

EL APRENDIZAJE DE LAS TRASLACIONES EN EL PLANO EN EL MARCO DEL
MODELO DE VAN HIELE MEDIADO POR EL USO DE GEOGEBRA, EN ESTUDIANTES
DE SÉPTIMO GRADO DEL CENTRO EDUCATIVO RURAL SUCRE DE MUTISCUA, 2017



GONZALO CÁCERES BAUTISTA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES
PROGRAMA MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BUCARAMANGA
2017

EL APRENDIZAJE DE LAS TRASLACIONES EN EL PLANO EN EL MARCO DEL
MODELO DE VAN HIELE MEDIADO POR EL USO DE GEOGEBRA, EN ESTUDIANTES
DE SÉPTIMO GRADO DEL CENTRO EDUCATIVO RURAL SUCRE DE MUTISCUA, 2017

GONZALO CÁCERES BAUTISTA

Trabajo de Grado para obtener el Título de Magister en Educación

Directora

Dra. LENIS YELITZA SANTAFÉ ROJAS

Grupo de investigación: Investigación y lenguaje

Línea de Investigación: Prácticas pedagógicas

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES HUMANIDADES Y ARTES
PROGRAMA MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BUCARAMANGA

2017

Contenido

	Págs.
Resumen.....	9
Abstract.....	10
Introducción	11
Capítulo I.....	13
1. Contextualización de la investigación	13
1.1 Situación Problemática	13
1.1.1 Formulación de la pregunta de investigación	16
1.2 Objetivos del proyecto	16
1.2.1 General.....	16
1.2.2 Específicos.....	17
1.3 Justificación	17
1.4 Contextualización de la institución educativa.....	20
1.4.1 Mutiscua.....	20
1.4.1.1 Centro Educativo Rural Sucre.....	21
1.4.1.2 Horizonte Institucional.....	21
Capítulo II	23
2. Marco referencial.....	23
2.1 Antecedentes de la investigación	23
2.1.1 Antecedentes Documentales Internacionales.....	23
2.1.2 Antecedentes Documentales Nacionales.....	25
2.1.3 Antecedentes Documentales Regionales.....	27
2.2 Marco Teórico.....	28
2.2.1 Constructivismo.....	29
2.2.2 Modelo de Van Hiele.....	29
2.2.2.1 Los niveles de Van Hiele	31
2.2.2.2 Fases de aprendizaje: (Van Hiele, 1986).....	34
2.2.3 Aprendizaje.....	37
2.2.3.1 El Aprendizaje en el Marco del Constructivismo y del Aprendizaje Significativo.....	37

2.2.3.2 El proceso de aprendizaje de los estudiantes.	39
2.2.3.3 Aprendizaje significativo.	39
2.2.4 Geometría.	40
2.2.5 Traslaciones en el plano.	41
2.2.6 Tecnologías de la información y comunicación TIC.	43
2.2.7 Geogebra.	45
2.3 Marco Legal	46
2.3.1 Constitución política de Colombia.	46
2.3.2 Ley General de la Educación, ley 115.	46
2.3.3 Lineamientos curriculares matemática.	47
2.3.4 Estándares de calidad matemática.	48
2.3.5 Derechos Básicos de Aprendizaje.	48
Capítulo III.	50
3. Diseño metodológico	50
3.1 Tipo de investigación	50
3.2 Proceso de la investigación	52
Desarrollo de los proyectos de aula	53
3.3 Población.	66
3.4 Instrumentos para la recolección de la información.	66
3.4.1 Pre test.	67
3.4.2 Diario de campo.	69
3.4.3 Pos-test.	70
3.4.3.1 Evaluación 1.	70
3.4.3.2 Evaluación 2.	71
3.5 Validación de los instrumentos	72
3.6 Resultado y discusión.	72
3.6.1 Triangulación	73
3.6.1.1 Triangulación metodológica.	73
3.6.2 Categorías y subcategorías.	75
3.7 Mapa de redes	123
3.8 Principios éticos.	124

Capítulo IV	125
4. Propuesta pedagógica	125
4.1 Pre test.....	126
4.2 Proyecto de aula 1	131
4.3 Proyecto de aula 2.....	136
4.4 Proyecto de aula 3.....	139
Capítulo V.....	144
5. Conclusiones y recomendaciones.....	144
5.1 Conclusiones.....	144
5.2 Recomendaciones	146
Referencias Bibliográficas.....	147
Apéndices.....	150

Listado de tablas

	Págs.
Tabla 1. Categorías iniciales	75
Tabla 2. Categorías emergentes	75
Tabla 3. Categorías definitivas en el proceso de investigación	76
Tabla 4. Análisis sesión 1	77
Tabla 5 Análisis sesión 2	80
Tabla 6 Análisis sesión 3	82
Tabla 7. Análisis sesión 4	85
Tabla 8. Análisis sesión 5	88
Tabla 9. Análisis sesión 6	90
Tabla 10. Análisis sesión 7	92
Tabla 11 análisis sesión 8	95
Tabla 12. Análisis sesión 9	98
Tabla 13 análisis sesión 10	101
Tabla 14. Logros desarrollados por los alumnos de séptimo grado.....	122

Listado de figuras

Págs.

Figura 1. Ubicación de Mutiscua.....	20
Figura 2. Concepción constructivista según Coll	38
Figura 3. Traslación del punto S dos unidades a la derecha y una hacia abajo Geogebra.....	42
Figura 4. Traslación de un polígono construida con Geogebra.	43
Figura 5. Actividad 2 del pretest.....	53
Figura 6. Actividad 6 pretest.....	53
Figura 7. Pregunta relacionada con la huerta sesión 1	54
Figura 8. Pregunta relacionada con elementos geométricos sesión 2.....	54
Figura 9. Actividad reconocimiento plano sesión 4.....	55
Figura 10. Reconocimiento de ángulos sesión 5.....	56
Figura 11. Reconocimiento de propiedades en polígonos sesión 5	57
Figura 12. Reconocimiento rectas paralelas sesión 6	58
Figura 13. Reconocimiento de propiedades en polígonos sesión 6	58
Figura 14. Movimiento de traslación sesión 8.....	59
Figura 15. Traslación geogebra sesión.....	60
Figura 16. Simetría sesión 7.....	61
Figura 17. Rotación sesión 9.....	61
Figura 18. Proceso gráfico rotación sesión 9.....	62
Figura 19. Teselación Geogebra sesión 10	63
Figura 20. Evaluación traslación postest	64
Figura 21. Evaluación características de polígonos postest.....	65
Figura 22. Actividad 4 pretest.....	68
Figura 23. Actividad 10 pretest.....	69
figura 24 observaciones de E5 en el plano cartesiano	86
figura 25 resultado después de la socialización	86
Figura 26. Marcas de respuestas en la pregunta 4 del pretest.....	105
Figura 27. Huertas con los elementos geométricos	106
Figura 28. Observaciones de est5 en el plano cartesiano.....	109
Figura 29. Resultado después de la socialización.....	109
Figura 30. Error en representación de coordenadas.....	110
Figura 31. Conclusión.....	111
Figura 32. Mapa De Redes.....	123

Listado de apéndices

	Págs.
Apéndice A. Diario de campo.....	151
Apéndice B. Rejilla triangulación.....	152
Apéndice C. Cartilla Propuesta Pedagógica	153
Apéndice D. Consentimiento Informado	154
Apéndice E. Pretest desarrollado	155
Apéndice F. Pos test desarrollado	156
Apéndice G. Página Wix con la propuesta pedagógica	158
Apéndice H. Evidencias Fotográficas	159

Resumen

El presente proyecto se realizó enmarcado desde el enfoque de investigación cualitativa y la modalidad investigativa del proyecto es investigación acción.

Se basó en el aprendizaje de las traslaciones en el plano en el marco del modelo de Van Hiele mediado por el uso de Geogebra, en los estudiantes de séptimo grado del centro educativo Rural Sucre de Mutiscua, donde por medio de estudios previos y un diagnóstico general de estos, se lograron detectar diferentes falencias en cuanto a las áreas de matemáticas y geometría.

Posteriormente se diseñaron y aplicaron actividades conducentes a mejorar dichos aspectos, las cuales fueron definitivamente efectivas, gracias a las estrategias aplicadas basadas en el software Geogebra y el método Van Hiele.

Finalmente, se socializaron los resultados obtenidos ante la comunidad educativa y se dejó el proyecto abierto para lograr un mejoramiento institucional que pueda ser implementado en todas las áreas, cursos de la Institución Educativa.

Palabras clave: Geogebra, Geometría, Matemáticas, Método Van Hiele.

Abstract

The present project was framed from the qualitative Investigation approach and the research modality of the project is action Investigation. It was based on the learning of translations in the plane in the framework of the model of Van Freezing mediated by the use of Geogebra, in seventh grade students of the educational center Rural Sucre Mutiscua, where by means of previous studies and a general diagnosis of these, they were able to detect different shortcomings in the areas of math and geometry.

Subsequently, activities were designed and implemented to improve these aspects, which were definitely effective, thanks to the strategies applied based on the Geogebra software and the Van Hiele method.

Finally, it is socialized the results obtained to the educational community and the open project for institutional improvement that can be implemented in all areas, courses of the Educational Institution.

Key words: Geogebra, Geometry, Math, Method will freeze.

Introducción

Este proyecto de investigación se enfocó en el aprendizaje de las traslaciones en el plano en el marco del modelo de Van Hiele mediado por el uso de Geogebra, con el fin de mejorar las diferentes dificultades que presentan los estudiantes en el área de matemáticas y de geometría, específicamente, haciendo hincapié en el demostrar la importancia y necesidad de la geometría, además de comprender que tanto la geometría como las matemáticas son esenciales para el desarrollo integral del niño.

Teniendo en cuenta el planteamiento de los objetivos se analizó el nivel de razonamiento en la escala de Van Hiele en que se encuentran los estudiantes donde se encontró un gran déficit en cuanto al aprendizaje de la geometría, teniendo en cuenta esto se diseñaron e implementaron tres proyectos de aula basados en el modelo de Van Hiele y haciendo uso del software Geogebra lo cual facilitó de manera inminente el aprendizaje de las traslaciones en el plano.

Con base en lo anterior, se plantearon una serie de sesiones para los proyectos de aula donde los estudiantes por medio del modelo Van Hiele y el software Geogebra reconocieron diferentes elementos bases para el entendimiento y aprendizaje integral de las matemáticas y la geometría.

Una vez planteadas las Sesiones, se procedió a su implementación y desarrollo, lo cual al principio resulto difícil, pues era alto el índice de déficit en cuanto a las materias mencionadas. Sin embargo, en la medida en que se avanzaba en el proyecto se fueron disipando dichas dificultades y se fueron logrando los objetivos propuestos.

Al finalizar el desarrollo de los proyectos de aula, se logró percibir un mejoramiento en cuanto a las traslaciones del plano y los diferentes aspectos tratadas en estas. Por su parte los estudiantes, reconocieron sus falencias y a la vez fueron presentando diferentes soluciones a las mismas, y se apropiaron de las problemáticas, y las soluciones claras de las mismas.

Respecto a la estructura del trabajo, el lector se encontrará con un primer capítulo donde se plasmó el problema, los objetivos, la justificación y contexto donde se desarrolló el proyecto. Con la intención de presentar en detalle la situación problemática abordada en este trabajo de investigación, y el porqué de su realización.

En el segundo capítulo se realiza una conceptualización a través de las investigaciones que se han realizado sobre el mismo tema en los ámbitos internacional, nacional y regional, así como el marco teórico, y los lineamientos legales que de una u otra manera impactan la investigación. Todo esto con el fin de tener como base una fundamentación teórica, de hacer un análisis profundo del modelo de Van Hiele y también de otros elementos abordados en este trabajo como las Traslaciones en el plano, las TIC y en particular del software Geogebra.

En el tercer capítulo se muestra la metodología a seguir para dar respuesta a la problemática planteada. Se hace una explicación del tipo de investigación que se realizó. También se detallan los instrumentos utilizados y la forma como se desarrolló el proceso de análisis de la información. El cuarto capítulo, por su parte presenta la propuesta pedagógica y en el quinto capítulo, las conclusiones y recomendaciones.

Capítulo I

1. Contextualización de la investigación

1.1 Situación Problemática

Para entender el problema del cual surgió la presente investigación, fue necesario hacer un análisis del desempeño que los estudiantes colombianos han mostrado al presentar pruebas internacionales, nacionales y locales. Al analizar los resultados de las pruebas PISA donde se observa que los estudiantes colombianos obtuvieron una clasificación bastante inferior a los de otros países como México y Chile, y estuvieron muy por debajo del promedio de los países que pertenecen a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), se decide implementar este proyecto con el fin de orientar a los estudiantes a obtener mejores resultados en dichas pruebas.

Las áreas evaluadas fueron lectura, matemáticas y ciencias naturales, siendo matemáticas el área con el puntaje más bajo de las tres nombradas durante los años 2006, 2009 y 2012. Por el contrario, en Chile en los mismos años, se presente el mayor puntaje en cuanto a matemáticas, demostrando que allí los estudiantes son más críticos en esta área.

Las pruebas PISA evalúan qué saben y qué pueden hacer con lo que saben los estudiantes de 15 años de todo el mundo y desde hace varios años en Colombia los resultados no han sido los esperados:

El desempeño en matemáticas y ciencias no ha cambiado. En matemáticas, los estudiantes colombianos de 15 años están, en promedio, atrasados más de tres años (118 puntos) con respecto a sus pares de países miembros de la OCDE (OCDE, 2014b). El Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) el cual evalúa las competencias en matemáticas, ciencias y escritura de los estudiantes latinoamericanos de los Grados 3 y 6,5 muestra que los estudiantes colombianos empiezan a atrasarse con respecto a sus países vecinos como Chile, Costa Rica y México, en los primeros años de educación (Oficina de la UNESCO de Santiago, 2015). Las pruebas nacionales SABER en Grado 9 (teóricamente a la edad de 14) y Grado 11 (a la edad de 16) también

muestran niveles globales bajos, con tendencias negativas en los puntajes de lectura y matemáticas en algunos grados y años. Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2016, pág. 32).

Dicho de otra manera, los resultados obtenidos en matemática en la enseñanza básica secundaria a nivel nacional evidencian que existen dificultades para alcanzar un aprendizaje acorde con las necesidades actuales.

Hay que analizar además la información que el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) ofrece, quien tiene como principal propósito generar conocimiento sobre el rendimiento de los estudiantes de 3er y 6º grados de Educación Primaria en América Latina y el Caribe en las áreas de Matemática, Lenguaje (Lectura y Escritura) y Ciencias, en él se tiene en cuenta el componente geométrico con igual importancia que otros procesos cognitivos.

De acuerdo a lo anterior se encuentra en el dominio numérico en cuanto a reconocimiento de objetos un 8%, a solución de problemas simples un 15%, y en solución de problemas complejos un 4 % presentando un total de 27%, por otro lado, y en el dominio geométrico en cuanto a reconocimiento de objetos un 6%, a solución de problemas simples un 8%, y en solución de problemas complejos un 5% presentando un total de 19%, por otro lado y en el dominio de la medida, en cuanto a reconocimiento de objetos un 4%, a solución de problemas simples un 11%, y en solución de problemas complejos un 6% presentando un total de 21%.

Por lo tanto, es de gran importancia desarrollar y fortalecer el aprendizaje en lo que respecta a este componente matemático, para que los estudiantes logren una mejoría no solo para lo que a las pruebas respecta sino para su vida cotidiana.

Ahora bien, si miramos el ámbito local, los resultados del Centro Educativo Rural Sucre han estado por debajo, del porcentaje general en Colombia, si los comparamos con los resultados a nivel departamental y a nivel nacional, y siendo más específicos en el área de matemática el promedio obtenido en el CER Sucre es de 272 puntos, mientras que a nivel nacional el promedio es de 295.

Lo anterior se encuentra representado en el índice sintético de la institución, donde el promedio nacional en secundaria es de 4,93 y el promedio de la entidad territorial certificado en secundaria es de 4,98. Por otro lado en el puntaje promedio de saber 9 en el año 2014, en el área de matemáticas, en la institución educativa se presentó un puntaje de 272, mostrando de nuevo bajos resultados, argumentados en que, en Colombia, en ese mismo año el promedio fue de 295.

Hay que mencionar, además, que al observar el histórico de las pruebas saber. En el área de matemática en el centro educativo sucre en el 2014, el 23% obtiene niveles insuficientes, el 68% alcanza solo los niveles básicos, el 10% resultados satisfactorios y no cuenta con estudiantes que logren niveles avanzados; mientras que en el año 2015 el porcentaje en insuficiente es de 7%, el de mínimo 63%, el de satisfactorio 20% y solo el 10% logra niveles avanzados; se observa una leve mejoría, pero el porcentaje de estudiantes con nivel Mínimo es muy significativo.

Otro aspecto de gran importancia, es el análisis que se realiza a las pruebas saber presentadas por los estudiantes de quinto grado en 2014. Dichos estudiantes estaban en el grado séptimo al momento de implementar esta propuesta de intervención y al hacer un análisis y leer las recomendaciones del documento es claro observar que el componente geométrico métrico es uno de los que necesitan más fortalecimiento.

En comparación con los establecimientos educativos con puntajes promedio similares en el área y grado, su establecimiento es, relativamente débil en el componente Geométrico-métrico, representación y modelación, puesto que se vio reflejado en los resultados que los estudiantes obtuvieron en 2015, en la prueba de matemáticas de quinto grado en la competencia de razonamiento. El 71% de los estudiantes no conjetura ni verifica los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano; como lo señala el informe del ISCE entregado en el 2016. Y en noveno grado donde los resultados reflejaron que los estudiantes tienen dificultad para localizar, describir e identificar características de figuras en el plano, donde el 83% de los estudiantes no usa sistemas de referencia para socializar o describir posición de objetos y figuras y un 75% no identifica características de graficas cartesianas en relación con la situación que representan estos aspectos se fortalecen al aplicar el presente proyecto.

Otros factores que han incidido en los bajos resultados obtenidos son las condiciones culturales de la región. La mayoría de familias son de escasos recursos económicos. Igualmente, los estudiantes no cuentan con bibliotecas, ni públicas, ni personales. Además, el servicio de internet es escaso. El único apoyo que tuvieron los estudiantes fueron los docentes que laboran en la región, los cuales aportan al mejoramiento del aprendizaje al realizar una labor consciente, comprometida y novedosa.

A raíz de este análisis cabe preguntarse: ¿Qué nivel de conocimiento tienen los estudiantes de séptimo grado en cuanto a las traslaciones en el plano? ¿Cómo se puede apoyar el proceso de aprendizaje de las traslaciones? ¿Qué beneficios se obtienen en el aprendizaje de las traslaciones en el plano bajo el modelo de Van Hiele mediado por Geogebra?

Lo anteriores interrogantes dieron la oportunidad de optimizar el proceso de aprendizaje desde el componente geométrico, lo cual hizo un aporte significativo al mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas.

1.1.1 Formulación de la pregunta de investigación

¿Cómo es el proceso de aprendizaje de las traslaciones en el plano en los estudiantes de séptimo grado en el CER Sucre de Mutiscua al implementar proyectos de aula basados en el modelo de Van Hiele y el software Geogebra?

1.2 Objetivos del proyecto

1.2.1 General.

Analizar el proceso de aprendizaje de las traslaciones en el plano en el marco del modelo de Van Hiele a través del uso del Software Geogebra con los estudiantes de séptimo grado en el Centro Educativo Rural Sucre del municipio de Mutiscua.

1.2.2 Específicos.

Caracterizar el nivel de razonamiento en la escala de Van Hiele en que se encuentran los estudiantes de séptimo grado en el Centro Educativo Rural Sucre.

Diseñar tres proyectos de aula basados en el modelo de Van Hiele y haciendo uso del software Geogebra que faciliten el aprendizaje de las traslaciones en el plano.

Implementar los proyectos de aula para el aprendizaje de las traslaciones en el plano basados en el modelo de van hiele utilizando el software Geogebra con los estudiantes de grado séptimo del Centro Educativo Rural Sucre

Evaluar la efectividad de las actividades implementadas sobre traslaciones en el plano en el marco del modelo de Van Hiele a través del uso del software Geogebra.

1.3 Justificación

Este proyecto de investigación nace a partir de las dificultades que se presentan en el área de matemáticas y de geometría, buscando demostrar que la geometría es un pilar fundamental que hay que fortalecer y las matemáticas son esenciales para el desarrollo integral del niño. El método de Van Hiele nos propone una serie de Niveles de aprendizaje que deben permitir a todos los estudiantes sin importar en qué nivel estén, alcanzar un aprendizaje de nivel superior. En palabras de Fouz & De Donosti, (2001) “el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento... que no van asociados a la edad... que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente” (pág. 92) y para conseguir que el estudiante pase de un nivel a otro superior, debe cumplir con una serie de fases de aprendizaje las cuales siempre se deben partir de lo que el alumno sabe e iniciar su proceso de aprendizaje a partir de ahí. Ausubel (1978) “Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que el influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia”. Estas son algunas razones por las cuales esta propuesta favorece el aprendizaje. Además, se tienen en cuenta las diferencias

individuales en los educandos; el contexto social y cultural en el cual viven, en definitiva, la finalidad de la educación y del educador es la de permitir que cada joven realice un proceso educativo exitoso.

Por otra parte, el proceso de aprendizaje de la geometría basado en el modelo de Van Hiele es apropiado para el trabajo con los estudiantes pero que debe ser cuidadoso.

Podemos señalar entre otras que, en la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes “el lenguaje utilizado” y “la significatividad de los contenidos”. Lo primero implica que los niveles, y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento. Si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo.

Van Hiele señala que “no hay un método panacea para alcanzar un nivel nuevo, pero, mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición” (Fouz & De Donosti, 2001, pág. 68).

Más aun, siendo consecuentes con el avance tecnológico que hoy en día se está dando, es evidente que para mejorar el aprendizaje en los estudiantes deben incluirse herramientas para la información y comunicación (TIC) como complemento en la labor pedagógica. Algunos investigadores lo han observado como el caso de (Maldonado L. , 2013, pág. 78).

Después de realizar el análisis de los resultados del pre y postest, con el software SPSS y el estadístico t-Student, podemos observar, a nivel general, que el grupo en el que la intervención se basaba en el modelo de Van Hiele y el software Geogebra obtuvo la mayor variación positiva en el nivel de razonamiento 1 (Reconocimiento) y el nivel 3 (Clasificación).

Por otra parte (Vargas & Araya, 2013, pág. 114) expresan que:

Los estudiantes que usaron representaciones con software de geometría se sintieron más motivados a explorar, a plantear conjeturas y a probarlas, que aquellos estudiantes que usan representaciones tradicionales plasmadas con lápiz y papel. Los estudiantes expresaron que el uso del software les dio autonomía en el aula, les permitió explorar y aclarar sus dudas; además de ser algo novedoso que los sacó de la rutina del aula.

Estas son algunas razones del porque herramientas como el Geogebra hace más llamativas y motivantes las clases. Además, al mediar las TIC con el modelo pedagógico de Van Hiele el beneficio es mayor y por ende los resultados en el aprendizaje mejoran.

Este es un momento oportuno como docentes para optimizar nuestra labor y es importante considerar las palabras escritas por el (Ministerio de Educación Nacional, 2016, pág. 252) quien supone basado en documentos de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) que en la parte rural: “no existe evidencia de que las nuevas tecnologías puedan mejorar los resultados educativos de los estudiantes, ya que los profesores a menudo carecen de entrenamiento sobre el uso de la tecnología”.

De esta manera la implementación de esta propuesta favorece el desarrollo de competencias, ya que permite el trabajo en equipo, la socialización de experiencias, la creatividad, el respeto por las ideas de los demás; lo cual conlleva a que se amplíen y complementen los conocimientos que se tenían y se generen competencias para la convivencia, competencias matemáticas, competencias de lectura, logrando formar integralmente a los estudiantes.

Para conseguir esto se aplicaron tres proyectos de aula diseñados acorde al modelo de Van Hiele e integrando actividades en las cuales haga uso del software Geogebra, Los cuales se ejecutaron en el último periodo escolar, pero puede modificarse de acuerdo a la necesidad o autonomía. El centro educativo nos permitió los espacios para la aplicación de los proyectos de aula, nos facilitó la utilización de los computadores, del video Bean y de cualquier herramienta que se necesitara; aunque es una institución rural, en este momento se cuenta con suficientes

equipos para el desarrollo de los proyectos de aula y la ventaja que se tiene ya que el software Geogebra es de distribución gratuita.

1.4 Contextualización de la institución educativa

1.4.1 Mutiscua.



Figura 1. Ubicación de Mutiscua /Fuente:

https://www.google.com.co/search?q=norte+de+santander+mutiscua&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUK Ewj2nK_Gj7jUAhXF7yYKHT2LBTEQ_AUIBigB&biw=1366&bih=662#imgrc=gm6HYnV36OKZmM:

Municipio del departamento de Norte de Santander. Su casco urbano yace en medio de la cordillera oriental, es bañada por el río la plata principal afluente del Zulia a 27 km de Pamplona, 102 Km de Cúcuta Capital del Departamento, 98 Km de Bucaramanga. Limita al norte con Cucutilla y Pamplona, al sur con Silos, al oriente con Cácuta y Pamplona y al occidente con el departamento de Santander.

Fue fundada por el sr patricio Villamizar en 1841 y cuenta con una población cercana a los 5000 habitantes. La cabecera municipal está a una altitud de 2600 m.s.n.m. con una temperatura media de 14°C Alcaldia de Mutiscua (2016).

1.4.1.1 Centro Educativo Rural Sucre.

El CER SUCRE está conformado por 3 sedes, Las Mercedes, Tapaguá con un solo docente en cada una y los grados de preescolar a quinto y La sede principal Sucre en la cual hay 7 docentes y con los grados de preescolar hasta noveno. La sede Sucre Está ubicada en la región nororiental del municipio de Mutiscua a 7 km del casco urbano, en la vereda Sucre siendo la más poblada del municipio. De manera global cuenta con 130 estudiantes, 9 docentes y un director.

Es una comunidad rural que goza de muchos beneficios como el de estar ubicada un municipio totalmente apacible y de contar con tierras excepcionales para los cultivos y la ganadería en menor escala; pero también algunos problemas que afectan a la comunidad, aunque la gente es muy laboriosa, se presentan casos de desempleo y de alcoholismo, lo que se deriva en casos de violencia intrafamiliar, los estudiantes deben colaborar con las actividades propias de la región y no dedican el tiempo suficiente a las actividades escolares.

Un problema común en nuestro país es el abandono de los padres en el proceso educativo y formativo del estudiante, son muy pocos quienes asumen el compromiso y la responsabilidad que les corresponde, dejando la responsabilidad a la institución y en particular a los y las docentes.

Por esta y otras razones la labor del docente debe ser la de hacer que los estudiantes sientan gusto y motivación por el aprendizaje, que vean en el estudio una oportunidad de mejorar su calidad de vida, por esto los docentes debemos amar nuestra labor pedagógica y transmitírsela a nuestros estudiantes.

1.4.1.2 Horizonte Institucional.

Misión.

Participar en la formación del ser humano orientando sus procesos básicos de una manera integral donde construya el conocimiento en forma autónoma y colaborativa, contribuyendo a la transformación social cultural y resolución de problemas de su comunidad.

Visión.

En el 2020 el Centro Educativo Rural Sucre se constituirá como un establecimiento educativo líder en la formación básica del ser humano y producto del cambio sociocultural de la región (PEI, 2016).

Capítulo II

2. Marco referencial

2.1 Antecedentes de la investigación

2.1.1 Antecedentes Documentales Internacionales.

En lo concerniente con investigaciones de Maldonado (2013) que han utilizado el modelo de Van Hiele, En la universidad de Chile realizó un trabajo de investigación titulado “*Enseñanza de las simetrías con uso de Geogebra según el modelo de Van Hiele*” en el cual el autor hace una comparación entre un currículo de enseñanza tradicional, otro aplicando el modelo de Van Hiele y otro que además de aplicar el modelo de Van hiele también utiliza el software Geogebra como herramienta de apoyo tecnológico. El trabajo se desarrolló con tres grupos de estudiantes y a cada uno se le aplico un modelo diferente. El principal objetivo era el de comparar los tres modelos y la autora concluye que, al realizar el análisis de los resultados del pre y postest, la intervención se basaba en el modelo de Van Hiele muestra que los estudiantes obtuvieron mejores resultados que la del modelo tradicional, pero la intervención se basaba en el modelo de Van Hiele y el software Geogebra obtuvo la mayor variación positiva en el nivel de razonamiento.

El anterior trabajo hace varios aportes a esta propuesta: permite la observación del diseño sus propuestas de intervención basadas en el modelo de Van Hiele; da a conocer de manera muy explicativa los fundamentos teóricos utilizados en propuestas que aplican el modelo de van Hiele y también nos muestra la importancia de incluir Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) como un beneficio extra para el aprendizaje de los estudiantes.

Por otra parte, tomando de la revista Uniciencia del 2013 el artículo de Vargas & Araya (2013), En su investigación “*La enseñanza del teorema de Pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del Geogebra, según el modelo de Van Hiele*” de la universidad de Costa Rica nos presenta los resultados de su experiencia llevada a cabo con estudiantes de secundaria, respecto al tema del teorema de Pitágoras y su recíproco, apoyado con el uso del Geogebra y en el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, hace una comparación entre el modelo tradicional y

el modelo propuesto, encontrando que es mucho más motivante para los estudiantes el trabajo con el software Geogebra y logrando que estudiantes con bajos resultados se mostraran más interesados y competitivos y por ende obtuvieron mejores resultados académicos.

Este trabajo amplía lo expuesto por Maldonado (2013), además sirve de complemento en la construcción del marco teórico del presente proyecto haciendo una explicación de los cinco niveles de pensamiento del modelo de Van Hiele y sus fases. Asimismo, se tuvieron en cuenta las recomendaciones acerca de la forma como se deben elaborar las sesiones de intervención.

Otro referente de gran apoyo fue el encontrado en la revista Números (2010) de la Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas en la cual se comparte el artículo “*Transformaciones en el plano utilizando software de geometría dinámica*”, en él se presenta una experiencia de aula que muestra el estudio de las isometrías en el plano en la educación secundaria, utilizando software de geometría dinámica como Geogebra y da razones para usar este y otros softwares. Afirma que estas herramientas contribuyen a facilitar el aprendizaje ya que permiten que los estudiantes interactúen de forma sencilla invita a que los docentes experimenten cambios en los métodos de enseñanza y hagan su práctica pedagógica más motivante. La principal conclusión que se obtuvo fue que de la forma tradicional solo se alcanzaría a trabajar la mitad de los contenidos y con menor profundidad ya que los estudiantes se sienten más motivados y atentos al realizar trabajos con ayuda de las TIC.

Este documento incrementa la motivación para la realización de la presente investigación, ya que comparte una experiencia exitosa al trabajar con el software Geogebra y da a conocer la forma como se diseñó la propuesta para su trabajo, también cómo articular al currículo este tipo de experiencias, además se tiene en cuenta la estructura presentada para el diseño de la propuesta de intervención diseñada a través de este proyecto. También narra que tuvo algunos problemas técnicos, que algunos computadores no funcionaban bien. Por el contrario, en este momento los equipos con los que se cuenta en la institución son apropiados y funcionan adecuadamente.

2.1.2 Antecedentes Documentales Nacionales.

Barrera (2014) de la universidad Nacional de Colombia y en su disertación doctoral “*Las transformaciones en el plano y la noción de semejanza*” comparten una propuesta para la enseñanza de las transformaciones en el plano e iniciar el aprendizaje del concepto de semejanza desde una perspectiva constructivista apoyada en el software Geogebra y en el modelo de Van Hiele. En este trabajo se concluye que: la geometría y en particular los conceptos relacionados con las transformaciones geométricas han mostrado ser importantes en el arte, puesto que permiten generar expresiones artísticas como frisos, mosaicos, teselaciones, etc. Además, contribuye a la pintura, escultura, la arquitectura, danzas en coreografía (simetría) y música; también que es más significativo el aprendizaje de la geometría si se hace uso de recursos tecnológicos como software de geometría dinámica, pues estos ayudan a visualizar, verificar y finalmente desarrollar la comprensión de los conceptos y que el proceso de aprendizaje de los estudiantes debe basarse en su propia actividad creadora, en sus propios descubrimientos, en sus motivaciones, donde el rol del profesor es el de orientador.

Ha sido de gran ayuda para el diseño de las actividades que se proponen de las cuales se toman algunas actividades como referentes para las de esta intervención. También es importante la relación que tiene el uso de software de geometría dinámica y el aprendizaje, además, proporciona unos referentes teóricos que contribuyen a la formulación del marco teórico en lo referente al modelo de Van Hiele.

Así mismo Urrutia & Carrascal, (2016) en la Universidad de Antioquia nos presentan en su trabajo de investigación “*Comprensión de las razones trigonométricas en el marco del modelo de Van Hiele*” donde su objetivo es hacer un análisis de la comprensión que tienen los estudiantes en la razón trigonométrica en el grado decimo de una institución educativa del municipio Santa Rosa de Osos. Entre sus conclusiones encuentra que los estudiantes logran una comprensión de muchos conceptos geométricos a partir de elementos visuales porque que estos contribuyen al desarrollo del pensamiento abstracto lo cual es propio de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Llama la atención de este trabajo de investigación buena parte de lo relacionado con el marco teórico, las teorías de aprendizaje tomadas: el constructivismo y la descripción del modelo de Van Hiele. También fue de mucha utilidad el diseño de las entrevistas aplicadas a los estudiantes en las cuales su estructura aporta en el diseño y construcción de las sesiones de los proyectos de aula aquí propuestos. Además, dio ideas acerca de cómo elaborar la categorización para el análisis de la información e hizo un aporte a la construcción del marco legal.

En tercer lugar, otro referente importante es el del trabajo que se muestra en el artículo del 3er Simposio Internacional y 4to Coloquio Regional de Investigación Educativa y Pedagógica. (2016), Donde Fernández (2016), Magister en Educación de la Universidad de Córdoba en su artículo “*Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de van hiele y su relación con los estilos de aprendizaje*” evalúa la eficacia del modelo de Van Hiele en el avance en los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes de grado 7° de una institución educativa oficial en Córdoba (Colombia) y su relación con los estilos de aprendizaje. Posterior a la aplicación de la secuencia didáctica los estudiantes lograron adquirir fácilmente los niveles 1 y 2 de Van Hiele. Al comparar los resultados entre grupos en el pos test, notamos que al grupo experimental le fue mejor en todos los niveles de razonamiento. Los estudiantes que avanzaron en los grados de adquisición de los niveles 1 y 2 fueron capaces de nombrar más de un atributo de regularidad, las respuestas a los ítems fueron sustentadas de manera formal y nombraron características importantes de los polígonos.

En el planteamiento del problema que se trata se encuentra que la parte geométrica se ha ido relegando y esta una de las razones de bajos los resultados de las pruebas saber en el componente geométrico-métrico. Es esto similar a el análisis del problema de la presente investigación y reafirma la necesidad de elaborar propuestas actualizadas que conduzcan a un mejor aprendizaje. Por otra parte, hace un análisis para la clasificación del nivel de aprendizaje que tienen los estudiantes y aunque es una investigación de tipo cualitativo sirve como guía previa para el análisis de los documentos de evaluación y de los datos que se tienen.

2.1.3 Antecedentes Documentales Regionales.

En nuestro ámbito local podemos encontrar referentes en las memorias del Encuentro internacional en educación matemática (2016) de la Universidad Francisco De Paula Santander. En el artículo “*Construcción de escenarios virtuales mediante el uso de un software de geometría dinámica*” nos comparte un ejemplo sobre como el uso de la tecnología y en particular de un software de geometría dinámica que sirven como herramientas de apoyo que le permiten al docente proponer una nueva forma de actuación en el aula, y una alternativa al estudiante diferente a la de usar lápiz y papel, además, permiten la manipulación de los objetos geométricos, hacer pruebas de arrastre como mover puntos, rectas, modificar parámetros, visualizar ciertas representaciones que difícilmente puedan observarse en el tablero o sobre el papel. Concluye en su aporte que el uso de la tecnología puede ser un factor motivante en la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, la tecnología por sí misma no genera conocimiento, ni sustituye al profesor, por lo tanto, es necesario enmarcar las aplicaciones tecnológicas y en este caso los entornos virtuales, dentro de una didáctica que promueva una comprensión y construcción de los conceptos matemáticos.

