

Uso de materiales manipulativos para la enseñanza de operaciones con expresiones algebraicas

Resumen

La siguiente propuesta pedagógica conlleva a una metodología de investigación cualitativa con una estrategia fundamentada en el aprendizaje colaborativo, y como objetivo implementar una propuesta para el aprendizaje de operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias utilizando material manipulativo en una institución educativa ubicada en el norte de la ciudad de Bucaramanga, a partir de la solución de guías y del continuo trabajo colaborativo. En consecuencia, después de determinar que uno de los factores más incidentes son los bajos resultados de las pruebas saber pro, específicamente en la resolución de problemas que requieren de procesos algebraicos y en la relación de los conceptos, procedimientos algorítmicos y aplicación del pensamiento variacional y el manejo visual en cada una de las actividades desarrolladas en los conceptos matemáticos de la educación media en el área de matemáticas. Así mismo se pudo determinar que el manejo de material manipulativo rompe con el esquema de las clases magistrales haciéndose acompañamiento entre pares, despertando el interés, inquietud hacia el área de matemáticas. En el trayecto del proceso se evidenció una mejoría del pensamiento variacional en cuanto a la apropiación de conceptos análisis y categorización de las situaciones. Cabe resaltar que esta propuesta se lleva a cabo tomando como base el enfoque institucional.

Palabras Clave: Pensamiento variacional, resolución de problemas, procesos algebraicos, prácticas en el aula, trabajo colaborativo.

Abstract

The following pedagogical proposal involves a methodology of qualitative research with a strategy based on collaborative learning, and as an objective implement a proposal for the learning of operations with fractional algebraic expressions using manipulative material in an educational institution located in the north of the city of Bucaramanga. From the solution of guides and the continuous collaborative work. Consequently, after determining that one of the most incidents factors is the low results of the pro saber tests, specifically in the resolution of problems that require algebraic processes and in the relation of the concepts, algorithmic procedures and application of the variational thinking and the Visual management in each of the activities developed in the mathematical concepts of secondary education in the area of mathematics. Likewise, it was possible to determine that the manipulative material handling breaks with the scheme of the master classes with the accompaniment between pairs, awakening the interest, restlessness towards the area of mathematics. In the course of the process, an improvement in variational thinking was evidenced in terms of the appropriation of concepts, analysis and categorization of situations. It should be noted that this proposal is carried out based on the Institutional approach.

Keywords: Variational thinking, problem solving, algebraic processes, classroom practices, collaborative working.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo presenta los resultados de una propuesta didáctica la cual tiene por finalidad disminuir el índice de dificultad en la realización de operaciones básicas con expresiones algebraicas fraccionarias, pues el grado de dificultad es evidenciado en las respectivas operaciones según la parte literal presentada por los educandos de grado undécimo de una

institución educativa del norte de Bucaramanga a través del uso de un material manipulativo en clase. Para responder a la pregunta “¿Cómo implementar una estrategia para el aprendizaje de operaciones básicas con expresiones algebraicas fraccionarias utilizando un material manipulativo como herramienta lúdica?”, la información y datos recopilados se obtuvieron en dos momentos. El primer momento implicó una prueba de entrada o diagnóstica que evidenció los conocimientos de los estudiantes con relación al manejo de operaciones básicas con expresiones algebraicas fraccionarias, esta fase se desarrolló con dos instrumentos, un examen y una entrevista. El segundo momento o fase de la recolección de información está dada por la ejecución de la propuesta didáctica, es decir, el desarrollo de las guías y los talleres, siendo la observación y el diario de campo los instrumentos utilizados para obtener los datos.

ELEMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN

A continuación, se detallan los juegos que se utilizan para trabajar en el aula el tema de las operaciones básicas con expresiones algebraicas fraccionarias, acompañadas de una descripción de cada juego y las instrucciones para su aplicación con los estudiantes en las clases de cálculo.

