

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO
MATEMÁTICO VARIACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO 11° DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN DEL
MUNICIPIO DE SAN CAYETANO

*DIDACTIC STRATEGIES FOR THE STRENGTHENING OF VARIATIONAL MATHEMATICAL
THOUGHT IN THE STUDENTS OF THE 11° GRADE OF THE EDUCATIONAL INSTITUTION
COLEGIO TEODORO GUTIÉRREZ CALDERÓN OF THE MUNICIPALITY OF SAN CAYETANO*

Resumen

El propósito de la investigación fue el fortalecimiento del pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado once de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander, interpretadas desde algunos referentes teóricos, como las teorías del aprendizaje, formuladas por Piaget, Ausubel y Polya; el pensamiento matemático variacional de Vasco, la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud y las estrategias didácticas de Fierro y Tapia, en el que se incluyen los cuadrados mágicos. El desarrollo se enmarcó dentro del paradigma de investigación cualitativo-descriptivo, con un enfoque de Investigación-Acción, con la aplicación de actividades prácticas de aula como instrumento metodológico para un diagnóstico, mediante el cual se identifica y explica las dificultades o avances que muestran los estudiantes desde indicadores planteados por el Ministerio de Educación Nacional en los lineamientos curriculares del área de Matemáticas, para el desarrollo de procesos cognitivos implicados en el pensamiento variacional. Las actividades se llevaron a cabo haciendo uso de las TIC, apoyadas en la herramienta Kahoot en tres momentos: de familiarización, de orientación y de profundización, siguiendo lo que expone David Ausubel, sobre el aprendizaje significativo. Con los resultados se identificó como el uso de manipulables físicos y virtuales, contribuyen en su proceso de aprendizaje, permitiéndoles comprender los temas estudiados de forma fácil, poner en práctica sus conocimientos previos y desarrollar sus habilidades de razonamiento. Considerando que las actividades desarrolladas a partir de estos manipulables, fueron de mucho agrado, interesantes y prácticas.

Palabras Clave: Pensamiento matemático variacional, estrategias didácticas, herramienta Kahoot.

Abstract

The purpose of the research was the strengthening of variational mathematical thinking through didactic strategies in the eleventh grade students of the Teodoro Gutiérrez Calderón Educational Institution of the Municipality of San Cayetano, Norte de Santander Department, interpreted from some theoretical referents, such as theories of the learning, formulated by Piaget, Ausubel and Polya; the variational mathematical thought of Vasco, the theory of the conceptual fields of Gérard Vergnaud and the didactic strategies of Fierro and Tapia, in which the magic squares are

included. The development was framed within the paradigm of qualitative-descriptive research, with a Research-Action approach, with the application of classroom practical activities as a methodological instrument for a diagnosis, through which the difficulties or advances shown by the results are identified and explained. students from indicators proposed by the Ministry of National Education in the curricular guidelines of the Mathematics area, for the development of cognitive processes involved in variational thinking. The activities were carried out using ICT, supported by the Kahoot tool in three moments: familiarization, orientation and deepening, following what David Ausubel explains about meaningful learning. With the results, it was identified as the use of physical and virtual manipulatives, contribute in their learning process, allowing them to understand the topics studied in an easy way, put their prior knowledge into practice and develop their reasoning skills. Considering that the activities developed from these manipulables were very pleasant, interesting and practical.

Keywords: Variational mathematical thinking, didactic strategies, Kahoot tool.

Introducción

La matemática ha logrado cambiar la historia de la humanidad, se puede identificar como el área de estudio que permea todos los niveles educativos. Es decir, trata de dilucidar las incógnitas que representan los problemas del aprendizaje según el propio individuo tomando en cuenta factores como el contexto social, entre otros.

La sociedad actual posee demandas específicas acerca del conocimiento y la manera de enfocarlo. Un criterio fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática como de otros saberes, es el de buscar la comprensión de los conceptos y procedimientos que la escuela esta socialmente comprometida en impartir.

En la actualidad los estudiantes presentan grandes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, por la falta de motivación; ausencia de mejores ambientes pedagógicos; la limitación en el desarrollo de habilidades en procesos de razonamiento, comunicación y modelación, principalmente; causas que influyen notoriamente en su comprensión de la realidad, en la fallida toma de decisiones para continuar estudiando, y particularmente, en los resultados obtenidos

tanto en pruebas internas como externas (SABER-ICFES, PISA, etc.).

Esta dificultad se reflejada en las pruebas SABER 2016-2017, donde el nivel insuficiente disminuyó 11 puntos, el nivel satisfactorio 5 y el nivel avanzado 8, y que al ser examinados con los contenidos de resolución de problemas (Ver Figura 1), se evidencia que siguen siendo deficientes, ya que en el año 2016, se encontraba el 25% insuficiente y satisfactorio en la interpretación de las mismas, lo que indica que se deben implementar acciones pedagógicas de mejoramiento; y el 25%, indicando que se debe seguir fortaleciendo esta competencia. Al igual sucede con el año 2017 el 30%, lo que indica que, aunque se mejoró se deben aplicar acciones pedagógicas y el 60%, indicando que se debe seguir fortaleciendo.

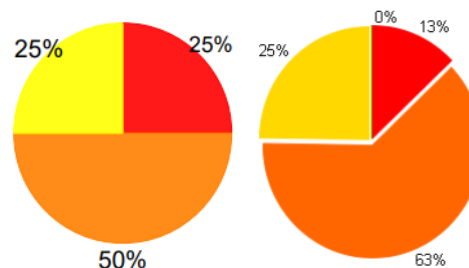


Figura 1. Descripción general del componente numérico-variacional en matemáticas del grado 11°. Recuperado de: ICFES, IE Teodoro Gutiérrez Calderón, 2016, p. 39; 2017, p.17

Desde la perspectiva de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es importante la motivación del estudiante por aprender y desarrollar competencias, entre ellas la comprensión de textos para la resolución de problemas, al integrar en el aula actividades y experiencias propias del entorno (Bruer, 1997, citado en Guzmán, 2014).