Por estas razones es que los docentes debemos actualizarnos e incluir en nuestra practica pedagógica herramientas novedosas y llamativas que faciliten el aprendizaje, como por ejemplo en este caso una propuesta pedagógica basada en estrategias que le ayuden al estudiante a mejorar su desempeño académico en el área de matemáticas haciendo énfasis en geometría.

También hay que mencionar, las memorias del Simposio Nororiental de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander (2013) en su artículo “*Exploración de conceptos geométricos con el uso de Geogebra en estudiantes de cuarto año de básica primaria*”, este tiene como objetivo resaltar la importancia de la Geometría en la escuela y como la tecnología con el uso de softwares de geometría dinámica se convierten en herramientas para crear nuevas estrategias de enseñanza, mejorando así el aprendizaje de los conceptos geométricos en los estudiantes. Concluye que los estudiantes pueden explorar a fondo cada una de las características y elementos de las funciones en un ambiente dinámico y la práctica docente deja de ser monótona, también nos recomienda invitar a docentes, padres de familia e instituciones a ver a la tecnología como una herramienta de apoyo en el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Con respecto a este y al anterior referente se pueden tener en cuenta las conclusiones y recomendaciones como aporte al proyecto, puesto que los softwares o entornos virtuales son herramientas que facilitan y motivan el aprendizaje y por tal razón al finalizar este trabajo de investigación, evidencia también resultados satisfactorios.

Por otra parte, y aunque en el ámbito local son pocos los trabajos que abordan el modelo de Van Hiele, se encontró que Gualdrón & Gutiérrez, (2007) en su artículo “*Una aproximación a los descriptores de los niveles de razonamiento de Van Hiele para la semejanza*”. Cuyo objetivo fue diseñar una unidad de enseñanza para la semejanza de polígonos basándose en el modelo de Van Hiele y llegando a la conclusión de que la mayoría de estudiantes a los que se le aplicó esta unidad consiguieron alcanzar el segundo nivel de razonamiento. Además, propone que otros docentes realicen el trabajo con figuras homotéticas utilizando el marco teórico abordado.

Igualmente menciona que son pocos los trabajos de investigación que se han hecho en relación con el aprendizaje de la geometría utilizando el modelo de Van Hiele, lo cual es favorable y motivante para el desarrollo de la presente investigación; también, nos proporciona algunos aspectos acerca del marco teórico que se complementan con muchos de los trabajos mencionados anteriormente. Además, nos comparte la forma como desarrollo su proceso investigativo, lo cual sirve también como complemento en el presente trabajo cuando se realiza el análisis del mismo.

2.2 Marco Teórico

Teniendo en cuenta la intencionalidad del proyecto, así como el planteamiento de los objetivos del mismo, se presenta a continuación una contextualización teórica en donde se abordan temas específicos tales como el modelo Van Hiele, el proceso de aprendizaje en el marco del constructivismo, Geometría, Traslaciones del plano, TIC y Geogebra, los cuales se constituyen en elementos fundamentales de la presente investigación

Es procedente mencionar que los temas en mención son de gran utilidad para el autor del proyecto, toda vez dan luces para el diseño, aplicación y evaluación de las traslaciones en el plano en el marco del modelo de Van Hiele mediado por el uso de Geogebra.

2.2.1 Constructivismo.

El presente trabajo de investigación se basa fundamentalmente en esta teoría pedagógica, en relación con ella iniciemos mencionando los aportes que hace Piaget (citado en Requena 2008) afirma que:

La idea central es que el aprendizaje humano se construye, que la mente de las personas elabora nuevos conocimientos a partir de la base de enseñanzas anteriores. El aprendizaje de los estudiantes debe ser activo, deben participar en actividades en lugar de permanecer de manera pasiva observando lo que se les explica. (...) Cada uno individualmente construye significados a medida que va aprendiendo. (p.27).

Hay que mencionar además los aportes de Granel & Salvador (1994) quienes aseveran que:

El conocimiento no es el resultado de una mera copia de la realidad preexistente, sino de un proceso dinámico interactivo a través del cual la información externa es interpretada y reinterpretada por la mente que va construyendo progresivamente modelos explicativos cada vez más complejos y potentes. Conocemos la realidad a través de los modelos que construimos para explicarla, siempre susceptibles de ser mejorados o cambiados.

Basado en lo mencionado anteriormente, el constructivismo nos propone un esquema que parta de lo que el estudiante conoce o tiene como referencia, este concepto previo es alimentado por otros nuevos conocimientos y así puede cambiar, mejorar y ser incorporado a nuestra mente. Este proceso es llamado por Piaget la asimilación y el alojamiento.

2.2.2 Modelo de Van Hiele.

Un modelo puede considerarse como una representación simplificada de un fenómeno real, en nuestro caso en particular podemos considerar el modelo de Van Hiele como una teoría

que apoya la enseñanza y el aprendizaje en los temas relacionados con la geometría y propone que se desarrollen de una manera didáctica y secuencial.

Entre los años cincuenta y sesenta, el matrimonio holandés formado por Pierre Marie Van Hiele y Dina van Hiele-Geldof, inspirados en Piaget ambos profesores de educación secundaria, observaron como muchos de los docentes de hoy día lo hacemos, que es difícil enseñar determinados temas y particularmente de la geometría por eso la pareja de profesores comenzó evidenciando estas dificultades. Pierre Van Hiele nos comenta brevemente en que consiste su modelo:

“Se dice que uno ha alcanzado determinado nivel de pensamiento cuando una nueva ordenación mental respecto de ciertas operaciones le permite aplicarlas a nuevos objetos. No se puede llegar a estos niveles con el estudio; sin embargo, el profesor puede, mediante una selección apropiada de tareas, crear una situación ideal para que el estudiante alcance un nivel de pensamiento superior. Se puede afirmar además que la consecución de un nivel superior aumenta considerablemente el potencial del estudiante, mientras que resulta muy difícil que un estudiante vuelva a caer a un nivel de pensamiento inferior. En cambio, la materia de estudio se suele olvidar muy fácilmente.”
(p. 88).

Según Netsy Lobo citada por (Gutiérrez & Jaime, 1991) afirma que el modelo de Van Hiele describe cómo se va modificando la forma de razonar de los individuos mediante cinco niveles de razonamiento, que abarcan desde la visión más simplista de los conceptos geométricos hasta el empleo del razonamiento formal. A su vez, plantea la forma de organizar la enseñanza de acuerdo a fases de aprendizaje que facilitan el progreso en el razonamiento.

A continuación, se hace una descripción del modelo de Van Hiele, tomada principalmente de los autores Fouz & De Donosti (2001); Díaz & Hernández (2002); Vargas & Araya (2013); Maldonado (2013); Barrera (2014); Urrutia & Carrascal (2016), los cuales hablan de los diferentes niveles de perfección de razonamientos y las fases de aprendizaje de los estudiantes de la siguiente manera:

Los estudiantes solo comprenden lo que esté acorde con su nivel de razonamiento, debido a que si una relación matemática no puede expresarse en el nivel actual de razonamiento debe esperarse a que el estudiante alcance un nivel superior para presentársela, por lo tanto, con este modelo es posible hacer que el escolar alcance un nivel de razonamiento superior más rápidamente.

2.2.2.1 Los niveles de Van Hiele

Nivel 1 (reconocimiento) (Van Hiele, 1986).

Los objetos se perciben en su totalidad, son descritos de forma global, diferenciándolos y clasificándolos en base a semejanzas o diferencias físicas generales, no se reconocen explícitamente los elementos y propiedades de los objetos.

Percepción global de las figuras: Se suelen incluir atributos irrelevantes en las descripciones, especialmente referidos a la posición del plano.

Percepción individual de las figuras: Cada figura es considerada como un objeto, independiente de otras figuras de la misma clase. No se generalizan las características de una figura u otras de su misma clase.

Descripción de las figuras basada principalmente en su aspecto físico y posición en el espacio. Los reconocimientos, distinciones o clasificaciones se basan en semejanzas físicas globales.

Frecuentemente hay descripciones por semejanza con otros objetos, no necesariamente matemáticos.

Uso de propiedades imprecisas para identificar, comparar, ordenar, caracterizar figuras, con frecuentes referencias a prototipos audiovisuales.

Aprendizaje de un vocabulario básico para hablar de las figuras, escribirlas, entre otras.

No se suelen reconocer explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

Nivel 2: (Análisis) (Van Hiele, 1986)

Reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y están dotadas de propiedades matemáticas. Se describen las partes que integran una figura y se enuncian sus propiedades. Se es capaz de analizar las propiedades matemáticas de las figuras.

Deducción de propiedades mediante experimentación. Capacidad de generalización de dichas propiedades a todas las figuras de la misma familia.

La definición de un concepto consiste en el recitado de una lista de propiedades, lo más exhaustiva posible, pero en la que puede haber omisiones de características necesarias. Así mismo, se rechazan las definiciones dadas por el profesor o el libro de texto en favor del estudiante cuando aquellas entran en conflicto con la propia.

No se relacionan diferentes propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras. No se establecen clasificaciones a partir de las relaciones entre las propiedades. No se realizan clasificaciones inclusivas.

La demostración de una propiedad se realiza mediante su comprobación en uno o pocos casos.

Nivel 3: (Clasificación) (Van Hiele, 1986)

Si se pueden relacionar propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras: se comprende la existencia de relaciones y se descubren, de manera experimental, nuevas relaciones.

Comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos. Se definen correctamente conceptos y tipos de figuras. También se hacen referencias explícitas a las definiciones cuando se realizan razonamientos o demostraciones.

Si se pueden realizar clasificaciones inclusivas. La demostración de una propiedad ya no se basa en la comprobación de casos, pues hay una necesidad de justificar de manera general la veracidad de dicha propiedad, para lo cual se usan razonamientos deductivos informales.

Comprensión y realización de implicaciones simples en un razonamiento formal. Comprensión de una demostración realizada por el profesor. Capacidad para repetir tal demostración y adaptarla a otra situación análoga.

Incapacidad para llevar a cabo una demostración formal completa, en la que haya que encadenar varias implicaciones, pues no se logra una visión global de las demostraciones y no se comprende su estructura.

Nivel 4 (Deducción formal) (Van Hiele, 1986)

Se pueden reformular enunciados de problemas o teoremas, trasladándolas a un lenguaje más preciso.

Realización de las demostraciones (de varios pasos) mediante razonamientos deductivos formales.

Capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales. Capacidad para adquirir una visión global de las demostraciones y para comprender la misión de cada implicación simple en el conjunto.

Capacidad para comprender la estructura axiomática de las matemáticas: sentido de axiomas, definiciones, teoremas, términos no definidos.

Aceptación de la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas o mediante diferentes formas de demostración.

Nivel 5 (Rigor) (Van Hiele, 1986)

Posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos distintos del usual (de la geometría euclidiana).

Capacidad para realizar deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado.

Capacidad para establecer la consistencia de un sistema de axiomas. Capacidad para comparar sistemas axiomáticos diferentes y decidir sobre su equivalencia.

Comprensión de la importancia de la precisión al tratar los fundamentos y las relaciones entre estructuras matemáticas.

Se toma como base del proceso de aprendizaje tomando lo que se conoce y gradualmente se van adquiriendo conceptos y competencias que permiten complementar el conocimiento. Esto se repite en todos los procesos de aprendizaje desde que comienza la vida del ser humano y termina cuando se deja de existir.

También presenta cinco fases de aprendizaje con las cuales se organizaron de las actividades para permitir pasar de un nivel de razonamiento al siguiente. Estas fases se repiten en cada nivel de razonamiento y al concluir las se debe haber ascendido al nivel siguiente. Las características de las fases de aprendizaje son las siguientes:

2.2.2.2 Fases de aprendizaje: (Van Hiele, 1986).

Fase 1 (Información)

En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo tema objeto de estudio. El profesor debe identificar los conocimientos previos que puedan tener sus alumnos sobre este nuevo campo de trabajo y su nivel de razonamiento en el mismo. Los alumnos deben recibir

información para conocer el campo de estudio que van a iniciar, los tipos de problemas que van a resolver, los métodos y materiales que utilizarán, entre otros. La primera fase se puede obviar en algunos casos pues, dado que su finalidad es que el profesor obtenga información sobre los conocimientos y el nivel de razonamiento de sus alumnos y que éstos la obtengan sobre el campo de estudio, cuando existe con anterioridad esta información no es necesario realizar el trabajo específico de esa fase.

En esta propuesta las actividades se diseñaron partiendo de la primera fase, mostrándoles a los estudiantes un objeto para que lo reconozcan, y comentando acerca de lo que conocen del tema.

Fase 2 (Orientación dirigida).

Se guía a los alumnos mediante actividades y problemas (dados por el profesor o planteados por los mismos estudiantes) para que éstos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicas de la red de conocimientos que deben formar. Los problemas propuestos han de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben entender y aprender. El profesor tiene que seleccionar cuidadosamente estos problemas y actividades y debe orientar a sus alumnos hacia la solución cuando lo necesiten. Esta fase es fundamental, ya que en ella se construyen los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente. Van Hiele (1986) señala que “las actividades de la segunda fase, si se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento del nivel superior”. El trabajo se ha de presentar a los alumnos de manera que los conceptos y estructuras a alcanzar aparezcan de manera progresiva. El profesor debe seleccionar los problemas que planteen situaciones en cuya resolución aparezca alguno de los elementos (conceptos, propiedades, definiciones, relaciones entre propiedades, entre otros) que los alumnos tienen que aprender y en los que deben basar su nueva forma de razonamiento.

Fase 3 (Explicitación).

Los alumnos deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido, intercambiar sus experiencias y discutir sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y

relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio. En esta fase no se produce un aprendizaje de conocimientos nuevos, en cuanto a estructuras o contenidos, sino una revisión del trabajo llevado a cabo con anterioridad, de puesta a punto de conclusiones y de práctica y perfeccionamiento de la forma de expresarse, todo lo cual origina un afianzamiento de la nueva red de conocimientos que está formando. La tercera fase no debe interpretarse como fijada después de la segunda fase y antes de la cuarta, sino más bien como una actitud permanente de diálogo y discusión en todas las actividades que lo permitan de las diferentes fases de aprendizaje.

En la propuesta se plantea que los estudiantes en todas las sesiones escriban sus concepciones y que al finalizar intercambien las experiencias con los otros compañeros.

Fase 4 (Orientación Libre).

En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores y, probablemente, más complejos. El profesor debe proponer a sus alumnos problemas que no sean una simple aplicación directa de un dato o algoritmo conocido, sino que planteen nuevas relaciones o propiedades, que sean más abiertos, preferiblemente con varias vías de resolución, con varias soluciones o con ninguna. Por otra parte, el profesor debe limitar al máximo su ayuda a los estudiantes en la resolución de los problemas.

En palabras de Van Hiele (1986, p.54), los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales. Los alumnos deberán aplicar los conocimientos y lenguaje que acaban de adquirir en otras situaciones nuevas. Los problemas planteados en esta fase deben obligar a los estudiantes a combinar sus conocimientos y aplicarlos a situaciones diferentes de las propuestas anteriormente. La intervención del profesor en la resolución de las tareas debe ser mínima, pues son los alumnos quienes tienen que encontrar el camino adecuado a partir de lo aprendido en la segunda fase.

Fase 5 (Integración).

Los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente. El profesor debe dirigir resúmenes o recopilaciones de la información que ayuden a los estudiantes a lograr esta integración. Las actividades que les proponga no deben implicar la aparición de nuevos conocimientos, sino sólo la organización de los ya adquiridos. Se trata de adquirir una visión general de los contenidos del tema objeto de estudio, integrada por los nuevos conocimientos adquiridos en este nivel y los que ya tenían los estudiantes anteriormente. No hay un aprendizaje de elementos nuevos, sino una fusión de los nuevos conocimientos, algoritmos y formas de razonar con los anteriores.

Después de hacer un análisis al modelo de Van Hiele, se puede aplicar sin contravenciones al modelo pedagógico existente en la institución educativa ya que en el Proyecto Educativo Institucional está definido un modelo educativo basado en la escuela activa, escuela nueva y posprimaria, la cual propone el aprendizaje a partir del descubrimiento e ir gradualmente incrementando el nivel de aprendizaje.

2.2.3 Aprendizaje.

¿Qué es aprender? Para Shunk (2012), “Aprender implica construir y modificar nuestro conocimiento, así como nuestras habilidades, estrategias, creencias, actitudes y conductas.” (p.3). Ormrod (2005) por su parte considera que: “el aprendizaje es el medio mediante el que no sólo adquirimos habilidades y conocimiento, sino también valores, actitudes y reacciones emocionales... El aprendizaje es un cambio relativamente permanente en las asociaciones o representaciones mentales como resultado de la experiencia” (p.5).

2.2.3.1 El Aprendizaje en el Marco del Constructivismo y del Aprendizaje Significativo.

En este marco pedagógico se traen algunas definiciones, para Ormrod (2005) “La mayoría de los teóricos cognitivos considera ya el aprendizaje como una construcción que se realiza a partir de la información que se recibe, y no tanto como la propia información en sí misma” (p.205). Mientras que Shunk “Las personas aprenden habilidades cognoscitivas, lingüísticas,

motoras y sociales, las cuales pueden adoptar muchas formas.” (p.3). desde un punto de vista epistemológico para Díaz (2002) “existe la convicción de que los seres humanos son productos de su capacidad para adquirir conocimientos y para reflexionar sobre sí mismos” (p.25)

En forma general el constructivismo hoy para Barriga como se citó en Coll (1990; 1996) afirman que:

la postura constructivista en la educación se alimenta de las aportaciones de diversas corrientes psicológicas: el enfoque psicogenético piagetiano, la teoría de los esquemas cognitivos, la teoría ausubeliana de la asimilación y el aprendizaje significativo, la psicología sociocultural vigotskyana, así como algunas teorías instruccionales, entre otras. (p. 28).

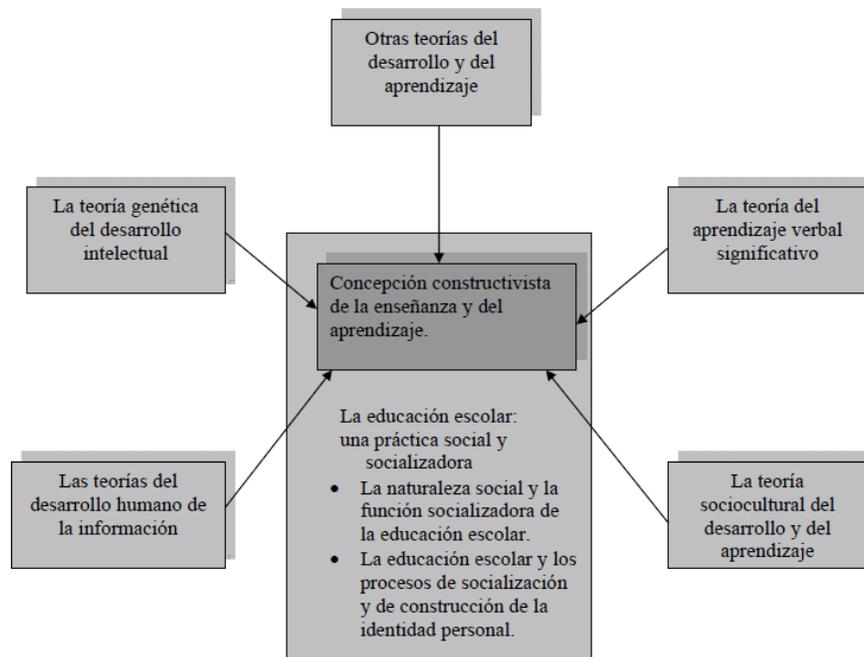


Figura 2. Concepción constructivista según Coll

Fuente: de: <https://es.slideshare.net/NataliaFlores3/constructivismo-7946543>

Tomando en cuenta estas definiciones y descripciones se puede decir que el aprendizaje desde lo constructivista es un proceso mediante el cual el ser humano modifica su conocimiento y su comportamiento. En el marco de este modelo se cuenta con muchos aportes de diferentes

autores con el fin de apoyar los procesos pedagógicos, la presente propuesta ha sido respaldada con diversos aspectos desde la perspectiva constructivista.

2.2.3.2 El proceso de aprendizaje de los estudiantes.

La propuesta aplicada en el Centro Educativo Rural Sucre analiza como es el aprendizaje de las traslaciones en el plano en el área de matemática de los estudiantes de séptimo grado, y como referentes se toman algunos de los aspectos.

Motivación.

Se considera de suma importancia realizar las actividades del proyecto realizando un trabajo donde los estudiantes aprendan motivados o que adquieran la motivación durante el proceso de aprendizaje, las actividades van a estar de acuerdo con el contexto y van a realizarse de forma dinámica, es conveniente hacer que los estudiantes superen las posibles dificultades.

“Con frecuencia, el estudiante obtiene mayores satisfacciones al vencer una dificultad que al eludirla; en estudiantes seguros de sí mismos esta actividad resulta gratamente placentera” (Yañes, 2002, p.73). Por esta razón debe atenderse y apoyarse las dificultades que se presenten en el proceso y permitir que el estudiante las supere.

2.2.3.3 Aprendizaje significativo.

La propuesta está diseñada partiendo de los saberes previos de los estudiantes y que continúen el proceso a partir de lo que saben, por esta razón se tiene como referente a Ausubel (1983).

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante ("subsunsor") preexistente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras.

Al final de la aplicación los estudiantes deben haber incorporado nuevos conocimientos los cuales adquirieron durante el proceso de aprendizaje a través de su propia experiencia. Participaron en las todas las actividades propuestas; también se incluyeron imágenes que les sirvan de referencia para sus aprendizajes y programas que les permitieron hacer unas mejores imágenes mentales, También se procuró tener el tiempo suficiente para el desarrollo de las actividades propuestas. Todos los elementos anteriormente mencionados son necesarios para que se desarrolle un aprendizaje significativo.

2.2.4 Geometría.

Es una ciencia del espacio y la forma. Desde sus raíces como herramienta para describir y medir figuras, se han ido constituyendo teorías, ideas y métodos mediante los cuales podemos construir y estudiar modelos idealizados del mundo físico o de fenómenos que acontecen en el mundo real.

Es un método para representar visualmente conceptos y procesos de otras áreas de las matemáticas como la aritmética, el álgebra o el cálculo, o de otras ciencias naturales y sociales. Es un punto de encuentro entre la matemática vista como una teoría abstracta y la matemática vista como un recurso de modelación. Es una vía para desarrollar pensamiento y comprensión, y, en un nivel avanzado, como una teoría formal. Es una herramienta en diversos campos de aplicación, tanto en forma tradicional, como de manera innovadora mediante el uso de recursos computacionales.

Para nuestro estudio también se tienen en cuenta los aportes de Duval (2001) quien contribuye con los siguientes aspectos; la Geometría involucra tres procesos cognitivos: de visualización, que hace referencia a las representaciones de características tanto en forma visual como en cualquier otra forma de sentir; de construcción, este proceso desarrolla cuando realizamos construcciones ya sea con regla y compas o con softwares de geometría; y de Razonamiento, cuando se puede demostrar y explicar. Estos procesos pueden ser realizados separadamente y no dependen uno del otro, pero si se requieren para adquirir las competencias en Geometría.

Considerando lo anterior, la geometría es una parte de la matemática que requiere de un proceso especial en su aprendizaje, debe apoyarse en los sentidos para lograr una mejor apreciación de los mismos, elaborando construcciones con regla y compas y con herramientas dinámicas, además permitir que estos procesos interactúen y así conseguir un mejor nivel de razonamiento.

2.2.5 Traslaciones en el plano.

Al hablar de trasladar un objeto, se quiere decir que este se mueve en una dirección. Es un movimiento en el plano determinado por una dirección, sentido y una magnitud. El sentido indica hacia donde se realiza el movimiento y la magnitud hace referencia a la cantidad de unidades que se debe mover una figura. Suele representarse mediante una flecha llamada Vector y este nos indica el sentido, la dirección y la magnitud de la traslación.

Es necesario para abordar nuestro estudio de traslaciones en el plano reconocer algunas nociones como los son las coordenadas cartesianas las cuales son requeridas para la correcta ubicación en el espacio tomando los apuntes de Wooton (1985) se parte de las relaciones entre conjuntos y su definición del producto cartesiano.

$A \times B$ Se define como el conjunto de todos los pares ordenados (a, b) en los cuales la primera componente A es elemento del conjunto A y la segunda B es elemento del conjunto B A

$$XB = \{(a, b) / a \in A \text{ y } b \in B\}$$

Cada par ordenado puede asociarse en una forma única con un punto S del plano mediante un sistema de coordenadas cartesiano; el cual es un par de rectas perpendiculares divididas equitativamente en segmentos numerados los cuales son llamados ejes y su punto de intersección origen. Cada una de las cuatro regiones en que queda dividido el plano es llamado cuadrante. Se asocia cada par ordenado (a, b) un punto S se ubica de la siguiente manera:

a. Por el punto que corresponda al número a sobre el eje horizontal (eje x) se traza una recta paralela al eje vertical.

- b. Por el punto que corresponda al número b sobre el eje vertical (eje y) se traza una paralela al eje horizontal.
- c. Al punto de intersección S de estas rectas se le asocian las coordenadas (a, b) “punto (a, b) ”.
- d. La primera componente a de (a, b) se llama abscisa de S y la segunda Ordenada de S .

Si para cada punto S del plano se trazan rectas que pasen por S y sean paralelas a los ejes, entonces esas rectas se intersecan con los ejes determinando puntos diferentes únicos. Los números a y b que corresponden a los puntos de intersección forman uno y solo un par ordenado (a, b) , de manera que la asociación de un par ordenado de un punto dado S con un par ordenado (a, b) es también única. Es decir que existe una correspondencia biunívoca entre el conjunto de puntos del plano y los miembros de $A \times B$ donde la gráfica será todo el plano.

También podemos asociar un desplazamiento, o una traslación, en el plano con el mismo par ordenado. Considérese una partícula que se mueve de un punto S a otro S' en el plano desplazándose dos unidades a la derecha y una hacia abajo este desplazamiento es una traslación tomando como vector el origen y el punto $(2, -1)$.

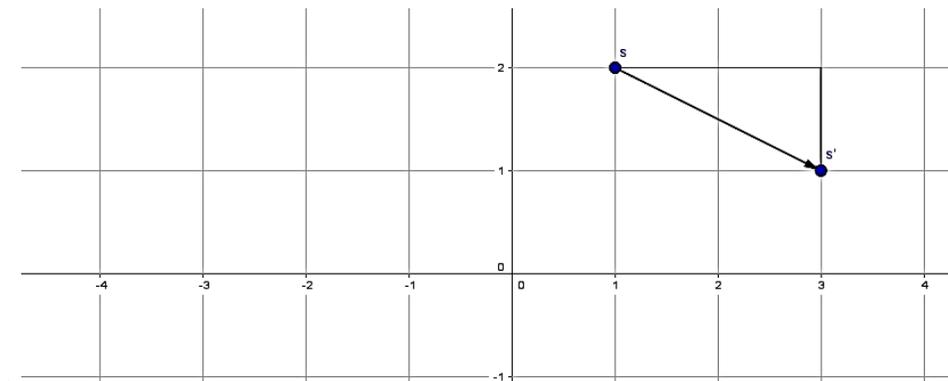


Figura 3. Traslación del punto S dos unidades a la derecha y una hacia abajo Geogebra.

Un par ordenado de números reales se puede emplear para determinar una traslación en el plano, a un par ordenado se le llama frecuentemente vector (que proviene del latín trasportador). La representación geométrica de un vector es una flecha en el plano

Puesto que se puede considerar que una traslación tiene su punto inicial en cualquier punto del plano S y tiene su punto final S' del plano, cada vector (a, b) tiene un número infinito de representaciones geométricas en el plano. La flecha asociada con (a, b) que tiene su punto inicial en el origen es la representación ordinaria del vector. En la (figura 4) se observa una traslación de un pentágono regular de acuerdo al vector $(3,1)$. Donde cada punto del plano S y tiene su punto final S' del plano así: A tiene A' ; B tiene B' ; C tiene C' ; D tiene D' y E tiene E' .

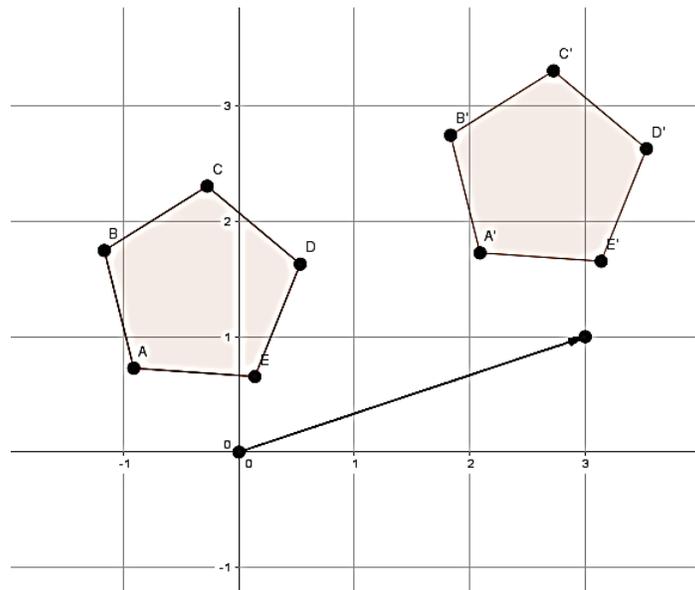


Figura 4. Traslación de un polígono construida con Geogebra.

Fuente. Cáceres, G. 2017

2.2.6 Tecnologías de la información y comunicación TIC.

Cuando se habla de las nuevas tecnologías se hace referencia a aquellas herramientas tecnológicas que se van apareciendo día a día y que al ser utilizadas adecuadamente se aumenta la capacidad para crear, compartir y dominar el conocimiento. En particular para nuestro objeto de estudio, las TIC tienen una gran importancia y se han encontrado diversos documentos y tesis que así lo evidencian y le dan su debida importancia. El MEN (2004) cuando aún era incipiente

el desarrollo de elementos tecnológicos aplicados a educación ya notaba las grandes posibilidades en lo referente al aprendizaje:

La visualización ha sido un tema estudiado intensamente por la didáctica desde el arribo de la tecnología informática, con capacidades de graficación, a los sistemas educativos. Cuando se explora un problema escrito en el lenguaje verbal, o modelado a través de expresiones simbólicas, relacionando dichas formas de representación con los fenómenos visuales que aparecen en la pantalla de un computador, se abren nuevas oportunidades para el aprendizaje al ampliar las experiencias posibles de los estudiantes. (MEN, 2004, p.25)

Esto indica que desde ese momento se ha valorado el uso de la tecnología especialmente en el área de geometría y se comienza a motivar su uso como herramienta para mejorar el aprendizaje.

Más recientemente Maldonado (2013) continúa dando razones para incluir estos recursos tecnológicos en los procesos de aprendizaje:

El impacto de las tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de enseñanza - aprendizaje se reflejan en: el uso de los recursos multimedia para presentar información en forma interactiva y simular procesos... Esto puede modificar significativamente los procesos de enseñanza - aprendizaje o al menos dotarlo de nuevas herramientas para su diseño y ejecución. (p55).

También Barrera (2014) aporta desde su trabajo la importancia de estas herramientas:

En la enseñanza de la geometría y para el caso que nos ocupa, las transformaciones geométricas, es recomendable el uso de recursos tecnológicos como software de geometría dinámica, pues estos ayudan a visualizar, verificar y finalmente desarrollar la comprensión de los conceptos (Barrera. 2014. P 86)

Todos estos aportes garantizan que el uso de tecnología en el aula fortalece los procesos de aprendizaje, además permite realizar una práctica pedagógica acorde a las necesidades actuales de los estudiantes.

2.2.7 Geogebra.

Geogebra es un Software de libre acceso, con un computador o un celular con acceso a internet podemos descargar el programa y utilizarlo libremente. Es un Software de geometría dinámica, de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar. Es una herramienta que hace tangible la matemática y en especial la geometría, les encanta a los estudiantes y facilita su proceso de aprendizaje, crea una conexión entre el álgebra y la geometría de un modo visual donde los estudiantes pueden ver, tocar y experimentar la matemática. Permite que los profesores incorporen el uso de nuevas tecnologías en la planeación y organización de sus clases. Hay muchos trabajos de investigación que apoyan sus trabajos de investigación relacionados con el aprendizaje en herramientas como Geogebra.

Las TIC ofrecen herramientas útiles al proceso educativo para facilitar la aprensión y construcción de los diferentes conceptos tratados en la práctica pedagógica, a través de la Visualización, interacción y modelación. En el caso específico de las matemáticas, es importante reconocer la amplia gama de recursos tecnológicos que están a su disposición, entre ellos el Geogebra (Escobar & guerra, 2015, p24).

También se han encontrado conclusiones en estudios de temáticas particulares como lo enuncia Montoya (2014) en su trabajo:

La utilización de las tecnologías informáticas y de comunicación TIC en el proceso de enseñanza de la geometría en problemas relacionados con el teorema de Pitágoras permitió realizar una comparación entre el nivel de razonamiento mostrado por aquellos estudiantes que desarrollaron este con apoyo Geogebra respecto a aquellos que estudiaron el tema con un enfoque tradicional, concluyendo que los primeros manifestaron mayor interés por la geometría. (p 55).

2.3 Marco Legal

En Colombia existe una serie de normas legales que, desde la perspectiva educativa, sustentan el presente proyecto, dentro de los cuales se debe mencionar:

2.3.1 Constitución política de Colombia.

En el artículo 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente. El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica. La educación será gratuita en las instituciones del estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos.

Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo. La nación y las entidades territoriales participarán en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos estatales, en los términos que señalen la Constitución y la ley (Constitución Política de Colombia , 1991).

2.3.2 Ley General de la Educación, ley 115.

Esta ley abarca todo lo relacionado con la educación para su artículo 1 La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.

Y en artículo 23 propone las Áreas obligatorias y fundamentales. Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del

conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional. Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, entre las cuales está el área de Matemática (Ministerio de Educación , 1994).

2.3.3 Lineamientos curriculares matemática.

Desde la publicación de este documento se ha motivado para que los docentes actualicen su quehacer pedagógico se valorar la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas.

Propone unos procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Además, plantea una estructura curricular basada en cinco pensamientos: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y el pensamiento variaciones y sistemas algebraicos y analíticos.

En particular en este trabajo en particular se abordó el pensamiento espacial y sistemas geométricos el estudio de la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas escolares se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la “matemática moderna”. Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría.

Howard Gardner en su teoría de las múltiples inteligencias considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial. Se estima que la mayoría de las profesiones científicas y

técnicas, tales como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación, y muchas disciplinas científicas como química, física, matemáticas, requieren personas que tengan un alto desarrollo de inteligencia espacial Rojas & Ariza (2015).

Para el desarrollo del pensamiento geométrico investigaciones actuales sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico indica que éste sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales, aunque los niveles finales corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que se dan en la escuela.

El modelo de Van Hiele es la propuesta que parece describir con bastante exactitud esta evolución y que está adquiriendo cada vez mayor aceptación a nivel internacional en lo que se refiere a geometría escolar.

2.3.4 Estándares de calidad matemática.

También se han establecido unos estándares organizados por grados, especificando los referentes en cada grado acerca de lo que el estudiante debe aprender. El desarrollo de esta propuesta se abarcan entre otros los siguientes: Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características; Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas; Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales; Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños; Clasifico polígonos en relación con sus propiedades; Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones); Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica (Revolución Educativa Colombia Aprende, 2006).

2.3.5 Derechos Básicos de Aprendizaje.

Son un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país. Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) se plantean para cada año escolar de grado primero a grado once, en las áreas de lenguaje y matemáticas y se

han estructurado en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias. En ese sentido, plantean una posible ruta de aprendizajes para que los estudiantes. Los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular puesto que estos son complementados por los enfoques, metodologías, estrategias y contextos que se den en los establecimientos educativos, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales y se concretan en los planes de área (Ministerio de Educación Nacional , 2015).

