

## Descripción de procedimientos para el Muestreo y Reconstrucción de Señales

Semillero de Comunicación de Datos Alexander Graham Bell  
Facultad de Ingeniería de Sistemas  
Escuela de Ciencias Naturales e Ingeniería  
Jose A Lara, Nancy P Rueda C, Hugo Vecino P.  
e-mail: {jlara, nrueda, hvecino@unab.edu.co}  
Bucaramanga, Mayo de 2005

### Resumen

Este trabajo es, principalmente una investigación sobre el tratamiento de señales, aunque también tiene explicaciones introductorias al tema del muestreo y reconstrucción, con el propósito de que la temática central, sea clara para el lector. Existen dos tipos de señales, analógicas (o continuas) y digitales (o discretas), y usualmente es conveniente representar de una manera u otra la misma señal, a fin de realizar algún tipo de procesamiento de datos. El resultado de la investigación se ve reflejado en la aplicación desarrollada, que es un software educativo o tutorial que abarca estos conceptos.

### Palabras clave:

Conversión, muestreo, codificación, reconstrucción de señal, ADC (Convertor Análogo a Digital), S/H (Sample and Hold).

### 1. Introducción

La conversión de señales para almacenamiento o transmisión de la información, usa técnicas matemáticas que facilitan la manipulación de estas, bien sea en computadores de escritorio

ó en máquinas diseñadas expresamente para procesar señales. En este trabajo, se estudia la conversión analógica a digital y digital a analógica, además de un tipo especial de conversión que se basa en el principio del basado en el sobremuestreo.

### 2. SISTEMAS DIGITALES Y ANALÓGICOS

A continuación se muestra una comparación sobre los aspectos principales que caracterizan los dos sistemas.

#### 2.1. Sistema digital

Un sistema digital es cualquier dispositivo destinado a la generación, transmisión, procesamiento o almacenamiento de señales digitales. [1][2]

Una señal digital corresponde a magnitudes físicas limitadas a tomar sólo unos determinados valores discretos [2][3][4]. Por ejemplo: 0 que se entiende como una señal de resistencia eléctrica muy pequeña, ó 1 que se entiende como una señal de resistencia eléctrica muy grande (aunque en algunos casos, estas dos

condiciones se invierten, según la conveniencia). Las computadoras digitales utilizan la lógica de dos estados: la corriente pasa o no pasa por los componentes electrónicos de la computadora.

Para el análisis y la síntesis de los sistemas digitales binarios se utiliza como herramienta el álgebra de Boole, formada por compuertas lógicas que siguen el comportamiento de algunas funciones booleanas.

La palabra digital proviene de la misma fuente que la palabra dígito: La palabra en latín para "dedo" (contar con los dedos), por el uso para contar en valores discretos y no continuos como en los sistemas analógicos. [2]

## 2.2. Sistema analógico

Un sistema analógico es aquel que tiene la capacidad de generar, transmitir, procesar o almacenar señales analógicas. [2]

Se dice que una señal es *analógica* cuando las magnitudes de la misma se representan mediante variables continuas, [2] *análogas* (Relación de semejanza entre cosas distintas.) a las magnitudes que dan lugar a la generación de esta señal.

Referido a un aparato o a un instrumento de medida, decimos que es analógico cuando el resultado de la medida se representa mediante variables continuas, *análogas* a las magnitudes que estamos midiendo

## 2.3. Sistema digital contra sistema analógico

### 2.3.1. Ruido digital

Cuando los datos son transmitidos usando métodos analógicos, una cierta cantidad de "ruido" entra dentro de la señal. Esto puede tener diferentes causas: datos transmitidos por radio pueden tener una mala recepción, sufrir interferencias de otras fuentes de radio, o levantar ruidos de fondo del resto del universo. Pulsos eléctricos que son enviados por cableados pueden ser atenuados por la resistencia de los mismos, y dispersados por su capacitancia, y variaciones de temperatura pueden acrecentar o disminuir estos efectos. Cualquier variación puede proveer una gran cantidad de distorsión en una señal analógica.

En el caso de las señales digitales, aún las pequeñas variaciones en la señal pueden ser ignoradas de forma segura. En una señal digital, estas variaciones, se pueden sobreponer, pues, cualquier señal cercana a un valor particular será interpretada como ese valor.

### 2.3.2. Display analógico vs. Digital: facilidad en la lectura

En la lectura humana de la información, los métodos digitales y analógicos resultan ambos de gran utilidad. Si lo que se requiere es una impresión instantánea de resultados, los medidores analógicos usualmente ofrecen la información de una manera rápida, cuando lo que se requiere es exactitud los digitales son los preferidos. Leer medidores analógicos requiere tiempo y un poco de experiencia en el campo, esto

comparado con que escribir un valor en un display digital es limitarse a copiar los números.

