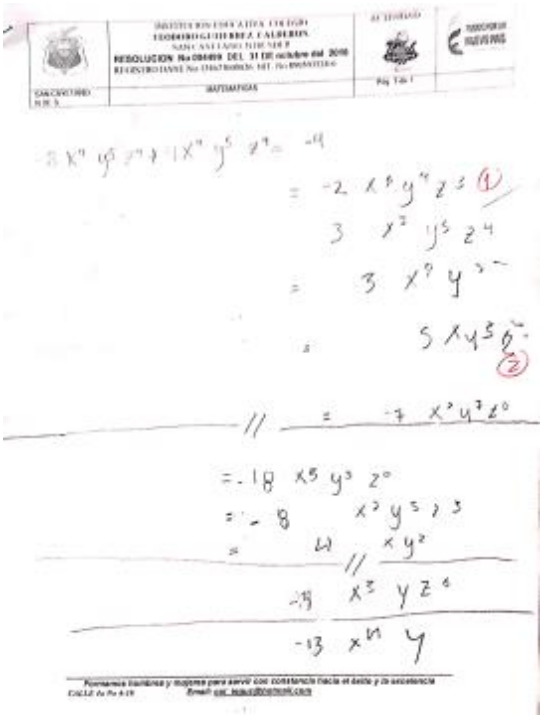

ACTIVIDAD No. 1
"MEZCLANDO ELEMENTOS"
7 = $377.300
= 53.900
8 = $3.992.000
= 499.000
15 = 448.500
= 29.900
7 b. 8 c. 15 R. 4 817 800
7 x. 8 y. 15 z. 4 817 800

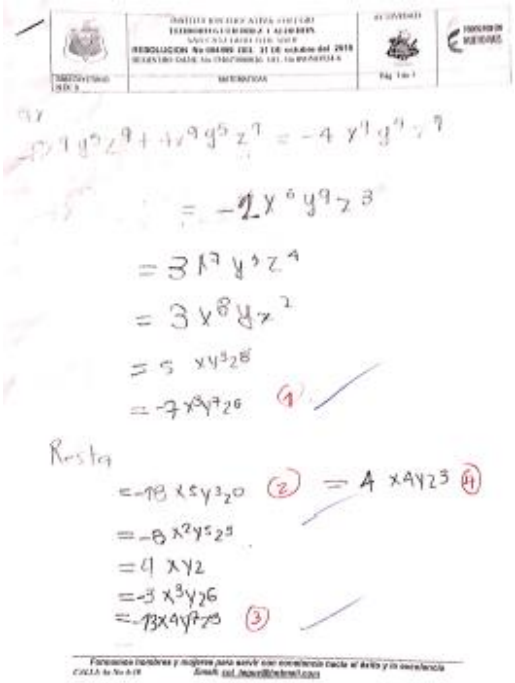
ACTIVIDAD No. 1
"MEZCLANDO ELEMENTOS"
1. ¿Qué elemento se encontró en este truco mágico?
Sistema de Ecuaciones Aditivas, Suma, lenguaje Algebraico
2. ¿Por qué se pudo realizar este truco?
Por que conocemos los objetos
3. ¿Se Puede agrupar los dos conjuntos anteriores?
Si mediante una suma
4. ¿Si quiero que la magia me sirva para cualquier objeto que debo hacer?
Manejar un lenguaje Algebraico
5. ¿Qué se puede concluir de la actividad anterior?
Que teniendo los conocimientos podemos y se nos facilita resolver estas operaciones

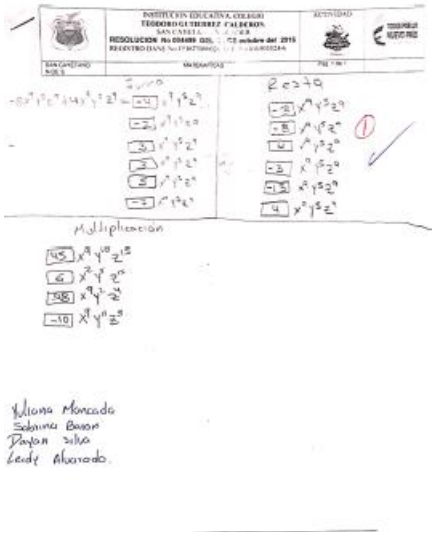
ACTIVIDAD No. 1
"RECOLECTANDO ELEMENTOS"
9
6
10
9 R. 6 X. 10 R
9 Y. 6 X. 10 Z

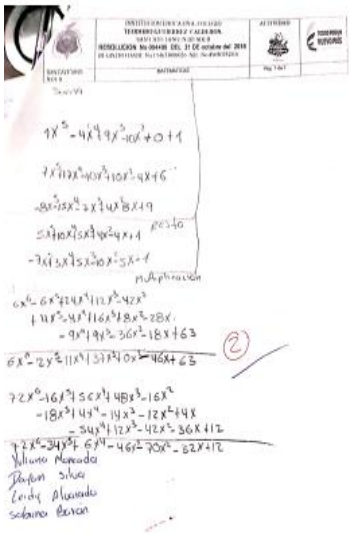

ACTIVIDAD No. 1
"RECOLECTANDO ELEMENTOS"
1. ¿Qué elemento se encontró en este truco mágico?
2. ¿Por qué se pudo realizar este truco?
3. ¿Se Puede agrupar los dos conjuntos anteriores?
4. ¿Si quiero que la magia me sirva para cualquier objeto que debo hacer?
5. ¿Qué se puede concluir de la actividad anterior?

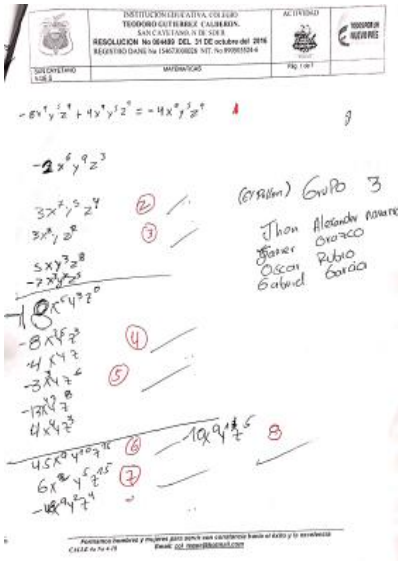

INSTITUCION EDUCATIVA. COLEGIO
TEODORO GUTIERREZ CALDERON.
SAN CAYETANO. N DE SDER
RESOLUCION No 004499 DEL 31 DE octubre del 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890205524-6
ACTIVIDAD
SAN CAYETANO N DE S
MATEMATICAS
Pág 1 de 1
TODOS POR UN NUEVO PAIS
Formamos hombres y mujeres para servir con constancia hacia el éxito y la excelencia
CALLE 4a No 4-18
Email: col_teguc@hotmail.com

