Manual de Riesgo de Mercado

Daniel Méndez Villamizar

Introducción

- *"El incremento de la volatilidad de las principales variables financieras ha creado un nuevo campo, la ingeniería financiera, cuyo objetivo es proporcionar alternativas creativas para protegerse contra los riesgos financieros o para especular con ellos."*

  Philippe Jorion

- El presente trabajo es una recopilación organizada de algunas teorías a partir de diferentes ramas del saber, en la búsqueda de la integración del conocimiento existente y de aplicación especifica a una de las ramas del riesgo financiero como es el riesgo de mercado.

MANUAL DE RIESGO DE MERCADO

El Riesgo

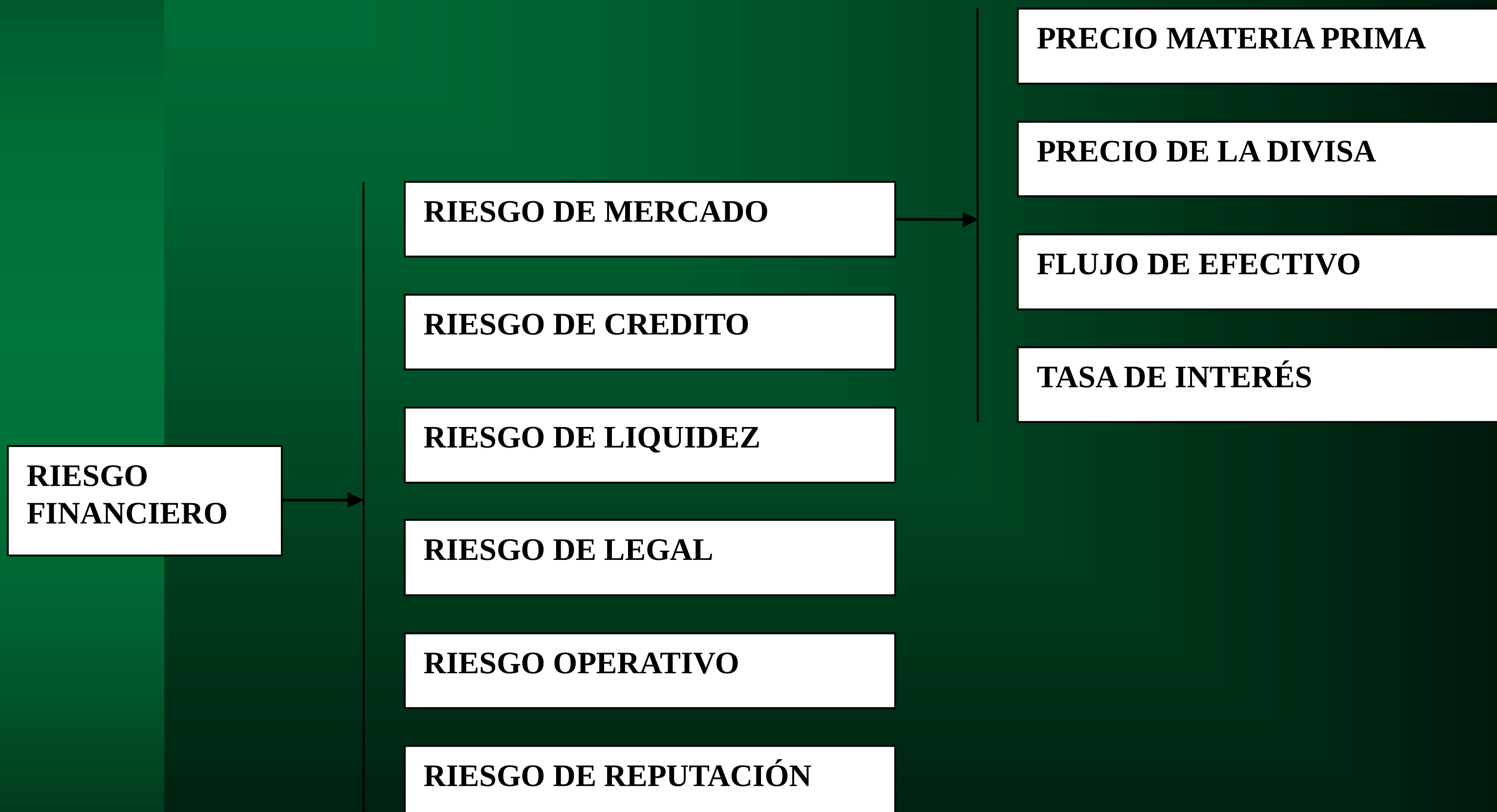
Capítulo 1

El Riesgo Financiero

- la existencia de una probabilidad de incurrir en perdidas económicas producto de la combinación de la existencia de dos factores: la volatilidad presentada en una variable financiera subyacente y la exposición que se tenga a esos cambios producto de la volatilidad.

MANUAL DE RIESGO DE MERCADO

Clasificación del riesgo Financiero



El riesgo de mercado

- Es la posibilidad de pérdida dentro de un periodo de tiempo dado, debida a los movimientos inciertos de los factores originadores del riesgo de mercado, tales como: las tasas de interés, las divisas, los flujos de efectivo o los precios de las acciones y de las materias primas.

MANUAL DE RIESGO DE MERCADO

Fundamento Estadístico

Capítulo 2

La Volatilidad

- Definir σ_n como la volatilidad diaria entre los días *n*-1 y día *n*, estimada al final del día *n*-1
- Definir S_i como el valor de la variable de mercado al final del día *i*
- Definir $u_i = \ln(S_i/S_{i-1})$

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(u_{n-i} - \bar{u})^2$$

$$\bar{u} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} u_{n-i}$$

Simplificaciones utilizadas

- Asumir que el valor medio de u_i is cero
- Reemplazar m-1 por m

Esto da:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} u_{n-i}^2$$

Asignación de pesos

- En vez de asignar igual peso a todas las observaciones, podemos definir

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_{n-i}^2$$

donde

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1$$

El modelo EWMA

- En un modelo de pesos exponenciales de media móvil, los pesos asignados a los u^2 declinan exponencialmente a medida que nos alejamos en el tiempo
- Esto nos lleva a

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1-\lambda) u_{n-1}^2$$

El modelo ARCH(m)

- En un modelo ARCH(m) se asigna algo de peso a la varianza de largo plazo, V_L:

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_{n-i}^2$$

donde

$$\gamma + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1$$

El Modelo GARCH(1,1)

En el modelo GARCH (1,1) se asigna algo de peso a la varianza de largo plazo junto con la volatilidad condicional anterior

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

De modo que los pesos deben sumar 1

$$\gamma + \alpha + \beta = 1$$

El Modelo GARCH(1,1) Continuación

Fijando $\omega = \gamma V$ el modelo GARCH (1,1) es

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

y

$$V_L = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta}$$

Varianza objetivo

- Una forma de implementar GARCH(1,1) que incrementa la estabilidad es mediante la varianza objetivo
- Definimos la varianza de la muestra como la varianza promedio de largo plazo
- Solamente de deben estimar dos parámetros α y β

Pronosticar volatilidades futuras

- La Ecuación del modelo GARCH (1,1) se transforma para pronosticar la volatilidad para el periodo *k* así:

$$E[\sigma^2_{n+k}] = V_L + (\alpha + \beta)^k (\sigma^2_n - V_L)$$

MANUAL DE RIESGO DE MERCADO

Proceso de formación de los precios de las acciones

Capítulo 3

El proceso Markov

- En un proceso Markov los movimientos futuros de una variable dependen únicamente del presente, no de la historia ni de como se llego a donde se está.
- Asumimos que las acciones siguen un proceso Markov.

Eficiencia débil del mercado

- Es imposible obtener consistentemente una rentabilidad superior con una regla de transacción basada en la historia de los precios de las acciones. En otras palabras, el análisis técnico no funciona.
- Un proceso Markov para los precios de las acciones es claramente consistente con la eficiencia débil del mercado.

Varianzas y desviaciones estándar

- En los procesos Markov los cambios en periodos sucesivos de tiempo son independientes.
- De manera que las varianzas son aditivas.
- Las desviaciones estándar no son aditivas.

Proceso Wiener

- Consideramos una variable *z* cuyo valor cambia continuamente.
- El cambio en un intervalo de tiempo pequeño δt es δz y dz en el límite cuando δt tiende a cero dt.
- La variable *z* sigue un proceso Wiener sí

1. $\delta z = \varepsilon \sqrt{\delta t}$ donde ε es un trazado aleatorio a partir de $\phi(0,1)$

2. Los valores de δz para cualquier dos periodos diferentes de tiempo son independientes.

Propiedades de un proceso Wiener

- La media de $[z(T) - z(0)]$ es 0
- La varianza de $[z(T) - z(0)]$ es T
- La desviación estándar de $[z(T) - z(0)]$ es $\sqrt{T}$

Proceso Wiener generalizado

- Un proceso Wiener tiene una tasa de tendencia (Cambio promedio por unidad de tiempo) de 0 y una tasa de varianza de 1
- En un proceso Wiener generalizado la tasa de tendencia y la tasa de varianza se pueden fijar igual a constantes definidas

Proceso Wiener generalizado

continuación

- La variable x sigue un proceso Wiener generalizado con una tasa de tendencia de a y una tasa de varianza de b^2 sí $dx=adt+bdz$.

  $$\delta x = a\,\delta t + b\,\varepsilon\sqrt{\delta t}$$

- El cambio medio en x en el tiempo T *es* aT
- La varianza de cambio en x en el tiempo T *es* b^2T
- La desviación estándar del cambio en x en el tiempo T es $b\sqrt{T}$

Proceso Ito

- En un proceso Ito la tasa de tendencia y la tasa de varianza son funciones del tiempo y de la misma variable *x*

  $dx=a(x,t)dt+b(x,t)dz$

- El tiempo discreto equivalente

  $$\delta x = a(x,t)\delta t + b(x,t)\varepsilon\sqrt{\delta t}$$

  Es únicamente cierto en el límite donde δt tiende a cero.

El proceso Wiener generalizado para acciones

- Podemos asumir que el porcentaje de cambio del precio de una acción permanece constante en un periodo corto de tiempo, no su cambio absoluto esperado.
- También podemos decir que nuestra incertidumbre con respecto al tamaño de los movimientos futuros del precio de la acción es proporcional al nivel del precio de la acción.

El proceso para los precios de las acciones

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

donde μ es el retorno esperado σ es la volatilidad.

El equivalente de tiempo discreto es

$$\delta S = \mu S \delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\delta t}$$

MANUAL DE RIESGO DE MERCADO

Modelo de valor en riesgo

Capítulo 4

Definición del VaR

Cantidad máxima probable que se puede perder en una cartera de *trading* como consecuencia de movimientos adversos de los precios de mercado, con una probabilidad dada y sobre un horizonte de tiempo determinado.

Ventajas del VaR

- Captura un importante aspecto del riesgo en un simple número.
- Es fácil de entender.
- Responde la pregunta: “que tan mal pueden salir las cosas”

Método paramétrico

- Se basa en el supuesto de que los retornos del activo se distribuyen normalmente con media igual a cero.
- Cuando este supuesto no se cumple formalmente para el activo en cuestión, el VaR calculado es una aproximación del VaR verdadero del activo.

VaR para un activo individual

$$VaR = F \times S \times \sigma \times \sqrt{t}$$

F = Factor que determina el nivel de nivel de confianza seleccionado para el calculo, medido en el número de desviaciones a partir de la media de la distribución normal.

S = Monto total de la inversión o de la exposición al riesgo.

σ = Desviación estándar de los rendimientos del activo.

t = Horizonte de tiempo en que se desea calcular el VaR.

VaR para un portafolio de activos

Debe ser inferior a la suma aritmética de los VaR's indivuales del portafolio, ya que este considera las correlaciones entre los activos agregando el efecto de la diversificación.

$$VaR_p = F \times \sigma_p \times S \times \sqrt{t}$$

$$\sigma_p \sqrt{[w]^T \times [\Sigma] \times [w]}$$

$$[\Sigma] = [\sigma][C][\sigma]$$

Método No Paramétrico

Esta metodología es una alternativa para cuando la serie de tiempo de los rendimientos del activo se comporta de manera relativamente diferente a la distribución normal.

Se trata es de construir una serie de precios y rendimientos simulados o hipotéticos de acuerdo a una serie de tiempo histórica del activo, con el supuesto de que se ha conservado el activo durante el periodo de la serie histórica.

Verificación del VaR

- Verificación del modelo basándose en el coeficiente de fallas.
- Generación de un intervalo de confianza para el VaR.

$$F \times S \times \sqrt{\frac{(n-1)\times \sigma_p^2}{\chi^2_{0.025}}} < VaR_p < F \times S \times \sqrt{\frac{(n-1)\times \sigma_p^2}{\chi^2_{0.975}}}$$

- Prueba de valores extremos.

Descomposición Triangular del VaR

- Ley del Coseno $$A^2 = B^2 + C^2 - 2 \times B \times C \times \cos(\theta)$$
- Volatilidad del portafolio
$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$
- Aplicando ley a definición de volatilidad

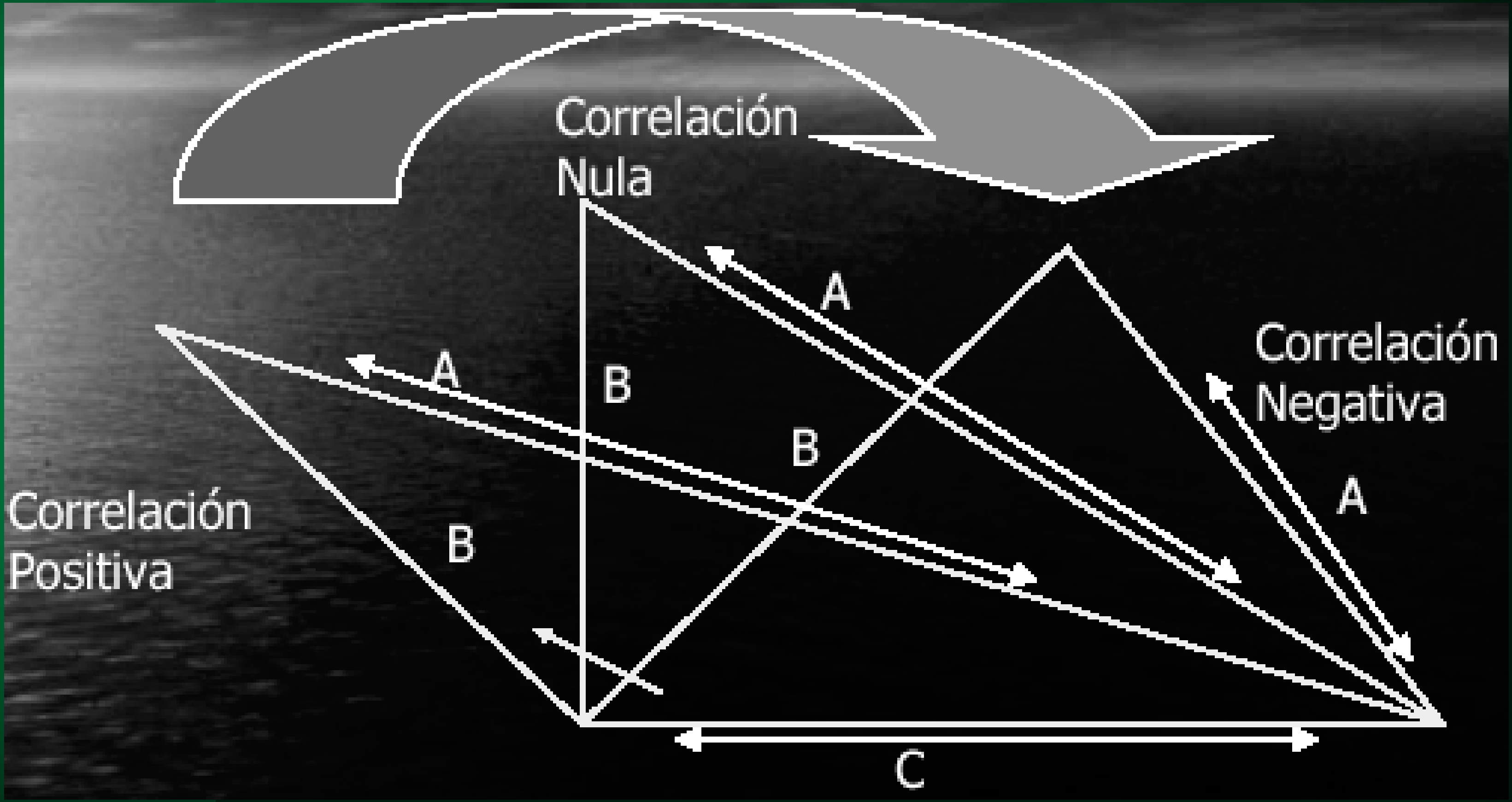
$$A = \sigma_p \qquad \sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 - 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2\cos(\theta)$$

$$B = \omega_1 \times \sigma_1$$

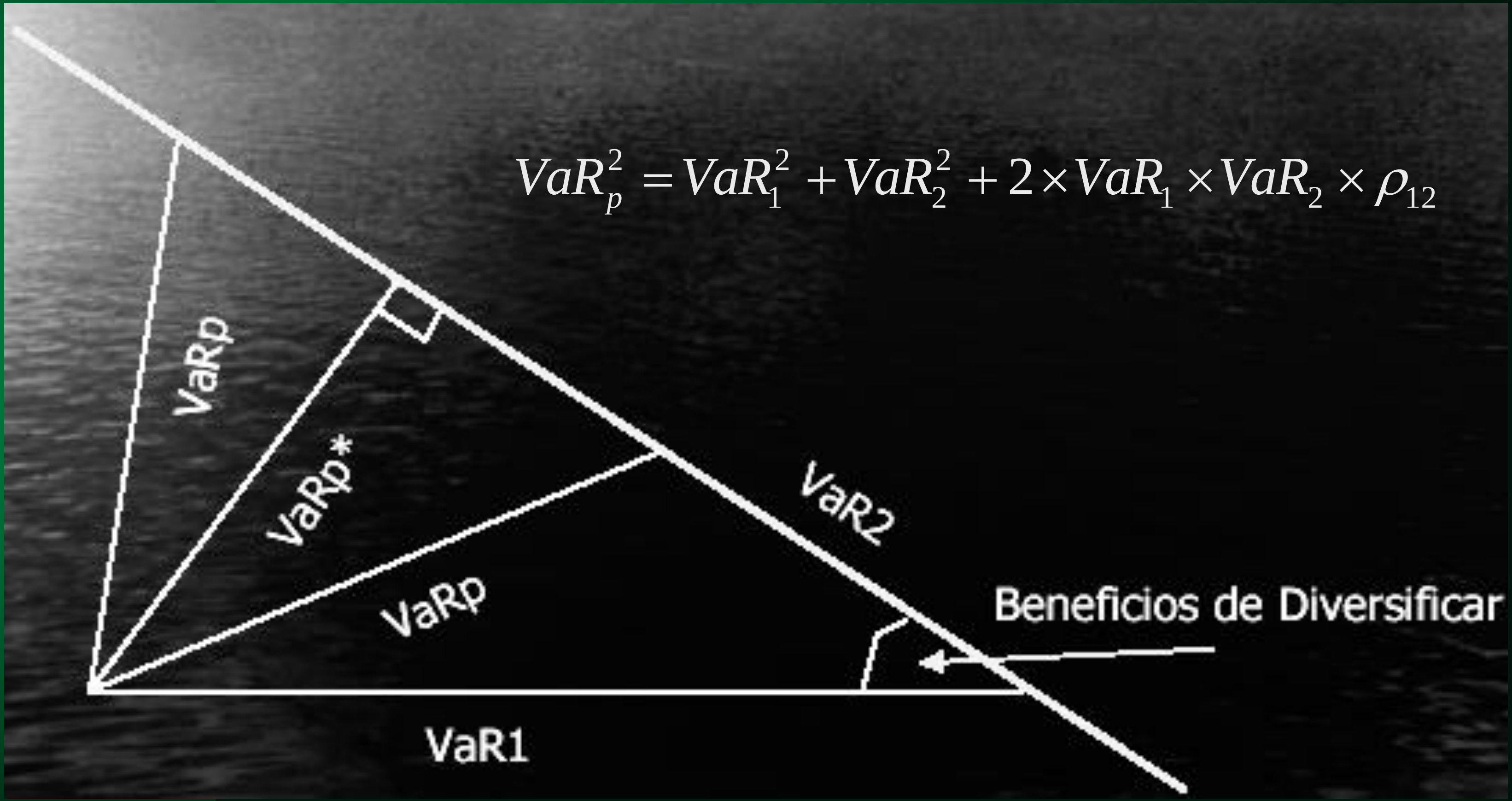
$$C = \omega_2 \times \sigma_2$$

$$\cos(\theta) = -\rho_{12}$$

Descomposición Gráfica A = Riesgo del portafolio



VaR Triangular



Problemas del VaR

- Generalmente el VaR es fuertemente dependiente de algunos supuestos.
- Pueden presentarse dificultades en la recolección de datos u observaciones.
- El VaR no establece que hacer con el problema de alta kurtosis.
- Pueden presentarse errores de interpretación de los resultados.

MANUAL DE RIESGO DE MERCADO

El riesgo en el mercado de dinero

Capítulo 5

Tasas de Interés

Los mercados de capitales proveen una mecánica eficiente para realizar la transferencia de recursos y de acuerdo a su nivel de eficiencia, dan curso a la formación de tasas de interés para diferentes plazos, por lo que hablamos de una estructura intertemporal de tasas de interés. Lo cual es una manera consistente de mostrar las tasas de interés para diferentes plazos o periodos.

Tasas de interés cero cupón

La tasa de interés cero cupón para el año *n* es la tasa de interés producida por una inversión que inicia hoy y dura por *n* años. Tanto el interés como el principal son recuperados al final del año *n*. no existen pagos intermedios. La tasa cero cupón para el año *n* es a veces también llamada la tasa spot para el año *n*.

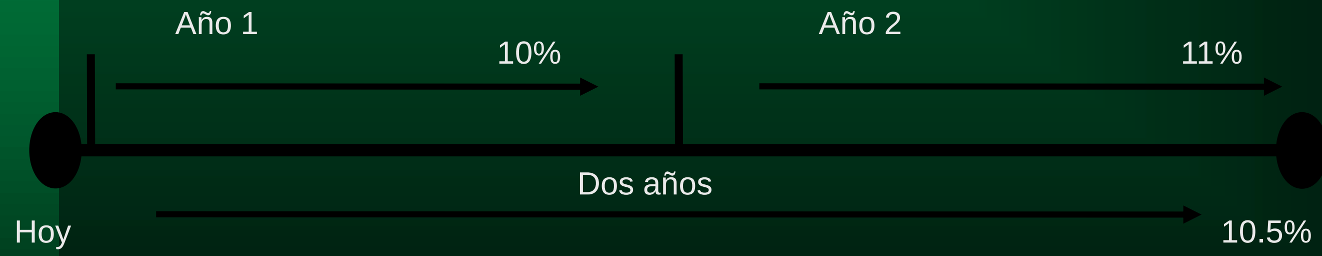
Las tasas cero cupón pueden ser calculadas a partir de los precios de los instrumentos con cupones. Una aproximación es conocida como el método bootstrap.

Precio de los bonos

La mayoría de los bonos otorga cupones periódicos. El precio teórico de un bono puede ser calculado como el valor presente de los flujos de caja recibidos por el tenedor del bono utilizando la tasa de interés cero cupón apropiada como tasa de descuento.

Tasas de interés forward

Las tasas de interés futuras o *forwards* son aquellas que reflejan las expectativas del comportamiento de los tasas de interés en el futuro. Es decir son las tasas que se infieren a través de las tasas de interés cero cupón para un periodo específico de tiempo en el futuro.



La duración

La duración es una definición del riesgo de la tasa de interés. Es un estadístico que mide la sensibilidad de los precios de los bonos a los cambios en las tasas de interés

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{c_1}{(1+r)^2} - \frac{2c_2}{(1+r)^3} - \frac{3c_3}{(1+r)^4} ..... - \frac{nc_n}{(1+r)^{n+1}} - \frac{n \times VN}{(1+r)^{n+1}}$$

Duración de Macaulay, la derivada del precio del bono con respecto a la tasa de interés.

$$\text{Duración modificada} = -\frac{\text{D. } Macaulay}{1+r}$$

Para un incremento en las tasas de interés de 1% (100 puntos base), el bono sufriría una pérdida porcentual igual a la duración modificada

La convexidad

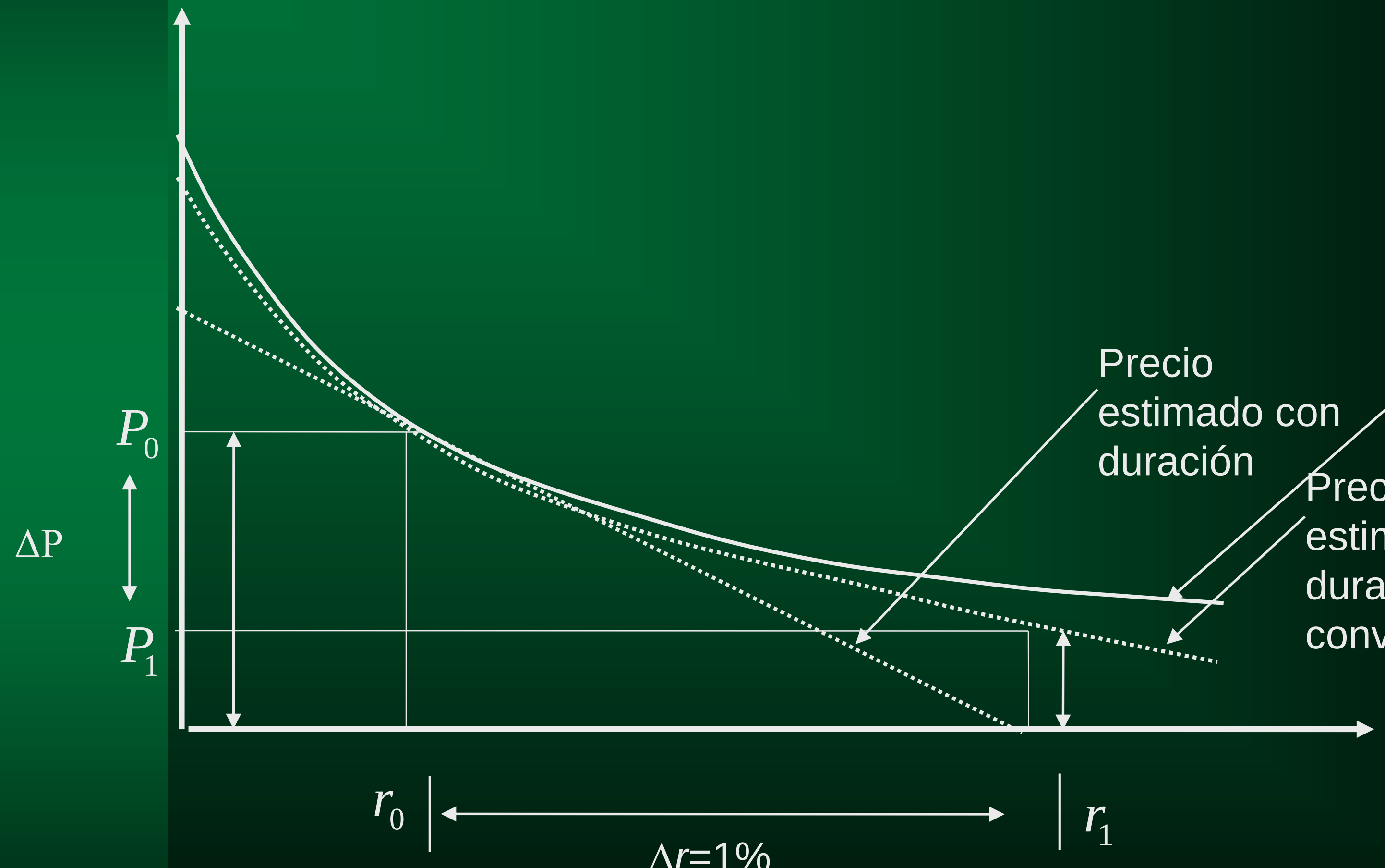
La convexidad es un efecto de segundo orden que describe la forma en que la duración cambia, a medida que cambia el rendimiento. Matemáticamente la convexidad se determina con la segunda derivada del precio del bono respecto a la tasa de interés

$$C = \frac{1}{P}\frac{d^2 P}{dr^2}$$

Después de aplicar y simplificar

$$C = \frac{\left[2tc(1+r)^2\left((1+r)^n - \frac{1+r+rn}{1+r}\right)\right] + \left[n(n+1)r^2(r-tc)\right]}{r^2(1+r)^2\left[tc\left((1+r)^n - 1\right) + r\right]}$$

Efecto de la Duración y la Convexidad



VaR para un instrumento de deuda

$$VaR_{Bono} = F \times VP_{Bono} \times D_{\mathrm{mod.}} \times r \times \sigma_r \sqrt{t}$$

F = El número de desviaciones estándar de acuerdo al nivel de significancia escogido.

VP_{Bono} = Es el valor presente del bono.

$D_{\mathrm{mod.}}$ = La duración modificada del bono.

r = Tasa de interés del mercado aplicable al bono, se toma la tasa observada más reciente de la serie histórica de tasas.

σ_r = La volatilidad de los rendimientos de tasas de interés.

$\sqrt{t}$ = Horizonte de tiempo para el cálculo.

Mapeo o descomposición de posiciones

Consiste en separar y colocar cada flujo de efectivo de un instrumento en dos flujos correspondientes a los vértices adyacentes de la curva de rendimientos de tasas de interés.

$$F.E._P^{mapeo} = \alpha \times F.E._A + (1-\alpha) \times F.E._B$$

$$\sigma_p^2 = \alpha^2 \sigma_A^2 + (1-\alpha)^2 \sigma_B^2 + 2\rho\alpha(1-\alpha)\sigma_A \sigma_B$$

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0 \qquad a = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B$$

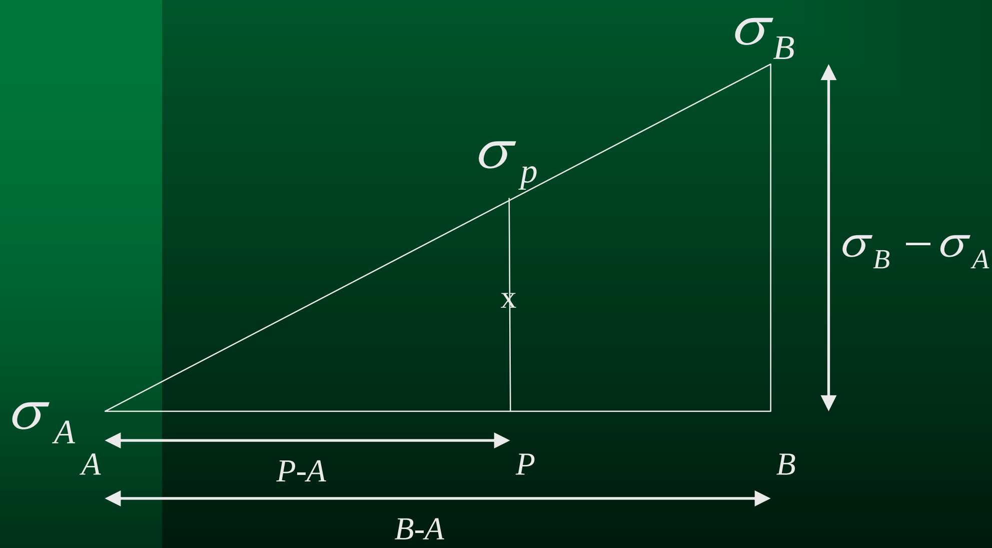
$$\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad b = 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B - 2\sigma_B^2$$

$$c = \sigma_B^2 - \sigma_P^2$$

sea un flujo de efectivo que vence en *P* años y que se desea descomponer en uno que se coloque en el periodo *A* y otro en el periodo *B*.

Mapeo o descomposición de posiciones Continuación

Para determinar la volatilidad y rentabilidad aplicable al plazo inicial del instrumento, se puede utilizar la interpolación lineal



$$\sigma_p = \sigma_A + (\sigma_B - \sigma_A) \times \frac{P - A}{B - A}$$

MANUAL DE RIESGO DE MERCADO

El riesgo en el mercado de productos derivados

Capítulo 6

Contratos de forwards y futuros

Un contrato forward o futuro indica el acuerdo de compra-venta de un bien subyacente, el cual se llevará a cabo es decir se liquidará en una fecha futura pero a un precio definido en el presente.

El mercado de productos a futuro tiene dependencia del mercado de los mismos productos de contado, el cual se conoce como mercado spot

Valuación de forwards y futuros

El valor de un contrato forward al momento en que se le da inicio es cero. En un tiempo futuro el contrato puede tomar un valor positivo o negativo.

$$f = (F_0 - K)e^{-rT}$$

f es el valor hoy de un contrato forward para una posición larga que tiene un precio de entrega de *K* y que F_0 es el precio forward

$$F_0 = S \times e^{\left(r \times \frac{t}{Base}\right)}$$

$$F_0 = S \times e^{\left[(r_d - r_e) \times \frac{t}{Base}\right]}$$

Para divisas

$$F_0 = (S - I_0) \times e^{\left[r \times \frac{t}{Base}\right]}$$

Para activos con ingresos *I*

VaR para futuros y forwards

En la aplicación de la metodología del VaR, no existe diferencia entre futuros y forwards por lo que podemos generalizarlos como operaciones de futuros.

Para un portafolio conformado por una sola posición de futuros con *x* número de contratos, *k* es el factor que indica el nivel de confianza y *f* es el precio del contrato en el mercado.

$$VaR = k \times \sigma_f \times x \times f \times \sqrt{t}$$

Futuros de tasa de interés

El activo subyacente es la tasa de interés que se fijará a un préstamo que se realizará en el futuro.

- El comprador (posición larga) recibe un préstamo.
- El vendedor (posición corta) acuerda otorgar el préstamo.
- Por un monto llamado nocional.
- Denominado en cierta moneda.
- A una tasa de interés fija (tasa acordada).
- En un periodo de tiempo específico.
- Iniciando en una fecha acordada en el futuro

Estrategia de cobertura basada en la duración

una posición en un activo dependiente de la tasa de interés como un portafolio de bonos o títulos del mercado de dinero, es cubierto a través de un contrato de futuros de tasa de interés

Cuando el instrumento de cobertura es un contrato de futuros de bonos del tesoro, la cobertura se basa en el supuesto de que un bono particular será entregado.

Estrategia de cobertura basada en la duración Continuación

F_C : Precio del contrato de futuros de tasa de interés.

D_F : Duración del activo subyacente del contrato de futuros de tasa de interés a la maduración del producto derivado.

P : Valor forward del portafolio cubierto al vencimiento de la cobertura.

D_P : Duración del portafolio al vencimiento de la cobertura.

N^* : Número de contratos requeridos para la cobertura

$$N^* = \frac{PD_p}{F_C D_F}$$

Este es el radio de cobertura basado en la duración. También conocido como el radio de cobertura a la sensibilidad del precio. Su uso tiene el efecto de hacer la duración de la posición completa igual a cero.

Opciones

Una opción de compra o call option es el derecho a comprar, y una opción de venta o put option es el derecho a vender, en una fecha futura una cantidad específica de un bien subyacente, a un precio previamente determinado, durante la vigencia del contrato (opción americana) o en la fecha de vencimiento (opción europea).

El precio de la opción es la prima que quien compra el derecho debe pagar a quien lo vende.

Modelo de Black-Scholes

- Este modelo ha tenido una gran influencia en la manera como traders valoran y dan cobertura a las opciones. También ha sido trampolín para el crecimiento y éxito de la ingeniería financiera en los años ochentas y noventas. La importancia de este modelo fue reconocida en 1997, cuando sus autores recibieron el premio Nóbel de economía.

Conceptos base del modelo Black-Scholes

- El precio de la opción y el precio de la acción dependen de la misma fuente subyacente de incertidumbre.
- Se puede formar un portafolio formado por la acción y la opción que elimina la fuente de incertidumbre.
- El portafolio es instantáneamente libre de riesgo y debe generar la tasa libre de riesgo.
- Esto lleva a la ecuación diferencial B-S.

Derivación de la ecuación diferencial de Black-Scholes

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz$$

Formamos un portafolio compuesto por

$$-1: \text{ derivado}$$

$$+\frac{\partial f}{\partial S}: \text{ acciones}$$

Derivación de la ecuación diferencial de Black-Scholes continuación

El valor del portafolio Π esta dado por

$$\Pi = -f + \frac{\partial f}{\partial S} S$$

El cambio en su valor en el tiempo dt esta dado por

$$d\Pi = -df + \frac{\partial f}{\partial S} dS$$

Derivación de la ecuación diferencial de Black-Scholes continuación

El retorno del portafolio debe ser la tasa libre de riesgo.
De manera que

$$d\Pi = r\,\Pi dt$$

Substituimos df y dS en estas ecuaciones para obtener la ecuación diferencial de Black-Scholes:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS\frac{\partial f}{\partial S} + ½\,\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = r f$$

La ecuación diferencial

- Cualquier producto derivado cuyo precio depende del precio de la acción satisface la ecuación diferencial.
- El derivado que se evalúa esta determinado por las condiciones limite de la ecuación diferencial.
- En un contrato forward la condición limite es

$$f = S - K \text{ cuando } t = T$$

- La solución de la ecuación es

$$f = S - K e^{-r(T-t)}$$

Las formulas de Black-Scholes

$$c = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

donde $$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

VaR para opciones

El modelo lineal para el cálculo del VaR que hemos utilizado para los activos financieros hasta ahora incluidos, es apenas una aproximación cuando el portafolio contiene opciones

El modelo lineal y las opciones

Supongamos que el delta de la posición es δ. Dado que δ es la tasa de cambio del valor del portafolio con respecto a S, es aproximadamente cierto que

$$\delta = \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

$$\Delta P = \delta \Delta S$$

El modelo lineal y las opciones Continuación

Donde ΔS es el cambio en dólares en el precio de la acción en un día y ΔP es el cambio en dólares en el valor del portafolio en un día. Definamos Δx como el cambio proporcional en el precio de la acción en un día de manera que

$$\delta = \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

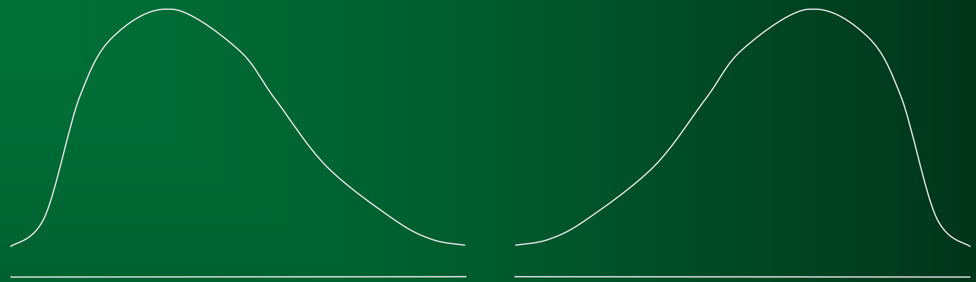
$$\Delta x = \frac{\Delta S}{S}$$

$$\Delta P = S\delta\Delta x$$

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} S_i \delta_i \Delta x_i$$

$$S_i \delta_i = w_i$$

El modelo cuadrático



(a) (b)

Cuando gamma es positivo, la distribución de probabilidades de ΔP tiende a estar sesgada positivamente tal como se ilustra en la parte (a) de la gráfica; cuando gamma es negativa, la distribución tiende a estas sesgada negativamente como en la parte (b) del gráfico

El modelo cuadrático Continuación

Para una estimación más aproximada del VaR que la dada por el modelo lineal, podemos utilizar ambas medidas, delta y gamma para relacionar ΔP con los $\Delta x_i 's$. Considere un portafolio que depende de un activo particular cuyo precio es S. Supongamos que la delta del portafolio es δ y su gamma es γ.

$$\Delta P = \delta \Delta S + \frac{1}{2}\gamma(\Delta S)^2 \qquad \Delta P = S\delta \Delta x + \frac{1}{2}S^2\gamma(\Delta x)^2$$

El modelo cuadrático Continuación

Para un portafolio con *n* activos subyacentes de mercado y cada instrumento del portafolio dependiendo en una sola variable de mercado

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} S_i \delta_i \Delta x_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} S_i^2 \gamma_i \left(\Delta x_i\right)^2$$

Donde δ_i y γ_i son la delta y la gamma del portafolio con respecto a la *i*-esima variable de mercado.

El modelo cuadrático Continuación

La variable ΔP no es normal. Asumiendo que Δx es normal con media cero y desviación estándar σ, los tres primeros momentos de ΔP son

$$E(\Delta P) = \frac{1}{2} S^2 \gamma \sigma^2$$

$$E(\Delta P^2) = S^2 \delta^2 \sigma^2 + \frac{3}{4} S^4 \gamma^2 \sigma^4$$

$$E(\Delta P^3) = \frac{9}{2} S^4 \delta^2 \gamma \sigma^4 + \frac{15}{8} S^6 \gamma^3 \sigma^6$$

El modelo cuadrático Continuación

Los dos primeros momentos pueden ser ajustados a una distribución normal. Lo cual es ampliamente mejor que ignorar la gamma. Pero el supuesto de que ΔP es normal no es enteramente adecuado. Una aproximación alternativa es usar los tres momentos en conjunción con la expansión de Cornish-Fisher la cual provee una relación entre los momentos de una distribución y sus percentiles.

Simulación de Montecarlo

Una alternativa a las aproximaciones descritas hasta ahora es el uso de la simulación de Montecarlo, la cual se puede utilizar para generar una distribución de probabilidad para ΔP, la metodología consiste en simular una gran cantidad de precios de mercado y valorar el portafolio de acuerdo a esos precios simulados, posteriormente se hallan las diferencias entre el valor actual del portafolio y los valores resultantes de la aplicación de los precios simulados.

Simulación histórica

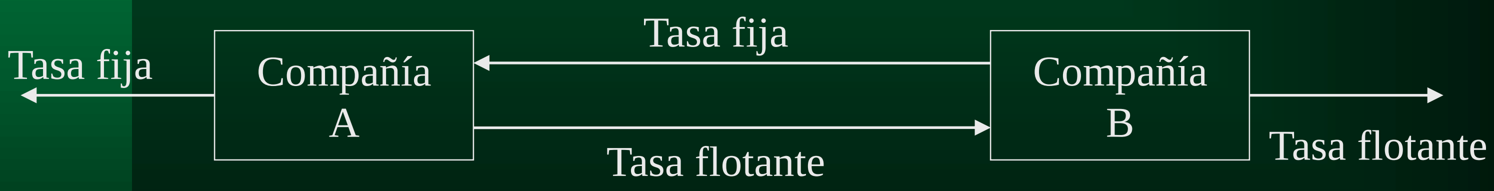
El primer paso es crear una base de datos de los movimientos diarios de todas las variables de mercado para algunos años. Se hallan diferentes valores del portafolio de acuerdo a los diferentes precios y se construye una distribución de los ΔP a partir de las diferencias entre los valores de portafolio simulados con la información histórica y el valor actual del portafolio.

Swaps

Un swap es un acuerdo entre dos partes para intercambiar flujos de efectivo periódicos en el futuro. En el acuerdo se definen las fechas cuando se deben pagar los flujos y la manera como estos se deben calcular y el monto nocional o principal. Un contrato swap puede ser visto como una combinación de bonos o como un contrato forward que se repite de manera consecutiva una serie de periodos.

Swaps de tasa de interés

una compañía A acepta pagar a una compañía B una serie de flujos de efectivo iguales a la determinada tasa de interés fija sobre un principal por un número de años; la compañía B se compromete a pagar a la compañía A los flujos de efectivo que resulten de la aplicación de una tasa flotante sobre el mismo monto nocional por el mismo periodo de tiempo.



Valuación de swaps de tasa de interés

Un contrato swap puede valuarse como una posición larga en un bono combinada con una posición corta en otro bono, uno de los cuales pagará cupones a una tasa fija y el otro a una tasa flotante, el valor del contrato será igual a la diferencia entre el precio actual de los dos bonos.

$$V_{swap} = B_{\mathrm{var}iable} - B_{fija} \qquad V_{swap} = B_{fija} - B_{\mathrm{var}iable}$$

VaR para swaps de tasa de interés

El VaR para un contrato swap de tasa de interés se puede calcular a partir de la valoración de los flujos de efectivos netos, los cuales se pueden calcular en base a las tasas forwards obtenidas a partir de la estructura de tasas de la fecha de calculo, la volatilidad de estos flujos estará en función de la volatilidad de las tasas de interés para los diferentes vértices de la curva y sus respectivas correlaciones.

Swaps de divisas

Un swap de divisas involucra un intercambio de pagos de intereses y principal en una moneda por pagos de intereses y principal en otra moneda. Este contrato requiere que se especifique un principal en cada una de las dos monedas los cuales se busca que sean aproximadamente equivalentes utilizando la tasa de cambio de la fecha en que se inicia el swap.

Valuación de swaps de divisas

Un swap de divisas puede descomponerse en una posición en dos bonos, utilizando la tasa LIBOR en las dos monedas y la tasa de cambio spot. El valor del swap para cuando la moneda extranjera es recibida y el pago se hace en dólares es

$$V_{swap} = S_0 B_F - B_D$$

Donde B_F es el valor del bono denominado en moneda extranjera medido en la moneda extranjera subyacente del swap. B_D es el valor en dólares del bono en dólares subyacente del swap y S_0 es la tasa spot actual expresada en dólares por unidad de moneda extranjera.

VaR para swaps de divisas

El VaR para los swaps de divisas se puede calcular considerando como único factor de riesgo la volatilidad de la tasa de cambio, de manera que

$$VaR = VP_{Swap} \times F \times \sigma_{tc} \times \sqrt{T}$$

Para considerar también el riesgo de tasa de interés, se debe hallar el VaR de este factor de riesgo y luego se combinan los dos VaR's con la correlación existente entre los cambios en la tasa de cambio y los cambios en la tasa de interés.