

Fortalecimiento del pensamiento espacial a partir de los poliedros regulares bajo el modelo de van hiele en los estudiantes del grado 6 de la Institución Educativa Colegio

Águeda Gallardo De Villamizar

Carmen Aide Barrera Mantilla

aidebama09@gmail.com

Universidad Autónoma de Bucaramanga UNAB

Programa becas para la excelencia docente

Bucaramanga

2018

Strengthening of space thought from the regular polydeds under the van hiele model

In the students of grade 6 of the Institución Educativa Colegio Águeda Gallardo De

Villamizar

Resumen

El presente artículo está conformado a través de una investigación la cual tuvo como foco central el fortalecimiento del pensamiento espacial a partir de los poliedros regulares bajo el modelo de Van Hiele, lo cual se desarrolló específicamente en los estudiantes del grado 6 de la Institución Educativa Colegio Águeda Gallardo de Villamizar de Pamplona, Norte de Santander. Para tal fin se determinaron los niveles de conocimiento de los estudiantes respecto a este tema, lo que mostró serias falencias en su conceptualización y manejo, a partir de lo anterior, fueron diseñados diferentes talleres didácticos, en los que se tuvo en cuenta el diario vivir de los estudiantes, para ser aplicados, de forma didáctica y colaborativa, en el proceso de aplicación, se percibió que los estudiantes captaron de manera efectiva los conceptos cuando participaron en su construcción por medio de la experimentación, la clasificación y la demostración, dando pie a establecer lo significativo del aprendizaje adquirido. Una vez aplicados los mencionados talleres didácticos, se pudo establecer un fortalecimiento notorio del pensamiento espacial, lo cual se evidenció en la relación entre los conceptos y el contexto real de los estudiantes, en el manejo del lenguaje propio para estos temas, el trabajo en equipo y el trabajo colaborativo; aspectos de gran

relevancia en el proceso educativo, los cuales fortalecen en gran medida el clima de interacción personal al interior del aula.

Palabras clave: pensamiento espacial, talleres didácticos, experimentación, clasificación, demostración.

Abstract

The present article is made up of a research which had as central focus the strengthening of spatial thinking from the regular polyhedra under the Van Hiele model, which was developed specifically in the students of the 6th grade of the Educational Institution College Agueda Gallardo de Villamizar from Pamplona, Norte de Santander. For this purpose the levels of knowledge of the students regarding this topic were determined, which showed serious flaws in its conceptualization and management, from the above, different didactic workshops were designed, in which the daily life was taken into account of the students, to be applied, in a didactic and collaborative way, in the application process, it was perceived that the students effectively captured the concepts when they participated in its construction through experimentation, classification and demonstration, giving rise to to establish the significance of the acquired learning. Once the aforementioned didactic workshops were applied, a notorious strengthening of spatial thinking could be established, which was evidenced in the relationship between the concepts and the real context of the students, in the use of their own language for these topics, team work and collaborative work; aspects of great relevance in the educational process, which greatly strengthen the climate of personal interaction within the classroom.

Keywords: spatial thinking, didactic workshops, experimentation, classification, demonstration.

INTRODUCCION

Es un interrogante que muchos docentes nos hacemos día a día en nuestro proceso de enseñanza. En ese sentido el artículo que aquí se presenta da a conocer una experiencia de

investigación- acción que tuvo como fin fortalecer el pensamiento espacial geométrica a través de los poliedros regulares en la institución educativa Águeda Gallardo de Villamizar de Pamplona.

Se partió de las prácticas educativas, creando una alternativa que despertara una nueva mirada hacia el aprendizaje de la geometría con mayor interés y creatividad por parte de los estudiantes del grado 7, estructurada a partir de una propuesta de intervención que surge de la problemática estudiada en torno a las dificultades, y concebida como un proceso fundamental dentro del contexto educativo y más aún para el éxito del desempeño académico de los estudiantes.