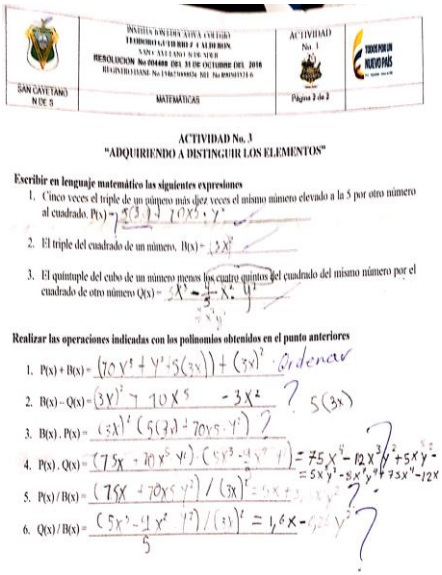



Resta









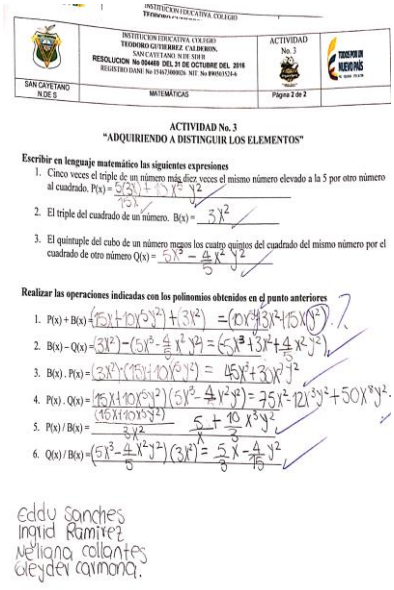
ACTIVIDAD No. 3
"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"

Escribir en lenguaje matemático las siguientes expresiones

1. Cinco veces el triple de un número más diez veces el mismo número elevado a la 5 por otro número al cuadrado. P(x) =
2. El triple del cuadrado de un número. B(x) =
3. El quintuple del cubo de un número menos los cuatro quintos del cuadrado del mismo número por el cuadrado de otro número Q(x) =

Realizar las operaciones indicadas con los polinomios obtenidos en el punto anteriores

1. P(x) + B(x) =
2. B(x) – Q(x) =
3. B(x) . P(x) =
4. P(x) . Q(x) =
5. P(x) / B(x) =
6. Q(x) / B(x) =



ACTIVIDAD No. 3
"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"

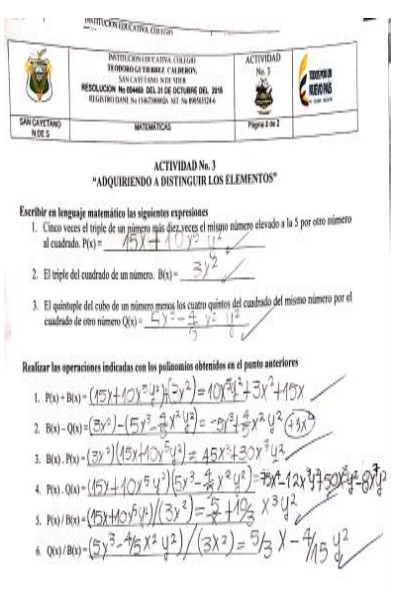
Escribir en lenguaje matemático las siguientes expresiones

1. Cinco veces el triple de un número más diez veces el mismo número elevado a la 5 por otro número al cuadrado. P(x) =
2. El triple del cuadrado de un número. B(x) =
3. El quintuple del cubo de un número menos los cuatro quintos del cuadrado del mismo número por el cuadrado de otro número Q(x) =

Realizar las operaciones indicadas con los polinomios obtenidos en el punto anteriores

1. P(x) + B(x) =
2. B(x) – Q(x) =
3. B(x) . P(x) =
4. P(x) . Q(x) =
5. P(x) / B(x) =
6. Q(x) / B(x) =

Eddy Sanches
Ingrid Ramirez
Neliana collantes
Gleyder carmona.



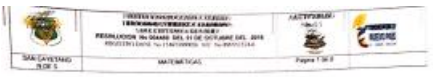
ACTIVIDAD No. 3
"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"

Escribir en lenguaje matemático las siguientes expresiones

1. Cinco veces el triple de un número más diez veces el mismo número elevado a la 5 por otro número al cuadrado. P(x) =
2. El triple del cuadrado de un número. B(x) =
3. El quintuple del cubo de un número menos los cuatro quintos del cuadrado del mismo número por el cuadrado de otro número Q(x) =

Realizar las operaciones indicadas con los polinomios obtenidos en el punto anteriores

1. P(x) + B(x) =
2. B(x) – Q(x) =
3. B(x) . P(x) =
4. P(x) . Q(x) =
5. P(x) / B(x) =
6. Q(x) / B(x) =



ACTIVIDAD No. 3
"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"

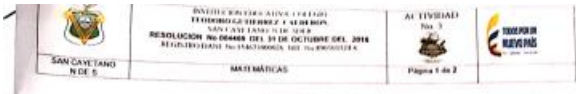
Escribir en lenguaje matemático las siguientes expresiones

1. El doble de un número menos su cuarta parte.
2. Años de Ana Belén dentro de 12 años.
3. Años de Isabel hace tres años.
4. La cuarta parte de un número más su siguiente.
5. Perímetro de un cuadrado.
6. Un número par.
7. Un número impar.
8. Un múltiplo de 7.
9. Dos números enteros consecutivos.
10. Dos números que se diferencian en dos unidades.
11. El doble de un número menos su quinta parte.
12. El quíntuplo de un número más su quinta parte.
13. La edad de una señora es el doble de la de su hijo menos 5 años.
14. Dos números se diferencian en 13 unidades.
15. Dos números suman 13.
16. Un hijo tiene 22 años menos que su padre.
17. Dos números cuya suma es 25.
18. La cuarta parte de la mitad de un número.
19. Dimensiones de un rectángulo en el que su largo tiene 6 metros más que el ancho.
20. Un tren tarda tres horas menos que otro en ir de Madrid a Barcelona.
21. Repartir una caja de manzanas entre seis personas.
22. Un número es 10 unidades mayor que otro.
23. Un número menos su mitad más su doble.
24. Un número 5 unidades menor que otro.
25. El cuadrado de un número.
26. Un número y su opuesto.

ACTIVIDAD No. 3
"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"

Escribir en lenguaje matemático las siguientes expresiones

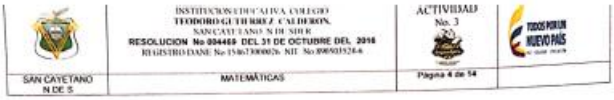
1. El doble de un número menos su cuarta parte.
2. Años de Ana Belén dentro de 12 años.
3. Años de Isabel hace tres años.
4. La cuarta parte de un número más su siguiente.
5. Perímetro de un cuadrado.
6. Un número par.
7. Un número impar.
8. Un múltiplo de 7.
9. Dos números enteros consecutivos.
10. Dos números que se diferencian en dos unidades.
11. El doble de un número menos su quinta parte.
12. El quíntuplo de un número más su quinta parte.
13. La edad de una señora es el doble de la de su hijo menos 5 años.
14. Dos números se diferencian en 13 unidades.
15. Dos números suman 13.
16. Un hijo tiene 22 años menos que su padre.
17. Dos números cuya suma es 25.
18. La cuarta parte de la mitad de un número.
19. Dimensiones de un rectángulo en el que su largo tiene 6 metros más que el ancho.
20. Un tren tarda tres horas menos que otro en ir de Madrid a Barcelona.
21. Repartir una caja de manzanas entre seis personas.
22. Un número es 10 unidades mayor que otro.
23. Un número menos su mitad más su doble.
24. Un número 5 unidades menor que otro.
25. El cuadrado de un número.
26. Un número y su opuesto.



