Propuesta didáctica para la construcción del concepto de función, en los estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Eustorgio Colmenares Baptista
Proposal didactics for the construction of the concept of function, in tenth graders of the Institution School Eustorgio Colmenares Baptista

Ruth Yazmin Ruiz Jáuregui
Maestría en educación UNAB
Juan Hildebrando Alvarez Santoyo
Asesor proyecto
Grupo de investigación: educación y lenguaje
Linea de investigación: prácticas pedagógicas

Resumen.

El objetivo de esta investigación fue diseñar una propuesta didáctica para la construcción del concepto de función en los estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Colegio Eustorgio Colmenares Baptista, teniendo en cuenta un modelo pedagógico basado en el aprendizaje significativo y la evolución histórica del concepto de función, se diseñaron e implementaron secuencias didácticas a partir de situaciones contextualizadas y apoyadas por la mediación de las TIC.

La investigación se realiza con la metodología cualitativa, tipo investigación acción, aplicada a una muestra de 34 estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Colegio Eustorgio Colmenares Baptista, que fueron intervenidos implementando ocho secuencias didácticas, contando con el apoyo didáctico de las TIC, entre ellas el programa Geogebra, la aplicación Photomath, ayudas audiovisuales, la página web Mathema y la red social WhatsApp, permitiendo trasformaciones en los procesos de construcción del conocimiento, uso adecuado de la tecnología, prácticas pedagógica innovadoras y motivacionales.

Palabras claves: Estrategias didácticas, Secuencias didácticas, TIC, aprendizaje significativo, construcción, función.

Summary.

The goal of this research was designing a didactic proposal for the construction of the concept of function in tenth grade students of the institution educational Eustorgio Colmenares Baptista school having into account pedagogical model based on meaningful learning and the historical evolution of the concept of function, designed and implemented didactic sequences from situations contextualized and supported through ICT.

The research is conducted with qualitative methodology, type action research, applied to a sample of 34 students of tenth grade from the educational institution Eustorgio Colmenares Baptista school, who were operated on implementing eight sequences didactic, counting with the educational support of ICT, including the Geogebra program, application Photomath, audio-visual aids Mathema website , and social network WhatsApp, allowing

transformations in the processes of knowledge construction, use appropriate technology, innovative and motivational teaching practices.

Key words: teaching strategies, didactic sequences, ICT, significant learning, construction, function

Introducción.

La presente investigación se refiere a una propuesta didáctica para la construcción del concepto de función en los estudiantes de grado décimo de la institución Colegio Eustorgio Colmenares Baptista, bajo el marco del Aprendizaje Significativo de Ausubel (1963), favoreciendo el aprendizaje, teniendo en cuenta los presaberes de los estudiantes, planteando situaciones de su contexto, ofreciendo un material significativo que contribuyan a crear estructuras cognitivas sólidas.

La investigación surge a partir de las debilidades encontradas por las pruebas Saber, en la resolución de problemas, en el componente numérico variacional, evidenciadas en el trabajo del aula ante la falta de conceptualización, incidiendo en la lectura comprensiva de situaciones problema, y en el avance de los estándares y apropiación de saberes, llevando a preguntarse, ¿cómo construir el concepto de función en los estudiantes de décimo grado de la institución Colegio Eustorgio Colmenares Baptista?, siendo este concepto en matemáticas, la base del componente numérico variacional y fundamento para la resolución de problemas.

El pensamiento numérico variacional, es referido por MEN (2006) así, … "Este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su modelación en diferentes sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos". El diseño de la propuesta se referencia en el proceso histórico de la construcción del concepto de función, como lo expresa Díaz (2008), conocer el proceso histórico, de la construcción del concepto de función es importante, ya que aporta ideas para que el docente como mediador, plantee estrategias que permitan a los estudiantes, construir este concepto fundamental en las matemáticas.

Tabla 1. Evolución del Concepto de Función a través de la historia

Evolución del Concepto de Función a Través de la historia	
Antigüedad	
Se considera la matemática babilónica y la griega. Los babilónicos poseen numerosas tablas de cálculo, en ellas asocian elementos de dos conjuntos. En los elementos de Euclides los objetos matemáticos y relaciones son estáticos, dificultando la construcción de la noción de cantidad variable o de una función.	
Edad Media	
Fase no Latina	**Fase latina**
Año (500-1200) Las matemáticas hindúes y árabes, contribuyen en el campo del álgebra y la trigonometría. Solucionaron ecuaciones con una incógnita.	Año (1200-1500) Aparecen tratados sobre proporciones. Oresme intentó dibujar ciertas funciones para las cuales la tasa de cambio no era constante, las gráficas eran líneas quebradas o curvilíneas.