Capítulo III

3. Diseño metodológico

3.1 Tipo de investigación

Esta investigación está enmarcada desde el enfoque de investigación cualitativa. Se hace un análisis que no puede ser resuelto simplemente estudiando unos datos estadísticos, por el contrario, se requieren conocer diversos aspectos por medio de la investigación cualitativa “esto es lo que ofrece la investigación cualitativa. Proporciona diferentes alternativas al investigador para tener un conocimiento más profundo de la situación en concreto que le permitirá resolver un problema” (Balcázar, Gonzalez, Gurrola, & Moysén, 2006).

Cabe mencionar, además a Hernandez, Fernandez, & Baptista (2007) quienes nos dan algunas características de la investigación cualitativa como lo son: los participantes en la investigación se comportan naturalmente como en su vida cotidiana; no se pretende manipular ni controlar las variables; la pregunta de investigación puede modificarse durante el proceso de investigación; la recolección de datos está fuertemente influida por la experiencia y participación y no es necesario analizar los datos numérica o estadísticamente.

En cuanto Taylor & Bogdan, (1987), definen la investigación cualitativa como la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable. Los mismos autores señalan que la investigación cualitativa es de tipo inductivo, donde los investigadores desarrollan conceptos, intelecciones y comprensiones partiendo de pautas de los datos, y no recogiendo datos para evaluar modelos, hipótesis o teorías preconcebidas. En este tipo de estudio los investigadores siguen un diseño de la investigación flexible y comienzan sus estudios con interrogantes vagamente formulados.

Por otro lado, para Elliott (1990) la investigación acción es una oportunidad para mejorar el quehacer pedagógico, él en su documento la investigación acción en educación afirma que:

La investigación-acción se relaciona con los problemas prácticos cotidianos experimentados por los profesores, en vez de con los "problemas teóricos" definidos por

los investigadores puros en el entorno de una disciplina del saber. Puede ser desarrollada por los mismos profesores o por alguien a quien ellos se lo encarguen.

Por otra parte, la modalidad investigativa del proyecto es investigación acción, la cual es definida por Bausela (2001), como una forma de entender la enseñanza, no sólo de investigar sobre ella. La investigación – acción supone entender la enseñanza como un proceso de investigación, un proceso de continua búsqueda. Conlleva entender el oficio docente, integrando la reflexión y el trabajo intelectual en el análisis de las experiencias que se realizan, como un elemento esencial de lo que constituye la propia actividad educativa.

Los problemas guían la acción, pero lo fundamental en la investigación – acción es la exploración reflexiva que el profesional hace de su práctica, no tanto por su contribución a la resolución de problemas, como por su capacidad para que cada profesional reflexione sobre su propia práctica, la planifique y sea capaz de introducir mejoras progresivas.

Dentro de las características señaladas por Bausela (2001), se debe señalar que esta se construye desde y para la práctica, pretende mejorar la práctica a través de su transformación, al mismo tiempo que procura comprenderla, demanda la participación de los sujetos en la mejora de sus propias prácticas, exige una actuación grupal por la que los sujetos implicados colaboran coordinadamente en todas las fases del proceso de investigación, implica la realización de análisis crítico de las situaciones y se configura como una espiral de ciclos donde se encuentran las diferentes fases utilizadas en el desarrollo de esta investigación.

Como primera fase se encuentra la preparatoria, que es aquella que hace referencia a la planificación, inmediatamente después se encuentra la fase de trabajo de campo donde se referencia la acción, la aplicación de las intervenciones didácticas, luego se encuentra la analítica donde se remite directamente a la observación y por último la fase de reflexión donde se realiza la interpretación de los resultados obtenidos.

3.2 Proceso de la investigación

Se inicia este proyecto de investigación abordando la problemática observada por los bajos resultados de los estudiantes colombianos a nivel internacional, en las pruebas saber y el índice sintético de calidad (ICSE) en el Centro Educativo Rural Sucre, al analizar de dichas pruebas, donde se encuentra una oportunidad de mejoramiento al realizar el trabajo en el área de geometría; es una recomendación que se obtiene al hacer análisis de los resultados de las pruebas saber en el 2014, donde se propone mejorar los procesos que tienen que ver con el componente geométrico-métrico y se decide abordar el tema de transformaciones en el plano ya que en los resultados del año 2016 se encuentra que es este aspecto es uno de los que más se han descuidado en los procesos de aprendizaje.

Durante el proceso se revisó literatura y se encontró que el modelo de Van Hiele esta propuesto desde los lineamientos curriculares Ministerio de Educacion Nacional (MEN,1998) “El modelo de Van Hiele es la propuesta que parece describir con bastante exactitud esta evolución y que está adquiriendo cada vez mayor aceptación a nivel internacional en lo que se refiere a geometría escolar.” (P, 38) pero que solo hasta ahora está tomando la importancia que se merece. Como es adecuado al problema detectado, se diseñaron las actividades con base en este modelo. Se debe agregar que se buscó información de otros investigadores en la cual tratan temas similares al que se quiere solucionar o estrategias parecidas a las de esta investigación.

Se comenzó con la aplicación del pretest a los estudiantes de séptimo grado en el mes de agosto del 2016 en el cual se identificó el nivel de razonamiento que tienen los estudiantes antes de iniciar con la propuesta. Para este instrumento se diseñaron once preguntas para reconocer los presaberes que tienen los estudiantes en cuanto a traslaciones en el plano, tanto en la parte conceptual como en la parte procedimental; algunas preguntas se ilustran a continuación:

Figura 5. Actividad 2 del pretest

2. ¿Qué entiendes por traslación?

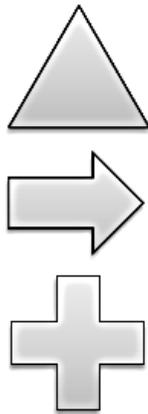
Fuente. Cáceres, G., 2017

En la cual se esperaba saber qué preconcepto tenían los estudiantes sobre las traslaciones con el fin de elaborar las actividades de acuerdo con sus presaberes.

Otro punto era, traslada las figuras hacia la derecha la distancia que tú quieras. Con el objetivo de conocer como realizan este procedimiento y también los presaberes sobre esta temática.

Figura 6. Actividad 6 pretest

6. Traslada las figuras dadas hacia la derecha la distancia que tú quieras.



Fuente. Cáceres, G., 2017

Desarrollo de los proyectos de aula

Después de analizar el pretest se inició con la elaboración de los tres proyectos de aula apoyados en el modelo de Van Hiele y que incluyeron actividades en Geogebra.

En septiembre se comenzó a aplicar el primer proyecto de aula y octubre de 2016 se concluyó. Se propuso para que los estudiantes de séptimo grado retomado sus conceptos previos en geometría, mejoraran su nivel de aprendizaje en estos aspectos. Para ello se presentaron una serie de actividades apoyadas en el modelo de Van Hiele en las cuales se utilizaron materiales como regla, escuadra, compas, transportador y también el software Geogebra. Es importante afianzar los conocimientos básicos de geometría y el manejo de las herramientas del software Geogebra partiendo del nivel de reconocimiento y mejorándolo a lo largo de las actividades. A continuación, algunos ejemplos de las actividades que se plantearon:

Figura 7. Pregunta relacionada con la huerta sesión 1

- a. **Dialoga con tus compañeros acerca de cómo se organizaron las diferentes plantas en la huerta. ¿Qué formas tienen? Que otras formas podrían hacerse.**

Fuente. Cáceres, G., 2017

Con este ítem se pretende que los estudiantes relacionen elementos de su contexto con los elementos básicos de la geometría. Otra actividad del proyecto es la de dibujar algunos elementos geométricos.

Figura 8. Pregunta relacionada con elementos geométricos sesión 2

2. **Dibuja los siguientes elementos. Utiliza una hoja, regla y un lápiz.**
 - a. Una recta
 - b. Un segmento de recta.
 - c. Un triángulo.
 - d. Un cuadrado
 - e. Un rectángulo.
 - f. Un hexágono

Fuente. Cáceres, G., 2017

Con el desarrollo de actividades como esta se espera tener una claridad acerca del nivel que tienen los estudiantes en cuanto a la forma como elaboran estas figuras y los procesos que utilizan.

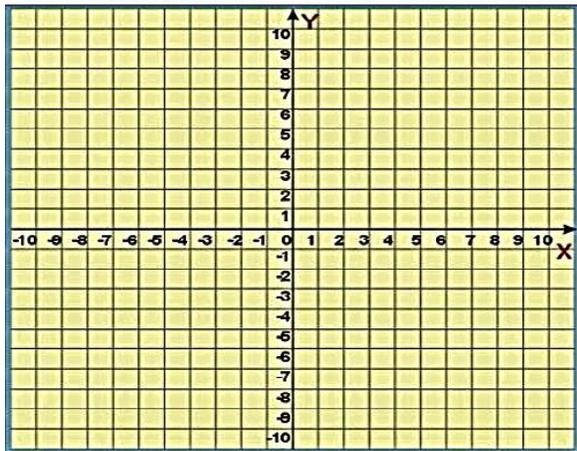
En noviembre de 2016 se inició con la aplicación del segundo proyecto de aula, aunque solo se alcanzó a aplicar hasta la sesión 5 en ese grado debido a la culminación del año lectivo. Estas sesiones tanto las del primer proyecto de aula como las dos aplicadas del segundo ya habían sido validadas con anterioridad por la directora del proyecto.

En esta fecha y por el avance que se llevaba en la aplicación del proyecto de aula anterior, los estudiantes ya contaban con los conceptos previos necesarios para iniciar el aprendizaje de las traslaciones en el plano. Ya realizaron un reconocimiento del software Geogebra. En este se abordaron desde el modelo de Van Hiele conceptos como: plano cartesiano, ángulos, relaciones entre rectas, los cuales son necesarios para que aprendan a realizar traslaciones en el plano.

Entre las actividades de este proyecto se destacan:

Figura 9. Actividad reconocimiento plano sesión 4

1. Observa detenidamente la figura que aparece a continuación



2. ¿Qué características le has observado? Escríbelas.

Fuente: <http://matematicasparaconstructores.blogspot.com.co/2014/03/taller-1-de-plano-cartesiano-y.html>

Esta actividad se realizó con el objetivo de que hicieran un reconocimiento del plano cartesiano desde sus presaberes y que posteriormente la complementaran con la realización del trabajo colaborativo. La Sesión de ángulos incluye actividades como:

Figura 10. Reconocimiento de ángulos sesión 5

¿En el polígono siguiente puedes ver ángulos? Si es así
¿Cuántos ves? Márcalos

3. ¿Podrías medirlos? Apunta la medida de cada uno.



Fuente. Cáceres, G., 2017

Esta actividad se propone para conocer los presaberes que tienen los estudiantes en lo referente al tema de ángulos, además de involucrar actividades anteriormente trabajadas como polígonos.

En general el trabajo con este grupo de estudiantes fue muy dinámico y agradable, todos participaron de las actividades con alegría y responsabilidad. Por inconvenientes en el tiempo para la aplicación de la estrategia en el año 2016 solo se pudo llegar a la aplicación de esta sesión.

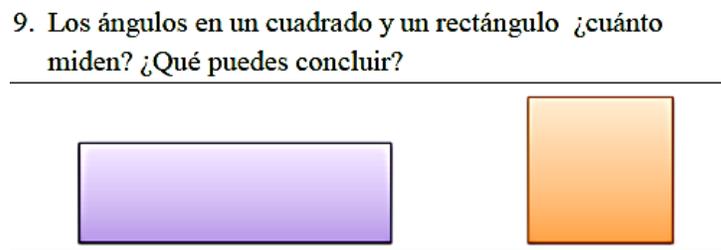
Al iniciar el año lectivo 2017 se terminaron de aplicar las sesiones faltantes del segundo proyecto de aula y el tercer proyecto de aula, cuando los estudiantes estaban cursando el grado octavo. Las sesiones desarrolladas para concluir la estrategia se describen más adelante cuando se explica el proceso con la nueva población de estudiantes. Finalizando la intervención se realizó la evaluación en la cual se observó que la mayoría de estudiantes obtuvieron un resultado exitoso. El proceso realizado con los estudiantes de séptimo grado en 2016 permitió que la propuesta pedagógica se corrigiera y afinara teniendo en cuenta las observaciones realizadas hasta ese momento.

En el año 2017 se inició el proceso de observación con los nuevos estudiantes objeto de estudio. En enero se inició aplicando el diagnóstico a los estudiantes de séptimo grado. (Del cual ya habíamos relacionado algunas preguntas en la aplicación hecha a los estudiantes de séptimo grado en 2016).

Antes de continuar con la aplicación de los proyectos se realizó una revisión de las sesiones; ya que durante la primera aplicación algunos estudiantes habían notado algunos errores de redacción y también hicieron algunas sugerencias. Después de revisar y corregir estos detalles las sesiones se comenzaron a aplicar. El primer proyecto de aula del cual se hizo referencia párrafos anteriores, se aplicó en el mes de febrero a este nuevo grupo de estudiantes. Estos mostraron también agrado para realizar estas actividades y su trabajo fue al igual que los estudiantes de séptimo en 2006 muy agradable y se desarrolló con responsabilidad.

Durante el mes de marzo se aplicó el segundo proyecto de aula. entre las actividades se plantearon algunas como la siguiente

Figura 11. Reconocimiento de propiedades en polígonos sesión 5

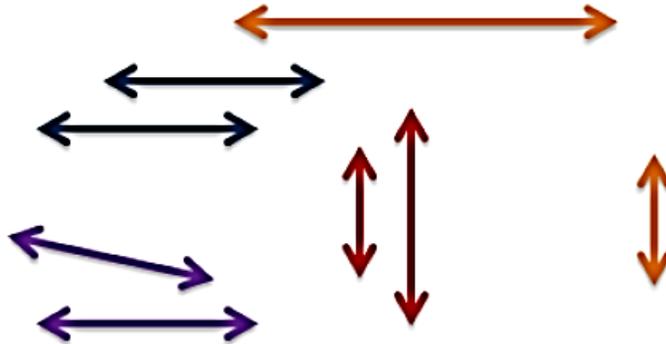


Fuente. Cáceres, G., 2017

De la cual se espera que los estudiantes establezcan algunas regularidades entre los ángulos de un cuadrado y los de un rectángulo y así logren identificar algunas características que les permita ascender al nivel de análisis. En la sesión 6 se presentaron actividades como la siguiente:

Figura 12. Reconocimiento rectas paralelas sesión 6

3. Observa las rectas dibujadas a continuación y responde.
¿Cuáles de ellas se cortarán al prolongarse? Verifícalo.
¿Cuáles crees tú que no se cortarán por más que se las prolongue?



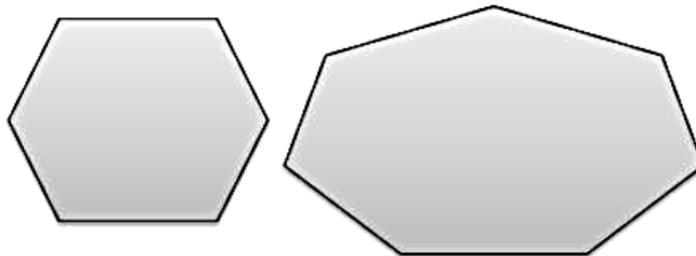
Fuente. Cáceres, G., 2017

Con este tipo de actividades que los estudiantes construyeron el concepto de paralelismo a partir de la observación y el análisis de las imágenes presentadas.

También se abordaron ítems que integraron los temas y conceptos desarrollados en las sesiones anteriores, por eso en la actividad que se muestra a continuación

Figura 13. Reconocimiento de propiedades en polígonos sesión 6

5. Observa los siguientes polígonos y repasa con un mismo color las rectas que sean paralelas entre sí.

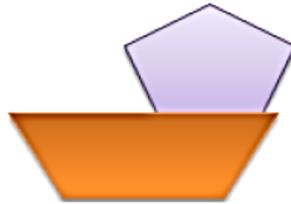


Fuente. Cáceres, G., 2017

Con dicha actividad los estudiantes retomaron los conceptos desarrollados con anterioridad y a la vez incluyeron los nuevos. Los estudiantes observaron en estos polígonos, algunas de sus características, para el caso en particular que pares de lados paralelos se encontraban en el polígono.

En el mes de abril de 2017 se aplicó el tercer proyecto de aula. Después de que los estudiantes adquirieron los conceptos necesarios para iniciar el aprendizaje de las traslaciones en el plano, como lo son: la ubicación en el plano cartesiano, la medición y elaboración de ángulos y las relaciones entre rectas; en este tercer proyecto se abordaron los movimientos de reflexión, traslación y rotación, también algunas aplicaciones que se pueden dar a estos movimientos. Entre las actividades del proyecto se pueden destacar:

Figura 14. Movimiento de traslación sesión 8



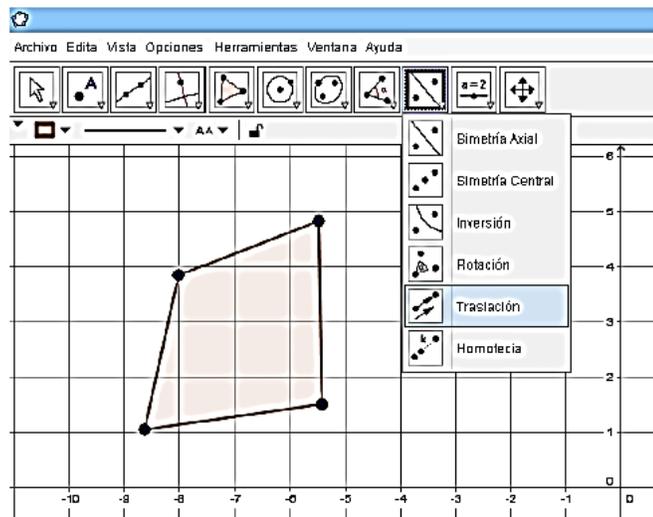
1. **Iniciemos tomando la figura y realiza lo siguiente: Colócalo en tu mesa de trabajo y deslízalo en una dirección. No puedes darle vuelta solo deslizarlo.**
2. **¿Cuándo realizaste este movimiento cambio su forma? ¿su tamaño?**

Fuente. Cáceres, G., 2017

En la anterior actividad los estudiantes observan desde una perspectiva real el movimiento de traslación y hacen un análisis del mismo. Además, se incluyeron actividades con el software Geogebra como la que se observa en seguida.

Figura 15. Traslación geogebra sesión

1. Ingresas al entorno de geogebra y dibujas cualquier polígono.
2. Seleccionas la herramienta traslación



Fuente. Cáceres, G., 2017

Esta con el fin de afianzar el concepto de traslación en el plano mediante el uso del software.

La estrategia habla de traslaciones, pero fue conveniente incluir otros movimientos en el plano. Por eso en este proyecto se incluyeron actividades como la siguiente:

Figura 16. Simetría sesión 7

Observa los siguientes dibujos



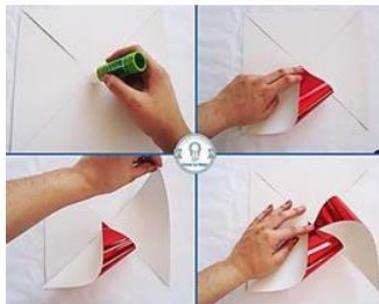
¿Qué características puedes notar en la forma de estos animales? ¿O de su reflejo?

Fuente: http://docs.wixstatic.com/ugd/e07f78_3ee5c7e9e95f4a8aa577a1366b8c6090.pdf

En la esta, los estudiantes a partir de la observación de los dibujos propuestos logran construir los conceptos necesarios para iniciar el estudio del movimiento de reflexión. Otra actividad que les gustó mucho fue la de la elaboración de un molinete

Figura 17. Rotación sesión 9

Toma una hoja de papel cuadrada y trázale sus diagonales luego recórtalas hasta 2 centímetros antes de llegar al centro.

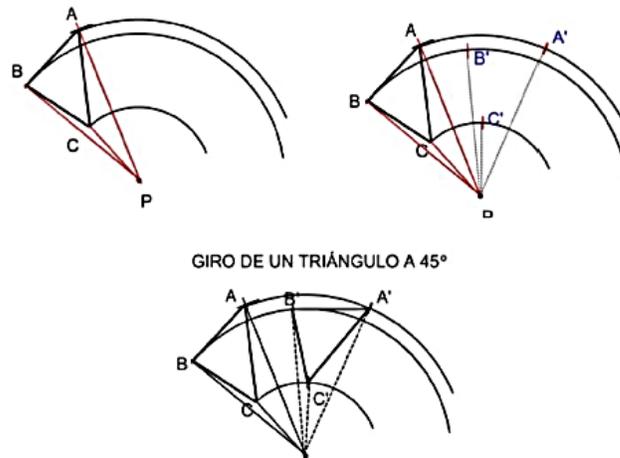


Fuente: http://docs.wixstatic.com/ugd/e07f78_3ee5c7e9e95f4a8aa577a1366b8c6090.pdf

Con esta actividad, además de que se trabajó el movimiento de rotación, se hizo una relación con otra área como la de artes y manualidades. Los estudiantes identificaron en el molinete centro de rotación, dirección y sentido de un giro. o también actividades como:

Figura 18. Proceso gráfico rotación sesión 9

5. Observa el proceso para realizar un giro al triángulo ABC de 45° en sentido del reloj. Y trata de describir como se hizo.

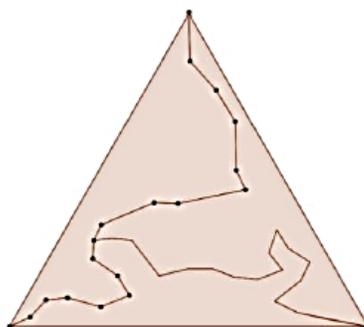


Fuente: http://docs.wixstatic.com/ugd/e07f78_3ee5c7e9e95f4a8aa577a1366b8c6090.pdf

Con la cual los estudiantes a partir de la observación de las imágenes que se propusieron, hicieron una descripción del procedimiento para realizar un movimiento de rotación.

Para finalizar la aplicación del proyecto de aula los estudiantes diseñaron teselaciones las cuales son aplicaciones de los movimientos en el plano, por esta razón se propusieron actividades como la que se observa a continuación.

Figura 19. Teselación Geogebra sesión 10



11. Con geogebra
forma el polígono que
falta. Y vuelve a quitar los
puntos

Fuente. Cáceres, G., 2017

En las aplicaciones de las traslaciones se plantearon actividades tanto en forma manual como en el software Geogebra, la anterior imagen es parte del proceso de la sesión 10 donde los estudiantes elaboraron un diseño para realizar una teselación. Este trabajo se realizó en forma física y en el software. En el software Geogebra los estudiantes repasaron los conceptos y procedimientos para elaborar: un segmento, un triángulo equilátero, tres polígonos irregulares y otras actividades relacionadas con el manejo de las herramientas del software Geogebra.

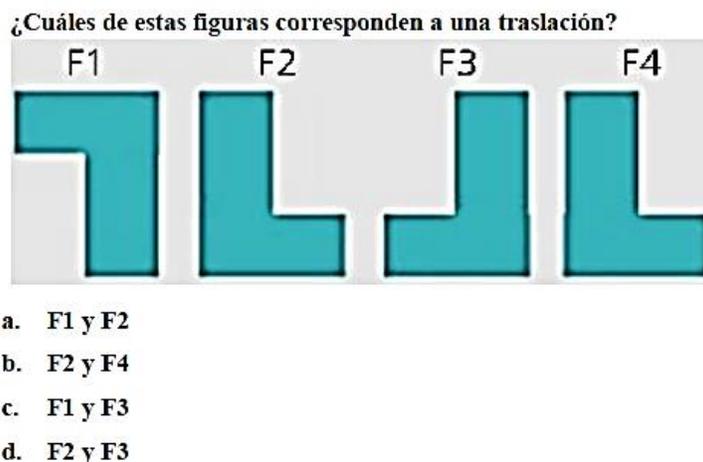
Todas las sesiones fueron validadas durante el transcurso de su elaboración. Durante el transcurso del proceso de intervención también se diseñaron las actividades de evaluación y también fueron validadas; Las evaluaciones del proyecto se aplicaron entre abril y mayo.

En el proceso se notó que los estudiantes mejoraron en muchos aspectos. Sus trabajos ahora son más limpios ya que aprendieron a utilizar adecuadamente las herramientas geométricas; el trabajo se desarrolló de una forma dinámica, en ocasiones se hacía de forma individual y en otras por equipos; siempre se notó que al utilizar el software Geogebra se incrementaba la motivación para desarrollar las actividades propuestas. En el momento de aplicar la propuesta se llevaron registros de observación en diarios de campo en donde se realizaban anotaciones del trabajo realizado en clase las cuales fueron útiles para hacer retroalimentación al proceso investigativo y también para reconocer elementos del proceso de aprendizaje.

La evaluación se hizo en forma continua, en todas las actividades se observó y valoró el trabajo hecho por los estudiantes y se les solicitó entregarlos al finalizar la clase. También los estudiantes enviaron sus trabajos elaborados en Geogebra por correo al profesor; además, se hicieron al finalizar la intervención dos evaluaciones que involucraron todo el tema trabajado en los proyectos de aula.

Para tener un referente más en el proceso de evaluación se aplicó el pos test del cual se propusieron ítems con estructura similar a la de las pruebas saber:

Figura 20. Evaluación. Traslación pos test

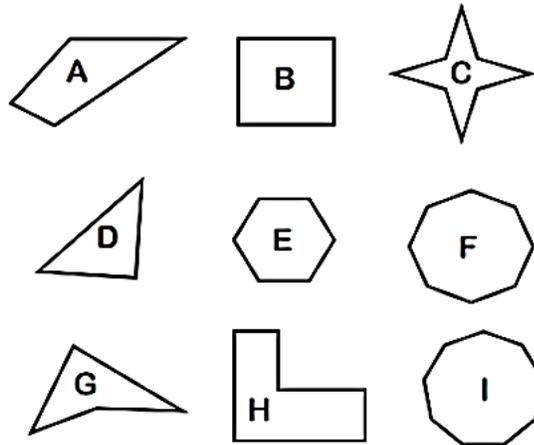


Fuente: http://docs.wixstatic.com/ugd/e07f78_3ee5c7e9e95f4a8aa577a1366b8c6090.pdf

Donde se pudo observar que claridad tenían los estudiantes en cuanto al movimiento de traslación estimulando su lectura, aunque no es difícil el proceso analizar cuales imágenes se habían trasladado, si debieron analizar la pregunta para poder contestarla. También se incluyeron otro tipo de preguntas como

Figura 21. Evaluación. Características de polígonos posttest

A los estudiantes de preescolar les llegaron unas fichas de madera de formas poligonales como las que se muestran a continuación.



5. La afirmación verdadera es:

- A. Solamente 2 fichas tienen 8 vértices
- B. Más de 2 fichas tienen 8 vértices
- C. Solamente 1 ficha tiene 8 vértices
- D. Ninguna ficha tiene vértices

Fuente: http://docs.wixstatic.com/ugd/e07f78_3ee5c7e9e95f4a8aa577a1366b8c6090.pdf

En esta pregunta los estudiantes analizaron las imágenes y debieron observar sus características, para poder responder deben estar en el nivel de análisis del modelo de Van Hiele.

Se considera que la aplicación de la estrategia en los estudiantes de séptimo en 2016 fue más sencilla ya que se realizó en un grupo que no era multigrado; mientras que en la propuesta empleada en el grupo de séptimo en 2017 fue un poco más difícil; aunque menos estudiantes, el proceso de intervención fue un poco más arduo esto debido a que el grado séptimo y el grado sexto estaban en una sola aula y se orientaron los dos cursos a la vez, el proceso de observación se realizó con más dificultad, por lo que fue necesario realizar grabaciones en video con el fin de revisarlas posteriormente para poder continuar con el proceso sin tropiezos.

Pero desde otro punto de vista, fue ventajoso haber aplicado la propuesta en dos ocasiones, ya que se pudieron evidenciar varios procesos con diferentes niños, se observó cómo algunos estudiantes lograron percibir y aplicar los conceptos con mayor facilidad y otros se les

dificultó. Al culminar los proyectos todos quedaron con conceptos claros en el tema, por otro lado, esto permitió ir mejorando las sesiones planteadas y corregir algunos errores que se pudieron presentar durante el transcurso de la misma.

3.3 Población

Es el conjunto de personas u objetos de los que se desea conocer algo en una investigación. "El universo o población puede estar constituido por personas, animales, registros médicos, los nacimientos, las muestras de laboratorio, los accidentes viales entre otros" (Pineda & Canales, 1994).

Se aplica esta propuesta en el Centro Educativo Rural Sucre en su sede principal en el municipio de Mutiscua Norte de Santander, institución de carácter oficial.

En el año 2016 la población eran 21 estudiantes del grado séptimo y la muestra los mismos 21 estudiantes entre mujeres y hombres. No se terminó de implementar la propuesta en este grupo debido a la fecha de terminación de actividades académicas por parte de los estudiantes.

En el año 2017 se inició con el grupo de séptimo grado. En él hubo 7 estudiantes todos pertenecientes a la comunidad rural de los cuales la población son los estudiantes 7 del grado séptimo y la muestra son los mismos 7 estudiantes. De estos 3 son mujeres y 4 son hombres con edades entre los 10 y los 13 años.

3.4 Instrumentos para la recolección de la información

La información se recogió utilizando diversos instrumentos básicos de recolección: un pretest con el cual se pretendió determinar el nivel de aprendizaje, las observaciones que se hicieron en las clases con el ánimo de detallar características del aprendizaje por parte de los estudiantes, los videos que sirvieron como complemento al proceso de observación , los diarios de campo en los cuales se registraron las observaciones realizadas en las clases y los postest que permitieron analizar el avance de los estudiantes en cuento a los niveles de aprendizaje.

La selección y elaboración de los instrumentos de investigación es un capítulo fundamental en el proceso de recolección de datos, ya que sin su concurso es imposible tener acceso a la información que necesitamos para resolver un problema o comprobar una hipótesis. En general, el instrumento resume en cierta medida toda la labor previa de una investigación que en los criterios de selección de estos instrumentos se expresan y reflejan las directrices dominantes del marco, particularmente aquellas señaladas en el sistema teórico, (variables, indicadores e hipótesis) para el caso del paradigma empírico-analítico y las fundamentaciones teóricas y conceptuales incluidas en este sistema.

3.4.1 Pre test.

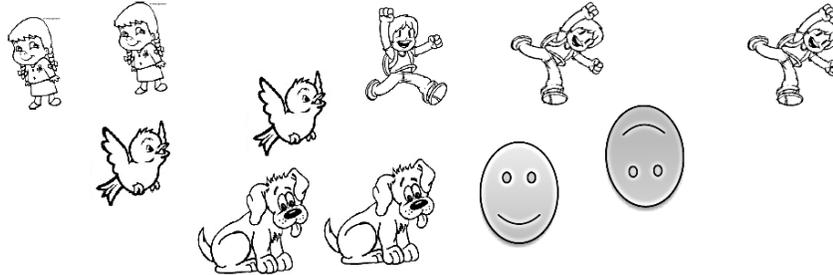
Con este instrumento se identificaron los conocimientos que tienen los estudiantes y el nivel razonamiento en el que están, se elaboró de acuerdo con el modelo de Van Hiele y abordando la temática propuesta para trabajar en el proyecto, este instrumento de recolección de información contiene: como primera pregunta ¿Cómo crees que se llaman los objetos que vez a continuación? En la figura hay varios polígonos, una recta y un punto. Se espera observar qué tanta claridad tiene los estudiantes en cuanto a estas figuras.

En el segundo punto se pregunta ¿Qué entiendes por traslación? Es una pregunta abierta que permite observar características del concepto que tienen los estudiantes. En el punto tres del pretest se muestran unas imágenes (Apéndice C) con traslaciones de imágenes y se les propone que analicen que tiene en común esas imágenes, se desea saber si lo relacionan con una traslación.

En el inciso cuarto se les colocan unas imágenes por parejas donde hay algunas imágenes trasladadas y otras rotadas. Se les pide encerrar las figuras que representen traslaciones para conocer si confunden algunas traslaciones con rotaciones.

Figura 22. Actividad 4 pretest

Observa muy bien y encierra los dibujos que solamente se han trasladado.



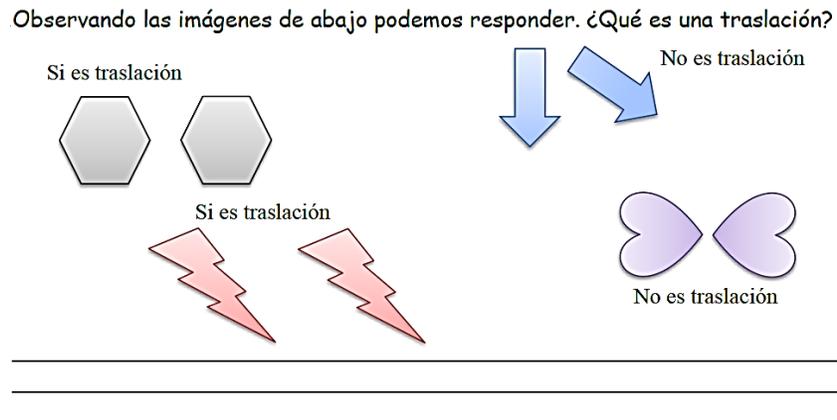
Fuente. Cáceres, G., 2017

El punto cinco es una actividad práctica, donde deben trasladar unas figuras. El punto seis muestra una imagen ampliada y rotada y se les pide que respondan si ven una traslación y lo expliquen; en la actividad siete hay un hexágono, se pide trasladarlo una distancia específica en una dirección dada, con ella se espera reconocer como se ubican en el plano y que se les ocurre para trasladar la figura.

El punto ocho solicita que ubiquen coordenadas en el plano y que trasladen una figura, es parecido al anterior, pero en este no hubo grafica sino se dieron las coordenadas para que las ubique y unan sus puntos.

El punto nueve les pregunta ¿Cómo se llama la figura que obtuvieron y que la definan? En el punto diez se muestran parejas de imágenes algunas traslaciones y otras no, se les pide que comparen las imágenes y con base en sus observaciones definan que es una traslación.

Figura 23. Actividad 10 pretest



Fuente. Cáceres, G., 2017

Por último, se plantea un problema y se pide cambiar de ubicación una figura que representa un corral, en este punto se debe conocer el plano cartesiano y la ubicación con un referente, además de relacionar datos a escala, es más compleja su realización y requiere de más profundidad en los conceptos.

3.4.2 Diario de campo.

Es una herramienta que permite sistematizar las experiencias en clase para luego analizar los resultados. Estos documentos nos sirven para hacer anotaciones del proceso que realizamos, en él se evidencian los hechos que ocurren en nuestro caso en particular en el aula de clase.

Es un instrumento para llevar el registro de nuestras prácticas investigativas, mejorarlas, enriquecerlas y transformarlas. También, enriquecer la relación teoría-práctica. La observación es una técnica de investigación de fuentes primarias, que necesita de una planeación para abordar un objeto de estudio a través del trabajo de campo, la práctica y la teoría se retroalimentan y hacen que los diarios adquieran cada vez mayor profundidad en el discurso y así, exista una relación recíproca entre práctica y teoría. Por una parte, la práctica es la fuente y la raíz del conocimiento de la teoría, pero a su vez, la teoría se orienta y sirve a la práctica, para que esta sea más eficaz. Martínez (2007).

El diario de campo es un instrumento utilizado por los investigadores para registrar aquellos hechos que son susceptibles de ser interpretados. En este sentido, el diario de campo es una herramienta que permite sistematizar las experiencias para luego analizar los resultados (Universidad Tecnológica de Pereira, 2017).

El diario de campo se llevó en todas las sesiones del proyecto, se registraron los datos que se observaron en las clases, en lo referente al trabajo de los estudiantes, a sus apreciaciones y observaciones, así como sus recomendaciones. (Apéndice A.). En él se consignaron todas las apreciaciones del trabajo desarrollado en las sesiones, especialmente los avances que se observan en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, sus aportes, el estado de ánimo que mostraban y en general todo lo que el investigador pudo notar durante el proceso de investigación. Se realizó en una libreta de apuntes y después se transcribió en documentos digitales.

