Volatilidad, Modelos de Medición

Gloria Inés Macías Villalba
Docente UNAB. Programa de Ingeniería Financiera

Resumen

Se pretende dar a conocer metodologías para el cálculo de la medida de la incertidumbre en el riesgo de mercado.

Los métodos utilizados se aplican a los factores de riesgo variación de tasas de interés, tipo de cambio o precios. Los más sencillos son la volatilidad histórica clásica, la volatilidad con supuesto de media cero y una metodología más elaborada utilizada por Riskmetrics, volatilidad dinámica con suavizamiento exponencial.

Con la medida de la volatilidad es posible determinar las pérdidas esperadas por exposición a riesgo de mercado, a través del VaR (Value at Risk).

Volatilidad, Modelos de Medición

En riesgo de mercado los cálculos realizados para obtener un análisis estadístico de los factores de riesgo se hace a través de variaciones de los precios de acciones, divisas o tasas de interés. El cálculo de las variaciones permite obtener los rendimientos de una serie de tiempo de los factores de riesgo por estudiar, y así proceder en el cálculo de la exposición al riesgo de mercado. Las variaciones pueden ser absolutas, relativas y logarítmicas.

Variación Absoluta: La variación absoluta de una serie de tiempo se obtiene como la diferencia entre dos valores observados en este periodo de tiempo consecutivo. Esta diferencia se da en las mismas unidades que la serie original. Es decir:

$$\Delta X = X_{t+1} - X_t$$

Una variación absoluta positiva indica que la serie evoluciona temporalmente con lo que se refiere al periodo estudiado de manera creciente, por ser mayor el dato registrado en el tiempo t+1 que el dato del tiempo t.

Si una variación absoluta es negativa indica una evolución decreciente en el periodo donde se realizó la medida de la variación.

Variación relativa: La variación relativa permite medir las variaciones de la variable en tasa discreta, para que se reflejen las características de cada serie y eliminar las diferencias de escalas y sean comparables entre si. La variación relativa se representa con %x y se define así:

$$\%X = \frac{\Delta X}{X_t} = \frac{X_{t+1} - X_t}{X_t}$$

Variación Logarítmica: Permite medir las variaciones de la variable en tasa continua. Se define así:

$$\%X = \ln\left(\frac{X_{t+1}}{X_t}\right)$$

A continuación se presenta un ejemplo con las tres formas de variación:

FECHA 2007	IGBC	VARIACION ABSOLUTA	VARIACION RELATIVA	VARIACION LOGARITMICA
Enero	10,796.03			
Febrero	10,113.12	-682.9	-6.33%	-6.53%
Marzo	10,686.39	573.3	5.67%	5.51%
Abril	10,807.68	121.3	1.13%	1.13%
Mayo	10,184.36	-623.3	-5.77%	-5.94%
Junio	10,637.66	453.3	4.45%	4.35%
Julio	11,107.54	469.9	4.42%	4.32%
Agosto	10,728.74	-378.8	-3.41%	-3.47%
Septiembre	10,434.43	-294.3	-2.74%	-2.78%
Octubre	10,630.34	195.9	1.88%	1.86%
Noviembre	11,115.78	485.4	4.57%	4.47%
Diciembre	10,694.18	-421.6	-3.79%	-3.87%

Para algunos autores la volatilidad se puede interpretar como la velocidad de los movimientos de la variable (tasa de interés, tipo de cambio o precio de acciones). Un mercado cuyos precios se mueven lentamente son llamados mercados de baja volatilidad, los mercados cuyos precios se mueven a gran velocidad son mercados de alta volatilidad.

Una variable de mercado tiende a tener una volatilidad media o promedio a largo plazo. Cuando la volatilidad aumenta por encima de la media, se podría esperar que en algún momento vuelva a ella y de igual manera frente a una caída. Hay un constante movimiento por encima y debajo de la media.

Cuando a la variable que representa el riesgo de mercado se le calcula la variación o cambio de dicha variable, para llevar a cabo cualquiera de las técnicas de cuantificación se debe tener claro que la volatilidad es la desviación estándar de los rendimientos de un activo o portafolio. Representa una medida de dispersión de los rendimientos respecto a la media; por tanto, es importante conocer las diversas volatilidades existentes para lograr el cálculo de la cuantificación del riesgo.

La volatilidad puede ser calculada a través de volatilidad histórica, volatilidad con supuesto de media cero, volatilidad dinámica y volatilidad implícita para el cálculo de la desviación estándar.