Aún no surge la idea de variable.	Las formas de representación tenían que ver con la dependencia de una cantidad variable sobre otra. Faltó el lenguaje del algebra para expresar la variación o correspondencia funcional.

Periodo moderno

(1450-1650). Suceden los siguientes desarrollos claves para que surja el concepto de función:

- La unión del algebra y la geometría.
- La introducción del movimiento como un problema central en la ciencia.
- La invención del algebra simbólica.
- La invención de la geometría analítica.

En el siglo XVII, se evidencia la transición de una visión estática, a una visión dinámica y continua de relación funcional.

En 1673, por primera vez, aparece la palabra "Función", en los manuscritos de Leibniz, para designar un objeto geométrico, coordenadas de un punto o pendiente, asociado con una curva.

A partir del siglo XVIII, se presentan cuatro etapas en el desarrollo del concepto de función

Primera etapa	Segunda Etapa	Tercera Etapa	Cuarta Etapa
La función es una ecuación o formula. Euler, basado en los aportes de Bernoulli define función así: "*Por función de una cantidad variable, denotamos aquí, una expresión analítica, construido de un modo u otro con esta cantidad variable y números o constantes"* Incluye tanto las funciones implícitas, como las explícitas.	En 1822 Fourier, hace notar que, en el concepto de función, lo principal era la asignación de valores para la función. Fourier, la define: *"En general, la función f(x), representa una sucesión de valores u ordenadas, cada una de las cuales es arbitraria. Para una infinidad de valores dados a la abscisa x, hay un número igual de ordenadas f(x). Todas tienen verdaderos valores numéricos, ya sean positivos, negativos o nulos. No suponemos que estas ordenadas estén sujetas a una ley común; se siguen*	En 1829 Dirichlet, formula por primera vez el concepto moderno de función $y = f(x)$, de una variable independiente en un intervalo $a<x<b$. Según Dirichlet: *"y es una función de una fde una variable x, definida en el intervalo $a<x<b$, si a todo valor de la variable x en este intervalo, le corresponde un valor definido de la variable y. Además es irrelevante en qué forma se establece esta correspondencia"*	Bourbaki (1939), dio una formulación general de función como una regla de correspondencia entre el dominio y el rango, donde: *"Sean E y F, dos conjuntos que pueden ser distintos o no. Una relación entre un elemento variable x de E, y de un elemento variable y de F, se llama una relación funcional en y, si para toda "x" E, existe un único "y" F, el cual está en la relación dada con x."*

	la una a la otra, de cualquier manera, como sea, y cada una de ellas está dada, como si fuera una cantidad única.		

Fuente Ruiz (2018) Basado en Díaz (2008)

El diseño de las secuencias didácticas se enmarcan en el Aprendizaje Significativo de Ausubel (1963) adecuado para llevar a cabo la labor educativa y diseñar propuestas didácticas coherentes con sus principios, para favorecer el aprendizaje, teniendo en cuenta los presaberes de los estudiantes, planteando situaciones dentro de su contexto, ofreciéndole material significativo, que lleven a contrastar con sus ideas previas, asimilar, acomodar y crear estructuras cognitivas sólidas y significativas, donde la motivación parta de sí mismo, de su deseo de aprender. La resolución de problemas, se considera como un medio y un fin para alcanzar el propósito de esta investigación, según Pólya, (1986), señala que el docente debe ayudar al estudiante discretamente, sin imponérsele, debe ver desde el punto de vista del estudiante y plantear alguna pregunta o indicar algún camino que pueda ocurrírsele al estudiante, esto permitirá que resuelva el problema y que adquiera habilidades para resolver por sí mismo problemas posteriores. El método Pólya para resolver problemas está formado por cuatro etapas, comprender el problema, trazar un plan, ejecutar el plan, examinar la solución.

El apoyo didáctico de las TIC, constituyen una estrategia primordial en la propuesta didáctica "Construyendo el concepto de Función", Cruz & Puentes (2013), hacen énfasis en que las TIC proporcionan múltiples formas de representar situaciones problemáticas, permitiendo desarrollar estrategias de resolución de problemas y mejor comprensión de los conceptos matemáticos que están utilizando. El Consejo Nacional de Profesores de Matemática (NCTM) (2008), expresa que "cuando las herramientas tecnológicas están disponibles, los estudiantes pueden concentrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas

Respecto a los objetivos, se establece un objetivo general y cuatro objetivos específicos. El objetivo general es diseñar una propuesta didáctica para la construcción del concepto de función en los estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Colegio Eustorgio Colmenares Baptista. pretendiendo que tanto docentes como estudiantes encuentren alternativas a las prácticas tradicionales, los objetivos específicos son, diagnosticar el concepto de función en los estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Colegio Eustorgio Colmenares Baptista, diseñar una propuesta didáctica para construir el concepto de función a través de solución de problemas y el uso de las TIC, implementar la propuesta didáctica diseñada para construir el concepto de función, evaluar la propuesta didáctica para construir el concepto de función.

Por lo anterior, se realiza un pretest para diagnosticar el concepto de función en los estudiantes, y desde los resultados encontrados, se diseña la propuesta didáctica, "Construyendo el concepto de función", que consta de ocho secuencias didácticas, y que como plantea Diaz (2008), tuvo en cuenta para su diseño, el proceso histórico de la

construcción del concepto de función, ya que desde allí, surgen ideas para plantear estrategias que permiten a los estudiantes a partir de una situación contextualizada, y con la mediación de las TIC, realizar el proceso que los llevará a construir éste concepto fundamental. Siguiendo las orientaciones y protocolo de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, y demás indicaciones propias de la metodología empleada.

Metodología

Esta es una investigación de carácter cualitativo bajo el enfoque investigación acción. Bausela (2004), indica que la investigación acción, es una forma de entender la enseñanza, no sólo de investigar sobre ella. La investigación acción integra la reflexión y el análisis con las experiencias de la actividad educativa, permitiendo planificarla e introducir mejoras progresivas.

El principal representante de la investigación acción, desde un enfoque interpretativo, Elliot (1993), considera que: "el espíritu de la investigación acción, consiste en profundizar la comprensión del profesor (diagnóstico) de su problema. …La investigación acción interpreta lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema, por ejemplo, profesores y alumnos, profesores y director." "Se entiende como el estudio de una situación social, para tratar de mejorar la calidad de la acción en la misma"

Bausela, citando a Kemmis & MacTaggart (1988), establece las siguientes características de la investigación-acción, se construye desde la práctica, pretende mejorar la práctica a través de su trasformación, al mismo tiempo que procura comprenderla; demanda la participación de los sujetos en la mejora de sus prácticas, exige una actuación grupal, por la que los sujetos implicados colaboran coordinadamente en todas las fases del proceso de investigación; implica la realización de análisis crítico de las situaciones y se configura como un espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión.

Esta metodología permite que, en la presente investigación, se realice un proceso reflexivo, sistemático, organizado, donde los estudiantes y el maestro son los protagonistas del proceso, para detectar, proponer y solucionar las necesidades objeto a investigar, donde a través de las intervenciones, se accione sobre ellas.
Se recogen los datos directamente en el desarrollo de cada una de las intervenciones, permitiendo analizar los comportamientos, actitudes y procesos en la construcción del concepto de función, permitiendo realizar una propuesta didáctica para tal fin, titulada "Construyendo el concepto de función".

El estudio se desarrolló tomando una muestra de 34 estudiantes de décimo grado de la institución educativa Colegio Eustorgio Colmenares Baptista, empleando instrumentos de recolección de información tales como la observación directa, diario de campo, pruebas pre test y pos test online.

La propuesta “Construyendo el concepto de función” se implementó a través de ocho secuencias didácticas, diseñadas a partir de situaciones del contexto cotidiano, de la ciencia, las matemáticas, con la mediación de las TIC, empleando el programa Geogebra y la aplicación Photomath, formularios de Google para la presentación de pruebas online. Se hizo uso de material audio visual como apoyo didáctico. Como estrategia se diseñó la página web Mathema, , https://rutyfis10.wixsite.com/mathema, con el fin de publicar la propuesta y llevar el proceso mucho más allá del aula física, además se creó un grupo de la red social WhatsApp, siendo una excelente alternativa de comunicación para compartir información.

Terminadas las intervenciones se aplicó un pos test para identificar los avances en cada criterio que indica la construcción del concepto de función. Se hace evidente el avance en cada uno de los indicadores.

Resultados

Tabla 2. Comparativo entre los resultados del diagnóstico y resultados del pos test.