ACTIVIDAD No. 3
"ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS"

Escribir en lenguaje matemático las siguientes expresiones

1. El doble de un número menos su cuarta parte.
2. Años de Ana Belén dentro de 12 años.
3. Años de Isabel hace tres años.
4. La cuarta parte de un número más su siguiente.
5. Perímetro de un cuadrado.
6. Un número par.
7. Un número impar.
8. Un múltiplo de 7.
9. Dos números enteros consecutivos.
10. Dos números que se diferencian en dos unidades.
11. El doble de un número menos su quinta parte.
12. El quíntuplo de un número más su quinta parte.
13. La edad de una señora es el doble de la de su hijo menos 5 años.
14. Dos números se diferencian en 13 unidades.
15. Dos números suman 13.
16. Un hijo tiene 22 años menos que su padre.
17. Dos números cuya suma es 25.
18. La cuarta parte de la mitad de un número.
19. Dimensiones de un rectángulo en el que su largo tiene 6 metros más que el ancho.
20. Un tren tarda tres horas menos que otro en ir de Madrid a Barcelona.
21. Repartir una caja de manzanas entre seis personas.
22. Un número es 10 unidades mayor que otro.
23. Un número menos su mitad más su doble.
24. Un número 5 unidades menor que otro.
25. El cuadrado de un número.
26. Un número y su opuesto.



ACTIVIDAD No. 4
"USANDO LOS ELEMENTOS"

Vamos a Construir un Domino

Para construir el Dominó debemos convertir el lenguaje algebraico a expresiones literales y luego factorizarlas

SUMA DE CUBOS

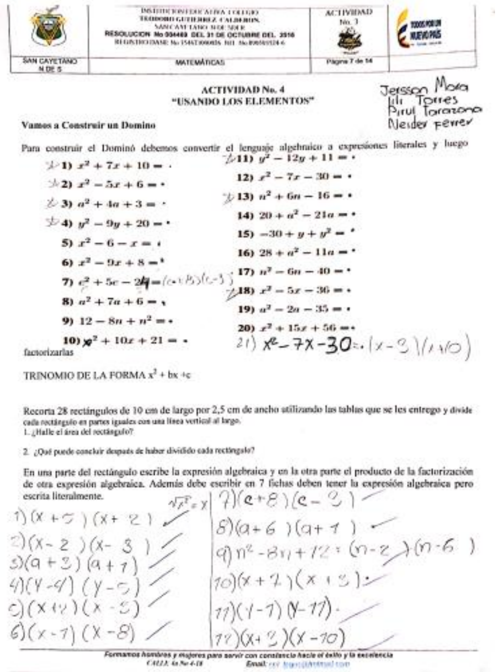
1. x^3+27
2. $8x^3-27y^3$
3. $-27x^3+1$
4. $27b^6-y^3$
5. $8x^3-27$
6. $x^{12}-125$
7. x^6-27
8. $8x^3-y^9$
9. $27x^3-1$
10. $64-w^6$
11. $125x^3-1$
12. $27a^6-64c^3$
13. $1-216y^{12}$
14. x^6-343
15. $8+27p^{15}$
16. $27x^3-64y^3z^3$
17. $125x^3-1000$
18. a^6-64c^3
19. $8x^3-216y^{12}$
20. $125x^6-343y^3$
21. $27-w^6$

Recorta 28 rectángulos de 10 cm de largo por 2,5 cm de ancho utilizando las tablas que se les entrego y divide cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo.

1. ¿Halle el área del rectángulo?

2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo?

En una parte del rectángulo escribe la expresión algebraica y en la otra parte el producto de la factorización de otra expresión algebraica. Además debe escribir en 7 fichas deben tener la expresión algebraica pero escrita literalmente.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN. SAN CAYETANO N DE SDER. RESOLUCIÓN No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016

ACTIVIDAD No. 3

MATEMÁTICAS

Página 7 de 14

ACTIVIDAD No. 4

"USANDO LOS ELEMENTOS"

Jersson Mora
Lili Torres
Pirul Tarazona
Neider Ferrer

Vamos a Construir un Domino

Para construir el Dominó debemos convertir el lenguaje algebraico a expresiones literales y luego factorizarlas

1) $x^2 + 7x + 10 =$
2) $x^2 - 5x + 6 =$
3) $a^2 + 4a + 3 =$
4) $y^2 - 9y + 20 =$
5) $x^2 - 6 - x =$
6) $x^2 - 9x + 8 =$
7) $c^2 + 5c - 24 =$
8) $a^2 + 7a + 6 =$
9) $12 - 8n + n^2 =$
10) $x^2 + 10x + 21 =$
11) $y^2 - 12y + 11 =$
12) $x^2 - 7x - 30 =$
13) $n^2 + 6n - 16 =$
14) $20 + a^2 - 21a =$
15) $-30 + y + y^2 =$
16) $28 + a^2 - 11a =$
17) $n^2 - 6n - 40 =$
18) $x^2 - 5x - 36 =$
19) $a^2 - 2a - 35 =$
20) $x^2 + 15x + 56 =$
21) $x^2 - 7x - 30 = (x-3)(x+10)$

TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

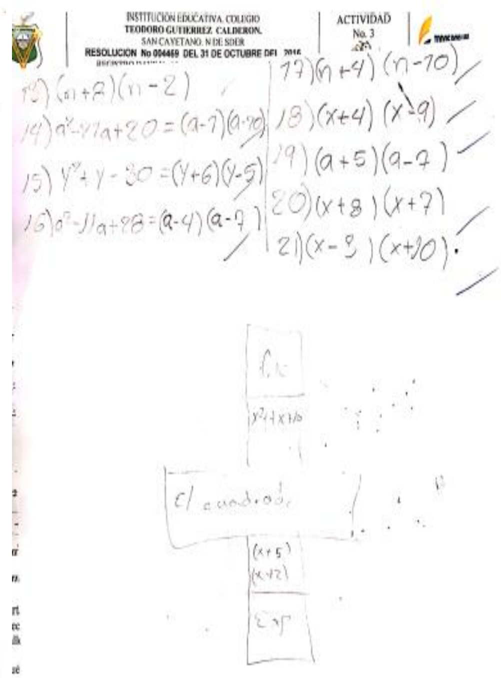
Recorta 28 rectángulos de 10 cm de largo por 2,5 cm de ancho utilizando las tablas que se les entrego y divide cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo.
1. ¿Halle el área del rectángulo?

2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo?

En una parte del rectángulo escribe la expresión algebraica y en la otra parte el producto de la factorización de otra expresión algebraica. Además debe escribir en 7 fichas deben tener la expresión algebraica pero escrita literalmente.

1) $(x+5)(x+2)$
2) $(x-2)(x-3)$
3) $(a+3)(a+1)$
4) $(y-4)(y-5)$
5) $(x+2)(x-3)$
6) $(x-1)(x-8)$
7) $(c+8)(c-3)$
8) $(a+6)(a+1)$
9) $n^2 - 8n + 12 = (n-2)(n-6)$
10) $(x+7)(x+3)$
11) $(y-1)(y-11)$
12) $(x+3)(x-10)$

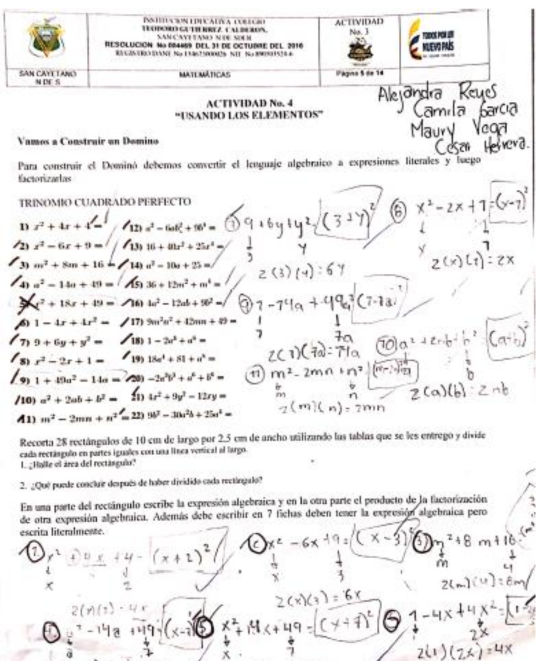
Formamos hombres y mujeres para servir con constancia hacia el éxito y la excelencia



INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO N DE SDER. RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016

ACTIVIDAD No. 3

13) $(n+8)(n-2)$
14) $a^2 - 21a + 20 = (a-1)(a-20)$
15) $y^2 + y - 30 = (y+6)(y-5)$
16) $a^2 - 11a + 28 = (a-4)(a-7)$
17) $(n+4)(n-10)$
18) $(x+4)(x-9)$
19) $(a+5)(a-7)$
20) $(x+8)(x+7)$
21) $(x-3)(x+10)$



INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON. SAN CAYETANO N DE SDER. RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016

ACTIVIDAD No. 3

MATEMÁTICAS

Página 8 de 14

ACTIVIDAD No. 4

"USANDO LOS ELEMENTOS"

Alejandra Reyes
Camila García
Maury Vega
Cesar Herrera

Vamos a Construir un Domino

Para construir el Dominó debemos convertir el lenguaje algebraico a expresiones literales y luego factorizarlas

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

1) $x^2 + 4x + 4 =$
2) $x^2 - 6x + 9 =$
3) $m^2 + 8m + 16 =$
4) $a^2 - 14a + 49 =$
5) $x^2 + 18x + 49 =$
6) $1 - 4x + 4x^2 =$
7) $9 + 6y + y^2 =$
8) $x^2 - 2x + 1 =$
9) $1 + 49a^2 - 14a =$
10) $a^2 + 2ab + b^2 =$
11) $m^2 - 2mn + n^2 =$
12) $a^2 - 6ab^2 + 9b^4 =$
13) $16 + 40x^2 + 25x^4 =$
14) $a^2 - 10a + 25 =$
15) $36 + 12m^2 + m^4 =$
16) $4a^2 - 12ab + 9b^2 =$
17) $9m^2n^2 + 42mn + 49 =$
18) $1 - 2a^3 + a^6 =$
19) $18a^4 + 81 + a^8 =$
20) $-2a^3b^3 + a^6 + b^6 =$
21) $4x^2 + 9y^2 - 12xy =$
22) $9b^2 - 30a^2b + 25a^4 =$

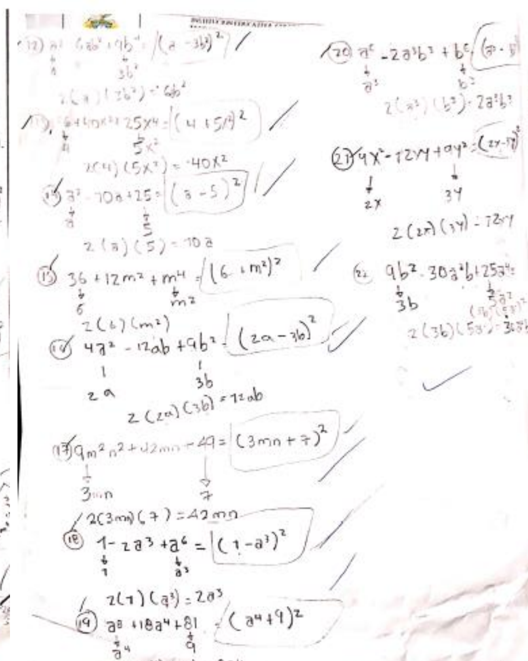
⑥ $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$
⑦ $9 + 6y + y^2 = (3+y)^2$
⑨ $1 - 14a + 49a^2 = (1-7a)^2$
⑩ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
⑪ $m^2 - 2mn + n^2 = (m-n)^2$

Recorta 28 rectángulos de 10 cm de largo por 2,5 cm de ancho utilizando las tablas que se les entrego y divide cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo.
1. ¿Halle el área del rectángulo?

2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo?

En una parte del rectángulo escribe la expresión algebraica y en la otra parte el producto de la factorización de otra expresión algebraica. Además debe escribir en 7 fichas deben tener la expresión algebraica pero escrita literalmente.

① $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$
② $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$
③ $m^2 + 8m + 16$
④ $a^2 - 14a + 49 = (a-7)^2$
⑤ $x^2 + 14x + 49 = (x+7)^2$
⑥ $1 - 4x + 4x^2$



⑫ $a^2 - 6ab^2 + 9b^4 = (a-3b^2)^2$
⑬ $16 + 40x^2 + 25x^4 = (4+5x^2)^2$
⑭ $a^2 - 10a + 25 = (a-5)^2$
⑮ $36 + 12m^2 + m^4 = (6+m^2)^2$
⑯ $4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a-3b)^2$
⑰ $9m^2n^2 + 42mn + 49 = (3mn+7)^2$
⑱ $1 - 2a^3 + a^6 = (1-a^3)^2$
⑲ $a^8 + 18a^4 + 81 = (a^4+9)^2$
⑳ $a^6 - 2a^3b^3 + b^6 = (a^3-b^3)^2$
㉑ $4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x-3y)^2$
㉒ $9b^2 - 30a^2b + 25a^4$

ACTIVIDAD No. 4
"USANDO LOS ELEMENTOS"

Vamos a Construir un Domino

Para construir el Dominó debemos convertir el lenguaje algebraico a expresiones literales y luego factorizarlas

DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

1. $x^2 - 9$
2. $x^2 - y^2$
3. $b^2 - 1$
4. $x^2 - 9/25$
5. $x^6 - a$
6. $36x^2 - a^4b^4$
7. $x^2 + 4 =$
8. $121x^4 - 25y^2$
9. $64c^2d^4 - 36c^4d^2$
10. $100 - w^8z^4$
11. $4x^2 - 81y^2$
12. $16z^2 - 36z^4$
13. $a^6 - 16b^4$
14. $49c^4 - w^4$
15. $d^8 - 9b^4$
16. $49x^4 - 25$
17. $36 - 4c^4d^2$
18. $625x^4 - 144$
19. $121x^2 - 169y^4$
20. $x^8y^2 - 196$
21. $9y^2 - 4x^2$

Recorta 28 rectángulos de 10 cm de largo por 2,5 cm de ancho utilizando las tablas que se les entrego y divide cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo.

1. ¿Halle el área del rectángulo?
   R/ 10 cm x 2,5 cm = 25 cm
2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo?

En una parte del rectángulo escribe la expresión algebraica y en la otra parte el producto de la factorización de otra expresión algebraica. Además debe escribir en 7 fichas deben tener la expresión algebraica pero escrita literalmente.

