

TRES PERSPECTIVAS SOBRE EL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL AREA DE MATEMÁTICAS¹

THREE PERSPECTIVES ON THE PROBLEM SOLVING PROCESS FOR THE MATHEMATICS AREA

TRÊS PERSPECTIVAS SOBRE O PROCESSO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA A ÁREA DE MATEMÁTICA

Omar Javier Alvarado Ortiz²

Hermes Figueroa Aparicio³

Resumen

El proceso de resolución de problemas es una necesidad dentro del currículo del área de matemáticas para fortalecer la competencia matemática en la práctica (pensamiento y acción matemática), dado que este proceso, involucra a todos los procesos matemáticos, en sus diferentes etapas para resolver un problema contextualizado efectivamente. La investigación desarrollada por Alvarado(2018) tiene un enfoque hacia la resolución de problemas, su objetivo es fortalecer el pensamiento aleatorio y sistemas de datos a través de una estrategia didáctica orientada a la resolución de problemas y soportada por TIC para esto inicialmente se realizó una revisión teórica sobre el proceso de resolución de problemas, desde tres perspectivas: la del ministerio de educación nacional, la de la prueba PISA y una perspectiva propuesta por el autor de esta investigación, dichas perspectivas son objeto de estudio para este artículo.

¹ Este artículo se derivó del trabajo de investigación de maestría *Fortalecimiento del Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos a través de una estrategia Didáctica orientada a la resolución de problemas y soportada por TIC para Estudiantes del Grado Décimo uno de la Institución Educativa Gonzalo Jiménez Navas de la ciudad de Floridablanca*, Santander Colombia desarrollada en la Universidad Autónoma de Bucaramanga-UNAB.

² Maestrante: Universidad Autónoma de Bucaramanga, Bucaramanga-Colombia. Miembro del grupo de investigación Educación y Lenguaje de la Universidad Autónoma de Bucaramanga. Docente de Matemáticas de la I.E. Gonzalo Jiménez Navas, Floridablanca-Colombia. Contacto: omarjalvarado@gmail.com

³ Docente de Matemáticas Educación media Institución Educativa Gonzalo Jiménez Navas, Magister en Educación con mención en Pedagogía: Universidad Wiener, Lima, Perú.
Licenciado en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga-Colombia.
Contacto: herfigue2005@gmail.com

Es una investigación cualitativa con un enfoque metodológico de investigación acción, planteado por Carr & Kemmis (1990) como un proceso cíclico que sigue los siguientes pasos: planificación, acción, observación y reflexión, para mejorar la práctica educativa, permitiendo el dialogo entre participantes. La perspectiva de PISA concibe un proceso de resolución de problemas que contiene todos los procesos matemáticos, estructurando un modelo de competencia matemática en la práctica. El MEN, determina estándares básicos de competencia, (como resultados mínimos deseados), derechos básicos de aprendizaje (como aprendizajes estructurantes), sin definir claramente una estructura para el proceso de resolución de problemas que contenga otros procesos matemáticos. Finalmente se proponen aspectos importantes para el proceso de resolución de problemas.

Palabras claves: Procesos matemáticos, Proceso de resolución de problemas, Pensamiento aleatorio y sistemas de datos, PISA, Competencia matemática.

Abstract

The process of solving problems is a necessity within the curriculum of the area of mathematics to strengthen mathematical competence in practice (mathematical thinking and action), since this process involves all mathematical processes, in their different stages to solve a problem contextualized effectively. The research developed by Alvarado (2018) has a focus on solving problems, its objective is to strengthen random thinking and data systems through a didactic strategy oriented to problem solving and supported by ICT. Theoretical review of the problem solving process, from three perspectives: the national education ministry, the PISA test and a perspective proposed by the author of this research, these perspectives are the object of study for this article.

It is a qualitative research with a methodological approach to action research, proposed by Carr & Kemmis (1990) as a cyclical process that follows the following steps: planning, action, observation and reflection, to improve the educational practice, allowing dialogue between participants.

The PISA perspective conceives a process of solving problems that contains all the mathematical processes, structuring a model of mathematical competence in practice. The MEN, determines basic standards of competence, (as minimum desired results), basic learning rights (such as structuring learning), without clearly defining a structure for the problem solving process that contains other mathematical processes. Finally, important aspects for the problem solving process are proposed.

Keywords: Mathematical processes, Problem solving process, Random thinking and data systems, PISA, Mathematical competence.

Resumo

O processo de resolução de problemas é uma necessidade dentro do currículo da área de matemática para fortalecer a competência matemática na prática (pensamento e ação matemáticos), uma vez que este processo envolve todos os processos matemáticos, em suas diferentes etapas para resolver um problema. problema contextualizado de forma eficaz. A pesquisa desenvolvida por Alvarado (2018) tem foco na resolução de problemas, tem como objetivo fortalecer o pensamento aleatório e os sistemas de dados por meio de uma estratégia didática voltada para a resolução de problemas e apoiada pelas TIC. Revisão teórica do processo de resolução de problemas, a partir de três perspectivas: o ministério da educação nacional, o teste do PISA e uma perspectiva proposta pelo autor desta pesquisa, essas perspectivas são objeto de estudo para este artigo.

É uma pesquisa qualitativa com abordagem metodológica da pesquisa-ação, criado por Carr & Kemmis (1990) como um processo cíclico que segue estas etapas: planejamento, ação, observação e reflexão, para melhorar a prática educativa, permitindo o diálogo entre os participantes.

A perspectiva do PISA concebe um processo de resolução de problemas que contém todos os processos matemáticos, estruturando um modelo de competência matemática na prática. O MEN determina padrões básicos de competência (como resultados mínimos desejados), direitos básicos de aprendizagem (como estruturar aprendizado), sem definir claramente uma estrutura para o processo de solução de problemas que contenha outros processos matemáticos. Finalmente, aspectos importantes para o processo de resolução de problemas são propostos.