En los casos en que la exactitud y la rapidez son requeridas por igual, los displays duales son la mejor opción.

### 2.3.3. De analógico a digital

Las aplicaciones clásicas de los DSP's (Procesador de señales digitales, por sus siglas en inglés) trabajan señales del mundo real, tales como sonido y ondas de radio que se originan en forma analógica. Una señal analógica es continua en el tiempo; cambia suavemente desde un estado a otro. Los computadores digitales, por otro lado, manejan la información discontinuamente, como una serie de números binarios, por lo que se hace necesario como primera etapa en la mayoría de los sistemas basados en DSP's transformar las señales análogas en digitales. Esta transformación la hacen los **Conversores Análogo - Digital** (ADC, por sus siglas en inglés).

Una vez terminada la etapa de conversión analógica - digital, los datos son entregados al DSP el cual está ahora en condiciones de procesarla. Eventualmente, este dispositivo deberá devolver los datos ya procesados para lo cual es necesaria una etapa final que transforme el formato digital a analógico. Por ejemplo, una señal de audio puede ser adquirida y filtrada para eliminar en gran medida ruido, crujidos de estática, amplificar ciertas frecuencias de interés, eliminar otras, etc. Luego de esto, la información puede ser devuelta

a través de una conversión digital - analógica (DAC).

## 3. SEÑALES PASO BANDA

También conocida como señales *analíticas* o *pre-envolventes*, se pueden entender como señales, que solo contiene las frecuencias positivas de otra señal real en función del tiempo, sea esta  $x(t)$ .

### 3.1. Definición formal de señales paso banda

Suponga que esta función real a la que nos referimos  $x(t)$ , tiene frecuencias concentradas en un intervalo estrecho de frecuencias, en una vecindad cuyo centro definimos como  $F_c$ . Para obtener una representación matemática de esta señal, se construye primero una que contenga aquellas frecuencias mayores que cero en  $x(t)$ , y que se puede escribir como:

$$X_+(F) = 2V(F)X(F) \quad (\text{Ec. a}) [17]$$

En la ecuación a,  $X(F)$  es la transformada de Fourier de  $x(t)$  y  $V(F)$  es la función escalón unidad. En el dominio del tiempo, esta expresión es equivalente a:

$$\int_{-\infty}^{\infty} X(F) e^{j2\pi Ft} dF \quad (\text{Ec. b}) [17]$$

En la ecuación b, se representa la ecuación a través del dominio del tiempo.

### 3.1. Conversiones

Como ya se dijo, en algunos casos se hace conveniente representar un tipo de señal, de una manera que no es la original, y para esto se aplican los conceptos que a continuación se describen.

#### 3.1.1. Conversión analógico digital

Para realizar esta conversión, es necesario cuantificar los valores muestreados a una cantidad finita y discreta de niveles, representando cada nivel por un número de bits. Esta conversión, puede ser realizada por un equipo conocido como *conversor analógico digital (AD o más comúnmente ADC)*.

##### 3.1.1.1. Cuantificación y codificación

La función primordial de un ADC es representar mediante un número finito de niveles y de una manera discreta, un rango de amplitudes de entrada. Este proceso se conoce como cuantificación y codificación, que es un proceso no lineal y no invertible que traslada a una amplitud dada  $x(n)$  en un instante de tiempo  $t=nT$ , en una amplitud  $x_k$ , tomada de un conjunto finito de valores. Las posibles salidas del cuantificador se denotan como lo muestra la ecuación c):

$$\overset{\wedge}{x}_1, \overset{\wedge}{x}_2, \overset{\wedge}{x}_3, \dots, \overset{\wedge}{x}_L \quad (\text{Ec. c})$$

donde  $L$  es la cantidad de intervalos en la que se divide el rango de amplitudes.

### 3.2. Conversión digital analógico

Una señal analógica que ha sido muestreada, puede ser reconstruida sin distorsión a traves de sus muestras. La formula de reconstrucción ideal, también conocida como formula de interpolación ideal es:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \frac{\text{sen}(\pi/T)(t-nT)}{(\pi/T)(t-nT)} \quad (\text{Ec. d}) [17]$$

en la anterior expresión (ecuación d),  $T$  es el intervalo del muestreo y  $T=1/2$  [17], siendo  $B$ , el ancho de banda de la señal analógica.

Este proceso, se puede ver también como un filtrado lineal, en el que una secuencia de pulsos, con amplitudes iguales ala muestra de la señal, excita un filtro analógico que corresponde al interpolador ideal.