Es por ello, que se hace necesario, fomentar el cambio de las matemáticas tradicionales vinculando prácticas y estrategias activas significativas, como las que emergen del pensamiento variacional producto de la modelación de realidades contextuales, teniendo en cuenta el uso de las TIC, con diferentes aplicaciones, entre ellas el Kahoot, siendo esta una herramienta que permite, aprender divirtiéndose, en particular, recreando conceptos matemáticos que se creían estáticos, como los conocimientos tangibles, que se adquieren en los libros, revistas, periódicos, etc. Los cuales se deben mejorar como lo señalan los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006), “ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativos y comprensivos que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (p. 49).

Por este motivo, la presente investigación sugiere el uso de estrategias didácticas para el desarrollo del pensamiento matemático variacional en los estudiantes del grado 11° de la institución educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del municipio de San Cayetano, las cuales no sólo facilitan en el estudiante el pensamiento crítico y diferente, sino también favorecen los procesos generales que se plantean en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) para el aprendizaje efectivo y su interacción con el entorno.

En su desarrollo se tuvieron en cuenta los siguientes fundamentos teóricos:

Teorías de aprendizaje.

Se hace énfasis en los aportes realizados por J. Piaget (1920 citado en Dávila, 2018), a la psicología cognitiva, y de forma más específica a lo que representa la consolidación y desarrollo del pensamiento matemático de G. Polya, en lo que respecta a la estructuración, determinación y resolución de problemas; se debe tener en cuenta también el aporte de D. Ausubel (1976 citado en Dávila, 2018), en lo referente al aprendizaje significativo. Piaget considera que, son realmente necesarios y primordiales los diferentes cambios o transformaciones que pueden tener lugar en lo que respecta a la consolidación de la inteligencia de los seres humano, tomando en cuenta el proceso que inicia desde su nacimiento, hasta su entrada a una fase de madurez, puesto que, dichos cambios tienen lugar de forma constante, y evolucionan o progresan a través del tiempo. (Piaget, 1920 citado en Dávila, 2018). Como ejemplo para sustentar lo mencionado anteriormente, se puede enfatizar en lo que representa el principio de reversibilidad, el cual hace referencia a un par de operaciones matemáticas básicas, las cuales, para dar lugar a su comprensión y resolución, es de carácter necesario, tener en cuenta a la otra, es decir, la esencia de una operación, estará siempre aunada a su par; ya sea resta, suma, multiplicación o división. Todo ello, se considera como un aporte significativo realizado por Piaget, que ha tenido como objetivo fundamental, establecer una relación entre ambas operaciones, para de ese modo hallar lo que representa la solución a un problema matemático. (Dávila, 2018).

La teoría de los campos conceptuales

La teoría de los campos conceptuales no es todavía en cuenta como un tema específico de las matemáticas, aun cuando se ha formulado en principio, para actuar como una base de estudio de los procesos de

conceptualizaciones progresivas, de lo que se conoce como estructuras aditivas, multiplicativas, relaciones número-espacio, y de álgebra.

Por su parte, Vergnaud, (1990 citado en Sánchez, 2013), sostiene que, cuando se trata de dar lugar a un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje, no basta con sólo manejar o proveer la definición de un determinado concepto, puesto que, para un aprendizaje significativo, es necesario ahondar en acepciones relacionadas a dicho concepto, las cuales serán primordiales para dar solución a un determinado problema, el cual hallara el adecuado sentido para el estudiante.

Vergnaud, (1990 citado por Moreira, 2002), establece una definición de lo que representa campo conceptual, fundamentada en una serie de situaciones problemas, que, para su solución, deben tenerse en cuenta diferentes conceptos, características, procesos o procedimientos, así como representaciones que deben guardar una estrecha relación entre sí. Los campos conceptuales, hacen referencia a una serie de carácter informal y heterogéneo de escenarios problemáticos, situaciones, formulaciones y conocimientos del razonamiento, que se relacionan unos a otros, durante el desarrollo de lo que se conoce como proceso de aprendizaje. Se debe decir que, no se trata de una teoría que pretende actuar como un proceso de enseñanza formal, sino que, enfatiza más en procesos reales, que permiten abordar conceptualizaciones desde diferentes puntos de vista. (Vergnaud, 1990 citado en Sánchez, 2013).

La teoría de campos conceptuales, toma en consideración, tres acepciones consideradas relevantes, las cuales son: un concepto que tiene lugar cuando se trata de un solo tipo de situación o escenario; una situación o escenario no puede analizarse partiendo de un solo concepto; la formulación o estructuración de las

propiedades de un determinado concepto, o de todas las características que hacen parte de una situación, hace referencia a un procedimiento que se expande a través del paso de los años, mediante acepciones que no se logran comprender de manera adecuada. (Vergnaud, 1983 citado en Sánchez, 2013).

El pensamiento numérico variacional

De acuerdo a las acepciones introducidas por diferentes autores, referentes al tema, tales como Vasco (2002), Posada y otros autores, (2006), se puede hacer una descripción de lo que representa el pensamiento variacional:

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que varíen conjuntamente en forma semejante a los patrones de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. (Vasco, 2006, citado en Dávila, 2018, p. 138).

Lo anterior hace referencia al inicio de un camino, fundamentado en un estudio y modelación de las situaciones de variación, partiendo de la debida interpretación de diferentes contextos aunados a las matemáticas, a lo que representa la ciencia, la cotidianidad del ser humanos, donde se puede llevar a cabo una modelación de los procesos de variación entre las acepciones o variables en cuestión, con el fin de propiciar un mejor desenvolvimiento del pensamiento o razonamiento matemático, que a su vez está relacionado, al álgebra y las funciones.

En el pensamiento o razonamiento matemático variacional, se derivan unos factores que se deben tener en consideración en el procedimiento de interpretación, algunos tópicos, fundamentándose en lo que se expone en el texto propuesta por Posada (2006), se puede citar, lo siguiente:

- Realizar una debida determinación de las cantidades, tanto variables como

constantes, que tienen incidencia en el escenario y los vínculos de dependencia que pueden existir entre ellas;

- Formulación de los diferentes datos a registrar en una determinada tabla; establecimiento de los intervalos de variación de las variables en cuestión, sobre todo aquellos que los estudiantes deben tomar en cuenta en sus procesos empleados para propiciar la resolución, las preguntas como factores de carácter conceptual de la variación y la transformación;
- Dar lugar al debido análisis de la información que se suministra en una gráfica fundamentada en lo que representa el tipo de función.