Palavras-chave: Processos matemáticos, Processo de resolução de problemas, Pensamento aleatório e sistemas de dados, PISA, Competências matemáticas.

Introducción:

El proceso de resolución de problemas para el área de matemáticas es un tema relevante de investigación dado que diferentes países han buscado mejorar sus diseños curriculares correspondientes a esta área con el fin de ofrecer una formación que permita a sus ciudadanos utilizar sus conocimientos matemáticos para afrontar y solucionar problemas de su vida personal, social, laboral o de investigación científica.

Con este propósito se han construido gran parte de las propuestas curriculares y de las investigaciones latinoamericanas con un enfoque por competencias.

Sin embargo, sus bases teóricas, propósitos centrales y metodologías para promover las competencias en el aula de clase tienen diferentes orientaciones.

Según un documento publicado por el MEN, denominado **Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2)** y de las **Mallas de Aprendizaje** para el Área de **Matemáticas(2016)** un número significativo de investigaciones y programas curriculares internacionales han tomado las ideas de competencias presentadas por: **PISA (2012)**, la **teoría de la complejidad** propuesta por Edgar Morín desde 1963, o a partir del **proyecto Zero** planteado por Perkins, Gardner y Goodman a partir de 1967 en la universidad de Harvard.

Para Colombia, aunque los lineamientos curriculares (MEN, 1998) no explican la noción de competencia Matemática, si se introdujo una visión de las matemáticas escolares centrada en el desarrollo del pensamiento a través de procesos y contextos. El ministerio de educación Nacional ha establecido que el proceso de resolución de problemas debe ser el eje central del currículo de matemáticas y como tal debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática, resaltando el rol funcional de las matemáticas, es decir, unas matemáticas que dan cuenta de sus aportes a la construcción de ciencia y resolución de problemas de la sociedad. Aunque se reconoce la importancia de concebir un proceso de resolución de problemas donde se articulen conocimientos básicos, procesos matemáticos y contextos, esta intencionalidad no se concreta en una estructuración para el proceso de resolución de problemas, que contenga dichas características. Para constituir esta idea, los Estándares Básicos de competencia (MEN, 2006) introdujeron la noción de “ser matemáticamente competente” con la cual se vinculan procesos y contextos propios de la actividad matemática, aunque tampoco presenta una estructura para el proceso de resolución de problemas en donde interactúen y se articulen procesos matemáticos, pensamientos y contextos que permitan dinamizar el proceso de resolución de problemas. Posteriormente se presentan los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016), con el propósito de promover una enseñanza y un aprendizaje de las matemáticas en la que los conocimientos, los procesos y los contextos se desarrollen de manera articulada. Más específicamente en la segunda versión de los

Derechos básicos de aprendizaje se presenta una estructura en la que cada DBA demarca líneas de progresión que sugieren, por un lado, estructurar los planes de estudio a la luz de unos conocimientos fundamentales en cada uno de los tipos de pensamiento matemático, y por otro lado, ilustrar la complejidad con la cual se propone desarrollar esos conocimientos articulados a los procesos desde el nivel de Educación Básica Primaria hasta un nivel de Educación Media.

La población objeto de estudio está conformada por 115 estudiantes de grado de décimo (Año 2017), de los cuales se seleccionó una muestra no aleatoria, por conveniencia de estudiantes del grado 10-1 (13 hombres y 14 mujeres) matriculados para el año lectivo 2017, para un total de 27 estudiantes, y que para el año 2018 se encuentran en el grupo 11-1.

Teniendo en cuenta las referencias anteriores, la justificación de realizar esta revisión teórica para la institución Educativa Gonzalo Jiménez Navas consiste en que los resultados de las pruebas saber para grado 9 (Año 2016), muestran que el 62% de los estudiantes de la población objeto de estudio no contestó correctamente las preguntas correspondientes a la competencia de resolución de problemas. Para describir diferentes perspectivas sobre el proceso de resolución de problemas se tuvieron en cuenta la perspectiva de la prueba PISA (2012), la perspectiva del ministerio de Educación Nacional (1998-2006-2016) y la perspectiva de autores de esta investigación (2018) teniendo en cuenta referencias como Polya (1965), Schoenfeld (1985), Boscán y Klever (2012), Iriarte (2011) y Frola (2011).

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

El término resolución de problemas tiene varios significados en diferentes países e incluso dentro del mismo país pueden existir varias concepciones. Para este estudio se tuvo en cuenta la resolución de problemas con un enfoque por procesos, considerando diferentes concepciones sobre el proceso de resolución de problemas, encontradas durante la realización de esta investigación.

Para describir esta panorámica sobre el proceso de resolución de problemas, se tienen en cuenta tres perspectivas, la perspectiva del ministerio de educación Nacional, la perspectiva de las pruebas PISA (2012) y la perspectiva de la investigación realizada teniendo como referencia autores como Polya (1965), Boscan y Klever (2012), Iriarte (2011), Schoenfeld (1985) y Frola (2011) .

PERSPECTIVA DEL MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL (MEN)

“Desde finales de la década de los años 90 en diferentes países se gestaron propuestas y orientaciones curriculares para el área de Matemáticas. En Colombia se focalizó el currículo en el desarrollo del pensamiento matemático promoviendo la articulación de diversidad de contextos, procesos y conocimientos básicos. Estas orientaciones abrieron el camino para que a comienzos del presente siglo se introdujera la noción de competencia por la vía de la evaluación nacional estandarizada de los aprendizajes. A partir de allí, el debate por la evaluación y la enseñanza orientada a las competencias ha estado latente.”