Dicha problemática se hace evidente en los resultados históricos de las pruebas saber 5° y 9° y práctica de aula de la Institución Educativa Colegio Águeda Gallardo de Villamizar a través de los poliedros regulares, usando talleres educativos como estrategia didáctica, la cual nos permite abordar de manera lúdica lo teórico y práctico, teniendo como referente al modelo de razonamiento teórico de Van Hiele. En el mismo sentido el proceso de Enseñanza fue orientado por el docente en el desarrollo de las diferentes actividades propuestas en cada uno de los talleres. Los estudiantes que asimilaron la temática con mayor prontitud, se convirtieron en apoyo para los demás compañeros presentándose un trabajo colaborativo.

Finalmente, esta propuesta permite reflexionar y dar respuesta a la pregunta de investigación como propone Arboleda (2011) “ al considerar que las actividades del quehacer docente deben estar pensadas para enriquecer el mundo espacial del estudiante a través de la

percepción, dado que este confiere dimensiones al espacio, realizando actividades, pues éstas ayudan a la formación posterior de un concepto”

MARCO TEORICO

De acuerdo con el planteamiento de los objetivos de la investigación, la construcción del marco teórico exige abordar como temas principales el pensamiento espacial, los poliedros regulares y el modelo de Van Hiele,

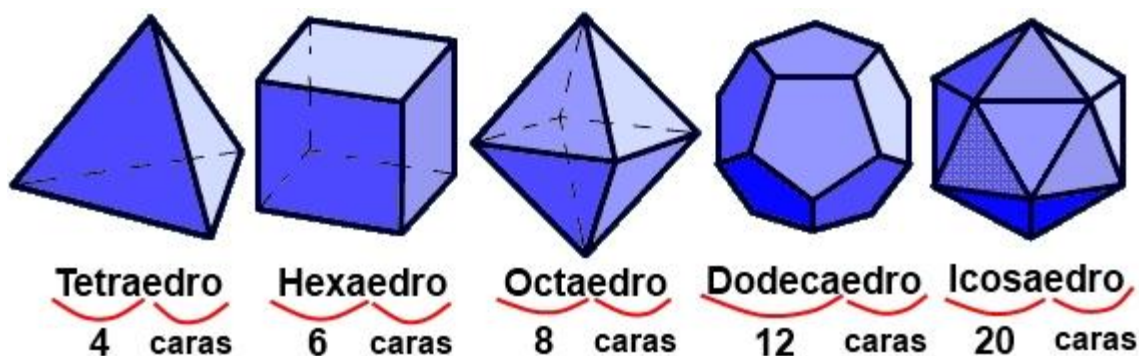
El pensamiento espacial es definido por el Ministerio de Educación Nacional MEN (2006), como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales, contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales.

Desde la perspectiva de Arboleda (2011), el pensamiento espacial es esencial para el método científico, toda vez que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial.

Poliedros Regulares.

Un poliedro regular es aquel cuyas caras son polígonos regulares iguales entre sí y en cada uno de sus vértices concurre el mismo número de caras.

Figura 1. Poliedros



Fuente: PlanCeibal, (2016)

Los prefijos "Tetra-", "Hexa-", "Octa-", "Dodeca-" e "Icosa-", que dan nombre a los cinco poliedros regulares, indican el número de polígonos (caras) que forman el cuerpo. Existen infinitos polígonos regulares pero los poliedros regulares son únicamente cinco. Se les conoce con el nombre de "sólidos platónicos" en honor a Platón (siglo IV a. de C.), pero lo cierto es que no se sabe en qué época llegaron a conocerse (PlanCeibal, 2016).

Los poliedros regulares también son conocidos como sólidos platónicos, ya que Platón los utilizaba para representar los elementos de la naturaleza: el tetraedro representaba el fuego; el cubo, la tierra; el octaedro, el aire; el dodecaedro, el universo y el icosaedro, el agua.

De la observación detenida de cada uno podemos inferir que:

Las caras de cada uno de ellos son polígonos regulares.

Todas las caras de cada uno de ellos son iguales.

En cada cara concurre el mismo número de caras en cada vértice.

Tabla 1. Poliedros regulares

Poliedros	Forma de las caras	Nro. de caras	Vértices	Aristas
tetraédros	triángulos equiláteros	4	4	6
hexaedros	Cuadrados	6	8	12
octaedros	triángulos equiláteros	8	6	12
dodecaedros	Pentágonos	12	20	30

icosaedros	triángulos equiláteros	20	12	30
------------	------------------------	----	----	----

Fuente: Edu. ar, (2016).