De esta manera, se considera que lo principal es establecer a los estudiantes una debida reflexión en cuanto a lo que se permite transformar, lo que se puede preservar, y por tanto, a los vínculos constantes y de carácter estructural, pero de primordialmente, permitir un proceso de advertencia, así como aquellos elementos que se observan y que conceden la posibilidad de establecer dichas relaciones, que produzcan cambios, que expresen dichas acepciones de varios modos, que den lugar a la generación de conjeturas, y por ende, que permitan generar ciertas hipótesis sobre una determina situación o escenario objeto de estudio o investigación. (Gómez, 2015).

Por otro lado, la educación matemática debe estar encaminada al reconocimiento de los procesos de cambio y variación de fenómenos que rodea al estudiante en su entorno, por ende, es importante trabajar el desarrollo del pensamiento variacional desde las diferentes propuestas curriculares de los establecimientos académicos. (García, 1999, citado en Gómez, 2015).

Desde el Ministerio de Educación Nacional, se pretende que es de gran importancia desarrollar en los estudiantes pensamiento variacional y propone que el

objetivo es desligar de la educación la enseñanza de contenidos matemáticos sin sentido, por el contrario, se debe potenciar el dominio de los campos conceptuales en donde el estudiante pueda modelar matemáticamente situaciones y problemas de su entorno relacionados con el cambio y la variación. (MEN, 2006).

Por consiguiente, desde el Ministerio de Educación Nacional se viene proponiendo la inclusión en las aulas del desarrollo del pensamiento variacional en relación al: “reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como lo son su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2006, p.11).

El desarrollo de este tipo de pensamiento es posible que se genere a partir de varias estrategias, para lo que concierne en esta investigación creer que las tareas relacionadas a fenómenos de cambio y variación, es una herramienta que posibilita el desarrollo de pensamiento variacional en las aulas de clase de la educación básica primaria, básica secundaria y media vocacional. (Dávila, 2018).

Estrategias didácticas cognitivas

Fierro (1998) manifiesta:

Las estrategias didácticas cognitivas pueden ser definidas como formas de seleccionar, almacenar, manipular y aprovechar la información que se produce en todos los niveles del comportamiento. Son modos deliberados de ejecución cognitiva ordenada, mediante la cual se organizan y controlan actividades más particulares del procedimiento de la información. (citado en Antezana, 2012, p.20).

Para Pozo (1990) son “Secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento y/o utilización

de la información” (citado en Antezana, 2012, p.20).

El programa aplicado de estrategias didácticas cognitivas integra las siguientes estrategias:

Cálculos Mentales: Uno de los problemas al que nos enfrentamos en los procesos educativos de la Matemática es que, desde la masiva utilización de tecnología, existe resistencia de los estudiantes por realizar cálculos mentales.

En el trabajo de Gálvez et al. (2011, p. 10) se afirma que: El cálculo mental perdió su papel primordial debido a la llegada de las calculadoras, las computadoras y los teléfonos celulares; sin embargo, hace notar la relevancia que tiene recobrarlo como una actividad cognitiva importante en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

Esto se ratifica cuando como docentes se encuentran situaciones, en las cuales para realizar simples operaciones aritméticas los estudiantes quieren recurrir al uso de la calculadora.

De acuerdo con De Castro (s.f.) “es una destreza considerada socialmente útil dentro del desempeño de cualquier profesión, pues permite una mejor adaptación a las circunstancias del entorno” (p.144).

Por otro lado, favorece la concentración y la atención, así mismo, contribuye a adquirir la comprensión, la agilidad y el sentido numérico. (Zumbado y Oviedo, 2012). De la misma forma en el trabajo de Valencia (2013 citado en Urquizo, 2017) se ratifica esta afirmación pues expone que además de ayudar a mejorar en la ejecución de ejercicios aritméticos, contribuye a:

- a) La concepción y sentido del número por parte de los estudiantes,
- b) Desarrollar capacidades intelectuales,
- c) Favorecen a la concentración,
- c) Proporcionan confianza en el cálculo aritmético,
- d) Ayudan desarrolla la memoria, y
- e) El estudiante es más participativo. (Urquizo, 2017, p.8).

Como ejemplo de las estrategias utilizadas se menciona:

Cuadrados mágicos: Una forma divertida de practicar con operaciones básicas, es a través de la lúdica, utilizando, por ejemplo, cuadrados mágicos. Es bien conocido que el primer ejemplo registrado de un cuadrado mágico apareció en China y le fue comunicado a los hombres por una tortuga del río Lo. (Boyer, 2010).

Este tipo de problemas ayudan a los estudiantes a desarrollar su razonamiento numérico, entendido como la capacidad de manipular símbolos numéricos y de razonar con información y relaciones de cantidad.

Retomando lo anterior, se propone realizar en una de las actividades la construcción de un dominó con rectángulos de 6×3 , con procesos algebraicos que determinan el razonamiento y la modelación para resolver cualquier situación variacional.

Estrategias didácticas haciendo uso de las TIC

Dentro de estas estrategias didácticas haciendo uso de las TIC, juegan un papel importante el trabajo cooperativo que según Johnson & Johnson (1991 citado en Dávila, 2018) “es el uso instructivo de grupos pequeños para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje propio y el que se produce de la interrelación” (p. 21).

Igualmente Kilpatrick, Gómez y Rico (1998, citado en Yong, Cedeño, Tubay & Cedeño, 2018), hace referencia al trabajo colaborativo como: “Un proceso de enseñanza aprendizaje fortalecido, que fomenta el desarrollo de las habilidades en las matemáticas” (p. 10).

Las investigaciones y estudios realizados en torno a este tipo de aprendizaje, han sido encaminadas a valorar su eficacia para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, el desarrollo de actitudes y valores y la integración social del alumnado.

De esta manera se puede decir que el significado de cooperar es el trabajo para

lograr objetivos comunes y compartidos de los estudiantes, quienes buscan los resultados beneficiosos tanto para ellos mismos como para el resto de miembros del grupo.

Igualmente Kilpatrick, Gómez y Rico (1998, citado en Yong, Cedeño, Tubay & Cedeño, 2018), hace referencia al trabajo colaborativo como: “Un proceso de enseñanza aprendizaje fortalecido, que fomenta el desarrollo de las habilidades en las matemáticas” (p. 10).