Volatilidad Histórica: Es un método que hace referencia en el pasado inmediato; es decir, las observaciones en su totalidad tienen el mismo peso especifico y el cálculo está basado en las observaciones históricas. La volatilidad histórica se calcula con la formula $\sigma^2 = \sum \frac{(x-\mu)^2}{N}$ para una población, y si es una muestra $s^2=\sum\frac{(x-\bar{x})^2}{n-1}$ donde n es el tamaño de la muestra.

A continuación se muestra un ejemplo para el cálculo de la volatilidad histórica:

FECHA 2007	IGBC	ri
Enero	10,796.03	
Febrero	10,113.12	-6.33%
Marzo	10,686.39	5.67%
Abril	10,807.68	1.13%
Mayo	10,184.36	-5.77%
Junio	10,637.66	4.45%
Julio	11,107.54	4.42%
Agosto	10,728.74	-3.41%
Septiembre	10,434.43	-2.74%
Octubre	10,630.34	1.88%
Noviembre	11,115.78	4.57%
Diciembre	10,694.18	-3.79%
Desviación Estándar Histórica:		4.52%

Como los datos son mensuales, la desviación estándar es mensual. Para calcular la desviación anual se aplica el principio de estadística que dice "La varianza es proporcional al tiempo", entonces, se multiplica por $\sqrt{12}$, para este caso la volatilidad anual es del 15.64%.

Desviación con supuesto de media cero: investigaciones han demostrado que cuando se trabaja con rendimientos o variaciones es mejor considerar para el cálculo de la desviación estándar únicamente los rendimientos al cuadrado, es

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum r_i^2}{n}}$$

Revisemos el ejemplo:

FECHA 2007	IGBC	ri	ri^2
Enero	10,796.03		
Febrero	10,113.12	-6.33%	0.40%
Marzo	10,686.39	5.67%	0.32%
Abril	10,807.68	1.13%	0.01%
Mayo	10,184.36	-5.77%	0.33%
Junio	10,637.66	4.45%	0.20%
Julio	11,107.54	4.42%	0.20%
Agosto	10,728.74	-3.41%	0.12%
Septiembre	10,434.43	-2.74%	0.08%
Octubre	10,630.34	1.88%	0.04%
Noviembre	11,115.78	4.57%	0.21%
Diciembre	10,694.18	-3.79%	0.14%
Desviación Estándar Histórica con supuesto de media cero:		4.52%	4.31%

Volatilidad dinámica o con suavizamiento exponencial: El uso del suavizamiento exponencial en las observaciones históricas por un periodo de tiempo determinado, por lo general un periodo anual, es la forma de capturar el dinamismo de la volatilidad en los mercados.

Este método le da mayor peso a las observaciones más recientes que a las más alejadas en el tiempo, teniendo en cuenta que en las finanzas para tomar decisiones se tiene memoria corta. Esto es una ventaja sobre el promedio simple de las observaciones o volatilidad histórica ya que la volatilidad dinámica captura de forma rápida variaciones fuertes en los precios debido a su ponderación; por esto es posible realizar mejores pronósticos en épocas de alta volatilidad.

Este modelo depende de un parámetro λ conocido como factor de decaimiento que se encuentra entre 0 y 1. Este parámetro determina los pesos aplicados a las observaciones y la cantidad de datos para estimar la volatilidad que sea efectivo utilizar. Cuanto más pequeño sea λ mayor peso tendrán los datos más recientes, mientras si λ es igual a 1 el modelo asigna pesos uniformes a las observaciones convirtiéndolo en volatilidad histórica.

La fórmula que se aplica en este caso es

$$\sigma=\sqrt{(1-\lambda)\sum\lambda^{i-1}r_i^2}\ ,$$

donde i es el conteo de los rendimientos históricos, y deben estar numerados desde el más reciente al más antiguo.

La fórmula anterior se obtiene con el siguiente análisis:

La varianza para el día t utilizando suavizamiento exponencial está dada por la expresión

$$\sigma_t^2=(1-\lambda)r_{t-1}^2+\lambda\sigma_{t-1}^2$$

De la ecuación anterior se puede deducir que:

$$\sigma_t^2=(1-\lambda)r_{t-1}^2+\lambda\left[(1-\lambda)r_{t-2}^2+\lambda\sigma_{t-2}^2\right]$$

$$\sigma_t^2=(1-\lambda)r_{t-1}^2+\lambda(1-\lambda)r_{t-2}^2+\lambda^2\sigma_{t-2}^2$$

$$\sigma_t^2=(1-\lambda)r_{t-1}^2+\lambda(1-\lambda)r_{t-2}^2+\lambda^2\left[(1-\lambda)r_{t-3}^2+\lambda\sigma_{t-3}^2\right]$$

$$\sigma_t^2=(1-\lambda)r_{t-1}^2+\lambda(1-\lambda)r_{t-2}^2+\lambda^2(1-\lambda)r_{t-3}^2+\lambda^3\sigma_{t-3}^2$$