#### 3.2.1. Muestreo y mantenimiento

Normalmente, esta conversión la realiza un conversor D/A (que es como se conoce el equipo electrónico encargado de realizar esta tarea) con un circuito de muestreo y mantenimiento (S/H), seguido de un filtro pasa bajo. El S/H (sample and hold) es un circuito analógico controlado digitalmente que sigue a la señal de entrada durante todo el proceso de muestreo y terminado este la fija a los valores establecidos durante el mismo. El filtro pasa bajo que actúa después del S/H, suaviza la señal,

quitando las discontinuidades abruptas.

### 3.2.2. Reconstrucción

Existen diversas maneras de interpolar y extrapolar una señal discreta a los efectos de obtener una señal analógica. Aquí, sólo se considera el reconstructor de orden cero, que es aquel que mantiene constante, en su salida, el último valor de la muestra de entrada. Este reconstructor es el más empleado en aplicaciones de control automático.

#### 3.2.2.1. Reconstructor de orden cero

Una alternativa para calcular esta función de transferencia es, directamente calcular la transformada de Laplace de la respuesta impulsional ( $h(t)$ ) del reconstructor ante una excitación impulsional.

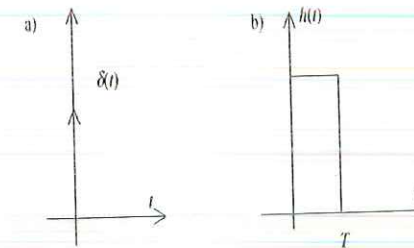


Fig. 1. a) Excitación Impulsional b) Respuesta del reconstructor de orden 0 [17]

La respuesta en frecuencia del reconstructor de orden cero puede ser obtenida a partir del siguiente formula:

$$H_o(j\omega) = T \frac{\text{sen}(\pi \omega / \omega_T)}{\pi \omega / \omega_T} e^{-j\pi \omega / \omega_T} \quad (\text{Ec. e})$$

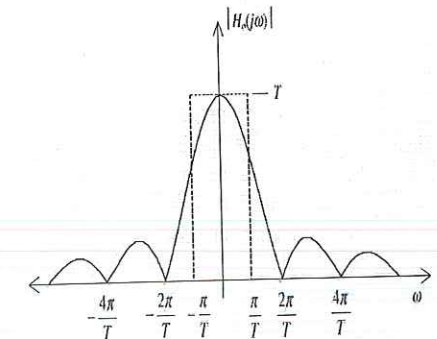


Fig. 2. Curvas de modulo y fase de la respuesta de frecuencia [17]

La figura muestra las curvas de módulo y fase de la respuesta en frecuencia. Se observa la característica pasabajos que presenta el reconstructor de orden cero, esta característica hace que a la salida del reconstructor predominen las componentes de baja frecuencia de la señal muestreada (es decir básicamente las que corresponden a la banda base). Debido a que la ganancia no es constante en el rango de frecuencias  $0 < \omega < \omega_T$  y a que la atenuación no es infinita para las frecuencias de las bandas superiores, es que la señal reconstruida difiere de la muestreada.

En la practica los conversores D/A con sobremuestreo tiene mucha ventaja sobre los conversores convencionales pues la alta tasa de muestreo y el filtrado digital minimiza hasta casi eliminar el uso de filtros analógicos complejos y costosos, además cualquier ruido analógico introducido durante la fase de conversión es filtrado.

### 3.2.3. Conversores d/a con sobremuestreo

Un conversor D/A con sobremuestreo se divide en una parte digital seguida de una sección analógica. La sección digital es un interpolador que incrementa la tasa de muestreo por un factor dado (I), seguido por un SDM. El incremento hecho por el interpolador se realiza de la siguiente manera: Se inserta I-1 ceros entre muestras sucesivas de tasa baja. El resultado se procesa con un filtro digital a fin de rechazar las replicas del espectro de la señal de entrada

## 4. RESULTADOS

Como resultado de esta investigación se presenta un software educativo o tutorial, llamado CADDA (Acrónimo de *Conversiones analógico a digital y digital a analógico*) que trata el tema del muestreo y la reconstrucción de señales, agrupados por los capítulos principales del presente artículo. Presenta una fácil navegación para el usuario, quien selecciona el capítulo a tratar en un *Combobox*, y se dirige a este presionando un clic sobre el botón etiquetado como "Ir". Se obtienen los temas en el panel principal y se navega a través de ellos usando las barras de desplazamiento o *scroll*. Este software ha sido desarrollado en java, utilizando el JSDK versión 1.4.2 y para su ejecución se necesita tener instalada la máquina virtual de java (JVM). Los requerimientos de hardware para ejecutar la aplicación son un procesador a 300 MHz y 64 Mb de memoria RAM. Aunque estos requerimientos deben ser

superados para ejecutar la JVM, debido a que el tamaño del archivo JAVA es mínimo, no se requiere un gran espacio libre en disco duro. Se ofrece el código ejecutable del programa, aplicando el concepto de código libre u *open source*, para que el usuario pueda enriquecer el software bien sea ampliando los conceptos o cambiando la presentación del mismo.