MEN (2016)

Partiendo desde la perspectiva del ministerio de educación nacional, teniendo en cuenta los lineamientos curriculares (1998) y estándares básicos de competencia (2006), que tienen como finalidad desarrollar el pensamiento matemático, se establecen cinco procesos matemáticos generales que son: **la formulación, tratamiento y resolución de problemas**, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. Dentro de estos procesos el MEN (1998) en el documento de lineamientos curriculares reconoce como un proceso general “**la resolución y el planteamiento de problemas**”, afirmando la importancia que se le da a este elemento como parte integral del aprendizaje de las matemáticas. Igualmente, lo ratifica en la formulación de los Estándares Básicos de Competencias (EBC) como “**un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica**” (MEN, 2006, p.52). De manera que establece que la resolución de problemas “puede llegar a ser” el eje central de la planeación curricular.

En concordancia con lo anterior en los lineamientos curriculares (1998) establece que:

“En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, deberá permearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos.

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.” (p.52)

Es así como desde la perspectiva del ministerio de educación nacional, un contexto adecuado para acercarse al conocimiento matemático en la escuela, consiste en realizar un acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias, porque según Guzmán citado por MEN (1998) **“es la forma más propicia para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas”**. (p.24)

Según Guzmán, citado por MEN (1998) manifiesta que los problemas no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, es conveniente que sean utilizados como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje, evitando una metodología tradicional con Matemáticas abstractas y descontextualizadas. (p.24)

Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en las que los estudiantes puedan explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos, según Guzmán citado por MEN (1998), plantea lo siguiente:

“La enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se trata de considerar como lo más importante: – que el alumno manipule los objetos matemáticos; – que active su propia capacidad mental; – que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente; – que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental; – que adquiera confianza en sí mismo; – que se divierta con su propia actividad mental; – que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana; – que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia” (p.25)

A nivel internacional respecto al proceso de resolución de problemas matemáticos, encontramos que según The National Council of Teachers of Mathematics (NTCM, 1989) citado en lineamientos curriculares MEN (1998) las investigaciones que han reconocido la resolución de problemas como una actividad muy importante para aprender matemáticas, proponen considerar en el currículo escolar de matemáticas aspectos como los siguientes:

- 1 Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.
- 2 Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.
- 3 Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original.
- 4 Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas.
- 5 Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas (NCTM, 1989: 71).

Y afirma que el reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, entre las cuales se encuentran las de Polya y Schoenfeld describiéndolas brevemente en lineamientos curriculares (MEN, 1998, p, 53-54)

Ahora bien, entendiendo proceso como un conjunto de elementos interrelacionados de manera ordenada y conveniente para producir un resultado, se hace necesario, realizar una descripción con un enfoque por procesos para la resolución de problemas de manera que tenga en cuenta la interacción entre diferentes procesos matemáticos descritos por el MEN (1998) en su conjunto para darle un carácter de funcionalidad y aplicación práctica a la resolución de un problema.



Figura 1 Procesos matemáticos generales.

Fuente: <https://slideplayer.es/slide/1493389/>

Para cada proceso matemático se observa un marco teórico, una descripción detallada y algunas situaciones que ejemplifican su aplicación, sin embargo, dado que los estándares básicos de competencia MEN(2006) establecen que: **“el proceso de formular y resolver problemas involucra todos los demás con distinta intensidad en sus diferentes momentos”**(p.52) , no se evidencia una adecuada estructuración con un enfoque por procesos para la resolución de problemas, de manera que permita dinamizar con un enfoque práctico, sus etapas, describiendo la interacción entre dichos procesos matemáticos y una adecuada relación entre sus elementos.

A continuación, se presentan tres aspectos a revisar desde la perspectiva del ministerio de educación nacional sobre el proceso de resolución de problemas:

Un primer aspecto se relaciona con las diferentes formas de representación utilizadas en lineamientos curriculares del MEN (1998) para el área de Matemáticas, en la Figura 2 (Modelo de interacción entre procesos conocimientos básicos y contexto basado en las dimensiones de un cubo) , se observa una representación de un cubo y en sus diferentes caras se mencionan procesos matemáticos, conocimientos básicos y contexto, sin que exista una articulación que represente claramente la estructuración de un proceso matemático orientado hacia la resolución de problemas, sus etapas y como pueden integrarse dichos procesos, para llevar a cabo desde un punto de vista práctico un adecuado proceso de resolución de problemas.

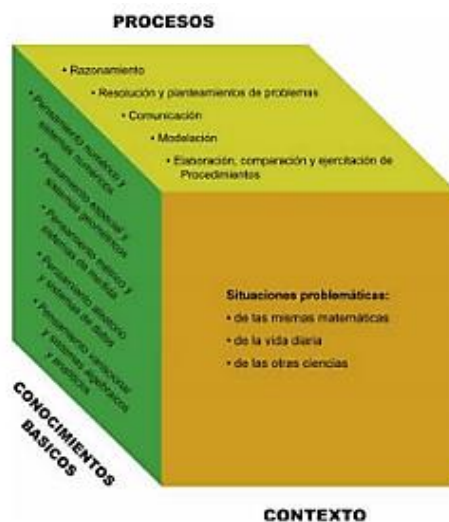


Figura 2 Modelo de interacción entre procesos, conocimientos básicos y contexto basado en las dimensiones de un cubo.

Fuente: Lineamientos curriculares MEN (1998, p. 20)

Cabe preguntarse a partir de la observación de esta representación tridimensional, como la presentada en la figura 2, ¿un estudiante o un docente puede interpretar el significado de una intersección tridimensional, entre procesos, conocimientos básicos y contexto, con un propósito de aplicación práctica para la resolución de un problema?