Las investigaciones y estudios realizados en torno a este tipo de aprendizaje, han sido encaminadas a valorar su eficacia para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, el desarrollo de actitudes y valores y la integración social del alumnado.

De esta manera se puede decir que el significado de cooperar es el trabajo para lograr objetivos comunes y compartidos de los estudiantes, quienes buscan los resultados beneficiosos tanto para ellos mismos como para el resto de miembros del grupo.

Por lo tanto, saber el significado y uso de las herramientas TIC, es el primer paso para afrontar la brecha tecnológica. De esta forma Cabero (1999, citado en Dávila, 2018) argumenta que es el “proceso integrado de personas, procedimientos, ideas, aparatos y organizaciones, para analizar problemas e inventar, implementar, evaluar y organizar soluciones para aquellos problemas envueltos en todos los aspectos del aprendizaje humano” (p.18). Con esto, se puede utilizar como una herramienta metodológica que contribuye al área formativa, con mayor énfasis en el desarrollo del pensamiento variacional en el área de matemática.

Ahí radica la importancia de buscar metodologías innovadoras tecnológicas para que el docente logre por medio de estas herramientas influir positivamente en el estudiante y el mismo a su vez gracias a la automotivación de lograr buenos resultados

en su proceso de desarrollo del pensamiento lógico, querer potenciarse más para captar fácilmente la atención de los estudiantes/as consiste en un uso adecuado de imágenes, videos, diapositivas, aplicaciones interactivas, en lugar de la exposición totalmente oral, característica de la enseñanza tradicional y del aprendizaje memorístico.

Adicionalmente, y como complemento, es importante hacer referencia a la **Secuencia Didáctica**, estrategia que permite como afirma Tobón (2010):

Es la articulación de una serie de actividades, enfocadas en el aprendizaje, a través del elemento evaluación, que, con la adecuada orientación y supervisión de los docentes, se permiten lograr objetivos o metas de carácter educativo, teniendo en cuenta la utilización o implementación de todos los recursos necesarios para ellos. (p. 20).

A partir de este concepto, se puede decir que la secuencia didáctica, es un instrumento de enseñanza, el cual se desarrolla a partir de lo que representa la organización y sistematización de los conocimientos o saberes, a través de la utilización de escenarios considerados como problemáticas, con un enfoque definido, como lo es, la generación de un conocimiento bien estructurado en los estudiantes, sustentado en capacidades de análisis y reflexión principalmente, que evidencien un alto nivel de comprensión, con respecto a un determinado tema.

De esta forma, el estudiante aprende por lo que realiza, por la significatividad de la actividad llevada a cabo, por la posibilidad de integrar nueva información en concepciones previas que posee, por la capacidad que logra al verbalizar ante otros (la clase) la reconstrucción de la información. No basta escuchar al profesor o realizar una lectura para generar este complejo e individual proceso. (Díaz, 2013).

El uso de Kahoot como herramienta TIC

Es una herramienta web interactiva de respuestas basadas en el aula, ideal para la

formación académica en casi todos los niveles de educación formal y no formal. Kahoot fue fundada por Johan Brand de origen noruego, en el año 2013. (Iglesias, 2013).

Kahoot, es el nombre que recibe este servicio web de educación social y gamificada, es decir, que se comporta como un juego, recompensando a quienes progresan en las respuestas con una mayor puntuación que les impulsa a lo más alto del ranking. (Iglesias, 2013).

La Evaluación. La evaluación es parte esencial en los procesos de enseñanza y aprendizaje, sin embargo, en muchos casos su implementación en el aula se limita a aspectos meramente cuantitativos y se deja de lado el papel formativo que ésta debe tener en la formación del estudiante. La evaluación debe ser integral y permitir al estudiante el mejoramiento continuo, estar presente como un medio de valoración y no de sanción. De ahí que sea necesario implementar mecanismo de evaluación que permitan dar cuenta tanto de aspectos conceptuales como procedimentales y actitudinales. “La evaluación implica, implica no solo medir, sino entender y valorar la situación objeto de estudio, en orden a intervenir del modo más adecuado para la mejora permanente de la calidad del proceso de enseñanza- aprendizaje” (Fontán, 2004, p.17).

En este sentido, su funcionamiento es relativamente fácil de comprender, permite crear una prueba o grupo de discusión para que los estudiantes observen, analicen y respondan por medio de cualquier dispositivo que disponga de una conexión a la red y un navegador. Así mismo, el docente tiene la capacidad de controlar el tiempo de respuesta para cada pregunta por medio de un cronometro, cuando los estudiantes responden correctamente son acreedores a puntos por la certeza y velocidad en sus respuestas.

La Evaluación

Es parte esencial en los procesos de enseñanza y aprendizaje, sin embargo, en muchos casos su implementación en el aula se limita a aspectos meramente cuantitativos y se deja de lado el papel formativo que ésta debe tener en la formación del estudiante. La evaluación debe ser integral y permitir al estudiante el mejoramiento continuo, estar presente como un medio de valoración y no de sanción. De ahí que sea necesario implementar mecanismo de evaluación que permitan dar cuenta tanto de aspectos conceptuales como procedimentales y actitudinales. “La evaluación implica, implica no solo medir, sino entender y valorar la situación objeto de estudio, en orden a intervenir del modo más adecuado para la mejora permanente de la calidad del proceso de enseñanza- aprendizaje” (Fontán, 2004, p.17).

El docente al pensar en evaluar debe tener claro que se quiere evaluar, para qué se va evaluar y cómo va evaluar, de forma que la evaluación responda a los objetivos propuestos y a las competencias a desarrollar. La evaluación es un proceso y su finalidad debe ser la toma de decisiones con el fin de mejorar las prácticas en el aula a través de la reflexión continua y el análisis de la información que emerge en las diferentes situaciones que se suscitan dentro y fuera de la clase. En ella lo importante es que tanto el estudiante como el docente reconozcan errores y se mejoren. (MEN, 2008).

En el presente proyecto se parte de la observación para valorar el avance en las actividades y el aprendizaje que se va dando. Se plantea una actividad inicial de reconocimientos de saberes previos, que se valora de forma cualitativa y permite dar cuenta de los saberes que se consideran fundamentales para el aprendizaje del objeto matemático.