Entre el número de aristas y el número de caras y vértices existe una curiosa relación que se conoce con el nombre de relación de Euler. La fórmula de Euler establece que, en un poliedro convexo, el número de caras más los números de vértices es igual al número de aristas más dos. Llamando C al número de caras, V al de vértices y A al de aristas se tiene que:

$$C + V = A + 2$$

Las consecuencias más importantes del teorema de Euler son:

No puede existir un poliedro convexo con menos de seis aristas, cuatro caras y cuatro vértices.

Sólo existen cinco poliedros convexos cuyas caras sean polígonos de igual número de lados y cuyos ángulos poliedros tengan entre sí el mismo número de aristas y que son: tetraedro, octaedro, icosaedro, hexaedro y dodecaedro.

La suma de todas las caras de un poliedro convexo es igual a tantas veces cuatro rectos como el número de vértices que tiene menos dos.

Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría.

La idea básica del modelo es que el aprendizaje de la Geometría pasa por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento, que no van asociados a la edad y que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente, señala, además, que cualquier persona, y ante un nuevo contenido geométrico a aprender, “pasa por todos esos niveles y, su mayor o menor dominio de la Geometría, influirá en que lo haga más o menos rápidamente”.



https://www.google.com/search?q=modelo+de+van+hiele&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiAzy7FiaXcAhUox1kKHYgRAOQQ_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgrc

DISEÑO METODOLÓGICO

La presente investigación tiene un enfoque cualitativo, el cual es definido por Taylor y Bogdan (1987), como la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable.

Referente a la modalidad, el presente trabajo es de tipo Investigación Acción, la cual es planteada por Lewis (1944), citado por Rodríguez, Heraíz, y Prieto (2011), como una forma de investigación que puede ligar el enfoque experimental de la ciencia social con programas de acción social que respondan a los problemas sociales principales. Mediante la investigación – acción, Lewis argumentaba que se podía lograr en forma simultáneas avances teóricos y cambios sociales.

El proceso de investigación llevado a cabo se basa en los planteamientos de Rodríguez, Gil, y García (1996) y Kemmis (1989), quienes coinciden que este proceso se lleva a cabo de manera continua y permanente en cada una de sus etapas, logrando así comprender la realidad de su contexto educativo.

Los autores en mención exponen este proceso por ciclos en forma de espiral, organiza el proceso sobre dos ejes: uno estratégico, constituidos por la acción y la reflexión; y otro organizativo, constituido por la planificación y la observación. Ambas direcciones están en continua interacción. Dividido por cuatro etapas y a su vez estas etapas están organizadas por ciclos. Ciclo 1: Planificación y actuar, ciclo 2: Plantear el plan, replantear el plan comenzar de nuevo el ciclo, ciclo 3: Observación y reflexión.

PROCESO DE LA INVESTIGACIÓN

El proceso de investigación llevado a cabo se basa en los planteamientos de Rodríguez, Gil, y García (1996) y Kemmis (1989), quienes coinciden que este proceso se lleva a cabo de manera continua y permanente en cada una de sus etapas, logrando así comprender la realidad de su contexto educativo.

Los autores en mención exponen este proceso por ciclos en forma de espiral, organiza el proceso sobre dos ejes: uno estratégico, constituidos por la acción y la reflexión; y otro organizativo, constituido por la planificación y la observación. Ambas direcciones están en continua interacción. Dividido por cuatro etapas y a su vez estas etapas están organizadas por ciclos.

Ciclo 1: Planificación y actuar.

Ciclo 2: Plantear el plan, replantear el plan comenzar de nuevo el ciclo.

Ciclo 3: Observación y reflexión.

Desarrollan el proceso de la investigación cualitativa en cuatro grandes fases y en cada una de estas fases se pueden diferenciar etapas.

Fase 1 Preparatoria.

Se divide en dos etapas.

Etapas reflexivas: en esta etapa es donde el investigador toma como base su propia formación investigadora, sus conocimientos y experiencias con el fin de realizar un trabajo significativo dentro su quehacer educativo.