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)r_{t-1}^2 + \lambda(1-\lambda)r_{t-2}^2 + \lambda^2(1-\lambda)r_{t-3}^2 + \lambda^3\left[(1-\lambda)r_{t-4}^2 + \lambda\sigma_{t-4}^2\right]$$

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)r_{t-1}^2 + \lambda(1-\lambda)r_{t-2}^2 + \lambda^2(1-\lambda)r_{t-3}^2 + \lambda^3(1-\lambda)r_{t-4}^2 + \lambda^4\sigma_{t-4}^2$$

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)r_{t-1}^2 + \lambda(1-\lambda)r_{t-2}^2 + \lambda^2(1-\lambda)r_{t-3}^2 + \lambda^3(1-\lambda)r_{t-4}^2 + \lambda^4(1-\lambda)r_{t-5}^2 + \lambda^5(1-\lambda)r_{t-6}^2 + \ldots + \lambda^n r_{t-n-1}^2 + \lambda^{n+1}\sigma_{t-n-2}^2$$

Como λ es un factor que toma valores entre 0 y 1, al estar elevado a una potencia muy grande, el último término de la ecuación tiende a cero. Por tanto, la ecuación se puede expresar de la siguiente forma:

$$\sigma_t^2 = \lambda^0(1-\lambda)r_{t-1}^2 + \lambda(1-\lambda)r_{t-2}^2 + \lambda^2(1-\lambda)r_{t-3}^2 + \lambda^3(1-\lambda)r_{t-4}^2 + \lambda^4(1-\lambda)r_{t-5}^2 + \lambda^5(1-\lambda)r_{t-6}^2 + \ldots + \lambda^n(1-\lambda)r_{t-n-1}^2$$

Se puede factorizar (1-λ), entonces

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)[\lambda^0 r_{t-1}^2 + \lambda^1 r_{t-2}^2 + \lambda^2 r_{t-3}^2 + \lambda^3 r_{t-4}^2 + \lambda^4 r_{t-5}^2 + \lambda^5 r_{t-6}^2 + \ldots + \lambda^n r_{t-n-1}^2]$$

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)[\lambda^{1-1} r_{t-1}^2 + \lambda^{2-1} r_{t-2}^2 + \lambda^{3-1} r_{t-3}^2 + \lambda^{4-1} r_{t-4}^2 + \lambda^{5-1} r_{t-5}^2 + \lambda^{6-1} r_{t-6}^2 + \ldots + \lambda^{n-1} r_{t-n}^2]$$

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{n}\lambda^{i-1}r_{t-i}^2$$

Lo que se debe tener en cuenta es que los datos más recientes tengan la mayor ponderación. Entonces la fórmula se puede expresar como:

$$\sigma_t = \sqrt{(1-\lambda)\sum\lambda^{i-1}r_i^2}$$

A partir del cálculo de la volatilidad para el día t es posible calcular la correspondiente al día t+1,

$$\sigma_{t+1} = \sqrt{(1-\lambda)r_t^2 + \lambda\sigma_t^2}$$

A continuación se observa un ejemplo para el cálculo de volatilidad con suavizamiento exponencial $\lambda = 0.90$:

LAMBDA	λ	0.9000000
RMSE	Error	0.0018743

					A	B	A*B
FECHA 2007	i	IGBC	ri	VARIACION LOGARITMICA	ri^2	λ ^(i-1)	λ ^(i-1)*ri^2
Enero		10,796.03					
Febrero	11	10,113.12	-6.33%	-6.53%	0.40%	0.34868	0.00140
Marzo	10	10,686.39	5.67%	5.51%	0.32%	0.38742	0.00124
Abril	9	10,807.68	1.13%	1.13%	0.01%	0.43047	0.00006
Mayo	8	10,184.36	-5.77%	-5.94%	0.33%	0.47830	0.00159
Junio	7	10,637.66	4.45%	4.35%	0.20%	0.53144	0.00105
Julio	6	11,107.54	4.42%	4.32%	0.20%	0.59049	0.00115
Agosto	5	10,728.74	-3.41%	-3.47%	0.12%	0.65610	0.00076
Septiembre	4	10,434.43	-2.74%	-2.78%	0.08%	0.72900	0.00055
Octubre	3	10,630.34	1.88%	1.86%	0.04%	0.81000	0.00029
Noviembre	2	11,115.78	4.57%	4.47%	0.21%	0.90000	0.00188
Diciembre	1	10,694.18	-3.79%	-3.87%	0.14%	1.00000	0.00144
Desviación Estándar Dinámica con suavizamiento Exponencial y Lambda Óptimo							3.38%

Método RMSE (Root Mean Squared Error): A través de este método se puede obtener una lambda óptima que minimice el error pronosticado de la varianza. La metodología se basa en encontrar el menor RMSE para diferentes valores de lambda que busca el menor factor de decaimiento que minimice la medida del pronóstico. Se muestra un ejemplo para el cálculo utilizando el método descrito.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum \left(r_i^2 - \lambda * Varianza\right)^2}{n}}$$

El ejemplo muestra paso a paso la metodología utilizada para el cálculo de la volatilidad dinámica con lambda óptima.