Igualmente, en el transcurso de la secuencia se dan espacios en los que el docente reflexiona con los estudiantes sobre los aspectos a mejorar y los errores presentados, valorando el trabajo realizado a partir de la observación, participación, y la revisión y análisis de los registros escritos. (Dávila, 2018).

Metodología

La investigación desarrollada es de tipo descriptiva, con un paradigma cualitativo y un enfoque de Investigación Acción (IA); porque a través de estos enfoques se pudieron resaltar los hechos que conforman el problema de investigación de forma integral, en busca del fortalecimiento del pensamiento matemático variacional mediante estrategias didácticas en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Colegio Teodoro Gutiérrez Calderón del Municipio de San Cayetano, Departamento Norte de Santander.

El proceso de desarrollo de la presente investigación se llevó a cabo, con base en el fundamento teórico formulado por Kemmis y McTaggart (1988, citados en Latorre, 2005), conforme a la investigación-acción, caracterizada por su naturaleza participativa y el carácter colaborativo, que en síntesis Latorre, (2005) la consideran que es “una espiral de ciclos constituidos por las fases de planificar, actuar, observar y reflexionar” (Latorre, 2005, p.32).

La población de la presente investigación la conformaron 63 estudiantes, correspondientes a los grados 10° y 11°, adicionando el Docente Investigador, titular del grado once, para un total de 64 personas. La muestra, estuvo representada por 28 estudiantes del grado 11°, seleccionados por conveniencia, debido a que el autor de la investigación es el titular y quien dicta la disciplina de matemáticas.

Hay que mencionar, además, que los instrumentos que a continuación se detallan,

se diseñaron desde las perspectivas de los criterios de validez, de contenido y de constructo.

Como instrumentos se aplicó una **entrevista Inicial** a Estudiantes para identificar en qué pensamiento matemático presentaban más dificultad, una prueba **Diagnóstica Inicial y final** para medir el desarrollo del pensamiento variacional matemático teniendo en cuenta los DBA para el grado once definidos por el MEN. Dicha prueba consta de 34 preguntas abiertas, y otras de opción de respuesta múltiple tipo pruebas saber.

Diario de Campo. Este instrumento sirvió de apoyo para identificar las estrategias didácticas utilizadas por el docente investigador en el proceso de enseñanza aprendizaje del área de Matemáticas con los estudiantes del grado 11°

La Observación. La realización de esta técnica, considerada de gran importancia, porque permitió la observación de la práctica diaria del docente titular del grado 11°, con el fin de identificar los recursos disponibles, el uso de objetos virtuales de enseñanza-aprendizaje. En ella se observó que falta conectividad, para que el docente pueda hacer uso de la herramienta TIC y de esta manera, hacer más dinámico el proceso pedagógico.

El principio ético utilizado, desde la intervención pedagógica del proyecto fue el Consentimiento Informado. Así mismo, es importante mencionar, que, para el análisis de las preguntas, de la prueba inicial diagnóstica se construyeron preguntas para todos los grados con el correspondiente DBA a la cual hacían referencia.

Para la valoración y respectivo análisis se establecieron criterios y categorías de análisis; al igual que puntajes máximos brutos amplificados por tres en el caso del criterio 1 y se simplificó por dos el criterio 2 y 3 que conservaron su puntaje máximo. (Ver Tabla 1).

Tabla 1. Descripción de las categorías de análisis

Criterios a evaluar	Categoría de análisis	Puntaje máximo bruto	Puntaje máximo normalizado	Categorización cualitativa
Predice patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica	Patrones y regularidades	5	5	Bajo: 0 a 2,9 Medio: 3, a 4. Alto: 4,1 a 5,
La forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización	Procesos algebraicos	5	5	Bajo: 0 a 2,9 Medio: 3,1 a 4. Alto: 4,1 a 5,0.
Procesos de modelación matemática de diferentes tipos de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica	Análisis de funciones	2	5	Bajo: 0 a 2,9 Medio: 3,0 a 4 Alto: 4,1 a 5,0

Fuente: Diseño propio basado en los DBA del MEN, 2006

Posterior a esto, se determinó la categorización cualitativa de cada nivel en función al puntaje obtenido, para lo cual se estableció lo siguiente:

Bajo: 0,0 a 2,9 puntos.

Medio: 3,0 a 4,0 puntos.

Alto: 4,1 a 5,0 puntos

Resultados

De la entrevista inicial aplicada a los estudiantes del grado 11°, se obtuvo como resultado que en su mayoría, los estudiantes no sienten interés por las matemáticas, que les gusta más jugar en el celular que estudiar, Por lo tanto, se debe potenciar el pensamiento matemático integrando en aspectos tanto cognitivos, como procedimentales y actitudinales relacionados con el saber conocer, saber hacer, saber ser, como lo fundamenta el (MEN, 2006), siendo este uno de los puntos centrales expuestos en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Ello involucra el uso intencionado del conocimiento, como lo fundamenta Espeleta, Fonseca y Zamora, quienes referencian que trabajar en forma colaborativa se puede ir construyendo paulatinamente los conceptos matemáticos, para ir al mismo tiempo incentivando el interés por la matemática. (Espeleta, Fonseca y Zamora, 2016).

También se evidenció que las matemáticas conservan su mala fama entre los estudiantes y continúan suscitando rechazo, como se observa en las respuestas dadas, ello indica que necesitan adoptar una actitud mucho más activa para comprender

un razonamiento y un discurso argumentativo que uno narrativo.

Hace falta pensar en términos multidisciplinarios como lo fundamenta Cabero (1999, citado en Dávila, 2018), en estos casos se debe potenciar el uso de las matemáticas para entrenar el pensamiento divergente, la creatividad y para enseñar a los adolescentes no sólo a resolver problemas sino a plantearse los, a buscar no sólo la respuesta sino también la pregunta y los datos necesarios para resolverla, porque eso es la base de la curiosidad científica y de los descubrimientos tecnológicos.