1. Figuras con bloques de madera:

Los estudiantes utilizan un conjunto de bloques de madera con diferentes formas geométricas con las cuales podrán construir diferentes figuras como carros, árboles, casas, tortugas, entre otras. Cada ficha de madera tendrá escrita una expresión algebraica fraccionaria; dichas expresiones algebraicas serán semejantes. El objetivo del juego es que los estudiantes puedan identificar las expresiones algebraicas con fraccionarios, de modo

que en un primer momento puedan reconocer las variables con sus respectivos exponentes, así como la semejanza que existe entre las expresiones algebraicas fraccionarias.

Instrucciones primer momento:

1. Los estudiantes se organizan en grupos de 4 integrantes para trabajo colaborativo.
2. La docente distribuye una caja con los bloques de madera de igual forma en cada grupo.
3. Los estudiantes tendrán diez minutos para construir 4 figuras con los bloques de madera. Cada estudiante se hace responsable de la construcción de una figura.
4. Las fichas que utilizará cada grupo de estudiantes deberán ser cuidadosamente seleccionadas, de modo que cada figura contenga mínimo 3 pares de expresiones algebraicas con fraccionarios semejantes, siendo el líder del grupo encargado del orden y actitud de trabajo por parte del grupo durante las actividades.
5. El estudiante tomado al azar de cada grupo debe señalar al docente cuales son las expresiones algebraicas semejantes.
6. El grupo que consiga armar las 4 figuras con los 3 pares de expresiones algebraicas semejantes en el menor tiempo posible será el grupo ganador.

Instrucciones segundo momento:

1. Los estudiantes continúan en los mismos grupos que había conformado previamente.
2. Cada grupo arma 4 figuras, es decir, cada integrante del grupo se hará responsable de la construcción de una figura, en la Figura 1 los estudiantes están formando las figuras para dar inicio a unificar las semejantes.

3. El profesor indicará que operaciones se deberán realizar con las expresiones algebraicas de los bloques con un color específico, por ejemplo, sumar las expresiones algebraicas de los bloques de color amarillo, como lo muestra la Figura 1.
4. Cada estudiante registra en su cuaderno las operaciones realizadas.
5. Ganará el grupo que haya acertado el resultado de la mayor cantidad de operaciones realizadas.

Figura 1. Organización de las figuras para hallar el perímetro de la figura



Fuente: Estudiantes 11° grado de una institución pública de la ciudad de Bucaramanga

2. Palillos de Inteligencia Matemática:

El juego consta de dos tipos de elementos: los primeros son unos bloques de madera marcados con los números del 0 al 9 así como con los símbolos de las operaciones matemáticas; los segundos son unos palillos de diferentes colores que estarán marcados con las variables y exponentes de la expresión algebraica (letras del alfabeto). Ambos elementos podrán ser utilizados para construir expresiones algebraicas con fraccionarios.

El objetivo del juego es que los estudiantes utilicen las fichas y los palillos para simbolizar las expresiones algebraicas dadas por el docente y realizar con ellas la operación correspondiente, según lo indicado por el profesor.

Instrucciones:

1. Conformar grupos de 4 estudiantes.
2. Entregar a cada grupo una caja con una serie de fichas y palillos.
3. El docente dará dos expresiones algebraicas con fraccionarios – las cuáles serán las mismas para todos los grupos- para desarrollar la operación que se les indique.

Figura 2. Manejo del material didáctico y las expresiones algebraicas



Fuente: Estudiantes 11° grado de una institución pública de la ciudad de Bucaramanga

4. Los estudiantes simbolizarán todas las expresiones con las fichas y los palillos. Utilizando las fichas para representar la parte numérica de las expresiones y los palillos para las variables, como se evidencia en la Figura 2.
5. Los grupos realizan la cantidad de operaciones que el docente considere necesario.
6. Ganará el grupo que acierte la mayor cantidad de resultados.