3.4.3 Postest.

Para finalizar de implementar la estrategia se aplicó un postest, este consta de 2 evaluaciones las cuales evidenciaron el nuevo nivel de razonamiento que tienen los estudiantes después de desarrollados los tres proyectos de aula. Los resultados de estos son significativamente mejores que la evaluación del pre test y evidencian que los estudiantes han subido de nivel en la escala de Van Hiele.

En este postest se realizaron dos evaluaciones con el fin de denotar los resultados obtenidos por los estudiantes, a continuación, se encuentra detallada estructuralmente.

3.4.3.1 Evaluación 1

Se propusieron 13 ítems en el primer ítem se presentan 4 figuras de las cuales 2 corresponden a una traslación y el estudiante debe identificarlas. La segunda pregunta muestra una imagen y se pregunta acerca del resultado al efectuar una rotación. La tercera pregunta es un ejercicio de reconocimiento de transformaciones isométricas y se pregunta cuál es la que está representada. La cuarta se pide que identifiquen unas características de una figura simétrica. La actividad cinco propone 4 opciones que definen una traslación de la cual los estudiantes deben escoger la que crean correcta. La pregunta seis muestra una imagen rotada y se le pregunta por el

ángulo de rotación. La pregunta siete pretende conocer si los estudiantes reconocen ejes de simetría. En la pregunta ocho se desea saber si reconocen transformaciones isométricas. La pregunta nueve se relaciona con el movimiento de un parabrisas y se desea saber cómo lo relaciona el estudiante. La actividad diez es un ejercicio de simetría con letras. La actividad once propone ubicar puntos en el plano y efectuar una rotación. La actividad doce también propone ubicar puntos en el plano y realizar rotación y traslación y se espera que comparen las coordenadas obtenidas. La actividad 13 es para realizar transformaciones con regla y compás

Con esta evaluación se observó si los estudiantes reconocen muchas más características de las transformaciones en el plano, y que aplicaron todos los conocimientos que adquirieron durante el proceso; además de la utilización correcta de las herramientas trabajadas en el transcurso del mismo.

3.4.3.2 Evaluación 2

Esta evaluación se diseñó estilo pruebas saber acompañada de enunciados donde deben construir figuras en el plano. La actividad uno se relaciona con el movimiento de un auto y de cómo se ubica en el plano de acuerdo a esta situación similares son los puntos dos, tres y cuatro, pero haciendo relación a ubicación de coordenadas. El punto cinco es de observación y reconocimiento de características en polígonos en el cual deben identificar cantidad de vértices. La actividad seis puede prestarse para hacer análisis de los ángulos de un triángulo o para medir ángulos, se da una figura con 2 ángulos y se pide que averigüen el otro. El punto siete permite conocer como relacionan una figura con alguno de los movimientos en el plano estudiados. La actividad ocho se propone para que el estudiante identifique ejes de simetría. Las actividades nueve, diez y once son para ubicar coordenadas en el plano y luego realizar simetrías, traslaciones y rotaciones. El punto doce propone que los estudiantes han una teselación sencilla.

Al evaluar esta prueba se observó que tanto han avanzado en el proceso de aprendizaje de las traslaciones y ya reconocen características y propiedades.

3.5 Validación de los instrumentos

Todo instrumento de recolección de datos debe resumir dos requisitos esenciales: validez y confiabilidad; con la validez se determina la revisión de la presentación del contenido, el contraste de los indicadores con los ítems (preguntas) que miden las variables correspondientes, se estima la validez como el hecho de que una prueba sea de tal manera concebida, elaborada y aplicada y que mida lo que se propone medir (Corral, 2009)

La confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto, produce iguales resultados (Hernández, Fernández, & Baptista, 2007).

Los instrumentos aplicados han sido desarrollados acorde al modelo propuesto y con el objetivo de mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el tema de las traslaciones en el plano. El pretest, las sesiones de los tres proyectos de aula y el pos test fueron avalados por la directora del proyecto la doctora Lenis Yelitza Santafé Rojas.

3.6 Resultado y discusión

El análisis de resultados se ha realizado mediante el proceso de triangulación la cual se define como el uso de varios métodos (tanto cuantitativos como cualitativos), de fuentes de datos, de teorías, de investigadores o de ambientes en el estudio de un fenómeno. El término triangulación es tomado de su uso en la medición de distancias horizontales durante la elaboración de mapas de terrenos o levantamiento topográfico, donde al conocer un punto de referencia en el espacio, éste sólo localiza a la persona en un lugar de la línea en dirección a este punto, mientras que al utilizar otro punto de referencia y colocarse en un tercer punto (formando un triángulo) se puede tener una orientación con respecto a los otros dos puntos y localizarse en la intersección Patton, (2002). Este término metafórico representa el objetivo del investigador en la búsqueda de patrones de convergencia para poder desarrollar o corroborar una interpretación global del fenómeno humano objeto de la investigación Mays & Pope, (2000) y no significa que literalmente se tengan que utilizar tres métodos, fuentes de datos, investigadores, teorías o ambientes Giacomini & Cook, (2000), por otra parte cuenta con varias fuentes de información en nuestro caso el pretest, los diarios de campo, el pos test. Se realizó también el proceso de

observación en las sesiones, luego se revisaron los videos grabados y se compararon con los lineamientos del modelo de Van Hiele (Apéndice B).

3.6.1 Triangulación

Para realizar la triangulación de datos es necesario que los métodos utilizados durante la observación o interpretación del fenómeno sean de corte cualitativo para que éstos sean equiparables. Esta triangulación consiste en la verificación y comparación de la información obtenida en diferentes momentos mediante los diferentes métodos. Como ya se había explicado antes, la inconsistencia en los hallazgos no disminuye la credibilidad de las interpretaciones y, en este caso en particular, el análisis de las razones por las que los datos difieren sirve para analizar el papel de la fuente que produjo los datos en el fenómeno observado y las características que la acompañaban en el momento en el que el fenómeno se observó Patton (2002).

Por otro lado, el método de triangulación de acuerdo a Bisguerra (2000), “es una técnica para analizar información de tipo cualitativo que se basa en analizar datos recogidos por diferentes técnicas, lo cual permite analizar una situación desde diversos ángulos.”

De acuerdo con este autor existen cuatro tipos de triangulaciones y una combinación de los mismos, a saber: de datos, donde las fuentes de los datos escogidos son diversas, y se clasifican en temporales, espaciales y personales; de investigadores, cuando se utilizan diversos observadores en la investigación, que registran lo mismo y posteriormente se contrastan los resultados; teórica, para obtener una interpretación más completa y comprensiva de un fenómeno, en las que se trabajan con varias teorías así estas sean contradictorias; metodológica, en la que se aplican diversos métodos para recaudar la información, contrastando los resultados, analizando coincidencias y diferencias; y por último la triangulación múltiple, que combina las anteriores utilizando más de un nivel de análisis.

3.6.1.1 Triangulación metodológica.

Para el caso, se aplica la triangulación metodológica, en la que se reúnen los datos obtenidos a través de los diferentes instrumentos de recolección de la información, utilizados en este estudio (observación, Diarios de campo, grabaciones de video, producciones de los alumnos

y pos test), sobre la misma situación (el proceso de aprendizaje de las transformaciones en el plano) efectuados desde diversas perspectivas para compararlos, contrastarlos, y complementarlos.

Después de analizar varios tipos de triangulación, se consideró apropiado seleccionar la triangulación metodológica: “El arte de este tipo de triangulación consiste en dilucidar las diferentes partes complementarias de la totalidad del fenómeno y analizar por qué los distintos métodos arrojan diferentes resultados” (Okuda & Carlos, 2005, pág. 121) este proceso permitió recoger información y verificarla desde diferentes medios. Las diferentes actividades aplicadas, los pre test y pos test, las observaciones consignadas en el diario de campo y las grabaciones realizadas de las clases se logra realizar una unión de estos tres aspectos logrando como trabajo final un análisis completo y comparativo de los aspectos tratados durante todos los procesos abordados. El proceso fue concertado con la asesora del trabajo.

El primer indicio de que la aplicación de la propuesta fue exitosa lo evidencian los resultados de estudiantes de octavo grado que tenían pendiente la aplicación de algunas sesiones. Al aplicar la evaluación solo un estudiante mostró que aún tenían algunas dificultades, en los demás se observó que la temática estaba clara y que su nivel de aprendizaje era mayor. También se observó una gran mejora en el manejo de las herramientas propias para el trabajo en geometría. Los estudiantes desarrollaron las actividades con Geogebra reconociendo en gran parte su entorno, además, afianzaron el manejo de herramientas como el correo electrónico.

Un análisis más profundo se realizó a grupo de estudiantes a los cuales se aplicó la propuesta completa en 2017 se codificaron con el objetivo de hacer el análisis más sencillo, más sin embargo no se mencionan en el documento.

3.6.2 Categorías y subcategorías.

Las categorías iniciales propuestas por el investigador se describen en la siguiente tabla:

Tabla 1. Categorías iniciales

Categoría	subcategorías	definición
Motivación	Interés	Hace referencia al interés que tiene el alumno por su propio aprendizaje o por las actividades que le conducen a él. El interés se puede adquirir, mantener o aumentar en función de elementos intrínsecos y
	Estimulación	extrínsecos. La motivación, tiene que ver con lo que el profesor hace para que los alumnos se motiven.
	Trabajo en equipo	
Proceso de aprendizaje	TIC	El proceso de aprendizaje es individual, aunque se lleva a cabo en un entorno social determinado. Para el desarrollo de este proceso, el individuo pone en marcha diversos mecanismos cognitivos que le permiten interiorizar la nueva información que se le está ofreciendo y así convertirla en conocimientos útiles. Para nuestro trabajo este estuvo relacionado con el tema de las traslaciones, el modelo de Van Hiele y las herramientas TIC.
	Traslaciones	
	Modelo de Van Hiele	

Fuente. Cáceres, G., 2017

A partir del análisis de resultados surgen las siguientes categorías emergentes

Tabla 2. Categorías emergentes

Categoría	Subcategorías	Definición
Evaluación	TIC	

Traslaciones	Evaluar es señalar el valor de algo. Estimar los conocimientos, aptitudes y r endimiento de los alumnos. Esta Evaluación se realizó en forma permanente y relacionando el tema de traslaciones, el modelo de Van Hiele y las Herramientas TIC
Modelo De Van Hiele	

Fuente. Cáceres, G., 2017

Finalmente, la clasificación de las categorías para este proyecto de investigación se constituye en:

Tabla 3. Categorías definitivas en el proceso de investigación

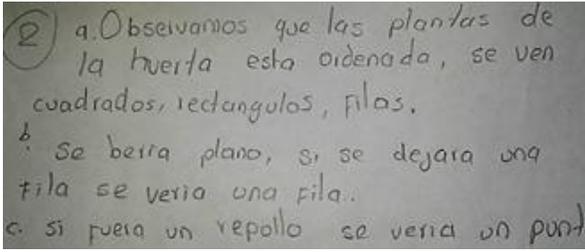
Categoría	Subcategorías	Definición
Motivación	Interés	Hace referencia al interés que tiene el alumno por su propio aprendizaje o por las actividades que le conducen a él. El interés se puede adquirir, mantener o aumentar en función de elementos intrínsecos y extrínsecos. La motivación, tiene que ver con lo que el profesor hace para que los alumnos se motiven.
	Estimulación	
	Trabajo en equipo	
Proceso de aprendizaje	TIC	El proceso de aprendizaje es individual, aunque se lleva a cabo en un entorno social determinado. Para el desarrollo de este proceso, el individuo pone en marcha diversos mecanismos cognitivos que le permiten interiorizar la nueva información que se le está ofreciendo y así convertirla en conocimientos útiles. Para nuestro trabajo
	Traslaciones	
	Modelo de Van Hiele	

		este estuvo relacionado con el tema de las traslaciones, el modelo de Van Hiele y las herramientas TIC.
	TIC	Evaluar es señalar el valor de algo. Estimar los conocimientos, aptitudes y rendimiento de los alumnos.
Evaluación	Traslaciones	
Modelo De Van Hiele		

Fuente. Cáceres, G., 2017

A continuación, se evidencian los resultados y las categorías establecidas.

Tabla 4. Análisis sesión 1

Categoría	Subcategoría	Descripción	Análisis
MOTIVACIÓN	Interés.	Se realiza la actividad tipo clase. Se inició la sesión observando un video con el objetivo de que los estudiantes se motiven y que adquieran un aprendizaje significativo al ver que la geometría está presente en todo lo que nos rodea, luego se elabora un taller de reconocimiento y análisis de los conceptos básicos de geometría	Se inició la clase con la proyección del video “introducción de la geometría” Los estudiantes en este momento de la actividad inician observando un video en cual pretende ser una actividad motivante y así conseguir un aprendizaje significativo; se seleccionó este video porque es entendible y les gustó a todos los estudiantes. En algunos de sus escritos consignaron <i>“nos gustó cuando el satélite paso por Saturno mando una onda la cual venía del centro del planeta un polígono”</i> lo cual evidencia su interés.
	Estimulación		
	Trabajo en equipo.		
			 <p>En la actividad del dibujo de la huerta relacionado con los elementos básicos de la geometría ningún estudiante mostró inconformidad con esta actividad, todos</p>

**PROCESO DE
APRENDIZAJE**

	(punto, recta, plano...)	estuvieron atentos y la realizaron con agrado, tampoco les pareció difícil porque para ellos este ejercicio está totalmente adecuado a su contexto.
	partiendo de los preconceptos que tienen y relacionándolos con las hortalizas de una huerta y haciendo un dibujo. Y con este dibujo hacer una comparación con objetos geométricos como punto rectas, planos, polígonos.	También contribuyen mantener la motivación en el alumno el realizar trabajos en equipo (Vygotsky) entre todos construyen una información más completa que la que se da individualmente.
Tic		Los estudiantes inician la actividad en el nivel 1 o de reconocimiento del modelo de Van Hiele, ellos perciben las figuras en su totalidad y no notan características o particularidades se evidencia al hacer un reconocimiento de los objetos básicos de la geometría esto se observa en las descripciones que enviaron al correo electrónico que a continuación se comparten. E5 ¿Qué es un punto? Un punto es una figura geométrica o una referencia a una cosa. ¿Qué es un plano? U plano puede ser un terreno donde se siembra o donde se trabaja con números enteros ¿Qué es un segmento? Un segmento puede ser una fila que está en forma paralela ¿Qué es un polígono? Un polígono es una figura geométrica que tiene 5 o 6 lados. E7 que es un punto. Un punto se significa algo redondo de pequeño tamaño. Que es una recta una recta es algo derecho en forma de una línea recta para dividir un cuadrado. Que es un plano algo recto derecho en forma de un cuadrado. Que es segmento.es una figura o cosa. Que es un polígono. Es una figura plana geométrica. E6 PUNTO´. Es una figura geométrica de muy pequeño tamaño y de forma circular RECTA´. Es una línea recta, delgada, se usa para dividir o diferenciar. PLANO´. Figura que es recta. SEGMENTO´. Seguimiento o secuencia. POLÍGONO´. Es una figura geométrica, que se conoce por sus lados. E1 ¿Que es un punto? Un punto es una figura geriátrica también una diferencia a una cosa ¿Que es una recta? es una de matemáticas y pude una recta ¿Qué es un plano? el plano cartesiano es una figura de cartesiano de cada plano. ¿Qué es un segmento? es una figura de
Traslaciones		
Modelo de Van hiele.		

EVALUACION.

Tic
Traslaciones
Modelo de
Van hiele.

cada triángulo de cada segmento ¿Qué es un polígono? es figura métrica para de planeta. Al realizar la actividad del dibujo de la huerta comparándolos con las huertas que ellos ven a su alrededor, se observa que los estudiantes van relacionando algunos dibujos de los que hacen con elementos de la geometría, al dibujar un repollo lo relacionan con un punto; una fila de repollos, con una recta; una era con un polígono, todos los estudiantes hicieron eras en forma de cuadriláteros, la mayoría rectángulos solo los **E3** y **E5** hicieron paralelogramos y trapecios.

Puede notarse que durante el desarrollo de esta actividad los estudiantes fueron reconstruyendo los conceptos que tenían esta sesión estaba diseñada solo para 2 horas, la evaluación se realiza al hacer observación del trabajo de cada estudiante, también se evidencia en los trabajos que los estudiantes envían al correo electrónico. Con esto además se pretende que cada estudiante escriba sus apreciaciones con respecto a objetos geométricos como punto, recta, plano, segmento y polígono; necesarios para el aprendizaje de las traslaciones en el plano y que adquieran habilidad para el manejo de herramientas tic como el correo electrónico y que hagan un pequeño recuento de lo que observaron en el video.

Resultado

Los estudiantes se observaron motivados cuando en el video se relacionaba la geometría con muchos elementos de la tierra y en especial con la relación de la geometría y el universo; también el hecho de realizar actividades que estén relacionadas con su contexto es muy apropiado ya que estas actividades son muy fáciles de orientar y los estudiantes las elaboran con agrado. Además, se veían muy comprometidos cuando realizaban actividades de trabajo en equipo

Conclusiones

Es muy importante incorporar en nuestra labor pedagógica el diseño de actividades que partan del contexto en el cual el estudiante vive a diario ya que así se consigue que el estudiante este motivado porque está aprendiendo de lo que hace, también incluir actividades que involucren el trabajo en equipo ya que se beneficia el aprendizaje.

Es recomendable cumplir con los tiempos estipulados en la actividad, ya que les exige a los estudiantes estar más concentrados y así cumplir de una manera más eficiente con el objetivo propuesto.”

Tabla 5 Análisis sesión 2

Categoría	Subcategoría	Descripción	Análisis
<p style="text-align: center;">MOTIVACIÓN</p>	<p>Interés. Estimulación Trabajo en equipo.</p>	<p>Se iniciará leyendo las definiciones que los estudiantes construyeron de punto, recta, plano segmento y polígono luego en 2 grupos se analizan y mejoran. Posteriormente se reúne la información de cada grupo y se vuelve a analizar cada concepto. Se propone que dibujen algunos elementos geométricos como recta, segmento de recta, triángulo, cuadrado, rectángulo y hexágono. Después se hace un reconocimiento y uso del entorno Geogebra.</p>	<p>Iniciamos la actividad de hoy haciendo un trabajo en equipo leyendo y analizando las definiciones que los estudiantes hicieron en la sesión anterior observando e imaginando las huertas que ven a diario en la vereda. Se le asigno roles a algunos estudiantes E2 fue el encargado de leer en voz alta las actividades de la sesión y otros solos tomaron el liderazgo del trabajo, pero todos participaron en el trabajo. Los estudiantes analizaron las definiciones que se habían recopilado de la clase anterior y cada uno aportó para elaborar un concepto mejor esta actividad se realizó con el objetivo de que los estudiantes intercambien experiencias lo cual favorece el aprendizaje. El docente fue orientador del proceso y estuvo atento para aclarar las dudas que los estudiantes presentaran y para que todos hicieran el trabajo propuesto. También propuso alternativas de solución cuando se presentan situaciones que impliquen solucionar problemas. Los estudiantes están curiosos porque en la clase se va a utilizar el software Geogebra y porque cada uno tendría un computador para realizar la actividad. Al finalizar las actividades 1 y 2 de la guía se asignó un computador a cada estudiante y se hizo una orientación para reconocer el entorno Geogebra desde un computador conectado a un televisor es notable la facilidad con la que los estudiantes realizan el trabajo cuando hacen uso esta herramienta TIC.</p>
	<p style="text-align: center;">PROCESO DE APRENDIZAJE</p>	<p>Tic Traslaciones Modelo de Van hiele.</p>	

		<p>individuales como la de dibujar algunos elementos se distraían observando el trabajo de los demás (E7 observaba el trabajo de E6), esto podría significar que se requería de la guía de alguien, pero al final cada uno continuaba desarrollando su actividad.</p> <p>Utilizaron regla, lápiz y escuadras para realizar la actividad en la cual debían dibujar rectas, segmentos, cuadrados, triángulos, rectángulos y hexágonos, todos estos trabajos son necesarios para posteriormente abordar la temática de traslaciones en el plano. Con el objetivo de apoyar el trabajo realizado basado en el modelo de Van Hiele se introdujo a cada estudiante en el entorno GeoGebra y cada uno realizó la práctica de forma motivada y responsable. Todos reconocieron el manejo básico del software Geogebra, ubicaron puntos, rectas, segmentos y polígonos. Aun no se debe esperar que los estudiantes avancen en los niveles de Van hiele, pero están adquiriendo los conceptos necesarios para el tema de las traslaciones y ya comienzan a reconocer algunas características y propiedades de los conceptos básicos de la geometría. En las figuras que elaboraron se observa que tiene claridad al dibujar triángulos, cuadrados y rectángulos, existe una confusión entre segmento y recta.</p> <p>Al trabajar con el software Geogebra complementaron el trabajo hecho con lápiz y papel y así consiguen reconocer más y de mejor forma características lo que les permite hacer un acercamiento al nivel 2 de Van Hiele en algunos conceptos como recta, segmento o polígono. Los estudiantes al trabajar con el software GeoGebra y con el perfeccionan los conceptos que hasta ahora han adquirido y se le da la oportunidad de que explore el entorno Geogebra e integre todo lo aprendido hasta ahora.</p>
--	--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

EVALUACION.	Tic		Se hace un reconocimiento de cada concepto escrito por cada compañero, luego en grupo debaten y arman un nuevo concepto primero lo hacen en grupos de 3 estudiantes, luego compartieron la información y tomaron de cada grupo lo que les complementara las definiciones que habían hecho. Apoyado esto en el modelo de Van Hiele. A lo largo de la sesión se permitió a todos los estudiantes mejorar su aprendizaje y al finalizar se puede ver que los todos los estudiantes reconocen más atributos de los objetos de estudio (recta, segmento, polígono). La evaluación se ha hecho permanentemente al estar revisando los avances de cada uno y concluye con el trabajo que los estudiantes deben enviar al correo electrónico.
	Traslaciones		
	Modelo de Van hiele.		
Resultado			Conclusiones
<p>Se observó que los estudiantes Estaban inquietos y querían realizar la actividad en el computador es evidente que a los estudiantes los motiva el trabajo con las herramientas tic, cabe aclarar q en ocasiones tratan de ingresar a otros tipos de herramientas TIC como YouTube o redes sociales.</p> <p>El trabajo en equipo hace que los estudiantes se apoyen y con más confianza les pregunten a sus compañeros acerca de las dificultades que tienen.</p> <p>No se sienten presionados por la calificación ya que el proceso de evaluación se da en forma continua y no tienen ese temor.</p>			<p>Se recomienda que en todos los procesos de aprendizaje en que sea posible se incorporen herramientas TIC para nuestro caso en particular el software Geogebra; esto motiva a los estudiantes.</p> <p>El articular al modelo de van hiele un software como Geogebra hace que los estudiantes desarrollen más fácilmente las fases de aprendizaje y por lo tanto que aprendan con mayor facilidad</p> <p>Si se realiza el proceso de las fases de van hiele de una forma adecuada se consigue que los estudiantes adquieran los conceptos con mayor eficiencia.</p>

Fuente. Cáceres, G., 2017

Tabla 6 Análisis sesión 3

Categoría	subcategoría	Descripción	Análisis
MOTIVACIÓN	Interés.	Se inicia la sesión	Se inicia la sesión dando a cada grupo unas fichas poligonales de cartulina se hicieron dos grupos de trabajo, se fomenta el trabajo en
	Estimulación	observando polígonos	

	<p>Trabajo en equipo.</p>	<p>recortados en cartulina con el objetivo de que los estudiantes las observen, toquen y caractericen. Luego que compartan la información y la complementen para tener una idea más completa entre todos. Luego en equipo van a explicar con los conceptos previos que significan</p>	<p>equipo como un apoyo en la construcción del trabajo. Se asignó el rol de lector al E4. Todos los estudiantes estaban muy motivados por utilizar las herramientas que trajeron, las reglas, escuadras y el compás. Se realizaron actividades en las cuales era necesario el trabajo en equipos, además se asignó a cada estudiante un computador en el cuál los estudiantes realizaron las actividades con el software Geogebra trabajo, y en esta sesión el interés por trabajar con el software siguió siendo muy importante. Se estimula el uso de Geogebra enseñándoles otras herramientas que necesitan para el trabajo, se hace gradualmente utilizando lo que sabíamos y dándoles a conocer otras herramientas del programa, sin que sean muchas para no aburrirlos, pero que los mantengan motivados para el trabajo. Se notó un poco de mal genio en el E2 el cual contesto de manera un poco grosera a lo que preguntaba el E3, se le sugirió no gritar.</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">PROCESO DE APRENDIZAJE</p>	<p>Tic Traslaciones Modelo de Van hiele.</p>	<p>algunas palabras como lado, compas, regla, vértice, ángulo, equilátero, escuadra. La siguiente actividad es la de construir con regla y compas un triángulo equilátero, un cuadrado y un hexágono y para finalizar se realiza la practica en Geogebra.</p>	<p>Se procedió a observar las figuras y a caracterizarlas , el grupo conformado por E1, E4, E6 y E7 compartieron el trabajo que realizaron leyendo las características que observaron de las figuras dadas.: “que todas tienen lados, que son rectos, que son planas y su tamaño”; el grupo conformado por los E2, E3 y E5 también compartieron sus aportes con la diferencias que notaron alunas características que el grupo anterior no había notado tienen lados, son planas, tienen puntas o esquinas todas tienen ángulos, los estudiantes intercambian sus experiencias dentro de un contexto de dialogo. Con esto comenzaron a reconocer algunas palabras como vértices. Luego se repite el proceso, pero reconociendo los pre saberes que tienen los estudiantes con respecto a las siguientes palabras lado, compas, regla, vértice, ángulo, equilátero y escuadra. Se comenzó con la construcción de un triángulo equilátero, en la guía están los pasos para hacerlo, pero el profesor también lo hace para que los estudiantes lo modelen. Con esta actividad se pretende que los estudiantes</p>

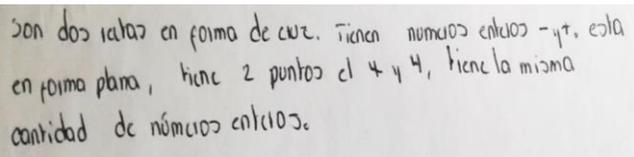
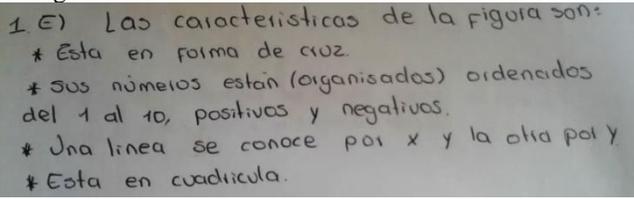
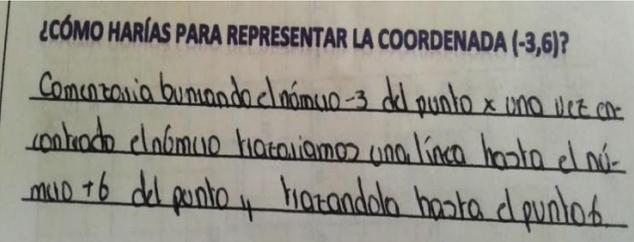
		<p>apliquen los conceptos que hasta ahora han ido construyendo. Con la elaboración del triángulo se mejora el concepto de equilátero todos los estudiantes pudieron comprobar que esta media 10 cm por todos los lados; lo mismo con el cuadrado y con el hexágono.</p> <p>Se presentó mayor dificultad al elaborar el cuadrado ya que su proceso es un poco más complejo, más sin embargo todos los estudiantes pudieron elaborarlo, cuando tenían dificultad acudían a sus compañeros o preguntaban al profesor, se le oriento la actividad a cada grupo por aparte con el objetivo de que todos recibieran la misma orientación, la actividad de practica en Geogebra sirve para integrar todo lo que han estudiado hasta el momento. Como nos faltó tiempo para terminar la sesión, se inició la clase siguiente elaborando nuevamente el triángulo, el cuadrado y hexágono y se finalizó realizando los diseños con Geogebra, se hizo énfasis en la forma como guardar los documentos para que se puedan enviar por correo. El E2 necesito más explicación por parte del docente, pero después colaboro con el E5 y el E3.</p>
<p>EVALUACION.</p>	<p>Tic Traslaciones Modelo de Van hiele.</p>	<p>Se realiza la evaluación desde el momento en que se inicia la clase, se tiene en cuenta el trabajo individual y el trabajo en equipo, en esta sesión los miembros de cada equipo aportaron con agrado y responsabilidad al trabajo propuesta.se observó el trabajo de todos los estudiantes y se valora la responsabilidad y el agrado con el cual participaron en la sesión, se notó el compañerismo ya que entre los miembros de cada equipo se colaboraban con el fin de que todos pudieran realizar las actividades. Para finalizar cada estudiante elaboro los diseños propuestos tanto en forma física como en el software Geogebra los cuales envié por correo electrónico</p>
<p>Resultado</p>		<p>Conclusiones</p>
<p>El trabajo que desarrollaron con las herramientas geométricas fue muy agradable, aunque un poco dispendioso</p>		<p>Al terminar esta parte del proyecto de aula es evidente que ya los estudiantes pueden hacer una descripción más completa de una figura</p>

<p>para los alumnos. Estuvieron atentos durante toda la actividad a pesar de que estuvo un poco más larga de lo se continúa viendo que para el estudiante es más agradable el trabajo en equipo y el trabajo con las herramientas TIC.</p> <p>Aunque se lleva registro del trabajo de los jóvenes estos no se sienten tan preocupados por la calificación sino por aprender y cuando ellos consideran que algo se les dificultan tiene la suficiente confianza para preguntarle a un compañero o al profesor.</p>	<p>poligonal, ya reconocen que está formada por segmentos, que tiene vértices y ángulos; esto en su mayor parte es debido a la aplicación del modelo de Van hile y el software de Geogebra permite de una manera sencilla abordar la integración de conceptos. Además, los estudiantes recuerdan todo lo que habían trabajado en las anteriores sesiones. Se puede decir que terminada esta parte del proyecto los estudiantes tienen un nivel 2 o de análisis en lo referente a los elementos básicos de la geometría</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente. Cáceres, G., 2017

Tabla 7. Análisis sesión 4

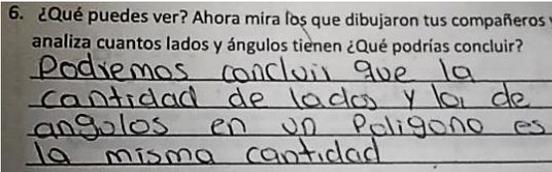
Categoría	Subcategoría	Descripción	Análisis
MOTIVACIÓN	<p>Interés.</p> <p>Estimulación</p> <p>Trabajo en equipo.</p>	<p>En la actividad de la presente sesión se iniciará con el objetivo de que los estudiantes reconozcan y utilicen el plano cartesiano adecuadamente tanto en forma física como en el software Geogebra. Se iniciará haciendo un reconocimiento de un plano cartesiano y los estudiantes describen las</p>	<p>Se inició con esta actividad dando una pequeña reseña de lo que se desarrollara en la clase, se organizaron los grupos de trabajo grupo G1 (E1, E3, E5) y G2 (E2, E4, E6 y E7). Es notorio el interés por realizar la actividad con los computadores ya que al iniciar la clase ya los tenían encendidos. Se les solicito a los estudiantes que guardaran los computadores ya que primero se debía desarrollar una actividad antes de utilizarlo. Se le dio a cada la guía para el trabajo de la clase y además se dio a cada alumno una hoja en blanco y se les explico cuál era el trabajo del día de hoy. E6 tomó el rol de lector. Como docente estuve pendiente del trabajo que desarrollaba cada estudiante y cada grupo.</p> <p>Se presentaron momentos de trabajo en equipo: cada vez que se socializaban las observaciones individuales; también cuando el E4 julia le explica al E2 el proceso para ubicar coordenadas. o cuando la E7 le corrige el proceso para ubicar coordenadas al e4. En la actividad del punto 5 se pidió que elaboraran un polígono de cualquier forma y se aprovechó para recordar el concepto de polígono, se notó que ya los estudiantes tienen claro dicho concepto más sin embargo algunos estudiantes estaban un poco distraídos en ese momento, tal vez porque no comprendieron bien la instrucción y relacionaban el polígono cualquiera con un polígono regular. Por lo cual se les acompañó mientras realizaban el ejercicio. Siempre se nota que la actividad con el software Geogebra les interesa, aunque solo se alcanzó a realizar una parte de la práctica ya que se terminó el tiempo de clase, en la clase siguiente se reinició la actividad con Geogebra se escribieron unas coordenadas en el tablero con el objetivo de que los estudiantes las representaran en el plano cartesiano del software Geogebra con esto se pretende que los estudiantes retroalimenten todo el proceso que se había hecho en las actividades anteriores. Se estimuló al</p>

		<p>características que notan. También se les pedirá que representen una</p>	<p>estudiante haciendo la practica en forma de proyección ando el televisor como herramienta guía y se dio la oportunidad a los estudiantes de que representaran algunos puntos Para finalizar se trataron de enviar los trabajos al correo electrónico, pero no hubo conectividad por lo cual solo se guardaron los documentos en el equipo.</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">PROCESO DE APRENDIZAJE</p>	<p>Tic Traslaciones Modelo de Van hiele.</p>	<p>coordinada para analizar como lo hacen y que entre todos compartan sus conocimientos y describan una forma correcta para representar coordenadas. En seguida se propone una actividad en la cual deben observar un polígono en un plano y deben escribir las coordenadas de cada vértice. Cada actividad debe hacerse en forma individual inicialmente y luego compararse por grupos. Después cada estudiante dibujará un polígono en el plano y escribir las</p>	<p>Se realizó un reconocimiento individual del plano cartesiano</p>  <p><i>figura 24 observaciones de E5 en el plano cartesiano</i></p> <p>Después se realizó la socialización de todas las definiciones Para hacer más completa y mejor se dibujó un plano cartesiano en el tablero. En la socialización se obtuvieron las siguientes características.</p>  <p><i>figura 25 resultado después de la socialización</i></p> <p>En el ejercicio de representar algunas coordenadas de forma individual. Algunos la mayoría de estudiantes lo hicieron correctamente.</p>  <p>Algunos lo hicieron en el cuaderno, otros en la guía y otros se repartieron los puntos y los hicieron en la guía; se les dio tiempo suficiente para realizar este trabajo y se observa que todos se colaboran y se complementan cuando alguien tiene dudas. Al observar la asignación de coordenadas en el plano se observa que existen algunas coordenadas mal asignadas en la figura la coordenada (-3,-2) un grupo la asigno como (-3, -1) es de suponer que se orientó mal en el eje y tal vez no tuvieron en cuenta el espacio entre el -1 y el -2 Anexo foto. Este punto fue reforzado por el siguiente ejercicio que les pedía dibujar un polígono y ubicar en él, sus coordenadas. Otro punto más del trabajo fue la ubicación de coordenada de jugadores en una cancha, es una actividad que pretende que los estudiantes vinculen lo aprendido a situaciones cotidianas y se resume todo lo trabajado en esta</p>

		coordenadas de su polígono. Se hará otro punto de reconocimiento de coordenadas con un plano cartesiano y la representación de una cancha de micro en donde deben indicar las posiciones de cada niño en la cancha.	sesión. Para finalizar se realiza el taller en Geogebra con el objetivo de integrar y retroalimentar el proceso.
EVALUACION.	Tic		
	Traslaciones Modelo de Van hiele.		La evaluación se realizó en forma permanente, observando el proceso de cada estudiante siempre se inicia con una toma de contacto, los estudiantes observan en esta guía el plano cartesiano y escriben sus conclusiones y luego se les estimula para que realicen ejercicios ubicaron coordenadas, sacaron las coordenadas de una figura dada que les permiten profundizar un poco más luego al hacer socializaciones. Se amplía el proceso cuando al estudiante se le da una imagen de una cancha y se le pide que localice la ubicación de cada jugador. Todos estos trabajos del estudiante son tenidos en cuenta para la evaluación, además se realiza un trabajo en Geogebra que si en esta ocasión no se pudo enviar por correo si se revisó por el docente y además se guardó en los computadores.
		Resultado	Conclusiones
		Se notó un poco de dificultad en algunos estudiantes al representar coordenadas, el trabajo desarrollado fue realizado con agrado por la mayoría de los estudiantes, solo en la actividad del polígono presentaron duda al relacionar esto con la construcción de polígonos regulares. El proceso se ha desarrollado de tal forma que permita avanzar por todas las fases de aprendizaje. La actividad con el software Geogebra permitió aclarar muchas de las dudas que tenían algunos estudiantes ya que en el programa colocaban un punto y se observaba la coordenada si se tiene activa la vista algebraica. Este ejercicio permitió comparar los trabajos realizados a mano y los que se hicieron en el computador.	Se debe reforzar el tema de representación de coordenadas. Es recomendable emplear más tiempo y más ejercicios que permitan hacer el proceso de aprendizaje más seguro y significativo. Esta demora no debe considerarse como pérdida de tiempo. La fase de integración se puede realizar fácilmente si se emplea el software Geogebra, si en él se proponen actividades de las mismas que se realizaron en las demás actividades de la sesión. Debe prestarse atención para que todos los estudiantes participen y así consigan un mejor aprendizaje. Cada vez que se hace la fase de integración se puede observar que el nivel de aprendizaje se eleva,