Anexo 9. Secuencia Didáctica

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016 REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6 FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Tema:	Lenguaje Algebraico		
Herramientas:	Tics, Material Didáctico, Juego de mesa Domino.		
Propósito:	El propósito de esta Secuencia Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once el uso del lenguaje algebraico, operaciones con expresiones algebraicas y el uso de variables		
Lugar:	Aula de clase	**Período: II Fecha:** Mayo de 2018	**Tiempo:** 1 hora, 20 mnts
ESTANDARES	**DBA**	**APRENDIZAJES ESPERADOS**	**SECUENCIA DIDÁCTICA 1**
• Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. • Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. • Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.	• Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos. • Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación. • Propone relaciones o modelos funcionales entre variables e identifica y analiza propiedades de covariación entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.)	• Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas. • Reconoce patrones numéricos y los describe verbalmente. • Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables. • Describe diferentes usos del signo igual (equivalencia, igualdad condicionada) en las expresiones algebraicas. • 5. Utiliza las propiedades de los conjuntos numéricos para resolver ecuaciones	SECUENCIA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDAD No. 1.: “RECOLECTANDO ELEMENTOS” INICIO: Se les da la bienvenida y se les explica de qué forma se recolectan los elementos para iniciar el mundo mágico de las matemáticas. Para un aprendiz de hechicero para iniciarse en el mundo mágico, tiene que empezar por conocer y recolectar los elementos que debe usar en sus brebajes y hechizos; de la misma forma para aplicar las matemáticas en el mundo real es importante usar un lenguaje algebraico y cómo se usa una variable. DESARROLLO: En esta actividad se presentan a los estudiantes un conjunto de objetos de la misma característica, se procede a

			contar cuantos elementos hay y luego el docente mágicamente cambia la cantidad de elementos por el símbolo que corresponde a la cantidad obtenida dejando solo un elemento. EVALUACIÓN DE CIERRE 1. ¿Qué elemento se encontró en este truco mágico? 2. ¿Por qué se pudo realizar este truco? Se repite la actividad dos veces más con otros objetos. 3. ¿Se Puede agrupar los dos conjuntos anteriores? 4. ¿Si quiero que la magia me sirva para cualquier objeto que debo hacer? Se organizan grupos de trabajo y cada grupo se le entrega tres conjuntos de objetos diferentes para que realicen los procesos anteriores. 5. ¿Qué se puede concluir de la actividad anterior?

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON** **SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER** **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** **REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6** **FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA**		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Tema:	Lenguaje Algebraico		
Herramientas:	Tics, Material Didáctico, Juego de mesa Domino.		
Lugar:	Aula de clase	**Período: II Fecha:** Mayo de 2018	**Tiempo:** 1 hora, 20 mnts
ESTANDARES	**DBA**	**APRENDIZAJES ESPERADOS**	**SECUENCIA DIDÁCTICA**
• Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. • Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. • Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.	• Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos. • Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación. • Propone relaciones o modelos funcionales entre variables e identifica y analiza propiedades de covariación entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.)	• Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas. • Reconoce patrones numéricos y los describe verbalmente. • Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables. • Describe diferentes usos del signo igual (equivalencia, igualdad condicionada) en las expresiones algebraicas. • 5. Utiliza las propiedades de los conjuntos numéricos para resolver ecuaciones	SECUENCIA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDAD No. 2.: “RECORDANDO ELEMENTOS” INICIO: Para convertirte en un gran aprendiz de hechicero es importante que tengas presente los elementos que ya conoces, al igual, para aplicar las matemáticas en el mundo real es importante que tengas en cuenta tus conocimientos previos. DESARROLLO: Para recordar los conocimientos previos se realiza un kahoot teniendo en cuenta los grupos ya organizados, se nombra en cada grupo un secretario, el cual escribe la opinión de sus compañeros sobre el kahoot EVALUACIÓN DE CIERRE Se evalúa la actividad, con un cuestionario de cuatro preguntas

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">INSTITUCIÓN EDUCATIVA
COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON
SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER
RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6
FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA</td><td></td></tr>
<tr><td>Docente:</td><td colspan="3">Wilson Sánchez Pacheco</td></tr>
<tr><td>Tema:</td><td colspan="3">Lenguaje Algebraico</td></tr>
<tr><td>Herramientas:</td><td colspan="3">Tics, Material Didáctico, Juego de mesa Domino</td></tr>
<tr><td>Lugar:</td><td>Aula de clase</td><td>Período: II Fecha: Mayo de 2018</td><td>Tiempo: 1 hora, 20 mnts</td></tr>
<tr><td>ESTANDARES</td><td>DBA</td><td>APRENDIZAJES ESPERADOS</td><td>SECUENCIA DIDÁCTICA</td></tr>
<tr><td>• Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
• Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
• Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
• Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.</td><td>• Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.
• Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.
• Propone relaciones o modelos funcionales entre variables e identifica y analiza propiedades de covariación entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.)</td><td>• Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas.
• Reconoce patrones numéricos y los describe verbalmente.
• Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables.
• Describe diferentes usos del signo igual (equivalencia, igualdad condicionada) en las expresiones algebraicas.
• 5. Utiliza las propiedades de los conjuntos numéricos para resolver ecuaciones</td><td>SECUENCIA DE ACTIVIDADES:
ACTIVIDAD No. 3.:
“ADQUIRIENDO A DISTINGUIR LOS ELEMENTOS”

INICIO:
Se motivan explicando que para llegar a hacer más que un aprendiz de hechicero es importante que estudies bien los elementos, los sepas distinguir para poderlos usar

DESARROLLO:
Se les explica que para aplicar las matemáticas es igual, primero debes estudiar qué es una variable? Cómo hallar una expresión algebraica? Qué operaciones se pueden realizar con ellas? Y cómo se pueden simplificar?

EVALUACIÓN DE CIERRE
Para terminar se realiza un repaso sobre expresiones algebraicas se entregan a los diferentes grupos, situaciones de la vida real para que las escriba en un lenguaje algebraico, además se proponen algunas</td></tr>
</table>

			situaciones donde el estudiante tenga que realizar operaciones entre expresiones algebraicas o tenga que simplificarlas.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016 REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6 FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Tema:	Lenguaje Algebraico		
Herramientas:	Tics, Material Didáctico, Juego de mesa Domino		
Lugar:	Aula de clase	**Período: II Fecha:** Mayo de 2018	**Tiempo:** 1 hora, 20 mnts
ESTANDARES	**DBA**	**APRENDIZAJES ESPERADOS**	**SECUENCIA DIDÁCTICA**
• Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. • Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. • Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.	• Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos. • Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación. • Propone relaciones o modelos funcionales entre variables e identifica y analiza propiedades de covariación entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.)	• Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas. • Reconoce patrones numéricos y los describe verbalmente. • Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables. • Describe diferentes usos del signo igual (equivalencia, igualdad condicionada) en las expresiones algebraicas. • 5. Utiliza las propiedades de los conjuntos numéricos para resolver ecuaciones	SECUENCIA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDAD No. 4.: “USANDO LOS ELEMENTOS” INICIO: Se motivan los estudiantes explicando que llegó la hora utilizar todos los elementos. DESARROLLO: Después de distinguir los elementos todo aprendiz de hechicero debe empezar a usar todos los elementos que ya distingue. Lo mismo sucede en las matemáticas. Es hora de aplicar todos los conocimientos adquiridos y para ello se propone realizar un dómino para repasar jugando todos los conocimientos recordados hasta el momento para ello se le entrega a cada grupo: Unas tablitas de madera Un bisturí Una regla micropunta Un lápiz.

			Se le pide a cada grupo que con las tablitas de madera recorten 28 fichas de forma rectangular con 10 cm de largo y 2,5 cm de ancho, y divida cada rectángulo en partes iguales con una línea vertical al largo. 1. ¿Halle el área del rectángulo? 2. ¿Qué puede concluir después de haber dividido cada rectángulo? Después de haber recortado las diferentes fichas se entregan por grupos 28 situaciones diferentes para que ellos puedan completar el domino. Después se intercambian el domino hecho para que cada grupo juegue con un dómino diferente al que hicieron y al terminar el juego un integrante del grupo evaluará la actividad. EVALUACIÓN DE CIERRE Terminada cada actividad cada grupo evalúa la actividad y determina las fortalezas y debilidades para tenerlas en cuenta en la siguiente actividad. La unidad didáctica se evalúa con la elaboración del domino algebraico y el juego con el domino en cada grupo. En plenaria un estudiante por grupo evalúa si se cumplió con el propósito de la Secuencia Didáctica..