Las respuestas a esta pregunta, permitieron lograr que los estudiantes hicieran conciencia y expresaran los factores que influyen en el bajo rendimiento de la disciplina de las matemáticas, opinando en su mayoría que la falta de didáctica en la clase y la motivación son las que influyen más en el desinterés y los bajos resultados académicos. Es aquí cuando se analiza que se deben aplicar estrategias cognitivas, incluyendo las tecnologías, las cuales como fundamenta Valencia (2013, citado en Urquiza, 2017), favorecen la concentración y la atención, así mismo, contribuye a adquirir la comprensión, la agilidad y el sentido numérico; al igual que ayuda a mejorar en la ejecución de ejercicios aritméticos y el estudiante trabaja en equipo siendo participativo y colaborativo.

Los resultados de la prueba inicial diagnóstica se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Matriz de juicio valorativo de la prueba inicial diagnóstica

ASPECTOS DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL MATEMÁTICO	VALORACION				Total
	I	M	S	A	
Patrones y regularidades Predice patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica	5%	70%	25%		100%
Procesos algebraicos La forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización	60%	35%	5%		100%
Análisis de funciones Procesos de modelación matemática de diferentes tipos de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica	75%	20%	5%		100%

I = Insuficiente M = Mínimo S = Satisfactorio A = Avanzado
Fuente: Elaboración propia

Se observó que en su mayoría los estudiantes presentan gran dificultad con el

elemento análisis y funciones, encontrándose que 6 estudiantes están en un nivel mínimo evidenciado en el consolidado y representado en un 20%, con ello se comprueba como ellos mismos lo expresaron en la entrevista inicial, que el componente variacional es el que menos dominan. Así mismo en el nivel insuficiente, aunque en mayor proporción, representado en 21 estudiantes que sumado equivale al 75%, y en el nivel satisfactorio que es donde debiera encontrarse la mayoría de estudiantes, sólo 2 están en este nivel; y en el nivel de avanzado no se encuentra ningún estudiante.

En el elemento análisis de funciones y en el nivel mínimo, se encuentran 21 estudiantes, siendo una cantidad considerable, que hay que fortalecer desde los primeros grados, al igual que los procesos algebraicos.

A nivel general se concluye que la calidad de la enseñanza de las Matemáticas en particular en el pensamiento variacional, exige introducir diversos materiales y otros recursos como las TIC, para tratar de que la clase sean más receptivas, prácticas, manipulativas y amenas.

Con los resultados de la entrevista inicial y la valoración a los resultados de la prueba inicial diagnóstica, se identificaron como factores de bajo rendimiento, la falta de estrategias didácticas para motivar a los estudiantes en especial en el aprendizaje del elemento análisis y funciones, que conlleva a hacer uso de los procesos algebraicos, siendo uno de los elementos vitales del pensamiento variacional en el cual el docente debe emplear desde las etapas iniciales el aprendizaje en mayor cantidad de tiempo en los procesos de ver y decir y no apresurar el registrar en su forma simbólica, ya que este debe ir surgiendo de manera natural a través de todos los grados para que tenga el éxito esperado en la básica secundaria y media.

Es importante tener en cuenta que el estudio de análisis de funciones, se hace indispensable desde la primaria para desarrollar el pensamiento variacional, y todos los maestros orientadores del área de matemáticas deben comprender que si se trabajan adecuadamente los procesos algebraicos y en otras áreas del saber, por ende se verá fortalecido el análisis de funciones de manera natural en las matemáticas y en otras áreas del saber. Es decir, un mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes, tales como: situaciones físicas, geométricas, aleatorias y numéricas. Por ello, es que para los estudiantes se hace más dificultoso dominar el pensamiento variacional, y aún más cuando no se le incluye estrategias didácticas que permitan volver los contenidos en el aula de clase más interesantes y motivadoras.

Discusión

Haciendo referencia a uno de los elementos característicos de la competencia variacional, como mencionan autores como Vasco (2002), Posada (2006), estos resultados son el inicio de un camino, fundamentado en un estudio y modelación de las situaciones de variación, partiendo de la debida interpretación de diferentes contextos aunados a las matemáticas, a lo que representa la ciencia, la cotidianidad del ser humano, donde se puede llevar a cabo una modelación de los procesos de variación entre las acepciones o variables en cuestión, con el fin de propiciar un mejor desenvolvimiento del pensamiento o razonamiento matemático, que a su vez está relacionado al álgebra y las funciones. Pudiendo ser más eficaz, al expresar las generalizaciones de patrones y relaciones usando símbolos, lo que conduce a generar procesos de generalización. Todo este trabajo permite poner de manifiesto diferentes procesos matemáticos tales como

el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas.

En segundo lugar, los resultados asociados entre las tres categorías de análisis y los resultados del rendimiento académico dejan explícito dicho nivel en que se encuentran los estudiantes como se observan en la triangulación de la información. Los resultados son indicativos de que los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón, no poseen un adecuado nivel de pensamiento variacional, ya que su nivel promedio se ubica en los patrones y regularidades en un rango de puntajes comprendido entre 2,0 y 3.

Esto significa, en términos generales, que los estudiantes del grado 11° de la Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón no poseen habilidades para elaborar argumentos que les permitan sustentar opiniones, a lo que autores como, Vasco (2002), Posada (2006), atribuyen a que los docentes no promueven necesariamente un clima dialogante y democrático en la sala de clases, utilizando a cabalidad estrategias meta-cognitivas. Esto implica movilizar el pensamiento variacional desde los tres ejes conceptuales a) análisis de funciones, b) procesos algebraicos y c) patrones y regularidades, los cuales permiten variadas relaciones entre las distintas formas de promover procesos de variación.

Cabe destacar que el desarrollo de los elementos del pensamiento variacional debiera ser secuencial, es decir, quien demuestra un nivel más alto, como las funciones, por ejemplo, debiese tener desarrollados los otros dos (procesos algebraicos y patrones y regularidades), de acuerdo al planteamiento inicial donde se señala que el pensamiento variacional se desarrolla en la etapa escolar. Sin embargo, esta situación no queda demostrada de acuerdo a los resultados obtenidos. Según el análisis de las pruebas aplicadas de este

pensamiento, es posible encontrar como hallazgo que existen estudiantes que, habiendo desarrollado escasamente el análisis de funciones, sí lograron demostrar un mayor desarrollo de los procesos algebraicos, lo que puede estar explicado no porque los estudiantes no hayan desarrollado el elemento anterior (funcional), sino más bien porque aun siendo capaces de encontrar relaciones con algunos estándares como relación lineal, no pueden reconocer y describir regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).