Fuente. Cáceres, G., 2017

Tabla 8. Análisis sesión 5

Categoría	Subcategoría	Descripción	Análisis
MOTIVACIÓN	Interés. Estimulación Trabajo en equipo.	La actividad se inicia observando uno ángulos dibujados en la guía de trabajo y preguntado donde han visto figuras así, también si reconocen el transportador y saben para que sirve. Luego se les entrega un polígono y se les pide que identifiquen ángulos ¿cuántos? Y si podrían medirlos Deben dibujar polígonos y relacionar los ángulos con los lados.	En esta actividad se desarrollaron actividades que motivaron a los estudiantes, se les pide que relacionen las figuras de su contexto con las figuras que se tratan; E2 mostró en el televisor donde se veían ángulos; también relaciona el ángulo llano con los llanos de Venezuela ya que el viene de ese país. Se fomentó el trabajo en equipo por parejas E1 y E4 ; E6 y E7 ; E2 y E3 . Y en esta ocasión se asignó el rol de lector al E7 . También se nota el interés por realizar las actividades en Geogebra, todos los estudiantes hicieron la actividad sin dificultad.
PROCESO DE APRENDIZAJE	Tic Traslaciones Modelo de Van hiele.	La siguiente actividad pretende que clasifiquen los ángulos (agudo, obtuso, recto, llano) luego deberán dibujar algunos ángulos y clasificarlos. También deberán reconocer los ángulos de 90° y relacionarlos con las figuras que más comúnmente encuentran en su	Se inicia la sesión observando unos ángulos y los estudiantes lo relacionan con figuras de su entorno o con otras que habían trabajado. Luego se les pide que observen un polígono que se entregó y que por parejas analicen algunas de sus características. A observar lados y ángulos de un polígono responden:  <p>6. ¿Qué puedes ver? Ahora mira los que dibujaron tus compañeros y analiza cuantos lados y ángulos tienen ¿Qué podrías concluir? Podemos concluir que la cantidad de lados y la de ángulos en un polígono es la misma cantidad.</p> Luego los estudiantes relacionan las medidas de algunos ángulos con medidas de ángulos en objetos o situaciones cotidianas, E3 relaciona ángulo recto con 90° y agudo con dos líneas muy unidas; E2 mostró en el televisor donde se veían ángulos, también relaciona el ángulo llano con los llanos de Venezuela; esto permite evidenciar que están integrando el contenido que se está trabajando. En este momento también se estableció un dialogo entre todos los compañeros y relacionaron la medida de algunos ángulos con la medida de los ángulos de objetos a su alrededor esta actividad no presentó ninguna dificultad lo cual les lleva

		<p>entorno (ventanas, puertas, tablero...)</p> <p>Se sugieren dos videos para profundizar y complementar el tema.</p> <p>Luego se realiza la actividad en Geogebra y en el deben dibujar polígonos, utilizar la herramienta ángulo y medir los ángulos que tenga el polígono.</p>	<p>profundizar el tema y por último se realiza la actividad en Geogebra la cual les permitió hacer un compendio de la temática tratada y utilizar esta herramienta para afianzar los conocimientos reaprendidos. Esta sesión está diseñada para fortalecer el tema de ángulos puede ser necesaria para la construcción de polígonos con características especiales para luego realizar traslaciones en el plano, también se requiere para las rotaciones en el plano lo cual también hace parte al proyecto.</p> <p>Las herramientas utilizadas, el software Geogebra y los videos permiten a los estudiantes un aprendizaje menos tradicional y tanto para ellos (los estudiantes) como para el docente facilita la labor.</p>
EVALUACION.	<p>Tic</p> <p>Traslaciones</p> <p>Modelo de Van hiele.</p>	<p>También deberán dibujar algunos ángulos.</p>	<p>La evaluación se realizó en forma permanente, se revisó el trabajo que hizo cada estudiante, se retroalimentó cuando fue necesario.</p> <p>Se observó que se cumpliera con las fases de Van Hiele. Y aunque en esta actividad no se envió ningún trabajo por correo si se verifico que todos los estudiantes realizaran las actividades propuestas. También se evaluó la participación tanto de forma individual como grupal.</p>
Resultado		Conclusiones	
<p>Durante la sesión todos los estudiantes participaron activamente de la misma. Dieron sus aportes de una forma confiada ya que se ha creado un ambiente respetuoso entre los compañeros y el docente.</p> <p>Se permite al estudiante ir mejorando su aprendizaje de una forma diferente donde el no siente que está obligado a aprender, sino que lo</p>		<p>Es importante que para conseguir un aprendizaje de una manera fácil se realicen actividades grupales, eso sí donde se permita la participación de todos los estudiantes.</p> <p>Al diseñar actividades pedagógicas se debe tener en cuenta un esquema como en nuestro caso el modelo de van hiele y tratar</p>	

<p>hace por gusto y por qué la propuesta lo lleva a eso. Se termina la actividad y se refuerza lo trabajado con las actividades en Geogebra, estas le permiten hacer un trabajo dinámico y agradable donde retroalimentan todo lo trabajado en la sesión.</p>	<p>de seguir las indicaciones de la mejor manera posible. Las actividades que involucran herramientas TIC favorecen el afianzamiento del aprendizaje y este proceso se realiza de forma amena y motivadora.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente. Cáceres, G., 2017

Tabla 9. Análisis sesión 6

Categoría	subcategoría	Descripción	análisis
MOTIVACIÓN	Interés. Estimulación Trabajo en equipo.	<p>Se inicia la actividad y se procura que todos los estudiantes cuenten con al material necesario. Se les pide que observen unas imágenes de rectas unas cruzadas y otras paralelas para que identifiquen las relaciones entre ellas, luego que midan los ángulos de las líneas que se cruzan y establezcan</p>	<p>Se promueve nuevamente el trabajo por equipos, se les explica brevemente que se va a realizar y se asigna el rol de lector E3 cuidando que todos hayan participado. El E6 sirvió como asistente y facilito a los compañeros parte del material que necesitaban. Se generaron espacios de discusión enmarcados dentro del respeto por las ideas de todos. La actividad se realizó teniendo en cuenta elementos del contexto y no se observó dificultad al realizarlas. La actividad de Geogebra se realizó en otra hora y los estudiantes trabajaron con responsabilidad y entusiasmo.</p>
	Tic Traslaciones	<p>conclusiones de que son rectas paralelas y</p>	<p>Todos los estudiantes hicieron la observación de las rectas propuestas y escribieron sus apreciaciones en las rectas paralelas que nunca se cortan y en las perpendiculares que los ángulos</p>

	<p>Modelo de Van Hiele.</p>	<p>que perpendiculares. También que construyan sus definiciones que dibujen rectas paralelas y perpendiculares con ayuda de escuadras. Luego que relacionen las rectas paralelas y perpendiculares en unos gráficos de un plano de una casa y un paisaje rural. También que dibujen algo con estas relaciones. Para finalizar se realiza la actividad con Geogebra.</p>	<p>miden 90°. El E5 observa que si dos ángulos forman un ángulo llano y un ángulo mide 15° el otro mide 165° lo cual indica que está en un nivel 2 o de análisis ya que observa propiedades. Todos los estudiantes notaron la relación que tienen dos rectas cuando son perpendiculares y cuando son paralelas. Se presentaron pequeñas discusiones E2 y E3 acerca de cuáles líneas son paralelas y cuáles no; E2 y E5 también generan discusión al observar en los polígonos cuáles son paralelas y cuáles no. E2 y E3 solo observaron 2 rectas paralelas en el hexágono al comparar con sus compañeros observan las demás. Para analizar rectas perpendiculares se les pidió que observaran bien y aclararan el concepto de rectas perpendiculares, el E5 dice “deben ser ángulos rectos” y lo comprueba enseñándoles a sus compañeros. Aclararon que no eran perpendiculares las rectas secantes. Hasta este momento los estudiantes han observado características de las figuras, las identificaron reconocieron algunas propiedades, e intercambiaron la información que tenían. Luego se les dio tiempo para que consignaran en su cuaderno lo que descubrieron de las rectas paralelas y de las perpendiculares. Después se les enseñó como dibujar rectas paralelas y perpendiculares con regla y escuadra, el E2 recuerda y comparte que las rectas perpendiculares son como las del plano cartesiano también que es fácil hacer renglones en una hoja blanca con esta técnica. El E3 necesito aclaración para dibujar rectas perpendiculares, E4 mostró como se trazan rectas paralelas; en general todos los estudiantes asimilaron estos conceptos y realizaron las prácticas. También se les explicó cómo hacer para trazar rectas perpendiculares solo con regla y compas. La práctica en Geogebra se realizó en una hora de la tarde y en ella se repasaron todos los conceptos trabajados durante la sesión.</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">EVALUACION.</p>	<p>Tic Traslaciones</p>		<p>La evaluación se realizó en forma permanente, se observa que algunos estudiantes ya comienzan a establecer regularidades y se generan discusiones en torno a la temática planteada. Los estudiantes desarrollan las</p>

	Modelo de Van hiele.		actividades con agrado y se evalúa el proceso de cada una de las fases de van Hiele. El trabajo se termina de evaluar al desarrollar todas las actividades de la sesión y al realizar la practica en Geogebra.
Resultado		Conclusiones	
<p>Los estudiantes identificaron las características de las rectas paralelas y de las perpendiculares, notaron algunas propiedades de las mismas como que las rectas perpendiculares forman ángulos de 90° y que las paralelas nunca se cortan.</p> <p>Identificaron rectas paralelas en polígonos y relacionaron estos conceptos con la medida de ángulos. También aprendieron a dibujar rectas paralelas con escuadras.</p> <p>Conocen y utilizan las herramientas de rectas paralelas y perpendiculares del software Geogebra.</p>		<p>Algunos estudiantes ya comienzan a establecer regularidades de forma más natural, esto indica que en los aspectos trabajados como es el caso de los ángulos ya establecen algunos tipos de relaciones como la de ángulos suplementarios y aunque no hacen un razonamiento formal del mismo si notan que un ángulo llano se puede formar por dos ángulos que sumen 180°</p>	

Fuente. Cáceres, G., 2017

Tabla 10. Análisis sesión 7

Categoría	Subcategoría	Descripción	Análisis
MOTIVACIÓN	Interés.	Se inicia la sesión	E6 fue el lector de la sesión, se recordó el proceso E1 había faltado la sesión anterior.
	Estimulación	haciendo una lectura acerca de la simetría en la naturaleza y se le pide que observen y analicen las características de las imágenes de la guía, que las escriban y que luego las compartan y complementen .se realiza una	Después de la lectura E6 comparte “escomo dividir cosas en 2 mitades” y E5 dice “nosotros tenemos una línea imaginaria que nos divide”. Esto incida que fácilmente observan características de las imágenes. Se utilizó un espejo para mostrar algunas simetrías y estimular su curiosidad.
	Trabajo en equipo.		La actividad de recortar figuras en hojas dobladas por la mitad se notó el interés ya que algunos estudiantes (E7, E2) durante la sesión seguían haciendo diseños. La actividad en Geogebra se desarrolló con más facilidad, ya reconocen en entorno en gran parte y también identifican las herramientas y su utilidad con más facilidad.

PROCESO DE APRENDIZAJE	<p>Tic</p> <p>Traslaciones</p> <p>Modelo de Van hiele.</p>	<p>actividad con un espejo para que describan como es la figura que da el espejo al compararla con la que ellos propongan. Luego se realiza una actividad con papel haciendo un dibujo simétrico del cual deben observar también las características e incluir en su léxico la palabra eje de simetría el cual deberá identificar en varias figuras a continuación. Se realiza luego una actividad en el plano cartesiano con coordenadas en un solo cuadrante del plano y se les pedirá que formen su parte simétrica para que analicen como es el proceso de construcción de figuras</p>	<p>De las observaciones a las figuras, E5 dice que tienen formas simétricas, E3 que tienen ángulos, E2 que tienen paralelas y circunferencias; E5 y E4 notaron que las dos partes de cada figura son iguales. se evidencia el que proceso de las fases de Van hiele está permitiendo que los estudiantes se vuelvan más cuidadosos en sus observaciones y que van retomando los conceptos que se han venido trabajando de una manera natural. Se realizaron ejercicios con el espejo. E3 nota que la imagen en el espejo es invertida. Posterior a este punto se les pidió la hoja de papel y que trazaran una línea punteada por el doblez, el objetivo de esta línea era que lo relacionen con un eje de simetría. Luego cada pareja realizó una figura en la mitad de la hoja pegada al borde, al dibujarles media figura E3 indujo que saldría un cuerpo. Luego todos recortaron sus diseños y los abrieron; E6 y E7 obtuvieron una especie de mariposa; E2 pregunta si debía dibujarse por los dos lados y sus compañeros dicen que no es necesario. E2 y E3 formaron un cuerpo. E6 y E7 notaron que también el hueco que queda en la hoja es bonito y simétrico. También se pide que se observen figuras simétricas en el salón y comienzan por los cuadernos, luego se miran las caras y se dan cuenta que si la cara tiene una peca en un lado y en el otro no la figura no es simétrica. E3 observa con detalles la simetría dice que el cuaderno no es simétrico ya que la fecha no está a igual distancia del centro. Al trazar líneas que dividan en dos partes iguales los objetos. E3 dice que al rectángulo se le pueden trazar 2. En el círculo encontraron primero 4, 5, 6, 7, 8 ejes de simetría y E7 concluye que en el círculo hay infinitos ejes de simetría. El E2 ubico las coordenadas de forma incorrecta. E5 y E6 hicieron la actividad de forma correcta, E7 fue ayudado por E6. Se debe profundizar el trabajo en el plano cartesiano, aunque parece un tema sencillo hay estudiantes que aun presentan dificultades. En este momento se introdujo un preconcepto de imagen al reflejar el punto A su reflejo se llamará A' y los estudiantes notaron que esos puntos eran equidistantes. Luego escribieron el procedimiento que siguieron para completar</p>
-------------------------------	------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

		<p>simétricas. Se realiza la actividad de simetría también con reglas y compás. Se finaliza la actividad con la práctica en Geogebra.</p>	<p>figuras simétricas. E6 propone hacerlo doblando el papel. E7 que apoyarnos en las rectas numéricas que forman el plano y sus compañeros estar de acuerdo.</p> <p>En la siguiente clase se recordó todo el proceso y se propusieron una simetría en el tablero E4 solicito más ayuda, los demás elaboraron los diseños sin complicaciones. E3 dice haber entendido con el espejo y E4 solicita volver a colocar el espejo para guiarse. El E2 observa que en uno de sus diseños hay un error. Después el E2 solicita le presté el espejo para guiarse y dice “ahora si entendí”. El E7 colabora en el tablero completando un diseño simétrico y E3 dice que le ayuda colocando el espejo y terminaron la simetría correctamente. Luego se propuso otro ejercicio de simetría en hoja blanca con el objetivo de utilizar el compás, se hizo la demostración en el tablero y los estudiantes lo desarrollaban al mismo tiempo.</p> <p>E2 tuvo dificultad pero corrigió y elaboro el diseño adecuadamente, los demás elaboraron el diseño correcta y rápidamente la actividad de Geogebra cada estudiante trabajo en un computador y se les enseñó a utilizar la herramienta simetría axial primero en forma general con el video bean y luego en forma particular, la actividad solo era para complementar lo que habíamos desarrollado en las actividades anteriores y que observaran la forma como quedan dispuestas las figuras después de una reflexión. Todos los estudiantes realizaron la actividad sin dificultad</p>
EVALUACION.	<p>Tic Traslaciones Modelo de Van hiele.</p>		<p>Se evaluó desde el comienzo de la actividad y se observó el trabajo de cada estudiante, así como los trabajo que debió entregar, se valoraron sus aportes individuales y grupales, también la actitud que mostraron durante las actividades de la sesión, La actividad en Geogebra se desarrolló con más facilidad, ya reconocen en entorno en gran parte y también identifican las herramientas y su utilidad con más facilidad</p>

Resultado	Conclusiones
<p>Los estudiantes observan con más detalle las figuras o imágenes que se proponen e identifican las características con mayor facilidad. Las actividades son desarrolladas con agrado tanto las que deben realizar con herramientas físicas como las que deben desarrollar con Geogebra. Realizan procedimientos para realizar simetrías y en especial de polígonos. Identifican los ejes de simetría en una figura. Elaboran simetrías con ayuda de regla, compas o con el software Geogebra.</p>	<p>Las sesiones diseñadas acorde al modelo de Van Hiele son ya reconocidas por los estudiantes y tienen claridad en el trabajo durante las clases, aunque no se les mencionan, ellos saben que primero debe hacerse un proceso de reconocimiento y de identificación de características, luego deben compartir con sus compañeros y mejorar sus apreciaciones, al final realizar otras actividades que involucren afianzamiento y saben que al terminar las actividades se realiza la practica con Geogebra. El proceso del modelo de Van Hiele fortalece tanto el trabajo individual como el trabajo en equipos y genera confianza y participación entre los estudiantes. Al tener que estar pendientes de las características de un objeto o un proceso, el estudiante es capaz de observar cuando está cometiendo errores porque debe retroalimentarse con el trabajo de sus compañeros.</p>

Fuente. Cáceres, G., 2017

Tabla 11 análisis sesión 8

Categoría	Subcategoría	Descripción	análisis
MOTIVACIÓN	Interés.	Se inicia planteando una situación	<p>Se asignó el rol lector al E2 y se entregó una ficha recortada a cada estudiante se verifico que todos tuvieran el material necesario se propuso una actividad inicial muy común para todos y se ejemplifico con un objeto del salón. Haciendo uso de una silla. Se estimuló el trabajo en equipo y se notó la motivación para realiza<r las actividades en la representación de coordenadas E1 y E5 se colaboraban. el E3 dice que solo se puede mover en 4 direcciones, pero entre todos los estudiantes encuentran que hay muchas direcciones para mover la figura. E5 y E7 estaban muy interesados en avanzar en la actividad. En algunos ejercicios Los estudiantes comparan sus trabajos y entre ellos notan diferencias lo cual les sugiere alguien tiene errores</p> <p>La práctica en Geogebra fue sencilla, pero les permitió comparar los trabajos realizados en la sesión.</p>
	Estimulación	“correr una nevera”.	
	Trabajo en equipo.	Después se entrega una figura poligonal la cual van a tener que mover sobre la mesa, se espera que identifiquen que para realizar una traslación basta con un movimiento en una dirección. Luego que comparen sus procedimientos.	

		<p>En la siguiente actividad deben ubicar unos puntos en el plano y estos van a formar 3 polígonos uno trasladado horizontalmente y otro verticalmente. Se espera que puedan concluir que al trasladar una figura no cambia su forma y que cada punto equidista de su imagen. Después se muestran unas traslaciones y se proponen ejercicios de traslación en papel cuadriculado. También se pone otra actividad en la que deben identificar que imágenes se han trasladado. Para concluir se realiza la actividad en Geogebra.</p>	
<p>PROCESO DE APRENDIZAJE</p>	<p>Tic Traslaciones Modelo de Van hiele.</p>		<p>La actividad estuvo basada en el contexto, el profesor utiliza una silla y realiza con ella un movimiento de traslación. Luego los estudiantes trasladaron la figura recortada, deslizándola en una sola dirección y los se dieron cuenta que la ficha se mueve, pero no cambia su forma, E6 recuerda cuando es dirección horizontal, vertical o diagonal; E2 y E3 notan que la figura rayo de la guía no se puede mover haciendo solo un movimiento. Todas estas actividades se hacen observando las figuras, apuntando las observaciones y luego intercambiando sus experiencias y apuntes.</p> <p>Como se hizo necesario reforzar ejercicios con coordenadas se realizó el ejercicio en el tablero el profesor después de que los estudiantes hicieron la primera parte para que compararan.</p> <p>El E2 necesito más acompañamiento para este proceso. Luego se les pidió que ubicaran los otros puntos y que tuvieran más cuidado para no equivocarse.</p> <p>Los estudiantes se apoyaron para elaborar las traslaciones correctamente y cuando tenían errores se corregían entre ellos y en ocasiones fue necesaria la corrección del docente.</p> <p>En las traslaciones con regla y compás, E3 recuerda el proceso para hacer rectas paralelas. E7 pregunta a E5 si le parecía que estaba bien, este le revisa y le colabora. E6 pidió colaboración al profesor. E3 realizó el polígono en la orilla de la hoja y con el vector que se había propuesto la traslación se saldría de la hoja por lo cual se le cambio el vector; realizo la traslación sin dificultad. E2 realizo el ejercicio sin problemas. E4 necesito ayuda y el profesor le orientó.</p> <p>La práctica en Geogebra se realizó a continuación. Se les pidió que ubicaran unas coordenadas y que formaran un polígono y todos lo pudieron realizar, aunque se le</p>

		<p>colaboro a E3 y E1. Luego se les pidió que buscaran la herramienta traslación y se les pidió que leyeran en la leyenda de la herramienta como usarla. Primero objeto y luego traslación, todos los estudiantes pudieron realizar la actividad E4, E6 y E7 necesitaron orientación hasta el final de la clase. Las actividades del plano cartesiano y las construcciones con regla y compás se pueden catalogar como las de la fase 4 y la actividad en Geogebra como fase 5</p>
EVALUACION.	<p>Tic Traslaciones Modelo de Van hiele.</p>	<p>Se observó que E1 casi no se integra, pero hace bien el trabajo. Los demás compartieron sus trabajos y procesos y realizaron las actividades superando algunas dificultades, se les valoro todo su trabajo; se recogieron los trabajos propuestos además de los de la sesión se les propuso otras traslaciones para que las realizaran con reglas y compás. Se observó el trabajo que los estudiantes realizaron en el software Geogebra. Los estudiantes desarrollaron todas las actividades pasando por las 5 fases de Van Hiele en esta sesión.</p>
Resultado		Conclusiones
<p>Los estudiantes relacionaron el movimiento de traslación al mostrarles con ejemplos reales. Describieron el proceso para realizar traslaciones a partir de las gráficas realizadas en el plano cartesiano, reconocen que en una traslación la figura no cambia ni de forma ni de tamaño, que solo se desplaza. Se dieron cuenta que la distancia entre los puntos de un polígono y su imagen trasladada es la misma. Elaboraron traslaciones de figuras utilizando el plano cartesiano y utilizando reglas, escuadras y compás. Realizaron traslaciones con el software Geogebra.</p>		<p>Todas las sesiones que se habían trabajado anteriormente aportaron para el trabajo en la presente sesión, los estudiantes reconocen ya polígonos, coordenadas, rectas paralelas y utilizaron esos conceptos para elaborar traslaciones. Esto indica que el aprendizaje que están teniendo es significativo y que el modelo de Van Hiele contribuye a que así sea. Tienen un mejor manejo de herramientas como compas, reglas y escuadras. Sus representaciones graficas ahora son más ordenadas y limpias. El trabajo en equipo que se ha realizado ha permitido que los estudiantes se colaboren y puedan conseguir todos tener un buen aprendizaje. Geogebra permite en el estudiante realizar traslaciones y los estudiantes pueden</p>

	comparar con sus trabajos. con los hechos en el programa
--	----------------------------------------------------------

Fuente. Cáceres, G., 2017

Tabla 12. Análisis sesión 9

Categoría	Subcategoría	Descripción	análisis
MOTIVACIÓN	Interés.	Se inicia con una lectura acerca de dónde podemos encontrar rotaciones y se comentan estas situaciones. Luego se señala un dibujo con una rotación y se hace reconocimiento de su tras elementos principales: el centro de rotación, el ángulo de giro y el sentido. Luego se observan unas figuras en las que se puede observar el movimiento de rotación (máquina de moler, bicicleta, puerta) para que los estudiantes identifiquen donde se da el movimiento de rotación	Se inicia la actividad saludando y organizando los equipos de trabajo. Se verifico que todos trajeran el material necesario para la sesión. Se recordó lo visto en las clases anteriores. E1 se le asignó el rol de lector. Se inicia con la actividad la cual fue fácil de entender porque se ejemplifico con elementos de su contexto. E1 dice que ha observado movimientos de rotación cuando está moliendo maíz, E4 cuando acelera una motocicleta. Se repasó el tema de medidas de ángulos, al abrir la ventana completa se abrió 180° dice E3 . Luego se identificaron los tres elementos que se requieren para realizar una rotación, el centro, el sentido y el ángulo. En la figura observa los movimientos de rotación E7 cuando se abre la puerta. En la construcción del molinete o veleta los estudiantes hicieron la actividad con mucho entusiasmo, tanto que duraron algunos minutos jugando con la veleta antes de continuar con el trabajo de la sesión se les pidió que lo guardaran para poder continuar. La actividad en Geogebra se realizó sin dificultad y con el fin de que corroboraran los aprendizajes adquiridos, también que fueran reconociendo más el plano cartesiano y las herramientas del software
	Estimulación		
PROCESO DE APRENDIZAJE	Tic	identifiquen el centro de rotación. A continuación, se	Se inicia haciendo un reconocimiento de los objetos propuestos en la figura, E1 dice que ha observado movimientos de rotación cuando está moliendo maíz, E4 cuando acelera en una motocicleta. Cada grupo observe la gráfica propuesta: E5 dice que
	Traslaciones		

	<p>Modelo de Van hiele.</p>	<p>propone realizar un molinete para observar en él el movimiento de rotación, el centro de giro y el sentido y se hacen ejercicios girándolo 90 grados. En seguida se muestra un dibujo con el proceso para hacer una rotación de un polígono y se pide a los estudiantes que describan ese proceso. Luego se proponen otras actividades con coordenadas en el plano y ejercicios de giros y se concluye con la práctica en Geogebra.</p>	<p>usaron el compás, E6 identifico las imágenes de cada punto. Y se recordaron temas vistos anteriormente al abrir la ventana completa se abrió 180° dice E3. Luego se identificaron los tres elementos que se requieren para realizar una rotación, el centro, el sentido y el ángulo. En la figura E7 nota los movimientos de rotación cuando se abre la puerta. Luego se les dio tiempo para que cada grupo escribiera sus apreciaciones. E5 dice nota que en una bicicleta se hace rotación también en los manubrios, E2 dice que en una llanta el centro de rotación es en las rolineras; E7 dice que hay una parte que no se mueve al moler en una máquina, en donde se mete el manubrio. Todas estas actividades se realizaron durante los procesos de observación, caracterización al comentar lo que cada estudiante observo. Cada estudiante construyo un molinete o veleta; después se dibujaron 4 polígonos diferentes en cada punta del remolino. Con el objetivo de realizar giros con algunos ángulos en particular En la actividad que continua se les muestra el proceso para realizar un giro se les pidió a los estudiantes que lo analizaran y se realizó el proceso en una hoja para que lo vieran. Después cada grupo debe explicar el proceso para hacer un giro. Luego se inició con las rotaciones de polígonos E7 realizó una rotación, aunque tenía unos errores en la medición de ángulos y por lo tanto no salió perfecta. A E3 y E6 se les explico nuevamente el proceso. E4 iba orientando el proceso y estaba muy pendiente delo que hacia el profesor. Recapitulando E4 dice que primero debemos hacer la figura, E7 que debemos trazar líneas desde el cetro de rotación, E4 medir ángulos y con el compás trazar las medidas. Luego cada uno debe hacer una rotación a partir de unas coordenadas con centro en el origen. El E2 tenía dificultad al medir el ángulo a partir de un segmento E4 le indicó como hacerlo. Para iniciar con actividades de profundización se ubicaron otras coordenadas se formaron polígonos y se realizaron giro, E4 decía a E2 que lo hiciera de la misma forma como lo hacía la vez pasada. También se enseñó el proceso para hacer giros con regla y compas en hojas sin</p>
--	-----------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

		<p>cuadrícula, luego se dibujó en una hoja blanca una figura poligonal de 4 lados y se ubicó un punto de giro por fuera del mismo. Y un ángulo de giro de 110 grados en sentido de las agujas del reloj. Para agilizar la actividad el punto de giro lo ubico el profesor para evitar que la figura rotada quedara por fuera de la hoja. A E2 se le recomendó no acentuar tanto las líneas que van del centro de rotación al cada punto del polígono. Luego en la medida que terminaban la actividad entregaban el trabajo al profesor. El E7 necesito un poco más de orientación al final mientras sus compañeros trabajaban en Geogebra. Luego se realizó la actividad en el software Geogebra esta se hizo personalizada y se les enseñaron a manejar nuevas herramientas. Se sugirió en la otra clase hacer una nueva actividad en Geogebra en el comedor y con el Video Beam. En esta sesión se nota que los trabajos que realizan los estudiantes son mucho mejor presentados y utilizan las herramientas adecuadamente.</p>
EVALUACION.	<p>Tic Traslaciones Modelo de Van hiele.</p>	<p>Se observó la participación de todos los estudiantes, cada uno apporto ejemplos de acuerdo con las situaciones que han vivido y se relacionan con rotaciones, se volvió a dar un trabajo en equipo en el cual todos los estudiantes participan y colaboran con la construcción del conocimiento. Se realizó el proceso del modelo de van hiele en sus cinco fases. Los estudiantes entregaron ejercicios de rotaciones realizados con reglas y compas donde es evidente que se están manejando más adecuadamente estas herramientas ya que sus trabajos ahora son mucho más pulcros. Se evaluó también el trabajo que realizaron con Geogebra</p>
Resultado		Conclusiones
<p>Los estudiantes hacen un mejor uso de las herramientas compas, trasportador, reglas y escuadras. Reconocen artefactos que representan rotaciones. Realizan los trabajos de una manera más</p>		<p>Se han integrado muchos de los conceptos propuestas y el proceso de aprendizaje se ha desarrollado en forma escalonada, los estudiantes han hecho uso de los</p>

<p>limpia y correcta. Repasaron en esta sesión la representación de coordenadas en el plano, la medida de ángulos y el uso de herramientas geométricas. El proceso de Van Hiele ha permitido que se generen también competencias para el trabajo en equipo sin descuidar el trabajo individual. Todos los estudiantes realizan las actividades de forma adecuada y con motivación. La práctica en Geogebra complementa las falencias que puedan quedar en el proceso y siempre se realiza incluyendo las actividades que se trabajaron durante la sesión.</p>	<p>conceptos trabajados durante las sesiones anteriores lo cual demuestra que se ha generado un aprendizaje significativo. Evaluar en forma permanente permite que los estudiantes desarrollen su proceso de aprendizaje de tal forma que no les preocupen las calificaciones. Realizan las actividades con el fin de aprender y no por la nota. La actividad en Geogebra sigue siendo motivadora para los estudiantes.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente. Cáceres, G., 2017

Tabla 13 análisis sesión 10

Categoría	Subcategoría	Descripción	análisis
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">MOTIVACIÓN</p>	Interés.	En esta sesión se realizara la aplicación de los movimientos en el plano trabajados.	<p>Se retroalimentó el proceso que hasta ahora se lleva. Y se organizaron los grupos de trabajo. Se explicó que el trabajo de esta sesión sería la aplicación de todo lo visto. Inicio la actividad mostrando imágenes llamativas (teselaciones) y se les dijo que aprenderíamos como hacer una. El proceso fue muy dinámico, en su mayoría guiado por Geogebra, pero a la par se hacía en papel. E2 estaba entusiasmado por hacer trabajo en el computador. Al desarrollar la actividad con Geogebra todos los estudiantes disfrutaron realizando esta actividad y estuvieron concentrados tanto en el trabajo en forma física como en el programa Geogebra.</p>
	Estimulación Trabajo en equipo.	Se realizara un reconocimiento de teselaciones, y se elaboraran algunos diseños tanto en el software Geogebra como en forma tradicional.	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">PROCESO DE APRENDIZAJE</p>	Tic		<p>Los estudiantes reconocieron las figuras que componen las teselaciones E3 dice que tienen rombos triángulos, E2 vio triángulos equiláteros y E6 vio polígonos regulares de 8 lados; E3 dice que hay cuadrados, en la figura 3 E2 ve figuras como estrellas el E5 nota que la estrella está conformada por cuadrados y E6 dice que también triángulos; en la siguiente figura notan que está compuesta por figuras que parecen piedras E3 (piedras tandadas), E2 dice que parece tierra agrietada, E5 dice que las figuras son deformes y E3 dice que como un</p>
	Traslaciones		
	Modelo de Van hiele.		