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON** **SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER** **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** **REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6** **FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA**		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Tema:	SOLUCION DE ECUACIONES		
Herramientas:	Tics, Material Didáctico, Juego de mesa Escalera.		
Propósito:	El propósito de esta Secuencia Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una ecuación en una situación de la vida real y encontrar la o las soluciones de las variables de dicha ecuación.		
Lugar:	Aula de clase	**Período: II Fecha:** Junio de 2018	**Tiempo:** 1 hora, 20 mnts
ESTANDARES	**DBA**	**APRENDIZAJES ESPERADOS**	**SECUENCIA DIDÁCTICA 2**
• Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. • Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación. • Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan. • Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones	• Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones. • Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones. • Interpreta el espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones	• Reconoce el uso del signo igual como relación de equivalencia de expresiones algebraicas en los números reales. • Propone y ejecuta procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento • Usa el conjunto solución de una relación (de equivalencia y de orden) para argumentar la validez o no de un procedimiento. • Identifica y utiliza múltiples representaciones de números reales para realizar transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas. • Establece conjeturas al resolver una situación problema, apoyado en propiedades y relaciones entre números reales.	SECUENCIA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDAD No. 1.: “MEZCLANDO ELEMENTOS” INICIO: Cuando un aprendiz de hechicero reconoce bien los elementos que debe utilizar, empieza a convertirse ya en hechicero y debe empezar a mezclar bien los elementos para poder realizar los distintos brebajes o porciones para cada situación. DESARROLLO: De la misma forma en las matemáticas después de conocer las expresiones algebraicas, las puedes usar para modelar y resolver ecuaciones que representan situaciones de la vida real. En esta actividad se presentan a los estudiantes varias cantidades de un artículo diferentes un conjunto de objetos de la misma característica y se da un valor que corresponde a la

específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas		• Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones. • Describe verbalmente procesos de trayectorias y de desplazamiento. • Explica y representa gráficamente la variación del movimiento de diferentes objetos	compra de todos los artículos. Se le pide que encuentre el valor del artículo. EVALUACIÓN DE CIERRE 1. ¿Qué elemento se encontró en este truco mágico? 2. ¿Por qué se pudo realizar este truco? Se repite la actividad dos veces más con otros objetos. 3. ¿Se Puede agrupar los dos conjuntos anteriores? 4. ¿Si quiero que la magia me sirva para cualquier objeto que debo hacer? Se organizan grupos de trabajo y cada grupo se le entrega dos conjuntos de objetos diferentes, con valores de compras diferentes y donde al quitar dos tres elementos cambie el valor de la compra para que encuentre el valor de cada artículo. 4. ¿Qué se puede concluir de la actividad anterior?

<table>
<tr><td> </td><td colspan="2">INSTITUCIÓN EDUCATIVA
COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON
SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER
RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016
REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6
FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA</td><td> </td></tr>
<tr><td>Docente:</td><td colspan="3">Wilson Sánchez Pacheco</td></tr>
<tr><td>Tema:</td><td colspan="3">SOLUCION DE ECUACIONES</td></tr>
<tr><td>Herramientas:</td><td colspan="3">Tics, Material Didáctico, Juego de mesa Escalera.</td></tr>
<tr><td>Propósito:</td><td colspan="3">El propósito de esta Secuencia Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una ecuación en una situación de la vida real y encontrar la o las soluciones de las variables de dicha ecuación.</td></tr>
<tr><td>Lugar:</td><td>Aula de clase</td><td>Período: II Fecha: Junio de 2018</td><td>Tiempo: 1 hora, 20 mnts</td></tr>
<tr><td>ESTANDARES</td><td>DBA</td><td>APRENDIZAJES ESPERADOS</td><td>SECUENCIA DIDÁCTICA 2</td></tr>
<tr><td>• Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
• Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.
• Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.
• Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones</td><td>• Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones.
• Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.
• Interpreta el espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones</td><td>• Reconoce el uso del signo igual como relación de equivalencia de expresiones algebraicas en los números reales.
• Propone y ejecuta procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento
• Usa el conjunto solución de una relación (de equivalencia y de orden) para argumentar la validez o no de un procedimiento.
• Identifica y utiliza múltiples representaciones de números reales para realizar transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas.
• Establece conjeturas al resolver una situación problema, apoyado en propiedades y relaciones entre números reales.</td><td>SECUENCIA DE ACTIVIDADES:
ACTIVIDAD No. 2.:
“APRENDIENDO MEZCLAS”

INICIO:
Se motivó a los estudiantes haciendo uso de la herramienta TIC, con el apoyo del Kahoot.

DESARROLLO:
Para convertirte en un gran hechicero es importante que tengas presente las mesclas que ya conoces, al igual, para aplicar las matemáticas en el mundo real es importante que tengas en cuenta tus conocimientos previos sobre solución de ecuaciones.

EVALUACIÓN DE CIERRE
Para recordar los conocimientos previos se realizó un kahoot teniendo en cuenta los grupos ya organizados, se nombra en cada grupo un secretario, el cual escribirá la opinión de sus compañeros sobre el kahoot y</td></tr>
</table>

específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas		• Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones. • Describe verbalmente procesos de trayectorias y de desplazamiento. • Explica y representa gráficamente la variación del movimiento de diferentes objetos	evaluará la actividad.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON** **SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER** **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** **REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6** **FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA**		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Tema:	SOLUCION DE ECUACIONES		
Herramientas:	Tics, Material Didáctico, Juego de mesa Escalera.		
Propósito:	El propósito de esta Secuencia Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una ecuación en una situación de la vida real y encontrar la o las soluciones de las variables de dicha ecuación.		
Lugar:	Aula de clase	**Período: II Fecha:** Junio de 2018	**Tiempo:** 1 hora, 20 mnts
ESTANDARES	**DBA**	**APRENDIZAJES ESPERADOS**	**SECUENCIA DIDÁCTICA 2**
• Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. • Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación. • Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan. • Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones	• Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones. • Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones. • Interpreta el espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones	• Reconoce el uso del signo igual como relación de equivalencia de expresiones algebraicas en los números reales. • Propone y ejecuta procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento • Usa el conjunto solución de una relación (de equivalencia y de orden) para argumentar la validez o no de un procedimiento. • Identifica y utiliza múltiples representaciones de números reales para realizar transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas. • Establece conjeturas al resolver una situación problema, apoyado en propiedades y relaciones entre números reales.	SECUENCIA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDAD No. 3.: “APRENDIENDO A REALIZAR BREBAJES” INICIO: Se motivó a los estudiantes haciendo uso de videos y diapositivas para la explicación del tema para desarrollar la actividad. DESARROLLO: Para llegar a convertirte en un gran hechicero es importante que estudies como mezclar los elementos y que cantidad se deben usar para realizar los brebajes. Para aplicar las matemáticas es igual, primero debes estudiar las clases de variable, Cómo despejar una variable en función de otra variable? Cómo se comporta gráficamente una variable con respecto a la otra? Y cómo encontrar el valor de dos o más variables en un sistema de ecuaciones?

específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas		• Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones. • Describe verbalmente procesos de trayectorias y de desplazamiento. • Explica y representa gráficamente la variación del movimiento de diferentes objetos	EVALUACIÓN DE CIERRE Terminado el repaso sobre ecuaciones y solución de un sistema de ecuaciones se entregan a los diferentes grupos, situaciones de la vida real para que las escriba en un lenguaje algebraico, además se proponen algunas situaciones donde el estudiante tenga que describir cómo se comporta una variable con respecto a la otra y que algoritmo realizó para hallar la solución.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON** **SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER** **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** **REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6** **FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA**		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Tema:	SOLUCION DE ECUACIONES		
Herramientas:	Tics, Material Didáctico, Juego de mesa Escalera.		
Propósito:	El propósito de esta Secuencia Didáctica es el de fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una ecuación en una situación de la vida real y encontrar la o las soluciones de las variables de dicha ecuación.		
Lugar:	Aula de clase	**Período: II Fecha:** Junio de 2018	**Tiempo:** 1 hora, 20 mnts
ESTANDARES	**DBA**	**APRENDIZAJES ESPERADOS**	**SECUENCIA DIDÁCTICA 2**
• Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. • Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación. • Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan. • Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones	• Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones. • Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones. • Interpreta el espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones	• Reconoce el uso del signo igual como relación de equivalencia de expresiones algebraicas en los números reales. • Propone y ejecuta procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento • Usa el conjunto solución de una relación (de equivalencia y de orden) para argumentar la validez o no de un procedimiento. • Identifica y utiliza múltiples representaciones de números reales para realizar transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas. • Establece conjeturas al resolver una situación problema, apoyado en propiedades y relaciones entre números reales.	SECUENCIA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDAD No. 4.: “USANDO LOS BREBAJES” INICIO: Se motivan los estudiantes explicando que llegó la hora usar todos los brebajes. Apoyados en la herramienta TIC se les solicitó que exploraran en internet los diferentes tipos de juegos de escaleras, para tener una idea y así creara cada grupo la suya. DESARROLLO: Después de distinguir los brebajes todo aprendiz de hechicero debe empezar a usar todos los brebajes que ya distingue. Lo mismo sucede en las matemáticas. Es hora de aplicar todos los conocimientos adquiridos y para ello se propone elaborar el juego de la escalera para repasar jugando todos los conocimientos recordados hasta

específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas		• Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones. • Describe verbalmente procesos de trayectorias y de desplazamiento. • Explica y representa gráficamente la variación del movimiento de diferentes objetos	el momento, para ello se les entrega a cada grupo: Una lámina de cartón paja Una regla micropunta Un lápiz. Borrador Se le pide a cada grupo que en la lámina de cartón paja la dividieran en 25 cuadrados, siendo el primero la salida y el último la llegada, y en los demás cuadros iban situaciones problemas, que debían solucionar para pasar a la siguiente casilla según el número arrojado por el dado. Finalmente se les solicitó responder las siguientes preguntas: ¿Describa el proceso que realizo para dividir la lámina de cartón paja en los 25 cuadrados? 2. ¿Halle el área de cada cuadrado? 3. ¿Qué puede concluir después de haber dividido la lámina? EVALUACIÓN DE CIERRE Terminada cada actividad cada grupo evalúa la actividad y determina las fortalezas y debilidades para tenerlas en cuenta en la siguiente actividad. La Secuencia didáctica se evalúa con la solución de ecuaciones y la elaboración del juego de la escalera en cada grupo. En plenaria un estudiante por grupo evalúa si se cumplió con el propósito de la Secuencia Didáctica

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON** **SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER** **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** **REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6** **FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA**		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Tema:	ANÁLISIS DE FUNCIONES		
Herramientas:	Tics, Material Didáctico,		
Propósito:	El propósito de esta Secuencia Didáctica fue fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una función en una situación de la vida real y encontrar la o las partes de dichas funciones.		
Lugar:	Aula de clase	**Período: III Fecha: Agosto** de 2018	**Tiempo:** 1 hora, 20 mnts
ESTANDARES	**DBA**	**APRENDIZAJES ESPERADOS**	**SECUENCIA DIDÁCTICA 3**
• Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos. • Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos. • Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas. • Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus	• Resuelve problemas que involucran el significado de medidas de magnitudes relacionales (velocidad media, aceleración media) a partir de tablas, gráficas y expresiones algebraicas. • Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. • Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas. • Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes. • Utiliza instrumentos, unidades de medida, sus relaciones y la noción de derivada como razón de cambio, para resolver problemas, estimar	• Reconoce la relación funcional entre variables asociadas a problemas. • Interpreta y expresa magnitudes definidas como razones entre magnitudes (velocidad, aceleración, etc.), con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas. • Utiliza e interpreta la razón de cambio para resolver problemas relacionados con magnitudes como velocidad, aceleración. • Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos. • Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno,	SECUENCIA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDAD No. 1.: “ABRIENDO PORTALES” INICIO: Se motivan los estudiantes explicando que una situación de la vida cotidiana se puede modelar en una función, apoyados en las TIC, explicando que era una función, sus partes y sus aplicaciones. DESARROLLO: Un hechicero formado, está en capacidad de crear portales que lo lleve a diferentes lugares y al mismo sitio de partida, lo mismo sucede en las matemáticas, cuando con todo el conocimiento se logran modelar situaciones que conllevan a la solución de situaciones problemas con el mismo proceso. Teniendo en cuenta el conocimiento previo al inicio de la actividad, se

derivadas.	cantidades y juzgar la pertinencia de las soluciones de acuerdo al contexto. • Interpreta y diseña técnicas para hacer mediciones con niveles crecientes de precisión (uso de diferentes instrumentos para la misma medición, revisión de escalas y rangos de medida, estimaciones, verificaciones a través de mediciones indirectas).	coseno y tangente. • Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones. • Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario. • Reconoce algunas aplicaciones de las funciones trigonométricas en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros. • Modela fenómenos periódicos a través de funciones trigonométricas. • Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos. • Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro. • Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva. • Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos.	decide construir un plano cartesiano, donde ellos mismos graficaron de forma manual una función. Para ello se les entrega a cada grupo: Una tabla de madera Una regla micropunta Un lápiz. Borrador Grapas Martillo Cordel de colores Se le pide a cada grupo que en la tabla de madera, dibujen un plano cartesiano, donde el centro quede en la mitad de la tabla. Así mismo se les solicitó que cada 10 cms colocaran una grapa para entretejer el cordel y así graficar una función de forma manual. EVALUACIÓN DE CIERRE Terminada la actividad se les solicitó responder las siguientes preguntas: ¿Describa el proceso que realizaron para sacar el centro de la tabla y para fragmentarla en cada 10 cms? 2. ¿Qué puede concluir después de haber ubicado el centro y haber colocado las grapas? Cada grupo graficó de forma manual diferentes funciones, y se evaluaron las fortalezas y debilidad de la actividad desarrollada

		• Usa la pendiente de la recta tangente como razón de cambio, la reconoce y verbaliza en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas. • Utiliza la razón entre magnitudes para tomar decisiones sobre el cambio. • Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva. • m Reconoce magnitudes definidas como razones entre otras magnitudes. • Interpreta y expresa magnitudes como velocidad y aceleración, con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas. • Utiliza e interpreta la derivada para resolver problemas relacionados con la variación y la razón de cambio de funciones que involucran magnitudes como velocidad, aceleración, longitud, tiempo. • Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos.	