Como forma de fortalecer las dificultades encontradas en el diagnóstico inicial se diseñó e implementó la propuesta: “**La Magia de las matemáticas en el mundo real**”, aplicando diferentes actividades que se organizaron de forma ordenada utilizando como estrategia la Secuencia Didáctica. Todo ello transformado desde la experiencia reflexiva del autor de la investigación, las teorías y resultados. La metodología de la propuesta se fundamentó en el pensamiento autónomo con la participación activa y cooperativa de los participantes, desarrollando estrategias que permiten a los docentes desprenderse de los paradigmas tradicionales. Se combina una metodología expositiva, constructivista e interactiva; apoyada en varias teorías que incluyen las siguientes:

- Filosofía constructivista.
- Pensamiento creativo, crítico e interrogativo, y conocimiento y aprendizaje transformador.
- Entornos de aprendizaje auténtico
- Desarrollo intelectual, atención a la diversidad y motivación (retar a aprender).

Dicha propuesta estuvo constituida por los siguientes elementos: los propósitos, antecedentes de la institución, justificación, objetivos, marco de referencias, evaluación de la propuesta, ruta didáctica, estructura de la secuencia didáctica.

Durante el proceso de intervención a través de las actividades con apoyo de herramientas físicas y virtuales (Kahoot), se logró favorecer en los estudiantes la habilidad de razonamiento para formular hipótesis, al permitirles desarrollar procesos relacionados con su formulación, la recopilación de datos y evidencias, la búsqueda de patrones y la justificación de los procedimientos elaborados y los juicios emitidos.

Finalmente para evidenciar el impacto generado de la propuesta, se realizó una evaluación, aplicando la prueba final diagnóstica. (Ver Tabla 3 y Figura 2).

Tabla 3. Comparativo de resultados prueba inicial diagnóstica y post prueba final

Niveles	Prueba Inicial Diagnóstica	Diferencia Post Prueba Final	Diferencia	Significado	Valoración
Patrones y regularidades					
Insuficiente	5%	0%	-5%	Decremento	Progreso
Mínimo	70%	45%	-25%	Decremento	Progreso
Satisfactorio	25%	45%	20%	Incremento	Progreso
Avanzado	0%	10%	10%	Incremento	Progreso
Procesos algebraicos					
Insuficiente	60%	30%	-30%	Decremento	Progreso
Mínimo	35%	50%	15%	Incremento	Progreso
Satisfactorio	5%	15%	10%	Incremento	Progreso
Avanzado	0%	5%	5%	Incremento	Progreso
Análisis de funciones					
Insuficiente	75%	35%	-40%	Decremento	Progreso
Mínimo	20%	45%	25%	Incremento	Progreso
Satisfactorio	5%	13%	8%	Incremento	Progreso
Avanzado	0%	7%	7%	Incremento	Progreso
Resultados del Fortalecimiento de la prueba final diagnóstica					
Resultado de los Aspectos del Pensamiento matemático Variacional			Fortaleza		
Patrones y regularidades			Avanzado		
Procesos algebraicos			Satisfactorio		
Análisis de funciones			Mínimo		

Fuente: Elaboración propia

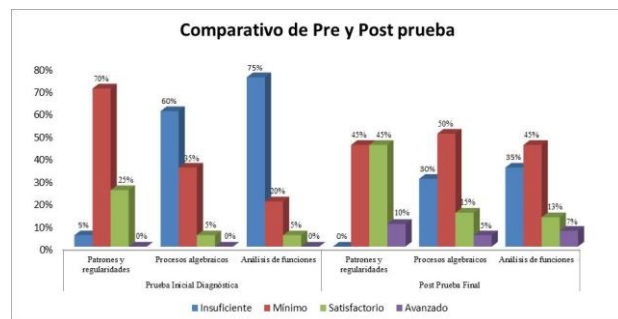


Figura 2. Comparativo de pre y post prueba diagnóstica. Elaboración propia

De acuerdo con los resultados de la post prueba final, y en comparación con la prueba diagnóstica inicial, se pudo apreciar una mejora en cada aspecto (patrones y regularidades, procesos algebraicos y análisis de funciones) del pensamiento

matemático Variacional en los estudiantes, representada en un traslado porcentual de 65 puntos desde el nivel insuficiente al nivel satisfactorio. Este panorama, sumado a un constante desempeño en los estudiantes se denota el gran esfuerzo y la eficacia de la propuesta de intervención en todos los aspectos, da muestra de los resultados como el producto de un trabajo concienzudo, discreto y dependiente de factores externos al proceso evaluativo, en el que se refleja la dinámica de los procesos de seguimiento.

Conclusiones

Con base en la bibliografía, se concluye que el currículo en matemáticas suministra elementos y herramientas que posibilitan el desarrollo del pensamiento variacional como eje transversal en los demás pensamientos matemáticos como lo son las situaciones problema enmarcadas permitiendo al estudiante involucrarse en su proceso de reconocimiento de una manera directa, y así contribuir a la formalización de conceptos matemáticos.

Como forma de dar cumplimiento a cada objetivo específico, se tiene que al estudiar cada uno de los pensamientos que componen el pensamiento matemático, se fueron reconociendo las dificultades en cada proceso particular, observando que en las tres categorías analizadas, las que más dificultad presentan los estudiantes del grado once de la Institución Educativa Teodoro Gutiérrez Calderón, fue el análisis de funciones, quedando en un nivel débil, con una diferencia del -40% de insuficiente el pre test y post, que quiere decir, que aunque hubo un decrecimiento, el progreso debe continuar, porque el nivel se refleja en un 35% que es alto. De igual manera, sucedió con los procesos algebraicos, el cual pasó de un 60% de insuficiencia a un 30%, evidenciándose progreso, pero de igual forma al aspecto anterior, hay que continuar fortaleciendo este nivel.