Indicadores en los que se evidencia el concepto de función	Resultados del Diagnóstico	Resultados del Pos test	Análisis
1. Establece relaciones entre variables	El 73% de los estudiantes no establece relaciones entre variables.	El 14,13% no establece relaciones entre variables	Se observa un avance importante ya que aproximadamente el 86 % de los estudiantes establecen relaciones entre variables e inicialmente sólo el 27% podía realizarlo.
2. Construye tablas que representan una situación	El 13,3% no construye tablas que representen una situación.)	El 3% no construye tablas que representen una situación	97% de los estudiantes construyen tablas, casi la totalidad de los estudiantes
3. Representa gráficamente una situación, indicando variable dependiente e independiente	El 50% no representa una situación indicando variable dependiente e independiente,	El 21.3% no representa gráficamente una situación indicando variable dependiente e independiente	El empleo de graficadores como Geogebra y Photomath, permitió que mejorara la representación gráfica en las situaciones planteadas, aproximadamente un 78% representan gráficamente.
4. Establece la expresión general	El 43,3% no establece la expresión general	El 15.2% no establece la expresión general	Existió avance en la representación algebraica de la

que representa una situación	que representa una situación.	que representa una situación	función, el mejorar en la identificación de las relaciones entre variables contribuyen a avanzar en este aspecto.
5. Soluciona situaciones a partir de expresiones generales que la representen	El 43,3 % no soluciona situaciones a partir de expresiones generales que la representan.	El 13% no soluciona situaciones a partir de expresiones generales que la representen	Los aspectos anteriores al presentar avances considerables se ven reflejados en el fortalecimiento de la competencia solución de problemas, se observa como el 87% de los estudiantes están solucionando las situaciones planteadas

Conclusiones.

Finalizada la investigación se puede afirmar que los estudiantes avanzaron en el proceso de construcción del concepto de función pues se redujo el porcentaje de personas que presentan dificultad en cada uno de los indicadores. Este avance significativo se ve reflejado en el fortalecimiento de la competencia resolución de problemas, evidenciado en los resultados obtenidos al aplicar "Prueba tu saber", en la intervención 8, a través del formulario de Google y en el pos test. Se puede inferir además que la metodología empleada en el diseño de la propuesta "Construyendo el Concepto de Función", es acertada y que la estrategia de emplear situaciones del contexto cotidiano, de las ciencias, de las matemáticas apoyada del uso de las TIC, permiten alcanzar el objetivo propuesto.

Se diagnosticó el concepto de función en los estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Colegio Eustorgio Colmenares Baptista, evidenciándose en cada indicador los criterios que fundamentan la construcción de este concepto.

Se logró diseñar una propuesta didáctica para construir el concepto de función a través de solución de problemas y el uso de las TIC. El aprendizaje significativo enmarca el diseño de la propuesta "Construcción del concepto de función", las secuencias se diseñan teniendo en cuenta la evolución del concepto en la historia. Es importante hacer una buena selección de contextos y situaciones problemas que permitan lograr los objetivos de la propuesta, además se debe hacer una selección adecuada de las TIC, de tal forma que su implementación contribuyan a la construcción de conocimiento El plantear situaciones contextualizadas, gradualmente permiten a los estudiantes lograr los objetivos planteados, generan satisfacción por el trabajo realizado y lo disponen a continuar el proceso, siendo un indicador de que el diseño de las actividades es acertado.

En la implementación de la propuesta didáctica diseñada para construir el concepto de función, el papel mediador del docente contribuye al desarrollo de funciones cognitivas

para construir el concepto de función, así como para el fortalecimiento de la competencia resolución de problemas; el buen uso de la tecnología permite que el aula trascienda más allá del aula física. La implementación de la propuesta permitió fortalecer la competencia resolución de problemas. La página web Mathema, https://rutyfis10.wixsite.com/mathema se constituyó en una excelente estrategia para publicar la propuesta y llevar el aula más allá del espacio físico.

La evaluación de la propuesta didáctica para construir el concepto de función, se realizó a través de todo el proceso, realizando los ajustes necesarios que contribuyeron al logro de los objetivos. Es fundamental establecer relaciones entre variables, pues es desde allí que es posible indagar sobre lo que cambia en una situación determinada, estas relaciones se presentan en diversos contextos y pueden tener diversas formas de representación, siendo parte fundamental para resolver problemas. El fin de construir conceptos es que pueda aplicarlos para resolver problemas.