El valor de lambda se obtiene con la herramienta solver de Excel, donde el RMSE es la celda objetivo, que minimiza cambiando la celda de Lambda. Las restricciones son para lambda que debe tomar valores entre 0 y 1.

LAMBDA	λ	0.8970254
RMSE	Error	0.0018741

					A	B	A*B		C	
FECHA 2007	i	IGBC	ri	VARIACION LOGARITMICA	ri^2	λ ^(i-1)	λ ^(i-1)*ri^2	Varianza	λ*Varianza	(A - C)^2
Enero		10.796.03								
Febrero	11	10.113.12	-6.33%	-6.53%	0.40%	0.33732	0.00135	0.000139	0.000125	1.5028E-05
Marzo	10	10.686.39	5.67%	5.51%	0.32%	0.37605	0.00121	0.000263	0.000236	8.8624E-06
Abril	9	10.807.68	1.13%	1.13%	0.01%	0.41922	0.00005	0.000269	0.000241	1.2647E-08
Mayo	8	10.184.36	-5.77%	-5.94%	0.33%	0.46734	0.00155	0.000429	0.000385	8.6518E-06
Junio	7	10.637.66	4.45%	4.35%	0.20%	0.52099	0.00103	0.000535	0.000480	2.2526E-06
Julio	6	11.107.54	4.42%	4.32%	0.20%	0.58080	0.00113	0.000652	0.000585	1.8666E-06
Agosto	5	10,728.74	-3.41%	-3.47%	0.12%	0.64747	0.00075	0.000730	0.000654	2.5865E-07
Septiembre	4	10.434.43	-2.74%	-2.78%	0.08%	0.72180	0.00054	0.000785	0.000705	2.2943E-09
Octubre	3	10.630.34	1.88%	1.86%	0.04%	0.80465	0.00028	0.000815	0.000731	1.4311E-07
Noviembre	2	11.115.78	4.57%	4.47%	0.21%	0.89703	0.00187	0.001007	0.000904	1.3965E-06
Diciembre	1	10.694.18	-3.79%	-3.87%	0.14%	1.00000	0.00144	0.001155	0.001036	1.6165E-07

Desviación Estándar Dinámica con suavizamiento Exponencial y Lambda Óptimo	3.40%

Suma	3.8636E-05

Para el ejemplo trabajado, la volatilidad que se espera en el siguiente mes (enero 2008) es:

$$\sigma_{t+1} = \sqrt{(1-0.8970254)*(0.14)^2 + 0.8970254*(0.034)^2}$$

$$\sigma_{t+1} = 3.44\%$$

Volatilidad para tasas de interés, Para las tasas de interés es importante tener en cuenta en su metodología que existe volatilidad de rendimientos (variaciones relativas o logarítmicas) y volatilidad de variaciones absolutas, para que la una sea equivalente a la otra se utiliza la siguiente conversión:

$\sigma = \sigma_r * i$, donde σ es la desviación de las variaciones absolutas y σ es la desviación de los rendimientos.

También se maneja el concepto de desviación de precios ($\sigma_{precios}$) que evalúa la volatilidad del activo de renta fija en términos de precios; en este caso se incluye el concepto de duración, como otra medida de volatilidad para este tipo de activos.
Entonces,

$\sigma_{precios} = \sigma_r * i * D^m$, y en el caso de estar trabajando con la desviación de las variaciones absolutas, $\sigma_{precios} = \sigma * D^m$, donde D^m es la duración modificada del activo de renta fija.

Bibliografía

De Lara Haro, Alfonso. Medición y Control de riesgos financieros, Editorial Limusa, Tercera edición. 2004

Knop Roberto, Rolan Ordovas, Joan Vidal. Medición de Riesgos de Mercado y Crédito. Editorial Ariel. 2004

Vilariño Sanz, Ángel. Turbulencias Financieras y riesgos de mercado. Editorial Prentice Hall, 2001

Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones. John C. Hull. Cuarta Edición. Editorial Prentice Hall.