Etapa de diseño: en esta etapa se dedica al diseño de la investigación, a la planificación de las actividades que se ejecutan en las fases posteriores; teniendo en cuenta la reflexión hecha.

Fase 2 El trabajo de campo.

El investigador obtiene la información necesaria para producir un buen estudio cualitativo. Debe tener una buena preparación teórica sobre el objeto de estudio y metodologías de su campo de estudio en particular.

Etapa de Acceso al campo: se entiende como un proceso por el que el investigador va accediendo progresivamente a la información fundamental para su estudio. La investigación cualitativa se desarrolla básicamente en un contexto de interacción personal.

Etapa de Recogida productiva de datos: a lo largo de la segunda fase de la investigación, el investigador modifica o rediseña su trabajo.

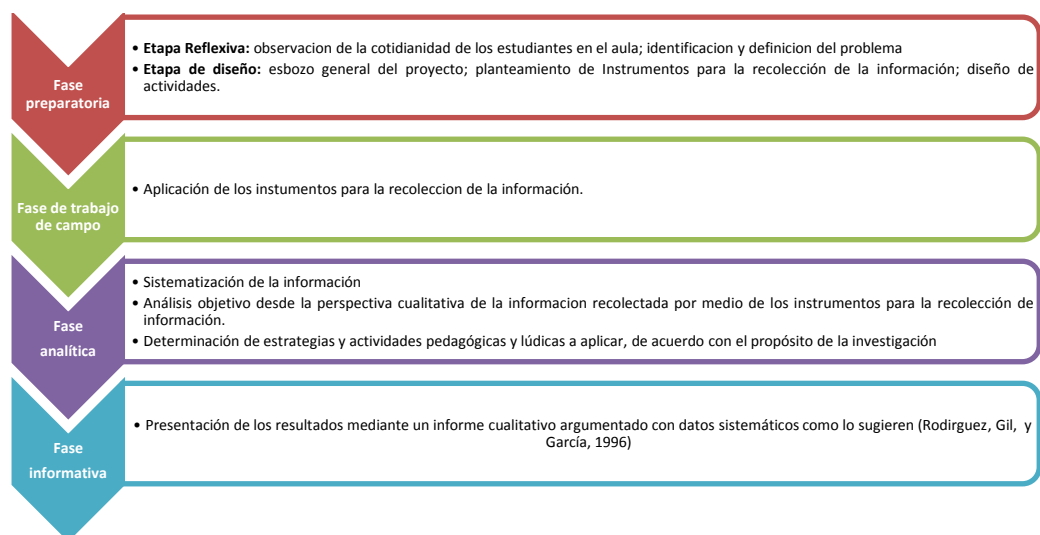
Fase 3 Fase analítica.

En esta fase se sistematizan los datos cualitativos de la investigación.

Fase 4 Fase informativa.

Esta fase es la final del proceso de investigación y termina con la presentación de los resultados. El informe cualitativo debe ser un argumento convincente presentando los datos sistemáticamente que apoye el caso del investigador Rodríguez, Gil, y García (1996).

Figura 1. Proceso de la investigación



Fuente: Elaboración propia

Categorías de análisis

A continuación, se relacionan las categorías y subcategorías que se tendrán en cuenta para el análisis de los resultados obtenidos una vez aplicada la estrategia, cabe destacar que dichas categorías fueron seleccionadas de los niveles del Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría.

Tabla 2. Categorías y subcategorías

Categoría	Subcategoría
Visualización o Reconocimiento	Descripción
	Semejanza con otros elementos
Análisis	Observación
	Experimentación
Ordenación	Clasificación
	Demostración

Fuente: Elaboración propia

Técnicas e Instrumentos para la recolección de la información

Para la recolección de información se utilizarán los siguientes instrumentos:

Instrumento 1 Diario Pedagógico.

Es un instrumento utilizado para registrar hechos que son susceptibles de ser interpretados. El Diario Pedagógico es una herramienta que permite sistematizar las experiencias para luego analizar los resultados Universidad Tecnológica de Pereira (2017). Para este caso, el Diario Pedagógico sirvió herramienta para consignar el proceso de los estudiantes y el trabajo realizado en cada una de las actividades aplicadas.