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **COLEGIO TEODORO GUTIERREZ CALDERON** **SAN CAYETANO NORTE DE SANTANDER** **RESOLUCION No 004469 DEL 31 DE OCTUBRE DEL 2016** **REGISTRO DANE No 154673000026 NIT. No 890503524-6** **FORMATO DE SECUENCIA DIDÁCTICA**		
Docente:	Wilson Sánchez Pacheco		
Tema:	ANÁLISIS DE FUNCIONES		
Herramientas:	Tics, Material Didáctico,		
Propósito:	El propósito de esta Secuencia Didáctica fue fortalecer en los estudiantes de grado once modelar una función en una situación de la vida real y encontrar la o las partes de dichas funciones.		
Lugar:	Aula de clase	**Período: III Fecha: Agosto** de 2018	**Tiempo:** 1 hora, 20 mnts
ESTANDARES	**DBA**	**APRENDIZAJES ESPERADOS**	**SECUENCIA DIDÁCTICA 3**
• Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos. • Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos. • Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas. • Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus	• Resuelve problemas que involucran el significado de medidas de magnitudes relacionales (velocidad media, aceleración media) a partir de tablas, gráficas y expresiones algebraicas. • Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. • Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas. • Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes. • Utiliza instrumentos, unidades de medida, sus relaciones y la noción de derivada como razón de cambio, para resolver problemas, estimar	• Reconoce la relación funcional entre variables asociadas a problemas. • Interpreta y expresa magnitudes definidas como razones entre magnitudes (velocidad, aceleración, etc.), con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas. • Utiliza e interpreta la razón de cambio para resolver problemas relacionados con magnitudes como velocidad, aceleración. • Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos. • Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno,	SECUENCIA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDAD No. 2: “ABRIENDO PORTALES” INICIO: Se motivan los estudiantes explicando que así como se puede graficar una función manualmente, de igual manera se puede apoyarse en las herramientas TIC modelando la misma gráfica. DESARROLLO: Puestos en práctica todos los conocimientos sobre funciones, haciendo uso de los manipuladores físicos y virtuales, se logra hacer uso de las graficadora google, para reforzar la modelación de una situación problema a través de una función.. Lo primero que se hizo fue enseñarles a usar la graficadora,, posteriormente se les dieron

derivadas.	cantidades y juzgar la pertinencia de las soluciones de acuerdo al contexto. • Interpreta y diseña técnicas para hacer mediciones con niveles crecientes de precisión (uso de diferentes instrumentos para la misma medición, revisión de escalas y rangos de medida, estimaciones, verificaciones a través de mediciones indirectas).	coseno y tangente. • Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones. • Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario. • Reconoce algunas aplicaciones de las funciones trigonométricas en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros. • Modela fenómenos periódicos a través de funciones trigonométricas. • Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos. • Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro. • Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva. • Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos.	diferentes funciones para ser ingresadas en el herramienta google y así observar la gráfica y determinar las partes de las funciones, al igual que dar solución a la situación problema planteada. EVALUACIÓN DE CIERRE Terminada la actividad se les solicitó responder las siguientes preguntas: ¿Describa el proceso realizado con el manipulador virtual para graficar las funciones? 2. ¿De qué forma halló las partes de las funciones? 3. ¿Cómo a través de la gráfica de esta función se encuentra la solución de la situación problema? En plenaria un estudiante por grupo evalúa si se cumplió con el propósito de la Secuencia Didáctica

		• Usa la pendiente de la recta tangente como razón de cambio, la reconoce y verbaliza en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas. • Utiliza la razón entre magnitudes para tomar decisiones sobre el cambio. • Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva. • m Reconoce magnitudes definidas como razones entre otras magnitudes. • Interpreta y expresa magnitudes como velocidad y aceleración, con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas. • Utiliza e interpreta la derivada para resolver problemas relacionados con la variación y la razón de cambio de funciones que involucran magnitudes como velocidad, aceleración, longitud, tiempo. • Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos.	

Anexo 10. Evidencias Fotográficas

Ilustración 1. Aplicación de la Entrevista y prueba diagnóstica

Ilustración 2. Socialización de la propuesta

Ilustración 3. Planificación de la propuesta

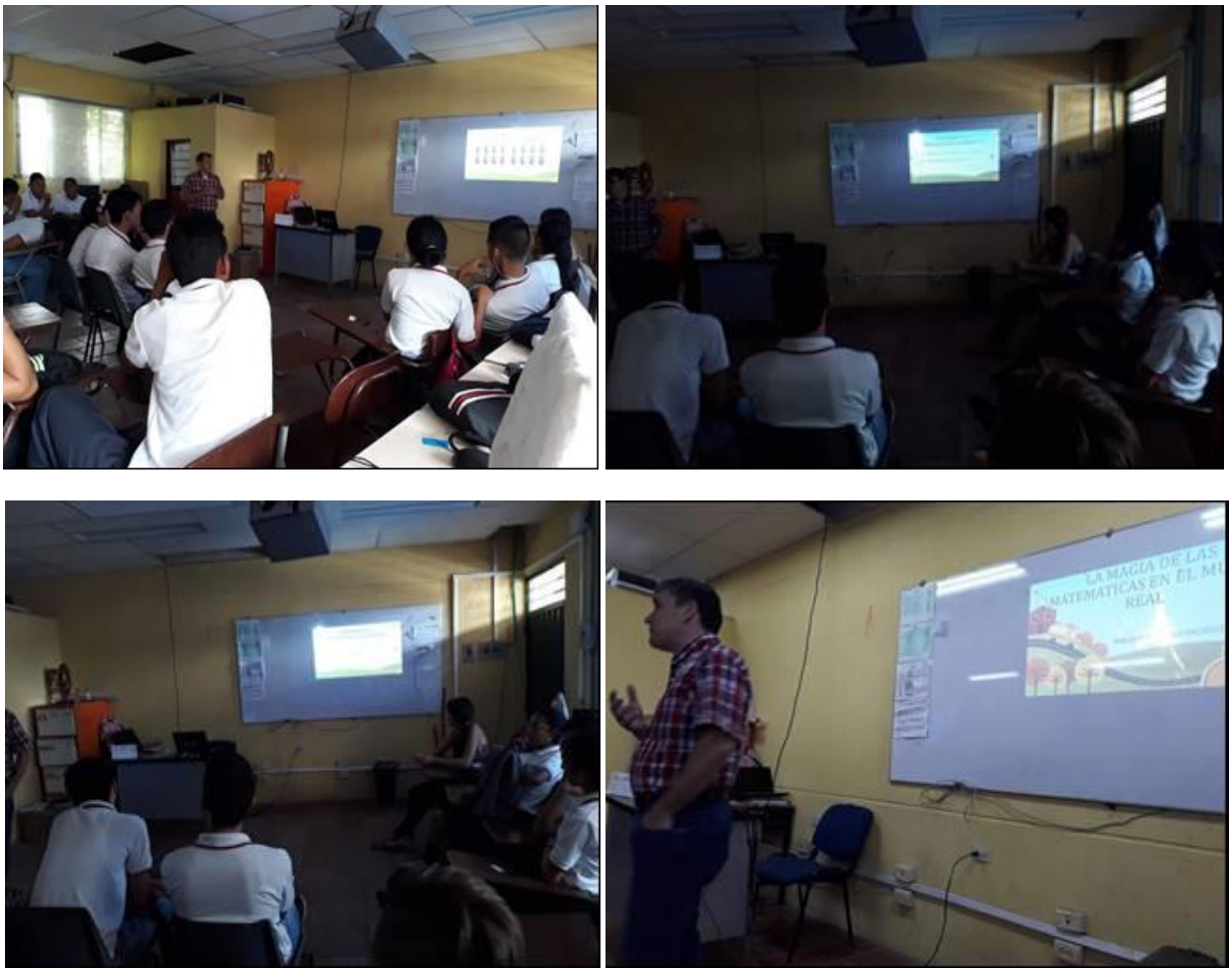


Ilustración 4. Diseño de la propuesta haciendo uso de KAHOOT

Ilustración 5. Ejecución de la propuesta

Ilustración 6. Actividades para la construcción del juego de la Escalera y el dominó

Ilustración 7. Actividad construyendo el plano cartesiano

Ilustración 8. Prueba final diagnóstica