En otras palabras, puede interrogarse sobre si dichas concepciones y representaciones gráficas ¿podrán servirle de guía a un estudiante para la realización de un proceso de resolución de un problema, aplicando la competencia matemática con sentido práctico? Estos esquemas son representaciones abstractas que no tienen un diseño con el carácter de la funcionalidad de un proceso, es decir un conjunto de elementos interrelacionados que producen un resultado.

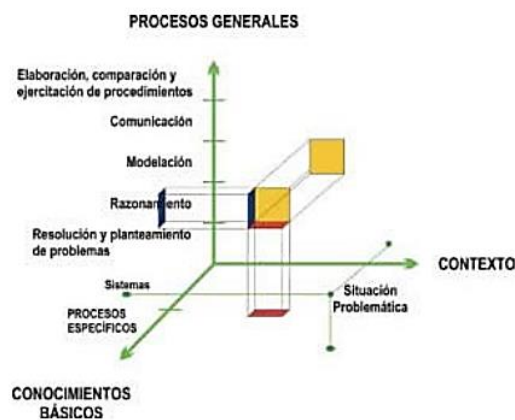


Figura 3 Modelo de interacción entre procesos, conocimientos básicos y contexto representado a través de tres ejes de un espacio tridimensional.

Fuente: Lineamientos curriculares MEN (1998, p.21)

Estos esquemas utilizados en los lineamientos curriculares de Matemáticas como la Figura 3 son representaciones matemáticas tridimensionales de unos elementos que están relacionados, pero no aclaran como funciona un proceso de resolución de problemas y como se interrelaciona un proceso con otro, para que se concrete la afirmación realizada en estándares básicos de competencia (EBC) donde se declara que **“el proceso de formular y resolver problemas involucra todos los demás con distinta intensidad en sus diferentes momentos”**(p.52)

Esta panorámica de la interacción entre procesos generales, conocimientos y contexto, se presenta desde una perspectiva de abstracción matemática, con procesos desarticulados, extensos y sin un propósito en común. (Obsérvese otras representaciones utilizadas en lineamientos curriculares MEN 1998, p.21-22) A partir de la descripción de procesos matemáticos generales en los lineamientos curriculares (MEN 1998, p.51-82) cada proceso matemático hace referencia a la resolución de problemas, sin proponer una estructuración por procesos que describa como es su interacción con otros procesos matemáticos para que el proceso de resolución de problemas sea realmente el eje central de la planeación curricular de matemáticas.

Por otra parte, recurriendo a un estudio más reciente en el Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas, publicado por el MEN (2016), en el cual se realiza un análisis del currículo utilizado para el área de matemáticas desde diferentes perspectivas internacionales con el fin de enriquecer, comparar, y generar debate para la construcción, mejoramiento y optimización del currículo colombiano acorde a las necesidades de la sociedad moderna, se identifica un **segundo aspecto** importante para esta revisión esta

relacionado con una de las principales conclusiones halladas a partir de dicho análisis de currículos en países como México (2011), Chile (2011), República Dominicana (2014) y Costa Rica (2013) donde se han adelantado reformas curriculares y discusiones semejantes, dicha conclusión afirma que: parece haber cierto consenso frente a la necesidad de que las matemáticas escolares reconozcan su rol en la sociedad, entre ellos, en la resolución de problemas (cotidianos, sociales, reales, etc.).

Conforme se menciona anteriormente, de acuerdo a esta perspectiva (MEN 2016) se procura que la educación asuma el compromiso de formar ciudadanos capaces de utilizar sus conocimientos en la solución de los problemas que encontrarán en su vida personal, social y laboral. Esta premisa es uno de los asuntos en los que se cimientan gran parte de las propuestas curriculares y de las investigaciones latinoamericanas que se han enfocado en el desarrollo de competencias.

Un tercer aspecto tiene que ver con ser matemáticamente competente. Los EBC de matemáticas del MEN (2006) asumen las competencias como “...un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (p. 49); apoyados en esta idea, la propuesta sobre ser matemáticamente competente busca avanzar hacia una idea de competencia que enfatice la utilidad que tienen las matemáticas en las prácticas sociales cotidianas.

En los términos anteriores, la acepción ‘ser matemáticamente competente’ presupone centrar la atención en la actividad matemática de los estudiantes, y a su disposición positiva para usar las matemáticas en variedad de situaciones en las que éstas son la base para la toma de decisiones informadas. (MEN, 1998; 2006). Así entonces, ser matemáticamente competente se relaciona con la utilización de sus conocimientos y la selección de estrategias más adecuadas de forma eficiente y eficaz en un proceso de resolución de problemas de matemáticas. En los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) se declara el sentido de ‘ser matemáticamente competente’, pero no se desarrolla tal sentido, sin embargo, en la versión 2 de los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) se explicitan algunos elementos, tomados de los EBC en Matemáticas, con la intencionalidad de dar forma al sentido de ‘ser matemáticamente competente’, aunque es conveniente aclarar que los DBA no son en sí, una propuesta curricular.

Según el documento de Fundamentación de los derechos básicos de aprendizaje (V2) y de las mallas curriculares para el área de Matemáticas (2016), establece que se asume la actividad matemática de resolución de problemas como un macro-proceso alrededor del cual se articulan, desarrollan y estructuran los otros procesos del ser matemáticamente competente mencionados en los E B C en

Matemáticas (MEN, 2006): la modelación, la comunicación, el razonamiento, la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. De acuerdo con lo anterior, al ser matemáticamente competente confluyen los objetos de conocimiento, los contextos y usos de las matemáticas, y los procesos de pensamiento matemático hacia la finalidad de que el estudiante alcance los Estándares básicos de competencia, tal como se observa en la figura 4