Instrumento 2 Prueba Diagnóstica.

Evaluación diagnóstica a estudiantes del grado 6 de la Institución Educativa Colegio Águeda Gallardo de Villamizar con el fin de conocer sus debilidades y fortalezas en pensamiento espacial.

Instrumento Prueba final.

Evaluación aplicada a los estudiantes en mención, donde se determinará la efectividad de los talleres aplicados.

Propuesta pedagógica

A continuación, se presentan los talleres didácticos desarrollados, las cuales estuvieron encaminados al fortalecimiento del pensamiento espacial a partir de los poliedros regulares bajo el modelo de Van Hiele en los estudiantes del grado 6 de la Institución Educativa colegio Águeda Gallardo de Villamizar

La presente propuesta pedagógica se justifica desde los planteamientos de Jiménez, (2015), quien afirma que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, pues es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas; muchas profesiones científicas y técnicas, como el dibujo técnico, la arquitectura, ingenierías o aviación requieren personas con un alto desarrollo de la inteligencia espacial.

En otras palabras, todos los procesos que permiten la construcción y manipulación de las representaciones mentales de los objetos en el espacio son posibles gracias al pensamiento espacial; además de las distintas formas de interactuar con los objetos para generar nuevas representaciones mentales.

Lo anterior permite establecer los estudiantes están inmersos a diario en situaciones que exigen análisis e interpretaciones espaciales, lo que hace necesario un trabajo desde las aulas, enfocado al desarrollo y fortalecimiento del pensamiento espacial, para lo cual se utilizó el tema de los poliedros regulares.

Tiene como objetivos:

- ❖ Desarrollar el pensamiento espacial de los estudiantes por medio de la aplicación de talleres didácticos.
- ❖ Fomentar la experimentación y la demostración en los estudiantes, por medio de los poliedros regulares.
- ❖ Fomentar el trabajo en grupo y el trabajo colaborativo al interior del aula.

Logros por desarrollar

- ❖ Mediante el desarrollo de los talleres didácticos, los estudiantes:
- ❖ Fortalecen su pensamiento espacial.
- ❖ Relacionan los poliedros regulares con elementos de su contexto.
- ❖ Experimentan y demuestran teorías y fórmulas de poliedros regulares.

- ❖ Mejoran su desempeño académico en las diversas áreas del conocimiento.
- ❖ Fortalecen su postura crítica frente a situaciones presentes en las lecturas que desarrollan.
- ❖ Estrechan las relaciones interpersonales por medio de los trabajos en grupo y el trabajo colaborativo

Metodología

- ❖ Cada taller didáctico cuenta con:
- ❖ Los objetivos que deben alcanzar los estudiantes al terminar la actividad.
- ❖ Instrucciones para la realización del trabajo.
- ❖ Ejercicios prácticos.
- ❖ Preguntas relacionadas con el tema.
- ❖ Ejemplos

Fundamento pedagógico.

El pensamiento espacial es una facultad del individuo que le permite reconocer y reconocerse en una ubicación determinada mediante la elaboración lingüística que hace en su cabeza de ese determinado espacio u objeto con relación y en relación a sí mismo y a aquello que lo rodea. En otras palabras, el pensamiento espacial es la conciencia misma de la existencia para un individuo en un determinado plano de la realidad.

Sin esta percepción el individuo deambula sin tener capacidad para distinguir el norte del sur. De esta manera, en el proceso de comprensión y adaptación a un entorno en particular y al mundo físico en general, el ser humano desarrolla y utiliza unas habilidades propias del pensamiento espacial, que le permiten acomodaciones y procesos de aprendizaje a lo largo de su vida, con el espacio que le rodea y los objetos con que interactúa.

El concepto más específico del pensamiento espacial también puede ser abordado desde diferentes perspectivas, especialmente desde las matemáticas, pero y sobre todo, más concretamente desde la geometría, ya que es ésta la ciencia que por definición estudia las propiedades de los sólidos en el espacio tridimensional. Es decir, sistematiza los

conocimientos espaciales Jiménez (2015)El pensamiento espacial es una facultad del individuo que le permite reconocer y reconocerse en una ubicación determinada mediante la elaboración lingüística que hace en su cabeza de ese determinado espacio u objeto con relación y en relación a sí mismo y a aquello que lo rodea. En otras palabras, el pensamiento espacial es la conciencia misma de la existencia para un individuo en un determinado plano de la realidad.