		<p>rompecabezas, se les pregunto si las piedras eran diferentes y E3 dice que no son diferentes sino que están acomodadas de diferentes formas; en la otra figura observan E6 observa iguanas y en la última figura E4 observa flechas y observan también reflexiones, rotaciones y traslaciones en esos dibujos.</p> <p>En el siguiente punto de la sesión el E2 pregunta cómo se llama lo que observa y los compañeros le recuerdan que se llama reflexión o simetría. Et2 leyó la definición de teselación y se les hizo observar 2 figuras en particular de la teselación para ver que notaban, E6 rápidamente dijo que traslaciones y E2 y E3 notan y confirman lo que ha dicho el compañero. Los demás también, luego en otra figura observan rotaciones, E6 vuelve a darse cuenta en primer lugar y los demás también lo confirman, observan que en esta teselación no hay reflexiones. Luego se les dio tiempo Para que apuntaran sus observaciones.</p> <p>Luego se les pidió que construyeran un triángulo equilátero, la mayoría respondieron que si se acordaban más sin embargo se les recordó cómo hacerlo, E2 y E7 ayudaron a recordar el proceso, E3 solicito permiso para traer el compás. Este proceso se va a realizar tanto en la hoja de papel como en el software Geogebra. A E4 se le hizo corregir el triángulo equilátero los demás pudieron hacerlos sin dificultad. En el software Geogebra se les pidió quitaran la cuadrícula y los ejes, que dejaran la hoja en blanco, en el dibujaron también el triángulo equilátero, se les mostro en el tablero como hacerlo. A Es5 se le presento una dificultad con el software Geogebra, se le sugirió reiniciar el programa.</p> <p>Se hizo el proceso de forma pausada para que todos lo desarrollen. E2 sugiera ampliar la imagen en Geogebra, luego se les enseñó la opción para dejar invisibles algunos objetos para dejar solo el polígono que creamos. Y también como cambiar algunos atributos. E4 y E7 necesitaron más acompañamiento en el software Geogebra. E7 leyó la actividad.</p> <p>Se les pidió que ampliaran la imagen para trabajar más cómodamente. El profesor iba</p>
--	--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

		<p>haciendo el diseño en el software Geogebra y simultáneamente los estudiantes también. Se les hizo énfasis en que debían cerrar el polígono al finalizar el diseño. Todos los grupos estuvieron concentrados en el trabajo. Después de elaborar el polígono en Geogebra lo elaboraron en el papel. Luego continuaron con el diseño en Geogebra para hacer el segundo polígono.</p> <p>E2 y E3 notan que al aplicar simetría al primer polígono se forma una lagartija, después E2 dice que el otro parece un ave, en la hoja se les dice que pueden doblar las figuras por el lado del triángulo y ubicar los puntos de reflexión, o también que pueden recortar la figura dejando espacio para después calcar la parte reflejada E4 y E6 presentaron dificultad al hacer el diseño porque no cerraron los polígonos se les colaboro en el diseño. Luego se capturaron pantallazos para pegar en Word y editar la imagen, se le enseño a cada grupo como hacerlo. Luego se debía imprimir la hoja que crearon, pero para aprovechar el tiempo se habían traído hojas impresas con los diseños para poder hacer la actividad en clase. Luego recortaron las fichas y haciendo traslación y rotaciones crearon una teselación.</p>
EV A L U A C I O N.	<p>Tic</p> <p>Traslaciones</p> <p>Modelo de Van hiele.</p>	<p>El proceso evaluativo fue permanente, todos los alumnos trajeron los materiales necesarios para desarrollar la actividad y realizaron los procesos en forma dinámica y responsable. Esta actividad fue desarrollada simultáneamente en Geogebra y en el papel. Se recordaron la mayoría de conceptos trabajados en todas las sesiones: se construyeron polígonos y se elaboraron diseños para hacer traslaciones y rotaciones y reflexiones. Se realizó primero el trabajo en Geogebra y luego en el papel. Este último trabajo agrupo la mayoría de temática trabajada durante el proyecto y podría considerarse como una gran fase de integración de todos los temas tratados.</p>
Resultado		Conclusiones
<p>Se elaboraron polígonos con el software Geogebra y en papel para construir con ellos teselaciones. Cada grupo de estudiantes realizó el proceso, la clase fue muy agradable para los</p>		<p>La actividad de crear teselaciones fue diferente y se observó que los estudiantes estuvieron atentos para desarrollar el proceso de una manera adecuada.</p>

<p>estudiantes. Cada estudiante diseñó una teselación y en ella aplicó reflexiones, rotaciones y traslaciones. La actividad fue guiada en el video vean para que los estudiantes fueran haciéndola en sus computadores y también de forma manual. Se evidenció que los estudiantes ya reconocen en este proceso las traslaciones, las rotaciones y las reflexiones.</p>	<p>En esta actividad el software Geogebra fue una herramienta muy útil porque se pudo realizar el proceso de una manera sencilla para que los estudiantes realizaran el proceso tanto en el computador como en el papel. Todos los estudiantes han integrado a su aprendizaje los conceptos que se han venido trabajando desde la primera sesión, sus trazos en este momento son más delicados y precisos y realizan las teselaciones de forma apropiada.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente. Cáceres, G., 2017

Al aplicar la herramienta pre test se observó lo siguiente: **E1** solo reconoce triángulo y cuadrado; no tiene claridad en el concepto de traslación y lo que escribe no hace referencia a lo preguntado; en las imágenes que representaban traslaciones no vio el movimiento, solo tuvo en cuenta su forma y no el movimiento efectuado. Realizó la traslación sin tener en cuenta la proporcionalidad de las imágenes; muestra errores en la representación de coordenadas en el plano. **E2** había asistido como asistente el año anterior y había presentado el diagnóstico, se tuvo en cuenta el que presentó el año anterior para no afectar los resultados de la prueba. Reconoce los triángulos, cuadrados, polígono y rectángulo y la recta. No hace relación en los objetos trasladados. Realiza traslación de figuras muy limitadamente. Tiene un conocimiento incipiente de traslación y Ubicó algunas coordenadas correctamente. **E3** reconoce los elementos triángulo, cuadrado y rectángulo; Asocia traslación a movimiento; hace traslaciones con poca precisión; ubicó correctamente las coordenadas en el plano cartesiano. **E4** reconoce los triángulos, cuadrados y rectángulo; traslación la relaciona con el cambio de ubicación, pero no realizó correctamente la traslación de las imágenes; le falta precisión en la ubicación de coordenadas en el plano cartesiano. **E5** reconoce los elementos cuadrado, rombo, rectángulo y triángulo, identifica el movimiento de traslación en algunas figuras; ubicó solo algunas coordenadas en el plano, pero incorrectamente. **E6** reconoce los elementos cuadrado, rectángulo, rombo y triángulo; asocia el movimiento de traslación a cambio de lugar y realiza traslaciones aceptables de las figuras propuestas; ubicó algunos puntos correctamente en el plano cartesiano. **E7** reconoce cuadrados, rectángulos y triángulos, no tiene claridad en lo referente a los movimientos de traslación; ubica algunos puntos de manera correcta en el plano cartesiano.

En síntesis, se puede concluir del pretest que los estudiantes están en el nivel 1 de reconocimiento de Van Hiele en cuanto al tema de traslaciones ya que lo hacen teniendo en cuenta las relaciones de semejanza, además no notan las características de una traslación ya que todos en el punto 4 del pretest contestaron de forma errónea. Encierra los dibujos que solo se han trasladado

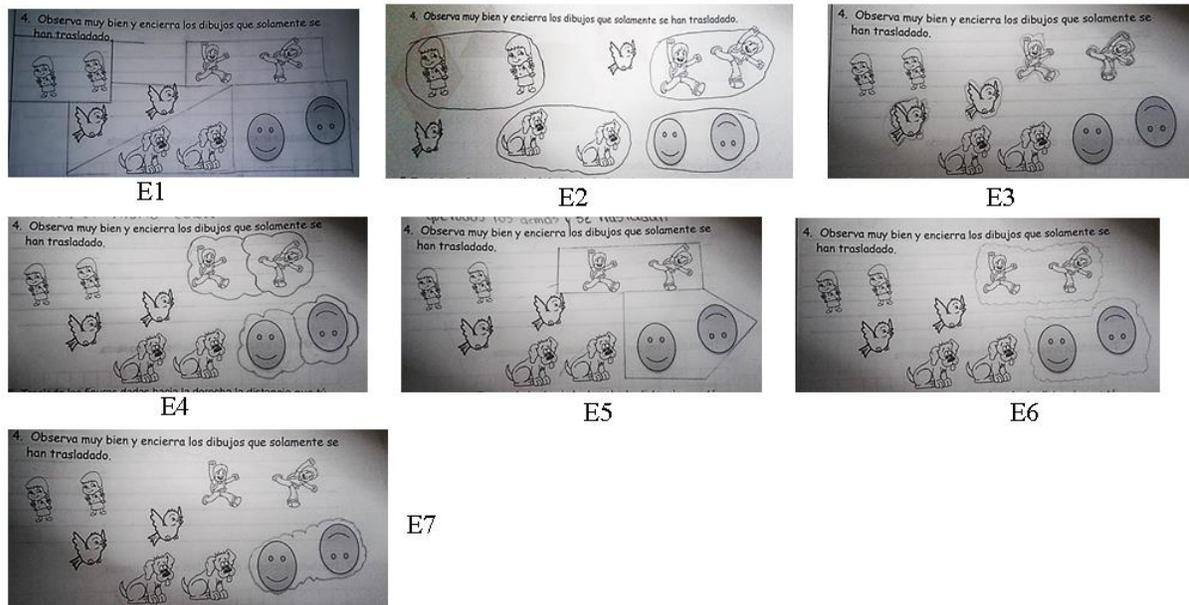


Figura 26. Marcas de respuestas en la pregunta 4 del pretest

Fuente. Cáceres, G. 2017

Análisis de la Sesión 1

El video fue una actividad motivante y significativa; tanto que algunos nombraron algunas cosas que les llamaron la atención “nos gustó cuando el satélite paso por Saturno mando una onda la cual venía del centro del planeta un polígono”.

La actividad del dibujo relacionando las huertas con los elementos geométricos básicos fue apropiada y contextualizada. Los estudiantes la realizaron con agrado.

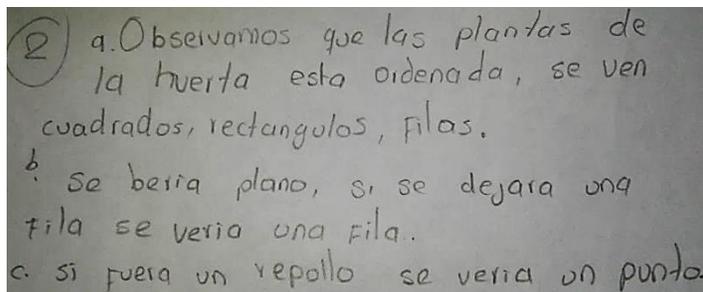


Figura 27. Huertas con los elementos geométricos

Fuente. Cáceres, G. 2017

La actividad fue preparada para que los estudiantes pasaran por todas las fases del modelo de van Hiele y compartieron sus apreciaciones y aquí algunos ejemplos. Se observaron características y las compartieron **E5** ¿Qué es un punto? Un punto es una figura geométrica o una referencia a una cosa. **E7** que es un punto. Un punto se significa algo redondo de pequeño tamaño. **E6** PUNTO'. Es una figura geométrica de muy pequeño tamaño y de forma circular. **E1** ¿Que es un punto? Un punto es una figura geriátrica también una diferencia a una cosa. Luego comenzaron a relacionar características al hacer en el dibujo eras para sembrar **E3 y E5** hicieron paralelogramos y trapecios.

En general durante la sesión los estudiantes estuvieron motivados les gustan los temas que relacionan la tierra y la geometría y en especial con la relación de la geometría y el universo. Las actividades que estén relacionadas con su contexto son apropiadas y fáciles de orientar y los estudiantes las elaboran con agrado. Además, estuvieron muy comprometidos cuando realizaron actividades de trabajo en equipo. La estructura que propone el modelo de Van Hiele se adecuó al trabajo realizado. Es recomendable cumplir con los tiempos estipulados en la actividad, ya que les exige a los estudiantes estar más concentrados y así cumplir de una manera más eficiente con el objetivo propuesto.

Es muy importante incorporar en nuestra labor pedagógica el diseño de actividades que partan del contexto en el cual el estudiante vive a diario ya que así se consigue que el estudiante

este motivado y aprende de lo que hace, Las actividades que involucren el trabajo en equipo benefician el aprendizaje.

Análisis de la Sesión 2

Es importante asignar roles a los estudiantes **E2** fue el encargado de leer en voz alta las actividades de la sesión, pero todos participaron en el trabajo. La actividad inicia realizando un análisis las definiciones que se habían recopilado de la clase anterior y cada uno apporto para elaborar un concepto mejor. Utilizaron regla, lápiz y escuadras para realizar la actividad en la cual debían dibujar rectas, segmentos, cuadrados, triángulos, rectángulos y hexágonos, todos estos trabajos son necesarios para la temática de traslaciones en el plano. Se observó curiosidad por el uso de Geogebra y con el objetivo de apoyar el trabajo realizado basado en el modelo de Van Hiele se introdujo a cada estudiante en el entorno Geogebra cada uno realizó la práctica. **Todos** reconocieron el manejo básico del software Geogebra, ubicaron puntos, rectas, segmentos y polígonos. Los estudiantes están adquiriendo los conceptos necesarios para el tema de las **traslaciones** y ya comienzan a reconocer algunas características y propiedades de los conceptos básicos de la geometría y hacer un acercamiento al nivel 2 de Van Hiele en algunos conceptos como recta, segmento o polígono.

Los estudiantes al trabajar con el software Geogebra ya perfeccionan los conceptos que hasta ahora han adquirido y se le da la oportunidad de que explore el entorno Geogebra e integre todo lo aprendido hasta ahora. Permanentemente se revisó el avance de cada estudiante enviaron sus trabajos al correo electrónico.

En general se observó que los estudiantes querían realizar la actividad en el computador, esta es una herramienta que motiva los estudiantes, pero debe orientarse adecuadamente su uso. El trabajo en equipo hace que los estudiantes se apoyen y les pregunten a sus compañeros acerca de las dificultades que tienen. El proceso de evaluación se da en forma continua y los estudiantes pierden el temor por la calificación.

Se recomienda incluir en los procesos de aprendizaje herramientas TIC, para nuestro caso en particular el software Geogebra. Esto motiva a los estudiantes. El articular al modelo de van

hiele y un software como Geogebra, se consigue que los estudiantes integren más fácilmente el conocimiento y puedan ir ascendiendo en su nivel de aprendizaje.

Análisis de la Sesión 3

Se formaron grupos y se asignó como lector al **E4**. Hubo interés para utilizar las herramientas traídas y se enseñaron nuevas herramientas en el programa Geogebra. Se a observaron y a caracterizaron figuras, el grupo conformado por **E1, E4, E6 y E7** compartieron el trabajo que realizaron leyendo las características que observaron de las figuras dadas.: “que todas tienen lados, que son rectos, que son planas y su tamaño”; el grupo conformado por los **E2, E3 y E5** también compartieron sus aportes con la diferencias que notaron algunas características que el grupo anterior no había notado tienen lados, son planas, tienen puntas o esquinas todas tienen ángulos, incluyeron palabras como vértices en su vocabulario. Se construyó un triángulo equilátero, un cuadrado y con el hexágono regular usando regla y compás. Los estudiantes han incluido conceptos de las sesiones anteriores, **todos** pudieron elaborar las figuras, aunque fue requerido más tiempo del propuesto la actividad de practica en Geogebra sirve para que los estudiantes hagan uso de todo lo que han estudiado hasta el momento realizaron los diseños con Geogebra. El **E2** necesito más explicación por parte del docente, pero después colaboro a **E5 y E3**. Se evaluó el trabajo individual y el trabajo en equipo, se observó el trabajo de todos los estudiantes y se valoró la responsabilidad y el agrado con el cual participaron en la sesión, se notó el compañerismo ya que entre los miembros de cada equipo se colaboraban con el fin de que todos pudieran realizar las actividades. Para finalizar cada estudiante elaboro los diseños propuestos tanto en forma física como en el software Geogebra.

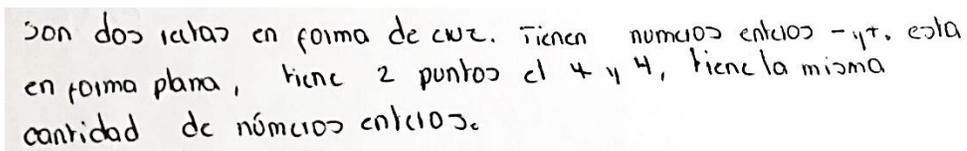
El trabajo que desarrollaron con las herramientas geométricas fue agradable, aunque dispendioso para los alumnos por lo cual se aumentó el tiempo previsto. Se confirma que el trabajo en equipo y el trabajo con las herramientas TIC facilitan el aprendizaje. Y también que no solo debe evaluarse al finalizar un tema, sino que se debe valorar el trabajo que realiza el estudiante en todo momento.

Los estudiantes hacen descripciones completas de una figura poligonal, reconocen segmentos, vértices y ángulos. Esto en su mayor parte es debido a la aplicación del modelo de

Van Hiele y el aprendizaje ha sido significativo ya que los estudiantes recuerdan todo lo que habían trabajado en las anteriores sesiones. El software de Geogebra permite de una manera sencilla abordar la integración del modelo de Van Hiele. Se puede decir que terminada esta parte del proyecto los estudiantes tienen un **nivel 2 o de análisis** en lo referente a los elementos básicos de la geometría porque reconocen partes y propiedades de los polígonos, aunque de manera informal.

Análisis de la Sesión 4

El trabajo en grupos quedó conformado G1 (**E1, E3, E5**) y G2 (**E2, E4, E6 y E7**). **E6** tomó el rol de lector. Existió compañerismo y trabajo en equipo, **E4** le explica al **E2** el proceso para ubicar coordenadas. **E7** le corrige el proceso para ubicar coordenadas **E4**. Ya es claro el concepto de polígono, aunque lo relacionan con polígono regular. Se realizó un reconocimiento individual del plano cartesiano y los estudiantes escribieron sus observaciones

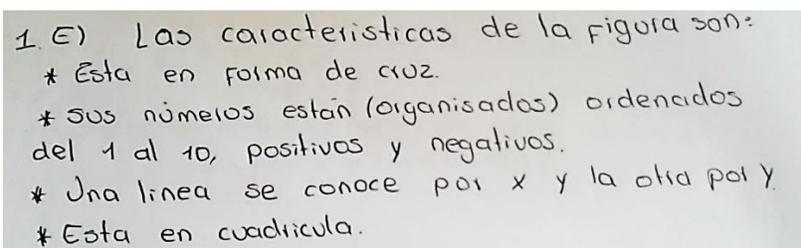


con dos rectas en forma de cruz. Tienen números enteros - y +. esta en forma plana, tiene 2 puntos el + y -, tiene la misma cantidad de números enteros.

Figura 28. Observaciones de est5 en el plano cartesiano

Fuente. Cáceres, G. 2017

Después se realizó la socialización (**Fase 3**) de todas las observaciones para complementar.



1. E) Las características de la figura son:
 * Esta en forma de cruz.
 * sus números están (organizados) ordenados del 1 al 10, positivos y negativos.
 * Una línea se conoce por x y la otra por y.
 * Esta en cuadrícula.

Figura 29. Resultado después de la socialización

Fuente. Cáceres, G. 2017

Al observar la asignación de coordenadas en el plano se observa que existen algunas coordenadas mal asignadas en la figura la coordenada (-3,-2) un grupo la asignó como (-3, -1) es

de suponer que se orientó mal en el eje y tal vez no tuvieron en cuenta el espacio entre el -1 y el -2

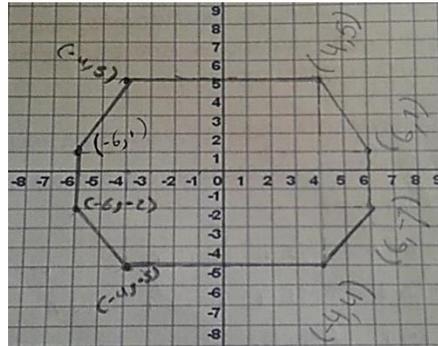


Figura 30. Error en representación de coordenadas

Fuente. Cáceres, G. 2017

Fue necesario reforzar este aspecto para desarrollar las siguientes actividades. También se retroalimentó el tema con ayuda del software Geogebra, colocando coordenadas en el tablero y ubicándolas en el software dando participación a los estudiantes. Se amplía cuando se trabaja cuando al estudiante se le da una imagen de una cancha y se le pide que localice la ubicación de cada jugador. La evaluación se realizó en forma permanente, se valoraron todos los trabajos que realizó el estudiante, además se valora el trabajo en Geogebra

Se notó un poco de dificultad en algunos estudiantes al representar coordenadas, por lo cual se retroalimentó el tema. Se permitió al estudiante avanzar por todas las fases de aprendizaje. La actividad con el software Geogebra aclaró muchas de las dudas que tenían algunos estudiantes ya que en el programa colocaban un punto y se observaba la coordenada en la vista algebraica; también este ejercicio permitió comparar los trabajos realizados a mano y los que se hicieron en el computador.

Es recomendable emplear más tiempo y más ejercicios que permitan hacer el proceso de aprendizaje más seguro y significativo y no debe considerarse como pérdida de tiempo. Los conceptos se integran más fácilmente si se emplea el software Geogebra, proponiendo ejercicios que integren todo el proceso desarrollado hasta la fase 4; cada vez que se hace la fase de integración se puede observar que el nivel de aprendizaje se eleva.

Análisis de la Sesión 5

Los estudiantes relacionan ángulos más fácilmente si se les permite compararlos con cosas de su entorno. Se fomentó el trabajo en equipo por parejas **E1 y E4**; **E6 y E7**; **E2 y E3**. Y se ha cambiado el rol de lector para darle oportunidad a todos los estudiantes en esta sesión fue **E7**. **E2** mostró en el televisor donde se veían ángulos y relacionó el ángulo llano con los llanos de Venezuela características propias de la del nivel 2 de Van Hiele. También sacaron conclusiones al observar la figura.

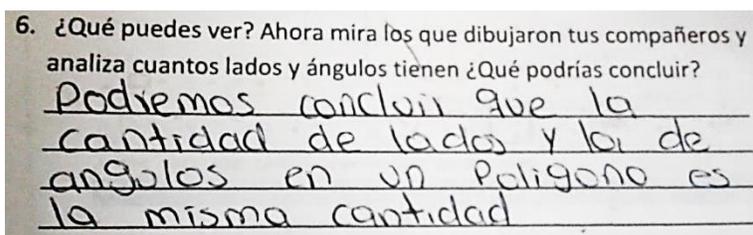


Figura 31. Conclusión

Fuente. Cáceres, G. 2017

Al terminar sus apreciaciones individuales intercambiaros sus informaciones, en esta se les planteo una situación para dibujar un ángulo mayor a 180 grados y no encontraron dificultad al hacerlo.

Se trabajó el tema de ángulos ya que fue necesario para la construcción de polígonos regulares y también se utilizó para las rotaciones y teselaciones. Las herramientas utilizadas, el software Geogebra y los videos hicieron más motivador su proceso de aprendizaje y facilita la labor del docente. El proceso evaluativo fue permanente, se revisó el trabajo que hizo cada estudiante, se retroalimentó cuando fue necesario. Continuaron siendo un gran motivador del trabajo las actividades con Geogebra.

Durante la sesión todos los estudiantes participaron. El ambiente fue respetuoso entre compañeros y con el docente. Se indujo al estudiante a mejorar su aprendizaje de una forma diferente y agradable. Continúa siendo muy importante para conseguir un aprendizaje de manera fácil las actividades grupales donde se permita la participación de todos.

Se podría mejorar la sesión al incluir más actividades que lleven a los estudiantes a pasar por la fase 4 de aprendizaje. Las actividades que involucran herramientas TIC favorecen el afianzamiento del aprendizaje y este proceso se realiza de forma amena y motivadora. Terminar las actividades reforzándolas con actividades en Geogebra permite hacer un trabajo dinámico y agradable y retroalimentan todo lo trabajado en la sesión.

Análisis de la Sesión 6

Nuevamente se organizó el trabajo por equipos el lector de la sesión fue **E3**. El **E6** facilitó a los compañeros parte del material que necesitaban sin solicitárselo lo cual evidencia armonía en el grupo. Se presentaron espacios de discusión al responder en las actividades por equipos. **Todos** los estudiantes escribieron sus apreciaciones de las rectas paralelas y las perpendiculares y descubrieron que sus ángulos miden 90° . **E5** observa que si dos ángulos forman un ángulo llano y un ángulo mide 15° el otro debe medir 165° lo cual indica que está en un nivel 2 o de análisis (observa propiedades) también dice “deben ser ángulos rectos” en las rectas perpendiculares y lo comprueba enseñándoles a sus compañeros. **E2** relaciona las rectas perpendiculares con las del plano cartesiano. **E4** mostró como se trazan rectas paralelas. **E3** necesito aclaración para dibujar rectas perpendiculares. Se observaron características de las figuras, las identificaron reconocieron algunas propiedades, e intercambiaron la información que tenían. La práctica en Geogebra permitió que afianzaran los conocimientos adquiridos y se repasaron las herramientas que se habían trabajado en el programa, ya los estudiantes reconocen la mayoría de herramientas utilizadas. La evaluación se realizó en forma permanente, se observa que algunos estudiantes ya comienzan a establecer regularidades y se generan discusiones en torno a la temática planteada. Los estudiantes desarrollan las actividades con agrado y se evalúa el proceso de cada una de las fases de van Hiele.

Los estudiantes identificaron las características de las rectas paralelas y de las perpendiculares, notaron algunas propiedades: las rectas perpendiculares forman ángulos de 90° y que las paralelas nunca se cortan. Identificaron rectas paralelas en polígonos y relacionaron estos conceptos con la medida de ángulos. También aprendieron a dibujar rectas paralelas con escuadras. Conocen y utilizan las herramientas de rectas paralelas y perpendiculares del software Geogebra.

Terminando esta sesión los estudiantes ya comienzan a establecer regularidades de forma más natural, en los aspectos trabajados como es el caso de los ángulos ya establecen algunos tipos de relaciones como la de ángulos suplementarios y aunque no hacen un razonamiento formal del mismo si notan que un ángulo llano se puede formar por dos ángulos que sumen 180° . Los estudiantes están integrando todos los conceptos que hasta ahora se han venido aprendiendo y cada vez los utilizan con más naturalidad.

Análisis de la Sesión 7

La actividad de observación y la lectura hicieron que los estudiantes dedujeran que es simetría. **E6** comparte “es como dividir cosas en 2 mitades” y **E5** dice “nosotros tenemos una línea imaginaria que nos divide”. Esto incide que fácilmente observan características de las imágenes. La utilización de herramientas como un espejo en este tema estimular su curiosidad. La actividad de recortar figuras en hojas dobladas por la mitad mejoró su interés (**E7, E2**) durante la sesión seguían haciendo diseños.

El modelo de Van hiele está permitiendo que los estudiantes se vuelvan más cuidadosos en sus observaciones y que van retomando los conceptos que se han venido trabajando de una manera natural. **E5** dice que tienen formas simétricas, **E3** que tienen ángulos, **E2** que tienen paralelas y circunferencias; **E5** y **E4** notaron que las dos partes de cada figura son iguales. **E3** nota que la imagen en el espejo es invertida. **E3** observa con detalles la simetría dice que él cuaderno no es simétrico ya que la fecha no está a igual distancia del centro. **E3** dice que al rectángulo se le pueden trazar 2 ejes de simetría. En el círculo encontraron primero 4, 5, 6, 7, 8 ejes de simetría y **E7** concluye que en el círculo hay infinitos ejes de simetría.

Las actividades en el plano cartesiano, deben continuar fortaleciéndose, aunque parece un tema sencillo hay estudiantes que aun presentan dificultades.

E6 propone hacerlo doblando el papel. **E7** que apoyarnos en las rectas numéricas que forman el plano y sus compañeros estar de acuerdo.

Se evaluó desde el comienzo de la actividad y se observó el trabajo de cada estudiante, así como los trabajos que debió entregar, se valoraron sus aportes individuales y grupales, también la actitud que mostraron durante las actividades de la sesión,

La actividad en Geogebra se desarrolló con más facilidad, ya reconocen en entorno en gran parte y también identifican las herramientas y su utilidad con más facilidad.

Los estudiantes observan con más detalle las figuras o imágenes que se proponen e identifican las características con mayor facilidad. Las actividades son desarrolladas con agrado tanto las que deben realizar con herramientas físicas como las que deben desarrollar con Geogebra. Realizan procedimientos para realizar simetrías y en especial de polígonos. Identifican los ejes de simetría en una figura. Elaboran simetrías con ayuda de regla, compas o con el software Geogebra.

Las sesiones diseñadas acorde al modelo de Van Hiele ya son reconocidas por los estudiantes y tienen claridad en el trabajo durante las clases, aunque no se les mencionan, ellos saben que primero debe hacerse un proceso de reconocimiento y de identificación de características, luego deben compartir con sus compañeros y mejorar sus apreciaciones, al final realizar otras actividades que involucren afianzamiento y saben que al terminar las actividades se realiza la práctica con Geogebra.

El modelo de Van Hiele fortalece tanto el trabajo individual como el trabajo en equipos y genera confianza y participación entre los estudiantes. Los estudiantes pueden notar cuando se equivocan, al tener que estar pendientes de las características de un objeto o un proceso, son capaces de notar cuando están cometiendo errores. Por eso es importante el trabajo con sus compañeros.

Análisis de la Sesión 8

Se asignó el rol lector a **E2**. Se ejemplificó con un ejercicio real. (Silla trasladada) lo cual permitió observar las características del movimiento de traslación y también con el polígono recortado el cual debieron trasladar. Se estimuló el trabajo en equipos al conformar grupos de 2 estudiantes. Luego los estudiantes trasladaron la figura recortada, deslizándola en una sola

dirección y los se dieron cuenta que la ficha se mueve, pero no cambia su forma, **E6** recuerda cuando es dirección horizontal, vertical o diagonal; **E2** y **E3** notan que la figura rayo de la guía no se puede mover haciendo solo un movimiento. Todas estas actividades se hacen observando las figuras, apuntando las observaciones y luego intercambiando sus experiencias y apuntes. Ya comienzan a reconocer el movimiento de traslación. Se reforzaron ejercicios con coordenadas enfatizando en el cuidado del proceso. Se colaboraron para hacer las traslaciones propuestas y aunque algunos tuvieron dificultades todos han realizado las actividades.

En el ejercicio de traslaciones con regla y compás, **E3** recuerda el proceso para hacer rectas paralelas. Los demás estudiantes se colaboran para realizar el movimiento y **E4** solicita ayuda al profesor, pero al final todos cumplieron con la actividad. Las actividades del plano cartesiano y las construcciones con regla y compás se pueden muestran un avance en el aprendizaje y las actividades con Geogebra integran todo lo desarrollado. En la práctica en Geogebra ubicaron coordenadas y formaron un polígono **E3** y **E1** se ayudaron mutuamente. **E4**, **E6** y **E7** necesitaron orientación hasta el final de la clase. El trabajo fue colaborativo, compartieron sus trabajos y procesos y realizaron las actividades superando algunas dificultades. Se les valoro todo su trabajo; se recogieron los trabajos propuestos además de los de la sesión se les propuso otras traslaciones para que las realizaran con reglas y compás. Se observó el trabajo que los estudiantes realizaron en el software Geogebra. Los estudiantes desarrollaron todas las actividades pasando por las 5 facetas de Van Hiele en esta sesión.

Los estudiantes relacionaron el movimiento de traslación al mostrarles con ejemplos reales. Describieron el proceso para realizar traslaciones a partir de las gráficas realizadas en el plano cartesiano, reconocen que en una traslación la figura no cambia ni de forma ni de tamaño, que solo se desplaza. Se dieron cuenta que la distancia entre los puntos de un polígono y su imagen trasladada es la misma.

Elaboraron traslaciones de figuras utilizando el plano cartesiano y utilizando reglas, escuadras y compás. Realizaron traslaciones con el software Geogebra.

Todas las sesiones que se habían trabajado anteriormente aportaron para el trabajo en la presente sesión, los estudiantes reconocen ya polígonos, coordenadas, rectas paralelas y utilizaron esos conceptos para elaborar traslaciones. Esto indica que el aprendizaje que construyeron fue significativo y que el modelo de Van Hiele contribuye a que así sea.

Tienen un mejor manejo de herramientas como compas, reglas y escuadras. Sus representaciones graficas ahora son más ordenadas y limpias.

El trabajo en equipo que se ha realizado ha permitido que los estudiantes se colaboren y puedan conseguir entre todos unos buenos aprendizajes.

Geogebra permite en el estudiante realizar traslaciones y los estudiantes pueden comparar con sus trabajos con los hechos en el programa.

Análisis de la Sesión 9

Se ha observado que **E1** es un estudiante que comparte poco hoy se le asignó el rol de lector. Las actividades con elementos de su contexto son muy útiles para el aprendizaje. Rotación para **E1** moliendo maíz; **E4** cuando acelera una motocicleta; **E7** cuando se abre la puerta; **E5** dice nota que en una bicicleta se hace rotación también en los manubrios; **E2** dice que en una llanta el centro de rotación es en las rolineras. Se repasó el tema de medidas de ángulos, al abrir la ventana completa se abrió 180° dice **E3**. Las manualidades relacionadas con los temas de estudio generan entusiasmo para desarrollarlas. La actividad en Geogebra retroalimenta el proceso. Observaron las imágenes, identificaron características y compartieron sus informaciones todas estas actividades se realizaron durante los procesos de observación, caracterización al comentar lo que cada estudiante observo.

Se continuó retroalimentado el tema de representación en el plano cartesiano, luego los estudiantes realizaron rotaciones, algunos tenían unos errores en la medición de ángulos y por lo tanto se les colaboro en la medida que fue necesario. Algunos estudiantes se colaboraban entre sí y otros necesitaron más ayuda, A **E3** y **E6** se les explico nuevamente el proceso. **E4** iba orientando el proceso y estaba muy pendiente de lo que hacía el profesor. Cada vez que se

terminaba un proceso se recordaba con los estudiantes la forma correcta de hacerlo. **E4** dice que primero debemos hacer la figura, **E7** que debemos trazar líneas desde el centro de rotación, **E4** medir ángulos y con el compás trazar las medidas. Luego cada uno debe hacer una rotación a partir de unas coordenadas con centro en el origen. El **E2** tenía dificultad al medir el ángulo a partir de un segmento **E4** le indicó como hacerlo. Estos ejercicios son propios de las **fases 2 y 3**

También se orientó el proceso para hacer giros con regla y compas en hojas sin cuadrícula, y se propusieron ejercicios los cuales no tuvieron mucha dificultad para elaborar y sus trabajos evidencian que han avanzado en la construcción de figuras con reglas y compas. La actividad en el software Geogebra esta se hizo personalizada y se les enseñaron a manejar nuevas herramientas.

Se observó la participación de todos los estudiantes, cada uno aportó ejemplos de acuerdo con las situaciones que han vivido y se relacionan con rotaciones. Se volvió a presentar un trabajo en equipo en el cual todos los estudiantes participaron y colaboraron con la construcción del conocimiento. Se realizó el proceso del modelo de Van Hiele en para ascender en él. Los estudiantes entregaron ejercicios de rotaciones realizados con reglas y compas donde es evidente que se están manejando más adecuadamente estas herramientas ya que sus trabajos ahora son mucho más pulcros. Se evaluó también el trabajo que realizaron con Geogebra.

En síntesis, los estudiantes hacen un mejor uso de las herramientas compas, transportador, reglas y escuadras. Reconocen artefactos que representan rotaciones. Realizan los trabajos de una manera más limpia y correcta. Repasaron en esta sesión la representación de coordenadas en el plano, la medida de ángulos y el uso de herramientas geométricas. El proceso de Van Hiele ha permitido que se generen también competencias para el trabajo en equipo sin descuidar el trabajo individual. Todos los estudiantes realizan las actividades de forma adecuada y con motivación. La práctica en Geogebra complementa las falencias que puedan quedar en el proceso y siempre se realiza incluyendo las actividades que se trabajaron durante la sesión.

Se han integrado muchos de los conceptos propuestos y el proceso de aprendizaje se ha desarrollado en forma escalonada, los estudiantes han hecho uso de los conceptos trabajados

durante las sesiones anteriores lo cual demuestra que se ha generado un aprendizaje significativo. Evaluar en forma permanente permite que los estudiantes desarrollen su proceso de aprendizaje de tal forma que no les preocupen las calificaciones. Realizan las actividades con el fin de aprender y no por la nota. La actividad en Geogebra sigue siendo motivadora para los estudiantes.

Análisis de la Sesión 10

Esta sesión integra la mayoría de temática trabajada durante la aplicación del proyecto. El proceso fue muy dinámico, en su mayoría guiado por Geogebra, pero a la par se hacía en papel. Los estudiantes disfrutaron realizando esta actividad y estuvieron concentrados tanto en el trabajo. Primero reconocieron figuras que componen las teselaciones **E3** dice que tienen rombos triángulos, **E2** vio triángulos equiláteros y **E6** vio polígonos regulares de 8 lados; **E3** dice que hay cuadrados, en la figura 3 **E2** ve figuras como estrellas el **E5** nota que la estrella está conformada por cuadrados y **E6** dice que también triángulos; en la siguiente figura notan que está compuesta por figuras que parecen piedras **E3** (piedras tandadas), **E2** dice que parece tierra agrietada, **E5** dice que las figuras son deformes y **E3** dice que como un rompecabezas, se les pregunto si las piedras eran diferentes y **E3** dice que no son diferentes sino que están acomodadas de diferentes formas; en la otra figura observan **E6** observa iguanas y en la última figura **E4** observa flechas y observan también reflexiones, rotaciones y traslaciones en esos dibujos. Ya los estudiantes hacen un reconocimiento de muchas de las características que tienen las teselaciones. Se repasó la construcción triángulo equilátero, **E2** y **E7** ayudaron a recordar el proceso, se realizó en papel y en Geogebra.

Todos desarrollaron la actividad, aunque **E4** y **E7** necesitaron más acompañamiento en el software Geogebra. **E2** y **E3** notan que al aplicar simetría al primer polígono se forma una lagartija, después **E2** dice que el otro parece un ave, al final cada grupo recortó las fichas y haciendo traslaciones y rotaciones crearon una teselación.