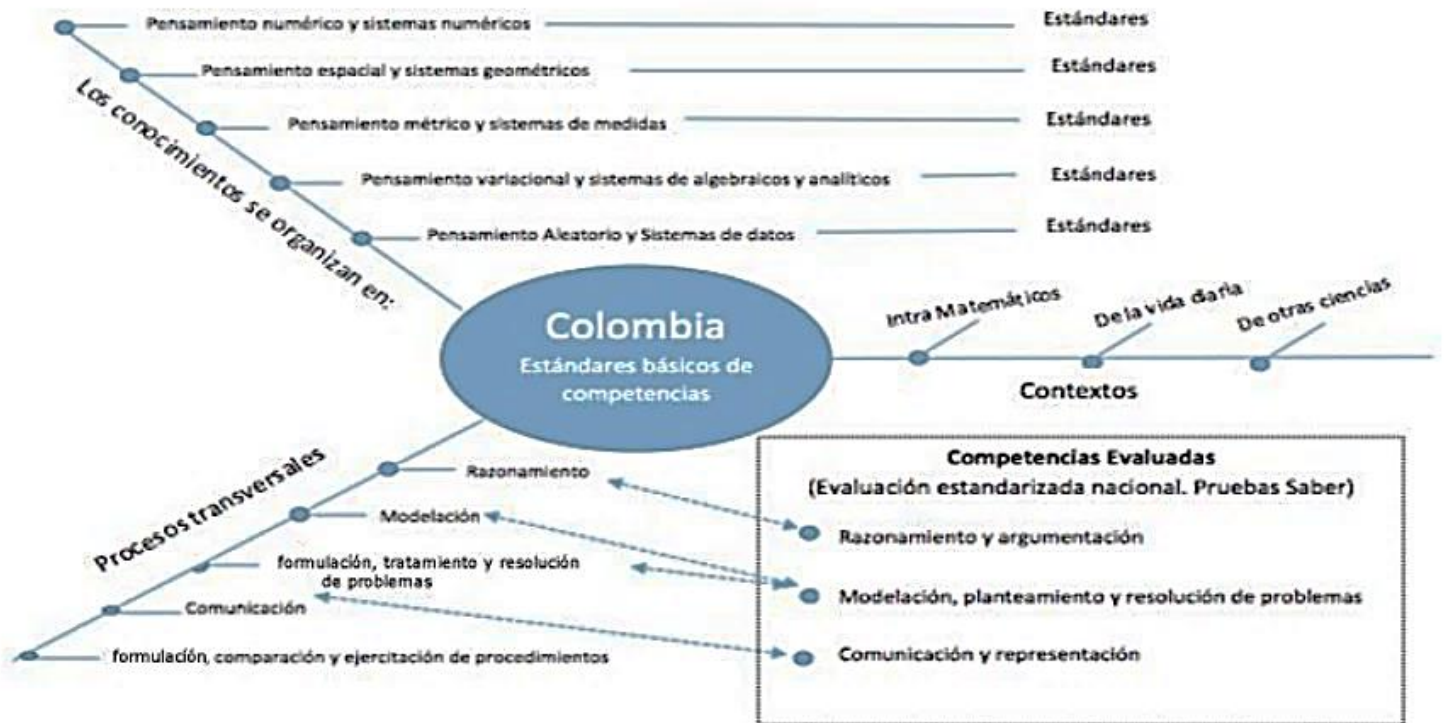


Figura 4 Estructura curricular del área de Matemáticas en Colombia

Fuente: Fundamentación teórica de los derechos básicos de aprendizaje (V2) y mallas de aprendizaje para el área de Matemáticas (2016)

A partir de la figura 4 se presenta la confluencia entre procesos transversales, conocimientos y contextos configurando los estándares básicos de competencias, y se introduce la valoración de las competencias matemáticas a través de la Evaluación estandarizada nacional, llamada Pruebas Saber. Cabe resaltar que en la figura 4, no se presenta una estructura para un macro proceso de resolución de problemas, intención que se expresa en el documento Fundamentación teórica de los derechos básicos de aprendizaje (V2) y mallas de aprendizaje para el área de matemáticas (MEN, 2016).

PERSPECTIVA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL ÁREA DE MATEMÁTICAS DESDE EL PROGRAMA INTERNACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE ESTUDIANTES (PISA)

Ahora para visualizar el proceso de resolución de problemas desde la perspectiva de las pruebas internacionales PISA, partiremos de la figura 5 presentada por PISA 2012, que describe el proceso de resolución de problemas:

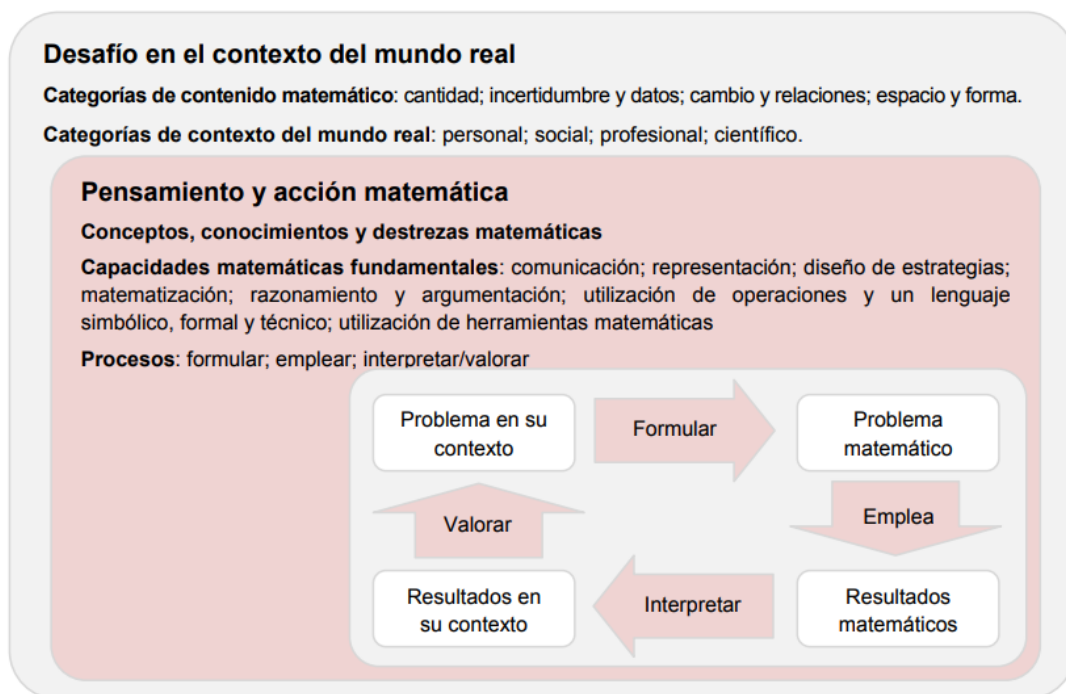


Figura 5 Modelo de competencia matemática en la práctica

Fuente: PISA (2012)

<https://www.mecd.gov.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012lineavolumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310>

Para describir la figura 5 Modelo de competencia matemática en la práctica, se inicia con un desafío en el contexto del mundo real que se relaciona con una categoría de contenido matemático, entre las cuales encontramos las siguientes: cantidad; incertidumbre y datos; cambio y relaciones; espacio y forma (PISA, 2012). A su vez este desafío, puede presentarse en una de las siguientes categorías de contexto: personal, social, profesional y científica.

Continuando con la descripción de este modelo de competencia matemática en la práctica, en el recuadro intermedio, denominado **pensamiento y acción Matemática**, hace referencia a un conjunto de

conocimientos, conceptos y destrezas matemáticas, requeridas para solucionar un problema determinado, seguidamente se identifican unas capacidades matemáticas fundamentales que son: comunicación, representación, diseño de estrategias, matematización, razonamiento y argumentación, utilización de lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas y utilización de herramientas matemáticas que son necesarias para realizar el proceso de resolución de problemas.

Finalmente se establecen unos procesos secuenciales de la competencia matemática para la resolución de problemas, que se presentan en la figura 6:

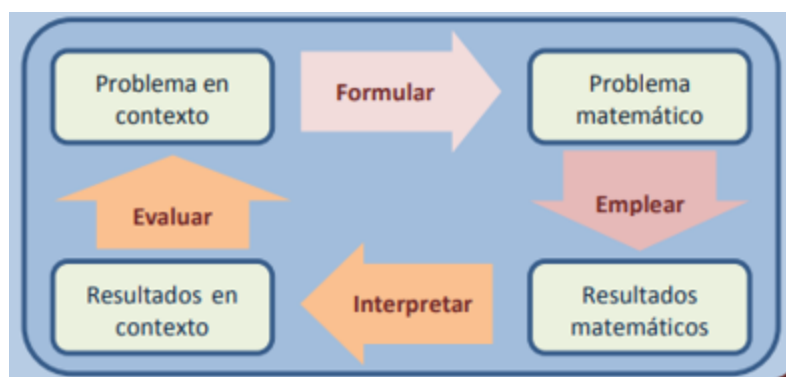


Figura 6. Procesos Matemáticos para la resolución de problemas

Fuente: <https://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012lineavolumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310>

Esta visión por procesos, parte de un problema en contexto, donde se describe tanto el proceso de resolución de problemas como su interacción con otros procesos, abordando esta concepción desde una perspectiva mucho más clara y concreta, a través de las diferentes etapas de la resolución de un problema matemático.

A partir de esta estructura se realiza una descripción resumida de los procesos empleados para la resolución de problemas. Inicialmente se identifica un problema en contexto y la primera etapa consiste en comprender el problema, esto significa comprender la estructura matemática y la relación entre sus elementos, seguidamente el proceso “formular” significa reescribir matemáticamente dicha situación, es decir realizar una matematización del problema, utilizando una notación matemática o a través de un esquema o una representación de la situación. El siguiente proceso denominado “emplear”, significa la habilidad para seleccionar estrategias, y también el grado de corrección con que los estudiantes pueden utilizar cálculos, manipulaciones y aplicar conceptos y los datos que se conocen para llegar a una solución matemática, del problema formulado matemáticamente.

A partir unos resultados matemáticos obtenidos anteriormente, el siguiente proceso consiste en “interpretar”, esto significa el grado de eficacia con que los alumnos pueden reflexionar sobre las soluciones obtenidas y las conclusiones, para interpretarlas en un contexto del mundo real.

Una vez se han interpretado dichos resultados en un contexto de la realidad, se procede a evaluar si una solución es pertinente y razonable y a comprobar si dicha solución resuelve el problema planteado en contexto.

La estructura de las pruebas PISA, plantea un enfoque hacia la resolución de problemas que organiza los procesos de una manera secuencial, para que converjan y aporten a un único proceso que es la resolución de problemas, es decir esta direccionado hacia resolver desafíos en el contexto del mundo real, en un modelo de competencia matemática en la práctica, donde un estudiante pone en juego sus conocimientos, habilidades y destrezas procedimentales y sus actitudes en una única acción para resolver un problema.

La OCDE (2016) define la competencia matemática como “la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos” (p.73,74) y complementa esta definición reconociendo la importancia de las matemáticas en la toma de decisiones y la emisión de juicios.

PERSPECTIVA DEL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS A PARTIR DE LA REVISION TEORICA: ASPECTOS IMPORTANTES

1) IDENTIFICACIÓN DE NECESIDADES

Un factor importante a tener en cuenta para la resolución de problemas es la identificación de una necesidad humana (Maslow,1943), dado que esta promueve el interés por resolver un problema y el interés promueve la motivación para satisfacer dicha necesidad humana. El interés por resolver un problema con la finalidad de satisfacer una necesidad humana, hace que un individuo tenga la motivación, entendida como “movimiento”, de todos los recursos de que dispone para resolver un problema, tales como recursos cognoscitivos, procedimentales, actitudinales en una sola exhibición para llegar a una solución, que cumpla con unos atributos de calidad.