Sin esta percepción el individuo deambula sin tener capacidad para distinguir el norte del sur. De esta manera, en el proceso de comprensión y adaptación a un entorno en particular y al mundo físico en general, el ser humano desarrolla y utiliza unas habilidades propias del pensamiento espacial, que le permiten acomodaciones y procesos de aprendizaje a lo largo de su vida, con el espacio que le rodea y los objetos con que interactúa.

El concepto más específico del pensamiento espacial también puede ser abordado desde diferentes perspectivas, especialmente desde las matemáticas, pero y sobre todo, más concretamente desde la geometría, ya que es ésta la ciencia que por definición estudia las propiedades de los sólidos en el espacio tridimensional. Es decir, sistematiza los conocimientos espaciales Jiménez (2015).

Resultados

Los resultados que se presentan a continuación serán divididos, según la realización de los mismos, entonces, como primera parte, se encuentran los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica, donde llama la atención los estudiantes provenientes de la República de Venezuela, por el bajo rendimiento académico que han tenido, también uno de ellos tiene edad mayor con respecto a sus compañeros, así mismos estudiantes que reprobaron el año y en la interacción diaria he podido percibir que están desmotivados por dificultades familiares o económicas, unos vienen de abandono por parte de alguno de sus padres situación que los afecta en lo emocional y lo académico.

Para la formulación del diagnóstico se presentaron varias dificultades, inicialmente en la temática a desarrollar puesto que se quiere llegar a un buen nivel de pensamiento geométrico-espacial que es lo que evalúan las pruebas externas, ya que se ha venido presentando baja intensidad horaria en geometría y por lo tanto sus bases son pocas.

Teniendo en cuenta el contexto y las situaciones académicas, sociales de los estudiantes, mi docente orientador me sugirió hacer la propuesta desde el modelo de razonamiento teórico de Van Hiele a través de los poliedros regulares y así los estudiantes lograr progresivamente el desarrollar habilidades y alcanzar el nivel deseado.

Los saberes previos se convierten en un inconveniente teniendo en cuenta que son importantes para desarrollar los ejes temáticos planteados a desplegar en mi propuesta de intervención pedagógica. Cabe destacar que la intensidad horaria en nuestra institución en la asignatura de geometría es casi nula, existe dificultad para reconocer y diferenciar los polígonos regulares, sus componentes, relaciones entre ellos etc. Falta habilidad para reconocer un objeto en diferentes posiciones Al presentar estas falencias es evidente que el grado de dificultad en los poliedros regulares es mayor puesto que los polígonos son los elementos esenciales de los mismos, al igual que los componentes.

Por lo anterior, los resultados evidencian que se le dificulta describir figuras por su falta de conocimientos geométricos básicos, es evidente que presenta falencias en las clasificaciones lógicas, pues al hacer razonamiento es notorio la ausencia de la teoría geométrica que permita lograr los objetivos planteados en mi propuesta.

A continuación, se presenta el resultado de cada una de las intervenciones realizadas con los estudiantes. Es importante anotar que el análisis realizado se hizo de acuerdo con las categorías y subcategorías planteadas, se puede asegurar que la estrategia basada en la aplicación de talleres rindió los frutos esperados, toda vez que los estudiantes lograron una amplia comprensión de los poliedros, así como se relación y aplicación con la vida real de estos; lo cual se constituyó en el termómetro de la efectividad de la misma.

De la misma manera, es procedente mencionar que el pensamiento espacial y las mismas categorías tenidas en cuenta en el trabajo directo con los estudiantes, han de ser de gran utilidad en el desarrollo de otras asignaturas, lo cual ha de redundar en un mejor desempeño académico de estos.

En cuanto a la evaluación final, se evidenció mejoramiento en el desempeño por parte de la mayoría de los estudiantes en relación con el contexto, el pre-saber y lo dado en la propuesta.