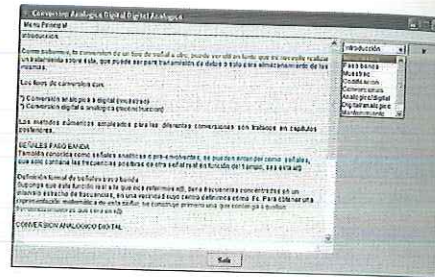


Fig. 3. Interfaz del software educativo CADDA

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo de investigación, se han estudiado las maneras en las que se realizan las conversiones de señales de un tipo de señal a otro, es decir conversión analógica a digital y digital a analógica. Estas operaciones son necesarias en el procesado de señales con el fin de realizar sobre ellas tratamientos digitales como transmisión de datos o almacenamiento de los mismos, ya las máquinas digitales solo captan señales discretas.

La decisión de almacenar o transportar una señal como analógica o digital,

depende de las necesidades que se desean suplir. En ocasiones, no es del todo necesario convertir una señal analógica a digital, por lo que no es conveniente tratar con los errores de codificación y decodificación, así que se debe buscar la manera de mantener la señal según su naturaleza inicial.

Para llevar a cabo la conversión de analógico a digital (o de valores continuos a discretos) se emplea la transformada de Fourier, para obtener una función de paso banda de la señal inicial, y luego se aplica el teorema del muestreo, para obtener así una señal discreta, con valores cuantificados y con una cantidad finita de niveles de tensión.

Cuando se necesita decodificar la señal original y transformar la señal digital a una señal analógica (es decir realizar una conversión de valores discretos a valores continuos), lo más usual es utilizar la reconstrucción de orden cero, que es el de mayor aplicación tiene en este proceso.

## 6. AUTORES

**6.1. Jose Andrés Lara Vecino:**  
Estudiante de sexto semestre de Ingeniería de sistemas. Universidad autónoma de Bucaramanga. Colombia.  
**Correo electrónico:**  
[jlara@unab.edu.co]

**6.2. Nancy Paola Rueda Cabrales:**  
Estudiante de sexto semestre de Ingeniería de sistemas. Universidad autónoma de Bucaramanga. Colombia.  
**Correo electrónico:**

[nrueda@unab.edu.co]

**6.3. Hugo Vecino Pico**  
Ingeniero de sistemas. Docente facultad de ingeniería de sistemas. Universidad autónoma de Bucaramanga.  
**Correo electrónico:**  
[hvecino@unab.edu.co]

## 7. REFERENCIAS

[1]:  
[http://www.espnuevomilenio.org/encyclopedia/S/Sistema\\_digital/](http://www.espnuevomilenio.org/encyclopedia/S/Sistema_digital/)

[2]:  
<http://www.monografias.com/trabajos17/procesamiento-digital/procesamiento-digital.shtml>

[3]:  
<http://100cia.com/enciclopedia/Digital>

[4]:<http://enciclopedia.us.es/wiki.phtml?title=Sistemas+digitales>

[5]:<http://davinci.ing.unlp.edu.edu.or/controlm/archivos/electricista/doc/apunte01/capt1.pdf>

[6]: Stallings, W. Comunicaciones y redes de computadores. Prentice-Hall, 6 edición, Madrid, 2.000.

[7] D. Sheingold, Prentice-Hall, 1986. Tercera edición, Capítulo 11.

[8]: C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, Julio-Octubre 1948.

[9]: C. E. Shannon, "Communication in

the presence of noise," *Proc. IRE*, Vol. 37, Enero 1949.

[10]:<http://www.uv.es/~barthe/modem/modem/html>

[11]:[http://informatica.uv.es/iiguia/ss/practica\\_3\\_04-05.pdf](http://informatica.uv.es/iiguia/ss/practica_3_04-05.pdf)

[12]:<http://tecno.unsl.edu.ar/multimedia/sonidoyaudioidigital.pdf>

[13]:<http://fing.uncu.edu.ar/catedras/industrial/electronica/archivos/electronica/tema7r.pdf>

[14]:<http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4040003/lecciones/cap5lecc7.htm>

[15]:<http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4040003/lecciones/cap5lecc8.htm>

[16]:<http://cidia.unsa.edu.ar/danny/conectividad/2003/Transmic2.pdf>

[17]: J. Proakis, D Maholakis, Tratamiento Digital de Señales. Prentice-Hall. 1998. Tercera edición, 1998

[18]:<http://www.ii.uam.es/~tao1/practica/practica4.html>

[19]:<http://www.tecnun.com/asignaturas/tratamiento%20digital/TEMA3/tsld005.htm>