Expresado en palabras de Frola y Velásquez (2011) manifiestan que:

“Cuando se parte de una necesidad se detona el interés, porque uno de sus efectos es cierto desequilibrio que busca restablecerse; y el interés es un detonante de la motivación, que

significa movimiento, pues viene del latín “motus” que significa “movido” o de “motio” que significa movimiento. La motivación puede definirse como el énfasis o señalamiento que se descubre en un individuo hacia un determinado medio de satisfacer una necesidad, creando o aumentando con ello el impulso necesario para que ponga en obra ese medio o acción, o bien para que deje de hacerlo.

Dada la naturaleza social del ser humano basta con que se plantee un reto, una actividad que se deba realizar de acuerdo a ciertos criterios de exigencia, acorde al interés o la necesidad de las personas y a partir de ahí se movilizan aquellos recursos disponibles con que cuenta la persona y con esto se va avanzando en el desarrollo de las competencias.” (p. 14, 19).

En este proceso de identificación de necesidades juega un papel importante la jerarquía de necesidades humanas de Maslow para la autorrealización y además cuando se identifican necesidades comunes a varios individuos, esto contribuye a que se investiguen y propongan soluciones que implican una acción conjunta de trabajo en equipo.

2) DENTRO DE UN MARCO ÉTICO

Claramente la resolución de problemas requiere de un marco ético, dado que la solución a un problema requiere de la búsqueda honesta de la verdad, es decir que sean soluciones que auténticamente resuelvan el problema, debido a que una solución no admite la mentira ni el autoengaño. En concordancia con Schoenfeld (1985), quien propone un sistema de creencias, que se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, su perseverancia, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras.

Es decir, la ética juega un papel importante tanto en un proceso de resolución de problemas de matemáticas como también respecto a la resolución de problemas dentro del marco de la cultura de una sociedad, debido a que ambas requieren de una búsqueda honesta, responsable y verdadera de soluciones.

3) PROVISTO DE UNOS RECURSOS

Para la resolución de problemas, un individuo requiere de unos recursos de fundamentación conceptual, de conocimientos y destrezas matemáticas. Según Schoenfeld (1985) para la resolución de problemas es necesario un dominio del conocimiento que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepciones sobre las reglas para trabajar en el dominio.

Es decir, se necesitan unos conocimientos previos, unos conocimientos básicos que le permitan disponer de recursos necesarios para que pueda utilizar unas herramientas matemáticas en un momento adecuado para resolver un problema. Incluso en esta etapa pueden trabajarse problemas rutinarios y no rutinarios.

4) UTILIZAR UNAS ESTRATEGIAS COGNOSCITIVAS PARA COMPRENDER EL PROBLEMA

Según Polya, se requiere de métodos heurísticos para resolver un problema haciendo énfasis en la comprensión del problema, señalando este aspecto como uno de los más importantes para resolver un problema. Además, plantea que para entender el problema hay que extraer la información relevante, es decir datos que pueden estar representados de diferentes formas, gráficas, tablas, esquemas, infografías, textos, entre otras, para analizar si la información disponible es suficiente para resolver un problema. O si es necesario buscar o recolectar una información que permita solucionar el problema. Según Boscan y Klever (2012), comprender el problema significa: Entender el problema y la pregunta, comprender el enunciado, identificar la incógnita, identificar los datos, y replantear el problema en sus propias palabras o a través de diferentes formas de representación. Un aspecto importante para la comprensión del problema consiste identificar las variables y entender la clase de relación que pueda existir entre ellas. El resultado de la comprensión de un problema en contexto es una abstracción matemática que permita formular el problema matemáticamente y plantear su viabilidad para llegar a una solución.

Según Polya (1965) “el término heurística se usa para referirse a la comprensión del método que conduce a la solución de problemas y más concretamente a las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. Para él la heurística se construye sobre una experiencia resultante, al mismo tiempo, de la solución de problemas y de la observación de los métodos de otras personas.”(p.102)

Schoenfeld, retoma los planteamientos de Polya denominando a esta etapa como estrategias cognoscitivas, que incluyen métodos heurísticos para comprender el problema tales como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, análisis, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.

A partir de las consideraciones anteriores se definieron las siguientes categorías de análisis: Interpreta correctamente el enunciado, Domina conceptos previos, Identifica los datos, Identifica la incógnita, Puede expresar el problema con sus propias palabras.

5) PLANIFICAR UNA ESTRATEGIA EFECTIVA PARA SOLUCIONAR UN PROBLEMA

Diseñar o trazar un plan para resolver el problema es el segundo paso propuesto por Polya (1965), por tanto, se establece como una categoría de análisis, en esta etapa el estudiante se debe preguntar si conoce algún otro problema relacionado y tratar de resolverlo utilizando las mismas estrategias, o bien, transformar el problema a uno similar que sea más fácil y sirva de guía para la resolución del problema inicial. Con el fin de trazar un plan para resolver el problema, se establecieron las siguientes subcategorías: a) Realiza un análisis para establecer las relaciones entre los diferentes elementos de un problema, b) descompone el problema en problemas más pequeños, c) puede describir los pasos para resolver el problema, d) identifica las operaciones necesarias para resolver el problema, e) busca varias alternativas de solución.

Schoenfeld, plantea la importancia de utilizar unas estrategias metacognitivas relacionadas con el monitoreo y control. En esta etapa se dispone de una serie de alternativas y se busca tomar decisiones, seleccionar e implementar recursos y estrategias, acciones tales como planear, evaluar y decidir eligiendo la estrategia más adecuada, monitoreándola y controlándola siguiendo un orden, visualizando las etapas para su resolución y utilizando unas capacidades matemáticas fundamentales.