Recomendaciones

Se recomienda a partir de los resultados obtenidos en la presente investigación, se continúe implementando la propuesta didáctica "Construyendo el concepto de función", analizando diversos tipos de funciones, a partir de situaciones contextualizadas, y hacer uso didáctico de las TIC, que permiten analizar los efectos que ocasionan en las gráficas de funciones, cuando se realiza cambios de parámetros, son un apoyo didáctico que usados adecuadamente contribuyen a la construcción del conocimiento.

Es necesario que, desde los niveles de preescolar, básica primaria y secundaria se reconozcan y describan patrones, relaciones matemáticas, se explore el uso de variables, posible línea de investigación para futuros proyectos.

Referencias

Ausubel, D. (1963). Teoría del Aprendizaje Significativo. Recuperado de http://bit.ly/2tVC1dE.

Bausela Herreras, E. (2004). La docencia a través de la investigación-acción. Revista Iberoamericana De Educación, 35(1), 1-9. Recuperado a partir de https://rieoei.org/RIE/article/view/2871

Código de la Infancia y la Adolescencia, (2006). Ley 1098 del 8 de noviebre de 2006. Congreso de Colombia

Constitución de la República de Colombia, (1991). Gaceta Oficial de la República de Colombia. Autor.

Decreto 1860. (1994). Diario oficial 41.437 del 5 de agosto de 1994. Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Derechos básicos de aprendizaje. Recuperado de http://colombiaaprende.edu.co

Díaz F, Hernández G. La motivación escolar y sus efectos en el aprendizaje. En: Estrategias docentes para El Cálculo y su Enseñanza, Volumen 4, © 2013, Cinvestav-IPN, México, D.F. 14 http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/

Elliott, J. (2000). *La investigación acción en la educación.* Ediciones Morata, S.L.

en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente. *Revista Científica*, 23, 17-29. **Doi:**10.14483/udistrital.jour.RC.2015.23.a2

Estándares básicos de Matemáticas Recuperado de http://colombiaaprende.edu.co

Maquilón, E (2016) Resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC. Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Medellín, Colombia

Múnera, J, Obando, G. (2003). Las situaciones Problema como estrategia para la conceptualización matemática. Revista Educación y Pedagogía. Vol. XV, Nº. 35, pp. 185 – 199. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación.

Pabón, J (2014). Las TIC y la lúdica como herramientas facilitadoras en el aprendizaje de la matemática. Eco.Mat. 5(1): 37-48.

Pezoa R, & Morales,A (2016). El rol de la modelación en una situación que resignifica el concepto de función. Revista electrónica de investigación en educación en ciencias, 11(2), 52-63. Recuperado en 06 de mayo de 2018, de http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-66662016000200005&lng=es&tlng=es.

Plataforma virtual Ecolba. (2012-2017). Mi portal. Nuestro colegio. Recuperado de http://bit.ly/2EuUOS1

Quintero, Claudia Patricia; Cadavid, Luz Adriana (2009). *Construcción del concepto de función en estudiantes de octavo grado.* Comunicación presentada en 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (8 a 10 de octubre 2009). Pasto, Colombia.

Rey, Graciela & Boubée, Carolina & Vázquez, Patricia & Cañibano, Alejandra. (2018). Ideas para enseñar: aportes didácticos para abordar el concepto de función. Unión: revista iberoamericana de educación matemática, ISSN 1815-0640, Nº. 20, 2009, pags. 153-162.

Suárez, L & Cordero, F. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. Revista electrónica de investigación en educación en ciencias, 3(1), 51-58. Recuperado en 06 de mayo de 2018, de http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-66662008000100005&lng=es&tlng=es.

Vanegas Macías, Damaris, Escalona Fuenmayor, María, Concepciones sobre funciones matemáticas de una variable, en estudiantes del primer semestre de Ingeniería. Omnia [en linea] 2013, 19 (Enero-Abril) : [Fecha de consulta: 10 de mayo de 2018] Disponible en:<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73726911005> ISSN 1315-8856

Vargas, M (2011) El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno, Universidad Nacional de Colombia Facultad, Ciencias Bogotá, Colombia 2011

Vasco, Carlos Eduardo (2002). *El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías.* Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas (8-10 May 2002). Bogotá, Colombia. http://funes.uniandes.edu.co/10178/

Villa-Ochoa, Jhony Alexander. (2012) Razonamiento covariacional en el estudio de funciones cuadráticas. Tecné, Episteme y Didaxis: TED , (31), 9-25. Obtenido el 06 de mayo de 2018, de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142012000100002&lng=en&tlng=es.