Población: La población objeto de la investigación son los estudiantes de grado undécimo (promoción 2018) de una institución educativa ubicada en el norte de la ciudad de Bucaramanga. A su vez del grado undécimo se selecciona uno de los dos salones que conforman el grado para la aplicación de la estrategia didáctica aquí descrita, por lo que en promedio se ha trabajado con un grupo de 28 estudiantes, los cuales fueron repartidos en aproximadamente 7 grupos focales.

RESULTADOS

Prueba Diagnóstica: Involucró un examen (Prueba diagnóstica) y una entrevista a los estudiantes, desde los cuales fue posible determinar cómo estaban los estudiantes frente a tres categorías: la motivación, el trabajo colaborativo y los conceptos y procedimientos.

Figura 3. Prueba Diagnóstico grado undécimo, preguntas 1 y 2.

PRUEBA DIAGNÓSTICA GRADO UNDÉCIMO

Nombre: _____ Grado: 11B

1. Andrés presenta el siguiente procedimiento incompleto, para resolver las operaciones entre expresiones algebraicas:

$$\left(\frac{3}{2}x^2y^3z^4 - \frac{2}{9}x^3y^4z^2\right) + \left(\frac{5}{4}x^2y^3z^4 - \frac{1}{4}x^3y^4z^2\right)$$

$$\frac{3}{2}x^2y^3z^4 + \frac{5}{4}x^2y^3z^4 - \frac{2}{9}x^3y^4z^2 - \frac{1}{4}x^3y^4z^2$$

$$\frac{4+3+2+5}{2+4}x^2y^3z^4 - \frac{2+4-9+1}{9+4}$$

$$\frac{12+10}{8}x^2y^3z^4 - \frac{2+4-9+1}{9+4}$$

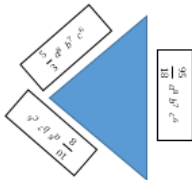
$$\frac{22}{8}x^2y^3z^4 - \frac{8-9}{36}$$

$$\frac{22}{8}x^2y^3z^4 - \frac{17}{36}$$

¿Con cuál de las siguientes partes literales se completa correctamente la respuesta?

A. $x^2y^3z^4$
 B. $x^3y^4z^2$
 C. $x^2y^7z^6$
 D. $x^4y^4z^2$

2. El perímetro de una figura geométrica es la suma de todos sus lados; de acuerdo con lo mencionado se puede decir que el perímetro de la figura es:



Fuente: Elaboración propia (2018).

Explicación de la Prueba: La prueba se aplicó a 36 educandos del grado undécimo B, con el objetivo de determinar qué habilidades de pensamiento algebraico había adquirido el grupo en su formación básica y media. La prueba constaba de 5 preguntas (5 expresiones algebraicas a saber: combinación adición y sustracción, adición, sustracción, división y multiplicación con fraccionarios), con 4 opciones de respuesta, de manera que el estudiante debía marcar la respuesta correcta y justificar su elección realizando el procedimiento que le llevó a inclinarse por esa opción, a continuación, se presenta el instrumento escrito, con el fin de entender el procedimiento en la aplicación de la prueba diagnóstica (Ver figura 3). Ahora bien, en la Tabla 1 se presentan los resultados de esta prueba detallando el número de la pregunta y la cantidad de estudiantes que marcaron cada opción dada, adicionalmente se pone en negrilla la respuesta correcta.

Tabla 1.

Presentación de los resultados

Situación	1				2				3				4				5			
Opción	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
Resultados	4	20	6	6	14	10	4	8	18	2	8	8	30	4	0	2	27	2	3	4

La prueba diagnóstica corroboró que el grupo está conformado por educandos que presentan falencias en el manejo aritmético con las expresiones algebraicas. Después de la prueba cuyos resultados se describen en la Tabla 1, se observa que los resultados han sido muy variados y que las 5 situaciones que conformaron el test (combinación entre adición y sustracción, adición, sustracción, división y multiplicación con expresiones algebraicas

fraccionarias) tienen resultados que necesitan de un fortalecimiento de la parte aritmética y algebraica.