6) EJECUTAR EL PLAN TRAZADO VERIFICANDO CADA PASO

Polya (1965), establece ejecutar el plan trazado, verificando que cada paso sea realizado correctamente, para esto se requiere la capacidad para realizar procedimientos, operaciones y emplear técnicas matemáticas de una manera correcta. En la ejecución del plan, el estudiante debe estar seguro al llevar a cabo cada paso del plan y así llegar a la solución. Por tanto, ejecutar el plan se convierte en la tercera categoría de análisis, que está compuesta por las siguientes subcategorías: Verifico cada paso realizado, recuerda y puede describir cada paso realizado y busca la alternativa de solución óptima.

7) INTERPRETAR RESULTADOS MATEMATICOS

Interpretar los resultados matemáticos obtenidos después de la implementación de estrategias para resolver el problema a la luz del contexto de la realidad. Es decir, dar significado a dichos resultados y compararlos si es posible con parámetros, atributos de calidad, condiciones establecidas con anterioridad, pertinencia de dichos resultados o sencillamente contrastarlos con la realidad.

8) COMPROBAR QUE LA SOLUCIÓN OBTENIDA RESUELVE EL PROBLEMA

Es decir, hacer una prueba, para verificar que esta solución resuelve efectivamente el problema planteado y llevar a cabo una visión retrospectiva, para comprobar la solución y el razonamiento empleado. Además, en esta fase, se puede revisar si existen otras maneras de llegar al resultado o si se puede

conectar con otros problemas diferentes. Por tanto, comprobar los resultados se configura como una categoría de análisis, que se compone de las siguientes subcategorías:

Comprobó que la solución encontrada es acorde con lo que se pedía, busco nuevas formas de llegar a ese resultado. Se preguntó si el procedimiento realizado puede servir para resolver otra clase de problema.

9) EVALUAR LA SOLUCION OBTENIDA

Es decir, realizar una visión retrospectiva, evaluando nivel de satisfacción de la necesidad, la eficacia y eficiencia de la solución obtenida, valorando la estrategia empleada, procedimiento empleado, analizar la posibilidad de su estandarización, haciendo una reflexión sobre el proceso desarrollado, teniendo en cuenta otras posibles alternativas.

Referencias Bibliográficas

- Acevedo, Y. (2012). La resolución de problemas una estrategia didáctica para implementar el modelo pedagógico integrado Universidad Pontificia Bolivariana en la asignatura cálculo diferencial con estudiantes de primer semestre de Ingeniería Civil. En G. (. Obando, *Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (págs. 42-48). Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.
- Alvarado, O. J. (2018). *Fortalecimiento del pensamiento aleatorio y sistemas de datos a través de una estrategia didáctica orientada a la resolución de problemas y soportada por TIC*. Bucaramanga: Tesis de maestría Universidad Autonoma de Bucaramanga.
- Boscán , M., & Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios 10(2)*, 7-19.
- Cárdenas, J. (2014). La evaluación de la resolución de problemas en matemáticas, concepciones y prácticas de los profesores de secundaria. (Tesis doctoral).
- Constitución Política de Colombia. Actualizada con los actos legislativos a 2015*. (2015). Bogotá: Imprenta Nacional.
- De Guzmán, M. (1993). Enseñanza de la ciencias y de las matematicas. 111. Madrid: Popular.
- Elliott, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación acción*. Madrid: Ediciones Morata.
- Fernández, J. (2007). *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Madrid: Wolters Kluwer España.
- Frola, P., & Velasquez, J. (2011). *Estrategias didacticas por competencias, diseños eficientes de intervención pedagógica*. Mexico: Centro de investigación Educativa y Capacitacion institucional.

- ICFES. (2014). *Sistema nacional de evaluación estandarizada de la educación. Alineación del examen Saber 11*. Bogotá: ICFES.
- ICFES. (2015). *Icfes Saber 3°,5°,7° y 9°: Resultados grado noveno en el área de matemáticas 2014*. Col Gonzalo Jimenez Navas. Bogotá: ICFES.
- ICFES. (2016). *Establecimientos educativos. Guía de Interpretación y Uso de Resultados de las pruebas Saber 3°, 5° y 9°*. Bogotá: ICFES.
- Iriarte, A. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Zona Próxima 15(1)*, 2-21.
- Ley 115 de 1994. Ley general de educación. (8 de Febrero de 1994). Bogotá.
- MEN. (1998). *Serie lineamientos curriculares: Matemáticas*. Bogotá.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: MEN.
- MEN. (2016). *Derechos Basicos de Aprendizaje V 2*. Medellin: Panamericana Formas e impresos S.A.
- MEN (2016). *Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas*. Medellin: Contrato Interadministrativo 0803 de 2016.
- NCTM, (1989). The National Council of the Teachers of Mathematics. USA
- Migueluez, M. M. (2004). *Ciencia y arte en la metodología cualitativa*. Mexico: Trillas.
- OCDE. (2016). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2015*. Paris: OCDE.
- OCD (2014) RESULTADOS DE PISA 2012 Volumen I, Lo que los estudiantes saben y pueden hacer: Rendimiento de los estudiantes en matemáticas, lectura y ciencia, resume los resultados de los alumnos en las pruebas de PISA 2012.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Sanchez, E., & Batanero, C. (2011). *Manejo de información*. México: Secretaria de Educación publica.
- Santos, L. M. (2014). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México: Trillas.
- Santos, M. (Agosto de 1992). Resolución de problemas: El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. *Educación Matemática*, 4(2), 16. Recuperado el 15 de Marzo de 2018
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Netw York: Academic Press.