Estos niveles que presentan Van Hiele permiten desarrollar el pensamiento espacial geométrico de manera progresiva y de forma creativa despertando el aprendizaje en el estudiante.

Los niveles trabajados y evaluados en este nivel fueron muy significativos para el fortalecimiento como paso a paso para llegar al pensamiento espacial geométrico, en este nivel se evaluó en el estudiante los poliedros regulares y la formulación de juicios respecto a los ejes temáticos que permitieron fortalecer el pensamiento espacial geométrico dado con los niveles propuestos en el modelo teórico de Van Hiele

Conclusiones

Se fortaleció el pensamiento espacial geométrico y los niveles de competencias matemáticas a partir de los poliedros regulares bajo el modelo de Van Hiele, en estudiantes de grado 6° de la Institución Educativa Colegio Águeda Gallardo de Villamizar, a lo cual se llegó mediante un proceso metodológico que inició con un diagnóstico que permitió establecer su nivel de desarrollo del pensamiento espacial geométrico y los niveles de competencias matemáticas.

Dicho nivel registro falencias notorias respecto a los conceptos geométricos básicos, la dificultad de relacionar los diferentes poliedros con el contexto, realizar experimentaciones sencillas y ordenar debidamente la información.

De acuerdo con lo anterior, se procedió a diseñar una serie de talleres didácticos, los cuales tuvieron como prioridad el fortalecimiento del pensamiento espacial geométrico y los niveles de competencias matemáticas.

Una vez diseñados los talleres pedagógicos se llevó a cabo su aplicación con los estudiantes mencionados, de lo cual cabe destacar los siguientes aspectos:

Trabajo en grupo.

Trabajo colaborativo.

Asesoría y seguimiento permanente por parte de la docente investigadora.

Fortalecimiento progresivo del pensamiento espacial geométrico y los niveles de competencias matemáticas.

Una vez aplicados los talleres didácticos, se procedió a evaluar su efectividad, de lo cual es procedente mencionar los siguientes aspectos:

Despertaron el interés de los estudiantes por su metodología enfocada al manejo de temas comunes y habituales del diario vivir.

Fomentaron el trabajo en grupo, toda vez que algunas actividades fueron desarrolladas en equipo, lo cual favoreció en gran medida las relaciones interpersonales de los estudiantes

Desarrollaron el trabajo colaborativo, pues se realizaron actividades donde los estudiantes que comprendían el tema se lo explicaban y lo desarrollaban con compañeros que aún no lo tenían claro.

Promovieron la experimentación, lo cual se evidenció en la fabricación, con diferentes materiales, de poliedros, los cuales les sirvió para poder entender y definir conceptos claves en cada uno de los temas abordados.

Bibliografía

- Acosta, M. E., Mejia, C., y Rodríguez, C. W. (2011). Resolución de problemas por medio de matemática experimental: uso de software de geometría dinámica para la construcción de un lugar geométrico. *Integración Escuela dWDe Matemáticas*, 29(2), 163–174.
- Arboleda, A. (8 de Octubre de 2011). *Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los sólidos regulares mediante el modelo de Van Hiele, con los estudiantes de 6° grado del colegio San José de la comunidad marista*. Recuperado el 23 de Enero de 2018, de <http://funes.uniandes.edu.co/2620/1/AlonsoDesarrolloAsocolme2011.pdf>
- Arboleda, A. A. (2011). *Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los sólidos regulares mediante el modelo de Van Hiele, con los estudiantes de 6° grado del colegio San José de la comunidad marista*. Armenia: Universidad del Quindío.
- Báez, R., y Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL “El Mácaro”. Rubio: UPEL.
- Bausela, E. (2001). La docencia a través de la investigación-acción. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1.
- Cáceres, B. G. (2017). *El aprendizaje de las traslaciones en el plano en el marco del modelo de Van Hiele mediado por el uso de Geogebra, en estudiantes de séptimo grado del Centro Educativo Rural Sucre de Mutiscua, 2017*”. Maestría en Educación, Universidad Autónoma de Bucarmanga, Bucarmanga.
- Catiblanco, A., Urquina, H., y Camargo, L. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Bogotá: Enlace Editores Ltda.