Ejecución de la Propuesta Didáctica: Para la ejecución de la propuesta didáctica se planteó el uso de guías que orientaron a los educandos en su trabajo con el material manipulativo, también se distribuyeron en grupos apuntando al fortalecimiento de trabajo colaborativo. Para este momento del proceso, los datos fueron recogidos a partir de la observación de los estudiantes en el aula: actitud en clase frente al aprendizaje, resolución de problemas, interacción de los grupos y uso del material manipulativo.

ANÁLISIS DE DATOS

La información recolectada durante la implementación de la estrategia aquí propuesta con los estudiantes de grado undécimo de la institución educativa se analiza siguiendo las siguientes consideraciones (Urbano, 2016 p. 120):

- 1. Obtener la información:** Consiste en la recolección de la información a través del instrumento determinado por el investigador, que para el caso será a través de grupos focales.
- 2. Capturar, transcribir y ordenar la información:** Hace referencia al registro que debe hacer el investigador de la información que va obteniendo a medida que desarrolla la investigación. La forma de registrar la información estará determinada por el instrumento que se utilice.
- 3. Codificar la información:** Codificar es un proceso que implica agrupar la información obtenida en diferentes categorías, de modo que es una tarea que consisten en darle sentido a la información que se ha obtenido. El investigador podrá definir las

categorías que considere necesarias de acuerdo a lo que vislumbre en los datos recolectados.

4. Integrar la información: Tiene que ver con la relación que debe hacerse entre las diferentes categorías, de modo que se obtenga una explicación integrada (Fernández 2006).

Para el análisis de los datos se plantearon las siguientes categorías (ver Tabla 2):

Tabla 2.

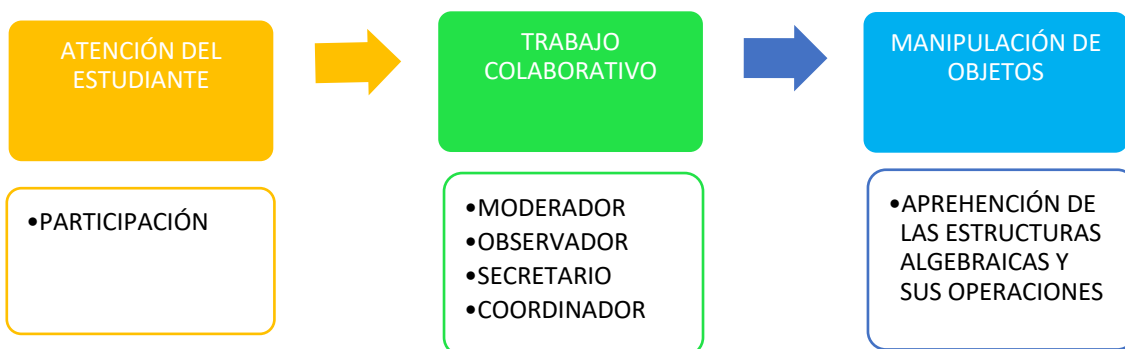
Análisis de Datos

Categoría	Código-Subcategoría
Comprensión del aprendizaje.	CA1. Confusión en la operatividad de los exponentes en las expresiones algebraicas fraccionarios (suma, resta, multiplicación y división) CA2. Manejo algorítmico en la solución de las operaciones básicas CA3. Memoria a corto plazo
Juego didáctico	JD1. Asertividad del juego en el aprendizaje JD2. Práctica continua de ubicación espacial JD3. Visualización de relación entre el juego didáctico y la matemática.
Hábitos de estudio	HE1. No existe un horario de estudio HE2. Poco acompañamiento en el hogar HE2. Inasistencia Escolar
Trabajo Colaborativo	TC1. Diferentes ritmos de trabajo TC2. La comunicación suelen ser complejas TC3. Adaptación a una forma de trabajo en común.
Deserción Escolar	DE1. Actos violentos en el campo DE2. Separación de padres De3. Forma de vida nómada en los padres