El proceso evaluativo fue permanente, todos los alumnos trajeron los materiales necesarios para desarrollar la actividad y realizaron los procesos en forma dinámica y responsable. Esta actividad fue desarrollada simultáneamente en Geogebra y en el papel. Se

recordaron la mayoría de conceptos trabajados en todas las sesiones: se construyeron polígonos y se elaboraron diseños para hacer traslaciones y rotaciones y reflexiones. Se realizó primero el trabajo en Geogebra y luego en el papel. Este último trabajo agrupo la mayoría de temática trabajada durante el proyecto y podría considerarse como una gran fase de integración de todos los temas tratados.

En resumen, se elaboraron polígonos con el software Geogebra y en papel para construir con ellos teselaciones. Cada grupo de estudiantes realizó el proceso, la clase fue muy agradable para los estudiantes. Cada estudiante diseño una teselación y en ella aplicó reflexiones, rotaciones y traslaciones. La actividad fue guiada en el video vean para que los estudiantes fueran haciéndola en sus computadores y también de forma manual. Se evidenció que los estudiantes ya reconocen en este proceso las traslaciones, las rotaciones y las reflexiones.

La actividad de crear teselaciones fue muy apreciada por los estudiantes se observó que los estuvieron atentos para desarrollar el proceso de una manera adecuada.

El software Geogebra fue una herramienta muy útil al permitir la realización del proceso de una manera sencilla, así los estudiantes realizaron el proceso tanto en el computador como en el papel. Se ha integrado al aprendizaje los conceptos que se han venido trabajando desde la primera sesión, sus trazos en este momento son más delicados y precisos y realizan las teselaciones de forma apropiada.

Análisis del Postest

Terminado de ejecutar el proyecto a partir del análisis de resultados del postest se puede evidenciar lo siguiente: el **E1** realiza traslaciones y rotaciones en el plano utilizando regla y compás de manera correcta y ordenada, aun muestra dificultad para realizar reflexiones con polígonos. En la primera evaluación realizó en forma correcta el movimiento de reflexión, pero en la segunda tuvo algunos errores en la ubicación de los vértices utilizando el compás. Ubica de manera correcta las coordenadas en el plano y realiza con facilidad el movimiento de reflexión si tiene como base una hoja cuadrículada. Presenta dificultad al relacionar situaciones que tengan relación con el plano cartesiano ya que no relaciona información en frases con ubicaciones en el

plano. Reconoce cuantos ejes de simetría tiene un polígono regular, pero encuentra dificultad si el polígono es irregular. Asocia movimientos de rotación con situaciones reales, pero muestra cierta dificultad en lo relacionado con ángulos. Es necesario retroalimentar el proceso en este estudiante ya que le falta demostrar más claridad y análisis de las situaciones que se le plantean, aunque realiza los procedimientos para realizar traslaciones en forma adecuada.

E2 realiza traslaciones reflexiones y rotaciones en el plano de manera correcta y ordenada y lo hace mejor si utiliza solo regla, escuadra y compás. Se observa que tiene claridad en estos procedimientos y los relaciona con situaciones reales. Ubica de manera adecuada coordenadas en el plano cartesiano. Reconoce características en las figuras que se le plantean y reconoce características en ellas o en los movimientos que se puedan realizar. Se notó el mejoramiento en su aprendizaje se ve en los trabajos que realizaba al inicio del proyecto y los que entregó al final este estudiante ascendió de Nivel de aprendizaje al nivel 2 o de análisis, aunque durante el proceso pudo haber aprovechado más las actividades que se desarrollaron. En general el proceso de aprendizaje fue satisfactorio en él.

E3 realiza traslaciones y reflexiones adecuadamente y aunque tiene claridad en la representación de ángulos debe reforzar el tema de rotaciones; analiza algunas características de los objetos. Se ha notado desde el principio del proceso que es un estudiante que participa y que analiza y comparte sus opiniones. Hace representaciones de coordenadas en el plano de forma adecuada.

E4 realiza traslaciones reflexiones y rotaciones en el plano utilizando regla y compás de manera correcta, pero pudiendo ser más ordenado. Tiene claridad en estos procedimientos y los relaciona con situaciones reales. Ubica de manera adecuada coordenadas en el plano cartesiano. Reconoce características en las figuras que se le plantean y en los movimientos que se puedan realizar. Siempre ha mostrado interés al realizar las actividades, ascendió de Nivel de aprendizaje al nivel 2 o de análisis ha mostrado que reconoce las características de los objetos y de los procedimientos aprendidos; mejoró en la utilización de herramientas y en los procedimientos propuestos.

E5 Ha sido un estudiante muy responsable desde el inicio del proyecto. Al finalizarlo realiza movimientos en el plano con gran exactitud, ya sea utilizando cuadrículas o con reglas, escuadras y compás. Hace deducciones en cuanto a ángulos o en lo referente a movimientos. Su nivel de aprendizaje se ha desarrollado en lo referente a traslaciones, ubicación en el plano y reconoce algunas propiedades de los ángulos. Siempre ha sido un estudiante líder que gusta de compartir con sus compañeros lo que va aprendiendo. Esto hace que más fácilmente desarrolle su proceso de aprendizaje.

E6 se ha mostrado siempre receptivo a cualquier proceso de aprendizaje que se le proponga, realiza adecuadamente representaciones en el plano cartesiano, así como los movimientos de traslación, rotación y reflexión los cuales fue perfeccionando a lo largo del proyecto. Relaciona situaciones planteadas en planos cartesianos de diferentes formas con sus coordenadas, reconoce algunas propiedades de los ángulos y también características en los polígonos. Si nivel de aprendizaje ha mejorado se clasifica en nivel 2 o de análisis por lo anteriormente mencionado y porque puede identificar propiedades, aunque no lo haga de manera formal.

E7 durante el proceso fue una estudiante callada pero muy concentrada en todas las actividades que se propusieron en todas las sesiones, fue superando dificultades y perfeccionando sus trabajos, en ocasiones cuando algo no le salía como quería, insistía hasta concluir satisfactoriamente con los objetivos. Aunque en la evaluación cometió algunos errores en el ejercicio de rotación se considera que realiza traslaciones, rotaciones y reflexiones en forma adecuada, se ubica correctamente en el plano cartesiano. De forma adecuada realiza actividades con ángulos. También relaciona situaciones que involucran ubicación en el plano cartesiano. Observa características de los polígonos. En los aspectos nombrados ha subido en sus niveles de aprendizaje al nivel 2 o de análisis.

En general los estudiantes se ubican correctamente en el plano cartesiano, elaboran figuras en el plano cartesiano; efectúan traslaciones, reflexiones, y rotaciones haciendo diseños cada vez más precisos.

Tabla 14. Logros desarrollados por los alumnos de séptimo grado

Conceptual	Actitudinal	Procedimental
Identifica elementos básicos de la geometría.	Participa activamente en clase y expresa opiniones de manera respetuosa.	Realiza construcciones con regla y compas. Utiliza los instrumentos necesarios para elaborar construcciones geométricas.
Reconoce los polígonos más comunes y los dibuja.	Reconoce errores o dificultades en los procesos y trabaja en ellos para superarlos.	Utiliza el software Geogebra para realizar construcciones geométricas.
Reconoce el entorno geogebra y utiliza sus herramientas.		Representa coordenadas en el plano cartesiano.
Identifica el plano cartesiano, sus características y la forma correcta de representar coordenadas.		Utiliza el transportador para medir ángulos y dibujar ángulos.
Reconoce ángulos, dibuja y los califica.	Respeto las opiniones de sus compañeros de curso.	Traza rectas paralelas y perpendiculares.
Establece relaciones entre rectas ya sean paralelas, perpendiculares o secantes.	Se preocupa por preparar sus trabajos y exposiciones.	Utilizo el software Geogebra en la ubicación de coordenadas, medida de ángulos y construcción de rectas paralelas y perpendiculares.
Identifica los movimientos de reflexión, traslación y rotación.		Realiza traslaciones de polígonos en el plano.
Establece relaciones entre los movimientos en el plano y la creación de teselaciones.		Realiza reflexiones de polígonos en el plano. Realiza rotaciones de polígonos en el plano. Utiliza el software Geogebra traslación, rotación y reflexión de polígonos y crea teselaciones.

Fuente. Cáceres, G., 2017

Mejoraron el lenguaje utilizado en cuanto a los movimientos en el plano y en especial las traslaciones. Reconocen características de los elementos de la geometría y de polígonos. Tienen claridad en la ubicación de coordenadas en el plano cartesiano y las relacionan con situaciones reales; pueden dibujar polígonos regulares utilizando regla y compás, utilizan las perpendicularidad y paralelismo. Realiza teselaciones sencillas utilizando polígonos regulares y teselaciones un poco más complicadas usando simetrías, traslaciones y rotaciones.

Cabe recordar que el proceso para aplicar de Van Hiele no es tan específico y siempre debemos estar analizando que nos sirve y que no en el proceso de aprendizaje para que nuestros estudiantes avancen apropiadamente.

Podemos señalar entre otras que, en la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes “*el lenguaje utilizado*” y “*la significatividad de los contenidos*”. Lo primero implica que los niveles, y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento. Si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo. Para terminar estos previos Van Hiele señala que “*no hay un método panacea para alcanzar un nivel nuevo, pero, mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición*” (Fouz & De Donosti, Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría, 2001).

3.7 Mapa de redes

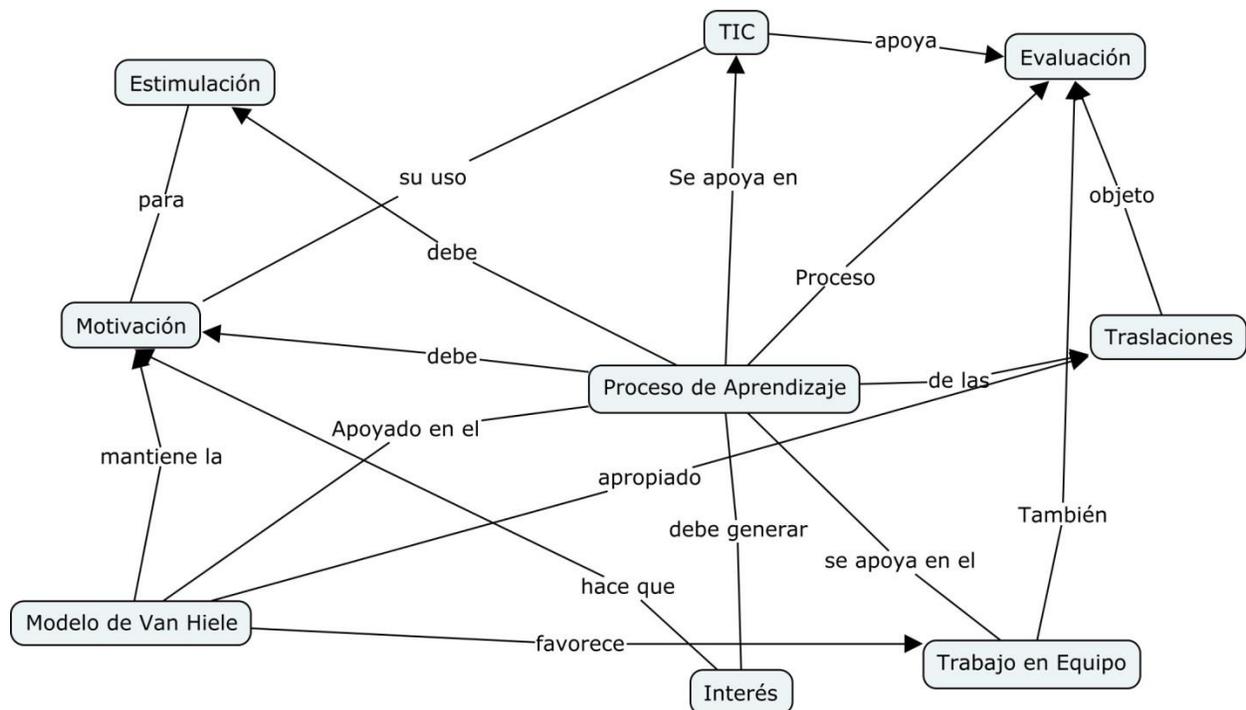


Figura 3232. Mapa De Redes

Fuente. Cáceres, G. 2017

3.8 Principios éticos

Se ha elaborado un trabajo basado en el respeto de todas las personas que participan del proyecto. Se ha realizado este proceso de investigación con la mayor responsabilidad de parte del docente investigador. Se solicitó a los padres de familia los consentimientos informados por si dado el caso que se requieran fotografías o videos como evidencia. El director del centro educativo ha sido informado acerca de la implementación de la propuesta en el Centro Educativo. Se han tratado los estudiantes den forma cordial de la misma manera como ordinariamente se hacen en clase y se les dio la oportunidad de participar en el proceso sin ningún tipo de preferencia. Los documentos observados han sido citados conforme a la norma. El trabajo estará dispuesto para compartir con fines educativos y pedagógicos y se aceptan sugerencias que permitan mejorarlo.

Capítulo IV

4. Propuesta pedagógica

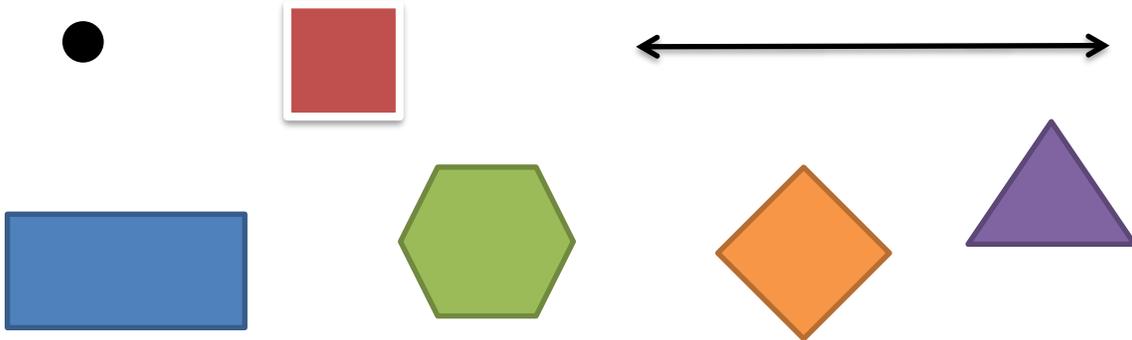
Para tener en cuenta en este trabajo se concibe a la propuesta pedagógica como un conjunto de actividades que permiten planificar, desarrollar y evaluar procesos de aprendizaje, incluye a todos aquellos procesos que permiten un desarrollo del aprendizaje. En esta propuesta pedagógica está vinculada a la teoría constructivista apoyada en el modelo de Van Hiele y mediada por el entorno Geogebra.

La propuesta consta de: un pre test; tres proyectos de aula el primero con tres sesiones de trabajo, el segundo con tres sesiones de trabajo; el tercero con cuatro sesiones de trabajo; y para finalizar, dos actividades de evaluación (Apéndice E).

Pre test		
Proyecto de aula 1	Proyecto de aula 2	Proyecto de aula 3
Sesión 1	Sesión 4	Sesión 7
Sesión 2	Sesión 5	Sesión 8
Sesión 3	Sesión 6	Sesión 9
		Sesión 10
Evaluación 1		Evaluación 2

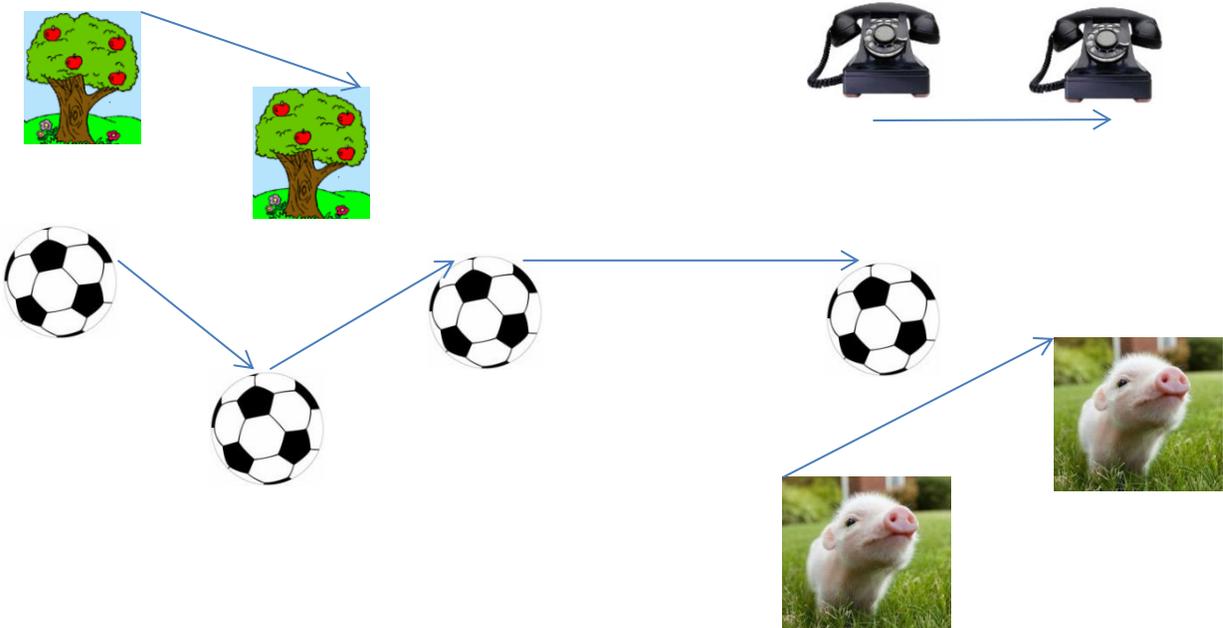
4.1 Pre test

1. ¿Cómo crees que se llaman los objetos que ves a continuación?



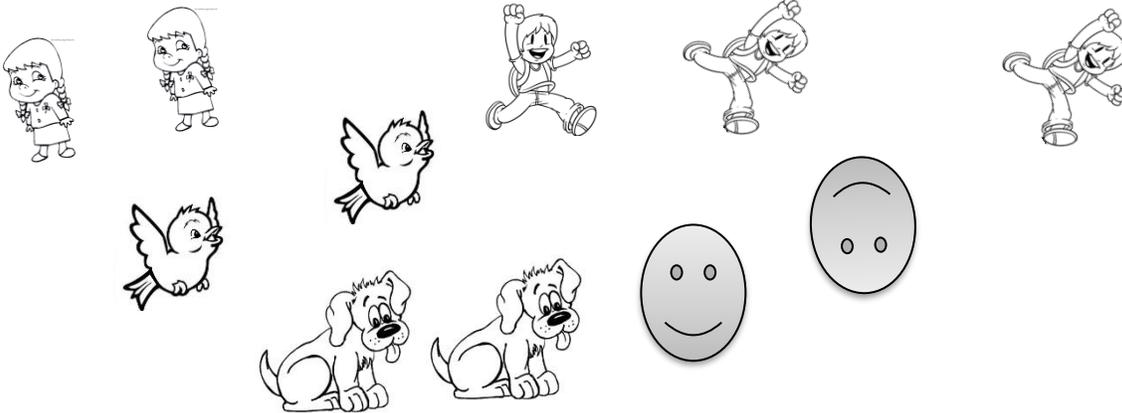
2. ¿Qué entiendes por traslación?

3. Observa cada grupo de imágenes (árboles, teléfonos, balones y cerditos) que se muestran a continuación y responde:

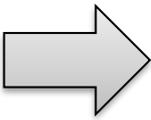
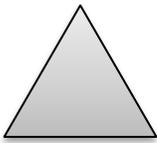


4. ¿Qué tienen en común?

5. Observa muy bien y encierra los dibujos que solamente se han trasladado.



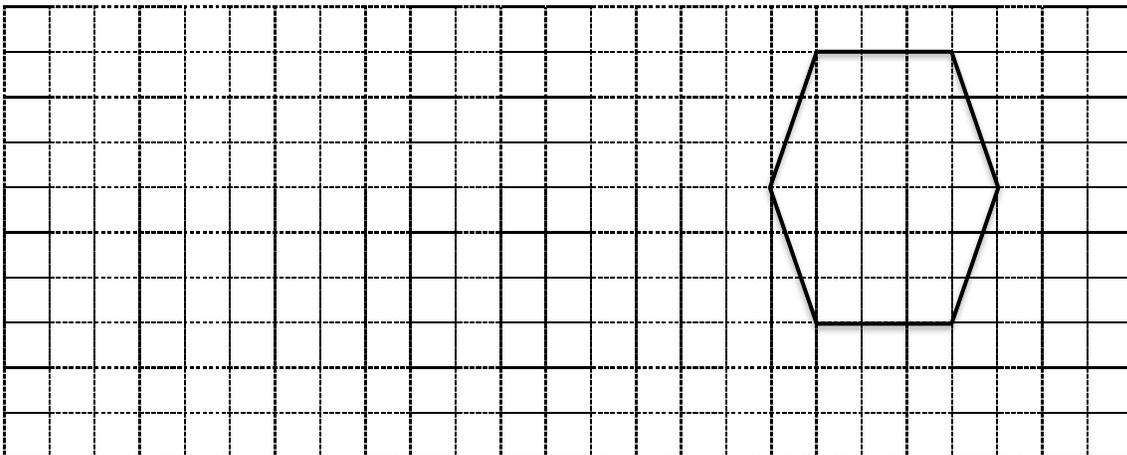
6. Traslada las figuras dadas hacia la derecha la distancia que tú quieras.



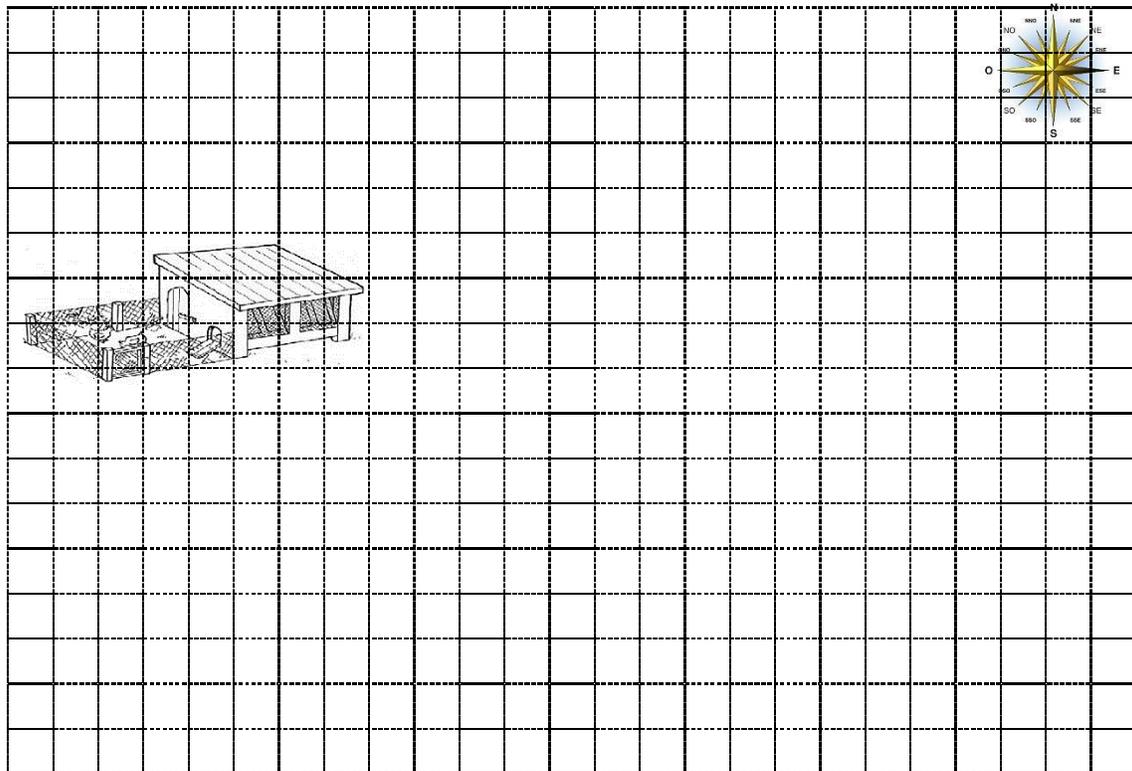
7. Observa la imagen. Podrías responder si con la imagen de vaca ¿se realizó un movimiento de traslación? ¿Por qué?



8. Traslada la imagen diez unidades a la izquierda.



12. Don Jorge tiene una parcela parecida a la que aparece a continuación. Cada cuadrito representa un metro cuadrado. Quiere reubicar el gallinero 10 metros al este (oriente) de donde estaba. Ayúdalo a buscar la ubicación del nuevo gallinero.



Escribe el proceso que seguiste para ayudar a don Jorge solucionar esta situación.

4.2 Proyecto de aula 1

Aplicación del modelo de van hiele en el marco del constructivismo y del uso de la herramienta Geogebra de las traslaciones en el plano

Tiempo 2 Semanas

Justificación.

Por medio de este proyecto de aula los estudiantes de séptimo grado partirán de sus conceptos previos en geometría y los van a reconstruir durante el desarrollo del mismo mejorando su nivel de complejidad en el aprendizaje. Para ello se presentan una serie de actividades apoyadas en el modelo de Van Hiele en las cuales se utilizarán materiales como regla, escuadra, compas, transportador y también el software Geogebra. Es importante afianzar los conocimientos básicos de geometría y el manejo de las herramientas del software Geogebra partiendo del nivel de reconocimiento y mejorándolo a lo largo de las actividades.

Metodología.

El trabajo se realizará mediante actividades en el aula las cuales están diseñadas acorde a las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, también se incluyen las nuevas tecnologías con el objetivo de que los estudiantes mejoren su forma de aprender, en efecto para ellos el aprendizaje se hace más fácil teniendo en cuenta su condición de nativos digitales. Por medio de estas herramientas y actividades pueden superarse debilidades y deficiencias que se presentan debido a que se ha creado la idea de que las matemáticas son difíciles y aburridas. Para iniciar con el desarrollo del proyecto se observará el video “Recorrido Matemático, Introducción A La Geometría” alojado en la dirección web <https://youtu.be/zdn8r-tPoCY>, luego se pedirá a los estudiantes que realicen unos ejercicios que estarán en el nivel 1 del modelo de van hiele.

Objetivo general.

Al finalizar este proyecto de aula, el alumno, reconocerá los elementos básicos de la geometría, e identificará elementos y características en los polígonos, además, usará las herramientas básicas del software Geogebra.

Objetivos específicos.

- Examinar los conceptos previos en geometría de los estudiantes.
- Identificar algunos términos de la Geometría como punto, recta, plano, segmento y polígono.
- Reconocer y usar el software Geogebra y sus herramientas básicas.
- Motivar la construcción y reconstrucción de los conceptos geométricos básicos.
- Identificar algunos elementos que se definen en un polígono como lado, vértice y ángulo.

Marco Conceptual.

En las actividades que se van a desarrollar se trabajaran en la identificación de los elementos básicos de la geometría, la construcción de algunos polígonos básicos y los elementos que los componen, además, el reconocimiento del software Geogebra.

Interdisciplinariedad.

Se relaciona con las áreas de: matemática ya que se trabajarán los temas relacionados con generalidades de la geometría y sus construcciones, artística porque es necesario que los estudiantes elaboren diseños en los cuales van a desarrollar su motricidad fina con ayuda de herramientas como regla, escuadras y compas. Además, en informática ya que se hará uso del software Geogebra.

¿Qué relaciones existen entre la Naturaleza y la geometría?

¿Qué tanto conocemos de la geometría?

¿Cómo facilita el aprendizaje el uso de herramientas tecnológicas?

Logros a desarrollar

Conceptual	Actitudinal	Procedimental
Identifica elementos básicos de la geometría. Reconoce los polígonos más comunes y los dibuja.	Participa activamente en clase y expresa opiniones de manera respetuosa. Reconoce errores o dificultades en los procesos y trabaja en ellos para superarlos. Respeto las opiniones de sus compañeros de curso. Se preocupa por preparar sus trabajos y exposiciones.	Realiza construcciones con regla y compas. Utiliza los instrumentos necesarios para elaborar construcciones geométricas. Utiliza el software Geogebra para realizar construcciones geométricas.

Actividad desencadenante: un video que muestra la importancia de la geometría y su relación con la naturaleza.

Programación general del proyecto.

Ejemplo

Tema	Indicadores de logros	Actividades a desarrollar	Recursos	Tiempo	Producción
Conceptos básicos de geometría Generalidades de los polígonos	Identifico algunos términos de la Geometría. Reconozco el entorno del software	1. Primera sesión. Actividad para reconocer los elementos básicos de la Geometría (punto, recta,	Cartulina Tijeras Lápiz Regla Compás cuadernos Guía	2 semanas	Construcciones con regla y compas. Página web con el proceso y

<p>Geogebra y grafico elementos geométricos en él. Construyo polígonos e Identifico algunos elementos que se definen en un él.</p>	<p>segmento, polígono.)</p> <p>2. Segunda sesión. En esta reconocerás el entorno del software Geogebra y repasaras los conceptos de la primera sesión.</p> <p>3. Tercera sesión. En esta reconocerás algunos polígonos y aprenderás a construirlos.</p>	<p>Computador Video beam</p>		<p>las actividades realizadas.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------	--	------------------------------------

Materialización

Al terminar el proyecto este se dará a conocer por medio de una página web que contenga los documentos de trabajo con sus actividades y el todo lo que los estudiantes han desarrollado durante la realización del mismo.

Bibliografía.

Hohenwarter M. & Hohenwarter J. (2009). Documento de Ayuda de GeoGebra Manual Oficial de la Versión 3.2. Tomado de: <http://difusion.df.uba.ar/ConectarIgualdad/docues.pdf>

En línea. Disponible en. <http://media-cache ec0.pinimg.com/originals/80/ ce/48/80ce4885c9ea37adb40ff1778163f867.jpg>

En línea. Disponible en: http://timerime.com/user_files/269/269498/media/origenes.jpg

En línea. Disponible en: <https://s-media-cache-ak0.pinimg.com/564x/c6/ec/ec/c6ecec8d851ec9de9118eb637f1eff14.jpg>.

En línea. Disponible en <https://youtube/zdn8r-tpocy>.

Ministerio de Educación Nacional Colombia (2010). Postprimaria Matemáticas 6°. Tomado de:

En línea. Disponible en http://Redes.Colombiaaprende.Edu.Co/Ntg/Men/Archivos/Referentes_Calidad/Modelos_Flexibles/Postprimaria/Guias%20del%20estudiante/Matematicas/Mt_Grado6.Pdf

Ministerio de Educación Nacional Colombia (2010). Postprimaria Matemáticas 7°. Tomado de:

http://redes.colombiaaprende.edu.co/ntg/men/archivos/Referentes_Calidad/Modelos_Flexibles/Postprimaria/Guias%20del%20estudiante/Matematicas/MT_Grado7.pdf.

4.3 Proyecto de aula 2

Aplicación del modelo de Van Hiele en el marco del constructivismo y del uso de la herramienta Geogebra de las traslaciones en el plano

Tiempo 2 Semanas

Justificación

Se inicia este proyecto de aula y los estudiantes de séptimo grado ya tendrán los conceptos previos necesarios para iniciar el aprendizaje de las traslaciones en el plano; así mismo han tenido un reconocimiento del software Geogebra. En este se abordarán desde el modelo de Van Hiele conceptos como plano cartesiano, ángulos, relaciones entre rectas, los cuales son necesarios para que aprendan a realizar traslaciones en el plano.

Metodología

El proceso con el cual se aplicará este proyecto de aula está basado en el modelo de Van Hiele y las actividades están diseñadas teniendo en cuenta las fases que se proponen: Información, orientación dirigida, explicitación, Orientación Libre e integración. Las cuales les permitirán mejorar su nivel de aprendizaje.

Objetivo general.

El objetivo general de este proyecto de aula es el de apropiarse de los conceptos básicos necesarios para el aprendizaje de los movimientos en el plano y en particular de las traslaciones: plano cartesiano, ángulos y relaciones entre rectas.

Objetivos específicos:

- Reconocer y utilizar el plano cartesiano en forma adecuada, tanto físicamente como en el software Geogebra.
- Reaprender los conceptos Ángulo, su medida y reconocer los que más habitualmente se utilizan.

- Reconocer las relaciones que se dan entre rectas, ya sean paralelas y/o perpendiculares, dibujarlas mediante formas físicas y usando el software Geogebra.
- Explorar la forma de realizar el movimiento de traslación en el plano.

Marco Conceptual

Las actividades que se proponen conforme al modelo de Van Hiele y se retroalimentaran haciendo uso del software Geogebra, se tomaran los conceptos previos de los estudiantes y partiendo de estos, en conjunto con sus compañeros reaprenderán estos temas incrementando gradualmente su complejidad, al finalizar la actividad se hará una práctica con el software Geogebra que servirá con apoyo y retroalimentación a las actividades desarrolladas.

Interdisciplinariedad

Se relaciona con las áreas de: matemática ya que se trabajarán los temas relacionados con generalidades de la geometría y sus construcciones, artística porque es necesario que los estudiantes elaboren diseños con ayuda de herramientas como regla, escuadras y compas.

Además, en informática ya que se hará uso del software Geogebra.

¿Por qué será importante ubicarnos en cualquier lugar?

Logros a desarrollar

Conceptual	Actitudinal	Procedimental
Identifica el plano cartesiano, sus características y la forma correcta de representar coordenadas.	Participa activamente en clase y expresa opiniones de manera respetuosa.	Representa coordenadas en el plano cartesiano.
Reconoce ángulos, dibuja y los califica.	Reconoce errores o dificultades en los procesos y trabaja en ellos para superarlos.	Utiliza el transportador para medir ángulos.
Establece relaciones entre rectas ya sean paralelas, perpendiculares o secantes.	Respeto las opiniones de sus compañeros de curso.	Dibujo ángulos Elaboro construcciones con rectas paralelas y perpendiculares.
		Utilizo el software Geogebra en la ubicación de coordenadas medida de

	Se preocupa por preparar sus trabajos y exposiciones.	ángulos y construcción de rectas paralelas y perpendiculares.
--	-------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------

Actividad desencadenante: un video que muestra la importancia de la geometría y su relación con la naturaleza.

Programación general del proyecto

Tema	Indicadores de logros	Actividades a desarrollar	Recursos	Tiempo	Producción
Plano cartesiano. Ángulos. Relaciones entre rectas	Identifico el plano cartesiano. Ubico parejas ordenadas en el plano cartesiano. Reconozco las características de un ángulo. Clasifico ángulos. Reconozco relaciones entre rectas.	4. <u>sesión</u> . Plano cartesiano. 5. <u>sesión</u> . Ángulos. 6. <u>sesión</u> . Relaciones entre rectas.	Cartulina Tijeras Lápiz Regla Escuadra Compás cuadernos Guía Computador Video beam	2 semanas	Dibujos en el plano. Dibujos con ángulos. Trabajos enviados al correo electrónico Página web con el proceso y las actividades realizadas.

Materialización

Para dar a conocer el proyecto se presentará una página web que contenga tanto las actividades que los estudiantes van a desarrollar como los productos que se obtienen del trabajo.

4.4 Proyecto de aula 3

Aplicación del modelo de Van Hiele en el marco del constructivismo y del uso de la herramienta Geogebra de las traslaciones en el plano

Tiempo 3 Semanas

Justificación

Después de que los estudiantes de séptimo grado adquieran los conceptos necesarios para iniciar el aprendizaje de las traslaciones en el plano como lo son la ubicación en el plano cartesiano, la medición y creación de ángulos y las relaciones entre rectas; ahora se iniciará con los movimientos de reflexión, traslación y rotación, también algunas aplicaciones que se pueden dar a estos.

Metodología

El proceso con el cual se aplicará este proyecto de aula está basado en el modelo de Van Hiele y las actividades están diseñadas teniendo en cuenta las fases que se proponen: Información, orientación dirigida, explicitación, Orientación Libre e integración. Las cuales les permitirán mejorar su nivel de aprendizaje. Además, serán retroalimentadas mediante el uso del software Geogebra.

Objetivo general

Reconocer y aplicar los movimientos en el plano como lo son: reflexión, traslación y rotación.