Congreso de la República. (8 de Febrero de 1994). *Ley 115*. Recuperado el 13 de Enero de 2018, de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

Corte Constitucional. (2016). *Constitución Política de Colombia de 1991. Actualizada con los actos legislativos a 2016*. Recuperado el 12 de Enero de 2018, de <http://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion%20politica%20de%20Colombia.pdf>

Cueva, P. G., y Mallqui, S. R. (2014). *Uso del software educativo pipo en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del quinto grado de primaria de la i.e. “juvenal soto causso” de rahuapampa – 2013*. Perú: Universidad Católica Sedes Sapientiae.

D'Amore, B., Fandiño, M., y Godino, J. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá: Magisterio.

edu. ar. (2016). *Poliedros regulares*. Recuperado el 23 de Enero de 2018, de <http://www.sceu.frba.utn.edu.ar/dav/archivo/homovidens/amidei-ferreyra/proyecto%20final/poliedrosregulares.html>

Fernández, M. F. (2016). *artículo “Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de van hiele y su relación con los estilos de aprendizaje*. Cartagena: Universidad de Cordoba.

Fouz, F. (2005). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. Recuperado el 27 de Enero de 2018, de <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>

Gualdrón, y Gutiérrez. (2007). *Una aproximación a los descriptores de los niveles de razonamiento de Van Hiele para la semejanza*. Recuperado el 15 de Enero de 2018, de <http://funes.uniandes.edu.co/1275/>

- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3- dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *EMA. Vol 3*, 193-220.
- Institución Educativa Águeda Gallardo de Villamizar. (2016). *Resignificación del Proyecto Educativo Institucional*. Pamplona.
- Jones, K. (2002). Problemas en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Londres: RoutledgeFalmer.
- Maldonado. (2013). *Enseñanza de las simetrías con uso de geogebra según el modelo de Van Hiele*. Chile: Universidad de Chile.
- Mamm, C., y Villani, V. (1998). Perspectivas de los docentes de geometría para el siglo XXI. Dordrecht: Kluwer.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias* . Recuperado el 22 de Enero de 2018, de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- MEN. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Recuperado el 23 de Enero de 2018, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf
- PlanCeibal. (2016). *Poliedros regulares*. Recuperado el 23 de Enero de 2018, de http://rea.ceibal.edu.uy/UserFiles//P0001/ODEA/ORIGINAL/111213_poliedros.elp/poliedros_regulares.html
- Rodríguez, G., Gil, J., y García, E. (1996). *Procesos y fases de la investigación cualitativa*. España: Algibe.

Rodríguez, S., Heraíz, N., y Prieto, M. (2011). *Investigación Accion*. Recuperado el 23 de Enero de 2018, de [https://www.uam.es/ personal_pdi/stmaria/jmurillo/ InvestigacionEE/ Presentaciones/Curso_10/Inv_accion_trabajo.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/ Presentaciones/Curso_10/Inv_accion_trabajo.pdf)

Saavedra, P. A. (2013). *Diseño de un software educativo para el aprendizaje de funciones matemáticas en la institución educativa de Rozo-Palmira,*. Palmira - Valle: Universidad Nacional de Colombia.

Taylor, S., y Bogdan, R. (1987). Introducción a los métodos cualitativos de investigación. En S. Taylor, y R. Bogdan, *Introducción a los métodos cualitativos de investigación* (págs. 19-20). Barcelona: Paidós.

Universidad Tecnológica de Pereira. (2017). *Diario de Campo*. Recuperado el 14 de Enero de 2018, de <https://instrumentos-investigacion.wikispaces.com/4.+Diario+de+Campo>

Urrutia, y Carrascal. (2016). *Comprensión de las razones trigonométricas en el marco del modelo de Van Hiele*. Medellín: universidad de Antioquia.

Vargas, y Araya. (2013). La enseñanza del teorema de pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del geogebra, según el modelo de van hiele. *UNICIENCIA*, 95-118.

Vargas, V. G., y Gamboa, A. R. (Enero - Junio de 2013). La enseñanza del teorema de pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del Geogebra, según el modelo de Van Hiele. *UNICIENCIA*, 27(1), 74-94.