Categoría	Código-Subcategoría
Manipulación de Objetos didácticos	MOD1. Visualización entre los objetos didácticos relacionado con la abstracción.
	MOD2. Carencia de habilidad con el manejo del recurso
	MOD3. Carencia de criterios selectivos para la operatividad
Apatía Escolar	AE1. Pasividad habitual en una total fijación hacia el pasado
	AE2. Aislamiento Escolar
	AE3. Generado por desmotivación intrínseca
Bullyng por parte de algunos compañeros	B1. Burlas frecuentes dentro de los grupos colaborativos
	B2. Miedo a preguntar por ser tratado como incapaz
	B3. Intimidación, de dar un buen rendimiento.

Los registros de observación permitieron describir el escenario de aprendizaje de los estudiantes respetando las características propias del contexto educativo, permitiendo focalizar la atención en los aspectos más relevantes. Es así, como se fue enriqueciendo progresivamente el rango de observación, teniendo en cuenta los siguientes componentes que forman parte de la realidad objeto de estudio (ver Figura 4):

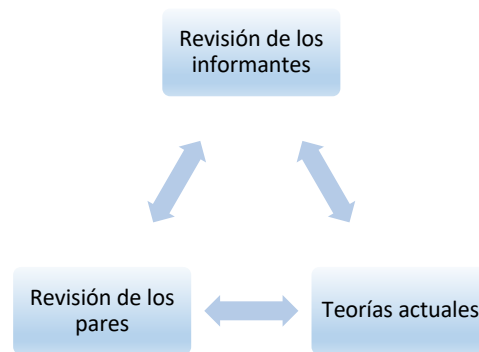
Figura 4. Elementos de observación



Fuente: Elaboración propia (2018).

Registrar la realidad con todos sus matices, llevó a reconocer una serie de problemáticas al interior del aula, sin obviar las particularidades de grupos dentro del contexto escolar.

Figura 5. Triangulación de resultados



Fuente: Elaboración propia (2018).

Estas observaciones, arrojaron información valiosa para ser el hilo conductor en el presente estudio, proceso en el cual fueron emergiendo aspectos significativos que se desconocían y que, a su vez, juegan un papel protagónico en el aprendizaje de las matemáticas.

Como una manera de dar validez a la información obtenida, se realizó un proceso de triangulación el cual incluía la revisión de los informantes, la revisión de los pares y contrastar esos datos con teorías actuales (ver Figura 5). La revisión de informantes consiste en una retroalimentación con los estudiantes que fueron partícipes de la investigación, de manera que permita a los estudiantes conocer los resultados, e incluso dar su opinión sobre los mismos. La revisión de pares permite que otros docentes del área de matemáticas, desde una posición imparcial, realicen aportes a la investigación, desde sus conocimientos y su experiencia en el aula. La contrastación con las teorías también constituye una forma de validar la información porque permite encontrar y difundir las

bases del trabajo desde ámbitos más académicos. Finalmente, se concluye que se confirma que existe una irregularidad significativa en el rendimiento académico del aprendizaje de expresiones algebraicas de fraccionarios generados desde años anteriores y donde, el mismo sistema educativo permitió el avance de los educandos a los años siguientes; sin llegar a concretar el verdadero aprendizaje. Es así como la experiencia con el material que se utilizó abrió grandes brechas en el sistema tradicional y el aprendizaje significativo, simultáneamente con el trabajo colaborativo y la manipulación de este.

CONCLUSIONES

Los resultados adquiridos del grupo donde se realizó la investigación muestra la consideración de implementar una propuesta para el aprendizaje de operaciones con expresiones algebraicas fraccionarios utilizando material manipulativo haciendo referencia a los contenidos de los estándares básicos, en otras palabras que la utilización del material manipulativo logro que los estudiantes del grado 11 B sentaron los procesos algorítmicos y los conceptos básicos del álgebra y los llevó a mejorar el aprendizaje de la expresiones algebraicas dentro de los procesos en los límites y las derivadas.

Por otra parte, al manipular el material didáctico los estudiantes trabajaron de una manera divertida haciendo más enérgico el proceso de aprendizaje. A su vez, se promovió la autonomía del estudiante debido a que se limitó la participación del maestro a solo ser un mediador entre el conocimiento y el estudiante en el instante del aprendizaje. Así mismo, facilitó la formación del pensamiento teórico y práctico del estudiante y fue de gran ayuda en la formación de cualidades en el momento de tomar decisiones individuales y grupales. Luego el educando con este material ha experimentado ya la necesidad de pensar para resolver un límite que contuviera las expresiones algebraicas pues el haber abordado

situaciones que le permitieron comprender por medio de lo palpable y manual, lo que le es abstracto. También efectuó operaciones cognitivas válidas para llegar al lenguaje algebraico con la comprensión requerida, así como el manejo de la ley de los signos, propiedades en la solución.

Se evidenció el juego, pues se observó por parte de los integrantes de cada grupo de trabajo colaborativo los aciertos y desaciertos de su compañero, permitiendo ejercitar su inteligencia en el manejo del material manipulativo y conllevándolo a la participación activa, a su vez por medio de la experimentación, y no solamente por medio de una explicación. En los procesos de experimentación, el estudiante fue tomando sus propias hipótesis y conclusiones por sus hallazgos.

El proyecto también permitió que con la metodología de trabajo colaborativo se descubriera que en el aula existían dos educandos que no lograban asociarse con los demás, hasta llegar a realizarse un trabajo paralelo con la practicante de psicoterapia que por norma institucional le es sabido a los docentes, pero no la particularidad del caso, sin embargo, en los intereses de esta investigación se alcanzó el logro de la integración de estos dos educandos al proceso.

Se demostró la adaptación de un material manipulable didáctico “palitos Inteligentes para Matemáticas” para el aprendizaje de operaciones básicas en expresiones algebraicas fraccionarias donde continuamente se realizaron secciones de actividades utilizando el material manipulativo hasta llegar a cada uno su propio aprendizaje con el manejo y con el apoyo de su grupo colaborativo; adicionalmente se logró despertar el gran interés porque estos estudiantes a su vez se apropiaran del aprendizaje y se evidencio el aprehender el

conocimiento cuando se realizaba la aplicación en los momentos de llevar el programa académico de grado 11 y en los resultados académicos a nivel del grupo.

Se presento un caso de dos estudiantes con dificultad en la adaptación de trabajo en equipo, se logra la articulación de los dos estudiantes a un programa de psicoterapeuta para conocer la raíz del problema de cada uno, de igual forma este proceso se llevó a cabo generando en un gran porcentaje la vinculación de cada uno a sus respectivos grupos colaborativos.

REFERENCIAS

- Aignerren, M. (2002). La técnica de recolección de información mediante los grupos focales. Universidad de Antioquia, Centro de Estudios de Opinión (CEO), Revista Electrónica La sociología en sus escenarios, Vol. 7. Número 20 de 2010. Disponible en: <https://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/ceo/article/download/1611/1264>
- Bussi, M. G. B. (1994). Theoretical and empirical approaches to classroom interaction. Didactics of mathematics as a scientific discipline, 121. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007%2F0-306-47204-X#page=127>
- Castro Rodríguez, E. (2015). Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros (Doctoral dissertation, Universidad de Granada). Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=57545>
- Fernández, L. (2006). ¿Cómo analizar datos cualitativos? Barcelona. Butlletí. La Recerca. Disponible en: <http://www.ub.edu/ice/recerca/pdf/ficha7-cast.pdf>
- Urbano, P. (2016). Análisis de datos cualitativos. Revista Fedumar Pedagogía y Educación, 3(1), 113-126. Disponible en: <http://ojseditorialumariana.com/index.php/fedumar/article/view/1122>