Objetivos específicos

Reconocer simetrías en la cotidianidad y en el plano, elaborar reflexiones de objetos, en papel y en el software Geogebra.

Reconocer traslaciones en la cotidianidad y en el plano, elaborar dibujos de traslación de objetos, en papel y en el software Geogebra.

Reconocer rotaciones en la cotidianidad y en el plano, elaborar dibujos de rotación de objetos, en papel y en el software Geogebra.

Elaborar mosaicos teniendo en cuenta los movimientos el de simetría, rotación y traslación

Marco Conceptual

Las actividades que se proponen conforme al modelo de Van Hiele y se retroalimentaran haciendo uso del software Geogebra, se abordara la temática de movimientos en el plano: reflexión, rotación, traslación y su aplicación se tomaran los conceptos previos de los estudiantes y partiendo de estos, en conjunto con sus compañeros reaprenderán estos temas incrementando gradualmente su complejidad, al finalizar la actividad se hará una práctica con el software Geogebra que servirá con apoyo y retroalimentación a las actividades desarrolladas.

Interdisciplinariedad

Se relaciona con las áreas de: matemática, ya que se trabajarán los temas de transformaciones en el plano, artística porque es necesario que los estudiantes elaboren diseños con ayuda de herramientas como regla, escuadras y compas. Además, en informática ya que se hará uso del software Geogebra. Y del correo electrónico

¿Qué relación tiene los movimientos de reflexión, rotación y traslación con las actividades de la vida cotidiana?

Logros a desarrollar

Conceptual	Actitudinal	Procedimental
Identifica los movimientos de	Participa activamente en clase y expresa opiniones de manera respetuosa.	Realiza traslaciones de polígonos en el plano.

reflexión, traslación y rotación. Establece relaciones entre los movimientos en el plano y la creación de teselaciones.	Reconoce errores o dificultades en los procesos y trabaja en ellos para superarlos. Respeto las opiniones de sus compañeros de curso. Se preocupa por preparar sus trabajos y exposiciones.	Realiza reflexiones de polígonos en el plano. Realiza rotaciones de polígonos en el plano Utiliza el software Geogebra traslación, rotación y reflexión de polígonos y crea teselaciones.
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Actividad desencadenante (se les mostrará a los jóvenes la relación que existe entre la naturaleza y los movimientos en el plano y se les preguntará acerca de lo que conocen acerca de este tema se les muestra una teselación.).

Programación general del proyecto

Tema	Indicadores de logros	Actividades a desarrollar	Recursos	Tiempo	Producción
reflexiones traslaciones Rotaciones Aplicaciones	Realiza traslaciones de polígonos en el plano. Realiza reflexiones de polígonos en el plano. Realiza rotaciones de polígonos en el plano Utiliza el software Geogebra traslación, rotación y reflexión de	7. <u>sesión</u> . Reflexiones 8. <u>sesión</u> . Traslaciones. 9. <u>sesión</u> . Rotaciones 10. <u>sesión</u> . Aplicaciones	Cartulina Tijeras Colores Paletas pegante Lápiz Regla Escuadra Compás cuadernos Guía Computador Video beam	3 semanas	Dibujos con movimiento en el plano. Mosaicos o teselaciones. Trabajos enviados al correo electrónico Página web con el proceso y las actividades realizadas.

	polígonos y crea teselaciones.				
--	-----------------------------------	--	--	--	--

Materialización

Para dar a conocer el proyecto se presentará una página web que contenga tanto las actividades que los estudiantes van a desarrollar como los productos que se obtienen del trabajo.

Bibliografía

En línea. Disponible en: <http://neirjose30.blogspot.com.co/p/blog-page.html>

En línea. Disponible en: <https://es.slideshare.net/plasticabyla/movimientos-en-el-plano-giro-7249990>

En línea. Disponible en: <http://www.comolohago.cl/como-hacer-un-remolino-de-papel/>

En línea. Disponible en: <http://neirjose30.blogspot.com.co/p/blog-page.html>

En línea. Disponible en: <https://es.slideshare.net/plasticabyla/movimientos-en-el-plano-giro-7249990>

En línea. Disponible en: <http://www.comolohago.cl/como-hacer-un-remolino-de-papel/>

En línea. Disponible en:

<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/escher69.htm>

Por último, al finalizar de implementar la propuesta de intervención los resultados obtenidos ofrecen otra alternativa para la planeación y el desarrollo de las clases de geometría lo cual contribuye al mejoramiento en el aprendizaje. En lo referente a la integración de las TIC y en el caso en particular el software Geogebra el (Ministerio de Educación Nacional, 2013, pág.

16) expresa que los docentes juegan un papel fundamental desde las aulas de clase, y deben para mejorar en su práctica docente realizar una incorporación de las TIC. Lo cual es completamente coherente porque son los docentes quienes deben liderar un cambio positivo en cuanto al uso apropiado de la tecnología y conseguir que todas estas herramientas que tenemos hoy día, sean utilizadas para sacar el mayor provecho, en particular en el enriquecimiento de nuestra labor pedagógica.

Capítulo V

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

Después de aplicar el pretest se observa que los estudiantes reconocen las figuras de una forma global; describen el aspecto ven de las figuras, pero no notan características similares; no son capaces de generalizar las características que observan y en cuanto al tema de traslaciones lo hacen teniendo en cuenta solo las relaciones de semejanza. Estos aspectos nos indican que los estudiantes están en el nivel 1 o de reconocimiento de Van Hiele.

Después de analizar el nivel de aprendizaje de los estudiantes de acuerdo al modelo de Van Hiele se concluyó que deben diseñarse las actividades de los proyectos de aula de acuerdo con las fases de Van Hiele incluyendo actividades apoyadas en geogebra teniendo en cuenta los temas y conceptos necesarios para abordar la temática de movimientos en el plano.

Durante la implementación de los proyectos se pueden destacar lo siguiente:

Es muy importante incorporar en nuestra labor pedagógica el diseño de actividades que partan del contexto en el cual el estudiante vive a diario ya que así se consigue que él esté motivado y aprenda de lo que hace, Las actividades que involucran el trabajo en equipo benefician el aprendizaje.

Al articular al modelo de Van Hiele y un software como Geogebra, se consigue que los estudiantes integren más fácilmente el conocimiento y puedan completar las cinco fases de aprendizaje requeridas para ascender en su nivel de aprendizaje. La fase de integración se puede realizar haciendo actividades en las cuales se utilice el Software Geogebra. Las actividades que involucran herramientas TIC favorecen el afianzamiento del aprendizaje y este proceso se realiza de forma amena y motivadora y además permite hacer un trabajo dinámico, agradable y se retroalimenta todo lo trabajado en cada sesión; los estudiantes pueden comparar los trabajos hechos a mano con los hechos en el programa.

La aplicación del modelo de Van Hiele ha permitido evidenciar que el aprendizaje ha sido significativo ya que los estudiantes recuerdan y aplican todo lo que han trabajado en las anteriores sesiones.

Las fases de Van Hiele especialmente la fase 3 propone hacer una socialización de las características observadas y se notó que esta motiva la participación de los estudiantes, además entre ellos se colaboran cuando se presentan dificultades. El modelo de Van Hiele fortalece tanto el trabajo individual como el trabajo en equipos y genera confianza y participación entre los estudiantes.

En la medida en que se avanza en el desarrollo de la propuesta, los estudiantes comienzan a establecer regularidades de forma más natural e integran todos los temas y conceptos que son abordados, aunque no sea un razonamiento formal; también tienen un mejor manejo de herramientas como compas, reglas y escuadras. Sus representaciones graficas son más ordenadas y limpias al finalizar la aplicación de la propuesta.

Los estudiantes reconocen Las sesiones diseñadas acorde al modelo de Van Hiele y tienen claridad en el trabajo durante las clases, aunque no se les mencionan las fases de aprendizaje, ellos saben que primero debe hacerse un proceso de reconocimiento y de identificación de características, luego deben compartir con sus compañeros y mejorar sus apreciaciones, al final realizar otras actividades que involucren afianzamiento y al terminar las actividades se realiza la practica con Geogebra.

El proceso evaluativo debe hacerse en forma permanente así los estudiantes desarrollan su proceso de aprendizaje de tal forma que no les preocupan las evaluaciones y realizan las actividades con el fin de aprender y no por la calificación.

Al aplicar la propuesta pedagógica los estudiantes aportan evidencias que indican estar en el nivel 2 o de análisis del modelo de Van Hiele; son capaces observar propiedades y partes de las figuras y enuncian propiedades de manera informal.

5.2 Recomendaciones

Hay muchas actividades que como docentes creemos que pueden realizarse de forma rápida, es necesario analizar estas situaciones y si es el caso emplear más tiempo y más ejercicios que permitan hacer el proceso de aprendizaje más seguro y significativo, no debe considerarse como pérdida de tiempo.

Los procesos de aprendizaje donde se incluyen herramientas TIC no solo en geometría son motivantes para los estudiantes, sino que pueden ser aplicados en otros procesos de aprendizaje en los cuales sea posible, este hecho muchas veces solo depende de la creatividad que tenga el maestro para integrarlos.

Se recomienda implementar el modelo de Van Hiele en los procesos de aprendizaje que tengan relación con el componente geométrico, ya que es una propuesta adecuada y que permite que todos los estudiantes aprendan sin importar el nivel en el que se encuentren, solo se debe partir del reconocimiento que ellos tienen.

Se recomienda la utilización de la página WIX que se elaboró durante el proceso de investigación en esta se encuentra la propuesta pedagógica completa y puede ser utilizada fines educativos no comerciales.

Referencias Bibliográficas

- Alcaldía de Mutiscua. (2016 de Junio de 2016). Obtenido de http://www.mutiscua-nortedesantander.gov.co/informacion_general.shtml
- Balcázar, P., Gonzalez, N., Gurrola, G., & Moysén, A. (2006). *Investigación Cualitativa*. México: Universidad Autonoma de México.
- Barrera. (2014). *Las transformaciones en el plano y la noción de semejanza*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Bausela, E. (2001). La docencia a través de la investigación-acción. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1.
- Constitución Política de Colombia . (1991). Obtenido de <http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=4125>
- Corral, Y. (2009). VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS. *CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN*, 228-247.
- Díaz, F., & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*.
- Encuentro internacional en educación matemática. (2016). *Construcción de escenarios virtuales mediante el uso de un software de geometría dinámica*. Cúcuta: Universidad Francisco De Paula Santander.
- Fernandez, M. F. (2016). artículo “Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele y su relación con los estilos de aprendizaje. Cartagena: Universidad de Cordoba.
- Fouz, F., & De Donosti, B. (2001). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría: Distribucion Gratuita.
- Gamboa, & Vargas. (2013). La enseñanza del teorema de Pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del Geogebra, según el modelo de Van Hiele de la universidad de Costa Rica. *Uniciencia*.
- Giacomini, M., & Cook, D. (2000). *Users guides to the medical literature: XXIII. Qualitative research in health care A. Are the Results of the study valid? . JAMA*.
- Gualdrón, & Gutiérrez. (2007). *Una aproximación a los descriptores de los niveles de razonamiento de Van Hiele para la semejanza*.

- Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1991). *El modelo de razonamiento de Van Hiele como arco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: los giros. de la Educación Matemática*. Obtenido de GUTIÉRREZ, A. y JAIME, A. (1991). El modelo de razonamiento de Van Hiele como: <file:///C:/Users/LaRoca/Downloads/16589-17199-1-PB.pdf>
- Hernandez, R., Fernandez, C., & Baptista, P. (2007). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill.
- Hernández, S. R., Fernández, & Baptista, C. L. (2007). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Julio, L. (2014). *LAS TRANSFORMACIONES EN EL PLANO Y LA NOCION DE SEMEJANZA*. Bogotá.
- Maldonado. (2013). *Enseñanza de las simetrías con uso de geogebra según el modelo de Van Hiele*. Chile: Universidad de Chile.
- Mayot, A., & Rodríguez. (1987). *Serie: aprender a investigar. Módulo 3. La recolección de información*. Bogotá.
- Mays, N., & Pope, C. (2000). *Qualitative research in health care: assessing quality in qualitative research*. *BMJ* .
- Ministerio de Educación . (8 de Febrero de 1994). Obtenido de Ley 115 : http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Ministerio de Educación Nacional . (Agosto de 2015). Obtenido de http://www.javiera.edu.co/documentos/diae/RUTA_SEGUIMIENTO_REFLEXION_PEDAGOGICA.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2013). *Competencias TIC para el Desarrollo Profesional Docente*. Bogotá: Oficina de Innovación Educativa.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *La educación en Colombia*. Paris : OCDE.
- Números. (2010). *Transformaciones en el plano utilizando software de geometría dinámica*. de la Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas.
- Okuda, M., & Carlos, G. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 118-124.
- Patton, M. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. Sage: 3rd ed. Thousand Oaks:.
- PEI. (2016). Recuperado el 12 de Mayo de 2017, de <http://www.enjambre.gov.co/enjambre/file/download/190293935>

- Pineda, B., & Canales, F. (1994). *Metodología de la investigación, manual para el desarrollo de person al de salud, Segunda edición. Organización Panamericana de la Salud.* Washington.
- Pozo, J. I. (1997). *Teorias Cognitivas del aprendizaje.* Madris: Ediciones Morata, S.L.
- Revolución Educativa Colombia Aprende. (2006). Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Rojas, G. J., & Ariza, D. A. (2015). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las nociones topológicas.* Bogotá: Universidad de los Andres. Obtenido de https://compartirpalabramaestra.org/documentos/compartirsaberes/funes_propuesta-didactica-para-la-ensenanza-de-las-nociones-topologicas.pdf
- Simposio Nororiental de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander. (2013). *Exploración de conceptos geométricos con el uso de Geogebra en estudiantes de cuarto año de básica primaria.* Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.
- Sosa, G. (2010). Transformaciones en el plano utilizando software de geometría dinámica. *Numeros*, 43-70.
- Urrutia, & Carrascal. (2016). *Comprensión de las razones trigonométricas en el marco del modelo de Van Hiele.* Medellín: universidad de Antioquia.
- Vargas, & Araya. (2013). LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS: UNA EXPERIENCIA EN EL AULA CON EL USO DEL GEOGEBRA, SEGÚN EL MODELO DE VAN HIELE. *UNICIENCIA*, 95-118.

Apéndices

Apéndice A. Diario de campo

Lugar: CER Sucre	Grado: 7°	Fecha: 16/02	Hora: 10:00 a 12:00	Sesión: 3
Propósito: Reconocer características de polígonos y construirlos con regla, compas y con GeoGebra				
Área: Matemática		Responsable: Profesor Gonzalo Cáceres Bautista.		

Se inicia la actividad recordando lo que se había aprendido en la actividad anterior. Luego se entregan a cada grupo de trabajo las figuras que aparecen en la actividad en cartulina, se corrigió la sesión 3 ya que durante la implementación en el 2016 se observó una dificultad al realizar el trabajo individual ya que las fichas debían darse a cada estudiante para que **fase 1** de **reconocimiento** y no de una vez a cada grupo porque al elaborar las definiciones en grupo se pierde la oportunidad de pasar por esta fase de aprendizaje. Todos los estudiantes estuvieron motivados y realizaron las actividades con motivación y responsabilidad, para algunas actividades fue necesario dar mayor cantidad de tiempo especialmente en las construcciones con regla y compas. Se hizo necesario dejar las actividades de construcción del hexágono y la práctica con geogebra para la próxima clase porque el tiempo no alcanzó. En resumen de esta sesión el **est1** Estuvo atento durante el trabajo realizado, colaboro de manera respetuosa con sus compañeros de grupo. Demoro un poco más que otros compañeros en la elaboración del triángulo equilátero pero lo hizo, también el cuadrado y el hexágono. Trabajo en el entorno geogebra pero por que no le alcanzo el tiempo no envió todos los trabajos al correo. El **est2** colaboro con el trabajo de los compañeros, estaba un poco preocupado porque el compás que traía se le dañó y por eso no se concentraba, después de solucionar la situación al realizar el trabajo individual, inicialmente dibujo un triángulo de 6 cm, y el cuadrado lo trazó a pulso no con regla y compas, el mismo se propuso cambiar el trabajo y hacerlo bien y lo hizo, en el hexágono no tubo dificultad, trabajo muy bien en el entorno geogebra, solo faltó enviar el trabajo por correo. El **est3** colaboro durante la actividad con sus compañeros de equipo, dibujo un triángulo diferente al de la instrucción de la guía, pero al compararlo con sus compañeros lo corrigió, con el cuadrado tubo un poco de dificultad, pero luego se esforzó un poco y lo hizo mucho mejor, el hexágono lo elaboró con menor dificultad. Con el software geogebra hizo los diseños pero no los alcanzó a enviar por correo. El **est4** Estuvo atento y colaborando con sus compañeros de trabajo, en un momento la **est6** le sugirió que se concentraran porque estaba entretenida con la regla. Dibujó el triángulo con un poco de lentitud pero lo hizo bien, también el cuadrado y el hexágono, Trabajo en el entorno geogebra pero no alcanzó a enviar los trabajos por correo. El **est5** estuvo atento durante el trabajo realizado, colaboro de manera respetuosa con sus compañeros de grupo. Elaboró los diseños con mucha pulcritud, también trabajó con facilidad en el entorno geogebra. El **est6** Estuvo atento durante el trabajo realizado, elaboró los diseños rápidamente y bien, en el diseño del hexágono algunos puntos no le coincidieron. Trabajó en el entorno geogebra y realizó los diseños con facilidad. Y el **est7** Estuvo atento y colaboro con el trabajo desarrollado, en un momento entablaron una discusión con el **est4** acerca del uso de la regla. Elaboró el triángulo y el cuadrado de una manera práctica, en el hexágono si necesito un poco más de ayuda, la **est4** le orientó. En esta clase no contamos con proyección por lo tanto el trabajo fue un poco más difícil aunque también fue más personalizado.

Apéndice B. Rejilla triangulación

categoria	subcategoría	Descripción	análisis
MOTIVACIÓN	Interés.	Se inicia con una lectura acerca de dónde podemos encontrar rotaciones y se comentan estas situaciones. Luego se señala un dibujo con una rotación y se hace reconocimiento de sus tres elementos principales: el centro de rotación, el ángulo de giro y el sentido.	Se inicia la actividad saludando y organizando los equipos de trabajo. Se verifico que todos trajeran el material necesario para la sesión. se recordó lo visto en las clases anteriores. E1 se le asignó el rol de lector. Se inicia con la actividad la cual fue fácil de entender porque se ejemplifico con elementos de su contexto. E1 dice que ha observado movimientos de rotación cuando está moliendo maíz, E4 cuando acelera una motocicleta. Se repasó el tema de medidas de ángulos, al abrir la ventana completa se abrió 180° dice E3. Luego se identificaron los tres elementos que se requieren para realizar una rotación, el centro, el sentido y el ángulo. En la figura observa los movimientos de rotación E7 cuando se abre la puerta. En la construcción del molinete o veleta los estudiantes hicieron la actividad con mucho entusiasmo, tanto que duraron algunos minutos jugando con la veleta antes de continuar con el trabajo de la sesión se les pidió que lo guardaran para poder continuar. La actividad en geogebra se realizó sin dificultad y con el fin de que corroboraran los aprendizajes adquiridos, también que fueran reconociendo más el plano cartesiano y las herramientas del software
	Estimulación	Luego se observan unas figuras en las que se puede observar el movimiento de rotación (máquina	
PROCESO DE APRENDIZAJE	Tic	de moler, bicicleta, puerta) para que los estudiantes identifiquen donde se da el movimiento de rotación identifiquen el centro de rotación. A continuación se propone realizar un molinete para observar en él el movimiento de rotación, el centro de giro y el sentido y se hacen ejercicios grandolo 90 grados. En seguida se muestra un dibujo con el proceso para hacer una rotación de un polígono y se pide a los estudiantes que describan ese proceso. Luego se proponen otras actividades con coordenadas en el plano y ejercicios de giros y se concluye con la práctica en geogebra.	Se inicia haciendo un reconocimiento de los objetos propuestos en la figura, E1 dice que ha observado movimientos de rotación cuando está moliendo maíz, E4 cuando acelera en una motocicleta. Cada grupo observo la gráfica propuesta: E5 dice que usaron el compás, E6 identifico las imágenes de cada punto. Y se recordaron temas vistos anteriormente al abrir la ventana completa se abrió 180° dice E3. Luego se identificaron los tres elementos que se requieren para realizar una rotación, el centro, el sentido y el ángulo. En la figura E7 nota los movimientos de rotación cuando se abre la puerta. Luego se les dio tiempo para que cada grupo escribiera sus apreciaciones. E5 dice nota que en una bicicleta se hace rotación también en los manubrios, E2 dice que en una llanta el centro de rotación es en las rolineras; E7 dice que hay una parte que no se mueve al moler en una máquina, en donde se mete el manubrio. Todas estas actividades se realizaron durante los procesos de observación, caracterización al comentar lo que cada estudiante observo fases 1, 2 y 3. Cada estudiante construyo un molinete o veleta, después se dibujaron 4 poligonos diferentes en cada punta del remolino. Con el objetivo de realizar giros con algunas ángulos en particular En la actividad que continua se les muestra el proceso para realizar un giro se les pidió a los estudiantes que lo analizaran y se realizó el proceso en una hoja para que lo vieran. Después cada grupo debe explicar el proceso para hacer un giro. Luego se inició con las rotaciones de poligonos E7 realizó una rotación aunque tenía unos errores en la medición de ángulos y por lo tanto no salió perfecta. A E3 y E6 se les explico nuevamente el proceso. E4 iba orientando el proceso y estaba muy pendiente de lo que hacia el profesor. Recapitulando E4 dice que primero debemos hacer la figura, E7 que debemos trazar líneas desde el centro de rotación, E4 medir ángulos y con el compás trazar las medidas. Luego cada uno debe hacer una rotación a partir de unas coordenadas con centro en el origen. El E2 tenía dificultad al medir el ángulo a partir de un segmento E4 le indicó como hacerlo. Estos ejercicios son propios de las fases 2 y 3 Para iniciar con actividades de la fase 4 se ubico otras coordenadas se formaron poligonos y se realizaron giro, E4 decía a E2 que lo hiciera de la misma forma como lo hacía la vez pasada. También se enseñó el proceso para hacer giros con regla y compas en hojas sin cuadrícula, luego se dibujó en una hoja blanca una figura poligonal de 4 lados y se ubicó un punto de giro por fuera del mismo. Y un ángulo de giro de 110 grados en sentido de las agujas del reloj. Para agilizar la actividad el punto de giro lo ubico el profesor para evitar que la figura rotada quedara por fuera de la hoja. A E2 se le recomendó no acentuar tanto las líneas que van del centro de rotación al cada punto del polígono. Luego en la medida que terminaban la actividad entregaban el trabajo al profesor. El E7 necesito un poco más de orientación al final mientras sus compañeros trabajaban en GeoGebra. Luego se realizó la actividad en el software GeoGebra esta se hizo personalizada y se les enseñaron a manejar nuevas herramientas. Se sugirió en la otra clase hacer una nueva actividad en Geogebra en el comedor y con el Video Beam
	Traslaciones		
EVALUACION.	Tic		Se observó la participación de todos los estudiantes, cada uno apporto ejemplos de acuerdo con las situaciones que han vivido y se relacionan con rotaciones, se volvió a dar un trabajo en equipo en el cual todos los estudiantes participan y colaboran con la construcción del conocimiento. Se realizó el proceso del modelo de van hiele en sus cinco fases. Los estudiantes entregaron ejercicios de rotaciones realizados con reglas y compas donde es evidente que se están manejando más adecuadamente estas herramientas ya que sus trabajos ahora son mucho más pulcros. Se evaluó también el trabajo que realizaron con geogebra
	Traslaciones		
Resultado			Conclusiones
Los estudiantes hacen un mejor uso de las herramientas compas, trasportador, reglas y escuadras. Reconocen artefactos que representan rotaciones. Realizan los trabajos de una manera más limpia y correcta. Repasaron en esta sesión la representación de coordenadas en el plano, la medida de ángulos y el uso de herramientas geométricas. El proceso de Van Hiele ha permitido que se generen también competencias para el trabajo en equipo sin descuidar el trabajo individual. Todos los estudiantes realizan las actividades de forma adecuada y con motivación. La práctica en geogebra complementa las falencias que puedan quedar en el proceso y siempre se realiza incluyendo las actividades que se trabajaron durante la sesión.			Se han integrado muchos de los conceptos propuestas y el proceso de aprendizaje se ha desarrollado en forma escalonada, los estudiantes han hecho uso de los conceptos trabajados durante las sesiones anteriores lo cual demuestra que se ha generado un aprendizaje significativo. Evaluar en forma permanente permite que los estudiantes desarrollen su proceso de aprendizaje de tal forma que no les preocupen las calificaciones. Realizan las actividades con el fin de aprender y no por la nota. La actividad en geogebra sigue siendo motivadora para los estudiantes.

Apéndice C. [Cartilla Propuesta Pedagógica](#)

Puede descargarse de <http://matematiksucre.wixsite.com/inicio/curiosidades>



Apéndice D. Consentimiento Informado


CENTRO EDUCATIVO RURAL SUCRE
MUTISCUA
COD. DANE 254480006139
RES APROBACION 1747 DE 2006
NIT 90046551-1


unab
Universidad Autónoma de Bucaramanga

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Cordial saludo.

El propósito del presente documento es brindar información acerca del proyecto: *Implementación de una propuesta pedagógica basada en el modelo de van hiele y el uso de geogebra, para el mejoramiento del aprendizaje de las traslaciones en el plano, en estudiantes del grado séptimo del centro educativo rural sucre de Mutiscua, 2017* en el CER SUCRE y a su vez solicitar aprobación para que su hijo/a Belkin Noel James Gomez participe en la implementación del mismo.

El estudio estará bajo la orientación del docente Gonzalo Cáceres Bautista, estudiante de la maestría en Educación de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

Durante el presente año se implementarán proyectos de aula, con el objetivo de mejorar el aprendizaje de la geometría en los temas traslaciones en el plano.

Con la firma de este consentimiento usted autoriza los procedimientos citados a continuación:

1. Aplicación de pruebas diagnósticas para establecer el nivel de los estudiantes,
2. Se hará observación del proceso y se grabaran las clases en videos.
3. Se haga Implementación de los proyectos de aula.
4. Las fotografías tomadas de mi hijo o hija durante estas actividades, grupales o individuales puedan ser publicadas en informes o presentaciones del proyecto.

Se compromete acompañar el proceso de su hijo o hija con las responsabilidades escolares que adquiera. El proyecto no genera riesgos, costos, ni molestias para usted ni para los estudiantes, al contrario se espera generen competencias que mejoren su nivel de aprendizaje en el componente geométrico.

Si está de acuerdo con lo informado, por favor firmar y aportar los datos solicitado.

Nombre Completo: Alonso David James Rojas

Teléfono: 3112658257


Firma

Apéndice F. Pos test desarrollado

Evaluación movimientos en el plano:
CER SUCRE Profesor Gonzalo Cáceres Bautista.
 Nombre: Daniela Alejandra Quica

1. Un auto que parte del punto 0 recorre 150 km hacia el sur, luego avanza 50 km hacia el oeste y finalmente se traslada 200 km hacia el norte. El diagrama que mejor representa la posición final (x) del auto, en la situación anterior es

2. La ubicación de la institución M es

A. 10 km al oeste y 12 al norte
 B. 10 km al norte y 12 al oeste
 C. 10 km al oeste y 10 al norte
 D. 11 km al norte y 10 al oeste

3. La distancia que separa la institución M de la institución L es:

A. 10 kilómetros
 B. 15 kilómetros
 C. 20 kilómetros
 D. 12 kilómetros

4. Si las coordenadas del punto N, son (-8, -6) y las del punto S son (4, -4), entonces las coordenadas del punto M son

A. (12, -10) B. (10, -12)
 C. (-12, -10) D. (-10, 12)

A los estudiantes de preescolar les llegaron unas fichas de madera de formas poligonales como las que se muestran a continuación.

5. La afirmación verdadera es:

A. Solamente 2 fichas tienen 8 vértices
 B. Más de 2 fichas tienen 8 vértices
 C. Solamente 1 ficha tiene 8 vértices
 D. Ninguna ficha tiene vértices

6. Si dos ángulos del triángulo miden 42 grados y 105 grados cuanto mide el tercer ángulo.

A. 30°
 B. 33°
 C. 25°
 D. 90°

7. Para mover el cono desde su posición inicial hasta la parte sombreada hay que hacer un movimiento de:

A. Rotación
 B. Reflexión
 C. Traslación
 D. Rotación y traslación

8. María traza unas líneas sobre su dibujo. ¿Cuál de ellas es un eje de simetría?

4. Si las coordenadas del punto N, son (-8, -6) y las del punto S son (4, -4), entonces las coordenadas del punto M son

A. (12, -10) B. (10, -12)
 C. (-12, -10) D. (-10, 12)

A los estudiantes de preescolar les llegaron unas fichas de madera de formas poligonales como las que se muestran a continuación.

5. La afirmación verdadera es:

A. Solamente 2 fichas tienen 8 vértices
 B. Más de 2 fichas tienen 8 vértices
 C. Solamente 1 ficha tiene 8 vértices
 D. Ninguna ficha tiene vértices

6. Si dos ángulos del triángulo miden 42 grados y 105 grados cuanto mide el tercer ángulo.

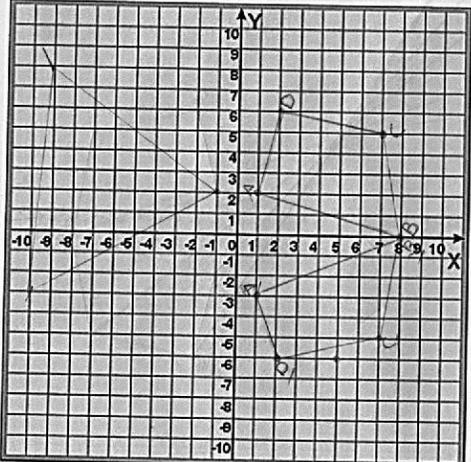
A. 30°
 B. 33°
 C. 25°
 D. 90°

7. Para mover el cono desde su posición inicial hasta la parte sombreada hay que hacer un movimiento de:

A. Rotación
 B. Reflexión
 C. Traslación
 D. Rotación y traslación

8. María traza unas líneas sobre su dibujo. ¿Cuál de ellas es un eje de simetría?

9. Construye las figuras de acuerdo a las siguientes indicaciones.
 Los vértices del polígono EFGH son: A (1,2); B (8,0); C (7,5) y D (2,6)



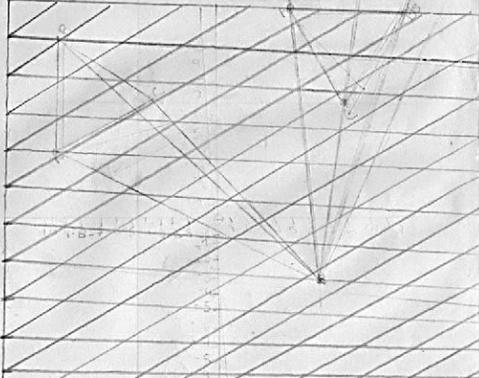
10. Refleja el polígono tomando como eje de simetría el eje x y escribe sus nuevas coordenadas
 A' (1,-2) B' (-8,-0) C' (7,-5) D' (2,-6)

11. Trasládalo de acuerdo con el vector 10 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia abajo y escribe sus nuevas coordenadas
 A'' (11,-6) B'' (12,-8) C'' (17,-1) D'' (14,-2)

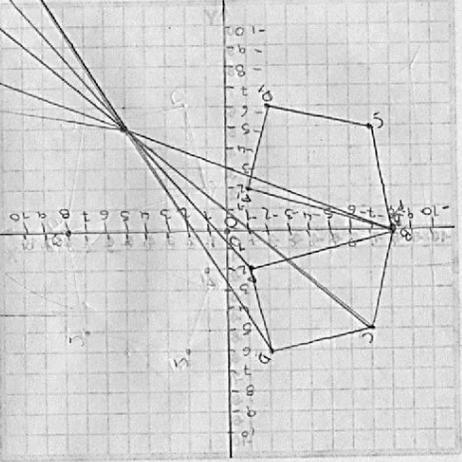
12. Realiza una rotación a la figura tomando como centro el punto A(1,2) y ángulo de 90°, en sentido horario y escribe sus nuevas coordenadas
 A''' (,) B''' (,) C''' (,) D''' (,)

Un teselado es una regularidad de figuras que recubren completamente una superficie plana, sin dejar espacios ni superponer figuras.

13. Elabora una teselación sencilla:



9. Construye las figuras de acuerdo a las siguientes indicaciones.
 Los vértices del polígono EFGH son: A (1,2); B (8,0); C (7,5) y D (2,6)



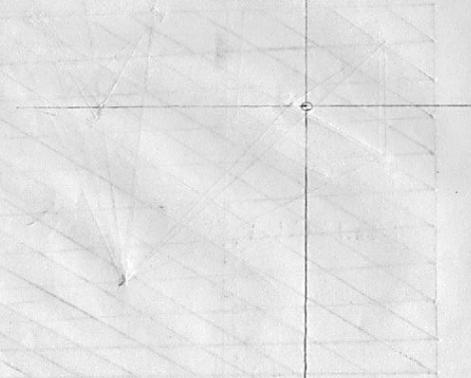
10. Refleja el polígono tomando como eje de simetría el eje x y escribe sus nuevas coordenadas
 A' (1,-2) B' (-8,-0) C' (7,-5) D' (2,-6)

11. Trasládalo de acuerdo con el vector 10 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia abajo y escribe sus nuevas coordenadas
 A'' (11,-6) B'' (12,-8) C'' (17,-1) D'' (14,-2)

12. Realiza una rotación a la figura tomando como centro el punto A(1,2) y ángulo de 90°, en sentido horario y escribe sus nuevas coordenadas
 A''' (,) B''' (,) C''' (,) D''' (,)

Un teselado es una regularidad de figuras que recubren completamente una superficie plana, sin dejar espacios ni superponer figuras.

13. Elabora una teselación sencilla:



Apéndice G. Página Wix con la propuesta pedagógica

<http://matematiksucre.wixsite.com/inicio/curiosidades>

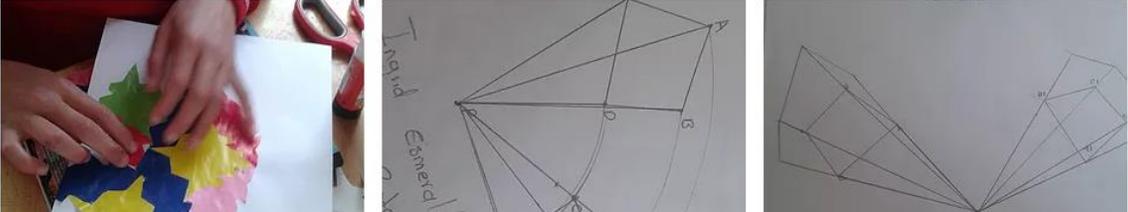
Inicio Sexto grado Séptimo grado Octavo grado Noveno grado **PROPUESTA PEDAGÓGICA**

Bienvenidos "El aprendizaje de las traslaciones en el plano en el marco del modelo de Van Hiele mediado por el uso de Geogebra"

proyecto de aula 1 proyecto de aula 2 proyecto de aula 3

Sesión 1 Sesión 2 Sesión 3 Sesión 4 Sesión 5 Sesión 6 Sesión 7 Sesión 8 Sesión 9 Sesión 10

Selecciona la actividad en la que estás trabajando y descárgarla



The image displays a navigation menu for a pedagogical proposal. The menu includes links for 'Inicio', 'Sexto grado', 'Séptimo grado', 'Octavo grado', 'Noveno grado', and 'PROPUESTA PEDAGÓGICA'. Below the menu, a welcome message is followed by three classroom project buttons and ten session buttons. A section titled 'Selecciona la actividad en la que estás trabajando y descárgarla' features three thumbnail images: a person's hands cutting out colorful paper shapes, a hand-drawn geometric diagram with labels like 'Ejemplo' and 'p', and a computer screen showing a geometric diagram with points labeled B1, C1, and D1.

Apéndice H. Evidencias Fotográficas