Se estructuró el conocimiento matemático desde dos tipos básicos de conocimientos: el conceptual que se caracterizó por un conocimiento teórico producido por la actividad cognitiva, asociándose al saber qué y al saber por qué; y el conocimiento procedimental que se acerca a la acción y a las técnicas para representar los objetos y hacer a la vez una transformación de las representación de cada uno, para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos, asociándose al saber cómo; deduciendo que ser matemáticamente competente como hace referencia el MEN (2006), atañe a formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de diferentes contextos. En la entrevista inicial se aprecia las percepciones que presentaban los estudiantes sobre las matemáticas y el pensamiento al cual se les presentaba más dificultad para desarrollarlo. De las respuestas presentadas se infiere que los estudiantes la consideran como un área de estudio compleja y poco agradable, reconocen la importancia que tienen las matemáticas en sus vidas, sin embargo no tienen trascendencia, debido a que su objetivo es aprobar el área.

Así mismo, los estudiantes resaltan cómo las clases de matemáticas les permitieron fortalecer las relaciones de amistad a partir del trabajo en equipo, y cómo la disposición que presentaron en cada una de ellas, hicieron posible un cambio en la percepción que tenían acerca de las matemáticas y aumentaron el interés hacia el aprendizaje, desde el pensamiento matemático variacional.

Al finalizar la intervención, los estudiantes manifestaron un cambio significativo en sus percepciones hacia las matemáticas relacionándolas e identificándolas con otras ciencias. Atribuyen estos avances a la utilización de los manipulables físico y virtuales, los cuales permitieron resaltar la importancia del aprendizaje de las matemáticas, un proceso que es considerado ahora como algo

que se desarrolla de manera fácil y que no solo se queda en el papel

El uso del programa de estrategias didácticas cognitivas y apoyados en las herramientas TIC y manipulables físicos, mejoró el desarrollo del razonamiento de los estudiantes que fueron parte del estudio, evidenciándose no sólo entre los grupos sino también de forma individual con respecto al pre test, donde se evidencia que pasó a muy fuerte en el aspecto de patrones y regularidades y fuerte a procesos algebraicos, aunque se observó mejoría en el aspecto análisis de funciones, este quedó en un nivel débil, el cual debe reforzarse continuamente.

El diario de campo se consolidó como un punto de apoyo a lo largo de la intervención, indicó la ruta a seguir a través de actividades con manipulables físicos y virtuales, y guiaron los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados en clase. A partir de su elaboración dieron seguridad al docente en formación y le permitieron fortalecer su saber disciplinar. La práctica pedagógica se convirtió en una experiencia enriquecedora para el docente en formación, permitió fortalecer sus saberes pedagógicos y didácticos. Fue un espacio de continuo aprendizaje y reflexión que permitió reafirmar la vocación por esta hermosa profesión.

El uso de los manipulables físicos y virtuales a lo largo de la intervención, permitió dejar a un lado la implementación de una metodología tradicional, logrando que el docente planificara y desarrollara las clases desde una perspectiva diferente, recreando nuevas situaciones de aprendizajes y despertando el interés y motivación de los estudiantes hacia las matemáticas.

Recomendaciones

Las anteriores conclusiones son una invitación a todos los docentes, desde el preescolar hasta la educación media técnica,

para reconstruir los Estándares Básicos de competencias y los DBA, en todos los procesos de enseñanza de tal forma que el aprendizaje del componente matemático variacional esté presente en el quehacer cotidiano del aula de clase.

Se propone implementar la secuencia didáctica adaptándola en cada grado y en cada área disciplinar, ya que como se hizo mención, ella permite evaluar el mejoramiento que ha tenido cada estudiante en cada actividad realizada, siendo este un formato del MEN.

Así mismo se considera necesario en todas las áreas disciplinares, utilizar como herramienta de apoyo los manipulables físico y virtuales, los cuales estimulan y motivan la enseñanza aprendizaje de las matemáticas y cualquier otra área disciplinar.

Otra herramienta que se consideró indispensable, fue el diario de campo, el cual indicó la ruta a seguir a través de actividades con manipulables físicos y virtuales, que guiaron los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados en clase. .

Referencias

Dávila Orozco, W.C. (2018). Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra. (Tesis de Maestría). Manizales, Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Disponible en: <http://bdigital.unal.edu.co/63814/1/72141944.2018.pdf>

Espeleta Sibaja, A.; Fonseca Rodríguez, A.V.; & Zamora Monge, W. (2016). Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Costa Rica. Disponible en: <http://repositorio.inie.ucr.ac.cr/bitstream/123456789/409/1/18.08.01%202354.pdf>

Fontán Montesinos, M. T. (2004). Evaluación curricular y mejora didáctica. El Guiniguada(13), 43-58.

Gómez Ospina, O.M. (2015). Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno. Bogotá, Colombia. Disponible en: <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2363/1/G%C3%B3mezOspinaOscarMauricio2015.pdf>

Guzmán Guzmán, J.A. (2014). Pensamiento matemático mediante el aprendizaje significativo. Revista del Programa de Matemáticas, 1(2), 64–77. Disponible en <http://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/MATUA/article/view/1196/831>

Iglesias Fraga, A. (2016). Johan Brand (Kahoot): “Queremos que los Consejos de Dirección aprendan jugando”. TICbeta. Disponible en <https://www.ticbeat.com/entrevistas/johan-brand-kahoot-queremos-que-los-consejos-de-direccion-aprendan-jugando/>

Latorre, A. (2005). La investigación-acción Conocer y cambiar la práctica educativa. (3ª Edición). España: Grao. Disponible en www.uv.mx/rmipe/files/2016/08/La-investigacion-accion-Conocer-y-cambiar-la-practica-educativa.pdf

MEN - Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares: Matemáticas. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio. Disponible en http://www.mineducacion.gov.co/1759/articulos-339975_matematicas.pdf

MEN - Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Aprendizaje. Bogotá, Colombia: Editorial

Magisterio. Disponible en http://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-340021_recurso_1.pdf

Urquiza Alcívar, A.M.; & Campana Concha, A. (2017). Programa de estrategias didácticas cognitivas para el desarrollo del razonamiento matemático, una experiencia con estudiantes de bachillerato, *Voletín Virtual*, Vol. 6. Ecuador. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6119346.pdf>

Vasco, C. E. (2006). Razones y proporciones, proporcionalidad directa e inversa.

Vasco, C. E. (2006). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Cali. Obtenido de http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf